Основные сведения о дисциплине.

Кибернетика — это наука об общих законах получения, хранения, передачи и переработки информации. Ее основной предмет исследования — это так называемые кибернетические системы, рассматриваемые абстрактно, вне зависимости от их материальной природы. Примеры кибернетических систем: автоматические регуляторы в технике, ЭВМ, мозг человека или животных, биологическая популяция, социум. Часто кибернетику связывают с методами искусственного интеллекта, т. к. она разрабатывает общие принципы создания систем управления и систем для автоматизации умственного труда.

ОТИ. Раздаточный материал №1

Разделы кибернетики (основатели американские ученые Норберт Винер и Клод Шеннон, 1948 г.)

теория информации

теория алгоритмов

теория автоматов

исследование операций

теория оптимального управления

теория распознавания образов

Н. Винер ввел основную категорию кибернетики — управление. Сущность принципа управления заключается в том, что движение и действие больших масс или передача и преобразование больших количеств энергии направляется и контролируется при помощи небольших количеств энергии, несущих информацию. Этот принцип управления лежит в основе организации и действия любых управляемых систем: автоматических устройств, живых организмов и т. п.

Клод Шеннон является основоположником теории информации.

В нашей стране значительный вклад в развитие кибернетики внесли академики Берг А. И. и Глушков В. М.

Теория информации тесно связана с такими разделами математики как теория вероятностей и математическая статистика, а также прикладная алгебра, которые предоставляют для нее математический фундамент. Часто теорию информации вообще рассматривают как одну из ветвей теории вероятностей или как часть теории связи.

Теория информации представляет собой математическую теорию, посвященную измерению информации, ее потока, “размеров” канала связи и т. п., особенно применительно к радио, телеграфии, телевидению и к другим средствам связи. Кроме того, теория информации изучает методы построения кодов, обладающих полезными свойствами.

Информацию можно определить как набор сообщений об объектах и явлениях окружающей среды, их параметрах, свойствах и состоянии, которые уменьшают имеющуюся о них степень неопределенности и не полноты знаний.

Сообщение в свою очередь является формой представления информации в виде речи, текста, изображения, графиков, таблиц, видеоизображения, звука и т. п.

Информация не только характеризует структуру материи, но создает и воспроизводит эту структуру. Например, любой созданный человеком объект первоначально существует в виде идеи (образа) в голове его творца, а свойства самого человека в значительной степени запрограммированы информацией, хранящейся в его геноме.

“Антиподом” информации, характеризующей структурированность материи, является энтропия, которая отражает ее неупорядоченность (“хаос”).

Понятия количества, значения и ценности информации приобретают смысл, если в рассмотрении появляется система, которая эту информацию использует. Такой системой может быть, например, живой организм, сообщество людей или компьютер, управляющий некоторым агрегатом.

Система всегда существует в определенной среде и постоянно корректирует ее на основе получаемых сведений (адаптировать). В рамках такого подхода информация есть «представление субъекта об окружающей среде». Напротив, энтропия – неопределенность в таком представлении. Появление новых сведений снимает часть неопределенности и энтропия (“незнание”) заменяется информацией (“знанием”).

Обратите внимание, что информация сама по себе не материальна, однако, она всегда имеет материальные носители: сигналы, которые ее переносят или параметры элементов, с помощью которых она хранится. Сигналы служат носителями информации при восприятии ее из среды и при передаче от одного субъекта другому.

Фронтальный опрос:

- Дать определение кибернетики.
- Привести примеры кибернетических систем.
- Перечислить разделы кибернетики.
- В чем заключается принцип управления?
- Что изучает теория информации?
- Что понимают под информацией?
- Какое понятие является антиподом информации?
- Для чего служат сигналы?

Свойства информации. Виды и формы представления информации.

Информация, как и любой объект, обладает следующими наиболее важными свойствами:

ОТИ. Раздаточный материал №2

Свойства информации

Объективность	Объективная информация – существующая независимо от человеческого сознания, методов ее фиксации, чьего-либо мнения или отношения
Достоверность	Информация, отражающая истинное положение дел, является достоверной. Недостоверная информация чаще всего приводит к неправильному пониманию или принятию неправильных решений. Устаревание информации может из достоверной информации сделать недостоверную, т.к. она уже не будет отражением истинного положения дел
Полнота	Информация является полной, если она достаточна для понимания и принятия решений. Неполная или избыточная информация может привести к задержке принятия решения или к ошибке
Точность информации	степень ее близости к реальному состоянию объекта, процесса, явления и т.п. Ценность информации зависит от ее важности для принятия решения, решения задачи и дальнейшей применимости в каких-либо видах деятельности человека
Актуальность	Только своевременность получения информации может привести к ожидаемому результату
Понятность	Если ценную и своевременную информацию выразить непонятно, то она, скорее всего, станет бесполезной. Информация будет понятной, когда она, как минимум, выражена понятным для получателя языком
Доступность	Информация должна соответствовать уровню восприятия получателя. Например, одни и те же вопросы по-разному излагаются в учебниках для школы и колледжа
Краткость	Информация воспринимается гораздо лучше, если она представлена не подробно и многословно, а с допустимой степенью сжатости, без лишних деталей. Краткость информации незаменима в справочниках, энциклопедиях, инструкциях. Логичность, компактность, удобная форма представления облегчает понимание и усвоение информации.

Классификация **основных форм представления информации** (формализация), используемых человеком для ее передачи и хранения.

1. Символьная информация:
   a. Знаки представляют материальное замещение понятий, которыми человек пользуется, чтобы упорядочить и упростить свои представления о внешнем мире (так, понятие “человек” обобщает множество индивидуальностей разного возраста, пола, расы и т.д., а этому понятию может соответствовать определенный знак, например, пиктограмма).
   b. Знаковые системы. Обычно знаки образуют систему. Примером знаковой системы являются различные языки – от живого языка человеческого общения до алгоритмического языка для записи программ или языка химических формул. Другие примеры – набор цветов светофора, знаков дорожного движения и т.д. Существуют и внесистемные знаки, которые обычно тоже являются «обломками» знаковых систем (например, жесты или междометия).
   c. Текстовая форма является более сложной. Здесь также, как и в предыдущей форме используются символы: буквы, цифры, математические знаки. Однако информация заложена не только в этих символах, но и в их сочетаниях, порядке следования. Например, слова КОТ и ТОК имеют одинаковые буквы, но содержат различную информацию.

2. Графическая форма является наиболее сложной и емкой. К этой форме относятся фотографии, схемы, чертежи, рисунки и т.п.
3. Параметрическая (числовая) информация. Для представления количественной информации чаще всего используются числа. По сравнению с представлением величин непрерывными зависимостями они дают значительные преимущества в возможностях обработки и хранения информации. Именно поэтому непрерывные сообщения часто “оцифровывают”, то есть представляют, как последовательность чисел.

Виды информации

Информация может быть двух видов: дискретная (цифровая) и непрерывная (аналоговая). Дискретная информация характеризуется последовательными точными значениями некоторой величины, а непрерывная — непрерывным процессом изменения некоторой величины. Непрерывную информацию может, например, выдавать датчик атмосферного давления или датчик скорости автомашины. Дискретную информацию можно получить от любого цифрового индикатора: электронных часов, счетчика и т. п.

Фронтальный опрос:

- дать понятие объективности информации;
- дать понятие достоверности информации;
- дать понятие полноты информации;
- дать понятие точности информации;
- дать понятие актуальности информации;
- что такое понятность информации?
- дать понятие доступности информации;
- дать понятие краткости информации;
- что представляют собой знаки?
- что представляют собой знаковые системы?
- что представляет собой текстовая форма информации?
- что представляет собой графическая форма информации?
- для чего нужная числовая информация?
- виды информации;
- понятие дискретной информации;
- понятие непрерывной информации.

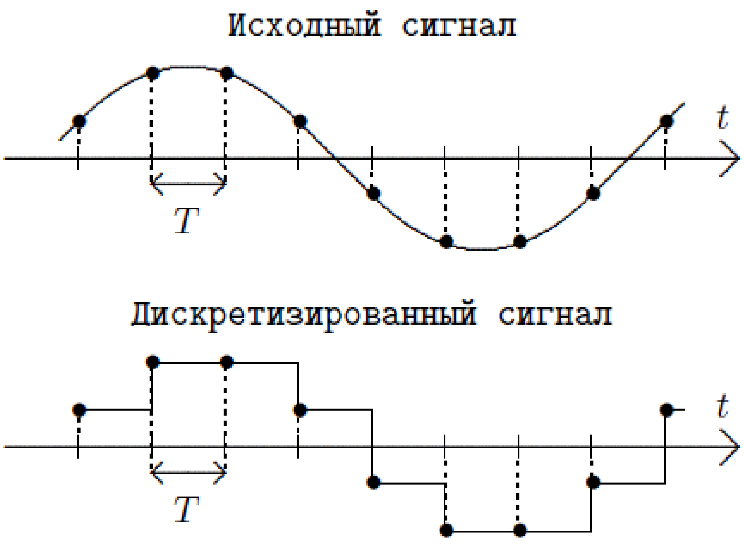
Домашнее задание:

Понятие единицы измерения Герц

Дискретизация информации, теорема Котельникова

Дискретная информация удобнее для обработки человеком, но непрерывная информация часто встречается в практической работе, поэтому необходимо уметь переводить непрерывную информацию в дискретную (дискретизация) и наоборот. Для такого перевода существует устройство называемое «модем» (от слов модуляция/демодуляция). Модем переводит цифровые данные от ПК в звук, т.е. в электромагнитные колебания, и наоборот.

ОТИ. Раздаточный материал №4



При переводе непрерывной информации в дискретную важна так называемая частота дискретизации ν, определяющая период (T = 1/ν) между измерениями значений непрерывной величины.

Чем выше частота дискретизации, тем точнее происходит перевод непрерывной информации в дискретную. Но с ростом этой частоты растет и размер дискретных данных, получаемых при таком переводе, и, следовательно, сложность их обработки, передачи и хранения. Однако для повышения точности дискретизации необязательно безграничное увеличение ее частоты. Эту частоту разумно увеличивать только до предела, определяемого теоремой о выборках, называемой также теоремой Котельникова или законом Найквиста (Nyquist).

Теорема Котельникова

Любая непрерывная величина описывается множеством наложенных друг на друга волновых процессов, называемых гармониками.

ОТИ. Раздаточный материал №5

Теорема Котельникова: для точной дискретизации ее частота должна быть не менее чем в два раза выше наибольшей частоты гармоники, входящей в дискретизируемую величину.

Примером использования этой теоремы являются лазерные компакт-диски, звуковая информация на которых хранится в цифровой форме. Чем выше будет частота дискретизации, тем точнее будут воспроизводиться звуки и тем меньше их можно будет записать на один диск, но ухо обычного человека способно различать звуки с частотой до 20 КГц, поэтому точно записывать звуки с большей частотой бессмысленно. Согласно теореме о выборках частоту дискретизации нужно выбрать не меньшей 40 КГц (в промышленном стандарте на компакт-диске используется частота 44.1 КГц).

При преобразовании дискретной информации в непрерывную, определяющей является скорость этого преобразования: чем она выше, с тем более высокочастотными гармониками получится непрерывная величина. Но чем большие частоты встречаются в этой величине, тем сложнее с ней работать. Например, обычные телефонные линии предназначены для передачи звуков частотой до 3 КГц.

Устройства для преобразования непрерывной информации в дискретную обобщающе называются АЦП (аналого-цифровой преобразователь) или ADC (Analog to Digital Convertor, A/D), а устройства для преобразования дискретной информации в аналоговую — ЦАП (цифро-аналоговый преобразователь) или DAC (Digital to Analog Convertor, D/A).

Фронтальный опрос:

- что такое дискретизация аналогового сигнала?
- для чего необходима дискретизация?
- от чего зависит точность перевода непрерывной информации в дискретную?
- какую проблему порождает рост частоты дискретизации?
- что такое гармоника?
- что гласит теорема о выборках?
- пример использования теоремы о выборках;
- дать определение АЦП;
- дать определение ЦАП;
- в цифровых магнитофонах частота дискретизации — 48 КГц. Какова максимальная частота звуковых волн, которые можно точно воспроизводить на таких магнитофонах?

Домашнее задание:
Примеры практического применения теоремы Котельникова

Классификация систем счисления

Современные вычислительные машины оперируют с информацией, представленной в цифровой форме. Числовые данные преобразуются в двоичную систему счисления, а в качестве промежуточных систем счисления используются восьмеричная и шестнадцатеричная.

Система счисления (СС) - совокупность символов и правил для записи чисел. СС разделяются на позиционные и непозиционные.

Позиционной системой счисления называется такая, в которой количественное значение каждой цифры зависит от её позиции (места) в числе (арабская система счисления).

Примером позиционной системы счисления является десятичная система счисления, которая располагает только десятью цифрами - 0,1,2,...,9 - но это не мешает представить с их помощью любое число.

Непозиционной системой называется такая, в которой количественное значение каждой цифры не зависит от занимаемой ею позиции в изображении числа, например, римская система счисления.

Одно и то же число можно представить в различных системах счисления. Запись числа при этом различна, а значение остается неизменным.

Несмотря на то, что десятичная СС имеет широкое распространение, цифровые ЭВМ строятся на двоичных элементах, т.к. реализовать на аппаратном уровне элементы с 10 четко различимыми состояниями сложно. По этой причине ЭВМ строятся на базе двоичных цифровых устройств: триггеров, регистров, счетчиков, логических элементов и т.д.

Двоичная, восьмеричная и шестнадцатеричная системы счисления относятся к так называемой «машинной группе». Каждая система счисления из этой группы применяется в различных случаях, а именно:

- двоичная - используется для организации преобразования информации, кодирования дискретного сигнала, потребителем которого является вычислительная техника, поскольку двоичный сигнал проще реализовать на аппаратном уровне;
- восьмеричная и шестнадцатеричная - используются при составлении программ на языке машинных кодов для более короткой и удобной записи двоичных кодов - команд, данных, адресов и операндов.

Десятичная система применяется в ЭВМ для ввода данных и вывода на устройства печати и на экран дисплея.

Правила записи и выполнения различных операций во всех позиционных СС одинаковы, эти системы счисления отличаются друг от друга только основанием.

Основание системы счисления - это количество цифр (символов), используемых для записи любого числа, так:

- в десятичной системе счисления используется десять цифр - 0 - 9;
- в двоичной системе счисления используются две цифры - 0 и 1;
- в восьмеричной системе - восемь цифр - 0 - 7;
- в шестнадцатеричной системе счисления задействовано шестнадцать символов - цифры 0 - 9 и буквы латинского алфавита A, B, C, D, E, F для записи чисел 10, 11, 12, 13, 14, 15 соответственно.

Фронтальный опрос:

- что такое система счисления?
- дать определение позиционной системе счисления;
- дать определение непозиционной системе счисления;
- перечислить позиционные системы счисления;
- в каких случаях используется двоичная система счисления?
- в каких случаях используется восьмеричная и шестнадцатеричная система счисления?
- в каких случаях используется десятеричная система счисления?
- дать определение основания системы счисления;
- привести примеры оснований систем счисления.

Правила перевода чисел из одной системы счисления в другую

Для перевода чисел из одной системы счисления в другую существуют определенные правила. Они различаются в зависимости от формата числа - целое или правильная дробь.

Для вещественных чисел используется комбинация правил перевода для целого числа и правильной дроби.

При записи чисел для различия систем счисления будем использовать подстрочный индекс справа от числа:

- для двоичных чисел - в виде цифры 2;
- для восьмеричных чисел - в виде цифры 8;
- для шестнадцатеричных чисел - в виде числа 16.

Алгоритм перевода ***целого числа (целой части)*** десятичного числа в систему счисления с основанием "b" реализуется посредством выполнения следующих шагов:

1. Разделить **нацело** исходное десятичное число на основание "b", т.е. получить **частное** и **остаток**. Остаток от деления зафиксировать.
2. Полученное частное вновь делить на основание "b" остаток зафиксировать. Процедуру продолжать до тех пор, пока частное не станет равным нулю.
3. Записать полученные остатки снизу вверх в порядке, обратном их получению.

Результатом перевода должно быть *целое число.*

ОТИ. Раздаточный материал №6

Перевести десятичное число 75 в двоичную систему счисления (b = 2). Последовательные деления дают следующие результаты:

75 : 2 = 37 (остаток 1);
37 : 2 = 18 (остаток 1);
18 : 2 = 9 (остаток 0);
9 : 2 = 4 (остаток 1);
4 : 2 = 2 (остаток 0);
2 : 2 = 1 (остаток 0);
1 : 2 = 0 (остаток 1).

Таким образом, записывая остатки от деления, начиная с последнего, получаем число 75 в двоичной системе: 1001011.

Алгоритм перевода ***правильной дроби (дробной части)*** десятичного числа в систему счисления с основанием "b" заключается в следующем:

1. Умножить исходное десятичное число на основание "b". Зафиксировать целую часть полученного произведения.
2. Дробную часть полученного числа вновь умножить на основание "b", целую часть полученного произведения зафиксировать и т.д. Последовательно повторять умножение. (Перед каждым умножением целую часть предыдущего результата следует обнулить).
3. Завершить процесс последовательных умножений либо при получении нулевой дробной части в очередном произведении, либо при достижении требуемой точности (число умножений определяет число знаков дробной части числа в СС с основанием "b").
4. Справа от запятой записать зафиксированные целые части в той последовательности, в которой они получены.

ОТИ. Раздаточный материал №7

Перевести десятичное число 0,7 в двоичную систему счисления с восемью знаками после запятой. Последовательные умножения дают следующие результаты:

0,7 * 2 = 1,4 (целая часть 1);
0,4 * 2 = 0,8 (целая часть 0);

0,8 * 2 = 1,6 (целая часть 1);
0,6 * 2 = 1,2 (целая часть 1);
0,2 * 2 = 0,4 (целая часть 0);
0,4 * 2 = 0,8 (целая часть 0);
0,8 * 2 = 1,6 (целая часть 1);
0,6 * 2 = 1,2 (целая часть 1).

Таким образом, результат с точностью до восьмого знака: 0,10110011.

Перевод чисел из системы счисления с основанием "b" в десятичную систему счисления

В общем виде число в позиционной СС может быть разложено по степеням *своего* основания "b" и представлено в виде полинома:

ОТИ. Раздаточный материал №8

$A_b = a_{n-1}*b^{n-1} + a_{n-2}*b^{n-2} + \ldots + a_1*b^1 + a_0*b^0 + a_{-1}*b^{-1} + \ldots + a_{-m}*b^{-m}$, где

A_i - цифры системы счисления;
n и m – число целых и дробных разрядов соответственно;
b – основание системы счисления.

Примеры:

$28{,}56_{10} = 2*10^1 + 8*10^0 + 5*10^{-1} + 3*10^{-2}$;

$10101_2 = 1*2^4 + 0*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0; = 16 + 0 + 4 + 0 + 1 = 21_{10}$;

Алгоритм перевода чисел из СС с основанием "b" в десятичную систему счисления заключается в выполнении следующих действий:

1. Записать исходное число с основанием "b" в виде полинома в соответствии с формулой (РМ№8).
2. Подставить вместо буквенных обозначений соответствующие числовые значения, записанные в десятичной системе счисления.
3. Произвести вычисления.

Перевод чисел из СС с основанием 2^n в СС с основанием 2 и обратно

Если необходимо перевести число из двоичной системы счисления в систему счисления, основанием которой является 2^n, достаточно объединить цифры двоичного числа в группы по столько цифр, каков показатель степени n и использовать приведенный ниже алгоритм.

Поскольку $8 = 2^3$, то каждый 8-ричный разряд однозначно соответствует трем двоичным разрядам (триады), аналогично $16 = 2^4$ и каждый 16-ричный разряд соответствует четырем двоичным разрядам (тетрады) (РМ №12).

Алгоритм перевода чисел из двоичной СС в СС с основанием 2^n:

1. Сгруппировать разряды исходного двоичного числа по n разрядов влево и вправо от запятой, разделяющей целую и дробную части.
2. Неполные группы двоичных цифр по краям исходного числа дополнить незначащими нулями. (Незначащими являются нули, стоящие перед целой частью и после дробной части числа).
3. Каждую из полученных групп двоичных цифр заменить соответствующей ей цифрой системы счисления с основанием 2^n.

ОТИ. Раздаточный материал №9

Перевести двоичное число 10110011011,1110101100011 в 16- ричную систему счисления.
Процесс перевода в соответствии с описанным алгоритмом:

0101 1001 1011,1110 1011 0001 1000.
5 9 B E B 1 8

Таким образом, результатом перевода будет 16-ричное число 59B,EB18.

Перевести это же двоичное число в восьмеричную СС.
010 110 011 011,111 010 110 001 100 0.
2 6 3 3 7 2 6 1 4

Результатом перевода является 8-ричное число $2633,72614_{16}$.

Правила перевода чисел из 16-ричной (8-ричной) СС в двоичную:

1. Каждую цифру 16-ричного (8-ричного) числа заменить соответствующим 4-разрядным (3-разрядным) двоичным числом.
2. Полученные двоичные коды расположить на местах соответствующих 16- ричных (8-ричных) цифр, сохранив расположение запятой.
3. Опустить незначащие нули в старших разрядах целой части и младших разрядах дробной части.

ОТИ. Раздаточный материал №10

Перевести 8-ричное число $1527,364_8$ в двоичную систему.
Следуя приведенному алгоритму, получаем:

1 5 2 7, 3 6 4
001 101 010 111,011 110 100

Окончательный результат: $1101010111,0111101_2$

Перевод чисел из 16-ричной системы счисления в 8-ричную (или обратно) целесообразно осуществлять в два этапа:

1. Перевести число из исходной системы счисления в двоичную.
2. Перевести полученное в п.1 двоичное число в требуемую СС.

ОТИ. Раздаточный материал №11

Перевести число $7C3,D9_{16}$ в 8-ричную СС.
1 этап 7 C 3 , D 9
0111 1100 0011 , 1101 1001

2 этап 011 111 000 011,110 110 010
3 7 0 3, 6 6 2

Окончательный результат: $7C3,D9_{16} = 3703,662_8$

ОТИ. Раздаточный материал №12 (справочно)

Таблица соответствия 10-х, 2-х, 8-х и 16-х чисел от 1 до 16

Десятичная система	Двоичная система	Восьмеричная система	Шестнадцатеричная система
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10
17	10001	21	11
18	10010	22	12

Домашнее задание:

Фронтальный опрос:

- алгоритм перевода целого десятичного числа в другую систему счисления;
- алгоритм перевода правильной десятичной дроби в другую систему счисления;
- алгоритм перевода чисел из СС с основанием "b" в десятичную систему;
- алгоритм перевода чисел из двоичной СС в СС с основанием 2^n;
- алгоритм перевода чисел из 16-ричной (8-ричной) СС в двоичную;
- алгоритм перевода из 16-ричной системы счисления в 8-ричную.

Составление опорного конспекта.
Подготовка к ПЗ.
Подготовка к тесту №1.

Представление чисел в компьютере

С целью упрощения арифметических операций в ЭВМ применяют специальные коды для представления чисел: прямой, обратный и дополнительный.

Прямой код двоичного числа - это само двоичное число, а знак числа записывается двоичной цифрой: знак «-» - цифрой **1**, знак «+» - цифрой **0.**

Представление чисел в компьютере имеет два важных отличия:

- во-первых, числа записываются в двоичной системе счисления;
- во-вторых, для записи и обработки чисел отводится конечное количество разрядов (в "некомпьютерной" арифметике такое ограничение отсутствует).

Например, десятичное число (+12) в прямом двоичном коде запишется так: (0.1100), а десятичное число (-12) - (1.1100).

Прямой код используется при хранении чисел в памяти ЭВМ, а также при выполнении операций умножения и деления.

Другими формами представления чисел со знаком являются *обратный* и *дополнительный* коды. Эти коды позволяют заменить вычитание целых чисел их сложением, исходя из принципа:

a - b = a + (-b).

Положительные числа, записанные в прямом, обратном и дополнительном кодах **одинаковы.**

Так, положительное десятичное число 12 в прямом, обратном и дополнительном двоичном кодах запишется: (0.1100).

Для перевода отрицательного числа из прямого кода в **обратный** следует в знаковом разряде сохранить единицу, а цифры значащих разрядов инвертировать, т.е. "1" заменить на "0", а "0" на "1".

Дополнительный код отрицательного числа получается из **обратного** кода числа прибавлением "1" к младшему разряду этого числа.

ОТИ. Раздаточный материал №13

Записать десятичное число (-12) в прямом, обратном и дополнительном двоичном кодах в шестиразрядной ячейке:

1.01100 - прямой код 1.10011 - обратный код 1.10100 - дополнительный код

В данном примере один разряд отведен под знак числа, пять разрядов под само число, под точку в разрядной сетке место не выделяется. Само число сдвинуто к правому краю, а в избыточный разряд (в прямом коде) записан «0». Затем прямой код инвертируется для перевода в обратный.

Перевод чисел из **обратного (дополнительного)** кода в **прямой код** производится по тем же правилами, что и в **обратный (дополнительный) код** из **прямого.**

ОТИ. Раздаточный материал №14

Правила двоичной арифметики:

Сложение	Умножение
0 + 0 = 0	0 * 0 = 0
0 + 1 = 1	0 * 1 = 0
1 + 0 = 1	1 * 0 = 0
1 + 1 = 10	1 * 1 = 1

Правила сложения в дополнительном коде:

1. Сложение производится по правилам сложения двоичных чисел, включая знаковый разряд.
2. Если в результате сложения возникает перенос (переполнение) из знакового разряда, этот перенос игнорируется (отбрасывается). Знак результата формируется автоматически, результат представляется в том коде, в котором представлены исходные слагаемые.
3. Если знак суммы не совпадает со знаками слагаемых (эта ситуация может возникнуть только когда знаки одинаковы), имеет место переполнение разрядной сетки ЭВМ и результат должен быть признан неверным.

Сложение в ***обратном*** двоичном коде отличается от сложения в ***дополнительном*** коде лишь одним правилом: если в результате сложения возник перенос из знакового разряда, т.е. произошло переполнение, **необходимо к младшему разряду суммы прибавить ”1”**.

ОТИ. Раздаточный материал №15

Реализовать операцию: 15 - 7 в прямом, обратном и дополнительном коде:

	10-е число	**Прямой код**	**Обратный код**	**Дополнительный код**
данные	15 - 7	0.1111 1.0111	0.1111 +1.1000	0.1111 +1.1001
промежуточный результат	8		10.0111 + 1	10.1000
окончательный результат	8		0.1000	0.1000

Выполняя сложение, следует выбирать разрядность ячейки по большему слагаемому

ОТИ. Раздаточный материал №16

Реализовать операцию: 7 - 15 в прямом, обратном и дополнительном коде:

	10-е число	Прямой код	Обратный код	Дополнительный код
данные	-15 + 7	1.1111 0.0111	1.0000 0.0111	1.0001 +0.0111
промежуточный результат	- 8		1.0111	1.1000
окончательный результат (в прямом коде)	- 8		1.1000	1.0111 + 1 1.1000

Выполняя сложение, следует выбирать разрядность ячейки по большему слагаемому

Операция умножения выполняется в прямом коде. При этом на первом этапе определяется знак произведения, если сомножители имеют одинаковые знаки, то результат положительный (0 в знаковом разряде), если - разные, то результат отрицательный (1 в знаковом разряде). Затем производится перемножение модулей сомножителей согласно двоичной таблице умножения. Результату присваивается полученный знак.

Умножение двоичных чисел столбиком производится по тем же правилам, что и десятичных, только по двоичной таблице. Умножается первое число на каждый разряд второго и результаты записываются один под другим со сдвигом. Затем полученные промежуточные результаты складываются с учетом сдвига.

ОТИ. Раздаточный материал №17

Найти произведение двух чисел 21 и 9 в двоичной СС.

В результате перевода сомножителей в двоичную систему счисления получаем:

$21_{10} = 10101_2$, $9_{10} = 1001_2$

```
     10101
      1001
    --------
     10101
     0000
    0000
  10101
 -------------
  10111101
```

Проверяем: $10111101_2 = 189_{10}$;

$21 * 9 = 189$.

Сложение чисел с плавающей запятой

При представлении чисел с плавающей запятой (в показательной форме) числа имеют вид правильной дроби:

$$N = a * b^p ,$$

где a - мантисса (она является правильной дробью со знаком);

b - Основание системы счисления (в ЭВМ лишь подразумевается);

p - Порядок (целое число со знаком).

Например, необходимо записать десятичное число 23,73 в форме с плавающей запятой.

Варианты записи:

1) **23,73 • 10⁰** 2) **2,373 • 10¹**

3) **0,2373 • 10²** 4) 0,02373 • 10³ и т.д.

Чтобы исключить неоднозначность записи используют так называемую *нормализованную* форму записи чисел с плавающей запятой: в этой форме мантисса числа имеет нулевую целую часть, а в старшем разряде дробной части - цифру, отличную от нуля (для двоичной системы - всегда "1"). Так, среди вариантов записи числа из примера нормализованным будет число варианта 3.

Аналогично представляются числа с плавающей запятой и в двоичной системе.

ОТИ. Раздаточный материал №18

Двоичное число 101,011 в нормализованной показательной форме имеет вид:

$0{,}101011 \cdot 10^{11}$

Здесь основание "10" - запись десятичного числа "2" в двоичной системе счисления, а показатель "11" - двоичный аналог десятичного числа "3", компенсирующий сдвиг мантиссы на три разряда вправо при получении нормализованной формы.

Сложение чисел с плавающей запятой осуществляется в соответствии со следующим алгоритмом:

1. Уравнять порядки слагаемых. Для этого меньший порядок увеличивается до большего; при этом соответственно сдвигается мантисса корректируемого числа. Так как число разрядов мантиссы (как и порядка) постоянно и задано разрядной сеткой ЭВМ, младшие разряды преобразуемого числа, выходящие за пределы разрядной сетки, теряются.

2. Суммировать мантиссы по правилам алгебраического сложения двоичных чисел.

3. В случае переполнения произвести нормализацию результата (сдвинуть мантиссу до получения нормализованной формы с соответствующим изменением значения порядка).

ОТИ. Раздаточный материал №19

Пусть необходимо сложить двоичные числа в пределах данной разрядной сетки, в которой мантисса слагаемых имеет разрядность 5, а порядок - 2.

$$\mathbf{0{,}11111 \bullet 10^{10} \text{ и } 0{,}10101 \bullet 10^{01},}$$

Реализуем вышеописанный алгоритм по пунктам:

1. Уравниваем порядки:

1-е число		2-е число	
мантисса	порядок	мантисса	порядок
0,11111	10	0,01010	10

2. Складываем мантиссы чисел, результатом является число:

мантисса	порядок
1,01001	10

3. Нормализуем мантиссу и соответственно увеличиваем порядок, получаем окончательный результат:

мантисса	порядок
0,10100	11

Фронтальный опрос:

- получение прямого кода числа.
- получение обратного кода числа.
- получение дополнительного кода числа;
- правило сложения чисел в обратном коде;
- правило сложения чисел в дополнительном коде;
- понятие нормализованной формы числа;
- правило сложения чисел с плавающей запятой.

Равномерное и неравномерное кодирование. Условие Фано

Кодирование может быть *равномерное* и *неравномерное.* Понимание этих понятий важно для эффективной передачи и хранения данных.

- **равномерное** кодирование — все символы кодируются кодами равной длины; Равномерное кодирование символов применяется в стандарте Unicode, где на каждый символ отводится одинаковое количество бит.
- **неравномерное** кодирование — разные символы могут кодироваться кодами разной длины, это затрудняет однозначное декодирование или даже делает его невозможным. Неравномерное кодирование используется, например, в азбуке Морзе.

Чтобы добиться однозначного декодирования при неравномерном кодировании используют **Условие Фано.**

Условие Фано гласит: ни один код не должен быть началом другого (более длинного) кода.

Именно это свойство и гарантирует однозначное декодирование сообщения.

Пример: Если у нас есть коды 10 и 101, то такое кодирование нарушает условие Фано, потому что 10 является началом 101.

Задачи

****

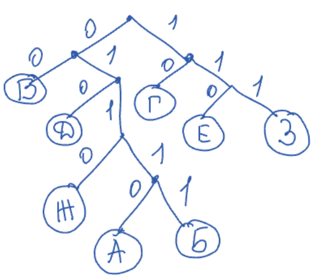
Раздел «Неравномерное кодирование. Условие Фано»

Пример 1.1

По каналу связи передаются сообщения, содержащие только восемь букв: А, Б, В, Г, Д, Е, Ж и З. Для передачи используется двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Кодовые слова для некоторых букв известны:

В	00
Г	10
Д	010
Е	110
Ж	0110
З	111

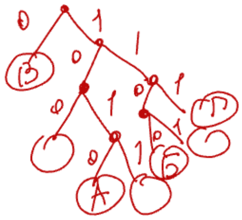
Найти коды недостающих букв.



Ответ: А - 01110, Б - 01111

Пример 1.2

По каналу связи передаются сообщения, содержащие только четыре буквы: А, Б, В, Г. Для передачи используется двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Для букв А, Б, В используются такие кодовые слова: А – 1010; Б – 1100; В – 0.
Укажите кратчайшее кодовое слово для буквы Г, при котором код будет допускать однозначное декодирование. Если таких кодов несколько, укажите код с наибольшим числовым значением.



Ответ: Г – 111.

Пример 1.3

Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв A, B, C, D, E, F, решили использовать неравномерный двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Для буквы A использовали кодовое слово 0; для буквы B – кодовое слово 10. Какова наименьшая возможная сумма длин кодовых слов для букв C, D, E, F?
Ответ: 16.

****
Раздел «Неравномерное кодирование.

Пример 2.1

При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 15 символов и содержащий цифры и заглавные буквы русского алфавита. Буквы Ё, Й, Ь, Ы и Ъ не используются. Таким образом, используется 38 различных символов. Каждый такой пароль в компьютерной системе записывается минимально возможным и одинаковым целым количеством байт (при этом используют посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит).
Определите объём памяти, отводимый этой системой для записи 40 паролей.
Ответ: 480 байт.

****
На оценку:

Задача 1.

По каналу связи передаются шифрованные сообщения, содержащие только десять букв: А, Б, Е, И, К, Л, Р, С, Т, У; для передачи используется неравномерный двоичный код. Для девяти букв используются кодовые слова.
Укажите кратчайшее кодовое слово для буквы Б, при котором код будет удовлетворять условию Фано. Если таких кодов несколько, укажите код с наименьшим числовым значением.

Буква	Кодовое слово		Буква	Кодовое слово
А	00		Л	1001
Б			Р	1110
Е	010		С	1010
И	011		Т	1111
К	1011		У	110

Задача 2.

Для кодирования растрового рисунка, напечатанного с использованием шести красок, применили неравномерный двоичный код. Для кодирования цветов используются кодовые слова.
Укажите кратчайшее кодовое слово для кодирования синего цвета, при котором код будет удовлетворять условию Фано. Если таких кодов несколько, укажите код с наименьшим числовым значением.

Цвет	Кодовое слово		Цвет	Кодовое слово
Белый	0		Синий	
Зелёный	11111		Фиолетовый	11110
Красный	1110		Чёрный	10

Задача 3.

Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв К, Л, М, Н, П, Р, решили использовать неравномерный двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Для букв К, Л, М, Н использовали соответственно кодовые слова 000, 001, 010, 11. Для двух оставшихся букв – П и Р – длины кодовых слов неизвестны.
Укажите кратчайшее возможное кодовое слово для буквы П, при котором код будет удовлетворять условию Фано. Если таких кодов несколько, укажите код с наименьшим числовым значением.

Задача 4.

Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв А, Б, В, Г, Д, Е, решили использовать неравномерный двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Для буквы А использовали кодовое слово 1; для буквы Б – кодовое слово 01. Какова наименьшая возможная сумма длин кодовых слов для букв В, Г, Д, Е?

Задача 5.

По каналу связи передаются шифрованные сообщения, содержащие только десять букв: А, Б, Е, И, К, Л, Р, С, Т, У; для передачи используется неравномерный двоичный код. Для кодирования букв используются кодовые слова. Укажите кратчайшее кодовое слово для буквы Л, при котором код удовлетворяет условию Фано. Если таких кодов несколько, укажите код с наименьшим числовым значением.

Буква	Кодовое слово	Буква	Кодовое слово
А	00	Л	
Б	1000	Р	1110
Е	010	С	1010
И	011	Т	1111
К	1011	У	110

Задача 6.

В некоторой стране автомобильный номер длиной 6 символов составляют из заглавных букв (используется 30 различных букв) и любых десятичных цифр. Буквы с цифрами могут следовать в любом порядке. Каждый такой номер в компьютерной программе записывается минимально возможным и одинаковым целым количеством байт (при этом используют посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит).
Определите объём памяти, отводимый этой программой для записи 50 номеров.
Ответ: 250 байт.

Подходы к измерению информации

Основными подходами к измерению информации являются: алфавитный (объемный), энтропийный (вероятностный), содержательный, алгоритмический и прагматический.

В теории информации используются содержательный, алфавитный (объемный), энтропийный (вероятностный) подходы к измерению информации.

Содержательный подход к измерению информации. Сообщение – информативный поток, который в процессе передачи информации поступает к приемнику. Сообщение несет информацию для человека, если содержащиеся в нем сведения являются для него новыми и понятными Информация - знания человека, сообщение должно быть информативно. Если сообщение не информативно, то количество информации с точки зрения человека = 0. (Пример: вузовский учебник по высшей математике содержит знания, но они не доступны 1-класснику).

> Неизмеряемость информации в быту (информация как новизна).
>
> Пример
>
> Вы получили какое - то сообщение, например, прочитали статью в любимом журнале. В этом сообщении содержится какое-то количество информации. Как оценить, сколько информации Вы получили? Другими словами, как измерить информацию? Можно ли сказать, что чем больше статья, тем больше информации она содержит?
>
> Разные люди, получившие одно и то же сообщение, по-разному оценивают его информационную ёмкость, то есть количество информации, содержащееся в нем. Это происходит оттого, что знания людей о событиях, явлениях, о которых идет речь в сообщении, до получения сообщения были различными. Поэтому те, кто знал об этом мало, сочтут, что получили много информации, те же, кто знал больше, могут сказать, что информации не получили вовсе. Количество информации в сообщении, таким образом, зависит от того, насколько ново это сообщение для получателя.
>
> В таком случае, количество информации в одном и том же сообщении должно определяться отдельно для каждого получателя, то есть иметь субъективный характер. Но субъективные вещи не поддаются сравнению и анализу, для их измерения трудно выбрать одну общую для всех единицу измерения.
>
> Таким образом, с точки зрения информации как новизны, мы не можем однозначно и объективно оценить количество информации, содержащейся даже в простом сообщении. Что же тогда говорить об измерении количества информации, содержащейся в научном открытии, новом музыкальном стиле, новой теории общественного развития.
>
> Поэтому, когда информация рассматривается как новизна сообщения для получателя, не ставится вопрос об измерении количества информации.

Алфавитный подход к измерению информации не связывает количество информации с содержанием сообщения. Алфавитный подход - объективный подход к измерению информации. Количество информации зависит от объема текста и мощности алфавита. Ограничений на максимальную мощность алфавита нет, но есть достаточный алфавит мощностью 256 символов. Этот алфавит используется для представления текстов в компьютере. Поскольку $256=2^8$, то 1символ несет в тексте 8 бит информации.

Алфавитный подход к измерению информации

Поскольку технические устройства на воспринимают содержание информации, но определение количества информации является необходимым, то в вычислительной технике используется алфавитный подход.

Мощность (размер) алфавита — это полное количество символов в алфавите, обозначается буквой N.

Например:

· мощность алфавита из русских букв равна 33;

· мощность алфавита из латинских букв — 26;

· мощность алфавита текста набранного с клавиатуры равна 256 (строчные и прописные латинские и русские буквы, цифры, знаки арифметических операций, скобки, знаки препинания и т. д.);

· мощность двоичного алфавита равна 2.

При алфавитном подходе считается, что каждый символ текста имеет информационную емкость, которая зависит от мощности алфавита. Зависимость выражается следующей формулой:

ОТИ. Раздаточный материал № 20

$N = 2^I$, где I – информационная емкость одного символа (т.е. это формула Хартли).

Задача 1. Определите, какое количество информации несет буква русского алфавита (без буквы ё).

Решение:

$$N = 2^I, N = 32 \Rightarrow 32 = 2^I, 2^5 = 2^I \Rightarrow I = 5.$$

Ответ: буква русского алфавита несет 5 битов информации.

Сообщение состоит из последовательности знаков, каждый из которых несет определенное количество информации. Количество информации в сообщении можно посчитать по формуле:

ОТИ. Раздаточный материал № 21

$$\mathbf{I_c = K * I,} \qquad \mathbf{(5)}$$

где I_c — количество информации в сообщении;

I — количество информации, которое несет один знак;

K — количество знаков в сообщении.

Задача 2. Какое количество информации содержит слово «ПРИВЕТ», если считать, что алфавит состоит из 32 букв?

Решение. Количество знаков в сообщении равно 6, а мощность данного алфавита равна 32.

Из формулы Хартли получаем количество информации, которое несет один знак:

$2^5 = 32$, т.е. I = 5 бит.

Из формулы (5) получаем $I_c = 6 * 5 = 30$ бит.

Ответ: сообщение содержит 30 бит информации.

Задача 3. Объем сообщения равен 11 Кбайт. Сообщение содержит 11264 символа. Какова мощность алфавита?

Решение.

Выясним, какое количество бит выделено на один символ. Для этого переведем объем сообщения в биты:

11 Кбайт = $11 \cdot 2^{10}$ байт = $11 \cdot 2^{10} \cdot 2^3$ бит = $11 \cdot 2^{13}$ бит и разделим его на число символов.
На один символ приходится: $11 \cdot 2^{13} / 11264 = 11 \cdot 2^{13} / 11 \cdot 2^{10} = 2^3 = 8$ бит .
Мощность алфавита определяем из формулы Хартли: $N = 2^8 = 256$ символов.

Ответ: мощность алфавита 256 символов.

Решение задач из РМ №№ 22.

ОТИ. Раздаточный материал № 22

1) Какое количество информации содержит фраза «Основы теории информации», если считать, что алфавит состоит из 32 букв?

2) Определить количество информации, содержащееся в слове из 14 символов, если известно, что мощность алфавита равна 32 символам.

3) Сколько бит информации содержится в сообщении, состоящем из 5 символов, при использовании алфавита, состоящего из 64 символов.

4) Определить информативность сообщения «F * (A + B) = C», если для описания математических формул необходимо воспользоваться 64-символьным алфавитом.

5) Для представления числовых данных используют 16-ричный алфавит, включающий знаки математических действий. Сколько битов информации содержит выражение «32 * 5 – 8 = 152»?

Фронтальный опрос:

- Перечислить подходы к измерению информации в информатике.
- В чем заключается содержательный подход?
- В чем заключается алфавитный подход?
- Понятие мощности алфавита. Привести пример.
- Формула определяющая зависимость символа текста от мощности алфавита. Привести пример.
- Формула расчёта количества информации в сообщении. Привести пример.

Вероятностный подход к измерению информации

1. Количество возможных событий

Требуется из заданного набора объектов построить всевозможные комбинации по заданному же количеству элементов.

Имеется три числа (1, 2, 3). Сколько двузначных чисел можно построить? В данной задаче можно строить числа из одинаковых цифр.

Сколько трехзначных чисел можно построить из двух различных чисел (4, 5).

Таким образом, если имеется **n** позиций, в которых можно поместить любой из **m** объектов, то всевозможных событий (расстановок, вариантов) будет $\mathbf{m^n}$.

2. Равновероятные и неравновероятные события.

События равновероятны, если ни одно из них не имеет преимущества перед другими.
Примеры:
1. появления герба или надписи при бросании монеты.
2. игральная кость. В силу симметрии кубика можно считать, что появление любой из цифр 1, 2, 3, 4, 5 или 6 одинаково возможно (равновероятно).

Неравновероятные события - это события, вероятность появления которых зависит от условий проведения эксперимента.

Например, в сообщении о погоде в зависимости от сезона сведения о том, что будет - дождь или снег, могут иметь разную вероятность. Летом наиболее вероятно сообщение о дожде, зимой - о снеге, а в переходный период (в марте или ноябре) они могут оказаться равновероятными.

3. Формула Хартли.

Рассматривается следующая ситуация:

1) человек получает сообщение о некотором событии; при этом заранее известна неопределенность знания человека об ожидаемом событии. Неопределенность знания может быть выражена либо числом возможных вариантов события, либо вероятностью ожидаемых вариантов события;

2) в результате получения сообщения неопределенность знания снимается: из некоторого возможного количества вариантов оказался выбранным один;

3) по формуле вычисляется количество информации в полученном сообщении, выраженное в битах.

Формула, используемая для вычисления количества информации, зависит от ситуаций, которых может быть две:

1. Все возможные варианты события равновероятны. Их число конечно и равно N.

2. Вероятности (p) возможных вариантов события разные и они заранее известны:

ОТИ. Раздаточный материал № 23

$$\{p_i\},\ i = 1..N, \text{ такие что } p_1+p_2+\ldots p_N = 1$$

Здесь N — число возможных вариантов события.

Вероятность некоторого события - это величина, которая может принимать значения от нуля до единицы. Вероятность невозможного события равна нулю (например: “завтра Солнце не взойдет над горизонтом”), вероятность достоверного события равна единице (например: “Завтра солнце взойдет над горизонтом”).

Вероятность некоторого события определяется путем многократных наблюдений (измерений, испытаний). Такие измерения называют статистическими. И чем большее количество измерений выполнено, тем точнее определяется вероятность события.

Математическое определение вероятности: вероятность равна отношению числа исходов, благоприятствующих данному событию, к общему числу равновозможных исходов.

Если обозначить буквой i количество информации в сообщении о том, что произошло одно из N равновероятных событий, то величины i и N связаны между собой формулой Хартли:

ОТИ. Раздаточный материал № 24

$$N = 2^i \qquad (1)$$

Величина i измеряется в битах. Отсюда следует вывод: 1 бит — это количество информации в сообщении об одном из двух равновероятных событий.

Формула Хартли — это показательное уравнение. Если i — неизвестная величина, то решением уравнения (1) будет:

ОТИ. Раздаточный материал № 25

$$i = \log_2 N \qquad (2)$$

Формулы (1) и (2) тождественны друг другу.

Логарифм числа **b** по основанию **a** определяется как показатель степени, в которую надо возвести основание a, чтобы получить число b. $\log_a b$ - логарифм b по основанию a.
Решение уравнения $x = \log_a b$ равносильно $a^x = b$. Например, $\log_2 3 = 8$, т.к. $2^3 = 8$.

ОТИ. Раздаточный материал № 26

Пример 1. Сколько информации содержит сообщение о том, что из колоды карт достали даму пик? В колоде 32 карты.

Решение: в перемешанной колоде выпадение любой карты — равновероятные события. Если i — количество информации в сообщении о том, что выпала конкретная карта (например, дама пик), то из уравнения Хартли i = 5 бит: $2^i = 32 = 2^5$

Пример 2. Сколько информации содержит сообщение о выпадении грани с числом 3 на шестигранном игральном кубике?

Решение: считая выпадение любой грани событием равновероятным, запишем формулу Хартли: $2^i = 6$. Отсюда: $i = \log_2 6 = 2{,}58496$ бит.
Можно решить задачу и так:
Из уравнения Хартли: $2^i = 6$. Поскольку $2^2 < 6 < 2^3$, следовательно, $2 < i < 3$.

При содержательном подходе количество информации может быть выражено дробной величиной. Тогда формула Хартли примет вид:

ОТИ. Раздаточный материал № 27

$$i = \log_2 1/P = - \log_2 P$$

ОТИ. Раздаточный материал № 28

Пример 3. На автобусной остановке останавливаются два маршрута автобусов: №5 и №7. Ученику дано задание: определить, сколько информации содержит сообщение о том, что к остановке подошел автобус №5, и сколько информации в сообщении о том, что подошел автобус №7.

Решение: ученик провел исследование. В течение всего рабочего дня он подсчитал, что к остановке автобусы подходили 100 раз. Из них — 25 раз подходил автобус №5 и 75 раз подходил автобус №7.

Сделав предположение, что с такой же частотой автобусы ходят и в другие дни, ученик вычислил вероятность появления на остановке автобуса №5:

$p_5 = 25/100 = 1/4$

и вероятность появления автобуса №7:

$p_7 = 75/100 = 3/4$

Количество информации в сообщении об автобусе №5 вычисляем:

$i_5 = \log_2 4 = 2$ бита.

Количество информации в сообщении об автобусе № 7 равно:

$i_7 = \log_2 (4/3) = \log_2 4 – \log_2 3 = 2 – 1,58496 = 0,41504$ бита.

Важный вывод: чем вероятность события меньше, тем больше количество информации в сообщении о нем. Количество информации о достоверном событии равно нулю. Например, сообщение “Завтра наступит утро” является достоверным и его вероятность равна единице. Из формулы следует: $2^i = 1$. Отсюда, $i = 0$ бит.

Если число N не является целой степенью числа 2, то число $\log_2 N$ не является целым. Тогда проводят округление в большую сторону по формуле:

ОТИ. Раздаточный материал № 29

$$i = [\log_2 N + 1] \qquad (3)$$

При решении задач, если N не является степенью числа 2, то его можно заменить на N', где N' – ближайшая к N степень числа 2 такая, что N'>N.

ОТИ. Раздаточный материал № 30 (справочно)

Свойства логарифма

$a^{\log_a b} = b$	$\log_a b^m = m \log_a b$	
$\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$	$\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \log_a b$	$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$.
$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$	$\log_{a^n} b^n = \log_a b$	$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

Таблица для логарифмов по основанию 2:

i	$\log_2 i$	i	$\log_2 i$	i	$\log_2 i$	i	$\log_2 i$
1	0,00000	17	4,08746	33	5,04439	49	5,61471
2	1,00000	18	4,16993	34	5,08746	50	5,64386
3	1,58496	19	4,24793	35	5,12928	51	5,67243
4	2,00000	20	4,32193	36	5,16993	52	5,70044
5	2,32193	21	4,39232	37	5,20945	53	5,72792
6	2,58496	22	4,45943	38	5,24793	54	5,75489
7	2,80735	23	4,52356	39	5,28540	55	5,78136
8	3,00000	24	4,58496	40	5,32193	56	5,80735
9	3,16993	25	4,64386	41	5,35755	57	5,83289
10	3,32193	26	4,70044	42	5,39232	58	5,85798
11	3,45943	27	4,75489	43	5,42626	59	5,88264
12	3,58496	28	4,80735	44	5,45943	60	5,90689
13	3,70044	29	4,85798	45	5,49185	61	5,93074
14	3,80735	30	4,90689	46	5,52356	62	5,95420
15	3,90689	31	4,95420	47	5,55459	63	5,97728
16	4,00000	32	5,00000	48	5,58496	64	6,00000

4. Формула Шеннона (1948 год).

Формула Хартли применяется при решении задач, когда все возможные варианты события равновероятны. Если вероятности возможных вариантов события разные и они заранее известны, то применяется формула Шеннона.

ОТИ. Раздаточный материал № 31

$$\mathbf{I = P_1 \log_2 (1/ P_1) + P_2 \log_2 (1/ P_2) + . . . + P_N \log_2 (1/ P_N)}$$

ИЛИ

$$I = -\sum_{i=1}^{N} p_i \log_2 p_i$$

I -количество информации,

N -количество возможных событий,

p_i – вероятности отдельных событий.

Примеры. *ОТИ. Раздаточный материал № 32*

Задача 1: Какое количество информации будет содержать зрительное сообщение о цвете вынутого шарика, если в непрозрачном мешочке находится 50 белых, 25 красных, 25 синих шариков

Решение:

1) всего шаров 50+25+25=100

2) вероятности шаров 50/100=1/2, 25/100=1/4, 25/100=1/4

3) I= - (1/2 $\log_2$1/2 + 1/4 $\log_2$1/4 + 1/4 $\log_2$1/4) = - (1/2(0-1) +1/4(0-2) +1/4(0-2)) = 1,5 бита.

Задача 2: Какое количество информации содержится в сообщении: в Африке 200 дней сухая погода, а 165 дней льют муссоны. Африканец охотился 40 дней в году.

Решение:

Т.к. африканец мог охотиться и сухую (40/200 = 1/5), и в дождливую погоду (40/165 = 8/33), то дни охоты являются неравновероятными событиями. По формуле Шеннона получается:

I = - ((-1/5 * $\log_2$ 5) + (– 8/33 * $\log_2$ 33/8)) = - ((-1/5 * 2,32) + (– 8/33 * (5,04 - 3))) = 0,95 бит.

Фронтальный опрос:

- Дать понятие и привести пример равновероятного события.
- Дать понятие и привести пример неравновероятного события.
- Понятие вероятности.
- Формула Хартли и ее применение.
- Взаимосвязь между вероятностью события и количеством информации.
- Формула Шеннона и ее применение.
- Определить объем информационного сообщения при появлении одной из сторон четырехгранного симметричного кубика (2 бита).
- В непрозрачном мешочке находятся шарики с номерами, объем информационного сообщение о том, что достали шарик под определенным номером составляет 5 бит. Сколько шариков в мешочке? (32 шт.).
- В непрозрачной упаковке находятся карандаши разных цветов, объем информационного сообщение о том, что достали карандаш определенного цвета составляет 3 бита. Сколько карандашей в упаковке? (8 шт.).

Закон аддитивности информации.

Аддитивность — свойство величин, состоящее в том, что значение величины, соответствующее целому объекту, равно сумме значений величин, соответствующих его частям. Например, аддитивность объёма означает, что объём целого тела равен сумме объёмов составляющих его частей; аддтивность длины отрезка означает, что длина целого отрезка равна сумме длин составляющих ее частей.

Логарифмы обладают очень важным свойством: $\log_a (b + c) = \log_a b + \log_a c$ (см. РМ № 26).

Если переформулировать это свойство в терминах количества информации, то получим закон аддитивности информации:

ОТИ. Раздаточный материал № 33

Закон аддитивности информации: Количество информации $H(x_1, x_2)$, необходимое для установления пары (x_1, x_2), равно сумме количеств информации $H(x_1)$ и $H(x_2)$, необходимых для независимого установления элементов x_1 и x_2:

$$H (x_1, x_2) = H (x_1) + H (x_2)$$

Количество информации, заключенное в сообщении о событии о том, что произошло несколько независимых событий, равно сумме количеств информации, заключенных в сообщениях об отдельных событиях.

Примеры. *ОТИ. Раздаточный материал № 34*

Задача 1. Для компьютерной карточной игры используются 36 карт (4 масти по 9 карт). Двоичный код каждой карты состоит из двух частей: кода масти и кода карты. По сколько бит должно быть выделено на кодировку карты?

Решение:
Для кодирования 4 мастей необходимо 2 бита информации ($4 = 2^2$)
Для кодирования 9 карт необходимо 4 бита информации ($9 < 2^4$)
Всего на кодировку карты: 2 + 4 = 6 бит.

Задача 2. В билете на поезд указывается номер вагона и место в вагоне. Определить объем информационного сообщения в одном билете, если известно, что вагонов в поезде 16 шт., а мест – 54 шт.

Решение:
Для кодирования номера вагона необходимо 4 бита информации ($16 = 2^4$)
Для кодирования 54 мест необходимо 6 бит информации ($54 < 2^6$)
Всего на кодировку билета: 4 + 6 = 10 бит.

Закон аддитивности информации справедлив и при алфавитном подходе к измерению информации. Для хранения двух произвольных символов одного и того же алфавита мощности N потребуется не менее

ОТИ. Раздаточный материал № 35

$\log_2 N + \log_2 N = 2 \log_2 N$

То есть количество информации, содержащееся в сообщении, состоящем из m символов одного и того же алфавита, равно $m \log_2 N$

Задача 1. Вычислить какой объем памяти компьютера потребуется для хранения одной страницы текста на английском языке, содержащей 180 символов.

Решение:

Мощность алфавита текста, набранного с клавиатуры равна, N = 256. Тогда для хранения такой страницы текста в компьютере понадобится:

$180 * \log_2 256$ бит = 180 * 8 = 1440 бит = 180 байт

Задача 2. В течение 5 секунд было передано сообщение, объем которого составил 375 байт. Каков размер алфавита, с помощью которого записано сообщение, если скорость передачи составила 200 символов в секунду?

Решение:

Скорость передачи одного байта равна 375 байт/ 5 с. = 75 байт/с.

75 байт / с соответствуют 200 символам / с.

В одном символе содержится 75 байт / 200 символов = 0,38 байт или 3 бита (0,38*8 бит).

То есть $\log_2 N = 3$, тогда $N = 2^3 = 8$ символов.

Ответ: размер алфавита 8 символов.

Решение задач.

1. Используя закон аддитивности информации и формулу Хартли, посчитать какое количество информации несёт достоверный прогноз погоды, если известно, что выбор температуры делается из 16 возможных для данного сезона значений и одного из четырех значений облачности (солнечно, переменная облачность, пасмурно, дождь).
2. В игре используется 52 карты (4 масти по 13 карт). Двоичный код каждой карты состоит из двух частей – кода масти и кода карты. По сколько бит должно быть выделено на кодировку карты?
3. В 10-этажном доме 5 подъездов. Какое количество информации несёт сообщение «Вася живёт в 5 подъезде на 5 этаже»?
4. Какое количество информации несёт сообщение «Встреча назначена на 7 июня в 14:00»?
5. При игре в кости используют 2 одинаковых кубика, грани которых помечены числами от 1 до 6. Сколько информации несет сообщение о том, что при бросании двух кубиков в сумме выпало 8 очков?
6. Подбрасываются один шестигранный кубик и одна монета. Сколько информации несет сообщение о том, что выпало число 3 и «орел»?