Eduardo Costa de Oliveira
PPGMMC
eduardo.oliveira@sou.unijui.edu.br

Tarefa 1
Equações Diferencias Ordinárias

13 de junho de 2021

1 Proposição

Encontre um modelo matemático por regressão que descreva o comportamento dos dados e dos casos de pessoas infectadas com o coronavírus na cidade de Ijuí.

1.1 Resolução

Nesta análise são apresentados 3 modelos de regressão linear baseados em técnicas dos Mínimos Quadrados com o objetivo de estabelecer qual o modelo descreve com mais precisão a relação entre o número de pessoas infectadas com COVID-19 no município de Ijuí/RS.

Código fonte e demais componentes disponíveis em https://github.com/OliveiraEdu/EDO.

Como fonte de dados foi utilizado o arquivo csv disponível no sítio da prefeitura na data de 29 de Maio de 2021, que apresenta a seguinte estrutura:

Colunas: Data2,Em recuperação,Óbitos,Recuperados

Linhas: 289 linhas correspondentes a dias sucessivo até a data

Com o emprego da ferramenta Octave foi extraída a coluna Recuperados no formato de uma matriz 1 x 289 como variável dependente, uma segunda matriz de mesma dimensão foi gerada com uma sequência de números inteiros no intervalo [1:289], definida como variável independente.

Utilizando a função polyfit foram obtidos 3 modelos de regressão com polinômios de grau 1, 2 e 3.

grau	polinômio
1	$y = 31.382719x - 1972.231257$
2	$y = 0.180015x^2 - 20.821740x + 559.685019$
3	$y = 0.000401x^3 + 0.005729x^2 - 0.569527x + 66.03491$

Tabela 1: polinômios modelados

A precisão dos polinômios foi avaliada em termos de RSME, MAPE, R^2 e R^2 ajustado. Constata-se que, dentre os 3 modelos, o polinômio de terceiro grau apresenta a maior precisão para descrever o comportamento entre as variáveis.

	modelo polinomial		
	linear	quadrática	cúbica
RMSE	1158,9	295,57	232,31
MAPE	14,784	3,0028	0,5286
R^2	0,8362	0,9893	0,9934
R^2 ajustado	0,8356	0,9893	0,9933

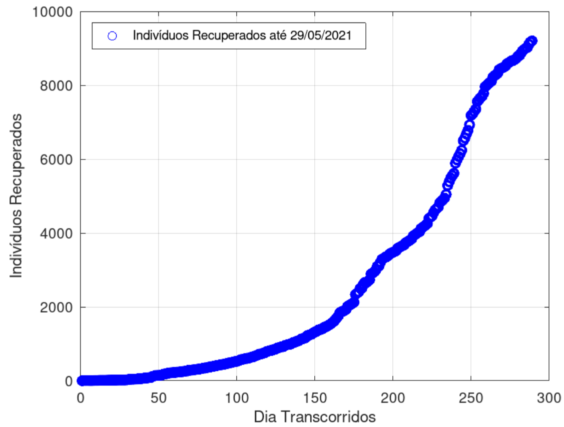
Tabela 2: Resultados dos modelos

Os dados são plotados no gráfico para investigar a relação entre as variáveis, é possível intuir visualmente que a relação não é linear, figura (a).

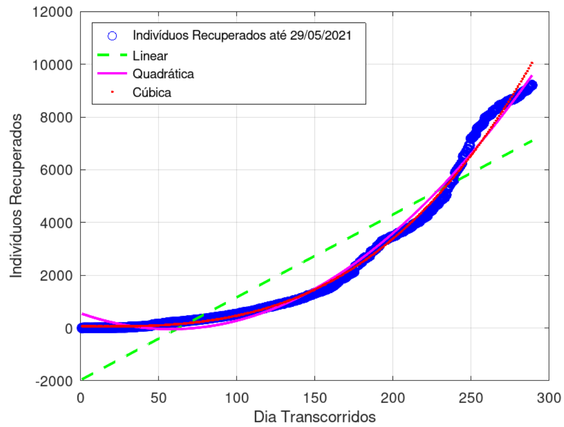
Para uma visão geral da precisão, na figura (b) todos os modelos de regressão são plotados em conjunto com os dados iniciais.

Nas figuras (c), (d) e (e) os dados são plotados com cada polinômio onde também estimado o intervalo de confiança de 95%, indicando a capacidade preditiva de cada modelo.

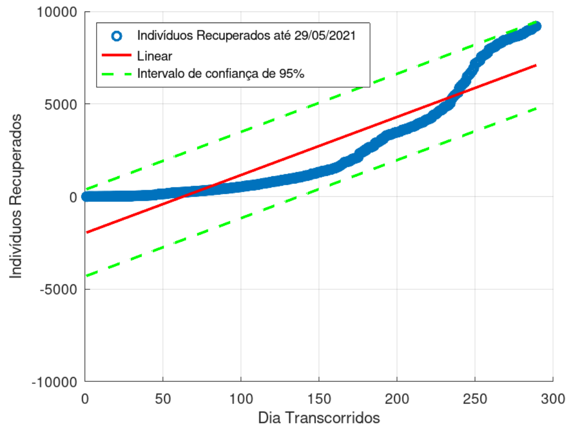
Na figura (f) são comparados os resíduos obtidos em cada modelo.



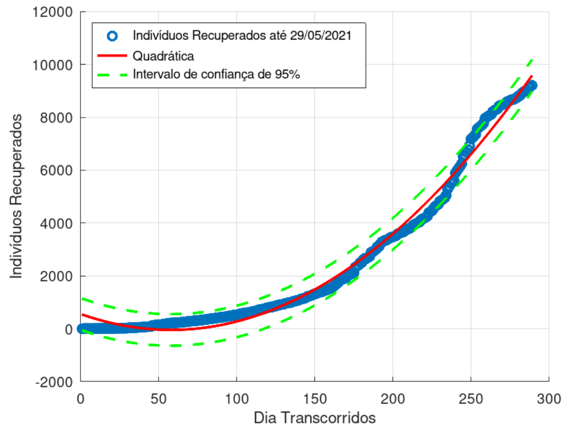
(a) Relação entre as variáveis



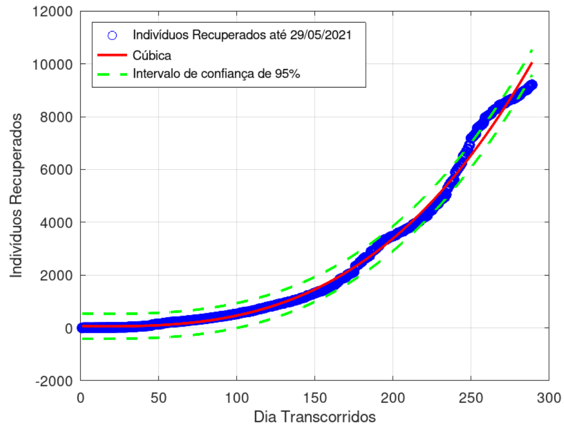
(b) Todos os modelos



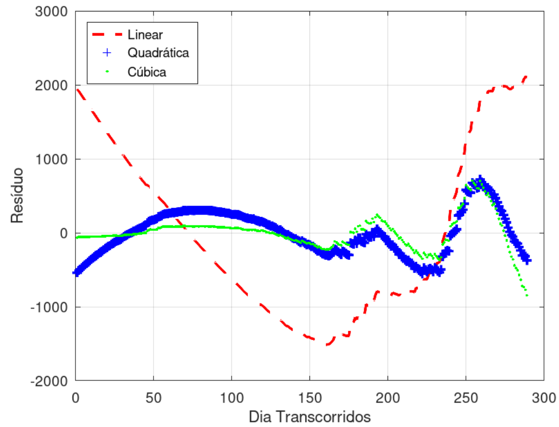
(c) Polinômio linear



(d) Polinômio de grau 2



(e) Polinômio de grau 3



(f) Resíduos dos modelos

Figura 1: Gráficos da modelagem

2 Proposição

Um marca-passo cardíaco consiste em uma chave, uma bateria de tensão constante E0, um capacitor constante C, e o coração como um resistor com resistência constante R. Quando a chave é fechada, o capacitor se carrega; quando a chave é aberta, o capacitor se descarrega, enviando um estímulo elétrico para o coração. Durante o tempo que o coração é estimulado, a tensão E em todo o coração satisfaz a EDO linear dada por:

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{1}{RC}E$$

Resolva a EDO sujeita à condição inicial $E(0) = E0$, considerando $R = 2$ e $C = 1$.

2.1 Resolução

$\frac{dE}{dt} = -\frac{1}{RC}E$

$\frac{dE}{E} = -\frac{1}{RC}dt$

$\int \frac{dE}{E} = -\frac{1}{RC}\int dt$

$\ln|E| + C = -\frac{1}{RC}t + C$

$\ln E = -\frac{1}{RC}t + C$

Para que a solução seja válida para $t >= 0$, a constante C deve ser escolhida tal que a condição inicial E(0) = E0 seja satisfeita, em $t = 0$, teremos:

$lnE(0) = lnE0 = C$

então:

$\ln E = -\frac{1}{RC}t + lnE0$

$\ln E - lnE0 = -\frac{1}{RC}t$

$ln\frac{E}{E0} = -\frac{1}{RC}t$

$e^{ln\frac{E}{E0}} = e^{-\frac{1}{RC}t}$

$\frac{E}{E0} = e^{-\frac{1}{RC}t}$

$E = E0e^{-\frac{1}{RC}t}$

$E(t) = E0e^{-\frac{1}{RC}t}$

Aplicando $R = 2$ e $C = 1$, obtemos:

$E(t) = E0e^{-\frac{1}{2}t}$