## 1 Proposição

Encontre um modelo matemático por regressão que descreva o comportamento dos dados e dos casos de pessoas infectadas com o coronavírus na cidade de Ijuí.

## 1.1 Resolução

Nesta análise são apresentados 3 modelos de regressão linear baseados em técnicas dos Mínimos Quadrados (MMQ) com o objetivo de estabelecer qual o modelo descreve com mais precisão a relação entre o número de pessoas infectadas com COVID-19 no município de Ijuí/RS.

Código fonte e demais componentes disponíveis em https://github.com/OliveiraEdu/EDO.

Como fonte de dados foi utilizado o arquivo csv disponível no sítio da prefeitura na data de 29 de Maio de 2021, que apresenta a seguinte estrutura:

Colunas: Data2,Em recuperação,Óbitos,Recuperados

Linhas: 289 linhas de datas correspondentes a dias sucessivos até 29 de Maio de 2021.

Com o emprego da ferramenta Octave foi extraída a coluna Recuperados no formato de uma matriz 1 x 289 como variável dependente, uma segunda matriz de mesma dimensão foi gerada com uma sequência de números inteiros no intervalo [1:289], definida como variável independente.

Utilizando a função polyfit foram obtidos 3 modelos de regressão com polinômios de grau 1, 2 e 3.

grau	polinômio			
1	y = 31.382719x - 1972.231257			
2	$y = 0.180015x^2 - 20.821740x + 559.685019$			
3	$y = 0.000401x^3 + 0.005729x^2 - 0.569527x + 66.03491$			

Tabela 1: Polinômios modelados

A precisão dos polinômios foi avaliada em termos de RSME, MAPE, R<sup>2</sup> e R<sup>2</sup> ajustado. Constata-se que, dentre os 3 modelos, o polinômio de terceiro grau apresenta a maior precisão para descrever o comportamento entre as variáveis.

modelo polinomial				
	linear	quadrática	cúbica	
RMSE	1158,9	295,57	232,31	
MAPE	14,784	3,0028	0,5286	
$\mathbb{R}^2$	0,8362	0,9893	0,9934	
R² ajustado	0,8356	0,9893	0,9933	

Tabela 2: Resultados dos modelos

Os dados são plotados no gráfico para investigar a relação entre as variáveis, é possível intuir visualmente que a relação não é linear, figura (a).

Para uma visão geral da precisão, na figura (b) todos os modelos de regressão são plotados em conjunto com os dados iniciais.

Nas figuras (c), (d) e (e) os dados são plotados com cada polinômio onde também foi estimado o intervalo de confiança de 95%, indicando a capacidade preditiva de cada modelo.

Na figura (f) são comparados os resíduos obtidos em cada modelo, é possível constatar que mesmo no polinômio de maior precisão, grau 3, a amplitude dos resíduos é considerável. Conclui-se que a técnica de regressão por MMQ permite a análise da relação entre as variáveis no período, porém é pouco precisa como ferramenta de preditividade.

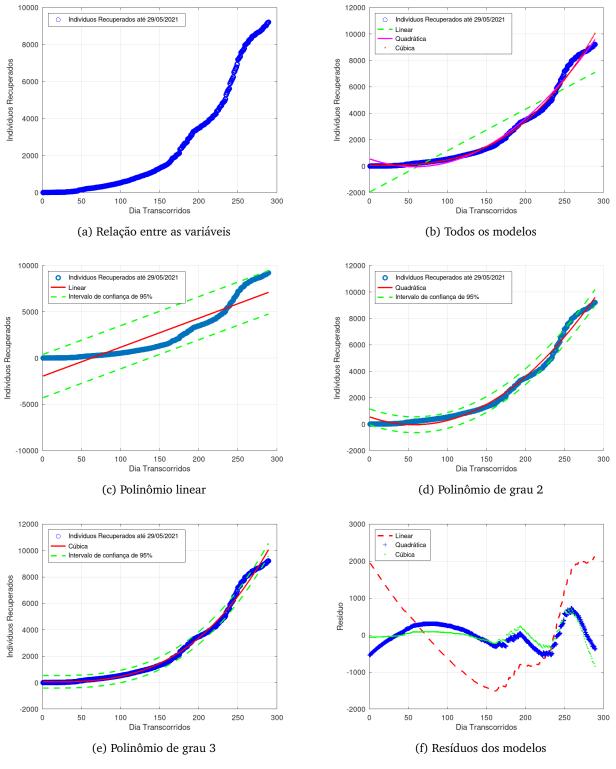


Figura 1: Gráficos da modelagem

## 2 Proposição

Um marca-passo cardíaco consiste em uma chave, uma bateria de tensão constante E0, um capacitor constante C, e o coração como um resistor com resistência constante R. Quando a chave é fechada, o capacitor se carrega; quando a chave é aberta, o capacitor se descarrega, enviando um estímulo elétrico para o coração. Durante o tempo que o coração é estimulado, a tensão E em todo o coração satisfaz a EDO linear dada por:

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{1}{RC}E$$

Resolva a EDO sujeita à condição inicial E(0)=E0, considerando R=2 e C=1.

## 2.1 Resolução

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{1}{RC}E$$

$$\frac{dE}{E} = -\frac{1}{RC}dt$$

$$\int \frac{dE}{E} = -\frac{1}{RC} \int dt$$

$$\ln|E| + C = -\frac{1}{RC}t + C$$

$$\ln E = -\frac{1}{RC}t + C$$

Para que a solução seja válida para t >= 0, a constante C deve ser escolhida tal que a condição inicial E(0) = E0 seja satisfeita, em t = 0, teremos:

$$lnE(0) = lnE0 = C$$

então:

$$\ln E = -\frac{1}{RC}t + \ln E0$$

$$\ln E - \ln E0 = -\frac{1}{RC}t$$

$$ln\frac{E}{E0}=-\frac{1}{RC}t$$

$$e^{\ln\frac{E}{E0}} = e^{-\frac{1}{RC}t}$$

$$\frac{E}{E0} = e^{-\frac{1}{RC}t}$$

$$E = E0e^{-\frac{1}{RC}t}$$

$$E(t) = E0e^{-\frac{1}{RC}t}$$

Aplicando R=2 e C=1, obtemos:

$$E(t)=E0e^{-\frac{1}{2}t}$$