

KAOTISK DOBBELT-PENDEL

LABOPPGAVE

I denne øvelsen ønsker vi at dere skal studere et ukjent system, her bevegelsen til en kaotisk dobbeltpendel. Til hjelp får dere tilgang på programvare som leser bildeopptak og fremstiller ulike plott vi kan bruke i et forsøk på å finne lovmessigheter i bevegelsen. Hvordan dere går frem for å finne ut mer om systemet, og hva dere eventuelt finner, er opp til hver enkelt gruppe. Systemet presentert for dere er mangfoldig, og svært rikt på mulige utfall. Det er derfor usannsynlig at ulike grupper vil produsere de samme resultatene (Vi oppfordrer i høyeste grad til diskusjon, utprøving og feiling). Nye impulser og ideer er en svært viktig del av den kreative prosessen som eksperimentalfysikken er.

Bakgrunn og formål: Gjentatte undersøkelser har indikert at studenter i langt større grad lærer ferdigheter i fysikk når de tar del i alle leddene av et forsøk. Formålet med denne øvelsen er at du som student skal gjennomgå flere kognitive prosesser som en eksperimentalfysiker gjennomgår, og slik utvikle nødvendige eksperimentelle ferdigheter og en mer selvstendig forskningsdrift.

Løpets gang: Dere vil i denne oppgaven undersøke en av de viktigste karakteristikken ved kaotiske systemer, nemlig systemets *predikasjonshorisont*. I den første delen av oppgaven vil vi at dere skal bli godt kjent med systemet og gjøre dere opp noen første tanker om hvordan systemet virker. Denne delen vil danne grunnlag for å forstå begrepet predikasjonshorisont, og hva som skiller kaotisk systemer fra andre systemer vi kjenner til. Dere skal så forsøke å formulere en hypotese om predikasjonshorisonten, og konstruere et forsøk for å teste kriteriene dere har satt.

Sikkerhet og bemerkninger: Dobbelpendelen er ikke et leketøy, og vi ber dere vise varsomhet ved bruk. Ikke start å utforsk pendelen før en veileder har gitt instruksjoner om bruk. Ikke stop pendelen ved å gripe etter en av pendelarmene. Dersom pendelen må stoppes under et løp så forsøk å stabilisere pendelen ved å dempe bevegelsen øverst i opphengspunktet. Uaktsom bruk kan lede til skader.

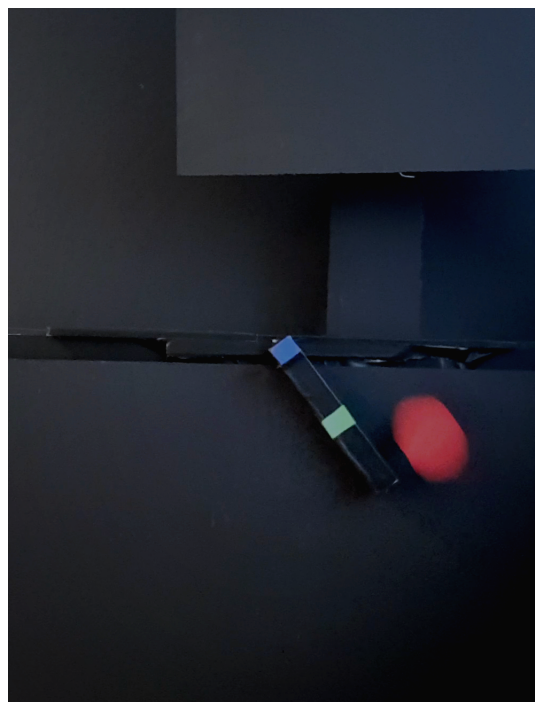


FIG. 1: Bildeutsnitt fra videoopptak av kaotisk dobbeltpendel.

Tilgjengelig utstyr: dobbeltpendel, analyseverktøy, strikker, laserpenn, kamerastativ, mobiltelefon, festeskruer til stativet, svart maskeringsteip, tråd, pendeloppheng og hva enn dere finner av nyttig verktøy.

I. FRI UTFORSKNING AV SYSTEMET

Formålet med denne deloppgaven er å bli kjent med systemet og beskrive pendelens atferd. Dere har tilgjengelig en strikk som kan festes over pendelens ledd slik at systemet oppfører seg som en enkeltpendel. Se på både systemet for en enkeltpendel og en dobbeltpendel for ulike initialbetingelser. Noter ned interessante observasjoner dere gjør.

Observasjoner

Spørsmål 1: Beskriv med et par setninger de viktigste forskjellene og likhetene mellom dobbeltpendelen og enkeltpendelen.

Spørsmål 2: Vil du alltid kunne forutsi enkeltpendelens bane? Begrunn.

Spørsmål 3: Foreslå to parametere for å beskrive dobbeltpendelens bevegelse.

Spørsmål 4: Utforsk ulike initialbetingelser systematisk og beskriv hva du observerer.

Prøv så å slippe dobbeltpendelen fra samme initialbetingelse flere ganger, hva kan du observere nå?

Spørsmål 5: Forsøk å gjette på hva som kan være årsaken bak at banene til dobbeltpendelen blir forskjellig når du slipper den fra samme sted?

For å finne ut mer om bevegelsen kan dere ta i bruk filen *MotionEstimation.mat* og *VideoEditor.mat*. Ved bruk av mobiltelefon eller annet tilgjengelig fotoapparat vil dere kunne ta opptak av pendelløp og benytte programme til å fremstille ulike plot vi kan bruke i et forsøk på å finne noen lovmessigheter i bevegelsen (dersom det er noen). Sørg for at alle opptak og nødvendig programvare ligger i samme mappe.

Spørsmål 6: Ta ett eller to opptak av dobbeltpendelens bevegelse og kjør filene gjennom programmet for å bli kjent med hvordan programmet fungerer og plottene som fremstilles. Hvordan vil dere nå beskrive dobbeltpendelens bane?
Se appendix for nærmere informasjon om bruk av programvare.

II. KONSTRUKSJON AV FORSØK

I 1961 gjorde metrologen Edward Lorenz en feil som ble utgangspunktet for hva vi i dag kjenner som kaosteori. Lorenz arbeidet på denne tiden med å utvikle metoder for å forbedre evnen til å presist forutsi været ved å utnytte den nyoppdagede komputerkraften. Lorenz' system representerte ulike værforhold som tall, og algoritmen han implementerte i datamaskinen sin evnet å forutsi været noen få minutter fremover. Da programet fungerte som det skulle kunne Lorenz produsere langsiktige værvarsler ved å iterativt mate programmet med resultatene fra den foregående runden. Slik kunne Lorenz ta utgangspunktet i presise minutt for minutt varsler, og benytte disse til å predikere været for de neste dagene, og etterhvert ukene.



FIG. 2: Lorenz formulerte den kjente metaforen for kaos der en sommerfugl som slår med vingene på et senere tidspunkt produserer en orkan på andre siden av verden

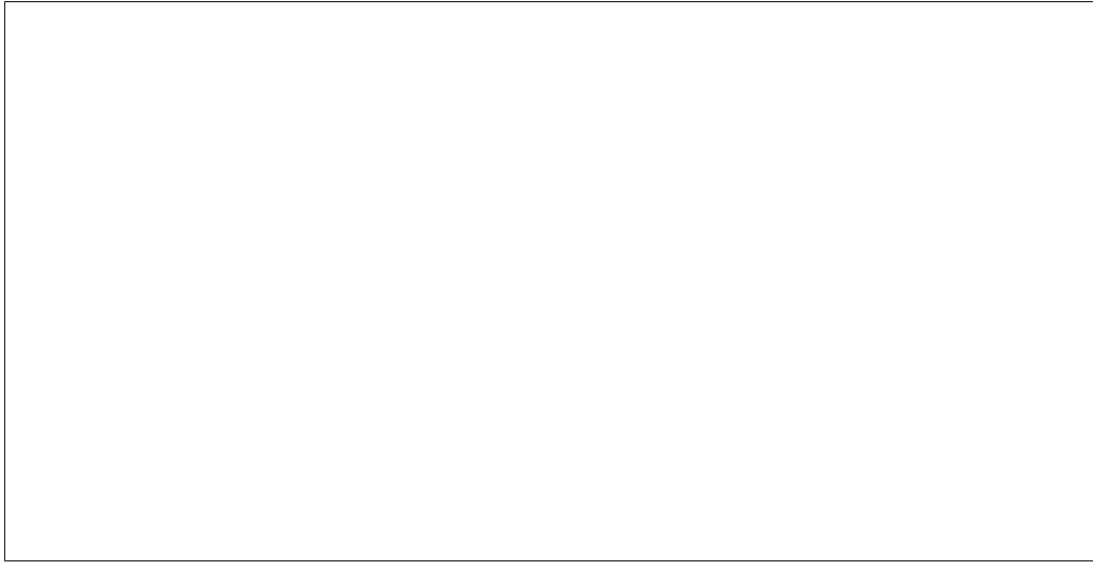
En dag bestemte han seg for å kjøre programmet på nytt. For å spare tid valgte han å ikke å kjøre programmet fra scratch, men tok isteden en predikasjon fra halvveis gjennom det første løpet som sine initialbetingelser. Etter en velfortjent kaffepause returnerte han til kontoret og fant noe uventet. For den første perioden ga programmet de samme predikasjonene som sist, men etterhvert divergerte resultatene fra de to løpene lenger og lenger ifra hverandre. Hva hadde gått galt?

Det tok ikke lang tid før Lorenz innså at mens computeren printet ut data med tre desimaler, så bestod tallene maskinen prosseserte av seks. Han hadde startet det andre løpet med betingelsen 0.506, mens maskinen i det første løpet hadde brukt tallet 0.506127. En tusenedels forskjell; Den samme typen differanse som en sommerfugls vingeslag påvirker vinden som treffer ansiktet ditt. Lorenz utgangspunkt hadde vært virtuelt identiske, men de to predikasjonene som forskjellen i initialbetingelser ga var en verden ifra hverandre.

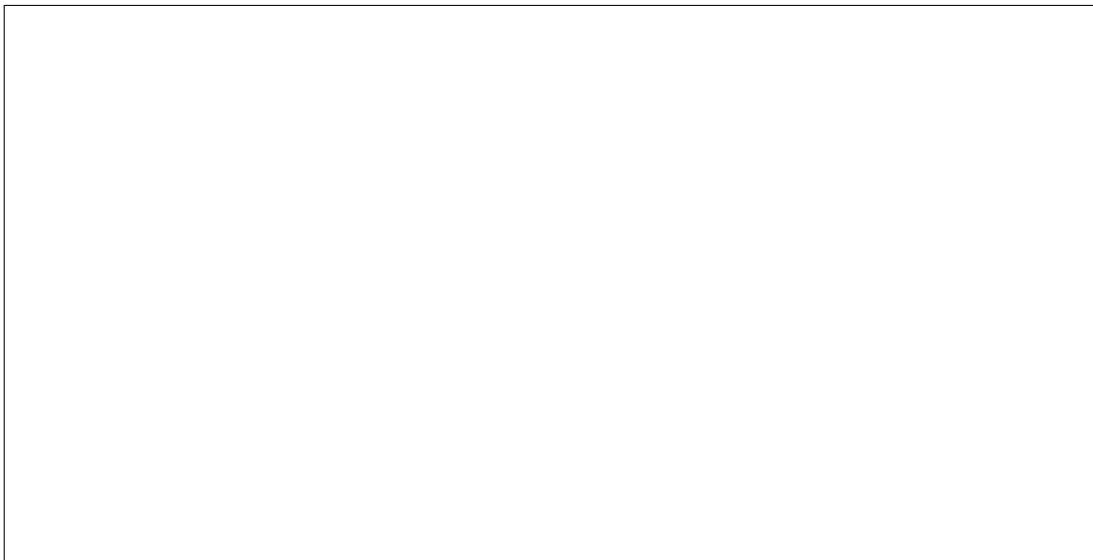
Det matematiske systemet Lorenz hadde skapt var kaotisk. I systemer som oppfører seg pent - uten kaotiske effekter – vil små forskjeller i initialbetingelser ha liten effekt på systemet. I Lorenz' system resulterte en tusenedels forskjell til at predikasjonene med tiden ville divergere ifra hverandre og ende opp med vidt forskjellige resultater. For oss betyr dette at en liten feil i målingen av værforhold ikke vil forbli liten, men vokse seg større når vi strekker predikasjonshorisonten utover. I dag tror vi at vi aldri vil kunne spå været noe særlig lengre enn to uker inn i fremtiden, uansett hvor gode komputere og matematiske modeller vi utvikler. Lorenz har berømt illustrert denne effekten med analogien av sommerfuglen som slår med sine vinger, og følgelig skaper en orkan på andre siden av kloden. Det har vist seg at denne effekten er å finne igjen hvor enn du velger å snu deg, i varierende grad. Hvor sensitivt systemet er ovenfor endringer i de initielle betingelsene danner så utgangspunktet for en predikasjonshorisont – en hukommelsestid som setter en grense for når vi ikke lenger kan forutsi systemets adferd. Vi ønsker herunder at dere skal konstruere et forsøk for å undersøke kaos og forutsigbarhet i en dobbeltpendel.

Spørsmål 7: Utfordringen i denne deloppgaven er å finne hukommelsestiden til dobbeltpendelen. Dere vil bli bedt om å sette opp en hypotese for systemets hukommelsestid, og deretter konstruere et forsøk for å teste deres ide om systemet. Basert på observasjonene dere har gjort i oppgavens første del, forsøk her å skissere hvordan plottene vil se ut når dere kjører flere opptak av samme initialbetingelse gjennom programmet.

Øvre Pendel



Nedre Pendel



Forsøksoppsett:

Hypotese	Formuler en hypotese om forutsigbarheten i et kaotisk system.
Prosedyre	Diskuter i gruppen og kom med forslag for hvordan dere kan gjennomføre et forsøk for å teste hypotesen.
Feilkilder	Diskuter hva som kan gå galt under forsøket, og hva som skal til for at resultatene blir gode nok til å kunne underbygge eller falsifisere hypotesen.

Data	Plott og beskrivelse av fremstilt data.
Konklusjon	Hvordan stemte observasjonene med hypotesen? Eventuelt hva var feil med den initielle tankegangen?

Dersom dataene dere tok opp var tilstrekkelig gode burde dere ha klart å observere konturene av en predikasjionshorisont der systemets atferd slutter å være forutsigbar. Forsøk å tallfest denne ved hjelp av plottene.

Hukommelsestid:

APPENDIX

Informasjonen i følgende appendix kan være noe teknisk, ikke nøl med å spørre veileder om oppsett eller en direkte forklaring på hvordan programmet fungerer.

Om programvaren Programmet dere har fått utdelt leser videopptaket inn i en $N \times M \times 3$ matrise, der N er antallet pixler langs x-aksen og M er antallet pixler langs y-aksen. Den siste dimensjonen skaper et rom for henholdsvis mengden rødt, blått og grønt lys i $N \times M$ pixelen. I henhold til en terskelverdi (*threshold-parameteret*) vil programmet konvertere bildene til binært format. De svarte områdene vil ha verdien 0 og de hvite områdene vil få verdien 1. Med utgangspunkt i de binære bildene beregnes massesentert til fargeobjektet, som brukes til å plote banen til den nederste og øverste pendelen.

Å ta opptak For å håndtere dataen effektivt burde dere sørge for at kameraet står fastholdt blant alle opptak. Dette vil spare dere mye tid ved redigering av filmene. Det er opp til dere å bestemme hvordan opptakene skal gjøres og hvordan kameraet settes opp. Dersom pendelen slippes etter omtrentlig like lang tid vil dere også spare betydelig redigeringstid ved kutting av filmene. Dere burde sørge for at et opptak varer i hvertfall ti sekunder etter at dere har sluppet pendelen, men ikke stort lenger enn 30 sekunder.

Bruk av videoeditor Før analyseverktøyet iverksettes blir dere spurt om dere ønsker å kutte/tilskjære videofilmen dere har tatt opp. Dette er lurt og ofte nødvendig for å redusere tilstrekkelig mengde støy før filmene analyseres. Filmen spilles først av i sin helhet der tittelen angir rammenummeret (frame). Dere velger så ut start- og sluttindex dere ønsker å starte og avslutte analysen ved. Startindexen burde være 30-50 rammer før pendelen slippes, og sluttindexen omtrent 150-200 rammer senere enn startindexen. For å beskjiære filmen bes dere angi mengden pixler i x- og y-retning. Disse verdiene angis på formen $x_1:x_2$, og kan leses av i en egen bilderamme (figur 1). Det er her viktig at kameraet har vært fastholdt gjennom alle opptak, slik at beskjiæringen holder for alle filmene.

Bruk av programvaren Når dere er ferdig med å redigere opptakene vil programmet starte å analysere bevegelsen. For å sjekke at alt fungerer som det skal er det lurt å kjøre programmet med den globale variabelen

```
global show$_$imgs; show$_$imgs = true;
```

Dere vil da kunne følge massesenteret grafisk for å avgjøre om estimatet dere gjør er godt. Figur 3 illustrerer et godt eksempel på hvordan en ramme burde se ut. Dersom det er mye støy i beregningene som forskyver massesenteret kan man forsøke å redigere parameterene i programvaren. Terskelverdien og vektnin-gene kan justeres opp for å redusere støy, og ned for å frembringe klarere bilder av objektene i bevegelse. Når 3 eller flere filmer analyseres av gangen burde denne variabelen settes lik *false* for å effektivisere beregningene.

Overføring av videofiler fra telefon til datamaskin

Når filmene skal lastes over fra telefon til datamaskin må filmen overføres via et medium som ikke komprimerer dataen. Det anbefales å bruke google dirve, icloud, drop-box, onedrive eller liknende. Spør veileder om det trengs hjelp med dette.

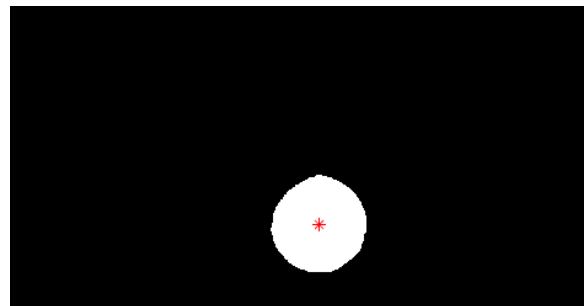


FIG. 3: Binært bilde benyttet i analyse av kaotisk bevegelse. Massesenter beregnes i midten av det hvite område, markert med rødt kryss.