Eduardo Costa de Oliveira
PPGMMC
eduardo.oliveira@sou.unijui.edu.br

Tarefa 1
Equações Diferencias Ordinárias

13 de junho de 2021

1 Proposição

Encontre um modelo matemático por regressão que descreva o comportamento dos dados e dos casos de pessoas infectadas com o coronavírus na cidade de Ijuí.

1.1 Resolução

Nesta análise são apresentados 3 modelos de regressão linear baseados em técnicas dos Mínimos Quadrados (MMQ) com o objetivo de estabelecer qual o modelo descreve com mais precisão a relação entre o número de pessoas infectadas com COVID-19 no município de Ijuí/RS.

Código fonte e demais componentes disponíveis em https://github.com/OliveiraEdu/EDO.

Como fonte de dados foi utilizado o arquivo csv disponível no sítio da prefeitura na data de 29 de Maio de 2021, que apresenta a seguinte estrutura:

Colunas: Data2,Em recuperação,Óbitos,Recuperados

Linhas: 289 linhas de datas correspondentes a dias sucessivos até 29 de Maio de 2021.

Com o emprego da ferramenta Octave foi extraída a coluna Recuperados no formato de uma matriz 1 x 289 como variável dependente, uma segunda matriz de mesma dimensão foi gerada com uma sequência de números inteiros no intervalo [1:289], definida como variável independente.

Utilizando a função polyfit foram obtidos 3 modelos de regressão com polinômios de grau 1, 2 e 3.

grau	polinômio
1	$y = 31.382719x - 1972.231257$
2	$y = 0.180015x^2 - 20.821740x + 559.685019$
3	$y = 0.000401x^3 + 0.005729x^2 - 0.569527x + 66.03491$

Tabela 1: Polinômios modelados

A precisão dos polinômios foi avaliada em termos de RSME, MAPE, R^2 e R^2 ajustado. Constata-se que, dentre os 3 modelos, o polinômio de terceiro grau apresenta a maior precisão para descrever o comportamento entre as variáveis.

	modelo polinomial		
	linear	quadrática	cúbica
RMSE	1158,9	295,57	232,31
MAPE	14,784	3,0028	0,5286
R^2	0,8362	0,9893	0,9934
R^2 ajustado	0,8356	0,9893	0,9933

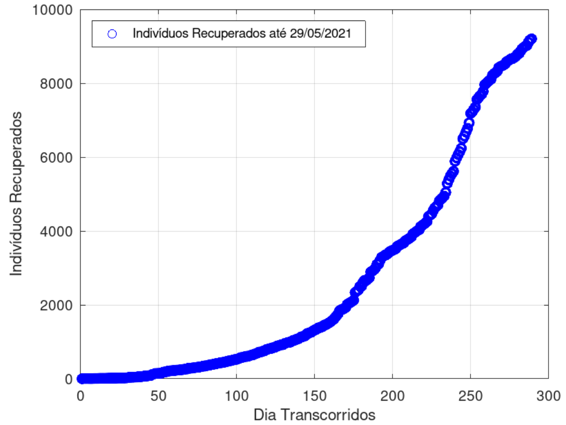
Tabela 2: Resultados dos modelos

Os dados são plotados no gráfico para investigar a relação entre as variáveis, é possível intuir visualmente que a relação não é linear, figura (a).

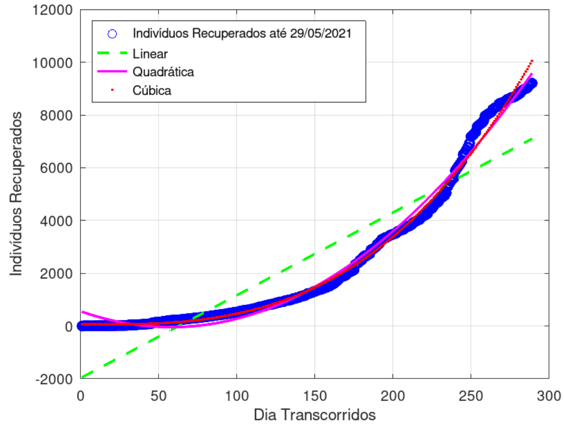
Para uma visão geral da precisão, na figura (b) todos os modelos de regressão são plotados em conjunto com os dados iniciais.

Nas figuras (c), (d) e (e) os dados são plotados com cada polinômio onde também foi estimado o intervalo de confiança de 95%, indicando a capacidade preditiva de cada modelo.

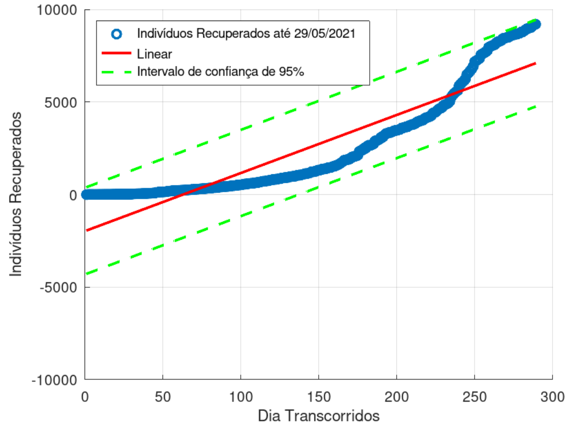
Na figura (f) são comparados os resíduos obtidos em cada modelo, é possível constatar que mesmo no polinômio de maior precisão, grau 3, a amplitude dos resíduos é considerável. Conclui-se que a técnica de regressão por MMQ permite a análise da relação entre as variáveis no período, porém é pouco precisa como ferramenta de preditividade.



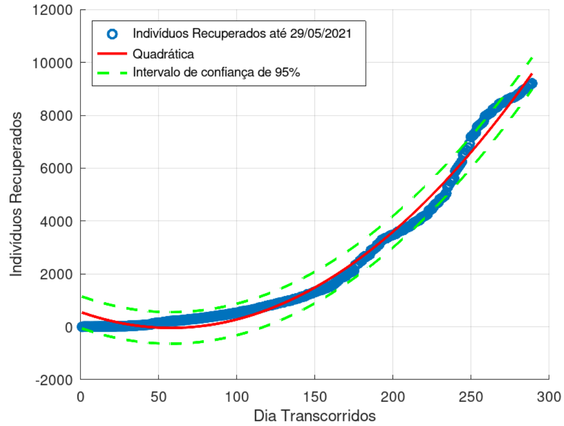
(a) Relação entre as variáveis



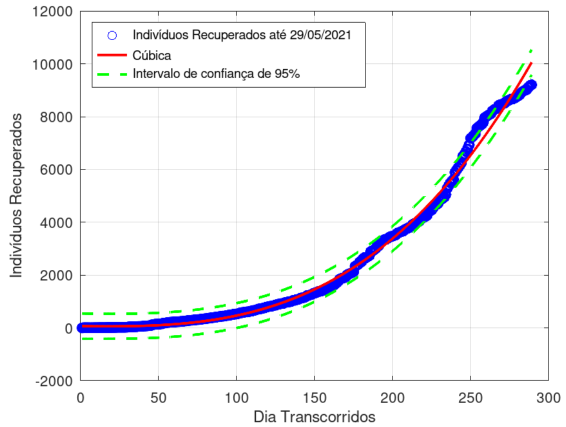
(b) Todos os modelos



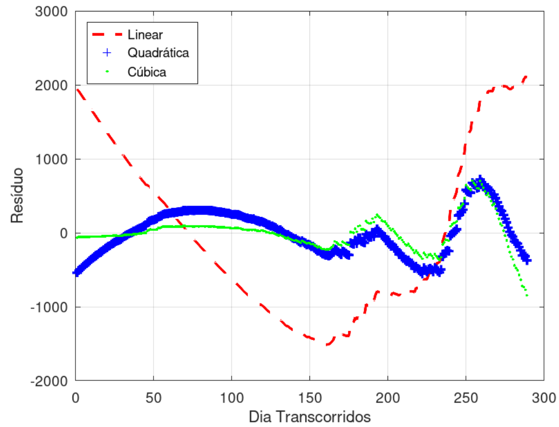
(c) Polinômio linear



(d) Polinômio de grau 2



(e) Polinômio de grau 3



(f) Resíduos dos modelos

Figura 1: Gráficos da modelagem

2 Proposição

Um marca-passo cardíaco consiste em uma chave, uma bateria de tensão constante E0, um capacitor constante C, e o coração como um resistor com resistência constante R. Quando a chave é fechada, o capacitor se carrega; quando a chave é aberta, o capacitor se descarrega, enviando um estímulo elétrico para o coração. Durante o tempo que o coração é estimulado, a tensão E em todo o coração satisfaz a EDO linear dada por:

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{1}{RC}E$$

Resolva a EDO sujeita à condição inicial $E(0) = E0$, considerando $R = 2$ e $C = 1$.

2.1 Resolução

$\frac{dE}{dt} = -\frac{1}{RC}E$

$\frac{dE}{E} = -\frac{1}{RC}dt$

$\int \frac{dE}{E} = -\frac{1}{RC}\int dt$

$\ln|E| + C = -\frac{1}{RC}t + C$

$\ln E = -\frac{1}{RC}t + C$

Para que a solução seja válida para $t >= 0$, a constante C deve ser escolhida tal que a condição inicial E(0) = E0 seja satisfeita, em $t = 0$, teremos:

$lnE(0) = lnE0 = C$

então:

$\ln E = -\frac{1}{RC}t + lnE0$

$\ln E - lnE0 = -\frac{1}{RC}t$

$ln\frac{E}{E0} = -\frac{1}{RC}t$

$e^{ln\frac{E}{E0}} = e^{-\frac{1}{RC}t}$

$\frac{E}{E0} = e^{-\frac{1}{RC}t}$

$E = E0e^{-\frac{1}{RC}t}$

$E(t) = E0e^{-\frac{1}{RC}t}$

Aplicando $R = 2$ e $C = 1$, obtemos:

$E(t) = E0e^{-\frac{1}{2}t}$