

Основные сведения о дисциплине.

Кибернетика — это наука об общих законах получения, хранения, передачи и переработки информации. Ее основной предмет исследования — это так называемые кибернетические системы, рассматриваемые абстрактно, вне зависимости от их материальной природы. Примеры кибернетических систем: автоматические регуляторы в технике, ЭВМ, мозг человека или животных, биологическая популяция, социум. Часто кибернетику связывают с методами искусственного интеллекта, т. к. она разрабатывает общие принципы создания систем управления и систем для автоматизации умственного труда.

ОТИ. Раздаточный материал №1

Разделы кибернетики (основатели американские ученые Норберт Винер и Клод Шеннон, 1948 г.)

теория информации

теория алгоритмов

теория автоматов

исследование операций

теория оптимального управления

теория распознавания образов

Н. Винер ввел основную категорию кибернетики — управление. Сущность принципа управления заключается в том, что движение и действие больших масс или передача и преобразование больших количеств энергии направляется и контролируется при помощи небольших количеств энергии, несущих информацию. Этот принцип управления лежит в основе организации и действия любых управляемых систем: автоматических устройств, живых организмов и т. п.

Клод Шеннон является основоположником теории информации.

В нашей стране значительный вклад в развитие кибернетики внесли академики Берг А. И. и Глушков В. М.

Теория информации тесно связана с такими разделами математики как теория вероятностей и математическая статистика, а также прикладная алгебра, которые предоставляют для нее математический фундамент. Часто теорию информации вообще рассматривают как одну из ветвей теории вероятностей или как часть теории связи.

Теория информации представляет собой математическую теорию, посвященную измерению информации, ее потока, “размеров” канала связи и т. п., особенно применительно к радио, телеграфии, телевидению и к другим средствам связи. Кроме того, теория информации изучает методы построения кодов, обладающих полезными свойствами.

Информацию можно определить как набор сообщений об объектах и явлениях окружающей среды, их параметрах, свойствах и состоянии, которые уменьшают имеющуюся о них степень неопределенности и не полноты знаний.

Сообщение в свою очередь является формой представления информации в виде речи, текста, изображения, графиков, таблиц, видеоизображения, звука и т. п.

Информация не только характеризует структуру материи, но создает и воспроизводит эту структуру. Например, любой созданный человеком объект первоначально существует в виде идеи (образа) в голове его творца, а свойства самого человека в значительной степени запрограммированы информацией, хранящейся в его геноме.

“Антиподом” информации, характеризующей структурированность материи, является энтропия, которая отражает ее неупорядоченность (“хаос”).

Понятия количества, значения и ценности информации приобретают смысл, если в рассмотрении появляется система, которая эту информацию использует. Такой системой может быть, например, живой организм, сообщество людей или компьютер, управляющий некоторым агрегатом.

Система всегда существует в определенной среде и постоянно корректирует ее на основе получаемых сведений (адаптировать). В рамках такого подхода информация есть «представление субъекта об окружающей среде». Напротив, энтропия – неопределенность в таком представлении. Появление новых сведений снимает часть неопределенности и энтропия (“незнание”) заменяется информацией (“знанием”).

Обратите внимание, что информация сама по себе не материальна, однако, она всегда имеет материальные носители: сигналы, которые ее переносят или параметры элементов, с помощью которых она хранится. Сигналы служат носителями информации при восприятии ее из среды и при передаче от одного субъекта другому.

Фронтальный опрос:

- Дать определение кибернетики.
- Привести примеры кибернетических систем.
- Перечислить разделы кибернетики.
- В чем заключается принцип управления?
- Что изучает теория информации?
- Что понимают под информацией?
- Какое понятие является антиподом информации?
- Для чего служат сигналы?

Свойства информации. Виды и формы представления информации.

Информация, как и любой объект, обладает следующими наиболее важными свойствами:

ОТИ. Раздаточный материал №2

Свойства информации

Объективность	Объективная информация – существующая независимо от человеческого сознания, методов ее фиксации, чьего-либо мнения или отношения
Достоверность	Информация, отражающая истинное положение дел, является достоверной. Недостоверная информация чаще всего приводит к неправильному пониманию или принятию неправильных решений. Устаревание информации может из достоверной информации сделать недостоверную, т.к. она уже не будет отражением истинного положения дел
Полнота	Информация является полной, если она достаточна для понимания и принятия решений. Неполная или избыточная информация может привести к задержке принятия решения или к ошибке
Точность информации	степень ее близости к реальному состоянию объекта, процесса, явления и т.п. Ценность информации зависит от ее важности для принятия решения, решения задачи и дальнейшей применимости в каких-либо видах деятельности человека
Актуальность	Только своевременность получения информации может привести к ожидаемому результату
Понятность	Если ценную и своевременную информацию выразить непонятно, то она, скорее всего, станет бесполезной. Информация будет понятной, когда она, как минимум, выражена понятным для получателя языком
Доступность	Информация должна соответствовать уровню восприятия получателя. Например, одни и те же вопросы по-разному излагаются в учебниках для школы и колледжа
Краткость	Информация воспринимается гораздо лучше, если она представлена не подробно и многословно, а с допустимой степенью сжатости, без лишних деталей. Краткость информации незаменима в справочниках, энциклопедиях, инструкциях. Логичность, компактность, удобная форма представления облегчает понимание и усвоение информации.

Классификация **основных форм представления информации** (формализация), используемых человеком для ее передачи и хранения.

1. Символьная информация:

- Знаки представляют материальное замещение понятий, которыми человек пользуется, чтобы упорядочить и упростить свои представления о внешнем мире (так, понятие “человек” обобщает множество индивидуальностей разного возраста, пола, расы и т.д., а этому понятию может соответствовать определенный знак, например, пиктограмма).
- Знаковые системы. Обычно знаки образуют систему. Примером знаковой системы являются различные языки – от живого языка человеческого общения до алгоритмического языка для записи программ или языка химических формул. Другие примеры – набор цветов светофора, знаков дорожного движения и т.д. Существуют и внесистемные знаки, которые обычно тоже являются «обломками» знаковых систем (например, жесты или междометия).
- Текстовая форма является более сложной. Здесь также, как и в предыдущей форме используются символы: буквы, цифры, математические знаки. Однако информация заложена не только в этих символах, но и в их сочетаниях, порядке следования. Например, слова КОТ и ТОК имеют одинаковые буквы, но содержат различную информацию.

2. Графическая форма является наиболее сложной и емкой. К этой форме относятся фотографии, схемы, чертежи, рисунки и т.п.
3. Параметрическая (числовая) информация. Для представления количественной информации чаще всего используются числа. По сравнению с представлением величин непрерывными зависимостями они дают значительные преимущества в возможностях обработки и хранения информации. Именно поэтому непрерывные сообщения часто “оцифровывают”, то есть представляют, как последовательность чисел.

Виды информации

Информация может быть двух видов: дискретная (цифровая) и непрерывная (аналоговая). Дискретная информация характеризуется последовательными точными значениями некоторой величины, а непрерывная — непрерывным процессом изменения некоторой величины. Непрерывную информацию может, например, выдавать датчик атмосферного давления или датчик скорости автомашины. Дискретную информацию можно получить от любого цифрового индикатора: электронных часов, счетчика и т. п.

Фронтальный опрос:

- дать понятие объективности информации;
- дать понятие достоверности информации;
- дать понятие полноты информации;
- дать понятие точности информации;
- дать понятие актуальности информации;
- что такое понятность информации?
- дать понятие доступности информации;
- дать понятие краткости информации;
- что представляют собой знаки?
- что представляют собой знаковые системы?
- что представляет собой текстовая форма информации?
- что представляет собой графическая форма информации?
- для чего нужна числовая информация?
- виды информации;
- понятие дискретной информации;
- понятие непрерывной информации.

Домашнее задание:

Понятие единицы измерения Герц

Дискретизация информации, теорема Котельникова

Дискретная информация удобнее для обработки человеком, но непрерывная информация часто встречается в практической работе, поэтому необходимо уметь переводить непрерывную информацию в дискретную (дискретизация) и наоборот. Для такого перевода существует устройство называемое «модем» (от слов модуляция/демодуляция). Модем переводит цифровые данные от ПК в звук, т.е. в электромагнитные колебания, и наоборот.

ОТИ. Раздаточный материал №4



При переводе непрерывной информации в дискретную важна так называемая частота дискретизации ν , определяющая период ($T = 1/\nu$) между измерениями значений непрерывной величины.

Чем выше частота дискретизации, тем точнее происходит перевод непрерывной информации в дискретную. Но с ростом этой частоты растет и размер дискретных данных, получаемых при таком переводе, и, следовательно, сложность их обработки, передачи и хранения. Однако для повышения точности дискретизации необязательно безграничное увеличение ее частоты. Эту частоту разумно увеличивать только до предела, определяемого теоремой о выборках, называемой также теоремой Котельникова или законом Найквиста (Nyquist).

Теорема Котельникова

Любая непрерывная величина описывается множеством наложенных друг на друга волновых процессов, называемых гармониками.

ОТИ. Раздаточный материал №5



Теорема Котельникова: для точной дискретизации ее частота должна быть не менее чем в два раза выше наибольшей частоты гармоники, входящей в дискретизируемую величину.

Примером использования этой теоремы являются лазерные компакт-диски, звуковая информация на которых хранится в цифровой форме. Чем выше будет частота дискретизации, тем точнее будут воспроизводиться звуки и тем меньше их можно будет записать на один диск, но ухо обычного человека способно различать звуки с частотой до 20 КГц, поэтому точно записывать звуки с большей частотой бессмысленно. Согласно теореме о выборках частоту дискретизации нужно выбрать не меньшей 40 КГц (в промышленном стандарте на компакт-диске используется частота 44.1 КГц).

При преобразовании дискретной информации в непрерывную, определяющей является скорость этого преобразования: чем она выше, с тем более высокочастотными гармониками получится непрерывная величина. Но чем большие частоты встречаются в этой величине, тем сложнее с ней работать. Например, обычные телефонные линии предназначены для передачи звуков частотой до 3 КГц.

Устройства для преобразования непрерывной информации в дискретную обобщающе называются АЦП (аналого-цифровой преобразователь) или ADC (Analog to Digital Convertor, A/D), а устройства для преобразования дискретной информации в аналоговую — ЦАП (цифро-аналоговый преобразователь) или DAC (Digital to Analog Convertor, D/A).

Фронтальный опрос:

- что такое дискретизация аналогового сигнала?
- для чего необходима дискретизация?
- от чего зависит точность перевода непрерывной информации в дискретную?
- какую проблему порождает рост частоты дискретизации?
- что такое гармоника?
- что гласит теорема о выборках?
- пример использования теоремы о выборках;
- дать определение АЦП;
- дать определение ЦАП;
- в цифровых магнитофонах частота дискретизации — 48 КГц. Какова максимальная частота звуковых волн, которые можно точно воспроизводить на таких магнитофонах?

Домашнее задание:

Примеры практического применения теоремы Котельникова

Классификация систем счисления

Современные вычислительные машины оперируют с информацией, представленной в цифровой форме. Числовые данные преобразуются в двоичную систему счисления, а в качестве промежуточных систем счисления используются восьмеричная и шестнадцатеричная.

Система счисления (СС) - совокупность символов и правил для записи чисел. СС разделяются на позиционные и непозиционные.

Позиционной системой счисления называется такая, в которой количественное значение каждой цифры зависит от её позиции (места) в числе (арабская система счисления).

Примером позиционной системы счисления является десятичная система счисления, которая располагает только десятью цифрами - 0,1,2,...,9 - но это не мешает представить с их помощью любое число.

Непозиционной системой называется такая, в которой количественное значение каждой цифры не зависит от занимаемой ею позиции в изображении числа, например, римская система счисления.

Одно и то же число можно представить в различных системах счисления. Запись числа при этом различна, а значение остается неизменным.

Несмотря на то, что десятичная СС имеет широкое распространение, цифровые ЭВМ строятся на двоичных элементах, т.к. реализовать на аппаратном уровне элементы с 10 четко различимыми состояниями сложно. По этой причине ЭВМ строятся на базе двоичных цифровых устройств: триггеров, регистров, счетчиков, логических элементов и т.д.

Двоичная, восьмеричная и шестнадцатеричная системы счисления относятся к так называемой «машинной группе». Каждая система счисления из этой группы применяется в различных случаях, а именно:

- двоичная - используется для организации преобразования информации, кодирования дискретного сигнала, потребителем которого является вычислительная техника, поскольку двоичный сигнал проще реализовать на аппаратном уровне;
- восьмеричная и шестнадцатеричная - используются при составлении программ на языке машинных кодов для более короткой и удобной записи двоичных кодов - команд, данных, адресов и операндов.

Десятичная система применяется в ЭВМ для ввода данных и вывода на устройства печати и на экран дисплея.

Правила записи и выполнения различных операций во всех позиционных СС одинаковы, эти системы счисления отличаются друг от друга только основанием.

Основание системы счисления - это количество цифр (символов), используемых для записи любого числа, так:

- в десятичной системе счисления используется десять цифр - 0 - 9;
- в двоичной системе счисления используются две цифры - 0 и 1;
- в восьмеричной системе - восемь цифр - 0 - 7;
- в шестнадцатеричной системе счисления задействовано шестнадцать символов - цифры 0 - 9 и буквы латинского алфавита A, B, C, D, E, F для записи чисел 10, 11, 12, 13, 14, 15 соответственно.

Фронтальный опрос:

- что такое система счисления?
- дать определение позиционной системе счисления;
- дать определение непозиционной системе счисления;
- перечислить позиционные системы счисления;
- в каких случаях используется двоичная система счисления?
- в каких случаях используется восьмеричная и шестнадцатеричная система счисления?
- в каких случаях используется десятичная система счисления?
- дать определение основания системы счисления;
- привести примеры оснований систем счисления.

Правила перевода чисел из одной системы счисления в другую

Для перевода чисел из одной системы счисления в другую существуют определенные правила. Они различаются в зависимости от формата числа - целое или правильная дробь.

Для вещественных чисел используется комбинация правил перевода для целого числа и правильной дроби.

При записи чисел для различия систем счисления будем использовать подстрочный индекс справа от числа:

- для двоичных чисел - в виде цифры 2;
- для восьмеричных чисел - в виде цифры 8;
- для шестнадцатеричных чисел - в виде числа 16.

Алгоритм перевода **целого числа (целой части)** десятичного числа в систему счисления с основанием "b" реализуется посредством выполнения следующих шагов:

1. Разделить **нацело** исходное десятичное число на основание "b", т.е. получить **частное и остаток**. Остаток от деления зафиксировать.
 2. Полученное частное вновь делить на основание "b" остаток зафиксировать. Процедуру продолжать до тех пор, пока частное не станет равным нулю.
 3. Записать полученные остатки снизу вверх в порядке, обратном их получению.
- Результатом перевода должно быть *целое число*.

ОТИ. Раздаточный материал №6

Перевести десятичное число 75 в двоичную систему счисления ($b = 2$). Последовательные деления дают следующие результаты:

$$\begin{aligned}75 : 2 &= 37 \text{ (остаток 1);}\\37 : 2 &= 18 \text{ (остаток 1);}\\18 : 2 &= 9 \text{ (остаток 0);}\\9 : 2 &= 4 \text{ (остаток 1);}\\4 : 2 &= 2 \text{ (остаток 0);}\\2 : 2 &= 1 \text{ (остаток 0);}\\1 : 2 &= 0 \text{ (остаток 1).}\end{aligned}$$

Таким образом, записывая остатки от деления, начиная с последнего, получаем число 75 в двоичной системе: 1001011.

Алгоритм перевода **правильной дроби (дробной части)** десятичного числа в систему счисления с основанием "b" заключается в следующем:

1. Умножить исходное десятичное число на основание "b". Зафиксировать целую часть полученного произведения.
2. Дробную часть полученного числа вновь умножить на основание "b", целую часть полученного произведения зафиксировать и т.д. Последовательно повторять умножение. (Перед каждым умножением целую часть предыдущего результата следует обнулить).
3. Завершить процесс последовательных умножений либо при получении нулевой дробной части в очередном произведении, либо при достижении требуемой точности (число умножений определяет число знаков дробной части числа в СС с основанием "b").
4. Справа от запятой записать зафиксированные целые части в той последовательности, в которой они получены.

ОТИ. Раздаточный материал №7

Перевести десятичное число 0,7 в двоичную систему счисления с восемью знаками после запятой. Последовательные умножения дают следующие результаты:

$$\begin{aligned}0,7 * 2 &= 1,4 \text{ (целая часть 1);}\\0,4 * 2 &= 0,8 \text{ (целая часть 0);}\\0,8 * 2 &= 1,6 \text{ (целая часть 1);}\\0,6 * 2 &= 1,2 \text{ (целая часть 1);}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
0,2 * 2 &= 0,4 \text{ (целая часть 0);} \\
0,4 * 2 &= 0,8 \text{ (целая часть 0);} \\
0,8 * 2 &= 1,6 \text{ (целая часть 1);} \\
0,6 * 2 &= 1,2 \text{ (целая часть 1).}
\end{aligned}$$

Таким образом, результат с точностью до восьмого знака: 0,10110011.

Перевод чисел из системы счисления с основанием "b" в десятичную систему счисления

В общем виде число в позиционной СС может быть разложено по степеням *своего* основания "b" и представлено в виде полинома:

ОТИ. Раздаточный материал №8

$$A_b = a_{n-1} * b^{n-1} + a_{n-2} * b^{n-2} + \dots + a_1 * b^1 + a_0 * b^0 + a_{-1} * b^{-1} + \dots + a_{-m} * b^{-m}, \text{ где}$$

A_i - цифры системы счисления;

n и m – число целых и дробных разрядов соответственно;

b – основание системы счисления.

Примеры:

$$28,56_{10} = 2 * 10^1 + 8 * 10^0 + 5 * 10^{-1} + 3 * 10^{-2};$$

$$10101_2 = 1 * 2^4 + 0 * 2^3 + 1 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0; = 16 + 0 + 4 + 0 + 1 = 21_{10};$$

Алгоритм перевода чисел из СС с основанием "b" в десятичную систему счисления заключается в выполнении следующих действий:

1. Записать исходное число с основанием "b" в виде полинома в соответствии с формулой (РМ№8).
2. Подставить вместо буквенных обозначений соответствующие числовые значения, записанные в десятичной системе счисления.
3. Произвести вычисления.

Перевод чисел из СС с основанием 2^n в СС с основанием 2 и обратно

Если необходимо перевести число из двоичной системы счисления в систему счисления, основанием которой является 2^n , достаточно объединить цифры двоичного числа в группы по столько цифр, каков показатель степени n и использовать приведенный ниже алгоритм.

Поскольку $8 = 2^3$, то каждый 8-ричный разряд однозначно соответствует трем двоичным разрядам (триады), аналогично $16 = 2^4$ и каждый 16-ричный разряд соответствует четырем двоичным разрядам (тетрады) (РМ №12).

Алгоритм перевода чисел из двоичной СС в СС с основанием 2^n :

1. Сгруппировать разряды исходного двоичного числа по n разрядов влево и вправо от запятой, разделяющей целую и дробную части.
2. Неполные группы двоичных цифр по краям исходного числа дополнить незначащими нулями. (Незначащими являются нули, стоящие перед целой частью и после дробной части числа).
3. Каждую из полученных групп двоичных цифр заменить соответствующей ей цифрой системы счисления с основанием 2^n .

ОТИ. Раздаточный материал №9

Перевести двоичное число 10110011011,1110101100011 в 16-ричную систему счисления. Процесс перевода в соответствии с описанным алгоритмом:

$$\begin{array}{cccccccc}
0101 & 1001 & 1011 & , & 1110 & 1011 & 0001 & 1000 \\
5 & 9 & B & & E & B & 1 & 8
\end{array}$$

ОТИ. Раздаточный материал №12 (справочно)

Таблица соответствия 10-х, 2-х, 8-х и 16-х чисел от 1 до 16

Десятичная система	Двоичная система	Восьмеричная система	Шестнадцатеричная система
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10
17	10001	21	11
18	10010	22	12

Домашнее задание:

Фронтальный опрос:

- алгоритм перевода целого десятичного числа в другую систему счисления;
- алгоритм перевода правильной десятичной дроби в другую систему счисления;
- алгоритм перевода чисел из СС с основанием "b" в десятичную систему;
- алгоритм перевода чисел из двоичной СС в СС с основанием 2^n ;
- алгоритм перевода чисел из 16-ричной (8-ричной) СС в двоичную;
- алгоритм перевода из 16-ричной системы счисления в 8-ричную.

Составление опорного конспекта.

Подготовка к ПЗ.

Подготовка к тесту №1.

Представление чисел в компьютере

С целью упрощения арифметических операций в ЭВМ применяют специальные коды для представления чисел: прямой, обратный и дополнительный.

Прямой код двоичного числа - это само двоичное число, а знак числа записывается двоичной цифрой: знак «-» - цифрой **1**, знак «+» - цифрой **0**.

Представление чисел в компьютере имеет два важных отличия:

- во-первых, числа записываются в двоичной системе счисления;
- во-вторых, для записи и обработки чисел отводится конечное количество разрядов (в "некомпьютерной" арифметике такое ограничение отсутствует).

Например, десятичное число (+12) в прямом двоичном коде запишется так: (0.1100), а десятичное число (-12) - (1.1100).

Прямой код используется при хранении чисел в памяти ЭВМ, а также при выполнении операций умножения и деления.

Другими формами представления чисел со знаком являются *обратный* и *дополнительный* коды. Эти коды позволяют заменить вычитание целых чисел их сложением, исходя из принципа:

$$a - b = a + (-b).$$

Положительные числа, записанные в прямом, обратном и дополнительном кодах **одинаковы**.

Так, положительное десятичное число 12 в прямом, обратном и дополнительном двоичном кодах запишется: (0.1100).

Для перевода отрицательного числа из прямого кода в **обратный** следует в знаковом разряде сохранить единицу, а цифры значащих разрядов инвертировать, т.е. "1" заменить на "0", а "0" на "1".

Дополнительный код отрицательного числа получается из **обратного** кода числа прибавлением "1" к младшему разряду этого числа.

ОТИ. Раздаточный материал №13

Записать десятичное число (-12) в прямом, обратном и дополнительном двоичном кодах в шестиразрядной ячейке:

1.01100 - прямой код 1.10011 - обратный код 1.10100 - дополнительный код

В данном примере один разряд отведен под знак числа, пять разрядов под само число, под точку в разрядной сетке место не выделяется. Само число сдвинуто к правому краю, а в избыточный разряд (в прямом коде) записан «0». Затем прямой код инвертируется для перевода в обратный.

Перевод чисел из **обратного (дополнительного)** кода в **прямой код** производится по тем же правилам, что и в **обратный (дополнительный) код** из **прямого**.

ОТИ. Раздаточный материал №14

Правила двоичной арифметики:

Сложение	Умножение
$0 + 0 = 0$	$0 * 0 = 0$
$0 + 1 = 1$	$0 * 1 = 0$
$1 + 0 = 1$	$1 * 0 = 0$
$1 + 1 = 10$	$1 * 1 = 1$

Правила сложения в дополнительном коде:

1. Сложение производится по правилам сложения двоичных чисел, включая знаковый разряд.
2. Если в результате сложения возникает перенос (переполнение) из знакового разряда, этот перенос игнорируется (отбрасывается). Знак результата формируется автоматически, результат представляется в том коде, в котором представлены исходные слагаемые.
3. Если знак суммы не совпадает со знаками слагаемых (эта ситуация может возникнуть только когда знаки одинаковы), имеет место переполнение разрядной сетки ЭВМ и результат должен быть признан неверным.

Сложение в **обратном** двоичном коде отличается от сложения в **дополнительном** коде лишь одним правилом: если в результате сложения возник перенос из знакового разряда, т.е. произошло переполнение, **необходимо к младшему разряду суммы прибавить "1"**.

ОТИ. Раздаточный материал №15

Реализовать операцию: 15 - 7 в прямом, обратном и дополнительном коде:

	10-е число	Прямой код	Обратный код	Дополнительный код
данные	15 - 7	0.1111 1.0111	0.1111 +1.1000	0.1111 +1.1001
промежуточный результат	8		10.0111 + 1	10.1000
окончательный результат	8		0.1000	0.1000

Выполняя сложение, следует выбирать разрядность ячейки по большему слагаемому

ОТИ. Раздаточный материал №16

Реализовать операцию: 7 - 15 в прямом, обратном и дополнительном коде:

	10-е число	Прямой код	Обратный код	Дополнительный код
данные	-15 + 7	1.1111 0.0111	1.0000 0.0111	1.0001 +0.0111
промежуточный результат	- 8		1.0111	1.1000
окончательный результат (в прямом коде)	- 8		1.1000	1.0111 + 1
				1.1000

Выполняя сложение, следует выбирать разрядность ячейки по большему слагаемому

Операция умножения выполняется в прямом коде. При этом на первом этапе определяется знак произведения, если сомножители имеют одинаковые знаки, то результат положительный (0 в знаковом разряде), если - разные, то результат отрицательный (1 в знаковом разряде). Затем производится перемножение модулей сомножителей согласно двоичной таблице умножения. Результату присваивается полученный знак.

Умножение двоичных чисел столбиком производится по тем же правилам, что и десятичных, только по двоичной таблице. Умножается первое число на каждый разряд второго и результаты записываются один под другим со сдвигом. Затем полученные промежуточные результаты складываются с учетом сдвига.

ОТИ. Раздаточный материал №17

Найти произведение двух чисел 21 и 9 в двоичной СС.

В результате перевода сомножителей в двоичную систему счисления получаем:

$$21_{10} = 10101_2, \quad 9_{10} = 1001_2$$

$$\begin{array}{r} 10101 \\ 1001 \\ \hline 10101 \\ 0000 \\ 0000 \\ 10101 \\ \hline 1011101 \end{array}$$

Проверяем: $1011101_2 = 189_{10}$;

$$21 * 9 = 189.$$

Сложение чисел с плавающей запятой

При представлении чисел с плавающей запятой (в показательной форме) числа имеют вид правильной дроби:

$$N = a * b^p,$$

где a - мантисса (она является правильной дробью со знаком);

b - Основание системы счисления (в ЭВМ лишь подразумевается);

p - Порядок (целое число со знаком).

Например, необходимо записать десятичное число 23,73 в форме с плавающей запятой.

Варианты записи:

1) $23,73 \cdot 10^0$

2) $2,373 \cdot 10^1$

3) $0,2373 \cdot 10^2$

4) $0,02373 \cdot 10^3$ и т.д.

Чтобы исключить неоднозначность записи используют так называемую *нормализованную* форму записи чисел с плавающей запятой: в этой форме мантисса числа имеет нулевую целую часть, а в старшем разряде дробной части - цифру, отличную от нуля (для двоичной системы - всегда "1"). Так, среди вариантов записи числа из примера нормализованным будет число варианта 3.

Аналогично представляются числа с плавающей запятой и в двоичной системе.

ОТИ. Раздаточный материал №18

Двоичное число 101,011 в нормализованной показательной форме имеет вид:

$$0,101011 \cdot 10^{11}$$

Здесь основание "10" - запись десятичного числа "2" в двоичной системе счисления, а показатель "11" - двоичный аналог десятичного числа "3", компенсирующий сдвиг мантиссы на три разряда вправо при получении нормализованной формы.

Сложение чисел с плавающей запятой осуществляется в соответствии со следующим алгоритмом:

1. Уравнять порядки слагаемых. Для этого меньший порядок увеличивается до большего; при этом соответственно сдвигается мантисса корректируемого числа. Так как число разрядов мантиссы (как и порядка) постоянно и задано разрядной сеткой ЭВМ, младшие разряды преобразуемого числа, выходящие за пределы разрядной сетки, теряются.

2. Суммировать мантиссы по правилам алгебраического сложения двоичных чисел.

3. В случае переполнения произвести нормализацию результата (сдвинуть мантиссу до получения нормализованной формы с соответствующим изменением значения порядка).

ОТИ. Раздаточный материал №19

Пусть необходимо сложить двоичные числа в пределах данной разрядной сетки, в которой мантисса слагаемых имеет разрядность 5, а порядок - 2.

$$0,11111 \cdot 10^{10} \text{ и } 0,10101 \cdot 10^{01},$$

Реализуем вышеописанный алгоритм по пунктам:

1. Уравниваем порядки:

1-е число		2-е число	
мантисса	порядок	мантисса	порядок
0,11111	10	0,01010	10

2. Складываем мантиссы чисел, результатом является число:

мантисса	порядок
1,01001	10

3. Нормализуем мантиссу и соответственно увеличиваем порядок, получаем окончательный результат:

мантисса	порядок
0,10100	11

Фронтальный опрос:

- получение прямого кода числа.
- получение обратного кода числа.
- получение дополнительного кода числа;
- правило сложения чисел в обратном коде;
- правило сложения чисел в дополнительном коде;
- понятие нормализованной формы числа;
- правило сложения чисел с плавающей запятой.