Visión por Computador (2016-2017)
Grado en Ingeniería Informática
Universidad de Granada

Cuestionario 3

Cristóbal Antonio Olivencia Carrión

14 de enero de 2017

1. En clase se ha mostrado una técnica para estimar el vector de traslación del movimiento de un par estéreo y solo ha podido estimarse su dirección. Argumentar de forma lógica a favor o en contra del hecho de que dicha restricción sea debida a la técnica usada o sea un problema inherente a la reconstrucción.

Es un problema inherente a la reconstrucción ya que si tuviesemos un punto escena, llamémosle, P, que está a una distancia de la cámara izquierda y de la cámara derecha de d_i y d_d respectivamente, aunque tuviésemos dicho punto proyectado en ambas cámaras no podríamos conocer la distancia d_i ni d_d pues tampoco conocemos la distancia que hay entre las dos cámaras. Por lo que aunque sepamos la dirección del vector de traslación, no podremos conocer su valor al no saber ninguna de las distancias anteriores.

2. Verificar matemáticamente que se deben de cumplir las ecuaciones $F\mathbf{e} = 0, F^T\mathbf{e}' = 0$

Comenzamos con que todas las líneas epipolares l' están en el epipolo e' por tanto:
$e'^t l' = 0$ esto quiere decir que $e'^T Fx = 0, \forall x$, dando lugar a $e'^T F = 0$
Del mismo modo $e^T F^T x' = 0 \implies e^T F^T = 0$ donde finalmente obtenemos $Fe = 0$

Otra forma de demostrarlo es de la siguiente forma:
La expresión $[k]_x = k \times l$ es el punto de intersección de dos líneas k y l, por tanto es un punto de la línea epipolar l, llamemosle x. Con esto tenemos que $F[k]_x l = Fx$ es la linea epipolar correspondiente al punto x, que se llamará l'. Podríamos coger k como la línea e, teniendo $k^T e = e^T e \neq 0$ que quiere decir que la línea e no pasa por el punto e, que de forma similar se mantiene con $k' = e'$. Con esto podemos expresar la homografía de la línea epipolar como: $l' = F[e]_x l$ y $l = F^T[e']_x l'$ que a su vez esto puede expresarse como $F[e]_x = 0$ y $F^T[e']_x l' = 0$

Esto puede encontrarse en el paper siguiente: Robots Epipolar Geometry.

3. Verificar matemáticamente que cuando una cámara se desplaza, las coordenadas de retina de los puntos correspondientes sobre la retina deben de verificar la ecuación $\mathbf{x}' = \mathbf{x} + K\mathbf{t}/Z$
Si el punto de la imagen x esta normalizado de la forma $x = (x, y, 1)^T$ entonces desde $x = PX = K[I|O]X$, las coordenadas del espacio de puntos son $(X, Y, Z)^T = ZK^{-1}x$, siendo Z la profundidad del punto X. Luego desde $x' = P'X = K[I|t]X$ donde el mapeo entre el punto de la image x y otro x' se realiza mediante $x' = x + Kt/Z$.Y esta expresión indica que el punto comienza x y se mueve a lo largo de la línea defina por x y el epipolo $e = e' = v$.

4. Dar una interpretación geométrica a las columnas y filas de la matriz P de una cámara.
Para las columnas tenemos que las tres primeras, es decir, $p1$, $p2$, $p3$, en cuanto a la imagen, son los puntos de fuga de los ejes X, Y, y Z respectivamente y la última columna

$p4$ es la imagen del origen de coordenadas.
La primera y segunda fila de la matriz cámara P, denotadas por P^1 y P^2, son los planos del espacios del centro de la cámara cuyos puntos se proyectan en ellos. La tercera fila P^3 es el plano paralelo al plano de la imagen que pasa por el centro de la cámara.

7. (12.) Deducir la expresión para la matriz Esencial $E = [t]_x R = R[R^T t]_x$. Justificar cada uno de los pasos.
Sea $P = K[R|t]$ la matriz cámara descompuesta, y $x = Px$ el punto en la imagen, si conocemos la matirz de calibración K podremos decir que es la inversa del punto x para obteener $^x = [R|t]X$ donde ^{x} es el punto de la imagen normalizado. La matriz cámara normalizada es $K^-1P = [R|t]$. Ahora teniendo dos matrices cámara normalizadas $P = [I|O]$ y $P' = [R|t]$, la matriz fundamental correspondiente a ambas cámaras normalizadas será la matriz esencial.

Ahora supongamos que las matrices cámara han sido calibradas con el punto de origen de la primera cámara:
$P = K[I|O]$ $P' = K'[R|t]$

Entonces $p = \begin{bmatrix} K^-1 \\ 0^T \end{bmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$F = [p'C]_x P' P^+$ que es lo mismo que $K'^{-T}[t]_x RK^{-1}$.

Sabemos que $E = K^T FK$ y $F = K'^{-T}[t]_x RK^{-1}$. Sustituimos F en la fórmula de E dando lugar a $E = K^{-T}K'^T[t]_x RK^{-1}K$, aplicando propiedades de las matrices nos quedamos con $E = [t]_x RK^{-1}K$ y finalmente con $E = [t]_x R$.

Para deducir la igualdad $[t]_x R = R[R^T t]_x$ partimos de lo obtenido anteriormente para F. $K'^{-T}[t]_x RK^{-1}$ donde $K'^{-T}[t]_x RK^{-1} = K'^{-T}R[R^T t]_x K^{-1}$ pudiendo expresarse como $[t]_x RK^{-1} = R[R^T t]_x K^{-1}$ y finalmente $[t]_x R = R[R^T t]_x$.

8. Dada una pareja de cámaras cualesquiera, ¿existen puntos del espacio que no tengan un plano epipolar asociado? Justificar la respuesta.
Dado un punto P, podemos generar el plano epipolar como el plano que se forma a partir del punto P y de los centros de las dos cámaras, es por ello que para que un punto no tuviese un plano epipolar asociado, este punto debería encontrarse en la línea que une los puntos de los centros de las cámaras o dicho de otra forma, que los tres puntos fuesen colineales.

9. Si nos dan las coordenadas de proyección de un punto escena en la cámara-1 y nos dicen cuál es el movimiento relativo de la cámara-2 respecto de la cámara-1, ¿es posible reconstruir la profundidad el punto si las cámaras están

calibradas? Justificar la contestación.
A partir de la primera cámara podemos obtener la segunda ya que conocemos su movimiento relativo pero necesitamos los dos rayos que indican la interseccción con el punto escena y de estos solo conocemos el de la primera imagen, pero no el de la segunda al no conocer la proyección del punto escena en este. Esto quiere decir que no sería posible la reconstrucción.

12. Dadas dos cámaras calibradas, $P = K[I|0]$ y $P' = K'[R|t]$. Calcular la expresión de la matriz fundamental en términos de los parámetros intrínsecos y extrínsecos de las cámaras. Todos los pasos deben ser justificados.

Este ejercicio se ha demostrado conjuntamente con el ejercicio 7 en dicho apartado.