

Bevegelsesmotstand

Oline A. Ranum

Universitetet i Oslo; Institutt for fysikk

olinear@student.matnat.uio.no

(Dated: April 8, 2018)

Det følgende eksperimentet ble utført den 14. Mars 2018 hvis formål var en økt forståelse for samvirket mellom fluiddynamikk, bevegelsesmotstand og dimensjonsanalyse. Sentralt for forsøket er bruken av kamera og billedbehandling som måleinstrument for forflytning og avledede hastighetsestimater. I eksperimentets helhet belyses usikkerhetskilder assosiert med bildesegmenteringsteknikk og komplikasjoner med å kontrollere variabler som opptrer i fysiske systemer. Ved å benytte dimensjonsanalyse som bakgrunn for et teoretisk rammeverk legges likevel til rette for å trekke ut enkelte troverdige tendenser i systemet. Nærmere analyse av hastighetsestimater, kuleparametere og fluidegenskapene indikeres at bevegelsene i systemet ligger nærmere et turbulent grensetilfelle fremfor laminære strømmingstendenser. Det fremgår at den foreliggende teorien kun i begrenset omfang evner å predikere systemets faktiske adferd.

INTRODUKSJON

Eksperimentene undergått i denne artikkelen søker å gi en dypere innsikt i fluiddynamikkens verden og fenomenet bevegelsesmotstand. For å tilnærme ellers svært komplekse problemstillinger vil dimensjonsanalyse tas i bruk for å finne nødvendige sammenhenger der de fysiske lovene er utilgjengelige. Bevegelsesmotstand betegner i fluiddynamikken en type friksjonskraft som virker mot legemets bevegelsesretning. Av sin natur er en slik kraft hastighetsavhengig, og setter følgelig grenser for systemets dynamikk. For eksempel hvor raskt noe kan falle gjennom luft eller synke i en væske før en terminalhastighet er nådd. For oss er det ønskelig å forstå bevegelsesdynamikkens rammer for å kunne predikere adferd og forstå den komplekse relasjonen mellom fluid og legeme. Majoriteten av all materie som omgir oss tar form av fluider, og følgelig vil en slik innsikt ha et enormt applikasjonsområde. Forståelse for bevegelsesmotstand kan med andre ord bidra til å bedre forstå alle fysiske fenomener på makroskopisk nivå.

Artikkelen presenterer først sentral teori som underbygger eksperimentets metodikk. Seksjonen omfatter en forenklet modell for bevegelsesmotstand, sentrale sammenhenger utledet fra dimensjonsanalyse, bildesegmenteringsteknikk og metoder for å estimere usikkerheter. Deretter følger en gjennomgang av

eksperimentell metode. Eksperimentets første del omfatter en karakterisering av avbildningssystemet. Herunder etableres grunnlaget for å forstå forholdet mellom billedrate og oppløsning, samt hvordan å kalibrere usikkerheten i angitt billedrate. Forsøkets andre del tar for seg bildesegmentering for å estimere hastigheter. Et simpelt kamera anvendes for å frembringe hastighetsestimater av kuler som faller gjennom hydraulisk olje, og medfølgende komplikasjoner med støybehandling og bildefiltrering. Deretter presenteres resultatene av forsøket og en diskusjon av dataen i henhold til teoretiske predikasjoner og sentrale usikkerheter. Mot artikkelens avsluttende segment konkluderes så med eksperimentets viktigste funn.

For å presse grensene for hva vi kan vite kreves kreativitet og evne til å forbedre og utvide gammel forståelse og teknikk. Vi håper at dette forsøket bidrar til å kaste lys over hvordan enkel teknologi og generell matematikk kan gi innsikt i komplekse systemer som ikke nødvendigvis kan forstås i et analytisk rammeverk alene.

TEORI

I. Bevegelsesmotstand

Fallende kuler i fluider

Det vil ofte være slik at man ikke har et eksplisitt uttrykk for bevegelsesmotstanden F_d på et legeme som faller gjennom et fluid. Ved hjelp av Newtons første lov kan det likevel konstrueres en simpel modell for F_d i tilfeller der et legeme alt har nådd terminalhastighet.

Viskøse friksjonskrefter har empirisk vist seg å avhenge av legemets størrelse, hastighet gjennom fluidet og egenskaper ved fluidet. For den følgende modellen antas det at kulen har nådd terminalhastighet og kun er subjekt til tre krefter. En gravitasjonskraft som angitt av likning 1, der m er kulens masse og $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ er gravitasjonskonstanten. En oppdriftskraft modellert i henhold til Archimedes lov som angitt i likning 2, der r er kulens radie og ρ er tettheten i fluidet. Bevegelsesmotstanden kan derav uttrykkes som en funksjon av terminalhastigheten, $F_d(v_c)$, der hastigheten for eksempel måles ved billedbehandling. Bevegelsesmotstandens hastighetsavhengighet impliserer at motstandskraften øker når farten øker. Det vil si at ved terminalhastighet vil kraftsummen på kulen være null og følgende vil likning 3 være oppfylt.

$$G = mg \quad (1)$$

$$B = \frac{4}{3}\rho\pi r^3 \quad (2)$$

$$F_g = G - B = F_d(v_c) \quad (3)$$

Dimensjonsanalyse for bevegelsesmotstand

For å forstå relasjoner mellom øvrige kraftmodell og strømningssegenskaper kreves et større sammenlikningsgrunnlag. En metode for å skaffe et bredere teoretisk belegg er å benytte

dimensjonsanalyse. I det følgende vil det anvendes notasjonen $[x] = \text{'er dimensjonen til } x\text{'}$. Ved å betrakte de relevante fysiske størrelsene i systemet sammenliknet med Buckingham's II-teorem vil det være mulig å frembringe to typer motstandskoeffisienter. De såkaldte Stokes- og Reynoldskoeffisientene vil gi videre innsikt i bevegelsesmotstanden. Buckingham's II-teorem postulerer følgende:

Antall uavhengige, dimensjonsløse parametre som trengs for å beskrive dette systemet er antall fysiske størrelser som inngår minus antall uavhengige dimensjoner som de størrelsene består av.

Størrelsene som ansees som sentrale under analysen er angitt i tabell I. Ved hjelp av de grunnleggende dimensjonsklassene elimineres en rekke mulige fysiske størrelser. For eksempel massen, fargen til legemet eller væske og temperaturer.

Egenskap	Symbol	Dimensjon
Hastigheten kropp rel. væske	v	$[v] = LT^{-1}$
Størrelsen til kroppen	r	$[r] = L$
Tettheten til væsken	ρ	$[\rho] = ML^{-3}$
Viskositeten til væsken	μ	$[\mu] = ML^{-1}T^{-1}$
Motstandskraften på kroppen	F_d	$[F_d] = MLT^{-2}$

TABLE I: Relevante størrelser i dimensjonsanalyse av bevegelsesmotstand. Hastigheten betraktes fra en relativt stor distanse.

Buckingham's II-teorem postuleres at det finnes to uavhengige, dimensjonsløse variabler i bevegelsesmotstands-modellen. Den første dimensjonsløse variabelen settes til Reynolds-tall Re , som skiller mellom de to grensetilfellene laminær- og turbulent strømnings rundt en kropp. Reynolds tall er angitt i likning 4.²

$$Re = \rho v r / \mu \quad (4)$$

For å betrakte egenskaper ved bevegelsesmotstanden forutsettes så en sekundær dimensjonsløs variabel som inneholder F_d . Ved

å ta utgangspunkt i dimensjonen til bevegelsesmotstanden, kan det utledes to dimensjonsløse motstandskoeffisienter som vil svare til de to grensesjiktene.

Det søkes å eliminere dimensjonene fra F_d . Den første koeffisienten finnes ved å eliminere henholdsvis [M], [T] og [L] fra $[F_d]$. For å fjerne M benyttes ρ som illustrert i likning 5.

$$\frac{F_d}{\rho} = \frac{[MLT^{-2}]}{[ML^{-3}]} = [L^4T^{-2}] \quad (5)$$

På samme måte kan [T] elimineres ved å dele F_d/ρ på v^2 som gir en dimensjon $[L^2]$, og [L] elimineres ved å dele på r^2 . Følgelig sitter man igjen med en dimensjonsløs motstandskoeffisient kaldt C_R som korresponderer til Raylight-strøming. Koeffisienten er angitt i sin helhet ved likning 6.

$$C_r = \frac{F_d}{\rho v^2 r^2} \quad (6)$$

Ved å gjøre en reduksjonen med utgangspunkt i divisjon ved μ kan man utlede en tilsvarende dimensjonsløs størrelse kaldt Stokeskoeffisienten. Det vil si at divisjonen $[\frac{F_d}{\mu}]$ gjøres for å eliminere M. Så deles størrelsen på v for å fjerne [T] og deretter r for å eliminere [L]. Følgelig gis Stokeskoeffisienten ved likning 7.

$$C_s = \frac{F_d}{\mu v r} \quad (7)$$

Den fysiske tolkningen av de to motstandskoeffisientene fremgår av bruken av enten ρ eller μ . Ved bruken av ρ etableres at F_d er uavhengig av viskositeten og følgelig må R_e være veldig stor. Det vil si at turbulens er viktigere enn laminær strøming som karakteriserer en såkaldt Rayleigh strøming. Ved bruken av μ postuleres derimot det motsatte grensetilfellet der R_e er liten og dermed at viskositeten bestemmer kraften på kroppen gjennom laminær strøming. Denne formen for strøming går under benevnningen Stokes-strøming. Ved å benytte relasjon 6 og 7 i analyse av eksperimentell data vet man at man nærmer seg et turbulent grensetilfellet når det observeres at $F_d/r^2 \propto v^2$. Tilsvarende nærmer man seg det laminære grensetilfellet dersom $F_d/r \propto v$.

1. Dynamisk og kinematisk viskositet

Viskositet er en egenskap ved fluider der fluidet motsetter seg at forskjellige lag i væsken eller gassen beveger seg med forskjellige hastigheter. Motstanden virker som en spenning i strømrretningen mellom lag som beveger seg i forhold til hverandre, og er en stoffkonstant som avhenger av trykk og temperatur i fluidet. Den dynamiske viskositeten relateres til kinematisk viskositet ν ved likning 8, og ν er følgelig er rate mellom dynamisk viskositet og massetetthet i fluidet ³.

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (8)$$

II. Digital Videobehandling og hastighetsestimater

Billedanalyse er et sentralt verktøy for å estimere hastigheter når man arbeider med bevegelsesmotstand. Fra klassisk mekanikk og Newtons bevegelseslover gis at momentanhastigheten alltid vil svare til den tidsderiverte av posisjonen x . Følgelig kan momentanhastigheten tilnærmes ved å beregne endringsraten over små posisjon- og tidsintervaller Δx og Δt som uttrykt i likning 9.

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} \approx \frac{dx}{dt} = v \quad (9)$$

Dersom posisjon og forflytting er kartlagt over tid ved hjelp av et videokamera vil det likevel ikke være mulig å frembringe noe kontinuerlig spektra for forflyttingen. Billedraten filmen er tatt med vil etablere en grense for oppløsningen og følgelig gi et sett av diskret posisjon-tid-parr. Følgelig vil det være umulig å estimere den momentane hastigheten til legemet, men ved hjelp av billedbehandling og dataanalyse kan man frembringe tilnærmelser til massesenterets momentane hastighet.

Massesenterestimater i bilder

Definisjonen av et massesenter for et legeme med to-dimensjonal utstrekning er gitt i likning 10. Dersom en hver celle i matrisen A representerer en vekt av massen m_i og posisjonen $r_i = x_i \cdot \hat{i} + y_i \cdot \hat{j}$ vil algoritmen for å lokalisere massesenteret i x- og y-retning være gitt ved henholdsvis likning 11 og 12.

$$c_m = \frac{\sum_i m_i r_i}{\sum_i m_i} \quad (10)$$

$$x_m = \frac{\sum_{i,j} A(i,j) \cdot j}{\sum_{i,j} A(i,j)} \quad (11)$$

$$y_m = \frac{\sum_{i,j} A(i,j) \cdot i}{\sum_{i,j} A(i,j)} \quad (12)$$

III. Usikkerheter assosiert med praktiske målinger

Avbildning og assosierte usikkerheter ved avbildningsverktøy

Videoopptakk er sammensetningen av et gitt antall bilder utviklet over tid. Når film lagres digitalt kan informasjon lagres per bilde i flerdimensjonale matriser. En RGB-modell vil lagre informasjon i henhold til pixelens RGB-kode, der pixelen representeres som en celle i matrisen i henhold til en dekonstruert fargesammensetning. Det vil si en $M \times N \times 3$ matrise der M og N representerer antallet pixler i et todimensjonalt bilde og den tredje dimensjonen tar for seg henholdsvis mengden rødt, grønt og blått som pixelene består av.

Den tilsynelatende kontinuerlige forflytningen til et legeme reduseres i opptaksprosessen til et sett av diskrete posisjoner over tid. Dataen vil i så måte være begrenset av billedraten på kameraet, og desto lavere denne raten er desto større er risikoen for at informasjon går tapt under diskretisering. Det vil si at nøyaktigheten av resultatene langt på vei vil være avhengig av

hvor sikkert posisjonen kan estimeres, som igjen er avhengig av tidsoppløsningen. Forholdet mellom billedrate og tidsoppløsning er angitt i likning 13.

$$\Delta t = \frac{1}{fps} \quad (13)$$

Lineær regresjon og usikkerheter i lineærtilpassninger

En lineærtilpassning vil tilpasse en rett kurve til et sett måledata og angi funksjonen som svarer best til det totale ensemblet. Usikkerheter relatert til stigningstall i lineærtilpassninger kan estimeres ved bruk av likning 14, som i henhold til Squires (s.39, 4. Utgave 2003) gjelder for en generell linje $y = ax + b$.

$$(\Delta a)^2 \approx \frac{1}{n-1} \frac{\sum x_i^2 \sum y_i^2 - (\sum x_i y_i)^2}{(\sum x_i^2)^2} \quad (14)$$

Usikkerhetsberegninger i sammensatte størrelser

Ved alle praktiske målinger som gjøres opptrer usikkerheter assosiert med den aktuelle eksperimentelle teknikken. Følgelig finnes det et svært vidt spekter av ulike former for usikkerheter og teknikker for å forholde seg til disse. For eksempel usikkerheter assosiert med avlesning, menneskelige feil og usikkerheter i instrumenter. For usikkerheter assosiert med datasett, der en størrelse har blitt målt gjentatte ganger, kan det derimot være rimlig å anta at en absolutt usikkerhet kan estimeres med utgangspunkt i spredningen av måleresultatene. Med andre ord kan det i slike tilfeller benyttes et standardavvik fra gjennomsnittet av observasjoner som usikkerhetsestimat. Dette standardavviket vil være bestemt av likning 15.

$$\sigma_m \approx \sqrt{\frac{1}{n^2 - n} \sum_i^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (15)$$

Når målte størrelser inngår som variable i en funksjon vil usikkerheten ved den sammensatte

størrelsen tilsvare funksjonene angitt i tabell II. Det vil si relasjonene mellom usikkerhetene i de målte parameterene og det endelige estimatet, der A og B er de målte parameterene og Z er den sammensatte størrelsen.

Relasjon Z og A,B	Relasjon standardavvik
$Z = A \pm B$	$(\Delta Z)^2 = (\Delta A)^2 \pm (\Delta B)^2$
$Z = A^n$	$\frac{\Delta Z}{Z} = n \frac{\Delta A}{A}$
$Z = AB$	$(\frac{\Delta Z}{Z})^2 = (\frac{\Delta A}{A})^2 + (\frac{\Delta B}{B})^2$

TABLE II: Oversikt over usikkerhetsberegninger i sammensatte størrelser

EKSPERIMENTELL METODE

A. Karakterisering av avbildningssystemet

Avbildningssystemet anvendt i det følgende eksperimentet består av et uEye kamera hvis objektiv kobles til en computer. Fra computeren reguleres innstillingene på kameraets objektiv, og kameraet fastholdes i en gitt distanse fra oljetanken.

For å analysere forholdet mellom billedrate og avbildningsverktøy kallibreres objektivet mot en lyskutter tilkoblet en funksjonsgenerator. Lyskutteren som var konstruert for eksperimentets formål er illustrert i figur 1 og består av 60 lysdioder som lyses opp i henhold til påtrykt frekvens. Objektivet stilles så inn med en frekvens på $f_{input} = 60.01$ fps (frames per second) før kameraet rettes mot lyskutteren og fokuset stilles inn på diodene. For å optimalisere billedkontrasten settes Gain-funksjonen til sitt minimum og lukkertid samt gamma-funksjonen reguleres etter hva som frembringer sterkest kontrast og klareste bilde. Signalgeneratoren skrus på og diodene lyser opp i en sirkulær bevegelse. Mens signalgeneratorer supplere lyskutteren med angitt frekvens, benyttes lyskutteren som et kalibreringsverktøy for billedraten i uEye cockpit. Dette gjøres ved å regulere frekvensen på funksjonsgeneratoren for å lokalisere den laveste ikke-null frekvensen

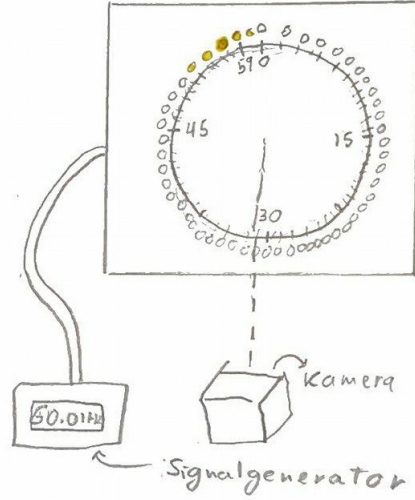


FIG. 1: Skisse av lyskutter. Diodene lyses opp i henhold til frekvensen innstilt på en frekvensgenerator. Stillbildet er representativt for hvordan bildet på dataskjermen fremgår.

som gir et konstant mønster gitt oppløsningen i objektivet. Ved å lokalisere den laveste ikke-null frekvensen som gir et fastholdt mønster sikres en at det blir tatt et bilde per rotasjon av opplyste dioder. Dersom en høyere frekvens som også gir fastholdt mønster settes risikeres tap av både informasjon og kontroll på den faktiske billedraten. Slik dannes et intuitivt inntrykk av samspillet mellom bevegelse og billedrate som preger resterende del av eksperimentet. Deretter betraktes avviket mellom lyskutterens frekvens og filmkameraets billedrate for å avgjøre om det er nødvendig å gjøre korreksjoner for billedraten i det videre eksperimentet.

Kameraet fokuseres deretter på en kule som henger i den sylindriske oljetanken. Lukkertid og gamma finjusteres for å optimalisere kontrasten i det nye bildet. For senere bildebehandling tas et stillbilde av en meterstokk posisjonert langs med tanken. På denne måten kan det frembringes et estimat av hvor mange pixler i bildet som korresponderer til en fysisk distanse målt i meter, gikk avstanden mellom

kamera og eksperiment. Estimater frembringes ved å telle hvor mange pixler som utspenner en meter på meterstokken i bildet. Det tas kun et bilde ved meterstokken i en posisjon da det tidligere har blitt utprøvd at avvikene ved å ta utgangspunkt i forskjellige posisjoner langs sylindere er neglisjerbar. Oppsettet anvendt ved den store oljetanken er skissert i figur 2.

B.Bevegelsesmotstand på fallende kuler

For å betrakte egenskaper assosiert med fenomenet bevegelsesmotstand slippes 19 kuler gjennom en sylindrisk oljetank. Tanken er fylt med et industrielt hydraulisk fluid med en massetetthet på $\rho = 886 \text{ kg/m}^3$. Kulene varierer av type både med hensyn på masse, diameter og overflatestruktur. Både masse og diameter måles i forkant av selve eksperimentet med henholdsvis digitalvekt og digitalt skyvelær. Unntaket er kulen hvis diameter svarer til 100cm som måles med et manuelt skyvelær og de to minste kulene hvis masse og diameter er målt i forkant av eksperimentet. Diameteren måles i alle tilfeller ved å føre kulen gjennom gapet på skyvelæret, og derav sikre etter øyemål at kulen akkurat kan passere igjennom. Usikkerhetene assosiert med siktingen antas å være betydelig større enn instrumentets angitte usikkerhet på 0.01 mm, og settes til 0.1 mm. Usikkerheten i vekten for massemålingene svarer til 0.01 g, og usikkerheten i IR-thermometeret svarer til 0.2 °C i henhold til instrumentenes datablader. For de små kulene har kun usikkerheten assosiert med massen blitt angitt av faglig veileder, usikkerhet assosiert med radie behandles i henhold til tabell II ved en antagelse om perfekt fordelt massetetthet. For kulen hvis diameter ble estimert med det manuelle skyvelæret Usikkerheten ved det manuelle skyvelæret er gitt ved sammenlikning med et skyvelær hvis usikkerhet var kjent og satt til 0.01mm. Da det fremgår at usikkerhet fra sikting fortsatt må være større enn instrumentnøyaktigheten neglisjeres instrumentets usikkerhet igjen til fordel for siktingsusikkerheten.

Bilderate, kontrast og kvalitet stilles inn på forhånd i uEye cockpit som beskrevet ved karakteriseringen av avbildningssystemet. Deretter initieres selve forsøket og de 19 kulene slippes i tur fra toppen av tanken mens uEye-kameraet filmer fallet. Hele kulen holdes under oljeoverflaten i et forsøk på å begrense effekten av luftbobbler som påvirker kulens bane. Det forsøkes å slippe kulen uten initialhastighet og spinn, og en temperaturmåling gjøres med IR-termometer i forkant av hvert slipp. Temperaturmålingen gjøres i en høyde på omtrent 80cm over bakkenivå der alle kulene antas å ha nådd terminalhastighet, og fra samme posisjon hver gang. Billedraten stilles inn etter forventninger til hastighetsrate i henhold til kulens karakteristikk. Bildene behandles i etterkant i matlab for å frembringe estimer for terminalhastigheten til hver kule. Når en film leses inn i matlab lagres informasjonen i en $M \times N \times 3$ matrise i henhold til RGB-modellen, der den siste dimensjonen representerer henholdsvis rød, grønn og blå fargekanal. Ved å betrakte framtrekelsen av ulike fargekomponenter og fargebalansen i bildet kan objekter effektivt filtreres ut fra en bakgrunn. Dataen betraktes i kanalen for blåtoner da spekteret viser seg å tilby god kontrast mellom kul og bakgrunn. I henhold til RGB-kodifiseringen vill alle elementene i den nå todimensjonale matrisen ha en verdi i intervallet $[0, 255]$. Matrisen skrives så om til en binær matrise i henhold til en nedre filtrerings terskel. Terskel og aktuelt område for posisjonsestimat tilpasses for hver film i henhold til maksimal støyreduksjon relativt til muligheten for å filtrere ut kulen. På dette stadiet i behandlingen vil bakgrunnen fremgå med celler hvis verdi er 1, og cellene der kulen befinner seg vil ha verdien null. Matrisen skrives så om slik at alle andre elementer enn der kulen befinner seg har verdien null og kulecellene har verdien 1.

Med et utgangspunkt i matrisetypen beskrevet ovenfor beregnes messesenteret effektivt ved bruk av algoritmen 11, der x-aksen svarer til kulens fallretning i bildet. Ved så å ta differansen mellom messesenterets posisjon

i to nabobilder kan forflytningen estimeres i henhold til 9. Slik dannes effektivt et bilde av hastigheten i lys av posisjonsestimatene. For å beregne terminalhastigheten anvendes en lineær regresjon over området der temperaturen ble målt under fallet. Det antas da at usikkerheten assosiert med målinger av terminalhastigheten er gitt ved usikkerhet i stigningstallet til posisjon funksjonen. De to stålkulene hvis diameter er mindre enn 2 mm behandles til slutt separat i egen tank. Dette er nødvendig for at bildet skal ha tilstrekkelig oppløsning. Den lille oljetanken plasseres betydelig nærmere objektivet, og forholdet mellom antallet pixler og fysisk distanse estimeres på nytt. Deretter tas temperaturmålinger på nytt, og forsøket fremgår på samme måte som i den store oljetanken.

Viskositeten i oljen for området der terminalhastighet er estimert beregnes i henhold til angitt script⁴. Deretter plottes v mot F_d/r og v^2 mot F_d/r^2 for å undersøke potensielle proporsjonalitetsrelasjoner. Til slutt plottes Både Stokes- og Reylight motstandskoeffisientene mot hverandre som i henhold til likning 7 og 6. Usikkerheter assosiert med de sammensatte størrelsene beregnes i henhold til formelene oppgitt i tabell II.

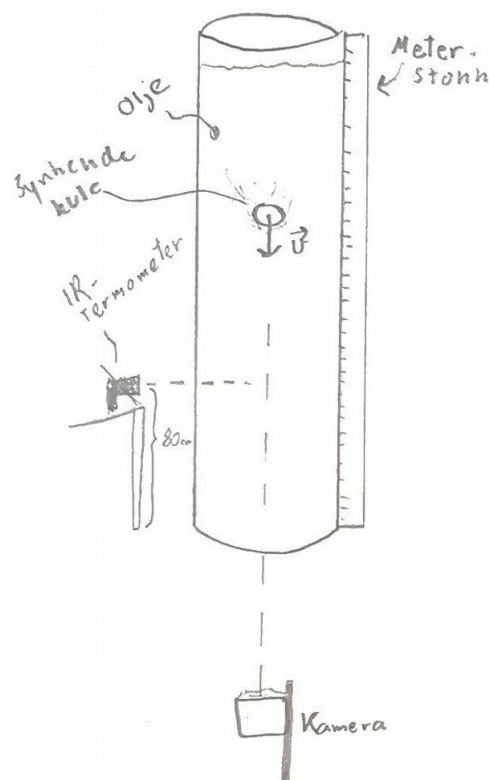


FIG. 2: Oljetank for analyse av bevegelsesmotstand. Kuler slippes fra toppen av oljetanken og synker ned til bunn med varierende hastigheter. Et uEye kamera tar bilde i henhold til innstilt fps og et IR-termometer måler temperaturen i oljen.

RESULTATER

A. Karakterisering av avbildningssystem

Den laveste ikke-null frekvensen på signalgeneratoren som frembringer et konstant mønster på lyskutteren er gitt ved $f_{generator} = 3600.48\text{Hz}$. Billedraten vil følgelig være gitt ved $f_{billedrate}$ i relasjon 16. Det korresponderende avviket mellom frekvensen innstilt i uEye og lyskutterens frekvens er da gitt ved f_{avvik} i relasjon 17. Avviket viser seg å være neglisjerbart i lys av antall gjeldende siffer som kan avleses ved inputfrekvensen, og følgelig behandles eventuelle assosierte usikkerheter som neglisjerbare. Det kreves med andre ord ingen videre korreksjon for avlest frekvens i uEye Cockpit.

$$f_{billedrate} = \frac{3600.48\text{Hz}}{60} = 60.008\text{Hz}$$

$$\approx 60.01\text{Hz} \quad (16)$$

$$f_{avvik} = f_{billedrate} - f_{input} = 0\text{Hz} \quad (17)$$

Når bildet av meterstokken betraktes i uEye Cockpit angir programmet at 1072px utspenner en meter på metersokken. Det antas at usikkerheten assosiert med meterstokken er neglisjerbar for dette formålet. Det følger at 1 pixel har en fysisk lengde på 0.932 mm som angitt i likning 18.

$$L_{pix,1} = \frac{100\text{cm}}{1072} = 0.932\text{mm} \quad (18)$$

For målinger av de to minste ståkulene gis tilsvarende forhold som angitt i likning 19. Det var funnet at 1816px utspendte en lengden av en linjal på 30cm. Det antas igjen at usikkerheten assosiert med avlesninger på linjalen og i linjalen selv er neglisjerbare.

$$L_{pix,2} = \frac{30\text{cm}}{1816} = 0.165\text{mm} \quad (19)$$

B. Bevegelsesmotstand på fallende kuler

Alle mål av kulenes diameter og masse, temperaturen i oljen og billedraten anvendt for hvert dropp er angitt i tabell III. Hver kule har fått tildelt et identifikasjonsnavn korresponderende til sin diameter og masse. Tabell V angir korresponderende assosiert kinematisk viskositet for de aktuelle temperaturene. I seksjonen som følger presenteres et utvalg representative plot i henhold til en fordeling på tre størrelsesklasser. Figur 3 belyser den største størrelsesklassen. Det observeres støy som preger dataen for kule d50m502. Kule d50m62 observeres å ha en svak avtagende tendens i hastigheten, før datasettet preges av en ufortusett tendens omtrentlig 7 sekunder inn i beregningene. Kule d100m490 ser ut til å tilnærme seg en terminalhastighet etter ca. 2.5 sekunder uten videre abnormal adferd. Det observeres at det er en liten avtakende tendens i hastigheten mot slutten av fallet.

Figur 4 belyser den mellomstore størrelsesklassen. Hastighetsestimaterne for kule d25m30 og d22m31 ser ut til å nå en terminalhastighet omtrentlig 0.3s inn i beregningene uten videre abnormal adferd. Her observeres også en liten avtakende tendens ved antatt terminalhastighet. Kule d24m18 har derimot en mer markant avtakende tendens.

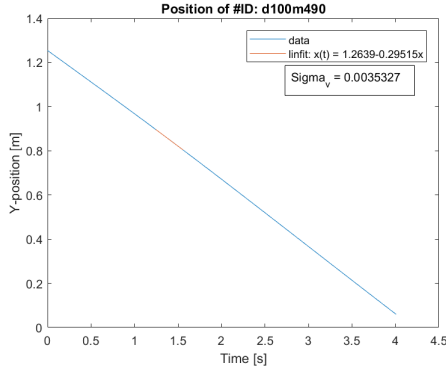
Figur 5 belyser den minste størrelsesklassen. Her er kulene d11m1 og d3m01 målt i den store oljetanken, og plottene preges av hull og støy. Ved nærmere betraktninger av posisjonsplottet for d11m1 synliggjøres små topper fra den tilnærmede lineære bevegelsen, og både posisjons- og hastighetsplott for kule d3m01 har tydelige hull. Hastighetsplottet til d3m01 har en tydelig gjentakende tendens til å returnere til en hastighet rett under 0.17 m/s. Hastigheter, standardavvik for hastighetene og tidsoppløsningen er angitt for alle kuler i tabell IV.

Generelt fremgår det at bildebehandlingen var sensitiv ovenfor svake kontraster når kulens størrelse var relativt liten. I enkelte tilfeller var ikke kontrasten stor nok til at det var mulig å filtrere ut kulen fra bakgrunn. Tidvis var det

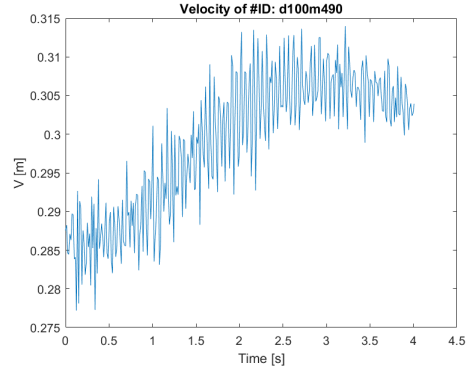
heller ikke mulig å tilstrekkelig filtrere bort all støy uten å miste for store mengder data i assosiasjon med massesenteret. Denne formen for usikkerheter kan videre opptre i relasjon til frekvensoppløsningen. I samvirket mellom disse usikkerhetskildene kan det tidvis fremgå større avvik.

ID	Type	Diameter [mm]	Masse [g]	Temperatur [C°]	Fps
d100m490	Hvit plast med dreid overflate 1	100.00 ±0.1	490.15±0.01	22.3±0.2°C	80.05
d50m62	Hvit plast med dreid overflate 2	50.0±0.1	61.54±0.01	22.2±0.2°C	55.02
d24m7	Hvit plast med dreid overflate 3	23.9±0.1	7.09±0.01	22.2±0.2°C	45.02
d11m1	Hvit plast med dreid overflate 4	11.1±0.1	0.86±0.01	22.2±0.2°C	40.02
d22m31	Svart glass, overflate med belegg	21.9±0.1	31.42±0.01	22.2±0.2°C	50.02
d22m32	Grønn glass, overflate med belegg	22.0±0.1	31.60±0.01	22.2±0.2°C	50.02
d24m18	Rød glass, marmorert overflate	24.2±0.1	18.46±0.01	22.2±0.2°C	50.02
d163m6	Grønn glass, marmorert overflate	16.3±0.1	5.61±0.01	22.2±0.2°C	50.02
d6m03	Gjennomsiktig glass, blank overflate	6.0±0.1	0.26±0.01	22.3±0.2°C	30.00
d164m6	Svart glass, blank overflate	16.4±0.1	5.65±0.01	22.2±0.2°C	40.00
d25m30	Hvit stein, matt overflate	25.2±0.1	29.70±0.01	22.2±0.2°C	50.02
d50m502	Stål 1, rusten/ujevn overflate	50.0±0.1	502.84±0.01	22.3±0.2°C	100.00
d19m28	Stål 2, rusten/ujevn overflate	19.0±0.1	28.13±0.01	22.3±0.2°C	75.06
d12m7	Stål 3, rusten/ujevn overflate	12.0±0.1	7.07±0.01	22.3±0.2°C	70.00
d8m2	Stål 4, rusten/ujevn overflate	8.0±0.1	2.09±0.01	22.2±0.2°C	65.00
d5m1	Stål 5, rusten/ujevn overflate	5.5±0.1	0.68±0.01	22.2±0.2°C	55.00
d3m01	Stål 6, rusten/ujevn overflate	3.0±0.1	0.10±0.01	22.3±0.2°C	45.00
d2m001	Stål 7, rusten/ujevn overflate	1.59 ±0.000	0.0120 ±0.0001	23.4±0.2°C	50.00
d1m004	Stål 8, rusten/ujevn overflate	1.00±0.01	0.0041 ±0.0001	23.4±0.2°C	50.00

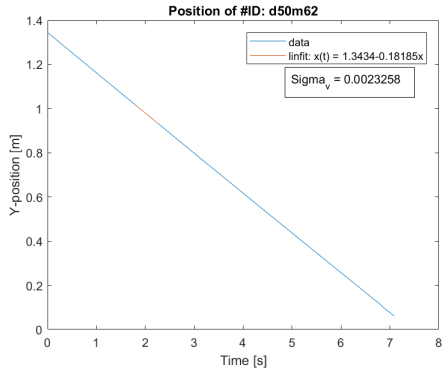
TABLE III: Tabellen definerer en spesifikk ID knyttet til hver av de 19 kulene, og angir kulenes diameter og masse med usikkerheter. Temperaturen svarer til temperaturen i det hydrauliske fluidet i regionen der terminalhastighet estimeres.



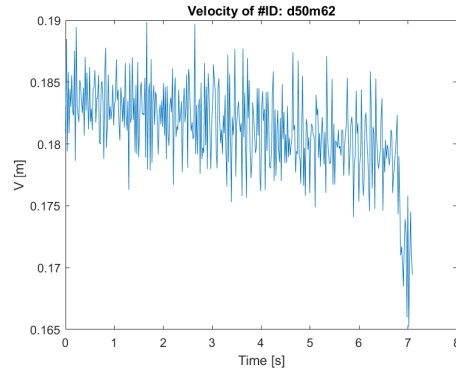
(a) Posisjon som funksjon av tid langs y-dimensjon for d100m490 med lineærtilpasning og korresponderende usikkerhet



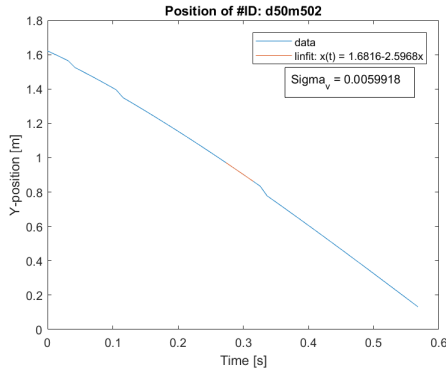
(b) Hastighet som funksjon av tid langs y-dimensjon for d100m490



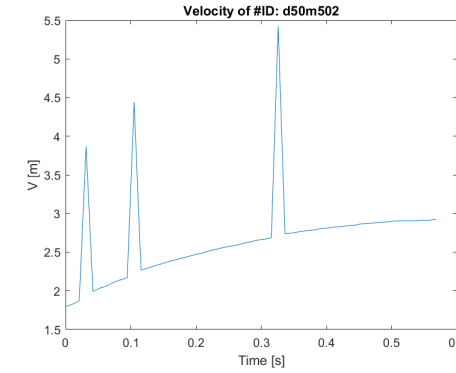
(c) Posisjon som funksjon av tid langs y-dimensjon for d50m62 med lineærtilpasning og korresponderende usikkerhet



(d) Hastighet som funksjon av tid langs y-dimensjon for d50m62

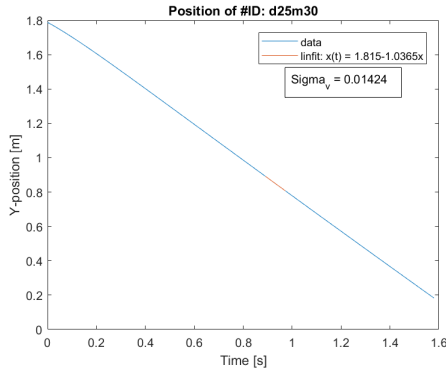


(e) Posisjon som funksjon av tid langs y-dimensjon for d50m502 med lineærtilpasning og korresponderende usikkerhet

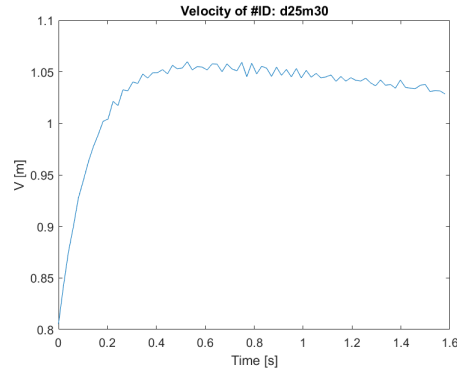


(f) Hastighet som funksjon av tid langs y-dimensjon for d50m502

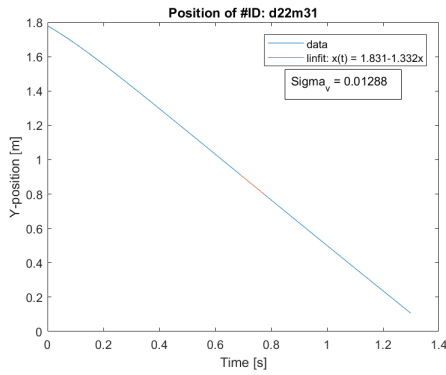
FIG. 3: Samling av plot for kulene i den største størrelsesklassen



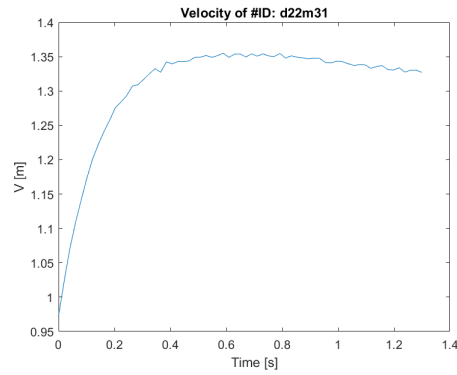
(a) Posisjon som funksjon av tid langs y-dimensjon for d25m30 med lineærtilpasning og korresponderende usikkerhet



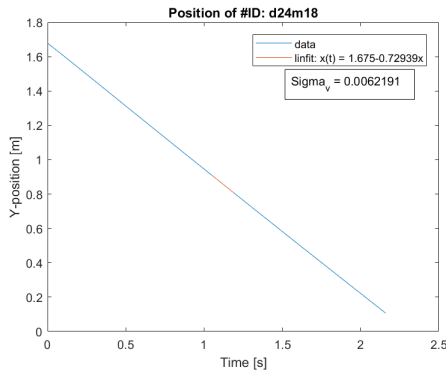
(b) Hastighet som funksjon av tid langs y-dimensjon for d25m30



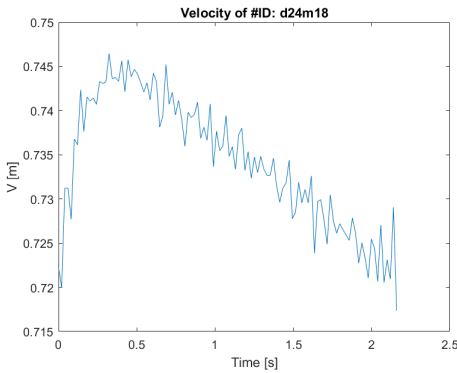
(c) Posisjon som funksjon av tid langs y-dimensjon for d22m31 med lineærtilpasning og korresponderende usikkerhet



(d) Hastighet som funksjon av tid langs y-dimensjon for d22m31

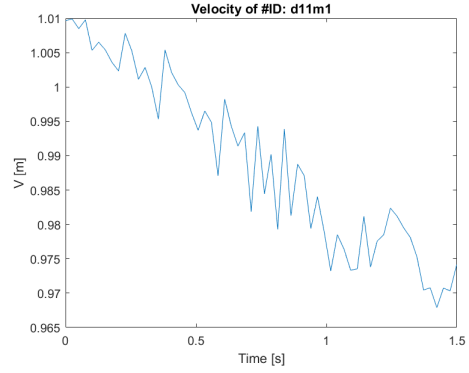
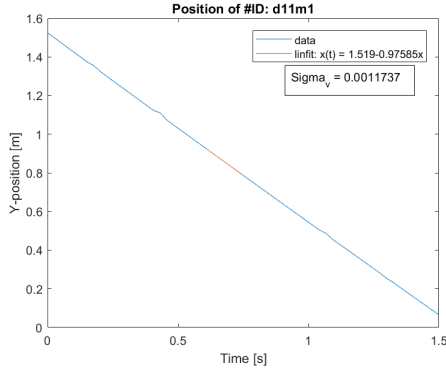


(e) Posisjon som funksjon av tid langs y-dimensjon for d24m18 med lineærtilpasning og korresponderende usikkerhet



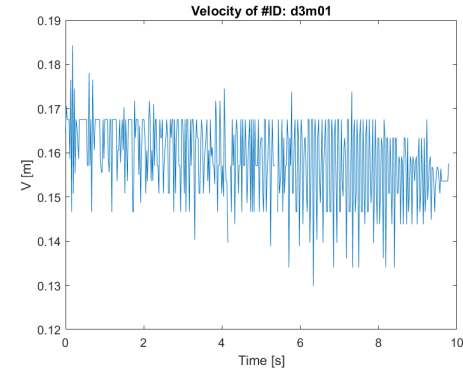
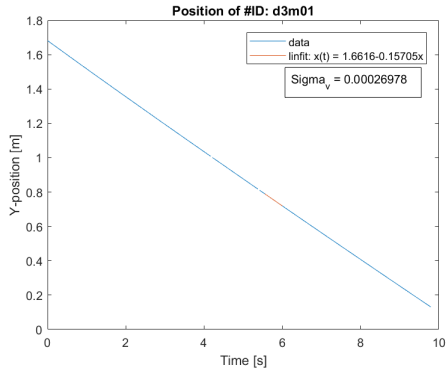
(f) Hastighet som funksjon av tid langs y-dimensjon for d24m18

FIG. 4: Samling av plot for kulene i den mellomstore størrelsesklassen



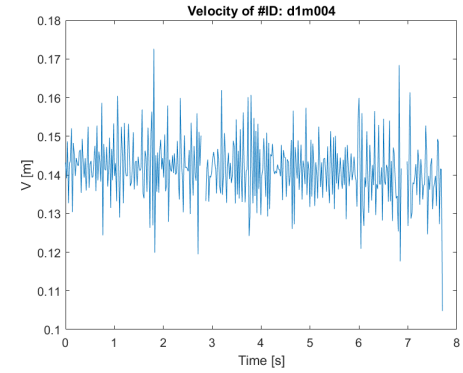
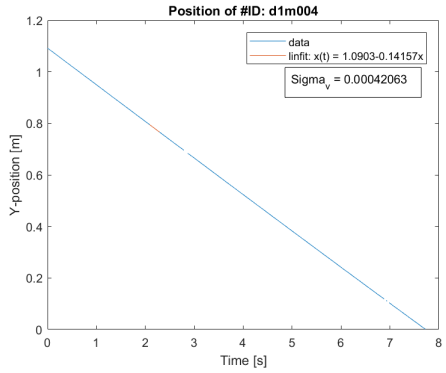
(a) Posisjon som funksjon av tid langs y-dimensjon for d11m1 med lineærtilpasning og korresponderende usikkerhet

(b) Hastighet som funksjon av tid langs y-dimensjon for d11m1



(c) Posisjon som funksjon av tid langs y-dimensjon for d6m03 med lineærtilpasning og korresponderende usikkerhet

(d) Hastighet som funksjon av tid langs y-dimensjon for d6m03



(e) Posisjon som funksjon av tid langs y-dimensjon for d1m004 med lineærtilpasning og korresponderende usikkerhet

(f) Hastighet som funksjon av tid langs y-dimensjon for d1m004

FIG. 5: Samling av plot for kulene i den minste størrelsesklassen

ID	Estimert v_c [m/s]	σ_v [m/s]	Δt [s]	$F_g(v_c)[N]$
d100m490	0.295	0.004	0.0125	4.45 ± 0.01
d50m62	0.182	0.002	0.0182	0.55 ± 0.01
d24m7	0.130	0.008	0.0222	0.06 ± 0.01
d11m1	0.976	0.001	0.0250	0.01 ± 0.01
d22m31	1.33	0.01	0.0200	0.30 ± 0.01
d22m32	1.33	0.02	0.0200	0.31 ± 0.01
d24m18	0.729	0.006	0.4000	0.17 ± 0.01
d163m6	0.4812	0.0003	0.0249	0.05 ± 0.01
d6m03	0.1322	0.0007	0.0333	0.01 ± 0.01
d164m6	0.477	0.000	0.0250	0.05 ± 0.01
d25m30	1.04	0.01	0.0200	0.28 ± 0.01
d50m502	2.597	0.006	0.0103	4.88 ± 0.01
d19m28	1.4642	0.0004	0.0133	0.27 ± 0.01
d12m7	0.9306	0.0007	0.0143	0.07 ± 0.01
d8m2	0.5922	0.0009	0.0154	0.02 ± 0.01
d5m1	0.380	0.002	0.0182	0.01 ± 0.01
d3m01	0.1571	0.0003	0.0222	0.00 ± 0.01
d2m001	0.3377	0.0003	0.0200	0.0001 ± 0.0001
d1m004	0.1416	0.0004	0.0200	0.0004 ± 0.0001

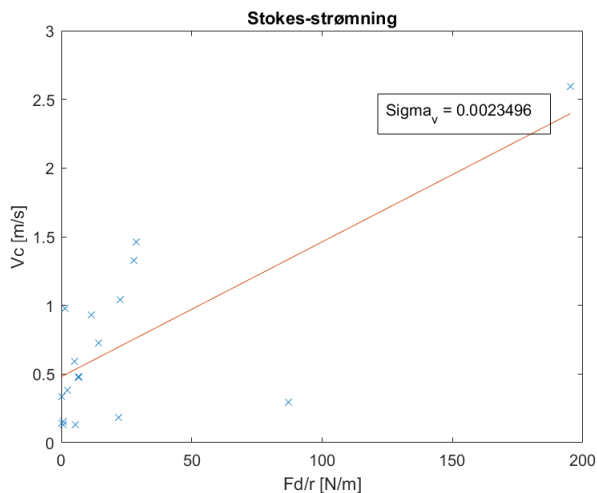
TABLE IV: Tidssteg leses av direkte fra matlabskriptet. Farten er beregnet som en lineærtilpassning fra stigningstallet i posisjonsestimatene for en gitt region, og usikkerheten baseres på spredningen av dataen som inngår i tilnærmelsen. Oppdriftskraften er beregnet som funksjon av estimert terminalhastighet

T [C°]	22.2	22.3	23.4
μ	185.67	184.51	172.27

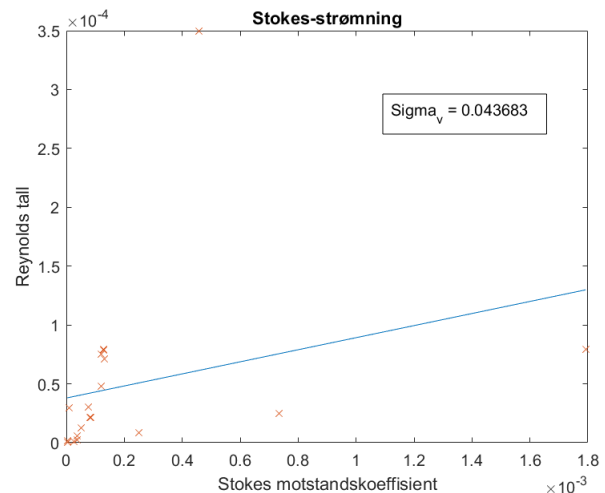
TABLE V: Tabellen angir estimert kinematisk viskositet i det aktuelle hydrauliske fluidet for de aktuelle temperaturene målt i væsken. Beregningene er utført ved anvist skript.

. Tabell 6 viser plot av hastighet mot bevegelsesmotstand over radie og kulenes estimerete motstandskoeffisient mot reynoldstall. Plottene kaster lys over forventetede proporsjonaliteter i de to grensesjiktene. Ved lineærtilpassningen av måledataen fremgår det at strømmingene

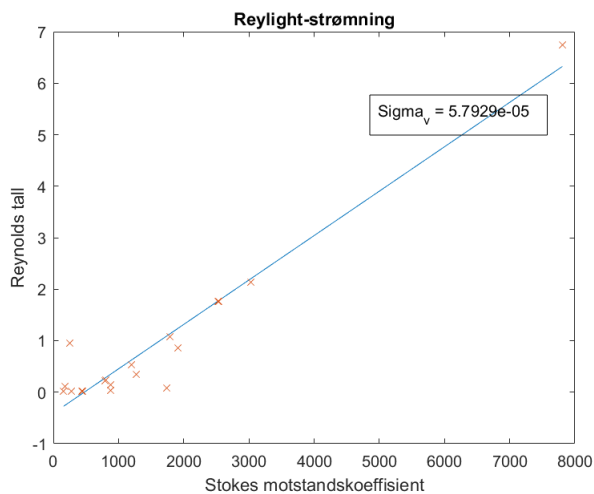
ligger nærmere det turbulente grensesjiktet da standardavviket fra proporsjonalitetsrelasjonen er betydelig mindre. Det fremgår klart at datasettet i sin helhet har egenskaper som ligger nærmere et Reylight strømming enn stokes-strømming.



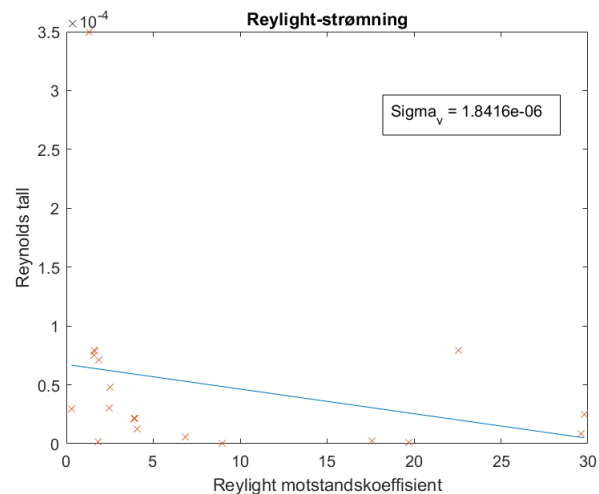
(a) Terminalhastighet plottet mot motstandskraften over radie for å analysere potensiell proporsjonalitet



(b) Reynolds tall plottet mot stokes motstandskoeffisient



(c) Stokes tall plottet mot stokes motstandskoeffisient



(d) Hastighet som funksjon av tid langs y-dimensjon for d3m01

FIG. 6: Generelle tendenser over alle kuler

DISKUSJON

A. Karakteriseringer av avbildningssystemet

Når billedfrekvensen kalibreres mot lyskutteren antas det implisitt at frekvensgeneratoren og diodesystemet angir den faktiske billedfrekvensen. Det er vanskelig å vite noe om usikkerheten i objektivets billedrate uten en kalibrering når ingen ytterligere informasjon er angitt. At resultatene viser at avviket er lavere enn den tilgjengelige oppløsningen og ligger så tett oppimot funksjonsgeneratorens frekvens forteller at eventuelle usikkerheter i objektivet burde korrespondere til usikkerhetene assosiert med funksjonsgeneratoren. Gitt den initierende antagelsen fremstår det derfor rimelig å sløyfe alle usikkerheter og betrakte f_{input} som tilstrekkelig god.

Utlukkende på bakgrunn av at redegjørelsen gjort i tidligere forsøk etableres at usikkerheter assosiert med lengden av en pixel i henhold til posisjon av meterstokken kan neglisjeres. Resultatet fremstår likevel som rimelig i henhold til den relative posisjoneringen av kamera mot oljetank. Kameraet er posisjonert i en høyde omtrentlig halvveis opp oljetanken. Når meterstokken så utspenner øvre halvdel av oljetanken er det rimelig å anta at de samme potensielle effektene fra for eksempel lysavbøyning er identiske om den horisontale sentralaksen. Dermed burde usikkerheter i øvre og nedre halvdel svare til hverandre dersom ingen andre uforutsette effekter påvirker avbildningen.

B. Bevegelsesmotstand på fallende kuler

Usikkerhetene assosiert med målingene i tabell III er av varierende art og avhengig av det aktuelle instrumentet og omstendighetene. Det fremgår svært rimelig å anta at siktingens usikkerhet er betydelig større enn instrumentets usikkerhet. Likevel må det bemerkes at usikkerheten estimert for siktingen selv er tatt

på øyemål, og slik igjen blir en kilde til feil som er vanskelig å kontrollere.

Vedrørende resultatene i bildebehandlingen kan det være gunstig å ta for seg dataen både i lys av egenskapene assosiert med størrelsesklassene. Usikkerhetene assosiert med bildebehandlingen viste seg svært vanskelig å holde kontroll på og må følgelig betraktes som en sentral potensiell feilkilde. Det vil si alle effekter av mangelfull evne til å filtrere bort bakgrunn og støy fra kulen, anomaliteter og frekvensoppløsning. Når dataen leses inn bilde for bilde tilsvarende tidsbegrensninger og effektivitetsprinsipper at ikke all dataen kan finkjemmes for støy og følgelig renses for å isolere kulen. Det er grunnlag for å tro at det ligger unøyaktigheter som følger av at støy har fulgt med i massesenterestimatene og fulgt med videre som en kilde til videre systematiske feil. Det burde ellers bemerkes at ved denne fremgangsmetoden for støyreduksjon, ved å beskjære bildet for å kutte ut forstyrrende elementer, mistes oversikt over kulens posisjon relativt til omgivelsene. Det vil si at verdiene langs posisjonsaksene ikke kan betraktes som absolutt høyde over bakkenivå. Tapet av høydeinformasjonen ansees likevel som greit da hastighetsestimatene vil være uavhengig av denne relativiteten.

Generelt for alle estimatene av massesenterposisjoner er en kraftig lineær tendens. I henhold til teorien forventes det at en kule vil ha en akselerasjon inntil kulen har nådd sin terminalhastighet. Det vil si at i henhold til teoretiske forventninger burde posisjonsgrafene ha en krumning. Denne egenskapen synliggjøres likevel ikke i noen av posisjonsplottene, men fremgår derimot klart ved hastighetsplottene. Trolig er det fordi akselerasjonen blir såpass liten i forflytningsperspektivet at den ikke er direkte synlig i posisjonsestimatene. Muligens ville det vært mulig å se klarere tendenser også i posisjonsplottene tidligere i fallet. Denne dataen var likevel ikke mulig å frembringe da støyen var for kraftig i denne delen av prosessen. En slik tolkning antyder at kulen akselerer svært raskt i startfasen av fallet. Dette kan sies å stemme godt overens med teori da

den hastighetsavhengige motstandskraften blir neglisjerbar når hastigheten er tilnærmet null. Motstandskraften som får økt betydning med økt hastighet vil altså virke inn proporsjonalt med økt hastighet. Det vil si jo raskere kulen initierende akselererer jo raskere vil kulen teoretisk nå terminalhastighet. Det er likevel vanskelig å estimere denne tiden kun med hensyn på de tilgjengelige posisjonsestimatene.

Når det kommer til å betrakte akselerasjonen som synliggjøres i hastighetsestimatene fremgår informasjonen derimot mer eksplisitt, og tendenser synliggjøres klart i henhold til kulenes størrelsesklasser. For kulene i den største størrelsesklassen kan man for hastighetsplottene av d100m490 og d50m502 se tendenser som likner de teoretiske forventningene. Til tross for støyen som skygger for de naturlige fluktuasjonene i hastighetsestimatet for d50m502 er fortsatt den generelle tendensen klart synlig. Hastigheten har en endringsrate inntil et vist punkt der fartsgrafen begynner å flate ut. Grafen som svarer til d50m62 skiller seg derimot ut, der det ser ut som om farten har en tilnærmet avtakende tendens. Det er mulig at denne forskjellen skyldes forholdet mellom diameteren og masse til kulene, basert på de teoretiske forventningene. Da gravitasjonskraften er utelukkende masse-avhengig og oppdriftskraften utelukkende avhengig av kulens radius vil gravitasjonskraften dominere i langt større grad for d100m490 og d50m502 relativt til dens innvirkning på d50m62. Derimot vil oppdriftskraften ha relativt større innvirkning på d100m490 enn de to andre innenfor den forenklede modellen angitt av likning 3. En annen mulig kilde til den avtakende tendensen som samsvarer bedre med teorien er at terminalhastigheten er avhengig av viskositeten som er avhengig av temperaturen. Ettersom temperaturen er ujevn gjennom oljetanken er det rimelig å anta at terminalhastigheten vil synke dersom temperaturen synker. En måte å undersøke om denne hypotesen stemmer vill da vært å gjøre en analyse av temperaturfordelingen i tanken, gjerne ved å måle temperaturen eksplisitt i de ulike regionene.

I den mellomstore klassen følger hastighet-

sestimatene for d25m30 og d22m31 langt på vei de teoretiske forventningene der kurvene etter en viss tid planer ut å og nærmer seg en konstant terminalhastighet. Det er en del fluktuasjoner rundt den potensielle terminalhastigheten, som trolig forårsakes av at bevegelsen i praksis vil være uperfekt og som også kan stamme fra potensiell støy og oppløsningen ved billedfrekvensen. Plottet for d24m18 har derimot en kraftig avtakende hastighet etter å ha nådd en makshastighet, som strider mot teorien som ligger bakenfor de andre plottene. Det bemerkes at selv om diameteren er tilnærmet den samme som for de andre størrelsesklassene så er massen omtrentlig halvparten. Trolig er dette årsaken til at oppdriftskraften og motstandskraften får en mer sentral rolle, og følgelig bidrar til å dempe ballens bevegelse.

For de aller minste kulene som betraktes så ser det ut som om kulene allerede har blitt subjekt til den hypotetiske dempningen som illustrert i hastighetsplottet til d11m1 eller allerede har nådd en omtrentlig terminalhastighet som illustrert i figur d1m004. Det bemerkes likevel at både kule d11m1 og d3m01 ble sluppet i den store oljetanken og det var i henhold til størrelsen svært vanskelig å filtrere ut kulen fra bakgrunnsbildet. Følgelig kan denne dataen hevdes å være mindre pålitelig enn dataen for de større kulene, noe som særlig bemerkes for hastighetsplottet til d3m01. Dette plottet er videre svært illustrativt for hvordan en vedvarende støyfaktor kan opptre som et konstant tillegg til hastighetsestimatet. Noe som synliggjøres ved den tilsynelatende rette linjen som går på tvers av de øvrige verdiene i plottet, der beregningene ikke klarte å plukke opp selve legemet. Dataen som er gjort for kule d1m004 er derimot langt bedre selv om kulen var svært liten relativt til de andre. Noe som følger av at billedoppløsningen var bedre da kulen var sluppet i den lille oljetanken langt nærmere objektivet. Hastighetsplottet til d1m004 blir slik sett i lys av de andre plottene svært illustrativt for kvaliteten på måledataen relativt til setting.

Når all data betraktes sammenlagt i figur 6 vil det naturligvis ikke være et av alternativene som passer perfekt. De teoretiske per-

spektivene på det turbulente og laminære grensesjiktet er ekstremtilfeller og ikke direkte applicerbart til eksperimentell data. Resultatene vil derfor alltid avvike fra teorien. Det teorien likevel forteller oss er noe om hvilke tendenser som finnes i den aktuelle settingen. Så basert på hvilke plott som gir minst avvik fra proporsjonalitetsforholdet vil man kunne si noe hvilken vei egenskapene i settingen tilter, selv om resultatene er dårlig til å gi absolutte kvalitative resultater. Dersom man beregner forventede hastigheter i henhold til de teoretiske motstandskoeffisientene angitt i likning 6 og 7 er det vanskelig å frembringe gode sammenlikninger, disse resultatene brukes derfor kun til å betrakte tendenser.

I. KONKLUSJON

At resultatene fra eksperimenter ikke alltid samsvarer med teori følger av teoriens forenklende natur og de neglisjerte forholdene som opptrer i den mer komplekse virkeligheten. Det øvrige forsøket har vært illustrativt for å belyse hvordan hastigheter kan estimeres med billedbehandling, men komplikasjonene som opptrer i henhold til støy, billedrate og oppløsning samt filtrering av objekter fra bakgrunn. Dersom forholdene rundt eksperimentet ikke er tilstrekkelige tilpasset det spesifikke forsøket risikerer data å bli ødelagt eller gå tapt som illustrert ved de minste kulene i den største oljetanken. Dersom man videre klarer å frembringe brukbar data er det videre ingen garanti for samsvar med forventet adferd. For flere av kulene fluktuerte hastigheten betydelig selv etter at kulen var antatt å ha nådd sin terminalhastighet, og noen ganger avtok til og med hastigheten igjen som den teoretiske konstruksjonen ikke evnet å fange opp. Mange parametre som er vanskelig å kontrollere kan gi betydningsfulle effekter ved eksperimenter av denne typen. For eksempel tilfeldige initialtilstander som påvirker kulens bane, deriblant tilførsel av initialhastighet og spinn som teorien antar ikke finner sted.

Likevel var dataen brukbar til å belyse

generelle tendenser ved systemet i sin helhet. Ved å gjennomføre en lineær regresjon over forholdene mellom antatt terminalhastighet og motstandskraften over radien predikerte teorien at i henhold til denne aktuelle hydrauliske oljen i samvirke med kule burde bevegelsen nærme seg mer det turbulente grensesjiktet. Det er naturligvis ikke mulig å få perfekte resultater da ethvert virkelig system vil lokalisere seg et sted mellom ytterpunktene, så naturligvis burde systemet også bære tendenser fra Stokesstrømningen, om enn i mindre grad. Totalt sett har det vært mulig å gi et inntrykk av generelle tendenser ved det aktuelle systemet, og vist seg mulig å gi troverdige estimater på terminalhastigheter ved billedbehandling. Til tross for utfordringer assosiert med høye usikkerheter og mange ukontrollerte variabler ses det ingen grunn til at majoriteten av de øvrige resultatene kan anvendes som en prediktor for flere tendenser ved systemet bestående av oljen, tank og kuler.

BIBLIOGRAFI

- [1] G. L. Squires, Practical Physics, Cambridge University Press 2001, 4th edition
 [2]<https://www.mn.uio.no/ibv/tjenester/kunnskap/plantefys/leksikon/r/reynoldstall.html>.
 (Hentet: 03.04.2018)
 [3]<https://www.mn.uio.no/ibv/tjenester/kunnskap/plantefys/leksikon/k/kinematisk.html>
 [4] Scriptet har filnavn
 nuOlje.m og kan hentes ved
<http://www.uio.no/studier/emner/matnat/fys/FYS2150/v18/kursmateriell/bevegelsesmotstand/>

APPENDIX A

A. Kode for hastighetsestimater

Utstyrliste	Modell	Serienummer
Skyvelær 1	Cocraft 20-868 Vernier Caliper	Umerket
Skyvelær 2	Glashart	Umerket
Skyvelær 3	Cocraft digitalskyvelær	C1603163063
Tomrestokk av tre	Hultafors	Umerket
Vekt	Proscale XC	FV216/225
Frame Rate Counter	Konstruert på labben	Umerket
Funksjonsgenerator	TG1006	406494
IR-termometer	Fluke 62 MAX klasse 2	EN60825
Plastlinjal	Maped	Umerket
Olje	Shell Tellus S2 M 68 Industrial Hydraulic Fluid	
uEye kamera med objektiv		
PC med matlab og uEye Cockpit		
17 Kuler		
Stor gjennomsiktig sylindrisk tank med olje		
Liten gjennomsiktig sylindrisk tank med olje		