



Binary Search and Sorting

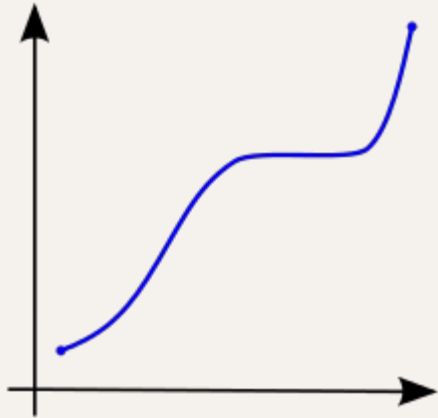
¿Qué es Binary Search (BS)?

La binarysearch es un algoritmo trivial de búsqueda, su implementación más utilizada es para encontrar un elemento en una lista.

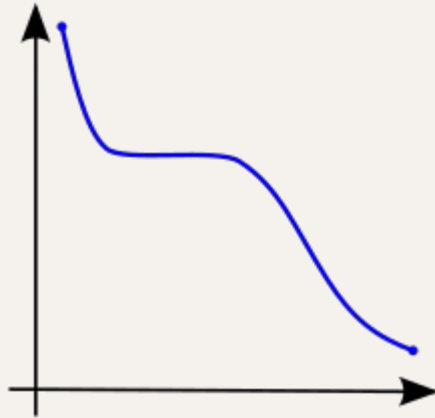
La binarysearch funciona cuando se tiene una funcion monotonica.



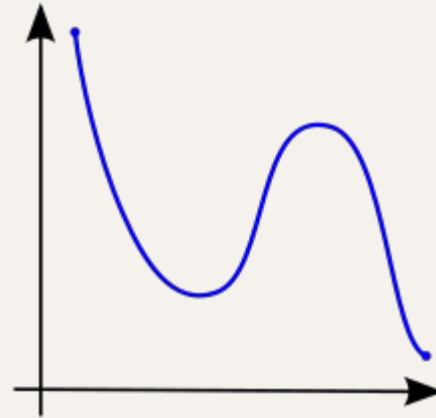
¿Que es una funcion monotona?



Función
monótona
no-decreciente



Función
monótona
no-creciente



Función no
monotona

Aplicaciones de Binary Search

Buscar un elemento en un array ordenado.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Search 23	2	5	8	12	16	23	38	56	72	91
	L=0	1	2	3	M=4	5	6	7	8	H=9
23 > 16 take 2 nd half	2	5	8	12	16	23	38	56	72	91
	0	1	2	3	4	L=5	6	M=7	8	H=9
23 < 56 take 1 st half	2	5	8	12	16	23	38	56	72	91
	0	1	2	3	4	L=5, M=5	H=6	7	8	9
Found 23, Return 5	2	5	8	12	16	23	38	56	72	91

Problema 1.

Se tiene una lista de **N** juguetes, cada juguete de la lista tiene un precio **a_i** . Juki que es un fanático del coleccionismo quiere comprar cierta cantidad de juguetes para ser específicos la mayor cantidad de juguetes como sea posible. Pero Juki se pregunta si el inicialmente tiene **M** cantidad de dinero, cuántos juguetes puedes comprar Juki si el tiene **Q** cantidades distintas de dinero.

$$1 \leq N \leq 100000$$

$$1 \leq Q \leq 100000$$

$$1 \leq a \leq 1e9$$

$$1 \leq M \leq 1e9$$

Ejemplo 1.

$N = [2, 3, 10, 2, 6, 3, 5, 4, 13, 7, 24]$

$Q = 3$

$M1 = 10$

$M2 = 15$

$M3 = 1$



Y si ordenamos el array?

$N = [2, 2, 3, 3, 4, 5, 6, 7, 10, 13, 24]$

$Q = 3$

$M1 = 10$

$M2 = 15$

$M3 = 1$

$R1 = 4$

$R2 = 5$

$R3 = 0$

Para resolver el problema debemos ordenar el array y realizar un array con prefix sum para poder tener la sumatoria con los números menores.

Binary Search en la respuesta.

Técnica muy comúnmente utilizada para poder encontrar la respuesta en algunos problemas. Para poder identificar que un problema se puede resolver utilizando Binarysearch en la respuesta, este debe tener un comportamiento monótono.

Problema 2.

Dada un numero X, se quiere encontrar el valor máximo de n que cumpla la siguiente inecuación.

$$n^2 < X$$

1 <= x <= 1e18

Lower bound y Upper bound.

La función pre-definida Lower bound y Upper bound son dos funciones muy útiles, las cuales internamente es una binary search.

- Lower bound, nos da el elemento mayor o igual de cierto número x . Para un set s la función sería de la siguiente manera. `s.lower_bound(x)`.
- Upper bound, nos da el elemento exactamente mayor de cierto número x . Para un set s la función sería `s.upper_bound(x)`.

Problema 3.

Dada una lista de **N** rangos, del tipo **l** y **r** , (limite inferior y superior). Se quiere saber para cada rango, si este tiene otro rango dentro de si y tambien si este está dentro de un rango mas grande.

$$1 \leq N \leq 100000$$

$$1 \leq l, r \leq 100000$$

Ejemplo 3.

4

1 6

2 4

4 8

3 6

Y si volvemos a ordenar el array?
Pero como?

1 0 0 0 (inside)

0 1 0 1 (outside)