Eduardo Costa de Oliveira
PPGMMC
eduardo.oliveira@sou.unijui.edu.br

Tarefa 3
Equações Diferenciais Ordinárias

28 de junho de 2021

1 Proposição

Resolva a EDO do Exemplo 5 da Aula 3, considerando o fator integrante em u(x), após mostre que ambas soluções gerais são equivalentes. Envie essa solução pelo classroom até dia 14 de junho às 12 h.

1.1 Resolução

$\frac{dy}{dx} + (cosx)y = 0$

Multiplicando ambos os lados por dx e simplificando:
$dy + (cosx)ydx = 0$

$(cosx)ydx + dy = 0$

$M(x, y) = (cosx)y$

$N(x, y) = 1$

$\frac{\partial M}{\partial y} = cosx$

$\frac{\partial N}{\partial x} = 0$

A EDO não é exata, pois:

$\frac{\partial M}{\partial y} \neq \frac{\partial N}{\partial x}$

Considerando fator integrante em $u(x)$ como:

$u(x) = e^{\int R(x)dx}$

e

$R(x) = \frac{\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}}{N}$

Temos que:

$R(x) = \frac{cosx - 0}{1} = cosx$

e

$u(x) = e^{\int cosxdx} = e^{senx}$

Multiplica-se o fator integrante $u(x)$ pela EDO.

$(cosx)e^{senx}ydx + e^{senx}dy = 0$

$M(x, y) = (cosx)e^{senx)y}$

$N(x, y) = e^{senx}$

$\frac{\partial M}{\partial y} = (cosx)e^{senx}$

$\frac{\partial N}{\partial x} = e^{senx}cosx$

Portanto agora a EDO é exata:

$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$

Aplicando o método de resolução de EDO exata:
$\Phi(x,y) = \Phi(x,y)$

$\int M(x,y)dx + h(y) = \int N(x,y)dy + k(x)$

$\int (cosx)e^{senx}dx + h(y) = \int e^{senx}dy + k(x)$

$e^{senx} + h(y) = e^{senx}\int dy + k(x)$

$e^{senx} + h(y) = ye^{senx} + k(x)$

Aplicando ln em ambos os lados:

$lne^{senx} + h(y) = lnye^{senx} + k(x)$

$senx + h(y) = lny + k(x)$*

*$lnye^{senx} = lny$ é verdadeiro apenas para os arcos onde $senx = 0$, ou seja, para $x = (0, \pi, 2\pi, ..., k\pi)$, sendo k um número natural.

Inspeção:

$h(y) = lny$

$k(x) = senx$

Solução Geral:

$\Phi(x,y) = C$

$lny + senx = C$

Que é igual a solução utilizando $u(y)$ como fator integrante.