Determina el valor de todos los numeros reales α tal que, para todo entero positivo n, se cumple que:

$$\lfloor \alpha \rfloor + \lfloor 2\alpha \rfloor + \ldots + \lfloor n\alpha \rfloor$$

es un multiplo de n. (Nota: $\lfloor x \rfloor$ equivale al mayor entero menor o igual a x. Por ejemplo, $\lfloor 3.14 \rfloor = 3$, $\lfloor -2.5 \rfloor = -3$ y $\lfloor 7 \rfloor = 7$.) (Nota: 0 es multiplo de cualquier entero positivo.)

1. Demuestra que $\alpha = 0$ es una solución.
2. Demuestra que $\alpha = 1$ no es una solución.
3. Demuestra que $\alpha = 2$ es una solución.
4. Demuestra que $\alpha = 2k$, para todo k entero, es una solución(es decir, que todo entero par es solución).
5. Demuestra que $\alpha = 2k + 1$, para todo k entero, no es una solución.
6. Demuestra que $\alpha = 1/2$ no es una solución.
7. Demuestra que todo $\alpha \in (0, 1]$ no es una solución.
8. Demuestra igualmente, que todo $\alpha \in [-1, 0)$ no es una solución.
9. Para terminar, considera $\alpha = 2k + \beta$, donde k es un entero y $\beta \in [-1, 1]$, primero demuestra que todo número real es representable de esta forma.
10. Demuestra que $\alpha = 2k + \beta$, donde k es un entero y $\beta \in [-1, 1]$ nunca es solución, a menos que $\beta = 0$.