

Questão 2

Shai Vaz, Heron Goulart, Alexandre Almeida, João Pedro Pedrosa, Roberto Orenstein

2023-10-04

Questão 2: Modelo Fama-French

Modelo

Adaptando Cochrane (2005) e Fama and French (1993) :

1. Etapa painel

$$R_{i,t}^e = R_{i,t} - R_{f,t} = a_i + \widehat{\beta_{i,Mkt}}(R_{Mkt,t} - R_{f,t}) + \widehat{\beta_{i,SMB}}SMB + \widehat{\beta_{i,HML}}HML + \epsilon_{i,t}$$

2. Etapa Cross-Section

$$\mathbb{E}[R_{i,t}^e] = \alpha + \beta_{i,Mkt}\widehat{\lambda_{Mkt}} + \beta_{i,SMB}\widehat{\lambda_{SMB}} + \beta_{i,HML}\widehat{\lambda_{HML}} + \eta_i$$

Importação dos dados

Baixamos os portfólios.

```
port <- read_xlsx(
  "Avg_Val_Weight_Ret_25port1.xlsx",
) %>%
mutate(
  month = as_date(month)
)
```

Agora, baixamos os fatores.

```
fac <- read_xlsx(
  "F-F_Research_Data_Factors1.xlsx"
) %>%
mutate(
  month = as_date(month)
)
```

Unificamos os dois.

```
FF <- full_join(
  fac, port,
  by = "month"
)

remove(fac, port)
```

Em seguida, pivotamos as colunas de portfólios para long format. A coluna `i`, contém os portfólios, e a coluna `R` contém os seus retornos.

```
FF_long <- FF %>%
  pivot_longer(
    !1:5,
    names_to = "i",
    values_to = "R"
  ) %>%
  mutate(
    Mkt = as.numeric(Mkt),
    SMB = as.numeric(SMB),
    HML = as.numeric(HML),
    RF = as.numeric(RF)
  )
```

Vamos calcular também o Excesso de Retorno dos portfólios. Notemos que o retorno de mercado (`Mkt`) já está representado também em excesso de retornos.

```
FF_long <- FF_long %>%
  mutate(
    Re = R - RF
  )
```

Regressão em Painei

Agora, vamos regredir os retornos de cada um dos 25 portfólios nos 3 fatores de Fama-French. Há uma versão em que a variável dependente é o Retorno Bruto, e outra em que a variável dependente é o retorno bruto, e outra com o excesso de retorno.

```
painel_R <- pvcn(
  R ~ Mkt + SMB + HML,
  data = FF_long,
  model = "within",
  index = c("i", "month")
)
```

```
betas_R <- coef(painel_R) %>%
  rownames_to_column(var = "i") %>%
  rename(
    a = "(Intercept)",
    b_Mkt = Mkt,
    b_SMB = SMB,
    b_HML = HML
  )
```

```
painel_Re <- pvcm(  
  Re ~ Mkt + SMB + HML,  
  data = FF_long,  
  model = "within",  
  index = c("i", "month")  
)
```

```
betas_Re <- coef(painel_Re) %>%  
  rownames_to_column(var = "i") %>%  
  rename(  
    a = "(Intercept)",  
    b_Mkt = Mkt,  
    b_SMB = SMB,  
    b_HML = HML  
  )
```

Resultados do Painei

Portfólios	Retornos Brutos				Excesso de retornos			
	a	β_{Mkt}	β_{SMB}	β_{HML}	a	β_{Mkt}	β_{SMB}	β_{HML}
BIG HiBM	0.093	1.174	-0.173	1.013	-0.176	1.177	-0.171	1.011
BIG LoBM	0.367	1.027	-0.153	-0.266	0.098	1.030	-0.151	-0.269
ME1 BM2	-0.138	1.070	1.535	0.207	-0.406	1.073	1.538	0.205
ME1 BM3	0.126	1.073	1.244	0.544	-0.142	1.076	1.246	0.541
ME1 BM4	0.348	0.939	1.221	0.578	0.079	0.942	1.224	0.575
ME2 BM1	0.030	1.085	1.133	-0.215	-0.239	1.088	1.136	-0.218
ME2 BM2	0.288	1.018	0.991	0.124	0.019	1.021	0.994	0.121
ME2 BM3	0.292	0.987	0.823	0.346	0.024	0.990	0.825	0.343
ME2 BM4	0.301	0.964	0.811	0.569	0.033	0.967	0.814	0.566
ME2 BM5	0.315	1.066	0.916	0.881	0.047	1.069	0.919	0.878
ME3 BM1	0.143	1.127	0.807	-0.219	-0.125	1.130	0.810	-0.222
ME3 BM2	0.370	1.016	0.541	0.039	0.101	1.019	0.544	0.037
ME3 BM3	0.328	0.983	0.441	0.324	0.060	0.986	0.443	0.322
ME3 BM4	0.326	0.996	0.468	0.565	0.057	0.999	0.470	0.562
ME3 BM5	0.210	1.111	0.578	0.860	-0.059	1.114	0.581	0.858
ME4 BM1	0.330	1.074	0.331	-0.338	0.061	1.077	0.334	-0.341
ME4 BM2	0.280	1.026	0.231	0.108	0.011	1.029	0.233	0.105
ME4 BM3	0.282	1.004	0.204	0.344	0.013	1.007	0.207	0.342
ME4 BM4	0.287	1.036	0.204	0.567	0.018	1.039	0.207	0.564
ME4 BM5	0.115	1.186	0.315	0.947	-0.153	1.189	0.317	0.944
ME5 BM2	0.276	0.973	-0.194	0.024	0.007	0.976	-0.191	0.021
ME5 BM3	0.262	0.957	-0.237	0.329	-0.006	0.960	-0.235	0.326
ME5 BM4	0.031	1.029	-0.189	0.664	-0.238	1.032	-0.186	0.661
SMALL HiBM	0.399	0.975	1.306	0.900	0.130	0.978	1.309	0.898
SMALL LoBM	-0.426	1.275	1.464	0.360	-0.695	1.278	1.466	0.358

Regressão em Cross-Section

Novamente, teremos uma versão em que os retornos dos portfólios estão brutos, e outra versão em que estão líquidos da taxa livre de risco, portanto em excesso de retorno.

Inicialmente, preparamos o dataframe de Retornos Esperados (ER) dos portfólios. A seguir, juntaremos esse dado com os betas estimados anteriormente.

```
FF_expected <- FF_long %>%
  select(
    i, R, Re
  ) %>%
  group_by(i) %>%
```

```

summarise(
  ER = mean(R),
  ERe = mean(Re)
)

```

Agora, juntamos com os betas.

```

FF_ER <- FF_expected %>%
  full_join(
    betas_R,
    by = "i"
  )

```

```

FF_ERe <- FF_expected %>%
  full_join(
    betas_Re,
    by = "i"
  )

```

A seguir, rodamos regressões em Cross-Section dos retornos esperados nos betas, tanto com retornos brutos quanto com excessos de retorno.

```

cross_ER <- lm(
  ER ~ b_Mkt + b_SMB + b_HML,
  data = FF_ER
)

```

```

cross_ERe <- lm(
  ERe ~ b_Mkt + b_SMB + b_HML,
  data = FF_ERe
)

```

Conclusões

Percebe-se que os prêmios de riscos λ não variam se utilizamos qualquer um dos modelos, alterando apenas o intercepto. O que faz sentido. A diferença na constante é precisamente a esperança do retorno do ativo livre de risco $\mathbb{E}[R_f]$.

A seguir, temos os resultados da regressão em Cross-Section, com as duas variáveis dependentes diferentes ($\mathbb{E}[R_i]$ e $\mathbb{E}[R_i^e]$) utilizadas.

	<i>Dependent variable:</i>	
	Expected Return	Expected Excess Return
	(1)	(2)
λ_{Mkt}	-0.984*** (0.323)	-0.984*** (0.323)
λ_{SMB}	0.117** (0.046)	0.117** (0.046)
λ_{HML}	0.371*** (0.064)	0.371*** (0.064)
Constant	1.982*** (0.334)	1.719*** (0.335)
Observations	25	25
R ²	0.679	0.679
Adjusted R ²	0.633	0.633
Residual Std. Error (df = 21)	0.124	0.124
F Statistic (df = 3; 21)	14.783***	14.783***

Note:

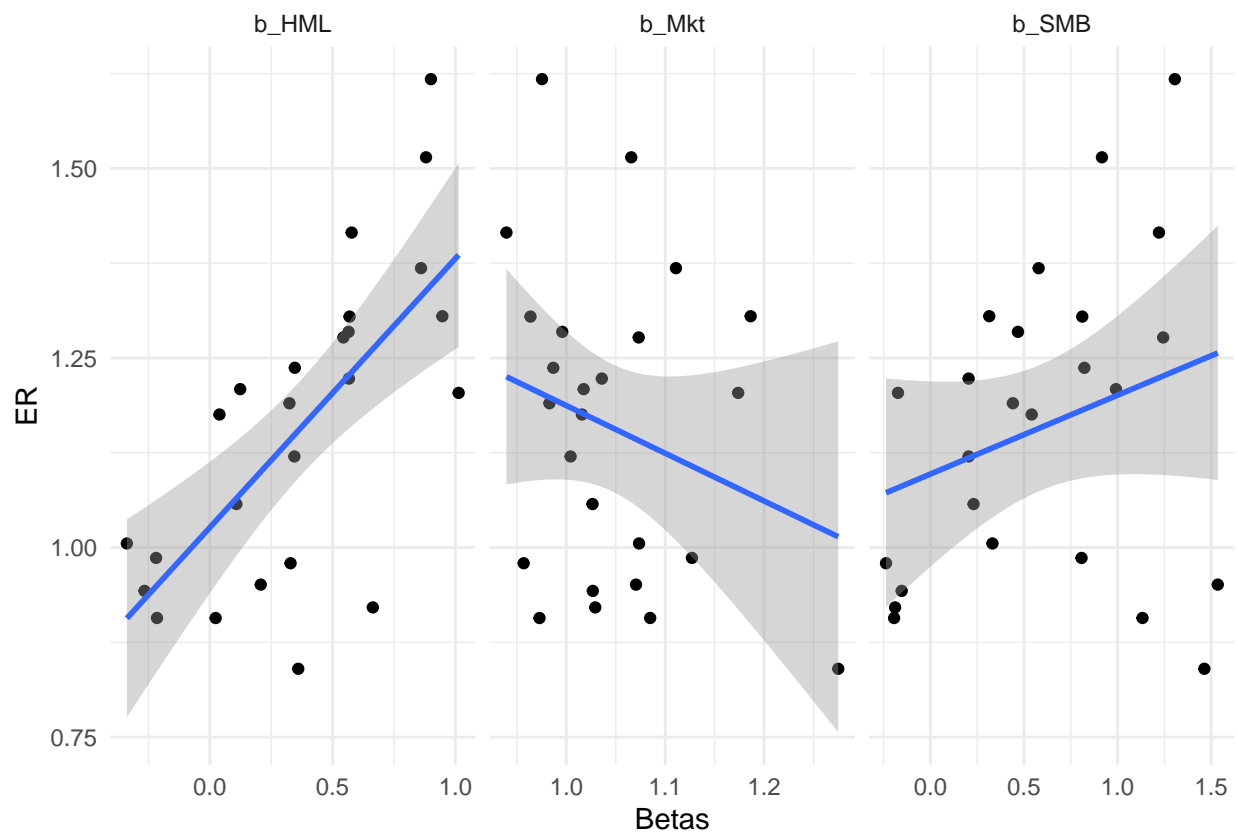
*p<0.1; **p<0.05; ***p<0.01

Gráfico

Podemos visualizar as inclinações λ no gráfico a seguir.

```
FF_ER %>%
  pivot_longer(
    cols = c("b_Mkt", "b_SMB", "b_HML"),
    names_to = "names",
    values_to = "Betas"
  ) %>%
  ggplot() +
  aes(x=Betas, y=ER) +
  geom_point() +
  geom_smooth(method = "lm") +
  facet_wrap(
    "names",
    scales = "free_x"
  ) +
  theme_minimal()

## 'geom_smooth()' using formula = 'y ~ x'
```



References

- Cochrane, John H. 2005. *Asset Pricing*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Fama, Eugene F., and Kenneth R. French. 1993. "Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds." *Journal of Financial Economics* 33 (1): 3–56. [https://doi.org/10.1016/0304-405x\(93\)90023-5](https://doi.org/10.1016/0304-405x(93)90023-5).