# BAYESIÁNSKÁ ANALÝZA – DOMÁCÍ SKUPINOVÝ ÚKOL Č. 2

Pro účely zpracování tohoto úkolu využijte pracovní skupinu o velikosti cca 4 osob. Úkol zpracujte a odevzdejte do stanoveného termínu. Veškeré podklady (např. skripty Matlabu, R, Pythonu) a komentáře, odevzdávejte do příslušné odevzdávárny.

**Termín odevzdání**

22. 11. 2021 (včetně)

**Zadání úkolu**

## Odhad hysterezní Phillipsovy křivky

Jednoduchý model Phillipsovy křivky je možno nalézt v článku Roberta Gordona z roku 1989. V tomto modelu je jednoduchá verze hypotézy přirozené míry nezaměstnanosti, která propojuje inflaci $\pi_t$ a míru nezaměstnanosti $U_t$, zapsána následovně:

$$\pi_t = \alpha\pi_{t-1} + \beta(U_t - U_t^*). \tag{1}$$

Parametr $\alpha$ vyjadřuje setrvačnost v očekávání inflačního vývoje a jedná se tak o jistý druh adaptivních očekávání. Umožníme-li existenci jevu hystereze, můžeme definovat pravidlo, podle kterého se vyvíjí rovnovážná míra nezaměstnanosti $U^*$ (reprezentována úrovní NAIRU):

$$U_t^* = \eta U_{t-1} + Z_t \tag{2}$$

Hystereze tedy nastává v případě, kdy $U_t^*$ závisí na zpožděné hodnotě míry nezaměstnanosti $U_{t-1}$ a na mikroekonomických determinantech reprezentovanými proměnnou $Z_t$. Tyto mikroekonomické determinanty můžeme ztotožnit s těmi, které uvádí Friedman v rámci své hypotézy o přirozené míře nezaměstnanosti. Spojením obou vztahů získáme:

$$\pi_t = \alpha\pi_{t-1} + \beta(U_t - \eta U_{t-1} - Z_t). \tag{3}$$

Následná transformace vede k rovnici:

$$\pi_t = \alpha\pi_{t-1} + \beta(1-\eta)U_t + \beta\eta(U_t - U_{t-1}) - \beta Z_t. \tag{4}$$

Tuto rovnici využijte k empirickému testování hypotézy hystereze. Všimněte si teoretických aspektů a implikací, které nám předpoklad hysterezního charakteru nezaměstnanosti přináší. Je zřejmé, že pro $\eta = 1$ nastává případ "plné hystereze". V tomto případě již nebude existovat jedinečné $U_t^*$ a rovnovážná úroveň nezaměstnanosti bude zcela variabilní veličinou nemající svou ustálenou (steady-state) hodnotu.

„Plná hystereze“ má zásadní dopad na vztah inflace a nezaměstnanosti. Inflace v tomto případě nebude záviset na aktuální úrovni nezaměstnanosti, ale jen na změně v nezaměstnanosti. To je samozřejmě v protikladu s hypotézou o přirozené míře nezaměstnanosti, které by odpovídal případ $\eta = 0$. Rovnovážná úroveň nezaměstnanosti by v tomto případě plně reflektovala mikroekonomické determinanty reprezentované proměnnou $Z_t$. Jakýmsi kompromisem pak jsou hodnoty $\eta \in (0; 1)$, které připouštějí existenci inflačních tlaků jak ze strany aktuální úrovně nezaměstnanosti, tak i ze strany změn v míře nezaměstnanosti. Tento případ umožňuje existenci ustálené úrovně nezaměstnanosti, tedy úrovně, která nebude akcelerovat míru inflace a bude dlouhodobě udržitelná. Aktuální rovnovážná úroveň nezaměstnanosti bude mít tendenci k této ustálené úrovni konvergovat. Čím více se bude hodnota parametru $\eta$ blížit jedné, tím pomalejší bude přizpůsobování NAIRU svému ustálenému stavu a tím menší budou "inflační náklady"(v důsledku akceleračních tlaků na růst cenové hladiny) expanzivní, poptávkově orientované hospodářské politiky cílené na snížení míry nezaměstnanosti.

1. *Data:* Najděte si čtvrtletní data o nezaměstnanosti (pokud možno sezónně očištěné) a meziroční inflaci pro svou oblíbenou ekonomiku (pro získání dat můžete využít např. databázi OECD, kdy pro plnohodnotný přístup je potřeba jít přes proxy-server naší knihovny, či databázi Eurostatu) a zpracujte si je pro použití v Matlabu (ideálně do podoby datového souboru `.mat`, který si pak ve vlastních skriptech můžete načíst.

2. Odhadovaný ekonometrický model má v souladu s rovnicí (4) následující podobu (model je chápán jako normální lineární regresní model s nezávislou normální-gama apriorní hustotou):

$$\pi_t = \lambda_1 + \lambda_2 \pi_{t-1} + \lambda_3 U_t + \lambda_4 (U_t - U_{t-1}) + \epsilon_t. \tag{5}$$

3. Předpokládáme, že strukturální charakteristiky jsou v čase neměnné a náhodná složka splňuje obvyklé požadavky. Odhadněte parametry tohoto modelu (využijte Gibbsův vzorkovač) a na jejich základě pak zpětně získejte původní strukturální parametry. Apriorní hustotu obohaťte o informaci, týkající se přípustných hodnota parametrů $\eta$, tedy o informaci, že $\eta \in (0, 1)$. Nezapomeňte ověřit konvergenci.
   (a) Využijte výsledky ze čtvrté kapitoly pro vytvoření Gibbsova vzorkovače (resp. využijte skripty z odpovídajících cvičení). Pracujeme totiž stále s lineárním regresním modelem s nezávislou normální-gama apriorní hustotou.
   (b) Zakomponování apriorního omezení na parametr $\eta$ je velmi snadné. V rámci generování vzorků redukované formy modelu si přepočítáme původní strukturální parametry a vzorky v daném kroku replikací generujeme tak dlouho, dokud nebude splněna podmínka, že $\eta$ je v intervalu nula až jedna. Dobré je rovněž uchovat si informaci o tom, kolik vzorků se vygenerovalo celkem, protože tím získáme důležitou hodnotu pro výpočet odpovídající integrační konstanty pro omezené vícerozměrné normální rozdělení (využitelné to je v rámci konstrukce Savage-Dickeyho poměru hustot, protože v něm potřebujeme znát plné hustoty a nikoliv jen jejich jádra).

4. Vypočítejte jednotlivé pravděpodobnosti modelů, které odpovídají platnosti hypotézy o přirozené míře nezaměstnanosti, hypotézy hystereze a teorii NAIRU. Model odpovídající teorii NAIRU tak bude neomezený model, zbylé dva modely budou odpovídat vnořeným modelům $\eta = 0$ resp $\eta = 1$. Vypočítejte tedy příslušné Bayesovy faktory (na základě Savageho-Dickeyho poměru hustot).

5. Díky znalosti „law of motion“ pro vývoj NAIRU nasimulujte trajektorii NAIRU zkoumané ekonomiky a sestrojte i příslušné $95\%$ intervaly nejvyšší aposteriorní hustoty.
   (a) NAIRU v kontextu oné rovnice není nic jiného než funkce pozorovaných (minulých) hodnot nezaměstnanosti a parametrů $\eta$ a $Z_t$ (chápané jako část úrovňové konstanty).
   (b) Střední hodnotu a rozptyl jakékoliv funkce parametrů jsme pomocí Monte Carlo integrace schopni velmi snadno spočítat. V tomto případě máme totiž vygenerované platné výběry z aposteriorní hustoty a tudíž jsme schopni snadno generovat i rozdělení NAIRU.
   (c) Vcelku efektivní může být zachování vygenerovaných vzorků parametrů pomocí Matlabovské funkce `save` (uložení do `.mat` souboru). Příslušný datový soubor si pak můžeme načíst v rámci nového skriptu věnovanému simulaci NAIRU, který tyto vzorky bude využívat (nebo lze vše udělat v jednom skriptu).

6. Pokud máte delší časovou řadu, pokuste se o odhady na různých časových obdobích a prozkoumejte na tomto základě stabilitu parametrů v čase (a tedy i platnost jednotlivých teorií vztažených k přirozené míře nezaměstnanosti) a z toho vyplývající nové simulované trajektorie NAIRU.

Dosažené výsledky kriticky zhodnoťte a to v rámci krátké zprávy s vhodnými komentovanými výstupy modelů (inspiraci můžete nalézt v „ukázkovém projektu“ Němec (2008) *Bayesovský odhad hysterezní Phillipsovy křivky*, kdy je pro naše účely dostačující část 6).