

1. 构造接收语言 $L = \{a^n b^n c^n | n \geq 1\}$ 的确定性图灵机, 并给出该图灵机以下字符串为输入时的各个阶段的即时描述过程 (即所有的状态转换以即时描述形式给出)。

(a) $a^2 b^2 c^2$

(b) $a^3 b^2 c$

解. 1. 构造接收语言 $L = \{a^n b^n c^n | n \geq 1\}$ 的确定性图灵机

接收语言 L 的确定性图灵机如图 1 所示,

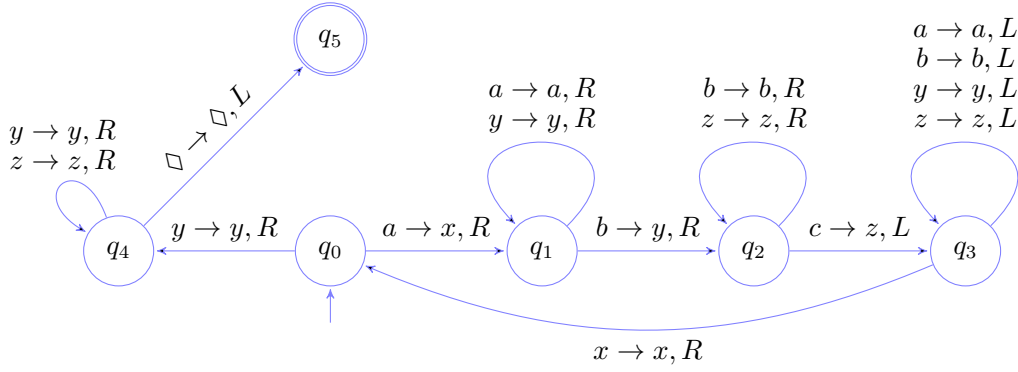


图 1: 接收语言 L 的确定性图灵机

图灵机 $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \diamond, F)$, 其中

- (1) 状态集 $Q \triangleq \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}$;
- (2) 输入字母表 $\Sigma \triangleq \{a, b, c\}$;
- (3) 带字母表 $\Gamma \triangleq \{a, b, x, y, z\}$;
- (4) 转换函数 δ 如图 1 中描述;
- (5) 接收状态集 $F \triangleq \{q_5\}$ 。

2. 以下字符串为输入时的各个阶段的即时描述过程

(a) 当图灵机 M 输入为 $a^2 b^2 c^2$ 时, 各阶段即时描述¹过程如下,

$q_0 a a b b c c \succ x q_1 a b b c c \succ x a q_1 b b c c \succ x a y q_2 b c c \succ x a y b q_2 c c$
 $\succ x a y q_3 b z c \succ x a q_3 y b z c \succ x q_3 a y b z x \succ q_3 x a y b z c \succ x q_0 a y b z c$
 $\succ x x q_1 y b z c \succ x x y q_1 b z c \succ x x y y q_2 z c \succ x x y y z q_2 c \succ x x y y q_3 z z$
 $\succ x x y q_3 y z z \succ x x q_3 y y z z \succ x q_3 x y y z z \succ x x q_0 y y z z \succ x x y q_4 y z z$
 $\succ x x y y q_4 z z \succ x x y y z q_4 z \succ x x y y z z q_4 \succ x x y y z q_5 z$

在接收状态停机, 接收输入串 $a^2 b^2 c^2$ 。

¹注意标注图灵机内部状态, 以及状态和当前输入字符的位置 (状态位于其左边)。

参考答案

(b) 当图灵机 M 输入为 a^3b^2c 时, 各阶段即时描述过程如下,

$$\begin{aligned}
 & q_0aaabbc \succ xq_1aabbcc \succ xaq_1abbc \succ xaaq_1bbc \\
 & \succ xaaq_1q_2bc \succ xaaq_1bq_2c \succ xaaq_1q_3bz \succ xaaq_1q_3ybz \\
 & \succ xaq_3aybz \succ xq_3aaaybz \succ q_3xaaaaybz \succ xq_0aaaaybz \\
 & \succ xxa_1aaybz \succ xxaq_1aybz \succ xxaq_1bz \succ xxaq_1q_2z \\
 & \succ xxaq_1q_2z
 \end{aligned}$$

此时没有可能的转换, 停机且不为接收状态, 拒绝输入串 a^3b^2c 。