

Braggdiffraksjon

Oline A. Ranum

Universitetet i Oslo - Institutt for fysikk

olinear@student.matnat.uio.no

(Dated: April 27, 2018)

Det følgende eksperimentets formål var en økt forståelse for egenskapene til elektromagnetisk stråling og elektrondiffraksjon. Sentralt for forsøket var bruken av røntgenspektrometere for å studere intensitetsnivåer per vinkel for henholdsvis bremsestråling, karakteristisk stråling og elektronstråler. Forsøket bygger primært på en forståelse av en partikkel-bølge dualitet for å betrakte hvordan stråling og materie samvirker. I eksperimentets helhet underbygges det teoretiske rammeverkets styrke innenfor eksperimentets omstendigheter og usikkerheter. Det estimeres en spenning over røntgenspektrometere på 21.6 ± 6.5 kV som sammenliknes med den nominelle spenningen på 20.0kV. Avviket begrunnes med utgangspunkt i situasjonsbetingelser. Fire intensitetstopper lokaliseres for karakteristisk stråling ved en RbCl-krystall i umiddelbar nærhet av de teoretisk predikerte toppene, et resultat som underbygger den teoretiske styrken. Ved studie av elektrondiffraksjon er teoriens treffsikkerhet særlig fremfredende rundt partikkel-bølge dualitet, der to ulike metoder leder til samme estimerte gitterplankonstant på $d_{10} = 2.2$ Å og $d_{11} = 1.3$ Å. Usikkerhetene assosiert med metodene er basert på enten en eksperimentell feilkilde eller på statistisk usikkerheter, det fremgår at den statistiske feilkilden er neglisjerbar i henhold til den eksperimentelle.

INTRODUKSJON

Eksperimentet undergått i denne artikkelen søker å belyse dualiteten mellom bølger og materie ved fenomenet braggdiffraksjon. Ved å studere avbøyning av røntgenstråling og elektroner i krystaller gis dypere innsikt i samvirket mellom egenskaper som bølgelengde, bevegelsesmengde og energi. Da Young i 1801 gjennomførte det første dobbelt-spalt eksperimentet var den klassiske fysikken utilstrekkelig for å forstå de fundamentale mekanismene som lå til grunn. Ikke før utover 1920-tallet da eksperimentet ble gjennomført av Davidsen og Germer med elektroner kunne man forstå tilstedeværelsen av en bølge-partikkel dualitet. En innsikt som på samme tid ble konsentrert i de Broglies hypotese. Siden har man gang på gang demonstrert at lys og materie lar seg beskrive av hverandres klassiske egenskaper, og slik anskueliggjort den fundamentale sannsynlighetsbaserte naturen i kvantemekaniske fenomener.

Artikkelen presenterer først sentral teori som underbygger eksperimentets metodikk. Seksjonen omfatter en generell introduksjon til karakterisering av røntgenstråling, belegg for diffraksjonsfenomenet samt anvendelse av røntgenspektrometere. Seksjonen presenterer så elektrondiffraksjon i lys av de Broglies hypotese og teknikker for å studere bølgelengder, gitterstrukturer og partikkelakselerasjon. Det gis også teoretisk belegg for usikkerhetsestimater anvendt for å betrakte aktuell eksperimentell data. Deretter følger en gjennomgang av eksperimentell metode. Eksperimentets første del omfatter Røntgenspektrometri på en litiumhydroksid-krystall og metode for å studere kontinuerlige energispektrere i bremsestråling. Eksperimentets andre del gjentar forsøket med samme metodikk, men studerer karakteristisk stråling ved bruk av en Rubidium-klorid-krystall.

Forsøkets siste deleksperiment betrakter elektrondiffraksjon og estimerer av gitterplankonstanter med hensyn på estimerte elektronbølgelengder. Deretter presenteres resultatene av forsøket og en diskusjon av dataen i henhold til teoretiske predikasjoner og sentrale usikkerheter. Mot artikkelens avsluttende segment konkluderes så med eksperimentets viktigste funn.

Å utvikle forståelse for de dypeste mekanismene i vår virkelighet har gang på gang vist seg å være en enorm kilde til menneskelig livsglede, og står alene som tilstrekkelig grunn for å studere samvirket mellom materie og lys. I dag baseres vår forståelse av den mikroskopiske verden blant annet på dualiteten som det følgende eksperimentet belyser. En innsikt som fortsetter å presse grensene for vår kunnskap om verden og former den teknologiske utviklingen. Skulle det likevel være behov for et mer pragmatisk nytteargument har egenskaper assosiert med samvirke mellom stråling og materie lagt grunnlaget for utvikling av teknologi og slik bidratt til å forbedre menneskelig livskvalitet. For eksempel kommer mye av vår kunnskap om krystallstrukturer og strukturer av molekyler så komplekse som DNA fra diffraksjonsstudier. Det er vanskelig å sammenfatte betydningen av Davidson-Germer eksperimentet og de Broglies hypotese, men innsikten etablert tidlig på 1920-tallet ble en fundamental byggekloss for hvordan vi i dag forstår og beskriver verden som omgir oss. Vi håper at dette forsøket kan bidra til å kaste lys over det teoretiske rammeverket vi i dag beskriver verden med og den forunderlige kompleksiteten som utformer vår hverdag.

TEORI

I. Røntgenstråling

Røntgenstråling er elektromagnetisk stråling med bølgelengde mellom 10nm og 0.01nm, eller tilsvarende fotonenergier mellom 0.1 keV og 1MeV. Røntgenstråling oppstår når elektroner bremses i et stoff, og kan dannes ved to prosesser i elektronbanene der strålingen betegnes som bremsestråling eller karakteristisk stråling. Mer generelt kan røntgenstråling karakteriseres ved sin bølgelengde λ , frekvens ν eller fotonenergien E . Størrelsene relateres ved

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \quad (1)$$

der c er lyshastigheten og h er Plancks konstant. Av denne relasjonen fremgår at bølgelengde og frekvens er omvendt proporsjonale, og at fotonenergien er maksimal når bølgelengden har sitt minimum.

Bremsestråling oppstår når elektrisk ladde partikler akselereres, ofte ved at partikelen støter mot andre ladde partikler eller avbøyes i felt rundt atomkjerne. Energien til de tilstøtende bremsestrålingsfotonene kan ha alle energier mindre enn elektronets kinetiske energi og derav vil energispekteret fra røntgenstrålingen være kontinuerlig og uavhengig av stoffet som sender ut strålingen.

Karakteristisk stråling er på den andre siden avhengig av grunnstoffet som bygger opp materialet den elektromagnetiske strålingen sendes gjennom. Når hurtige elektroner beveger seg gjennom et stoff kan det eksitere eller ionisere stoffets molekyler. Denne prosessen er likevel fullstendig avhengig av at fotonenergien til den innkommende strålingen svarer til de kvantiserte energinivåene mellom elektronskallene. Når et elektron siden henfaller vil et foton sendes ut med energi korresponderende til energidifferansen mellom det eksiterte energinivået og nivået elektronet henfalt til. Det er denne strålingen som siden observeres som den karakteristiske strålingen og er et produkt av et grunnstoffs subatomære struktur. På bakgrunn av at energinivåene er kvantisert følger det at energispekteret er et diskret linjespektrum hvor linjene korresponderer til de bestemte overgangene. Røntgenstrålingen oppstår når fotonenergien eksiterer de indre skallene i tyngre atomer. Tabell I belyser som eksempel 4 karakteristiske linjer for kopper i et gitt måleområde. Tabellen viser til karakteristisk stråling assosiert med henfall til det K-te skallet, og skiller mellom fall fra α og β som representerer henholdsvis fall fra det nærmeste og nest nærmeste skallet. Indeksene 1 og 2 skiller finstrukturer i spekteret. Det bemerkes likevel at det ofte tas et snitt av bølgelengdene assosiert med finstrukturene da de færreste standardiserte verktøy har tilstrekkelig god oppløsning til å skille mellom finstruktur^[1]. Figur 1 belyser flere av de nevnte aspektene ved karakteristisk stråling.

linje	Bølgelengde (pm)
$K_{\alpha 1}$	154.4
$K_{\alpha 2}$	154.0
$K_{\beta 1}$	139.2
$K_{\beta 2}$	138.1

TABLE I. Karakteristiske linjer for kopper i et gitt observasjonsområde.

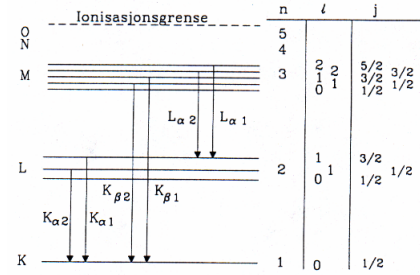


FIG. 1. Figuren illustrerer ulike energinivåer og elektronhenfall som kilde til karakteristisk røntgenstråling. Oppspaltningen i finstrukturer er tegnet svært overdrevet. De vertikale strekene mellom energiskallene representerer overganger fra et skall til et annet.

II. Røntgenspektroskopi, Krystallstrukturer og Braggs lov

Røntgenspektroskopi gjør det mulig å studere Braggdiffraksjon og stråling mer inngående, og et røntgenspektrometer gjør det mulig å bestemme bølgelengden til strålingen. Instrumentet består vanligvis av et røntgenrør, et goniometer med krystall, spalter og tellerør. Ettersom bølgelengden til røntgenstrålingen er for kort til å fremstille gitterstrukturer med gitterkonstant d i samme størrelsesorden som λ utnyttes den naturlige gitterstrukturen i krystaller i krystallspektrometere.

Krystaller har en kubisk atomær struktur hvis overflater virker som et gitterplan. Når Røntgenstråling treffer krystallplanet vil planet reflektere strålingen. I henhold til speilbetingelsen vil da strålingen som spres mot de enkelte atomene i planet interferere konstruktivt hvis refleksjonsvinkel er lik innfallsvinkel. Denne betingelsen kan videreutvikles til å omtale stråling som reflekteres fra to forskjellige gitterplan. Dersom gangforskjellen mellom reflektert stråling fra to plan er et helt antall bølgelengder vil man få en konstruktiv ingenerelt ordnet med enterferens. De trigonometriske relasjonene er angitt eksplisitt i figur 2, der det fremgår at den ekstra veilengden svarer til $2L = d \sin \theta$. Denne relasjonen kalles for Braggs betingelse for refleksjon av Røntgenstråler, og formuleres

$$2d \sin \theta = n\lambda \quad (2)$$

Her er n et heltall korresponderende til et n -te ordens maksimum, λ er strålingens bølgelengde og θ er refleksjonsvinkel.

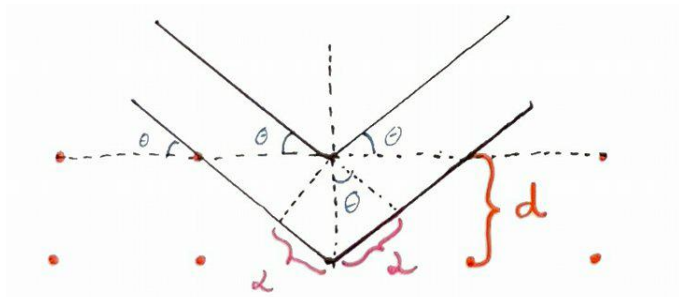


FIG. 2. Refleksjonsgitter med gitterkonstant d , belyst med en monokromatisk planbølge. Innfallsvinkelen θ er komplementvinkelen til normalen på gitterplanet. Gitterstrukturen antar at atomene har en periodisk lagvis struktur med distanse d .

Anvendelse av Røntgenspektrometre

Et røntgenspektrometer består av tre hoveddeler. Et røntgenrør som er et vakuumrør med en glødekatode, en krystall som sprer innkommende stråling og en strålingsdetektor. Spektrometerene innehar også spalter eller blendere for å avgrense strålen. Ved å justere innfallsvinkelen til røntgenrøret relativt til krystall kan man benytte spektrometre til å betrakte difraksjonsfenomener.

Når glødekatoden kobles til en spenningskilde og oppvarmes akseleres elektroner fra katoden i feltet mellom anoden og katoden. Elektronene treffer anoden med en energi eU , der U er den påtrykte spenningen. Det produseres så både bremsestråling og karakteristisk stråling når elektronene treffer anoden. Den maksimale frekvensen i spektret eller den minste vinkelen som reflekterer stråling mot detektoren svarer til at hele elektronenergien eU er overført til et enkelt foton. Det vil si at den minste vinkelen der reflektert stråling oppfanges i detektoren vil svare til den høyeste fotonenergien ved nedbremsingen av elektronene i røntgenrøret. Denne egenskapen kan benyttes til å estimere spenningen over anoden og katoden, som vil kunne belyse instrumentegenskaper i henhold til en nominell påtrykt spenning.

III. Elektrondiffraksjon

Elektrondiffraksjon og de-Broglies hypotese

Når monoenergetiske elektronstråler med en bevegelsesmengde p sendes gjennom en krystallstruktur vil elektronene spres i et mønster karakteristisk for krystallsymmetrien og bølgelengden assosiert med strålen. Elektronets tilsynelatende bølgeegenskaper grunnis i de-Broglies hypotese à 1924, der bølgelengden λ knyttes til partikkelens bevegelsesmengde ved

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (3)$$

Strukturen i krystallen vil spre elektronene og kan forme sirkulære bånd på en observasjonsskjerm, gitt at krystallens indre struktur er arrangert i hexagonale lag. Andre krystallstrukturer vil gi andre diffraksjonsmønstre, og antallet bånd som synliggjøres på skjærmen er en indikator på hvor mange lag elektronene reflekteres mot. Ringenes diameter vil være avhengig av energien til de innkommende elektronene, som igjen vil være avhengig av en eventuell påtrykt spenning som elektronene akseleres under. I henhold til en påtrykt potensialforskjell U kan man dernest finne elektronets innkommende hastighet v ved

$$eU = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - mc^2 \quad (4)$$

Her er e elementærladningen og m er elektronets masse. Når denne relasjonen implementeres i de Broglies hypotese følger det at

$$\lambda = \frac{h}{p} = \lambda_C \sqrt{\frac{mc^2}{2eU}} f(U) \quad (5)$$

Der $\lambda_C = 2.426\text{pm}$ er de Broglie bølgelengden og $f(U)$ er den relativistiske korreksjonsfaktoren gitt ved

$$f(U) = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{eU}{2mc^2}}} \quad (6)$$

Faktoren $f(U)$ tar høyde for de relativistiske effektene ved høyenergetiske partikler. Når partikkelene har relativt lave energier i henhold til sin hvileenergi vil denne faktoren være lav. Dersom elektronenergien er relativt høy vil faktoren derimot vektas tyngre og gi utslag i bølgelengden.

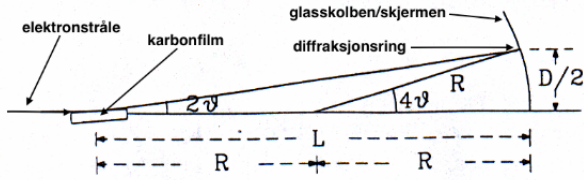


FIG. 3. Geometri for måling av småvinkel elektrondiffraksjon fra en krystall.

Braggspredning

Braggs lov som angitt i likning 2 er også gyldig for elektrondiffraksjon, og denne egenskapen kan benyttes til å finne gitterplanavstanden d i materialet elektronene spres i. Fremgangsmetoden for å finne d vil være avhengig av de geometriske relasjonene i instrumentets oppsett. Når de spredte elektronene treffer en kuleformet skjerm med radius R kan man for små vinkler postulere at spredningsvinkelen er gitt ved relasjonen

$$\theta = \frac{D}{8R} \quad (7)$$

der D er diameteren på skjermen og $R = 2L$ der L er avstanden fra karbonfilmen til sentrum av skjermen. Geometrien er illustrert i figur 3. Det følger dermed at gitterplanavstanden kan beregnes ved

$$d = \frac{\lambda}{2\theta} = \frac{2\lambda L}{D} \quad (8)$$

Dersom en utnytter at L er konstant kan man også benytte at

$$\bar{d} = 2L\bar{\Theta} \quad (9)$$

Her er $\bar{\Theta}$ en dimensjonsløs konstant $\bar{\Theta} = \lambda/D$.

IV. Usikkerhetsestimater

Usikkerheter følger naturlig ved alle målinger, og opptrer i henhold til valgt metodikk og anvent instrument. Det følger at det eksisterer svært vide spektre av potensielle usikkerhetskilder og metoder for å estimere betydningen av slike komponenter. I henhold til hvert spesifikke forsøk må det også gjøres en avveining av hvilke assosierte usikkerheter som dominerer i målingene, og hvilke faktorer som i dette lys blir neglisjerbare. Det kan ofte forekomme at instrumentets oppløsningsevne er den dominerende kilden til usikkerhet, Da vil man ofte sitte igjen kun med en garanti om at en størrelse ligger innenfor et gitt intervall diktet av oppløsningsevnen. Dersom man utelukker ytterligere spesifikasjoner er det rimelig å estimere en usikkerhet basert på ytterpunktene for et slikt intervall. Dette kan gjøres ved å benytte de estimerte størrelsene assosiert med grenseområdene.

En generell algoritme for hvordan et slikt estimat kan oppføres er gitt ved

$$\Delta V = \frac{(V_{i+1} - V_i) + (V_i - V_{i-1})}{2} \quad (10)$$

Her er V den assosierte størrelsen og i er indeksen for størrelsen representert i en måling.

1. Usikkerhetsberegninger I sammensatte størrelser

Når målte størrelser inngår som variable i en funksjon vil usikkerheten ved den sammensatte størrelsen tilsvare funksjonene angitt i tabell II. Det vil si relasjonene mellom usikkerhetene Δ i de målte parameterene og det endelige estimatet, der A og B er de målte parameterene og Z er den sammensatte størrelsen.

Relasjon Z , A , B	Assosiert usikkerhet
$Z = A \pm B$	$(\Delta Z^2 = \Delta A^2 \pm \Delta B^2)$
$Z = \frac{A}{B}$	$\frac{\Delta Z^2}{Z^2} = \frac{\Delta A^2}{A^2} + \frac{\Delta B^2}{B^2}$

TABLE II. Oversikt over usikkerhetsberegninger i sammensatte størrelser

2. Usikkerhetsestimater i trigonometriske funksjoner

For å estimere usikkerheter som opptrer når en målt vinkel passerer gjennom en trigonometrisk funksjon kan følgende algoritme anvendes for en gitt måling av θ og angitt $\Delta\theta$.

$$f(\theta_{rad}) = \sin \theta_{rad}$$

$$\Delta f = \Delta\theta_{rad} \cos \theta_{rad} \quad (11)$$

3. Usikkerheter assosiert med datasett

For usikkerheter assosiert med datasett, der en størrelse har blitt målt gjentatte ganger, kan det derimot være rimlig å anta at en statistisk usikkerhet kan estimeres med utgangspunkt i spredningen av måleresultatene. Med andre ord kan det i slike tilfeller benyttes et standardavvik fra gjennomsnittet av observasjoner som usikkerhetsestimat. Dette standardavviket vil være bestemt av

$$\sigma_m \approx \left(\frac{1}{n-1}\right)^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_i (x_i - \bar{x})^2} \quad (12)$$

EKSPERIMENTELT

Instrumentet som ble anvendt for eksperiment A og B er avbildet i figur 4.

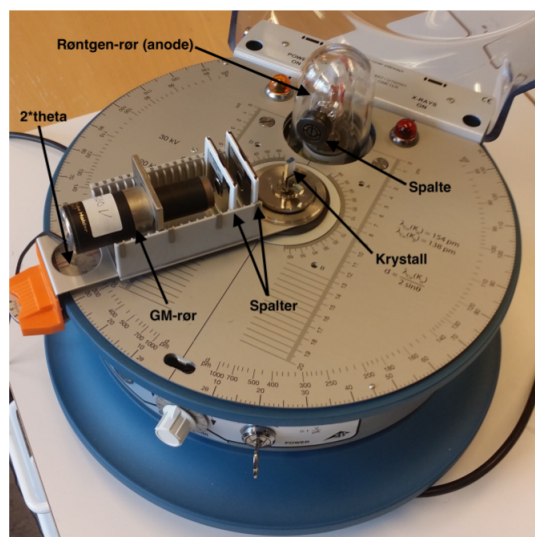


FIG. 4. Bilde av Bragg-type røntgenspektrometer med GM-detektor. Røntgenstrålingen fra anoden passerer en spalte, og treffer krystallen i vinkelen θ . Den reflekterte strålen som danner vinkelen 2θ med den innfallende, går inn i GM-røret. Foran GM-røret er det to spalter som skjermer mot spredt stråling fra veggene i spektrometeret.

A.Røntgenspektrometri på LiF-krystall

I eksperimentets første del betraktes diffraksjon i en litiumhydroksid-krystall. LiF-krystallen plasseres i sentrum av røntgenspektrometeret som avbildning i figur 4. Krystallen er satt midt i holderen med den lengste siden vertikalt og den blanke siden vender utover for å optimalisere intensiteten i den reflekterte strålen. Krystallen festes forsiktig ved hjelp av små skruer slik at den forblir fastholdt under hele eksperimentet. Det bemerkes at gitterplankonstanten til krystallen svarer til $d = 200.5$ pm. Spektrometerets anode kobles så til en spenningskilde som skrues på og fastholdes ved 20 kV. Det sørges for 5 minutters oppvarmingstid for anoden før forsøkene iverksettes. Geiger-Müller-telleren kobles til et telleverk som angir antall registrerte røntgenkvanter i GM-røret. Talletiden forhåndsinnstilles på 60 sekunder og plasseres i spor 27 på dreiearmen. Foran telleren plasseres to spalter der en plate med spalte på 1 mm settes i spor nr. 18 og en plate på 3mm settes i spor nr. 13.

For en måletid på 60s gjøres 22 målinger for hver halve grad der $\theta \in [12.0^\circ, 22.5^\circ]$. Vinkelendringen gjøres ved å skru på dreiebordet tilkoblet GM-røret og dobbelt-

sjekke etter øyemål at vinkelen ser passelig ut over vinkelavlesningsbordet. Basert på siktingsevne antas den nominelle vinkelen å kunne implementeres på instrumentet med en usikkerhet på $\pm 0.1^\circ$ basert på relasjon 11. For hver vinkel loggføres hvor mange røntgenkvanter som treffer GM-røret per minutt. Intensiteten registreres inntil stigning i intensitet flater ut på nytt ved omtrentlig 20° . Måleresultatene fremstilles så grafisk ved å plote intensitet mot vinkel, og denne grafen benyttes til å bestemme spenningen over røntgenrøret med utgangspunkt i kurvens knekkpunkt. Da oppløsningen for intensitetsmålingene per vinkel vil være den dominerende kilden til usikkerhet baseres usikkerheten i bestemmelse av knekkpunkt og i spenningsestimater på distansen fra antatt knekkpunkt til de to nærmeste målepunktene. Det antas med andre ord at den faktiske knekkverdien vil ligge i innenfor $\pm 0.5^\circ$ fra lokert verdi. Med utgangspunkt i denne antakelsen estimeres usikkerheten i den beregnede spenningen i henhold til likning 10.

B.Røntgenspektrometri på RbCl-krystall

I eksperimentets neste deloppgave ble LiF-krystallen byttet ut med en Rubidium klorid (RbCl) krystall. Det estimeres initielt hvor toppene for de karakteristiske linjene for kopper vil ligge, og et måleområde velges så med hensyn på disse verdiene. Estimater av vinklene beregnes ved bruk av Braggs lov for intensitetsmaksima i henhold til likning 2. Bølgelengdene som benyttes for disse estimatene baseres på bølgelengdene angitt i tabell I. Da oppløsningsevnen i instrumentene ikke er tilstrekkelig til å separere stråling ved finstrukturene i krystallet benyttes et snitt av de to angitte α - og β -toppene.

Det settes opp to måleområder der det gjøres en enkelt måling av intensiteten per halve grad med en måletid på 10 sekunder. Den første regionen svarer til $\theta \in [22.0^\circ, 28.5^\circ]$ og den andre regionen til $\theta \in [45.0^\circ, 58.0^\circ]$. Metodikken følger den samme strukturen som beskrevet for LiF-krystallen.

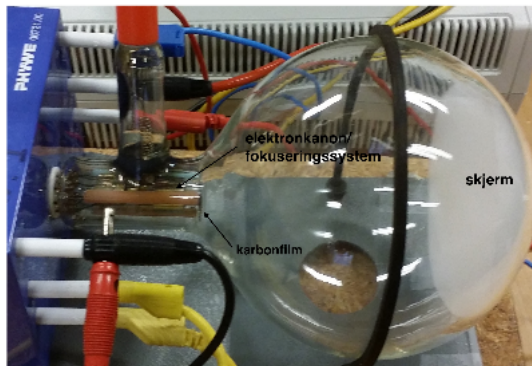


FIG. 5. Bilde av elektronrør med innebygget blikk av karbonfilm.

C. Elektrondiffraksjon

Det følgende deleksperimentet benytter et TELTRON 555-rør, en karbonkrystall og en flouriserende skjerm montert i en vakuum glassbeholder for å betrakte elektrondiffraksjon. Apperaturet er avbildet i figur 5 og instrumentets indre struktur og geometri er nærmere belyst i figur 3. Glødetråden i kanonen tilkobles en høyspenningkilde, og anodespenningen over TELTRON 555-røret settes initielt til 3kV. For høyspenningskilden vil usikkerheten assosiert ved innstillingen av nominell spenningsverdi på apparaturet være 0.002% av U_{nom} . Den samme usikkerheten gjelder for strømmen I_{nom} . Usikkerheten fremgår neglisjerbar i lys av avlesningssopløsningen. Fra denne observasjonen følger det at usikkerheten assosiert med den relativistiske korreksjonsfaktoren og elektronenes bølgelengde også er neglisjerbare verdier. Katoden varmes opp i omtrentlig et minutt før målingene tas. Når spenningen skrus på lyser to utsvenvende ringer opp på den flouriserende skjermen. Indre og ytre diameter til de to ringene måles så med et plastikk-skyvelær, der middelverdien av de to diameterene så benyttes for å estimere sirkelens faktiske diameter. Siktingen av ytre og indre diameter av de utsvevende ringene tas etter øyemål og antas å ha en usikkerhet på 5 mm.

For å estimere spenningen over TELTRON 555 røret brukes den nominelle spenningen der det trekkes fra en spenningskomponent forårsaket av resistansen mellom høyspenningsforsyningen og anoden. Denne spenningen antas å være spenningen som akselererer elektronene, og brukes til å estimere den relativistiske korreksjonsfaktoren som angitt i likning 6 og spenningskomponenten som inngår i bølgelengden. Deretter estimeres bølgelengden for alle spenninger i henhold til likning 5.

De øvrige målingene og estimatene gjøres for 11 ulike spenninger mellom 3.0-5.0 kV med 0.2kV intervaller. Alle målinger av diameter gjøres horisontalt på den flouriserende skjermen og målingene identifiseres ved koden angitt i figur 6. Deretter benyttes alle midlede diameterer og estimerte bølgelengdene for å estimere gitterplankonstan-

ter i henhold til likning 8. Den nye usikkerheten assosiert med snittet av diametermålingene estimeres i henhold til tabell II og usikkerheten knyttet til snittet av gitterkonstantene behandles som en sammensatt størrelse. d_{10} og d_{11} estimeres så ved likning 9 med en assosiert usikkerhet beregnet ved likning 12.

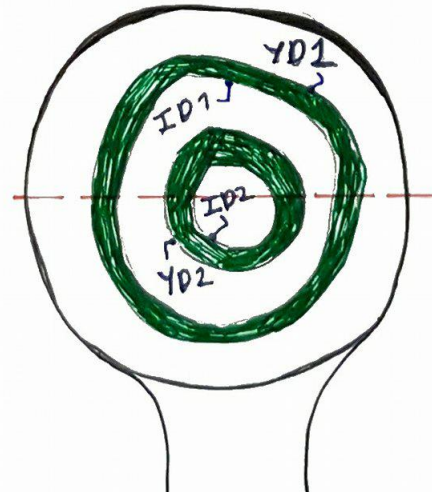


FIG. 6. Elektronringer på flouriserende skjerm. Ytre, store ring navngis ved ID YD1. Indre, store ring gis ID ID1. Ytre lille ring gis ID YD2 og indre, lille ring ID2. Den røde linjen representerer siktlinjen for målingene.

RESULTATER

A. Røntgenspektrometri på LiF-krystall

Tabell III angir antallet fotoner registrert av telleverket over en periode på 60 sekunder per vinkel. I tabellene er den nominelle verdien oppført, der implementeringen av nominell verdi i instrument antas å være innenfor en nøyaktighet av 0.1° .

$\theta_{nominell}^\circ$	12.0°	12.5 °	13.0°	13.5°	14.0°	14.5°	15.0°
Telleverk	134	170	144	151	159	154	131

$\theta_{nominell}^\circ$	15.5°	16.0°	16.5°	17.0 °	17.5°	18.0 °	18.5°
Telleverk	151	152	163	232	295	383	425

$\theta_{nominell}^\circ$	19.0°	19.5°	20.0°	20.5°	21.0°	21.5°	22.0 °	22.5 °
Telleverk	483	576	627	645	659	661	693	731

TABLE III. Tabellen angir antall gammakvanter målt per vinkel over en måletid $t = 60$ s i røntgenspektrometeret.

Figur 7 er en grafisk fremstilling av de øvrige resultatene. Det fremgår av grafen at minimumsvinkelen for at GM-røret skal registrere strålinger reflektert fra krystallen er tilnærmet $2\theta = 16.5^\circ$. Ved å benytte Braggs lov for et første ordens maksimum som angitt i likning 2 estimeres den minste bølgelengden $\lambda_{min} = 57.54 \pm 0.01$ pm. I henhold til definisjonen av strålingsenergien som angitt i likning 1 vil spenningen over anoden tilsvare 21.6 ± 6.5 kV der usikkerheten er gitt i henhold til oppløsningen i måledataen.

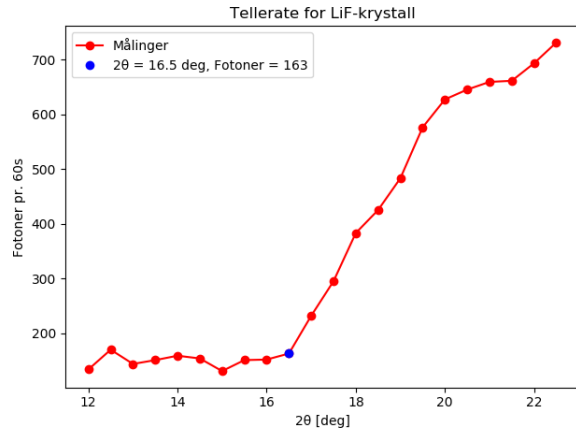


FIG. 7. Grafisk fremstilling av måledata for tellerate ved LiF-krystall. Blå markør indikerer knekkpunktet til grafen.

B. Røntgenspektrometri på RBCL-krystall

Middelverdien av bølgelengdene assosiert med henfall fra finstrukturene for α - og β -toppene er gitt ved

$$\lambda_\alpha = \frac{K_{\alpha 1} + K_{\alpha 2}}{2} = 154.2 \text{ pm}$$

$$\lambda_\beta = \frac{K_{\beta 1} + K_{\beta 2}}{2} = 138.7 \text{ pm}$$

Tabell IV angir de estimerte vinklene for hvor de to toppene vil ha sitt første- og andre ordens maksimum i henhold til hvilket energinivået elektronet har henfalt fra. Målingene gjort i regionene nærtliggende disse vinkelen

	n = 1	n = 2
λ_α	27.23	56.2
λ_β	24.4	50.1

TABLE IV. Forventede maksimum for intensitetsorden $n=1$ og $n=2$, i henhold til henfall fra α og β energinivå.

er presentert i tabell V for første-ordens maksimum og tabell VI for andre-ordens maksimum.

$\theta_{nominell}^\circ$	22.0°	22.5 °	23.0 °	23.5°	24.0 °	24.5 °	25.0 °
Telleverk	48	70	84	212	213	126	81

$\theta_{nominell}^\circ$	25.5 °	26.0°	26.5 °	27.0°	27.5 °	28.0 °	28.5 °
Telleverk	102	585	992	611	93	74	75

TABLE V. Tabell for tellerate ved vinkler i regionen om forventet første-ordens maksimum

$\theta_{nominell}^\circ$	45.0 °	45.5 °	46.0 °	46.5 °	47.0 °	47.5 °	48.0 °
Telleverk	59	65	58	78	72	64	75

$\theta_{nominell}^\circ$	48.5°	49.0 °	49.5 °	50.0 °	50.5 °	51.0 °	51.5°
Telleverk	98	147	230	81	59	67	67

$\theta_{nominell}^\circ$	52.0 °	52.5 °	53.0 °	53.5 °	54.0 °	54.5°	55.0°
Telleverk	76	79	71	91	137	433	420

$\theta_{nominell}^\circ$	55.5 °	56.0 °	56.5 °	57.0 °	57.5 °	58.0°
Telleverk	530	339	159	91	66	59

TABLE VI. Tabell for tellerate ved vinkler i regionen om forventet andre-ordens maksimum

Telleraten mot vinkel er fremstilt grafisk i figur 8 og 9 for henholdsvis første- og andre-ordens maksimum, hvor det påvises fire topper. I henhold til de forventede vinklene antas de lavere toppene å samsvare med de karakteristiske linjene om λ_β og de høyintensive toppene med λ_α . Estimert maksima er angitt i henhold til energihenfall og maksimumsorden i tabell VII.

	n = 1	n = 2
λ_α	$26.5 \pm 0.5^\circ$	$55.5 \pm 0.5^\circ$
λ_β	$24.0 \pm 0.5^\circ$	$49.0 \pm 0.5^\circ$

TABLE VII. Oversikt over estimerte intensitetsmaksima med utgangspunkt i målinger for å lokalisere den karakteristiske strålingen

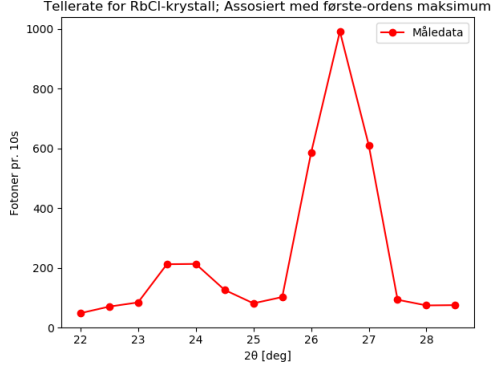


FIG. 8. Grafisk fremstilling av intensitetsdata assosiert med første-ordens maksima

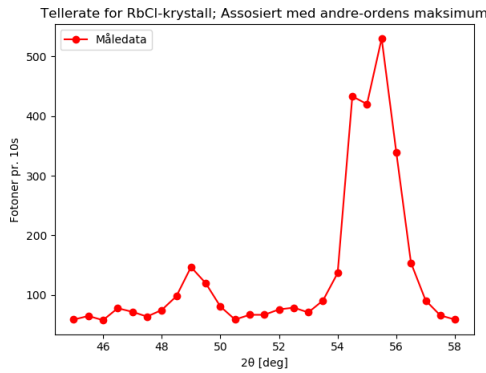


FIG. 9. Grafisk fremstilling av intensitetsdata assosiert med andre-ordens maksima

C. Elektrondiffraksjon

Den relativistiske korreksjonsfaktoren for gitte spenningsverdier er i henhold til likning 6 angitt i tabell VIII. Det observeres at vektningen av faktoren øker med spenningen elektronet akselereres over. Målinger av diameter til ringer i henhold til påtrykt spenning er angitt i tabell IX. I den samme tabellen er også strømkomponenten som benyttes til å estimere den akselererende spenningen angitt. Spenningen brukes til å estimere den relativistiske faktoren $f(U)$ som angis per nominelle spenning i tabell X, her finnes også estimerer for den korresponderende bølgelengden og gitterplanavstandene d_{10} og d_{11} . I tillegg presenteres faktoren Θ . Usikkerheten assosiert med snittet av diameter svarer til

$$\Delta D = \sqrt{0.5^2 + 0.5^2} = 0.7 \quad (13)$$

Spenning U [kV]	1	5	20	50	100
Korreksjonsfaktor f(U)	0.9995	0.9976	0.9904	0.9764	0.9543

TABLE VIII. Relativistiske korreksjonsfaktorer for et utvalg spenninger

U [kV]	I [mA]	YD1 [cm]	ID1 [cm]	YD2 [cm]	ID2 [cm]
3.00	0.042	5.5 ± 0.5	4.8 ± 0.5	3.3 ± 0.5	2.9 ± 0.5
3.20	0.045	5.4 ± 0.5	4.7 ± 0.5	3.2 ± 0.5	2.6 ± 0.5
3.40	0.048	5.4 ± 0.5	4.7 ± 0.5	3.2 ± 0.5	2.5 ± 0.5
3.60	0.051	5.3 ± 0.5	4.4 ± 0.5	3.0 ± 0.5	2.4 ± 0.5
3.80	0.054	5.0 ± 0.5	4.4 ± 0.5	3.0 ± 0.5	2.4 ± 0.5
4.00	0.057	4.9 ± 0.5	4.4 ± 0.5	3.0 ± 0.5	2.3 ± 0.5
4.20	0.061	4.9 ± 0.5	4.2 ± 0.5	2.9 ± 0.5	2.2 ± 0.5
4.40	0.064	4.8 ± 0.5	4.1 ± 0.5	2.8 ± 0.5	2.2 ± 0.5
4.60	0.067	4.7 ± 0.5	4.0 ± 0.5	2.8 ± 0.5	2.1 ± 0.5
4.80	0.070	4.6 ± 0.5	4.0 ± 0.5	2.7 ± 0.5	2.0 ± 0.5
5.00	0.074	4.4 ± 0.5	3.9 ± 0.5	2.6 ± 0.5	1.9 ± 0.5

TABLE IX. Målinger av alle fire diameter og oppføring av aktuell strømkomponent gitt ved nominell spenningsverdi

Den midlede verdien av gitterplanskonstantene for lagene som reflekterer de to ringene svarer til

$$d_{10} = 2.2 \pm 0.1 \text{ Å}$$

$$d_{11} = 1.3 \pm 0.2 \text{ Å}$$

Det følger at raten mellom gitterplanavstandene er tilnærmet $\sqrt{3}$.

Når \bar{d} estimeres ved likning 9 beregnes følgende

$$\bar{d}_{10} = 2L \frac{\sum_{i=1}^{11} \Theta_{1,i}}{11} = 2.2 \text{ Å}$$

$$\bar{d}_{11} = 2L \frac{\sum_{i=1}^{11} \Theta_{2,i}}{11} = 1.3 \text{ Å}$$

De statistiske usikkerhetene assosiert med spredningen av datamengden svarer til $\Delta\Theta_1 = 0.03$ og $\Delta\Theta_2 = 0.05$, og er følgelig neglisjerbare. Når den statistiske usikkerheten legges sammen med den eksperimentelle fås usikkerheter på $\Delta d_{10} = 0.15 \text{ Å}$ og $\Delta d_{11} = 0.23 \text{ Å}$.

U [kV]	f(U)	λ [pm]	Θ_1 [10 ⁻¹⁰]	Θ_2 [10 ⁻¹⁰]	d_{10}	Δd_{10}	d_{11}	Δd_{11}
3.00	0.9987	24.1	2.2	1.3	2.2	0.5	1.3	0.2
3.20	0.9987	23.4	2.3	1.3	2.3	0.6	1.3	0.2
3.40	0.9986	22.7	2.2	1.3	2.2	0.6	1.2	0.2
3.60	0.9985	22.0	2.2	1.3	2.3	0.6	1.3	0.2
3.80	0.9984	21.4	2.2	1.3	2.2	0.6	1.3	0.2
4.00	0.9983	20.9	2.2	1.3	2.2	0.6	1.3	0.2
4.20	0.9982	20.3	2.2	1.3	2.2	0.6	1.3	0.2
4.40	0.9982	20.0	2.2	1.3	2.2	0.6	1.3	0.2
4.60	0.9981	19.5	2.2	1.3	2.2	0.6	1.2	0.2
4.80	0.9980	19.1	2.3	1.2	2.3	0.7	1.2	0.2
5.00	0.9979	18.7	2.2	1.3	2.3	0.7	1.3	0.2

TABLE X. Estimert bølgelengde, relativistisk korreksjonsfaktor, konstanten Θ og gitterplankonstant basert på måledata i tabell IX.

DISKUSJON

Røntgenspektrometri på LiF- og RbCl-krystall

Den målte verdien for U_R , innenfor rammene av sin assosierte usikkerhet, viker fra den nominelle U_R med et minimum på 1KV. Det finnes flere mulige årsaker til hvorfor den eksperimentelle dataen ikke samsvarer med den nominelle. For det første kan det opptre spenningsbidrag fra instrumenter koblet i kretsen. Apperaturer som høyspenningsforsyningen kan indusere små størmforsyninger som setter opp spenninger ved naturlige motstander i komponentene. En annen mulighet er feilslutninger i estimatet av knekkpunktet til grafen der telleverket begynner å fange opp røntgenstråling reflektert fra krystallen. Som anskueliggjøres i plottet ved figur 7 finnes alternative måter å tolke hvor et slikt knekkpunkt er. Valget av knekkpunkt som var basert på hvor den mest markante endringen i stigningsrate opptrer kan betviles. Andre analysegrunnlag kunne endret bestemmelsen av knekkpunktet, som ville svart til en annen bølgelengde og følgelig et annet energiestimat ved likning 1.

Det er generelt ganske vanskelig å estimere et slikt knekkpunkt ved en halv grads oppløsning og man ville trolig tjent på å øke antallet vinkler som måles over. Det bemerkes at det ellers er en bakgrunnsstøy som preger målingene som synliggjøres ved de første vinklene der GM-telleren ikke registrerer reflekterte kvanter. Ellers kan man også trekke frem at enkelte usikkerheter neglisjeres som kunne hatt innvirkninger på usikkerheten assosiert med målt U_R , men som ved eksperimentets omfang var betraktet som utilgjengelige. Blant annet neglisjeres fullstendig usikkerheter assosiert med gitterplankonstantene. Det anses å være en rimelig forenkling, men da usikkerheten ikke er kontrollert må det også betraktes som en potensiell feilkilde.

For estimatene av RbCl-krystallen viker også toppene noe fra de teoretisk predikerte toppene. Kun første ordens maxima for λ_β treffer den teoretiske forvetningen innenfor sin usikkerhet. Det bemerkes likevel at de andre toppene ikke er langt unna, avvikene er minimale selv om estimatene ikke samsvarer innen usikkerhetene. Disse resultatene kunne igjen tjent godt på en høyere oppløsning blant vinklene for å betrakte nærmere hvor toppene befinner seg. Blant dataene presentert i figur 8 og 9 er det ganske høy usikkerhet assosiert med toppene innenfor intervallene på en halv grad. Særlig for annenordens maksima for λ_α der det er ekstra tvetydig.

Det er ikke trolig at posisjoner på vinkelskalaen vil avhenge av den valgte spenningen over røntgenrøret. Toppene svarer til de karakteristiske målingene som følger av materialet i krystallen. Som beskrevet i teoriseksjonen er toppene avhengig av differansenene mellom energiskallene i krystallets atomer, og ikke elektronenes

energi.

Til tross for avvikene fra de teoretiske prediksjonene oppfattes fortsatt grunnlaget fortsatt som sterkt. Sannsynligheten for metodiske svakheter, eksperimentelle unøyaktigheter eller generelt et fravær av kontroll over situasjonsbetingelsene er trolig større kilder til fraværet av samsvar enn teoretiske mangler.

Elektrondiffraksjon

Det fremgår ikke nødvendig å regne relativistisk. Den relativistiske korreksjonsfaktoren er minimal, og neglisjerbar i lys av de andre usikkerhetene. Som vist i øvrige resultater vil betydningen av den relativistiske korreksjonsfaktoren øke når spenningen øker, disse betraktningene indikerer dermed at en spenning oppunder 5kV ikke akselererer elektronene opp til relativistiske hastigheter.

Når $\bar{\Theta}$ og $\Delta\bar{d}$ estimeres blir det klart at den statistiske usikkerheten er mindre enn den eksperimentelle, og i lys av den usikkerhetssummen fremgår det at den statistiske usikkerheten er neglisjerbar. Å ta flere målinger ville følgelig ikke bidratt til å redusere usikkerheten.

Det bemerkes at de fire toppene samsvarer relativt godt med de teoretisk predikert. Avvikene begrunnes med samme logikk som for røntgendiffraksjonen, der det særlig bemerkes at usikkerheten er vanskelig å kontrollere for en oppløsning på en halv grad. At alt man kan fastslå er at den antatt korrekte toppen ligger et sted innenfor et intervall på en hel grad oppfattes som en stor usikkerhetsskilde.

KONKLUSJON

Det øvrige eksperimentet har bidratt til å bekrefte de teoretiske predikasjonene presentert initielt i artikkelen. Ved å studere røntgendiffraksjon med et krystallspektrometer har det blitt observert både et tilsynelatende kontinuerlig energispekter assosiert med LiF-krystallen og diskret spekter assosiert med RbCl-krystallen. Spektrene stammer fra henholdsvis bremsstråling og karakteristisk stråling. Når spenningen så ble estimert med utgangspunkt i den målte intensiteten per vinkel ble det funnet at den målte verdien for U_R med assosiert usikkerhet ikke omfattet den nominelle verdien. Det ble derimot bemerket at avviket fra nominell verdi relativt sett ikke var betydelig distinktiv. Det er sannsynlig at avvikene stammer fra andre ufortusette omstendigheter i eksperimentet, som bidrag fra tilkoblede kretskomponenter eller svake usikkerhetsestimater og prosedyremessige unøyaktigheter. Ved betraktninger over de fire målte intensitetstoppene assosiert med karakteristisk stråling var det kun en annenordens maksimum for β -toppen som samsvarte med teoretiske predikasjoner innenfor usikkerhetsrammene. Det ble derimot igjen bemerket at avvikene var minimale, og like så vel kan stamme fra metodiske svakheter, utilstrekkelig oppløsning eller en utilfredsstillende usikkerhetsanalyse. Med tanke på de noe røffe omstendighetene under utførelsen av eksperimentet og teoriens historiske treffsikkerhet ansees teorien derfor fortsatt som holdbar med høy presisjon. Det er en naturlig del av alle eksperimenter at uforutsette situasjonsbetingelser danner avvik fra teori.

Ved eksperimentet som omfattet elektrondiffraksjon ble gitterplanavstanden estimert på to forskjellige måter. Først i lys av de Broglies hypotese og spenningsrelasjonen angitt i likning 4, dernest i henhold til relasjon 9. Det var bemerkelsesverdig at de to fremgangsmetodene ga samme resultat på henholdsvis $d_{10} = 2.2\text{\AA}$ og $d_{11} = 1.3\text{\AA}$ med varierende assosierte usikkerheter. Sistnevnte beregningsmetode hadde en assosiert statistisk usikkerhet som fremgikk neglisjerbar i lys av den eksperimentelle usikkerheten assosiert med førstnevnte metode. Det ble funnet at raten mellom de to gitterplanavstandene svar tilnærmet $\sqrt{3}$. Nettopp fordi de to metodene avga samme resultat er det en indikator på at den bakenforliggende teorien var god, men estimatene som samensatte størrelser oppnådde en relativt svak presisjon som kan være årsaken for estimatene tilsynelatende sammenfaller. Eksperimentets største utfordring var evnen til å sikte på diameteren av ringene på den flouriserende skjermen, og aspektet ble følgelig den største kilden til usikkerhet i estimatene av gitterplankonstantene.

Totalt sett har forsøket vært vellykket til å lokalisere resultater som teorien predikerte. Observasjonene bærer preg av å en noe svak oppløsning og røffe usikkerhetsestimater, men oppfattes fortsatt tilstrekkelig for å understreke tyngden av de fundamentale ideene som ligger til grunn for de studerte fenomene.

FOTNOTER

[1] Mer om nomenklatur assosiert med henfall i labteksten. Figur 1 illustrerer nomenklatur og eksitasjon/deeksitasjon mellom kvantiserte energiskall.

BIBLIOGRAFI

[1] G. L. Squires, Practical Physics, Cambridge University Press 2001, 4th edition

APPENIX A

Utstysrliste	Modell	Serienummer
Røntgenspektrometer med GM-detektor		
GM-rør	3B 50093	
LiF-krystall		
RbCl-krystall		
Evakuert glassbeholder for elektrondiffraksjon	Teltron 555	5717
Katode/Gitterspenning	Phywe	450600211359
Skyvelær i plast		
Høyspenningskilde	Heinzinger Electronic GmbH	3650 13263
Multimeter	Fluke 75	54760784
Spalter	Collimator 1mm og 3mm	4003582/4003583
Røntgenrørspalter		