

Magnetisme

Oline A. Ranum

Universitetet i Oslo

Institutt for fysikk

olinear@student.matnat.uio.no

(Dated: May 14, 2018)

Det følgende eksperimentet studerte ulike aspekter av fenomenet magnetisme, herunder adferden til diamagnetiske og ferromagnetiske materialer. Første delforsøk fant at den magnetiske susceptibiliteten til en vismut-prøve lot seg estimere ved å utnytte materialets diamagnetiske egenskaper, og det var funnet at $\chi = (16.6 \pm 0.2) \times 10^{-5}$. Andre delforsøk undersøker de ferromagnetiske egenskapene til jern og sammenlikner resultatene med predikasjoner fra elektromagnetisk teori. Det sluttet med at teorien i varierende grad gir nyttige predikasjoner for de relativt lave påtrykte magnetfeltene, men i sin helhet tegner et godt bilde av ferromagnetisk oppførsel. Det tredje delforsøket studerer Faraday-effekten og en metode for å estimere Verdet-konstanten. Det konkluderes med at verdetkonstanten kan estimeres med gode resultater fra valgt metode, men en ukjent årsak gjorde at det ikke var mulig å estimere konstanten for den ene angitte bølgelengden. Eksperimentet fant at $V(\lambda = 580\text{mm}) = 23.4 \pm 1.6\text{rad/Tm}$, $V(\lambda = 595\text{mm}) = 19.6 \pm 0.7\text{ rad/Tm}$ og feilaktig at $V(\lambda = 440\text{mm}) = 19.4 \pm 1.3\text{ rad/Tm}$.

INTRODUKSJON

Eksperimentet undergått i denne artikkelen søker å studere egenskaper tilknyttet dia- og ferromagnetiske materialer. Ved å måle magnetfeltstyrke, materialegenskaper og geometriske strukturer vil eksperimentet i lys av den elektromagnetiske teorien søkes å frembringe forståelse for magnetiske felters påvirkning på materie. Siden all materie består av ladning er det vanskelig å komme foruten den fundamentale rollen den elektromagnetiske teorien spiller, både i fysikken, teknologien og naturen.

Artikkelen presenterer først sentral teori som underbygger eksperimentets metodikk. Seksjonen presenterer Maxwells likninger, bakgrunn for å forstå kategorisering av magnetiske materialer og generell beskrivelse av magnetiske egenskaper. Seksjonen tar også for seg spesielt relevant teori for måling av magnetisk susceptibilitet og avmagnetisering, med et fokus på teoretiske begrensninger og approximasjoner. De teoretiske usikkerhetsrelasjonene anvendt i eksperimentet angis også herunder. Deretter følger en gjennomgang av eksperimentell metode. Eksperimentets første del tar for seg måling av materialet vismuts magnetiske susceptibilitet. Eksperimentets andre del undersøker de ferromagnetiske egenskapene til jern på to ulike vis. Den første metoden estimerer magnetiseringen av et utvalg ferromagnetiske jernobjekter eksponert for et eksternt magnetfelt. Den andre metoden benytter to spoler og en spenningsintegrator for å opptegne hysteresekurver som belyser magnetiseringen. Eksperimentets tredje del tar for seg den magneto-optiske Faradayeffekten. Herunder studeres Verdet-konstanten som en funksjon av påtrykt magnetfelt gjennom flint-glass. Deretter presenteres resultatene av forsøket og en diskusjon av dataen i henhold til teoretiske predikasjoner og sentrale usikkerheter. Mot artikkelens avsluttende segment konkluderes så med eksperimentets viktigste funn.

Å utvikle forståelse for de dypeste mekanismene i vår virkelighet er i seg selv en enorm kilde til menneskelig livsglede. Det står alene som tilstrekkelig grunn for å studere samvirket mellom materie og krefter. Likevel får fenomenet som magnetisme og elektrisitet en uvurdelig praktisk betydning da man så å si ikke kommer forutenom elektriske strømminger og magnetisme. Så å si all teknologi er til en viss grad bundet av den elektromagnetiske teorien. Slik vil det alltid være sentralt å ha en forståelse for hvordan de elektromagnetiske kreftene samvirker med materie for å unngå komplikasjoner og skader, og for å bringe teknologien fremover. Vi håper at dette forsøket kan bidra til å kaste lys over et fundamentalt teoretiske rammeverk og de praktiske innvirkningene den elektromagnetiske verden har på våre omgivelser.

TEORI

I. Elektromagnetismen og Maxwells likninger

Den klassiske elektromagnetismen binder elektriske felt \vec{E} sammen med magnetiske felt \vec{B} . Det teoretiske rammeverket kan oppsummeres i fire partielle differensiallikninger kjent som Maxwells likninger. Likningene kan anta flere former, og er her gjengitt på differensialform:

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\delta \vec{B}}{\delta t} \quad (3)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0(\vec{J} + \epsilon_0 \frac{\delta \vec{E}}{\delta t}) \quad (4)$$

Her er ρ romladningstettheten, $\epsilon_0 \approx 8.85 \times 10^{-12}$ F/m permitiviteten og $\mu_0 \approx 4\pi \times 10^{-7}$ H/m permeabiliteten i vakuum og \vec{J} er strømtettheten. Den teoretiske beskrivelsen antar full symmetri mellom elektriske og magnetiske fenomener, likevel vil det i praksis alltid være slik at de to fenomenene oppfører seg noe ulikt. Dette skyldes tilstedeværelsen av elektriske monopoler overalt i naturen, mens magnetiske monopoler aldri har blitt påvist. Som beskrevet av Ampères lov skyldes alle observerte magnetfelt strømminger av elektrisk ladde elementærpartikler, der Gauss lov for magnetiske felt(2) beskriver lukkede magnetfeltlinjer. Det er med andre ord bevegelse av ladde partikler som forårsaker de magnetiske egenskapene i materialer på makroskopisk nivå. Årsaken bak flere av variasjonene ved ulike magnetiske egenskaper skyldes elektronenes bane- og egenspinn. Egenspinnet gjør at elektronet vil oppføre seg som en liten dipol, mens banespinn opptrer i elektronets binding til et atom og bidrar til atomets totale magnetiske moment. Om de ulike elektronenes banespinn produserer et netto spin er svært viktig for de magnetiske egenskapene i et materiale, og er årsaken til at det skilles mellom diamagnetiske, paramagnetiske og ferromagnetiske materialer.

II. Diamagnetisme

Diamagnetisme er en veldig svak effekt observert i materialer der netto magnetisk moment i et atom er null, det vil si at materialet ikke har noe permanent magnetisk moment. Alle materialer er diamagnetiske, men ettersom effekten er svak relativt til para- og ferromagnetisme gir den kun betydningsfullt utslag når materialet ikke besitter en av de to andre egenskapene. Det bemerkes at egenskapen er fremtredende hos atomære strukturer bestående av elektronparr da elektronparr normalt foretrekker å ha motsatt spinn. Av den grunn vil ikke diamagnetiske materialer være magnetiske uten en ytre påvirkning. Når materialet derimot eksponeres for et eksternt påtrykket magnetfelt vil elektronorbitalene deformeres og danne et netto magnetisk moment. Den nye orienteringen av atomene vil derav sette opp en Lorentzkraft som motsetter seg det påtrykte feltet. Denne tendensen kan betraktes som en atomær versjon av Lenz lov, som mer presist postulerer at når det induseres en strøm i en leder vil strømmen alltid ha en slik retning at virkningene av den vil motvirke årsaken til at strømmen ble induisert. Det følger at diamagnetiske materialer alltid vil skyves ut av et magnetisk felt. Forholdet mellom en slik magnetisering av et material og den eksterne påtrykte feltstyrken som fremkaller magnetisering kalles magnetisk susceptibilitet χ . I diamagnetiske materialer vil magnetiseringen M variere lineært med det påtrykte feltet H , og følgelig vil diamagnetiske materialer se $\chi < 0$.

III. Para/Ferro-magnetiske materialer

Når atomene innehar et netto magnetisk moment uavhengig av et eksternt magnetfelt karakteriseres materialet enten som para- eller ferromagnetisk. Egenskapene opptrer vanligvis når materialets atomære struktur består av uparrede elektroner, og konsekvensielt vil materialet utvise andre magnetiske egenskaper. Når de uparrede elektronene eksponeres for et eksternt magnetfelt vil de gi opphav til et netto spin, og følgelig et netto magnetisk moment μ . Materialet omtales da som magnetisert og vil sette opp et magnetfelt også utenfor stoffet. Magnetiseringen kvantiseres med parameteret

$$\vec{M} = \frac{d\vec{\mu}}{dV} \quad (5)$$

der $d\vec{\mu}$ er det magnetiske momentet i et volumelement dV .

Et paramagnetisk materiale karakteriseres av at det kun har magnetisering under påvirkning av et ytre magnetfelt. Magnetiseringen vil være proporsjonal til det påtrykte magnetfeltet og dets retning vil sammenfalle med det eksterne feltets retning. Når materialet tas ut av magnetfeltet vil termiske effekter føre til at dipolene igjen får en tilfeldig orientering. Følgelig virker et paramagnetisk materiale som en svak magnetfeltforsterker, der magnetiseringen kan beskrives ved

$$\vec{M} = \chi \vec{H} \quad (6)$$

\vec{H} er det påtrykte magnetfeltet og den magnetiske susceptibiliteten er $0 < \chi < 1$.

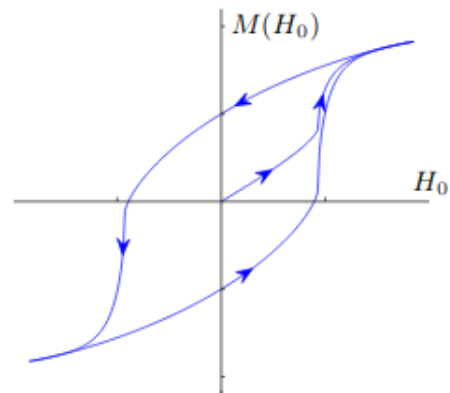


FIG. 1. Skisse av hystere. Magnetiseringen er en funksjon av det påtrykte magnetfeltet.

Et ferromagnetisk materiale magnetiseres på samme vis som ved paramagnetisme, men magnetiseringen er betydelig større. Forsterkelsen av \vec{H} kan være av størrelsesorden 10^4 . Videre vil ferromagneter ha en tendens til å forbli magnetisert i en viss grad i etterkant av å ha vært eksponert til et eksternt magnetfelt. Denne tendensen til å huske sin magnetiske historie kalles hysteres. Magnetiseringen vil være en funksjon av det påtrykte magnetfeltet H_0 og vil følge en utvikling som skissert i figur 1. Etterhvert som H_0 øker vil magnetiseringen gå mot metning, som skyldes at tilnærmet alle dipolene i materialet er rettet langs det påtrykte feltet. I hystereseskissen belyses likevel at ferromagnetiske materialer vil ha en magnetisering selv når det påtrykte magnetfeltet er null. Magnetiseringen er ofte bevart inntil materialet avmagnetiseres av et annet magnetfelt i en annen retning eller oppvarmes til den grad at termiske vekselvirkninger dominerer magnetiseringen. For ferromagnetiske materialer kan ikke lenger χ betraktes som en materialkonstant, og vil generelt være avhengig av den magnetiske flukstettheten gjennom materialet. Derfor vil χ være avhengig av både geometrien til materialet og styrken på \vec{H} -feltet.

IV. Generell beskrivelse av magnetfelt

Magnetisk flukstetthet er med andre ord summen av magnetiseringen som følger av orienteringene til atomene (\vec{M} -feltet) og bidraget som skyldes en strøm av frie ladninger (\vec{H} -feltet). I vakuum relateres de to feltene ved naturkonstanten μ_0 slik at $\vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H}_0$. I et para- og ferromagnetiske materialer er \vec{B} -feltet gitt ved

$$\vec{B} = (\vec{H} + \vec{M})\mu_0 = \vec{B}_0 + \mu_0 \vec{M} \quad (7)$$

der B_0 betegner det eksternt påtrykte feltet som følger av en strømning av frie ladninger.

Et eksternt magnetfelt kan foreksempel settes opp inne i en spole når det sendes strøm gjennom den, diktert av likning 4. Magnetfeltet gjennom spolen vil da være gitt ved

$$B = \frac{\mu_0 N I}{L} \quad (8)$$

der N er antallet vindinger, I er strømmen gjennom spolen og L er lengden av spolen. Gitt en spole med tversnitt A der flukstettheten endrer seg lineært fra B til $-B$ over en tid Δt vil man måle en spenning over intervallet på

$$\epsilon = \frac{2nBA}{\Delta t} \quad (9)$$

Når den magnetiske flukstettheten i Maxwell's likning 2 og 4 substitueres med definisjonen i likning 7 gis enkelte interessante konsekvenser. Hvis det antas at det ikke er noen strømmen i materialet og ingen varierende elektriske felt så postulerer Ampere's lov at

$$\nabla \times \vec{H} = 0 \quad (10)$$

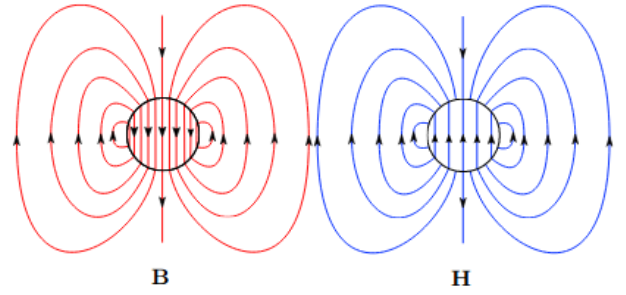


FIG. 2. \vec{B} -felt og \vec{H} -felt for en uniformt magnetisert kule.

Gauss lov postulerer at

$$\nabla \cdot (\vec{H} + \vec{M}) = 0 \quad (11)$$

De to relasjonene er universelt gyldige, det vil si også i grenseområdet mellom to materialer med ulike magnetiske egenskaper. Figur 2 belyser hvordan \vec{H} -feltet og \vec{B} -feltet ser ut for en uniformt magnetisert kule. \vec{B} -feltet vil ha lukkede feltlinjer som postulert av gauss-lov. Utenfor kulen vil \vec{H} -feltet være proporsjonal med \vec{B} -feltet med faktoren μ_0 , men inne i kulen vil \vec{H} -feltet være motsatt rettet av \vec{B} -feltet.

VI. Avmagnetisering

H_d har fått navnet avmagnetiseringsfeltet. Gitt at materialprøven har form av en ellipsoide og har uniform magnetisering kan avmagnetiseringsfeltet beskrives av

$$H_{i,d} = -D_i M_i \quad (12)$$

der $i = x, y, z$ og D_i en avmagnetiseringsfaktor som beregnes analytisk fra parameterene som beskriver ellipsoiden.

Dersom det antas at ellipsoiden er rotasjonssymmetrisk kan avmagnetiseringsfaktoren beregnes med utgangspunkt i ellipsoidens eksentrisitet ϵ gitt ved

$$\epsilon = \sqrt{1 - 1/f^2} \text{ der } f = \frac{a_{\parallel}}{a_{\perp}} \quad (13)$$

der a_{\parallel} er lengden av ellipsoidens langstrekte del og a_{\perp} er den kortstrekte distansen som illustrert i figur 3, sammen med forholdet mellom ellipsoidenes geometri og avmagnetiseringsfaktorer. Under disse betingelsene er avmagnetiseringsfaktoren gitt ved

$$D_{\parallel} = (1 - \frac{1}{\epsilon^2})(1 - \frac{1}{2\epsilon} \ln \frac{1+\epsilon}{1-\epsilon}) \quad (14)$$

$$D_{\perp} = (1 - D_{\parallel})/2 \quad (15)$$

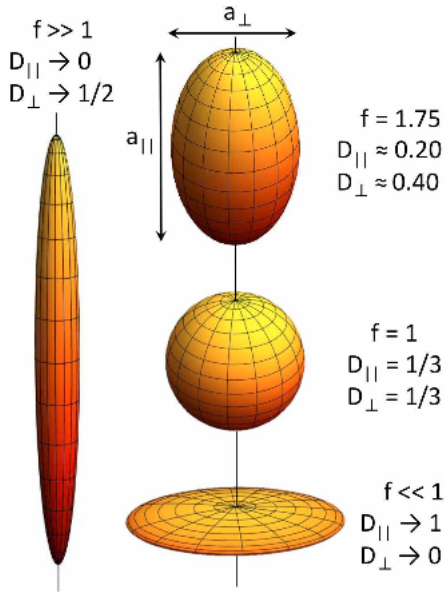


FIG. 3. Skisse av forholdet mellom geometriske strukturer og avmagnetiseringsfelt for ellipsoider

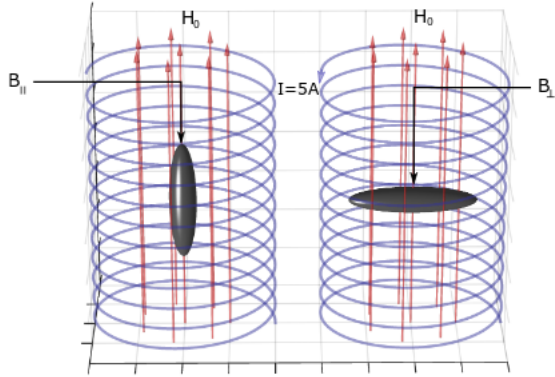


FIG. 4. Illustrerer målinger av B_{\perp} og B_{\parallel} over ellipsodisk ferromagnetisk jernlegeme.

Ved bruk av en slik avmagnetiseringsfaktor i likning 12 kan H_d superponeres med \vec{H}_0 slik at

$$\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}_d \quad (16)$$

der \vec{H}_0 er det ytre påtrykte magnetfeltet. Magnetfeltet i en ferromagnetisk prøve dekomponeres med andre ord i to komponenter. \vec{H}_0 som skyldes elektriske strømmer utenfor materialet, og \vec{H}_d som motvirker ferromagnetens magnetisering. Samvirket mellom påtrykt magnetfelt, B_{\perp} og B_{\parallel} er illustrert i figur 4.

VII. Eksperimentelle konsekvenser

En komplikasjon ved eksperimentelle studier av magnetfelter H og magnetiseringen M i para- og ferromagnetiske materialer er at de ikke måles direkte. For å undersøke hvordan en (tilnærmet) ellipsoideformet ferromagnet blir påvirket av et felt H må man derfor måle magnetfeltet utenfor det magnetiske materialet og se det i lys av øvrige teori. Ved å anta en uniform magnetisering og de ellipsoidiske begrensningene kan man etablere at \vec{M} og \vec{H} er lineære funksjoner av den målbare flukstettheten \vec{B} .

$$\mu_0 M = A(B - B_0) \quad (17)$$

$$\mu_0 H = A(B_0 - DB) \quad (18)$$

der $A = (1 - D)^{-1}$ og $D = D_{\parallel} V D_{\perp}$. $1/A$ vil være den brøkdelen av magnetiseringen som gir fluksforandringen inne i materialet. Gauss lov vil garantere at den magnetiske flukstettheten \vec{B} på overflaten av materialet er den samme som inne i materialet, som gjør det mulig å unngå å ha et måleinstrument inne i selve prøven. I henhold til likning 6, 17 og er altså ikke den magnetiske susceptibiliteten noen konstant, men en ikke-lineær funksjon av den magnetiske flukstettheten

$$\chi = \frac{M}{H} = \frac{B - B_0}{B_0 - DB} \quad (19)$$

\vec{B} vil være en ukjent funksjon av den opprinnelige flukstettheten som ikke lar seg beregne teoretisk. Det anskuelliggjøres likevel at likning 19 legger enkelte begrensninger på \vec{B} -feltets predikerte atferd, blant annet

$$B_0 < B < B_0/D \quad (20)$$

For eksempel har man for en kule at $D_{\perp} = D_{\parallel} = 1/3$ og følgelig vil modellen predikere at $B_{\perp} = B_{\parallel} < 3B_0$.

VIII. Måling av magnetisk susceptibilitet i diamagnetiske materialer

På bakgrunn av Lenz lov kan den elektriske susceptibiliteten til diamagnetiske materialer effektivt bestemmes ved å observere hvordan materialet skyves ut av et eksternt, inhomogent magnetfelt \vec{B} . Et oppsett for å måle χ ved denne metoden er illustrert i figur 5. For å utlede et uttrykk for χ kan man ta utgangspunkt i den potensielle energien til en magnetisk dipol med dipolmoment μ i \vec{B} -feltet.

$$U = \vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

Magnetiseringen \vec{M} som definert i likning 5 kan så brukes til å finne total magnetisk energi i et materiale ved å integrere over materialets volum.

$$U = - \int_V \vec{M} \cdot \vec{B} dV$$

Da kraften er gitt ved gradienten til denne energien antas det at hvis det skal virke noen netto magnetisk kraft på stangen så må magnetfeltet være inhomogent. Det følger at denne kraften kan beskrives ved

$$F = -\nabla U = \nabla \int_V \vec{M} \cdot \vec{B} dV = \int_V \vec{M} \cdot \nabla \vec{B} dV$$

Med god tilnærming kan det så hevdes at magnetiseringen M i et diamagnetisk materiale er proporsjonal med magnetfeltet slik at

$$\vec{M} = \frac{\chi}{\mu_0} \vec{B} \quad (21)$$

Under denne tilnærmelsen er det gitt at et magnetfelt som kun har en komponent i x-retning beskrives ved

$$\chi = \frac{F_z \mu_0}{\int_V B_x \frac{\delta B_x}{\delta x} dV} \quad (22)$$

I henhold til Faradays lov angitt i likning 4 og fraværet av frie strømmer i systemet vil $\nabla \times \vec{B} = 0 \rightarrow \frac{\delta}{\delta x} B_z = \frac{\delta}{\delta z} B_x$. Det følger at

$$\chi = \frac{2F_z \mu_0}{\alpha \int_{z_1}^{z_2} \frac{\delta B_x^2}{\delta z} dz}$$

Ved utløsning av integralet vil χ være gitt ved

$$\chi = \frac{2F_z \mu_0}{\alpha (B_2^2 - B_1^2)} \quad (23)$$

der B_2 og B_1 er x-komponenten av \vec{B} -feltet ved henholdsvis toppen og bunnen av stangen og α er tversnittet til materialprøven.

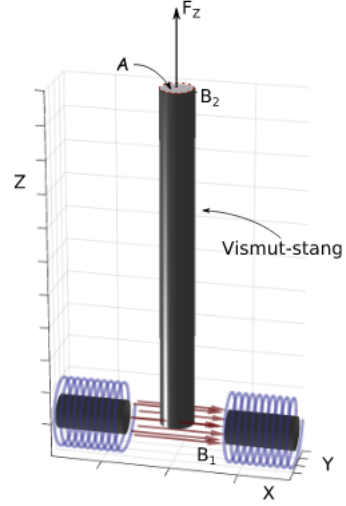


FIG. 5. Skisse av oppsett for å måle magnetisk susceptibilitet i materiale eksponert for inhomogent magnetfelt.

IX. Beregning av magnetfeltstyrke fra spenningsintegrator

For en spenningsintegrator med kalibreringskonstant k og dempningsfaktor d vil skalavlesningen være gitt ved

$$kDS = \int V(t) dt$$

der $V(t) = -d\Phi/dt$ så følger det at

$$\Phi_2 - \Phi_1 = \Delta\phi = - \int V(t) dt$$

$$\rightarrow \Phi_1 = nAB, \Phi_2 = 0$$

der n og A er henholdsvis antallet og gjennomsnittlig areal av vindinger i sekundærspolen. Følgelig kan man finne den korresponderende magnetflukstettheten B ved

$$\Delta B = \frac{kDS}{nA} \quad (24)$$

X. Faradayeffekt

Faradayeffekten er et magneto-optisk fenomen som viser at lys henger sammen med elektromagnetisme. Når en lysstråle går gjennom et materiale anbrakt i et sterkt magnetfelt, der feltlinjene er parallelle med stråleretningen, vil polarisasjonsretningen til lyset endre seg med styrken på magnetfeltet. Monokromatisk planpolarisert lys tenkes sammensatt av høyere- og venstredreieende sirkulært polarisert lys, som forklarer faradayeffekten ved at de to typene lys får forskjellig brytningsindeks i det magnetiske stoffet. Når monokromatisk planpolarisert lys passerer i et medium eksponert i et slikt homogent magnetfelt dreies polarisasjonsretningen en vinkel θ proporsjonal med L og B

$$\theta(\lambda, B, L) = V(\lambda)LB \quad (25)$$

Her er V Verdet-konstanten som tilnærmes som konstant for en gitt bølgelengde, og kan med god approximasjon antas å være uavhengig av temperatur ved romtemperaturer.

XI. Usikkerhetsestimater

Usikkerhet i middelerdi etter n observasjoner er gitt ved

$$\sigma_m \approx \left(\frac{1}{n-1}\right)^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_i^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (26)$$

Usikkerheten til stigningstallet til en line $y = m_0 + mx$ ved en lineartilpasning i henhold til minste kvadraters metode for n antall målinger er gitt ved

$$\Delta m^2 = \frac{1}{n-1} \frac{\sum x_i^2 \sum y_i^2 - (\sum x_i y_i)^2}{(\sum x_i^2)^2} \quad (27)$$

Når målte størrelser inngår som variable i en funksjon vil usikkerheten ved den sammensatte størrelsen tilsvare funksjonene angitt i tabell I. Det vil si relasjonene mellom usikkerhetene Δ i de målte parameterene og det endelige estimatet, der A og B er de målte parameterene og Z er den sammensatte størrelsen.

Relasjon Z, A, B	Assosiert usikkerhet
$Z = A \pm B$	$(\Delta Z^2 = \Delta A^2 \pm \Delta B^2)$
$Z = \frac{A}{B}, Z = AB$	$\frac{\Delta Z^2}{Z^2} = \frac{\Delta A^2}{A^2} + \frac{\Delta B^2}{B^2}$
$Z = A^n$	$\frac{\Delta Z}{Z} = n \frac{\Delta A}{A}$

TABLE I. Oversikt over usikkerhetsberegninger i sammensatte størrelser

EKSPERIMENTELL METODE

A. Måling av magnetisk susceptibilitet til vismut

Det første delforsøket søker å bestemme den magnetiske susceptibiliteten til vismut ved å utnytte materialets diamagnetiske egenskaper. Det eksperimentelle oppsettet skissert i figur 6 vil brukes til å måle F_Z som en funksjon av det påtrykte inhomogene magnetfeltet \vec{B} . F_z og \vec{B} vil så anvendes for å estimere χ ved likning 23.

Initielt gjøres et estimat av tversnittet til den sylindriske vismut-prøven anvendt i forsøket, ved $\alpha = \pi(d/2)^2$. Det tas derfor fem målinger av prøvens diameter d jevnt fordelt langs lengden av stangen slik at målene kan brukes til å undersøke om tversnittet kan behandles som en konstant. Målingene gjøres med et digitalt skyvelær og det antas at nøyaktigheten til skyvelæret er betydelig større en siktingsnøyaktigheten. Usikkerheten av diametermålene angis derfor som standardavviket fra de fem målingene. Deretter estimeres tversnittet av sylindren basert på gjennomsnittet av de fem målingene.

En elektromagnet kobles så til en strømkilde som brukes til å generere et magnetfelt mellom magnetens spoler. For et intervall av likestrømsverider $I = (0, 0.2, 0.4, \dots, 2.4)A$ tas mål av magnetfeltet B_1 midt mellom spolene ved hjelp av en Hal-sensor, hvis nøyaktighet er 0.05% av det målte feltet. Deretter henges vismutprøven med nedre ende sentrert midt mellom spolene og øvre ende lodrett over sentrum. Slik vil vismut-prøven sette opp et magnetfelt som motvirker det påtrykte feltet og dytter prøven ortogonalt på feltretningen ut av feltet. Prøven henges fra en stang som balanseres på en vekt. Fra vekten avleses endringen i masse som benyttes til å estimere $F_Z = F_g = mg$, der nøyaktigheten til vekten er gitt ved 0.04g. For det samme intervallet av strømv verdier gjøres målingene av F_z samt B_2 som indikert i skissen av eksperimentet.

Målingene anvendes så for å plote $2\mu_0 mg/\alpha = 2\mu_0 F_z g/\alpha$ mot B_1^2 . I henhold til likning 23 kan χ dermed estimeres ved å gjøre en lineartilpasning over den plottede dataen. Usikkerheten angis i henhold til likning 27. For å bekrefte at B_2 er neglisjerbar i estimatet av χ beregnes først χ for alle målte verdier av B_2 . Deretter gjøres den samme beregningen med $B_2 = 0$ og resultatene sammenliknes for å estimere vektningen B -feltet ved toppen av stangen burde gis. Den samme logikken benyttes så for å avgjøre betydningen av variasjoner langs med tversnittet av stangen. Det gjøres med henholdsvis gjennomsnittsverdien for diameteren, den minste og den største diameteren målt langs stangen for å undersøke om spredningen påvirker estimatene innenfor usikkerheten av χ . Til slutt gjøres de samme beregningene der det benyttes en lineær sammenheng mellom B_1 og F_z for å evaluere kvaliteten av tilpasningen.

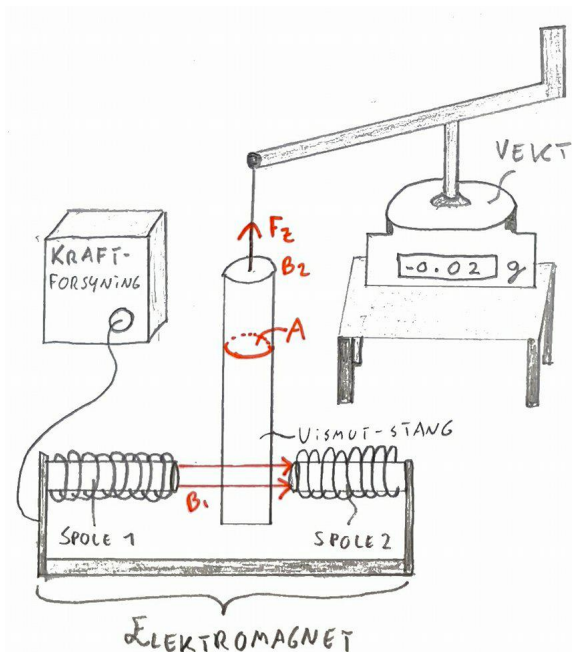


FIG. 6. Eksperimentelt oppsett for måling av magnetisk susceptibilitet i vismut. Elektromagnet tilkoblet strømforsyning setter opp magnetfelt som skyver vismutstangen ortogonalt på magnetfeltretningen ut av feltet. Vektendringen måles ved hjelp av vekt.

B1. Måling av ferromagnetiske egenskaper med Hal-sensor

Forsøkes andre del tar for seg undersøkelser av de ferromagnetiske egenskapene til jern med to ulike metoder. Den første metoden benytter en Hall-sensor for å måle magnetisk flukstetthet i en enkelt spole tilkoblet en strømkilde. Det eksperimentelle oppsettet er skissert i figur 7 der spolen består av $N = 244$ vindinger og er 275mm høy. Spenningskilden som sender ut en strøm på $I = 5A$ benyttes for å generere et tilnærmet homogent magnetfelt inne i spolen. Initielt stikkes proben på Hall-sensoren inn i spolen tilnærmet parallelt med magnetfeltet for å måle magnetfeltstyrken når det ikke er noe ferromagnetiske materialer i spolen. Målingen tas i regionen der et ferromagnetisk legeme siden vil plasseres. Det gjøres undersøkelser av om feltet er homogent ved å bevege proben rundt inne i spolen, fortsatt parallelt med feltet, men i varierende høyder langs med senteraksen. Deretter estimeres den teoretisk forventede verdien for det samme feltet i henhold til likning 8 og resultatene sammenliknes. Den målte magnetfeltstyrken vil siden bli brukt som H_0

Det benyttes så fire jernprøver med ulik geometri for å observere effekter assosiert med ferromagnetiske materialer. Figurene har form av en ellipsoide, en stang, en kule og en sirkelskive som skissert i figur 8. Alle legemene vil tilnærmes som ellipsoider. Det undersøkes om plaststativene som skal brukes for å plassere ferromagnetene inne

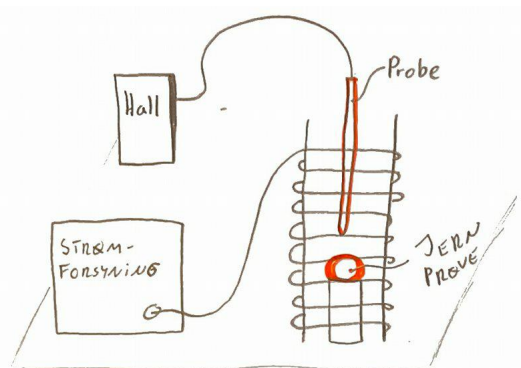


FIG. 7. Skisse av eksperimentelt oppsett for eksperiment B. En hallsensor tilkoblet en probe måler magnetfeltet induisert i en spole parallelt på påtrykt felt.

i spolen påvirker målingene. Dette gjøres ved å sette stativene et stykke unna spolen og benytte halsensorer til å observere eventuelle fluktusjoner i magnetfeltsyrken rett ved stativene.

Jernstangen plasseres så i plaststativet inne i sentrum av spolen med symmetriaksen rett langs magnetfeltet. Figur 4 viser oppsettet for målingene av flukstetthet parallelt og ortogonalt på en ellipsoide. Mens det går en strøm $I = 5A$ gjennom spolen gjøres målinger av B_{\parallel} på overflaten av materialet. Deretter snus stangen slik at symmetriaksen ligger ortogonalt på feltet og det gjøres en måling av flukstettheten B_{\perp} . Deretter gjøres de samme punktene for en ellipsoide, en kule og en skive. For kulen gjøres 6 målinger fra 6 ulike sider, og for den faktiske ellipsoiden gjøres målinger i begge ender. Magnetfeltstyrken som angis for kulen og ellipsoiden vil være et gjennomsnitt av disse målingene, og kulens assosierte magnetfeltusikkerhet vil tas som et standardavvik blant disse målingene. Usikkerheten assosiert med resten av målingene er gitt ved observerte fluktusjoner om sikttingspresisjonen, basert på øyemål.

Til slutt sammenliknes den eksperimentelle dataen med de teoretiske forventningene. Det gjøres målinger av geometrien til alle jernprøvene. Alle prøvene tilnærmes som ellipsoider og følgelig tas målinger av objektenes lengde a_{\parallel} og senterbredde a_{\perp} som anvist i figur 8. Målingene anvendes så for å beregne avmagnetiseringsfaktoren gitt ved likning 14 og 15. Deretter anvendes avmagnetiseringsfaktoren i likning 20 for å kartlegge de teoretisk begrensningene på magnetfeltet. Disse beregningene sammenliknes så med den eksperimentelle dataen.

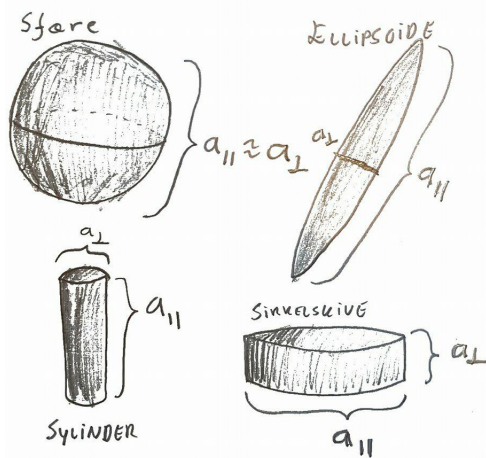


FIG. 8. Skisse for geometriske legemer/jernprøver benyttet i eksperiment B

B2. Måling av ferromagnetiske egenskaper med spenningsintegrator

Den andre metoden betrakter de ferromagnetiske egenskapene ved å benytte Faradays lov og mer direkte målinger av den magnetiske fluksen. En funksjonsgenerator kobles gjennom en forsterker til en spole med $n_1 = 344$ vindinger og lengde $l = 0.315$ m, heretter kaldt primærspolen. Inne i primærspolen plasseres så en sekundærspole med $n_2 = 130$ vindinger og en radius $r = 3.25$ mm omtrent midt i mellom primærspolen. Endekontaktene kobles til en spenningsintegrator som tilkobles en computer. Det eksperimentelle oppsettet er skissert i figur 9.

Det sendes så en alternerende strøm ved en sinusfunksjon gjennom spolen, der amplituden til sinusbølgen er $I = 4$ A og integratoren nullstilles. Sinusfunksjonen vil sørge for at strømmen gradvis endres fra $I = 4$ A til $I = -4$ A. Strømmen gjennom primærspolen vil sette opp et magnetfelt som inducerer et magnetfelt i og følgelig en strøm gjennom sekundærspolen. Den korresponderende spenningsendringen integreres opp i integratoren og sendes til computeren der den uttegner en hysteresekurve. Fra hysteresekurven noteres $\Delta S(I)$ som maksimalutslaget ved metningen og den korresponderende strømmen I ved maksimalutslagene. Disse målingene gjentas for 8 jevnt fordelte strømverdier i intervallet $[3.5, 0.5]$ A. Fra likning 8 beregnes det påtrykte magnetfeltet \vec{H} gjennom spolen med utgangspunkt i snittet av strømverdiene. Deretter beregnes ΔB med utgangspunkt i likning 24, og $B(I) = \Delta B(I)/2$ på bakgrunn av symmetrien om $I = 0$. Deretter plottes $B(I)$ mot H -feltet. Ved bruk av likning 7 beregnes den korresponderende magnetiseringen $M(H_0)$, der resultatene fremsstilles grafisk med en simpel interpolasjon mellom punktene.

Vedrørende usikkerhetene assosiert med ΔB må disse estimeres i henhold til tabell I. Da det likevel ikke er angitt noen usikkerhet for k , D eller A må disse betraktes som neglisjerbare. Det ansees rimelig å betrakte usikker-

heten i ΔS som oppløsningen i loggføringen av data over spenningsintegrator som svarer til $\sigma_{\Delta S} = 0.01$.

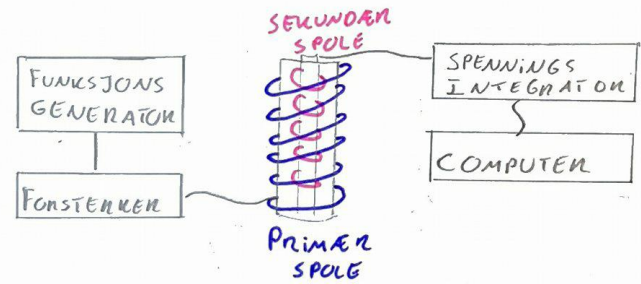


FIG. 9. Skisse av eksperimentelt oppsett for å undersøke magnetisering med spenningsintegrator. En alternerende sinusstrøm sendes gjennom en forsterker og inn i primærspolen. Primærspolen setter opp et magnetfelt som inducerer strøm i sekundærspolen som setter opp en spenning integrert i spenningsintegratoren. Computeren tegner opp en hysteresekurve i henhold til dette integralet

C. Faradayeffekten og estimater for Verdet-konstanten

I eksperimentets siste del ble faradyeffekten undersøkt ved bruk av det eksperimentelle oppsettet skissert i figur 10. En spektrallampe sender ut upolarisert lys. Dette lyset filtreres gjennom et fargefilter og så et lineært polarisasjonsfilter satt til 90° som produserer tilnærmet monokromatisk planpolarisert lys med en bølglengde λ . Deretter sendes lyset gjennom en flintglass-sylinder av lengde $L = 30$ mm, anbrakt i det magnetiske feltet fra en elektromagnet. Lyset sendes så gjennom et sekundært polarisasjonsfilter, og deretter gjennom et forstørrelsesglass brukt til observasjon av lyset. Det sekundære polarisasjonsfilteret roteres så for å finne lysintensitetens minimum. I forsøket benyttes tre ulike optiske filtre for å generere tilnærmet monokromatisk lys med $\lambda_1 = 440$ nm, $\lambda_2 = 580$ nm og $\lambda_3 = 595$ nm.

Når spenningsforsyningen skrus på og supplerer kretsen med en direktestrøm settes et proporsjonalt magnetisk felt opp over elektromagneten. Magnetfeltet induisert av elektromagneten vil så i henhold til produsenten være en faktor 1.5 mindre midlet over flintglass-sylinderen enn B målt midt mellom magnetpolene. Det undersøkes hvordan dreiningsvinkelen θ avhenger av flukstettheten B ved å variere strømstyrken gjennom spolen. Det benyttes et utvalg av strømstyrker slik at $I_{\pm} = \pm 0, \pm 1.0 \pm 1.5, \pm 2.0, \pm 2.5, \pm 3.0$ [A], og for hver verdi lokaliseres vinkelen som korresponderer til lysintensitetens minimum. Styrken på magnetfeltet midt mellom spolene var målt i forkant av eksperimentet, og er gjengitt i tabell II. Ettersom $B(I = 0.5)$ ikke var oppgitt estimeres denne ved hjelp av lineær regresjon av de an-

dre oppgitte verdiene.

Målene benyttes så til å finne Verdet-konstanten ved likning 25. Konstanten beregnes for hvert sett av θ og \vec{B} -verdier. Siden det antas at verdien er konstant for en gitt λ gjøres så en lineær regresjon over datamengden. Verdet-konstanten antas å være snittet av den lineærtilpassede datamengden. Vedrørende usikkerheten assosiert med estimatet av Verdet-konstanten er hverken usikkerheten assosiert med målingene av B eller L oppgitt. Det antas derfor en usikkerhet på ± 1 i siste siffer. Følgelig estimeres den eksperimentelle usikkerheten i henhold til tabell I. Deretter estimeres usikkerheten med utgangspunkt i likning 26 for å betrakte den statistiske usikkerheten.

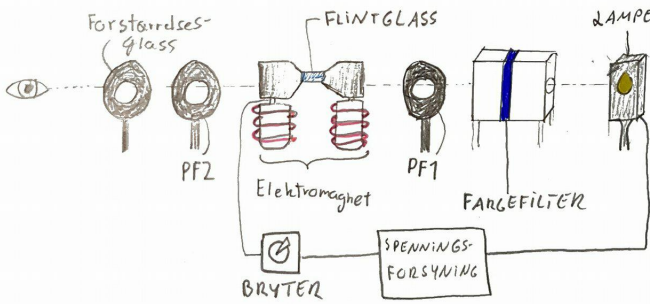


FIG. 10. Skisse av det ekperimentelle oppsettet i forsøk C for å estimere Verdet-konstanten.

I [A]	B [mT]
1.0	43
1.5	63
2.0	83
2.5	102
3.0	119

TABLE II. Oppgitte verdier for magnetfeltet $B(I)$ målt midt mellom elektromagnetens spoler.

RESULTATER

A. Måling av magnetisk susceptibilitet til vismut

Mål av vismut-prøven samt estimert tversnitt α av prøven er angitt i tabell III. Mål av magnetfelt B_1 og B_2 samt masse er angitt i tabell IV. Usikkerhetene beregnet for B_2 fremgår neglisjerbare i henhold til avlesningsnøyaktigheten.

Parameter	Symbol	Størrelse
Masse [g]	m	79.65
Lengde [mm]	L	101.5 ± 0.1
Diameter [mm]	d_1	10.4
	d_2	10.2
	d_3	10.0
	d_4	10.3
	d_5	10.4
Tversnitt [mm]	d_{avg}	10.2 ± 0.1
	α	82.7 ± 1.6

TABLE III. Målte parametere av vismut-prøve og estimert tversnitt.

I [A]	B_1 [mT]	B_2 [mT]	Δm [kg]	[g]
0.0	17.6 ± 0.1	-0.3	0.0 ± 0.04	
0.2	95.4 ± 0.1	-0.6	0.02 ± 0.04	
0.4	180.5 ± 0.1	-0.8	0.02 ± 0.04	
0.6	268.0 ± 0.1	-0.1	0.05 ± 0.04	
0.8	348.9 ± 0.2	-0.2	0.08 ± 0.04	
1.0	423.4 ± 0.2	-0.1	0.10 ± 0.04	
1.2	494.3 ± 0.2	-0.2	0.15 ± 0.04	
1.4	558.4 ± 0.2	-0.3	0.18 ± 0.04	
1.6	615.6 ± 0.3	-0.2	0.21 ± 0.04	
1.8	661.8 ± 0.3	-0.2	0.24 ± 0.04	
2.0	702.4 ± 0.3	0.0	0.28 ± 0.04	
2.2	738.7 ± 0.4	0.0	0.31 ± 0.04	
2.4	769.4 ± 0.4	-0.3	0.34 ± 0.04	

TABLE IV. Målinger av magnetfeltstyrke og masseendringer for å estimere magnetisk susceptibilitet.

Når B_1 plottes mot $2\mu_0 F_z / \alpha$ fremgår χ som stigningstallet i figur 11.

$$\chi = (16.6 \pm 0.2) \times 10^{-5} \quad (28)$$

Ved å estimere χ henholdsvis ved å inkludere og neglisjere bidrag fra B_2 blir det klart at bidraget fra B_2 ikke endrer verdien av χ -estimatet innenfor usikkerheten. Ved bruk av d_1 og d_3 i estimatet av α fremgår det at usikkerheten assosiert med valg av diameter er neglisjerbart. Verdien av χ som følge av valgt diameter i diameterspennet er likegyldig i lys av de assosierte usikkerhetene som fremgår av stigningstallet. Å benytte gjennomsnittet av diameteren for å estimere tversnittet samt neglisjeringen av B_2 betraktes derfor som gode tilnærmelser i estimatet av χ .

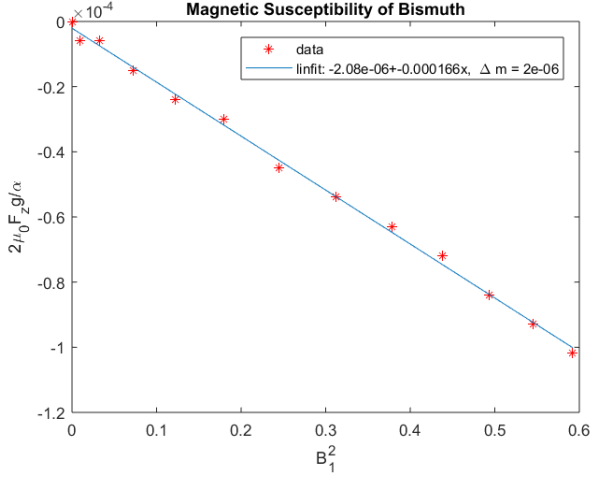


FIG. 11. Lineærttilpasning av data ekskludert B2 med antatt kvadratisk sammenheng mellom B_1 og F_z .

Estimatet for χ ved antatt lineær sammenheng mellom B_1 og F_z er presentert i figur 12. En lineærttilpasning over dataen gir relativt store avvik fra det originale estimatet, men dersom det benyttes en beskrivelse med kvadratisk utvikling legger estimatet seg tettere opp mot det originale. Det observeres at usikkerheten i lineærttilpasningen er en faktor 4.5 større enn den kvadrerte tilnærmelsen.

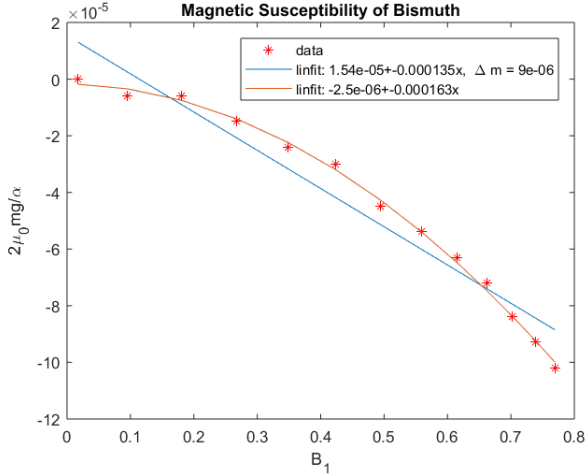


FIG. 12. Lineærttilpasning av data ekskludert B2 ved antatt lineær sammenheng mellom B_1 og F_z .

B1. Måling av ferromagnetiske egenskaper med Hal-sensor

Ved målinger av magnetfeltet uten jernprøve måles $\vec{B}(I = 5A) \approx 5.0$ mT. Når proben beveges i spolen observeres fluktuasjoner i regionen mellom 4.5 mT og 5.5 mT. Det legges derfor til en usikkerhet på H-felts målingene slik at den målte styrken på magnetfeltet inne i spolen er

$$\vec{H}_m = 5.0 \pm 0.4 \text{ mT}$$

Feltet er følgelig ikke homogent, men vil tilnærmes som homogent ved videre beregninger. Det bemerkes at bakgrunnsstøyen i rommet fluktuerte mellom 0.00 og 0.03 mT og er følgelig neglisjerbar i lys av fluktuasjonene i målingene av selve magnetfeltet. Målingene gjort av utstyret som benyttes til å plassere ferromagneten inne i spolen observeres ikke å ha noen effekt som kan differansieres fra den generelle bakgrunnsstøyen og eventuelle effekter neglisjeres i videre estimer. Fra teorien forventes en magnetisk feltstyrke på

$$\vec{H}_T = 5.57 \text{ mT} \quad (29)$$

De målte resultatene ligger følgelig noe på siden av den teoretiske predikasjonen.

Målinger og gjennomsnittsverdier for magnetfeltet om kulen og ellipsoiden er angitt i tabell V. Målinger av magnetfelt rundt alle geometriske legemer er angitt i tabell VII. Det fremgår av de ulike målingene av kulen og ellipsoiden at det ferromagnetiske materialet tilsynelatende ikke er uniformt magnetisert. Målinger av de geometriske egenskapene til figurene er angitt i tabell VI sammen med de estimerte avmagnetiseringsfaktorene. Det observeres at alle målinger av magnetflukstetthet ligger innenfor de teoretiske begrensningene. Det observeres en svært god margin fra den målte verdien til den teoretiske for $D_{||}$ for sylindren, sirkelskiven og ellipsoiden.

Legeme	Måling	\vec{B} [mT]
Kule	B_1	9.6
	B_2	13.0
	B_3	15.3
	B_4	9.9
	B_5	11.1
	B_6	8.5
	B_{avg}	11.2 ± 0.9
Ellipsoide	B_1	53.5 ± 1.5
	B_2	56.5 ± 0.5
	B_{avg}	55.0 ± 1.5

TABLE V. Målt magnetfelt om kule og ellipsoide samt beregnet gjennomsnittlig verdi.

Legeme	a_{\perp} [cm]	a_{\parallel} [cm]	D_{\perp}	D_{\parallel}
Kule	6.30 ± 0.1	6.30 ± 0.1	1/3	1/3
Sylinder	1.00 ± 0.1	6.41 ± 0.1	0.393	0.480
Sirkelskive	0.67 ± 0.1	5.94 ± 0.1	0.0243	0.488
Ellipsoide	1.00 ± 0.1	20.8 ± 0.1	0.0063	0.497

TABLE VI. Målinger fra hysteresekurvene produsert ved spenningsintegratoren. Oppløsningsevne tilsvarende 0.01.

legeme	B_{\parallel} [mT]	B_0/D_{\parallel} [mT]	B_{\perp} [mT]	B_0/D_{\perp} [mT]
Kule	11.2 ± 0.5	16.5	-	-
Synlinder	16.3 ± 0.5	139.9	5.7 ± 0.2	11.5
Sirkelskive	20.8 ± 0.5	225.8	8.0 ± 0.2	11.3
Ellipsoide	55.0 ± 0.5	869.0	-	-

TABLE VII. Målte magnetisk flukstetthet av ulike geometriske jern-legemer og teoretisk forventede begresninger

B2. Måling av ferromagnetiske egenskaper med spenningsintegrator

Figur 13 angir et eksempel for en opptegnet hysteresekurve på computeren, og generelt observeres tendensen illustrert i figur 14 når strømmen nedjusteres. Den grafiske fremstillingen av $B(I)$ og $M(H_0)$ er gitt i henholdsvis figur 15 og 16.

I_{max} [A]	I_{min} [A]	S_{max}	S_{min}	$\Delta S(I)$	$\Delta B(I)$
3.99 ± 0.01	-4.13 ± 0.01	795.04 ± 0.01	-330.41 ± 0.01	1125.45 ± 0.01	2.64 ± 0.01
3.31 ± 0.01	-3.37 ± 0.01	686.63 ± 0.01	-320.08 ± 0.01	1006.71 ± 0.01	2.34 ± 0.01
2.82 ± 0.01	-3.03 ± 0.01	103.25 ± 0.01	-815.69 ± 0.01	918.94 ± 0.01	2.15 ± 0.01
2.31 ± 0.01	-2.55 ± 0.01	717.60 ± 0.01	-51.6 ± 0.013	769.23 ± 0.01	1.80 ± 0.01
1.79 ± 0.01	-1.86 ± 0.01	474.96 ± 0.01	-41.30 ± 0.01	516.26 ± 0.01	1.21 ± 0.01
1.45 ± 0.01	-1.58 ± 0.01	443.99 ± 0.01	82.60 ± 0.01	361.39 ± 0.01	0.85 ± 0.01
0.96 ± 0.01	-1.10 ± 0.01	72.28 ± 0.01	-82.60 ± 0.01	154.88 ± 0.01	0.36 ± 0.01
0.62 ± 0.01	-0.69 ± 0.01	56.79 ± 0.01	-15.44 ± 0.01	72.28 ± 0.01	0.17 ± 0.01

TABLE VIII. Målte parametere jernprøver

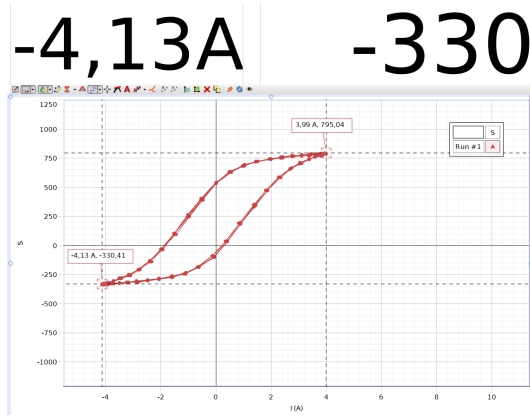


FIG. 13. Utklipp fra programvare for opptegning av hysteresekurver via spenningsintegrator

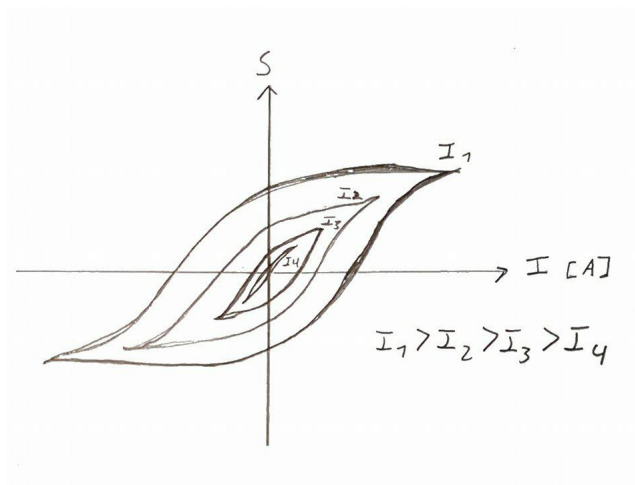


FIG. 14.

Tabell VIII angir målingene gjort av S_{max} og S_{min} samt strømmene I_{max} og I_{min} avlest fra hysteresekurvene i computeren. Tabellen angir også beregnet ΔS og korresponderende ΔB .

C. Faradayeffekten og estimater for Verdet-konstanten

Målinger gjort av vinkelen korresponderende til intensitetsminimum per påtrykte strøm er gitt for de tre bølgelengdene i henholdsvis tabell IX, X og XI. Når θ plottes som en funksjon av påtrykt magnetfelt, som i figur 17, observeres forholdet å være tilnærmet lineært

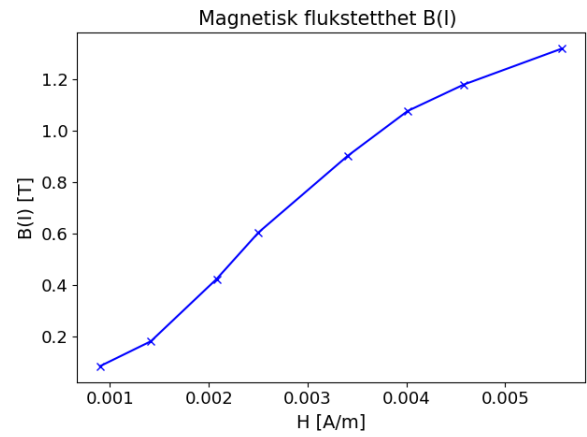


FIG. 15. Magnetisk flukstetthet som funksjon av påtrykt H-felt.

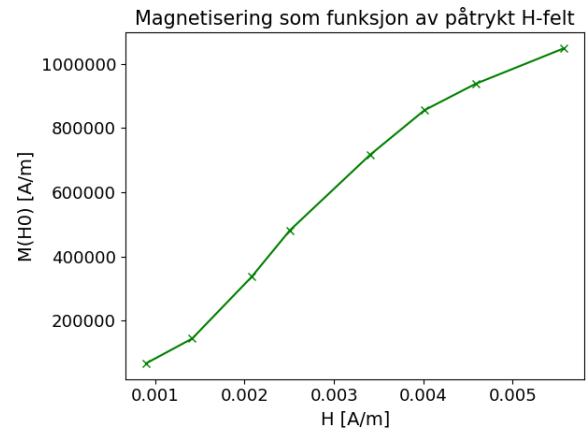


FIG. 16. Magnetisering som funksjon av påtrykt H-felt.

I [A]	θ [deg]
3.00	$4.2^\circ \pm 0.1^\circ$
2.50	$3.4^\circ \pm 0.1^\circ$
2.00	$3.4^\circ \pm 0.1^\circ$
1.50	$2.2^\circ \pm 0.1^\circ$
1.00	$1.6^\circ \pm 0.1^\circ$
0.50	$0.4^\circ \pm 0.1^\circ$
0.00	$0.2^\circ \pm 0.1^\circ$
-0.50	$-0.6^\circ \pm 0.1^\circ$
-1.00	$-1.2^\circ \pm 0.1^\circ$
-1.50	$-2.8^\circ \pm 0.1^\circ$
-2.00	$-3.4^\circ \pm 0.1^\circ$
-2.50	$-4.0^\circ \pm 0.1^\circ$
-3.00	$-4.2^\circ \pm 0.1^\circ$

TABLE IX. $\lambda_1 = 440\text{nm}$.

I [A]	θ [deg]
3.00	$5.0^\circ \pm 0.1^\circ$
2.50	$4.4^\circ \pm 0.1^\circ$
2.00	$3.6^\circ \pm 0.1^\circ$
1.50	$3.0^\circ \pm 0.1^\circ$
1.00	$2.0^\circ \pm 0.1^\circ$
0.50	$1.0^\circ \pm 0.1^\circ$
0.00	$0.0^\circ \pm 0.1^\circ$
-0.50	$-0.8^\circ \pm 0.1^\circ$
-1.00	$-1.8^\circ \pm 0.1^\circ$
-1.50	$-2.6^\circ \pm 0.1^\circ$
-2.00	$-3.2^\circ \pm 0.1^\circ$
-2.50	$-4.2^\circ \pm 0.1^\circ$
-3.00	$-5.0^\circ \pm 0.1^\circ$

TABLE X. $\lambda_1 = 580\text{nm}$.

I [A]	θ [deg]
3.00	$4.2^\circ \pm 0.1^\circ$
2.50	$3.6^\circ \pm 0.1^\circ$
2.00	$3.0^\circ \pm 0.1^\circ$
1.50	$2.4^\circ \pm 0.1^\circ$
1.00	$1.4^\circ \pm 0.1^\circ$
0.50	$0.6^\circ \pm 0.1^\circ$
0.00	$0.0^\circ \pm 0.1^\circ$
-0.50	$-0.8^\circ \pm 0.1^\circ$
-1.0	$-1.4^\circ \pm 0.1^\circ$
-1.5	$-2.0^\circ \pm 0.1^\circ$
-2.0	$-2.8^\circ \pm 0.1^\circ$
-2.5	$-3.8^\circ \pm 0.1^\circ$
-3.0	$-4.2^\circ \pm 0.1^\circ$

TABLE XI. $\lambda_1 = 595\text{nm}$.

Henholdsvis statistisk, eksperimentell og total usikkerhet for Verdet-konstantene er angitt i tabell XII.

Konstant	σ_{stk} [rad/ Tm]	σ_{exp} [rad/ Tm]	σ_{tot} [rad/ Tm]
$V(\lambda_1)$	1.3	≈ 0	1.3
$V(\lambda_2)$	1.0	0.6	1.6
$V(\lambda_3)$	0.6	0.1	0.7

TABLE XII. Usikkerheter assosiert med Verdet-konstantene

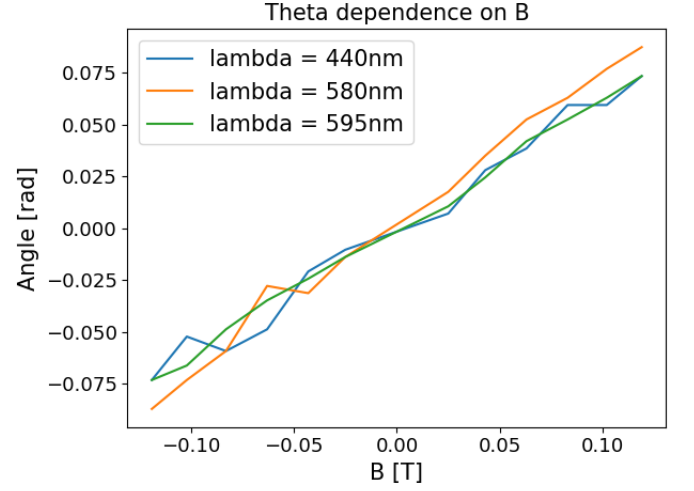
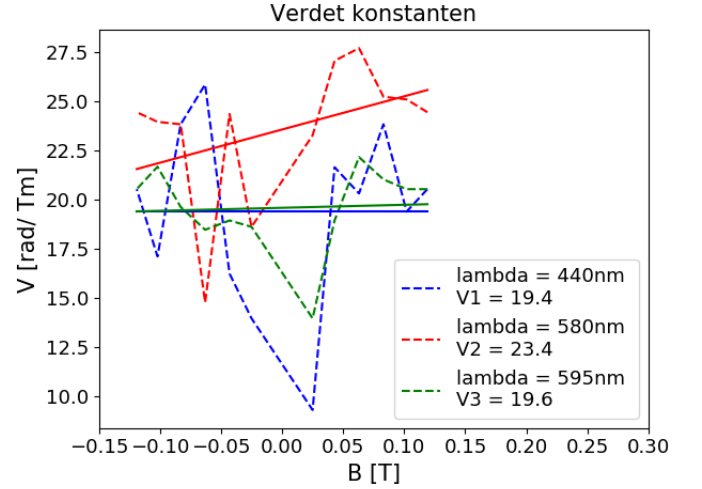
FIG. 17. Målinger gjort av intensitetsminimum ved $\theta(B)$ for et påtrykt magnetfelt

FIG. 18. Verdet-konstanten estimert for de tre bølglengdene ved hjelp av en lineærtilpasning av datasettet.

Det følger at Verdet-konstantene er gitt ved

$$V(\lambda_1) = 19.4 \pm 1.3 \quad (30)$$

$$V(\lambda_2) = 23.4 \pm 1.6 \quad (31)$$

$$V(\lambda_3) = 19.6 \pm 0.7 \quad (32)$$

DISKUSJON

A. Måling av magnetisk susceptibilitet til vismut

Tilsynelatende har det vist seg at hverken B_2 eller den relative usikkerheten assosiert med diatermålninger har påvirket det endelige estimatet av χ innenfor usikkerhetene. At diatermålningene var tilstrekkelig konsistente er nok en tilfeldighet ved symmetrien i prøven. At B_2 er neglisjerbar er trolig en konsekvens av at stangen var tilstrekkelig lang, og følgelig tilstrekkelig langt unna elektromagneten, til at feltet fikk stor nok påvirkning. Det burde likevel bemerkes at det er en svakhet i modellen ved at det kun tas utgangspunkt i de to ytterpunktene av stangen, og følgelig blir det neglisjert noe kontroll over delene lenger ned som eksponeres for et sterkere felt. Det er vanskelig å utale seg om effektene av denne neglisjeringen kun ved hjelp av øvrige teori.

For å videre undersøke kvaliteten av målingene kan estimatet for susceptibiliteten sammenliknes med målinger fra andre kilder. Som en første indikator på at estimatet er korrekt kan det sammenliknes med veletablert faglitteratur. Allerede på 1950-tallet var den magnetiske susceptibiliteten til vismut kjent ved -17×10^{-5} [Bjerger, 1951, pp. 104]. Senere har den blitt angitt med høyere nøyaktighet ved -1.66×10^{-4} [Paynter and Boydell, 2009, pp. 224]. Begge resultatene stemmer overens med verdien funnet i dette eksperimentet. Resultatet burde også sammenliknes med andre relevante forskningsartikler. Otake et al. viser blant annet til å ha funnet at masse-susceptibiliteten til vismut $\chi_m = -1.70 \times 10^{-8}$ m³/kg [Otake et al., 1980]. Dersom χ funnet for vismutprøven i dette forsøket ganges opp med massetettheten $\rho = V/m$ finner man at et estimat for $\chi_m = 1.75 \times 10^{-8}$, basert på massetettheten til vismutprøven. Verdiene samsvarer med andre ord svært godt også for denne alternative måten å angi susceptibilitet på. Årsakene til ytterligere avvik kan blant annet stamme fra andre feilkilder, som mål av volumet til prøven og usikkerheter assosiert med massetetthet. Den samme observasjonen er tilsynelatende gjennomgående blant eksperimentallitteraturen. Blant annet rapporterte Mikhaylovskaya verdien $\chi = 16.580 \times 10^{-5}$ [Mikhaylovskaya et al., 2018] fra nyere forsøk. Dette vide spennet av ulik litteratur som refererer til de samme observasjonene av den magnetiske susceptibiliteten til vismut er en indikator på at resultatet funnet i dette forsøket tilnærmer seg godt susceptibiliteten til vismut.

Når det antas en lineær sammenheng mellom F_z og B_1 så observeres det at verdien viker fra verdien av χ som har blitt målt gjentatte ganger i andre forsøk. Etersom det tilsynelatende er en uniform oppfattelse om at verdien til χ ligger rundt -1.66×10^{-5} oppfattes derfor resultatet ved den lineære sammenheng å bli dårligere enn ved antatt kvadratisk sammenheng. Figur 12 viser at selv med en kvadratisk tilpassning til dataen ved antatt lineær sammenheng gir et resultat som viker mer fra denne verdien, i tillegg til en usikkerhet 4.5 ganger større

enn den ved antatt kvadratisk forhold.

Det kan til slutt bemerkes at usikkerheten estimert fra standardavviket i stigningstallet fremstår noe stort. Dette er en konsekvens av spredningen av datapunktene, og kunne trolig vært minimert ved å gjøre mer presise og nøyaktige målinger. Det var vanskelig å kontrollere nøyaktig hvor B-feltet ble målt, og særlig tvilsomt med henhold til de kraftige fluktuationene som opptrådte ved måling av \vec{B}_0 .

B. Måling av ferromagnetiske egenskaper

Det at den målte styrken på \vec{H} -feltet viker fra den teoretiske forventningen faller godt sammen med problematikken rundt å estimere den faktiske magnetfeltstyrken. Målingene med prøven var basert på øyemål og utprøvning i en region der det ble observert kraftige fluktuationer. Det var følgelig vanskelig å kontrollere både usikkerheter og estimer, og en annen metode med høyere presisjon og systematikk burde nok vært benyttet for å bedre resultatene. Det burde vært gjort flere systematiske målinger av den magnetiske fluksen for å kunne estimere et godt standardavvik. Slik kunne man kontrollert feilen bedre og det ville mulig å si noe ytterligere om resultatenes kvalitet. At dette ikke ble gjort svekker troverdigheten av dataen.

All observasjoner som ble gjort stemmer overens med begrensningene predikert av det teoretiske rammeverket. Det burde likevel nevnes et behov for en alternativ teori hvertfall for feltene målt parallelt med flukstettheten. For både sylindren, sirkelskiven og ellipsoiden var begrensningen lagt mellom 8-15 ganger større enn det faktiske målte feltet. Dette fremstår i lys av vår data som et gangske stort spenn. Likevel så er det også fullt mulig at magnetiseringen av jernmaterialet kan strekke seg til denne grensen, men at materialet i utgangspunktet var svært svakt magnetisert. En måte å undersøke dette på ville vært å eksponere materiale for feltet over lengere tid langs en gitt akse. Når materialet gjentakende ganger blir brukt vilkårlig, og magnetiseres gjentatte ganger i vilkårlige retninger, er det innenfor rammene av øvrige teori vanskelig å kontrollere initialbetingelsene. Det er følgelig også vanskelig å si noe om kvaliteten av de teoretiske begrensningene, da det er ukjent hvordan den relative magnetiseringen er i forhold til et faktisk maksimum.

For spenningsintegratoren møtes samme problemstilling med initiale tilstander, som er en potensiell kilde til feil. Det observeres likevel samsvar med flere teoretiske predikasjoner. For det første er magnetiseringen langt større enn hva som kan observeres for de diamagnetiske materialene, og av størrelsesorden 10^5 . Det kan videre observeres eksplisitt fra de de assosierte hystereskurvene at selv når det påtrykte feltet er null så er materialet magnetisert. Denne magnetiseringen og metningen avtar når det påtrykte feltet avtar. Det observeres også en metning når alle dipolene tilnærmet er rettet langs

det påtrykte feltet som er godt synlig i regionene der strømutslaget er maksimalt.

C. Faradayeffekten og estimater for Verdet-konstanten

Det fremgår at det beste sammenlikningsgrunnlaget for det aktuelle forsøket er i henhold til angivelsene i databladet. Databladet angir at Verdet konstanten assosiert med de ulike fargefilterene burde være henholdsvis Med andre ord så var øvrige estimater av λ_2 og λ_3

λ [nm]	$V(\lambda)$ [rad/ Tm]
440	49.8
580	24.9
595	21.1

gode med tanke på presisjonsmuligheter og nøyaktighet i gjennomføring. Begge estimatene stemmer overens med leverandørens målinger innenfor usikkerheten, som er en god indikator på kvaliteten av resultatene. Likevel observeres λ_1 å vike kraftig fra den nominelle verdien, og ligger tettere opp i mot 595nm. Det er vanskelig å si hva som kan være årsaken bak dette avviket. Da denne feilen var gjennomgående hos flere av gruppene som benyttet det samme instrumentet kan det være tegn på en systematisk feil ved instrumentet. Det er lite trolig at et så stort avvik stammer fra tilfeldige feil og avlesningsnøyaktigheter. Muligens er årsaken en feilmerkning av utstyr eller en blanding av fargefilterene. At resultatet er feil i sin helhet er indikert av at endringen i verdet konstanten er en funksjon av vinkelen over magnetfeltfluksen. Vi burde forventet en avtakende tendens i konstanten ved økende bølgelengder fra de teoretiske predikasjonene.

Vedrørende usikkerhetsestimatene så virker feilen rimelig på bakgrunn av avlesningsnøyaktigheten til vinkelen burde være den dominerende feilkilden. Det hersker derimot større tvil rundt den eksperimentelle usikkerheten, da det ikke fantes noen usikkerhetsestimater for hverken B eller L. Følgelig må disse antatte usikkerhetene betraktes som en potensiell feilkilde i feilestimatet.

KONKLUSJON

I det øvrige eksperimentet har det vært observert flere magnetiske egenskaper som har vist seg å samsvare godt med teoretiske predikasjoner. For det første delforsøket konkluderes det med at valgte oppsett for måling av magnetisk susceptibilitet og gjennomføring av eksperimentet fungerte godt. Denne konklusjonen basert på en sammenlikning med andre liknende eksperimenter som ga samsvarende resultater. En indikator på at $\chi = (16.6 \pm 0.2) \times 10^{-5}$ er et rimelig estimat. Usikkerheten assosiert med estimatet oppfattes likevel stor, og

kunne vært forbedret ved å gjøre mer presise målinger. I det andre delforsøket ble det observert hvordan magnetiseringen av det ferromagnetiske jernet utspendte hysteresekurver, og at magnetiseringen var tilstedeværende også ved fravær av påtrykt magnetfelt. Magnetfeltet var observert langt større en hva som assosieres med den diamagnetiske vismutprøven, og den teoretiske kategoriseringen kom klart frem. Det hersket derimot noe større tvil rundt usikkerhetene assosiert med disse beregningene, da oppløsningen til avlesningen ble antatt å være den dominerende usikkerhetskilden. I delforsøk tre ble det observert hvordan Faraday-effekten kunne anvendes for å estimere Verdet-konstanten. Resultatene fra forsøket ga verdier samsvarende med retningslinjene for instrumentet, men det ble observert en anntatt feil hvis årsak forblir ukjent for λ_1 . Eksperimentet fant at $V(\lambda = 580\text{nm}) = 23.4 \pm 1.6\text{rad/Tm}$, $V(\lambda = 595\text{nm}) = 19.6 \pm 0.7\text{ rad/Tm}$ og feilaktig at $V(\lambda = 440\text{nm}) = 19.4 \pm 1.3\text{ rad/Tm}$.

I sin helhet har det øvrige forsøket vært belysende for samvirket mellom elektromagnetiske krefter og magnetiske materialer. Flere metoder for å estimere magnetiske parametere har blitt undersøkt, og de fleste suksessfullt i lys av andre eksperimenters funn. Forsøket har likevel også vært belysende for en rekke potensielle feilkilder og hvordan disse påvirker målingene, en sentral ettertanke er derfor et fokus på økt presisjon og nøyaktighet under selve forsøket.

BIBLIOGRAFI

- [Squires, 2001], G. L. Squires, Practical Physics, Cambridge University Press 2001, 4th edition
- [Otake et al., 1980] Otake, S., Momiuchi, M., and Matsuno, N. (1980). Temperature dependence of the magnetic susceptibility of bismuth. Journal of the Physical Society of Japan, 49(5):1824–1828.
- [Paynter and Boydell, 2009] Paynter, R. T. and Boydell, B. J. T. (2009). Electronics technology fundamentals: electron flow version, volume 1. Pearson Prentice Hall, 2 edition.
- [Bjerger, 1951], T. (1951). Elektricitet og magnetisme, volume 1. Munksgaard, 3 edition.
- [Mikhaylovskaya et al., 2018] Mikhaylovskaya, Z. A., Petrova, S. A., Abrahams, I., Buyanova, E. S., Morozova, M. V., and Kellerman, D. G. (2018). Structure and conductivity in iron-doped $\text{bi26mo10o69-}\sigma$. Ionics.

APPENIX A

Utstysrliste	Leverandør/ Modell	Serienummer
Kraftforsyning	Delta Elektronika SM3004-D	1000007
Hal-Sensor	Smart Magnetic Sensor 102 Asonik	SN-PO0732T
Elektromagnet	FI Newport 844013	0005322UND
Vekt	Highland 69 Adams	HCB602H
Digitalskyvelær	Cocraft	
Powersupply	ES	627201000169
Spole		
Diverse ferromagnetiske objekter		
Hal-sensor		
Skyvelær plast		
Funksjonsgenerator	T61006 DDS	419539
Fluksmeter/spenningsintegrator		
Voltage/current sensor	Pastport	
Signalforsterker		
Kraftforsyning	Stelltrafro mot Gleichr	460300141661
Spektrallampe	Phywe	
Bryter	Pyhwe	06034.03
Multimeter	Fluke 75	48430470
Elektromagnet	Newport instruments	84403
Forstørrelsesglass	Phywe +300	
Polarisasjonsfilter 2stk	Phywe	
Optisk filter 3stk		