



# Lista 2

## Econometria II

---

Alunos: Alexandre Almeida, Heron  
Goulart, João Pedro Pedrosa, Shai  
Vaz e Roberto Orenstein

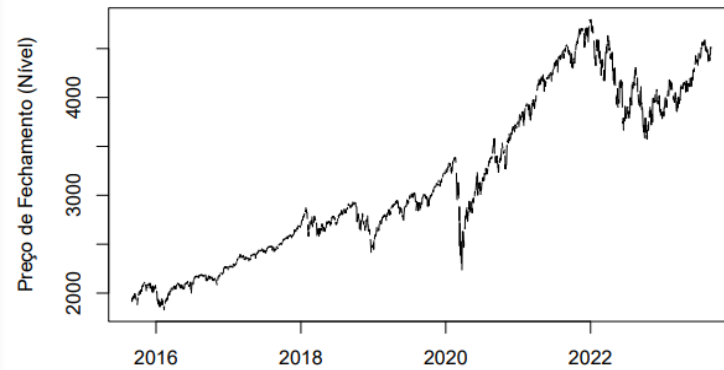
# Questão 1

---

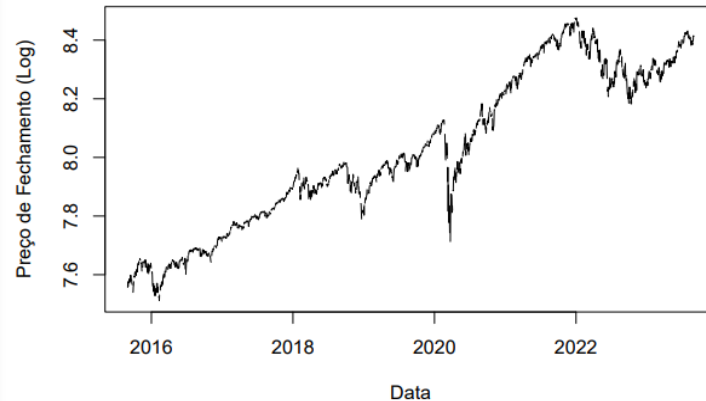
# Passos Iniciais

Séries em Nível, Log-Nível e Log-Diferença

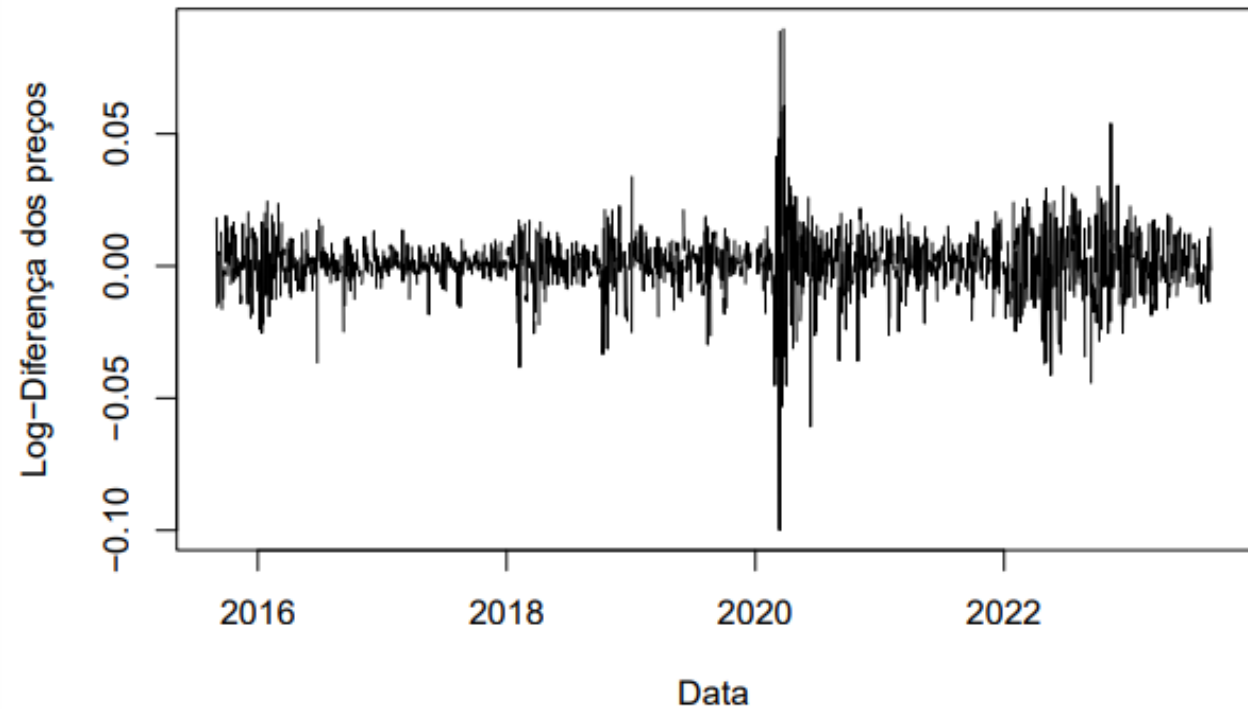
S&P 500 Index: Série em Nível



S&P 500 Index: Série em Log



S&P 500 Index: Série Log-Diferença



# Teste De Phillips-Perron (PPT)

- Fizemos os Testes de Phillips-Perron da série log-nível e log-diferença
- O teste indica que a série log-nível é não estacionária e tem raíz unitária
- O outro teste indica que a série log-diferença é estacionária

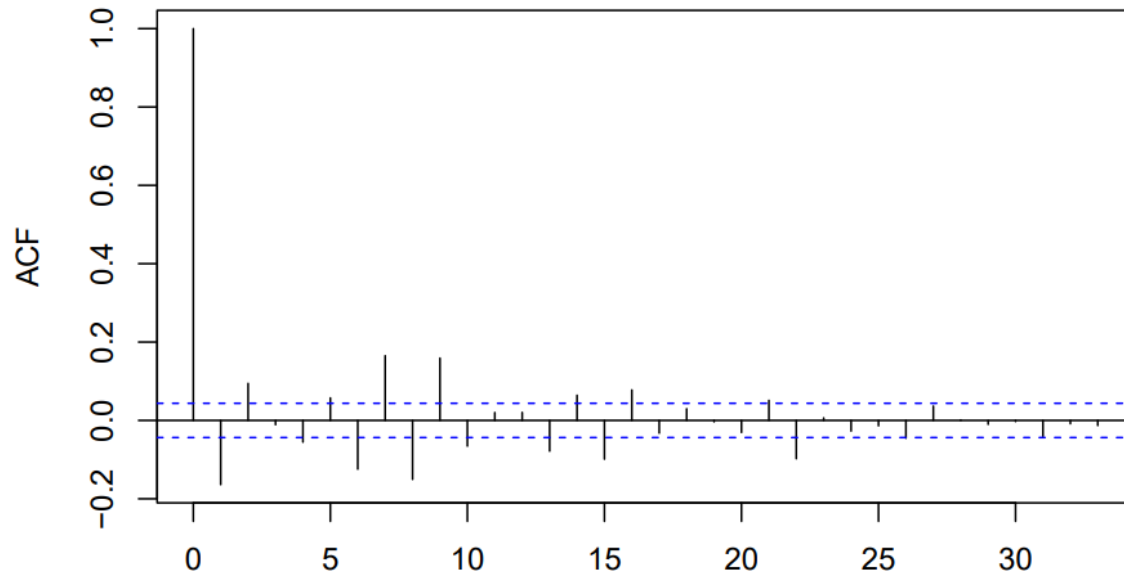
Table 1: Teste Philips Perron: Série Log Nível

Statistic: Dickey-Fuller Z (alpha)	P Value	Parameter: Truncation lag	Method	Alternative Hypothesis
-18.5791	0.0930023	8	Phillips-Perron Unit Root Test	stationary

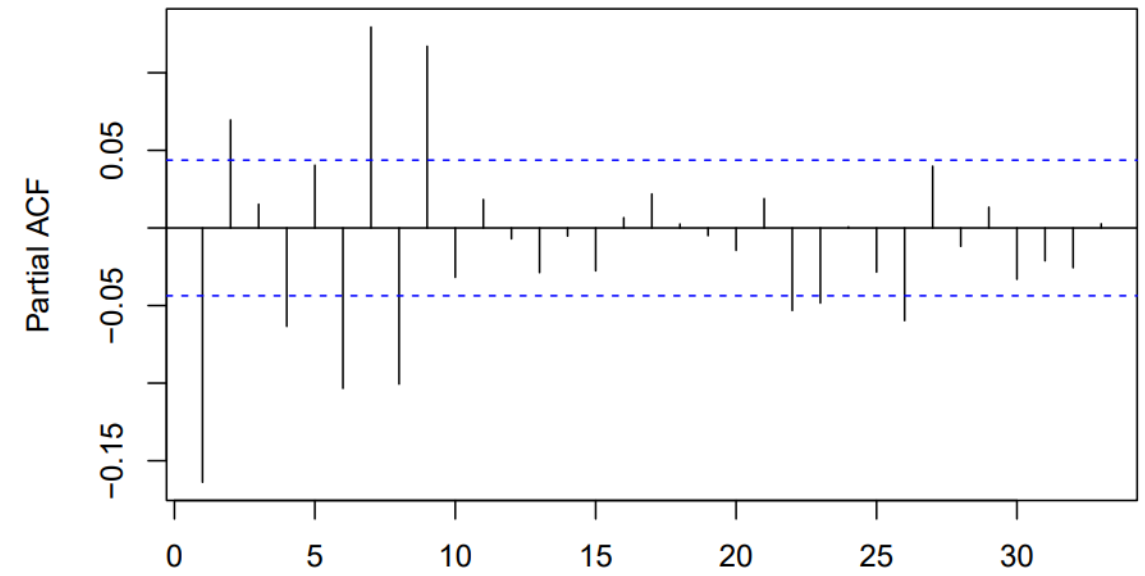
Table 2: Teste Philips Perron

Statistic: Dickey-Fuller Z (alpha)	P Value	Parameter: Truncation lag	Method	Alternative Hypothesis
-2404.682	0.01	8	Phillips-Perron Unit Root Test	stationary

**Autocorrelation Function: S&P500 Log-Dif**



**Partial Autocorrelation Function: S&P500 Log-Dif**



## Funções de Autocorrelação

- Assim, com a série log-dif escolhida fizemos e avaliamos as seguinte funções de autocorrelação e autocorrelação parcial

# Minimização dos Critérios de Informação

Table 3: BIC Minimizer Model

Term	Estimate	Standard Error
ar1	-1.7401133	0.0257552
ar2	-0.8770843	0.0258495
ma1	1.6310849	0.0354612
ma2	0.7419635	0.0358254

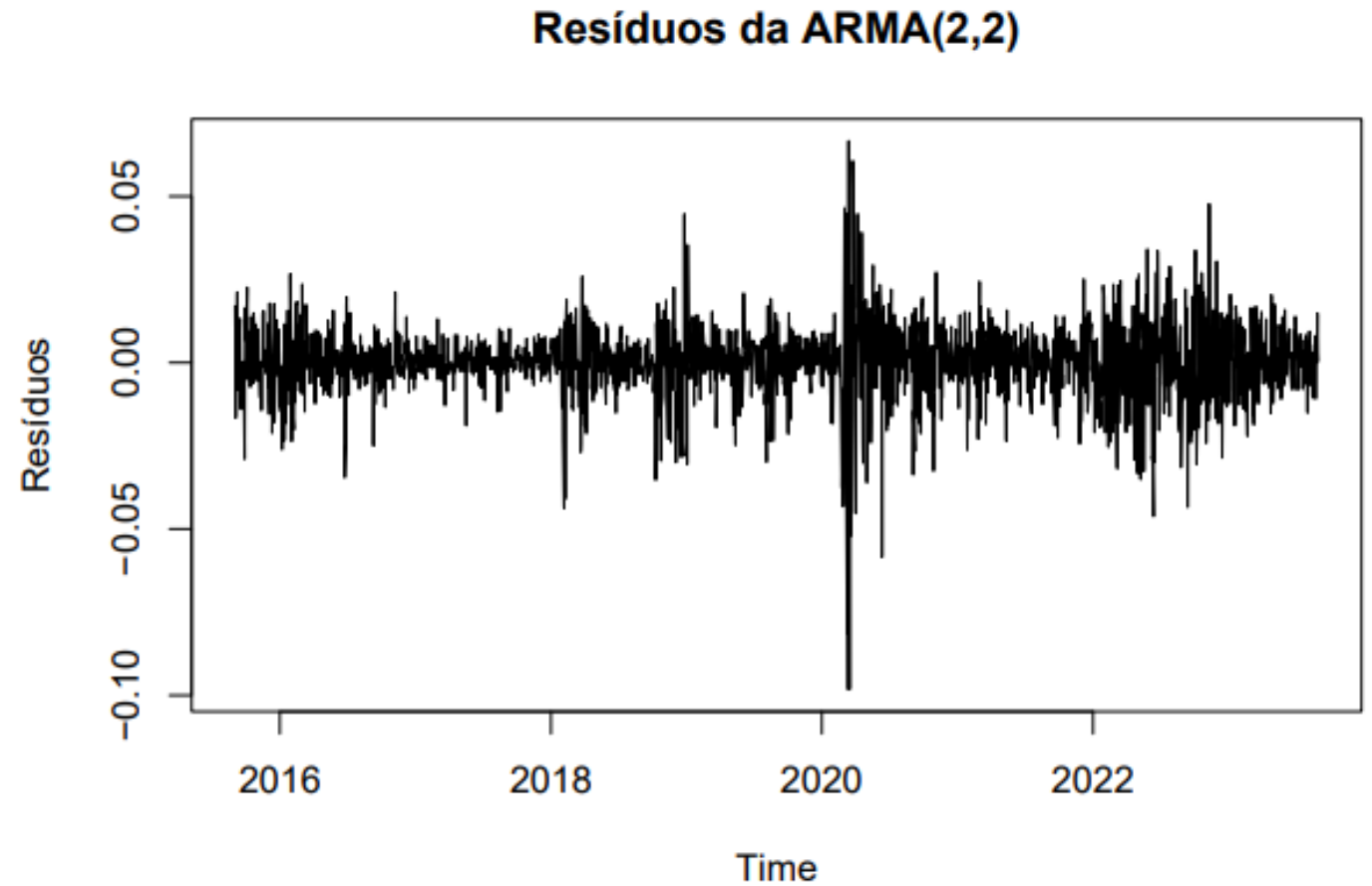
Table 4: AIC Minimizer Model

Term	Estimate	Standard Error
ar1	-1.7390897	0.0259024
ar2	-0.8760746	0.0260392
ma1	1.6294213	0.0356304
ma2	0.7402674	0.0360618
intercept	0.0004274	0.0002373

# Resultados ARMA(2,2)

<i>Dependent variable:</i>	
	$\Delta \log(P)$
ar1	−1.739*** (0.026)
ar2	−0.876*** (0.026)
ma1	1.629*** (0.036)
ma2	0.740*** (0.036)
intercept	0.0004* (0.0002)
Observations	2,013
Log Likelihood	6,154.515
$\sigma^2$	0.0001
Akaike Inf. Crit.	−12,297.030
<i>Note:</i> *p<0.1; **p<0.05; ***p<0.01	

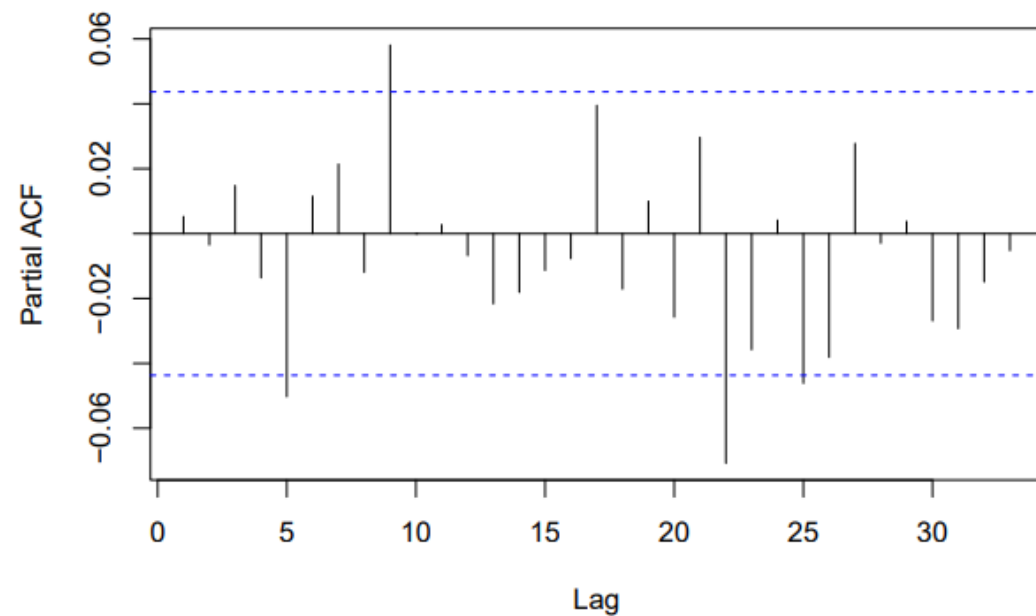
# Análise dos Resíduos



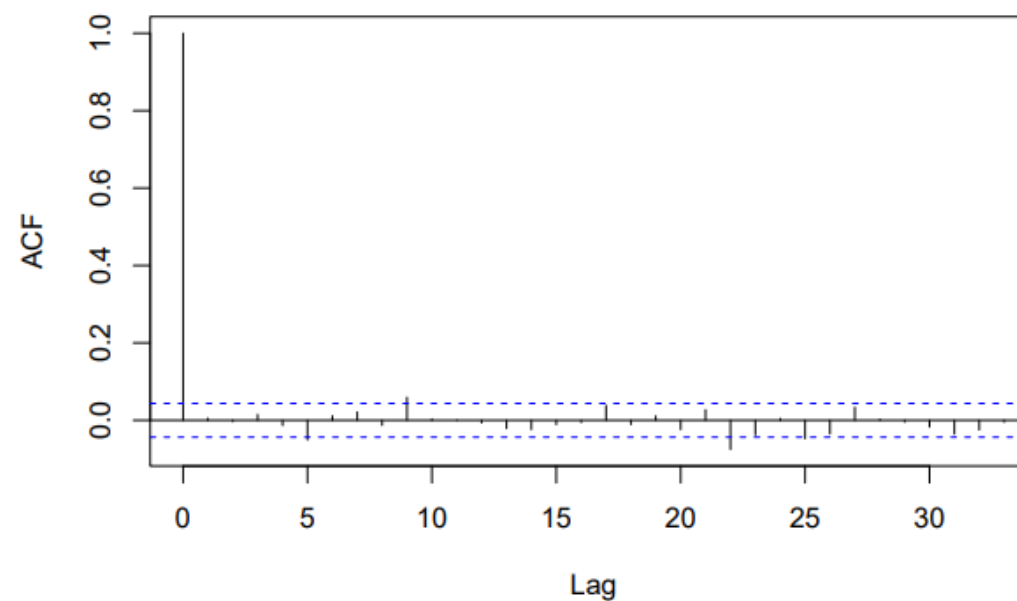


# Autocorrelação dos Resíduos

Autocorrelação parcial dos  $\varepsilon$  da regressão ARMA(2,2)

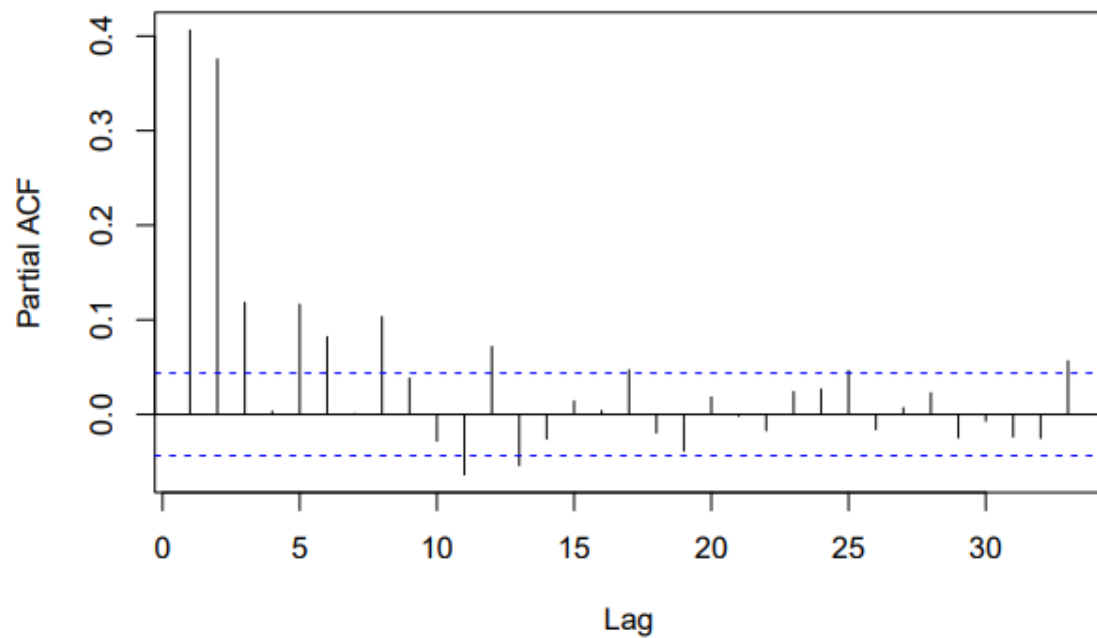


Autocorrelação dos  $\varepsilon$  da regressão ARMA(2,2)

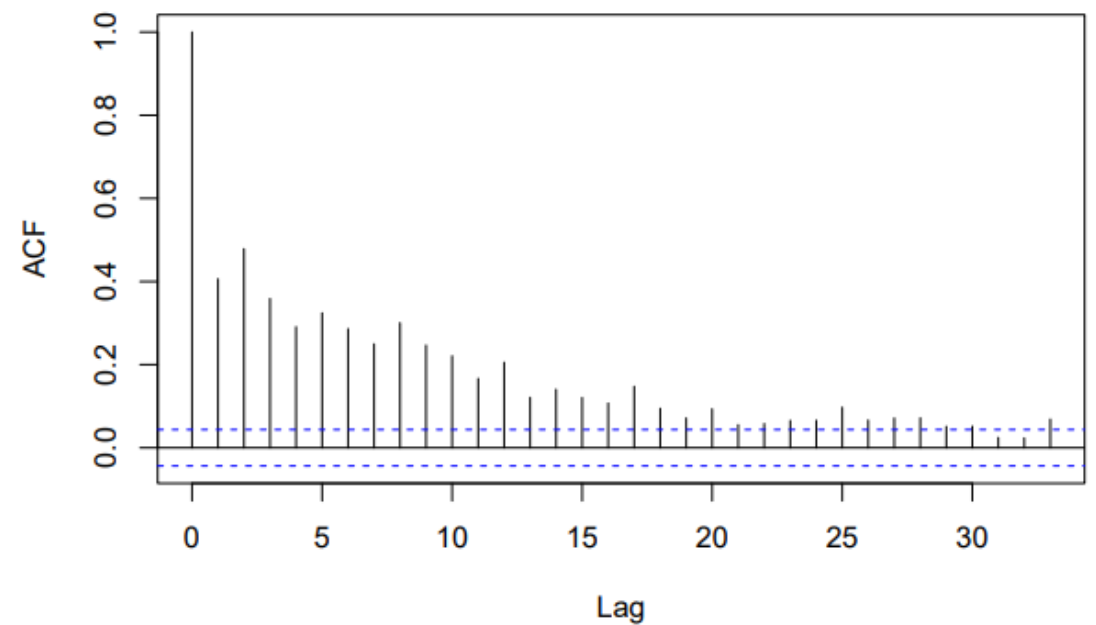


# Autocorrelação dos Quadrados dos Resíduos

Autocorrelação parcial dos  $\varepsilon^2$  da regressão ARMA(2,2)



Autocorrelação dos  $\varepsilon^2$  da regressão ARMA(2,2)



# Teste de Ljung-Box de autocorrelação serial: série de resíduos

---

Estatística de Teste	P Value	Lags	Method
216.9475	0.93558	250	Box-Ljung test

Assim, não podemos rejeitar a hipótese nula de não haver autocorrelação serial nos resíduos, como era esperado olhando para as funções.

# Teste de Ljung-Box de autocorrelação serial: série de resíduos ao quadrado

---

Estatística de Teste	P Value	Lags	Method
2751.789	0	250	Box-Ljung test

Rejeitamos portanto a hipótese nula de ausência de autocorrelação serial no quadrado dos resíduos. Concluímos que embora não haja correlação entre os resíduos, há correlação serial entre seu quadrados resíduos.

# Modelo aplicado: Garch(1,1)

Hansen, Peter R., and Asger Lunde. 2005. "A Forecast Comparison of Volatility Models: Does Anything Beat a GARCH(1,1)?" *Journal of Applied Econometrics* 20 (7): 873–89. <https://doi.org/10.1002/jae.800>.

$$\Delta \log(P_t) = c + \phi_1 \Delta \log(P_{t-1}) + \phi_2 \Delta \log(P_{t-2}) + \psi_1 \epsilon_{t-1} + \psi_2 \epsilon_{t-2} + \epsilon_t$$

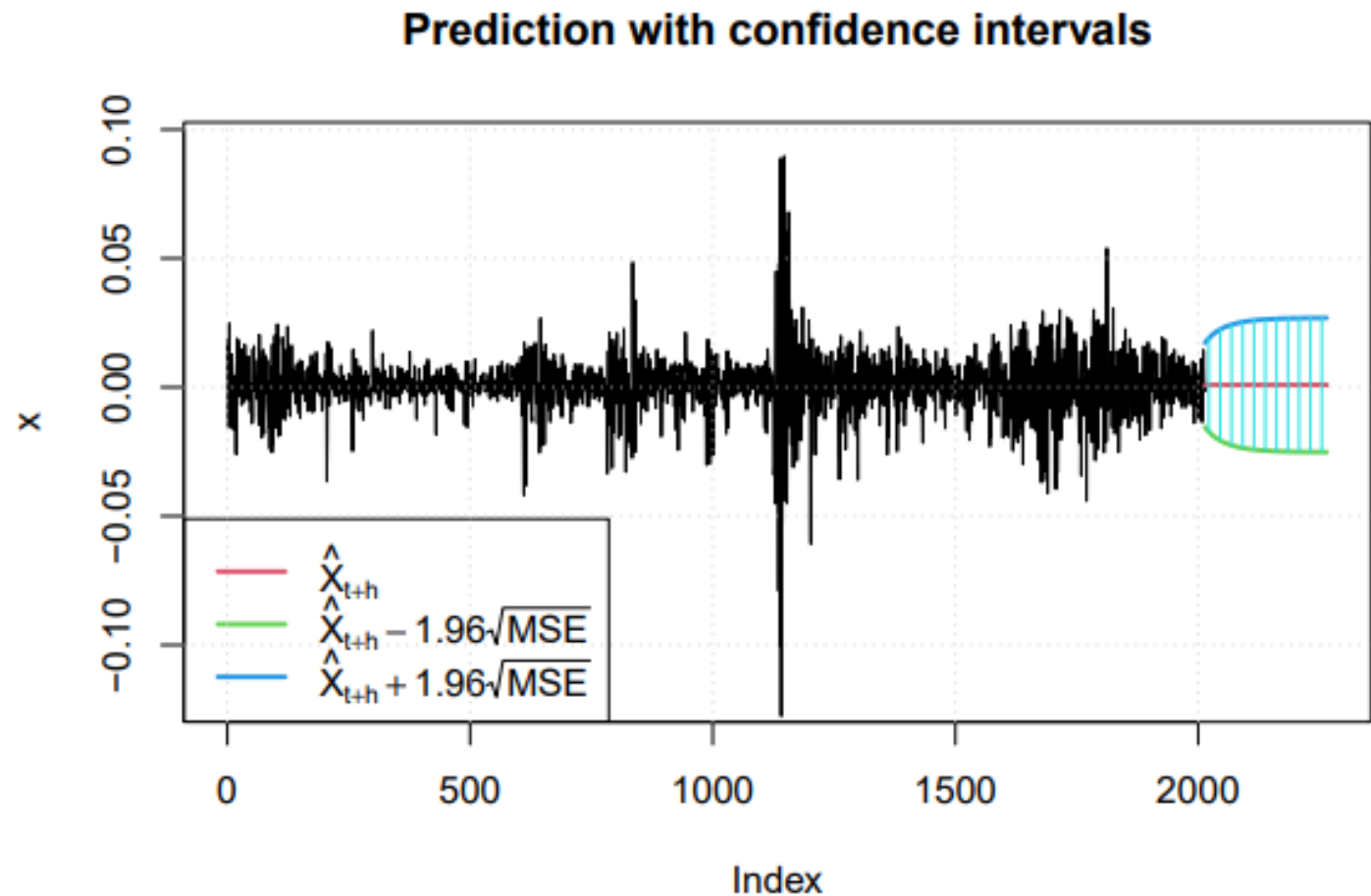
$$\epsilon_t | \mathcal{I}_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma_t^2),$$

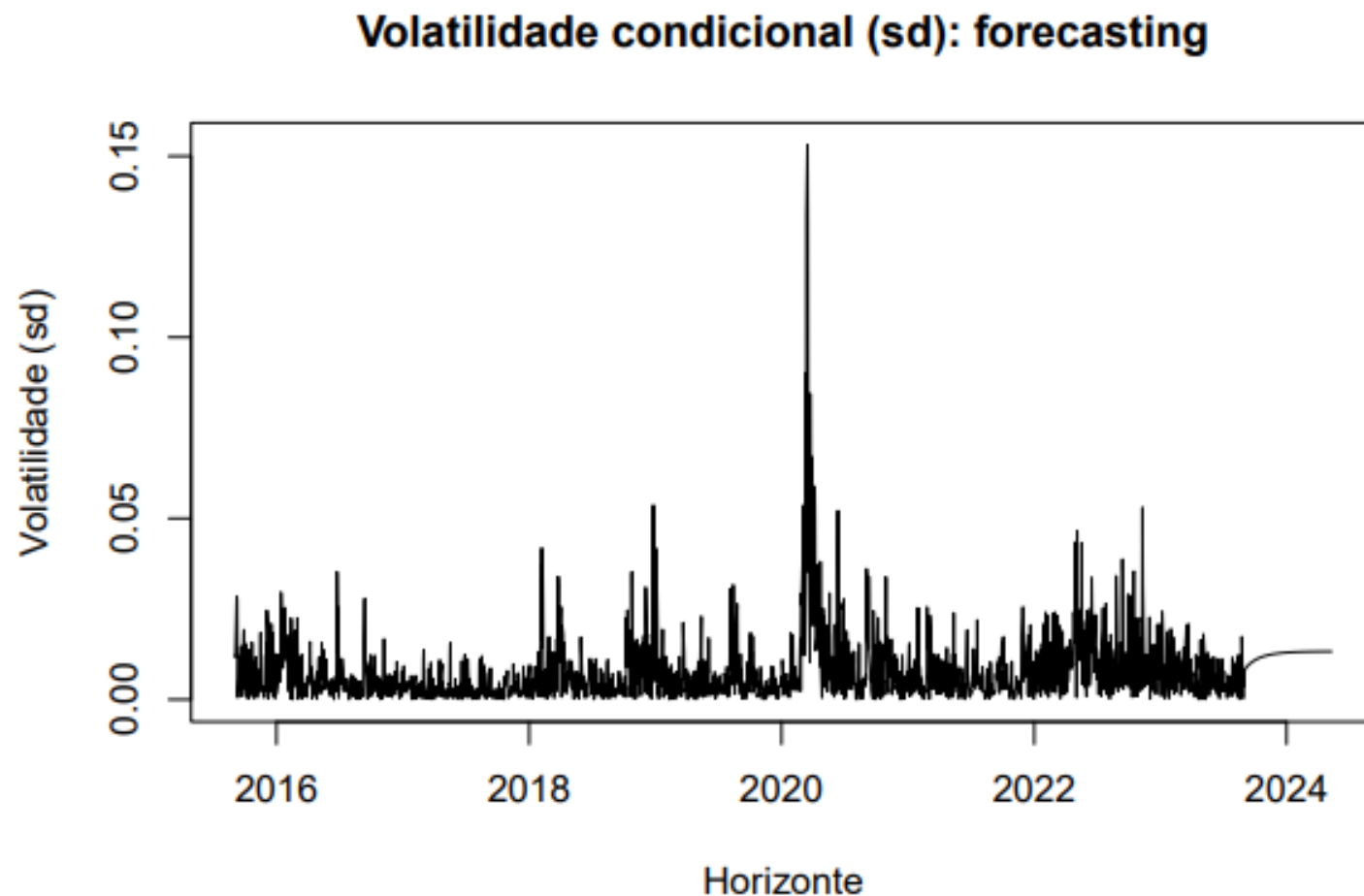
$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \eta_t$$

# Resultados GARCH(1,1)

	Dependent variable:
	$\Delta \log(P)$
c	0.002*** (0.0005)
$\phi_1$	-0.952*** (0.033)
$\phi_2$	-0.903*** (0.034)
$\psi_1$	0.952*** (0.041)
$\psi_2$	0.902*** (0.035)
$\omega$	0.00000*** (0.00000)
$\alpha_1$	0.202*** (0.025)
$\beta_1$	0.777*** (0.023)
Observations	2,013
Log Likelihood	-6,649.232
Akaike Inf. Crit.	-6.598
Bayesian Inf. Crit.	-6.576
Note: *p<0.1; **p<0.05; ***p<0.01	

# Previsão da série





Previsão da  
volatilidade



# Questão 2

---

# Passos Iniciais

- Adaptando o modelos de Crochane (2005) e Fama-French (1993) dividimos a regressão em duas etapas:

1. Etapa painel

$$R_{i,t}^e = R_{i,t} - R_{f,t} = a_i + \widehat{\beta_{i,Mkt}}(R_{Mkt,t} - R_f) + \widehat{\beta_{i,SMB}}SMB + \widehat{\beta_{i,HML}}HML + \epsilon_{i,t}$$

2. Etapa Cross-Section

$$\mathbb{E}[R_{i,t}^e] = \alpha + \beta_{i,Mkt}\widehat{\lambda_{Mkt}} + \beta_{i,SMB}\widehat{\lambda_{SMB}} + \beta_{i,HML}\widehat{\lambda_{HML}} + \eta_i$$

## Regressão em Painel

- Primeiramente regredimos em painel, achando assim os seguintes valores para os Betas

Resultados do Painel

Portfólios	Retornos Brutos				Excesso de retornos			
	a	$\beta_{Mkt}$	$\beta_{SMB}$	$\beta_{HML}$	a	$\beta_{Mkt}$	$\beta_{SMB}$	$\beta_{HML}$
BIG HiBM	0.093	1.174	-0.173	1.013	-0.176	1.177	-0.171	1.011
BIG LoBM	0.367	1.027	-0.153	-0.266	0.098	1.030	-0.151	-0.269
ME1 BM2	-0.138	1.070	1.535	0.207	-0.406	1.073	1.538	0.205
ME1 BM3	0.126	1.073	1.244	0.544	-0.142	1.076	1.246	0.541
ME1 BM4	0.348	0.939	1.221	0.578	0.079	0.942	1.224	0.575
ME2 BM1	0.030	1.085	1.133	-0.215	-0.239	1.088	1.136	-0.218
ME2 BM2	0.288	1.018	0.991	0.124	0.019	1.021	0.994	0.121
ME2 BM3	0.292	0.987	0.823	0.346	0.024	0.990	0.825	0.343
ME2 BM4	0.301	0.964	0.811	0.569	0.033	0.967	0.814	0.566
ME2 BM5	0.315	1.066	0.916	0.881	0.047	1.069	0.919	0.878
ME3 BM1	0.143	1.127	0.807	-0.219	-0.125	1.130	0.810	-0.222
ME3 BM2	0.370	1.016	0.541	0.039	0.101	1.019	0.544	0.037
ME3 BM3	0.328	0.983	0.441	0.324	0.060	0.986	0.443	0.322
ME3 BM4	0.326	0.996	0.468	0.565	0.057	0.999	0.470	0.562
ME3 BM5	0.210	1.111	0.578	0.860	-0.059	1.114	0.581	0.858
ME4 BM1	0.330	1.074	0.331	-0.338	0.061	1.077	0.334	-0.341
ME4 BM2	0.280	1.026	0.231	0.108	0.011	1.029	0.233	0.105
ME4 BM3	0.282	1.004	0.204	0.344	0.013	1.007	0.207	0.342
ME4 BM4	0.287	1.036	0.204	0.567	0.018	1.039	0.207	0.564
ME4 BM5	0.115	1.186	0.315	0.947	-0.153	1.189	0.317	0.944
ME5 BM2	0.276	0.973	-0.194	0.024	0.007	0.976	-0.191	0.021
ME5 BM3	0.262	0.957	-0.237	0.329	-0.006	0.960	-0.235	0.326
ME5 BM4	0.031	1.029	-0.189	0.664	-0.238	1.032	-0.186	0.661
SMALL HiBM	0.399	0.975	1.306	0.900	0.130	0.978	1.309	0.898
SMALL LoBM	-0.426	1.275	1.464	0.360	-0.695	1.278	1.466	0.358

# Regressão em Cross-Section

- Em seguida há uma regressão em cross-section assim achando os lambdas vistos na tabela ao lado
- Podemos então concluir que apenas a constante se altera e os lambdas se mantêm , o que faz sentido pela teoria.
- A seguir, os resultados da regressão com os lambdas: precificação do risco dos fatores.

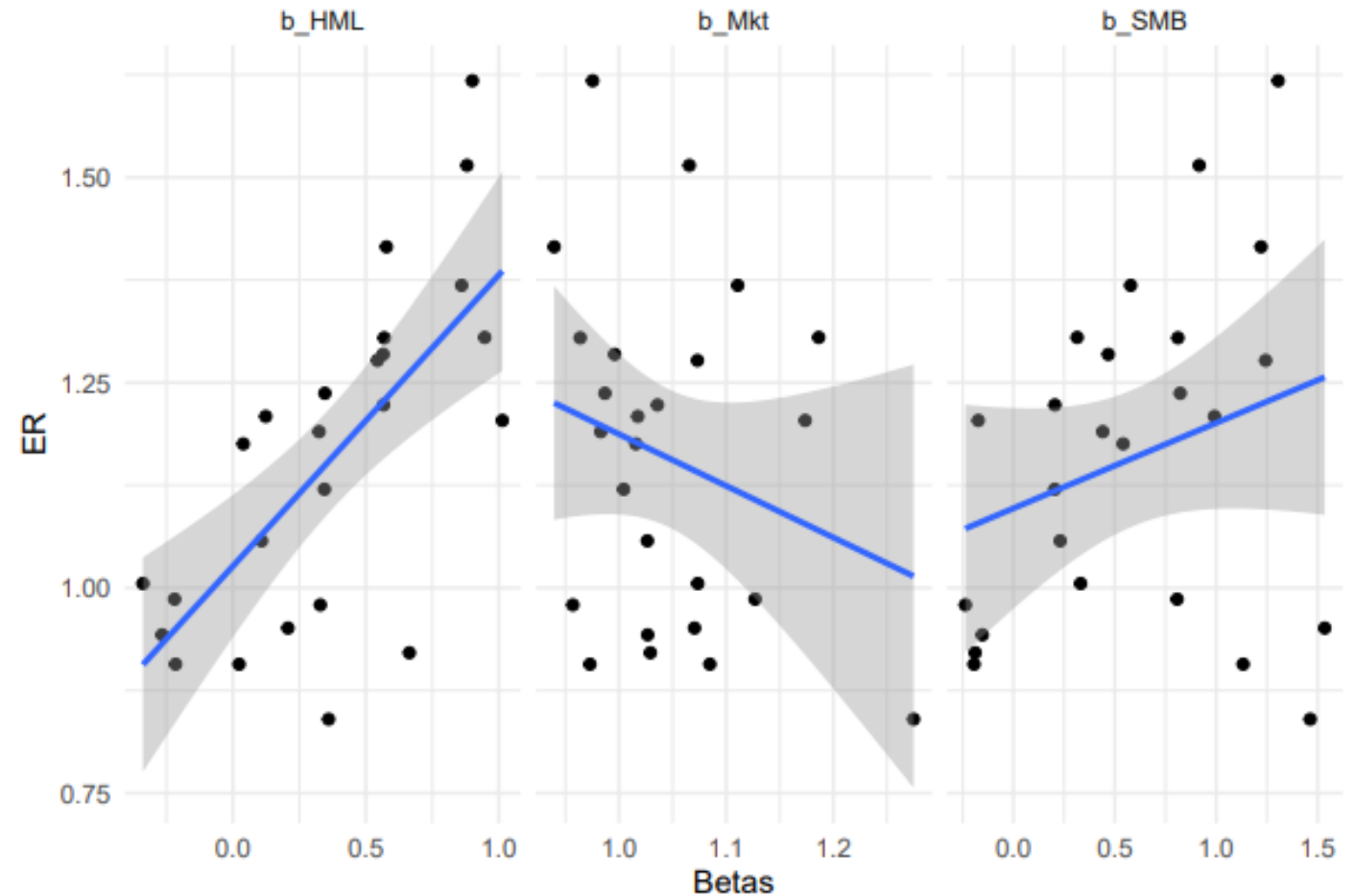
	<i>Dependent variable:</i>	
	Expected Return	Expected Excess Return
	(1)	(2)
$\lambda_{Mkt}$	-0.984*** (0.323)	-0.984*** (0.323)
$\lambda_{SMB}$	0.117** (0.046)	0.117** (0.046)
$\lambda_{HML}$	0.371*** (0.064)	0.371*** (0.064)
Constant	1.982*** (0.334)	1.715*** (0.334)
Observations	25	25
R <sup>2</sup>	0.679	0.679
Adjusted R <sup>2</sup>	0.633	0.633
Residual Std. Error (df = 21)	0.124	0.124
F Statistic (df = 3; 21)	14.783***	14.783***

*Note:*

\*p<0.1; \*\*p<0.05; \*\*\*p<0.01

# Regressão: visualização das inclinações lambdas

---



# Questão 3

---

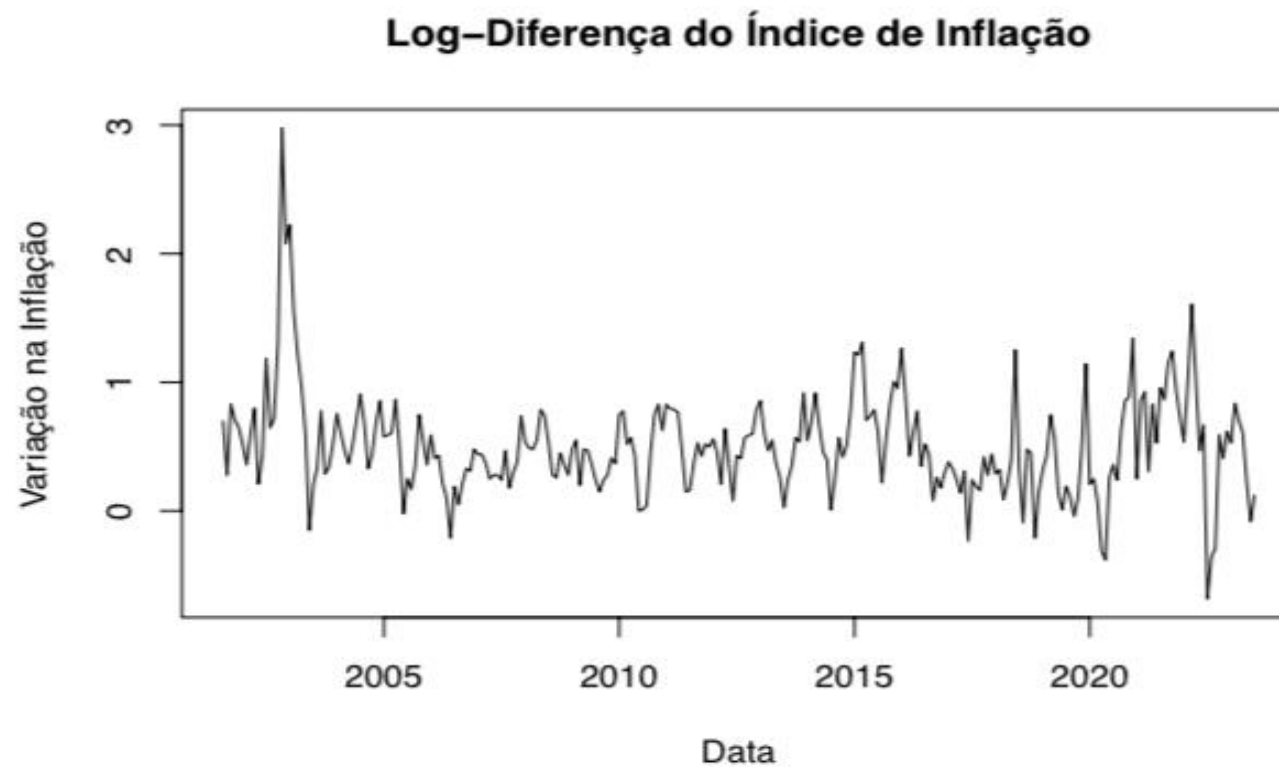
# Dados

```
ipca <- rbcB::get_series(code = 433, start_date = "2001-07-01", end_date = "2023-07-01")

ipca <- ipca %>%
  set_names(c("Date", "MoM")) %>%
  mutate(
    MoM = ifelse(Date == "2001-07-01", 0, MoM),
    Index = 100 * cumprod(MoM / 100 + 1),
    IndexLog = log(Index),
    IndexLogDiff = c(NA, diff(IndexLog))
  )
```

Repare que ao realizar as transformações indicadas no enunciado, obtivemos exatamente o mesmo dado inicial, afinal a diferença de log é uma aproximação para uma variação percentual. Ou seja, apenas perdemos uma observação e pioramos a qualidade do dado porque a aproximação pela primeira diferença dos logs introduz um erro.

# Série Temporal





# Teste Phillips Perron e Teste Dickey Fuller-aumentado

Table 1: Teste Philips Perron

Statistic: Dickey-Fuller Z (alpha)	P Value	Parameter: Truncation lag	Method	Alternative Hypothesis
-95.03949	0.01	5	Phillips-Perron Unit Root Test	stationary

Ao analisarmos o p-value do teste de raiz unitária do Phillips-Perron, podemos rejeitar a hipótese nula e concluir que a série é estacionária.

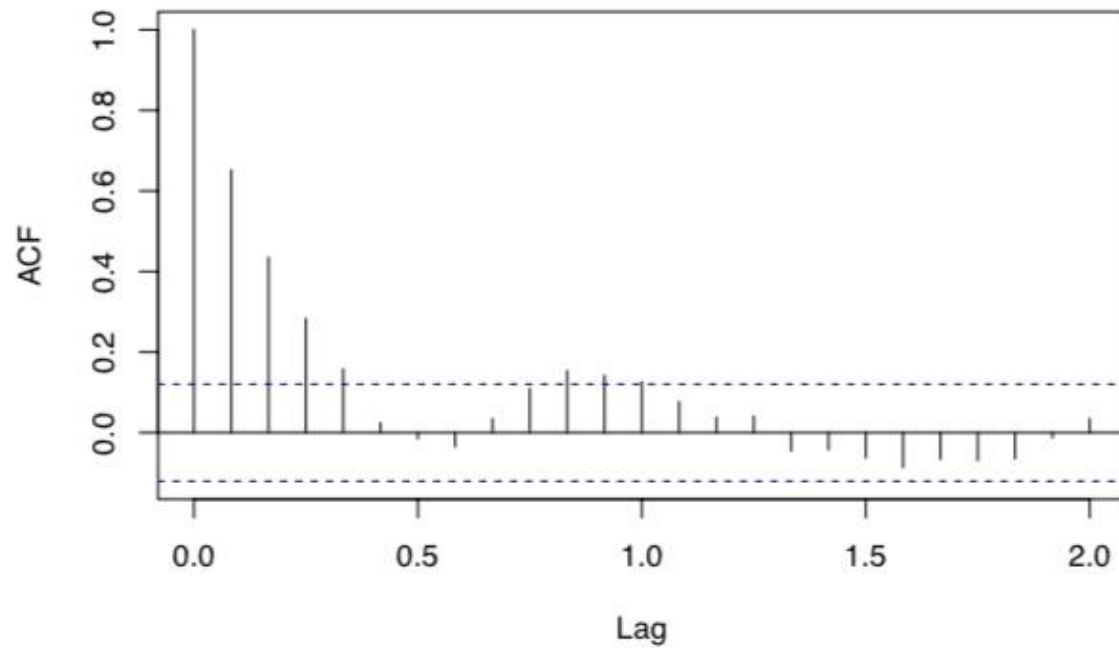
Table 2: Teste Dickey-Fuller Aumentado

Statistic: Dickey-Fuller	P Value	Parameter: Lag order	Method	Alternative Hypothesis
-3.563361	0.0371268	12	Augmented Dickey-Fuller Test	stationary

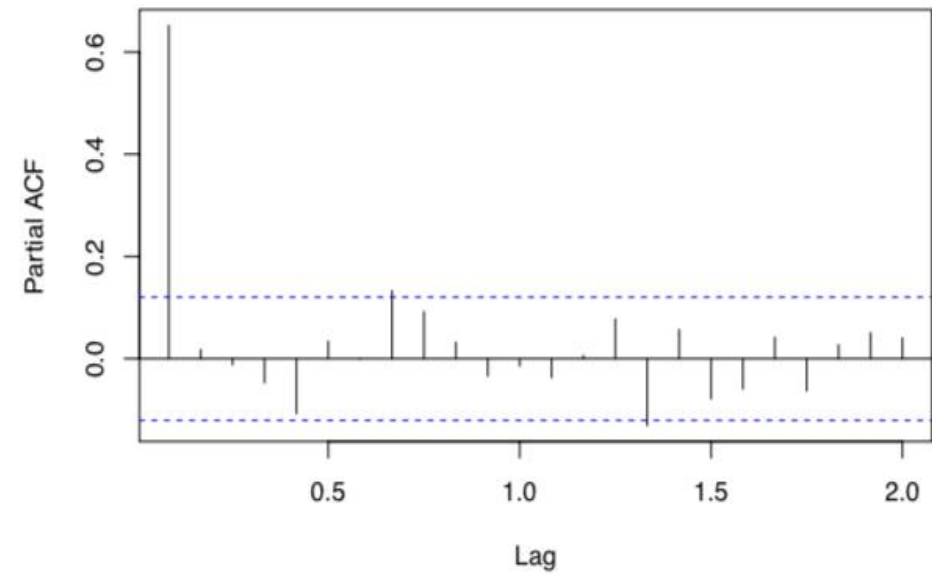
O Teste de Dickey-Fuller aumentado que aplicamos à série temporal indica que a série é estacionária. Isso é sustentado pelo valor-p, que é menor do que o nível de significância comum. Portanto, podemos rejeitar a hipótese de que a série possui uma raiz unitária.

# Funções de Autocorrelação

Autocorrelation Function: Série Log-Dif



Partial Autocorrelation Function: Série Log-Dif



# Modelo Arma

	Models			
	ARIMA(1,0,1)	ARIMA(1,0,2)	ARIMA(1,0,3)	ARIMA(1,0,4)
	(1)	(2)	(3)	(4)
ar1	0.669*** (0.069)	0.658*** (0.092)	0.602*** (0.119)	0.367** (0.171)
ma1	-0.029 (0.092)	-0.019 (0.107)	0.028 (0.126)	0.265 (0.171)
ma2		0.015 (0.077)	0.053 (0.087)	0.193* (0.104)
ma3			0.063 (0.077)	0.189** (0.081)
ma4				0.181** (0.077)
intercept	0.005*** (0.001)	0.005*** (0.001)	0.005*** (0.001)	0.005*** (0.001)
Observations	264	264	264	264
Log Likelihood	1,158.117	1,158.136	1,158.449	1,160.557
$\sigma^2$	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001
Akaike Inf. Crit.	-2,308.234	-2,306.271	-2,304.898	-2,307.113

Note:

\*p<0.1; \*\*p<0.05; \*\*\*p<0.01

# Auto Arima

Table 3: Information Criteria Minimizer Model

Term	Estimate	Standard Error
ar1	0.6520244	0.0464532
intercept	0.0050400	0.0005318

Ele sugere que o melhor modelo é, na realidade, o AR(1). Isso ocorre utilizando qualquer dos três critérios como base (AIC, BIC ou AICc) . Vamos visualizar, no próximo slide, os modelos pelos critérios da informação

# Critérios de Informação

	Models				
	AR(1)	ARIMA(1,0,1)	ARIMA(1,0,2)	ARIMA(1,0,3)	ARIMA(1,0,4)
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
ar1	0.652*** (0.046)	0.669*** (0.069)	0.658*** (0.092)	0.602*** (0.119)	0.367** (0.171)
ma1		-0.029 (0.092)	-0.019 (0.107)	0.028 (0.126)	0.265 (0.171)
ma2			0.015 (0.077)	0.053 (0.087)	0.193* (0.104)
ma3				0.063 (0.077)	0.189** (0.081)
ma4					0.181** (0.077)
intercept	0.005*** (0.001)	0.005*** (0.001)	0.005*** (0.001)	0.005*** (0.001)	0.005*** (0.001)
Observations	264	264	264	264	264
Log Likelihood	1,158.069	1,158.117	1,158.136	1,158.449	1,160.557
$\sigma^2$	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001
Akaike Inf. Crit.	-2,310.138	-2,308.234	-2,306.271	-2,304.898	-2,307.113

Note: \*p<0.1; \*\*p<0.05; \*\*\*p<0.01

Note que o modelo que escolhemos originalmente, tem a maior log verossimilhança! Este seria o melhor modelo, portanto, se o critério de decisão fosse esse. Mas ao utilizarmos o critério de informação, punimos o modelo pelo aumento na quantidade de parâmetros.

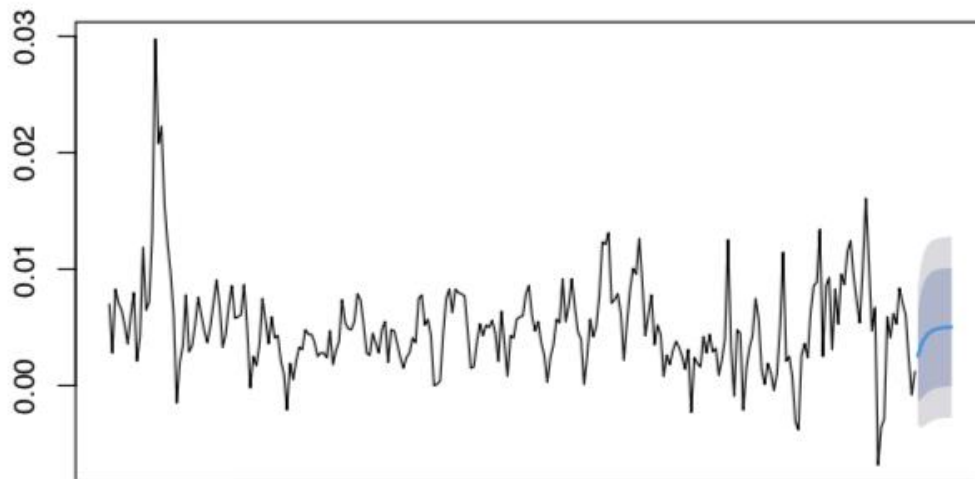
Decidindo pela minimização dos critérios de informação, o modelo 5, um AR(1), é de fato o melhor modelo. Embora a análise da FAC e FACP tenha nos levado ao modelo ARMA(1,4), o modelo AR(1) é mais parcimonioso e prosseguiremos com ele.

Table 4: Decision Criteria

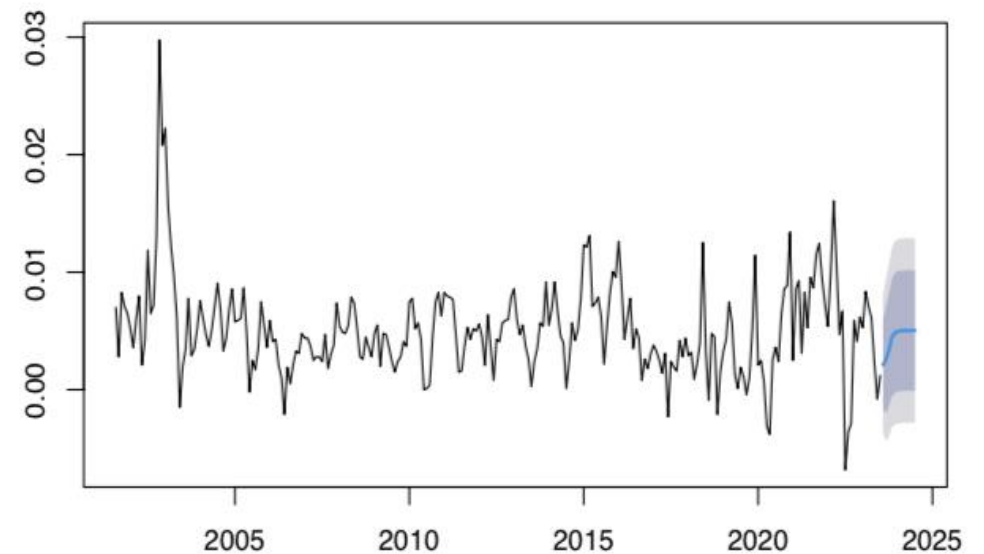
Model	Log Likelihood	AIC	BIC
ARIMA(1,0,1)	1158.117	-2308.234	-2293.930
ARIMA(1,0,2)	1158.136	-2306.271	-2288.392
ARIMA(1,0,3)	1158.449	-2304.898	-2283.443
ARIMA(1,0,4)	1160.557	-2307.113	-2282.082
AR(1)	1158.069	-2310.138	-2299.410

# Previsão

12 Month Forecast for AR(1)



12 Month Forecast for ARIMA(1,0,4)



Podemos também plotar as previsões para o modelo ARIMA(1,0,4), que foi obtido pela análise da FAC e FACP.