

参考答案

1. 给出生成语言 $A = \{a^i b^j c^k | i = j \text{ 或 } j = k, \text{ 其中 } i, j, k \geq 0\}$ 的上下文无关文法。请问你给出的文法有二义性吗? 为什么?

解. (1) 设计生成语言 A 的上下文无关文。

由于 $i = j$ 和 $j = k$ 的条件是“或”的关系, 可将 A 分解为两个语言分别设计其对应文法, 即 $A = A_1 \cup A_2$, 其中 $A_1 = \{a^i b^i c^k | i, k \geq 0\}$, $A_2 = \{a^i b^j c^j | i, j \geq 0\}$ 。

例如 A_1 相当于课程所学 $\{a^n b^n | n \geq 0\}$ 加上任意长度的 c^* 后缀, 同样将问题分解, 让变量 E_{ab} 生成 $\{a^n b^n | n \geq 0\}$, 让变量 V_c 生成 $L(c^*)$, 易得生成语言 A_1 的文法 G_1 ,

$$\begin{aligned} S_1 &\rightarrow E_{ab} V_c \\ E_{ab} &\rightarrow a E_{ab} b \mid \epsilon \\ V_c &\rightarrow V_c c \mid \epsilon \end{aligned}$$

类似地, 容易设计出生成 A 的上下文无关文法 $G = (V, T, S, P)$, 其中 $V \triangleq \{S, E_{ab}, E_{bc}, V_a, V_c\}$, $T \triangleq \{a, b, c\}$, 规则 P 为

$$\begin{aligned} S &\rightarrow E_{ab} V_c \mid V_a E_{bc} \\ E_{ab} &\rightarrow a E_{ab} b \mid \epsilon \\ E_{bc} &\rightarrow b E_{bc} c \mid \epsilon \\ V_a &\rightarrow V_a a \mid \epsilon \\ V_c &\rightarrow V_c c \mid \epsilon \end{aligned}$$

(2) G 具有二义性。根据二义性定义 (课件 9 - Context Free Grammars.ppt 第 34 页), 要说明 G 具有二义性, 仅需找到某个串 $\omega \in L(G)$, ω 存在两个不同的推导树¹ (或最左推导)。

考虑 $\omega = \epsilon \in L(G)$, 可以画出如图 1 所示的两个不同推导树,

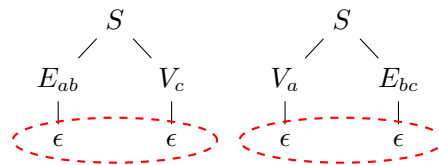


图 1: $\omega = \epsilon$ 的推导树

或给出 $S \Rightarrow^* \epsilon$ 的两种不同最左推导,

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow E_{ab} V_c \Rightarrow V_c \Rightarrow \epsilon \\ S &\Rightarrow V_a E_{bc} \Rightarrow E_{bc} \Rightarrow \epsilon \end{aligned}$$

2. 给出识别题 1 上下文无关语言 A 的下推自动机。

解. (法一, 直接设计) 接收题 1 中语言 A 的下推自动机如图 2 所示。

下推自动机 $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \$, F)$, 其中

(1) 状态集 $Q \triangleq \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7\}$;

¹也叫派生树

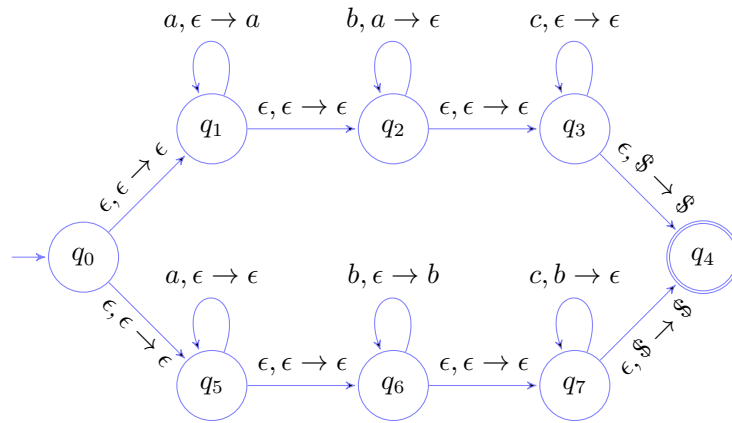


图 2: 接收语言 A 的下推自动机

- (2) 字母表 $\Sigma \triangleq \{a, b, c\}$;
- (3) 栈上字母表 $\Gamma \triangleq \{a, b\}$;
- (4) 转换函数如图 2 中描述;
- (5) 接收状态集 $F \triangleq \{q_4\}$ 。

解. (法二, 构造性证明) 由课件 13 - PDA Accept Context Free.ppt 第 5 ~ 27 页的构造性证明可知, 如图 3 所示的下推自动机所接受语言等于 $L(G) = A$, 其中 G 是题 1 中生成语言 A 的上下文无关文法。

$$\begin{aligned}
 \epsilon, S &\rightarrow E_{ab}V_c \quad \epsilon, S \rightarrow V_aE_{bc} \\
 \epsilon, E_{ab} &\rightarrow aE_{ab}b \quad \epsilon, E_{ab} \rightarrow \epsilon \\
 \epsilon, E_{bc} &\rightarrow bE_{bc}c \quad \epsilon, E_{bc} \rightarrow \epsilon \\
 \epsilon, V_a &\rightarrow V_aa \quad \epsilon, V_a \rightarrow \epsilon \\
 \epsilon, V_c &\rightarrow V_cc \quad \epsilon, V_c \rightarrow \epsilon \\
 a, a &\rightarrow \epsilon \quad b, b \rightarrow \epsilon \quad c, c \rightarrow \epsilon
 \end{aligned}$$

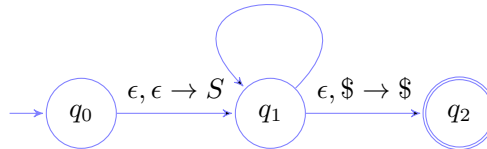


图 3: 接收语言 A 的下推自动机

下推自动机 $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \$, F)$, 其中

- (1) 状态集 $Q \triangleq \{q_0, q_1, q_2\}$;
- (2) 字母表 $\Sigma \triangleq \{a, b, c\}$;
- (3) 栈上字母表 $\Gamma \triangleq \{S, E_{ab}, E_{bc}, V_a, V_c, a, b, c\}$;
- (4) 转换函数如图 3 中描述;
- (5) 接收状态集 $F \triangleq \{q_2\}$ 。