



**CONSULTORES Y CONTRATISTAS  
DE  
GEOLOGIA Y GEOFISICA**

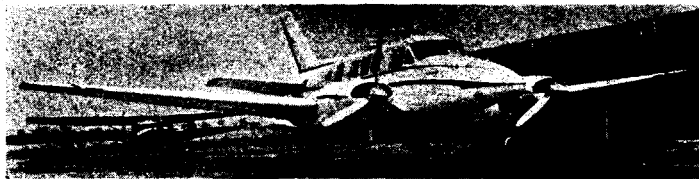
***Compañía Mexicana de Exploraciones, S. A.***

**RIO BALSAS 101 8º. PISO APDO. POSTAL 5-255**

**MEXICO 5, D. F.**

**TELS. 26-83-90 14-44-02**

# COMPAÑIA MEXICANA AEROFOTO, S. A.



## ESPECIALIDADES

Cartografía.  
Catastro urbano y rural.  
Cálculo electrónico.  
Diseño fotogramétrico electrónico  
de obras de Ingeniería.  
Estudios preliminares.  
Fotointerpretación.  
Fotografía aérea: pancromática,  
Infrarroja y a color.  
Fotografía comercial aérea  
Fotomurales.  
Levantamientos fotogramétricos.  
Localización de obras.  
Mosaicos fotográficos.  
Programación electrónica.  
Topografía

132 empleados especializados.

## EQUIPO

1 Avión Queen Air A-80 Mat. XB-XAK  
1 Avión Riley Rocket. Mat. XB-SAR  
1 Avión Beech Craft Mat. XB-VIG  
2 Aviones Piper Astec Mat. XB-MOJ y MOO  
1 Avión Cessna 185 Mat. XB-TIS  
Unidad Central de Proceso IBM, 1131  
Lectora-perforadora de tarjetas IBM, 1442  
Unidad Impresora, IBM, 1132  
1 Cámara Fotogramétrica Zeiss MRE-A  
1 Cámara Fotogramétrica Wild RC-9  
1 Cámara Fotogramétrica Wild RC-8  
1 Cámara Fotogramétrica Wild RC-5  
3 Cámaras Fairchild  
4 Cámaras para fotografía oblicua  
6 Cámaras Rectificadoras

4 Cámaras de Reproducción  
3 Unidades de Telurómetro MRE-3  
4 Teodolitos Wild T-2  
2 Niveles automáticos Wild NAK-2  
4 Camionetas doble tracción  
2 Autógrafos Wild A-7 con Registradora de  
coordenadas  
1 Estéreo cartógrafo Wild A-8  
1 Autógrafo Wild A-9  
4 Autógrafos Wild B-8  
1 Balplex 750, de 7 proyectores  
2 Kelsh K-5, de 4 proyectores c/u.  
3 Kelsh K-1, de 2 proyectores c/u.  
2 Multiplex de 8 proyectores c/u.

## DIRECCION

Av. Obrero Mundial Núm. 338 seq. con Postaleros.  
Teléfonos: 43-28-30 con tres líneas directas y 19-87-45.  
Cable: AEROFOTO, MEXICO. MEXICO 12, D. F.  
Servicios Aéreos: Ave. Santos Duménil Núm. 212.



# SCHLUMBERGER SURENCO, S. A.

## AGENCIA EN MEXICO

Av. Morelos 98, Desp. 306

Tel. 566-81-22

MEXICO 6, D. F.

**GEOFISICOS CONSULTORES PARA  
PETROLEOS MEXICANOS**



***Seismograph Service Corporation  
of Mexico***

**AVE. JUAREZ 95-207 • MEXICO 1, D.F.  
TELEFONOS : 18-27-25 • 18-56-33**

**SUBSIDIARIA DE  
SEISMOGRAPH SERVICE CORPORATION  
6200 East 41st. St. • Box 1590 • Tulsa, Oklahoma, U.S.A.**

**ESPECIALIZADOS EN :**

**SERVICIO DE  
GEOFISICA**

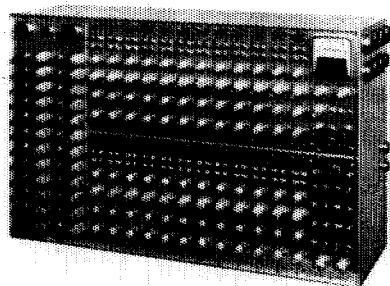
- Levantamientos :**
- Sismológicos
  - Gravimetricos
  - Magnetométricos
  - Procesado de Datos Magnéticos
  - LORAC-Levantamiento Electrónico

**SERVICIO DE  
REGISTRO DE POZOS**

- Registros para Evaluación de Formaciones
- Registros de Pozos de Producción
- Servicio de Terminación Permanente
- Registro Continuo de Velocidad

# INSTRUMENTAL GEOFISICO .....

**DA MEJOR  
RENDIMIENTO,  
MAYOR DURACION  
Y A UN COSTO MENOR**



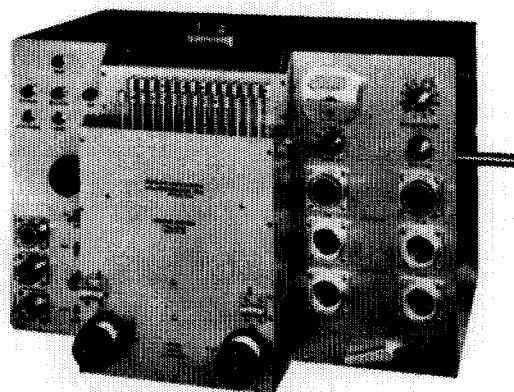
## **FORTUNE T-1. SISTEMA DE AMPLIFICADORES SISMICOS TRANSISTORIZADOS PARA TRABAJOS DE REFLEXION Y REFRACCION.**

**BAJO COSTO** — El modelo T-1 es el amplificador transistorizado más barato en el mercado.

**POCO PESO Y TAMAÑO REDUCIDO** — El equipo T-1 de 24 canales, completo, pesa únicamente 73 libras (33.1 Kgs.) y está contenido en una sola caja, cuyas dimensiones son: 25 3/8" de largo, 15 3/4" de alto y 8" de fondo.

**ALTA SENSIBILIDAD** — Como el ruido propio del equipo es muy bajo, es posible operar con altas ganancias. La relación de señal a ruido, en los amplificadores, es de 20 db a 0.5 microvolts de entrada.

**POTENCIA REQUERIDA** — 2 amperes, a 12 volts de corriente directa.



## **FORTUNE DC-2B.**

### **SISTEMA DIRECTO DE GRABACION Y REPRODUCCION.**

#### **COMPLETAMENTE TRANSISTORIZADO**

El equipo DC-2B es capaz de aplicar, simultáneamente, correcciones estáticas y dinámicas a 24 trazas o más, empleando cintas normales de 6 1/2 ó 7" de ancho. Las correcciones dinámicas se aplican mediante una leva acoplada a la flecha del tambor y que puede ser referida a él. También es posible obtener levas previamente calibradas y ajustadas a determinada función analítica.

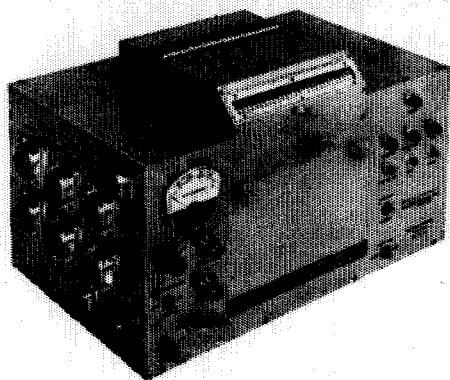
**SE AJUSTA A CUALQUIER SISTEMA DE TIRO** — No importa el sistema de tiro empleado, ya que mediante una barra universal de tendidos y gracias a medidores ajustables (calibrados en por ciento), es posible aplicar a cada traza la corrección dinámica adecuada.

#### **ESPECIFICACIONES DEL MODELO DC-2B.**

Transportador de la cinta. Mediante tambor, cuyo diámetro es de 7.5".  
Número de canales. 24 sísmicos, 2 ó 4 auxiliares.  
Tamaño de la cinta. 6 1/2 ó 7" de ancho por 24 1/2" de largo.  
Distancia entre pistas. 1/4" (de centro a centro).  
Velocidad de la cinta. 3.59"/segundo.  
Tiempo útil de grabación. 6 seg. (el tambor da una vuelta completa en 6.6 seg.).  
Corrección dinámica máxima. 150 miliseg.  
Característica del motor. De histéresis de 400 ciclos. Acoplado al tambor.  
Corrección máxima. 700 miliseg/segundo.  
Rango de corrección estática. ± 50 miliseg.  
Polarización (bias). 8 miliamperes a 11 Kilociclos.  
Respuesta. De 5 a 200 cps.  
Relación de señal a ruido. 50 db RMS a RMS.  
Distorsión armónica total (a 100% el nivel de grabación). 2.5%.  
Alimentación cruzada (cross feed). — 36 a 10 cps.  
Grado de exactitud del sistema de tiempo. ± 1 miliseg.  
Necesidades de entrada (a 100% el nivel de grabación). 50 milivolts a través de 40 ohms.\*  
Salida (a 100% el nivel de grabación). 100 microvolts a 50 ohms.  
Potencia requerida. 0.5 amper en vacío y 14 amperes con carga.  
Tamaño del transportador de la cinta. 15 X 18 X 14".  
Peso. 90 libras (40.823 Kgs.).

\* Al ordenar un equipo, las necesidades de entrada pueden ser cambiadas al gusto del cliente. Esto puede hacerse sin cambiar las demás especificaciones.

# ....DE "FORTUNE ELECTRONICS"



## FORTUNE SR-5. SISTEMA DE GRABACION DIRECTA EN UNA UNIDAD "BUFFERLESS" (DE MENOR AMORTIGUAMIENTO).

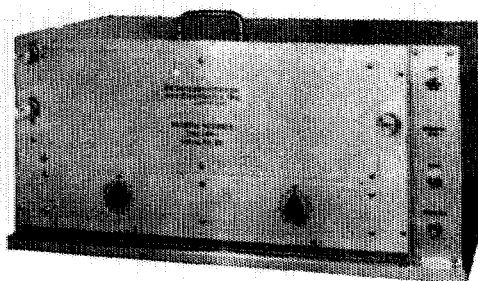
**TOTALMENTE TRANSISTORIZADO** — La grabadora SR - 5 ofrece los últimos adelantos en sencillez de manejo, presentando características iguales a las de sistemas más costosos y complicados.

**PRECISION Y SENCILLEZ** — Durante el proceso de grabación, las cabezas magnéticas están gobernadas desde la salida de los amplificadores sismicos. Para las reproducciones, las cabezas son conectadas directamente a la entrada de los amplificadores. La reproducción queda compensada mediante una red pasiva. La ventaja de todo este tipo de operación es que se obtienen resultados con un mínimo de complicaciones y conexiones.

**UN SISTEMA COMPLETO** — El modelo SR - 5 está equipado con sistemas Fortune de polarización y manejo, los cuales han sido probados cientos de veces en diferentes partes del Mundo. La unidad contiene los amplificadores necesarios para grabar instante de explosión, tiempo vertical y escala de tiempo. Tiene conexiones exteriores para diversos circuitos, tales como la acción de la supresión a partir del instante de tiro, el arranque de la cámara, etc., todo ello a base de levass. Para acoplar el SR - 5 a un equipo convencional, lo único que se requiere es un juego de cables interconectores.

## ESPECIFICACIONES DEL MODELO SR-5.

Transporte de la cinta. Mediante tambor, cuyo diámetro es de 7.5".  
 Número de canales. 24 sismicos y 2 ó 4 auxiliares.  
 Tamaño de la cinta. 6 1/2 ó 7" de ancho por 24 1/2" de largo.  
 Velocidad de la cinta. 3.59"/segundo.  
 Tiempo útil de grabación. 6 seg. (el tambor da una vuelta completa en 6.6 seg.)  
 Características del motor. De histéresis de 400 ciclos. Acoplado al tambor.  
 Polarización (bias). 8 miliamperes a 6 kilociclos.  
 Respuesta. De 5 a 200 cps.  
 Correcciones estáticas (opcional) ± 100 miliseg.  
 Relación de señal a ruido 50 db RMS a RMS.  
 Distorsión armónica total. (A 100% el nivel de grabación. 2.5%  
 Alimentación cruzada. (Cross feed). Con entrada de 100%. —36 db a 10 cps.  
 Nivel de grabación. 50 millivolts a través de 40 ohms.  
 Potencia requerida. 0.5 amper en vacío y 6.5 amperes con carga.  
 Medida del transportador de la cinta. 11 x 18 1/2 x 11 1/4".  
 Peso. 53 libras (24.040 kgs.).



## FORTUNE — LDR.

### MICROPISTA - 1 (UNIDAD DE DOS TAMBORES)

**PARA USARSE EN OFICINAS O EN EL CAMPO**  
 La serie LDR se obtiene en uno, dos o tres tambores. También existe el tipo de un solo tambor ancho, con 54 cabezas de micropista, capaz de manejar, simultáneamente, una cinta ancha o dos cintas angostas.

Cada cabeza de micropista graba sobre un ancho de 0.006", teniendo para su control lateral hasta 20 posiciones, en forma manual o automática.

Actualmente los modelos LDR llevan 15, 12 y 6 pasos, pudiendo instalarse cabezas de doble micropista, para grabación simple o doble.

Si se desean combinar los resultados de diferentes pozos de tiro, para puntos de reflexión común (common depth point), es posible agregarle al equipo conexiones programadas y amplificadores de transcripción.

Para el sistema anterior (de punto común) o trabajos de caídas de peso (weight drop), pueden combinarse los modelos LDR-1 y DC-2B, obteniendo así un equipo sísmico completísimo.

*Fortune  
Electronics, Inc.*

H. H. HAPPEL — H. H. HAPPEL, Jr.  
2505 SOUTH BOULEVARD, HOUSTON, TEXAS

Representante en Europa:

Technation

113 Rue Lamarck, París, Francia.

Carlos Alemán A.

**EXPLORACION**

**y**

**PERFORACION**

**Iturbide No. 36 Desp. 201.      Tel. 10-15-64**

**MEXICO 1, D. F.**

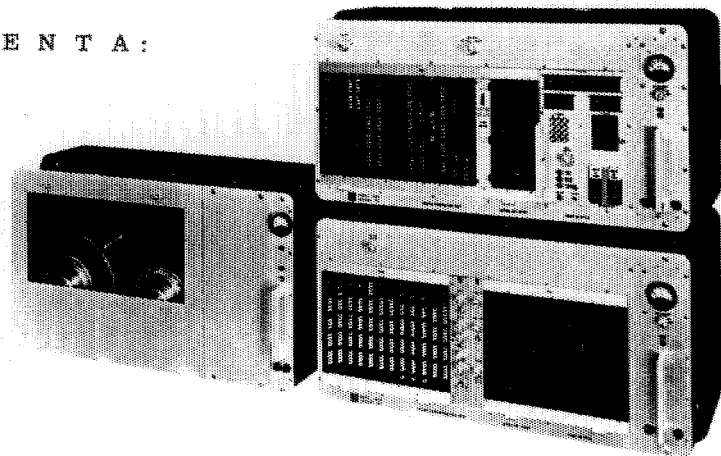
# ALSINA INSTRUMENTS & SALES

P. O. BOX 203

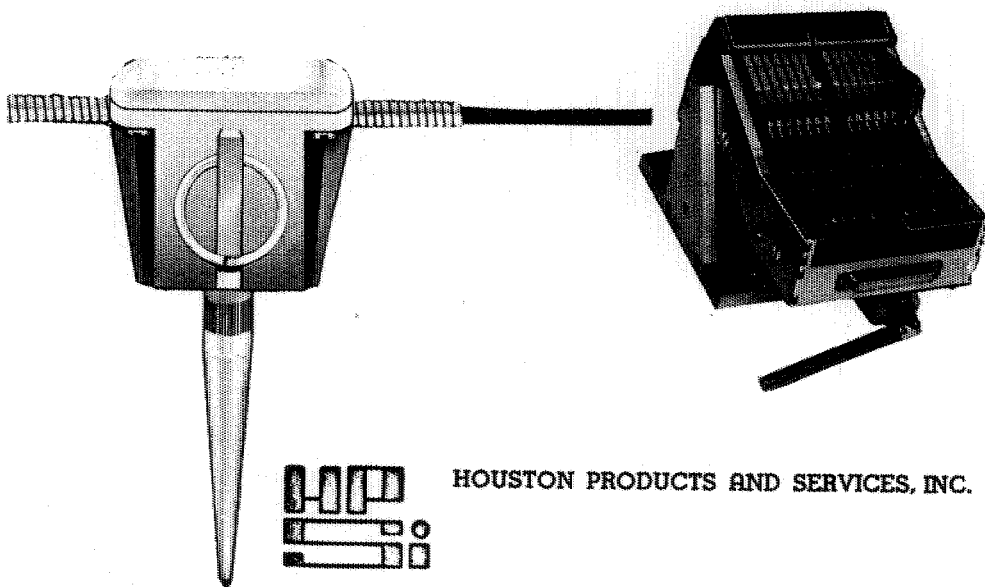
ALIEF, TEXAS 77411

PHONE (713) 498-6064

R E P R E S E N T A :



DIGITAL DATA SYSTEMS, INC.



HOUSTON PRODUCTS AND SERVICES, INC.

# **BOLETIN**

**de la**

**Asociación Mexicana de Geofisicos de Exploración**

## **S U M A R I O**

**E L   S I S M O G R A M A   T E O R I C O**

**Por el Ing: Erasmo Mejía Pozos**



**ASOCIACION MEXICANA DE GEOFISICOS DE EXPLORACION**  
**MESA DIRECTIVA PARA EL PERIODO 1971-1972**

<b>Presidente:</b>	<b>Ing. Antonio C. Limón</b>
<b>Vicepresidente:</b>	<b>Ing. Santiago Gutiérrez</b>
<b>Secretario:</b>	<b>Ing. David Juárez T.</b>
<b>Tesorero:</b>	<b>Ing. Patricio Díaz Frías</b>
<b>Editor:</b>	<b>Ing. Antonio Camargo Z.</b>
<b>Vocales:</b>	<b>Ing. Francisco Tiburcio</b>
	<b>Ing. Raymundo Aguilera</b>
	<b>Ing. Raúl Silva Acosta</b>
	<b>Ing. J. Guadalupe Viveros</b>
	<b>Ing. Felipe Neri España.</b>
<b>Presidente saliente:</b>	<b>Ing. Armando Eguía Huerta.</b>

---

**Este boletín no se hace responsable de las ideas emitidas en los artículos que se publiquen, sino sus respectivos autores.**

---

**Este boletín se publica cada tres meses y se distribuye gratuitamente a los socios.**

**El precio de suscripción para no socios es de \$ 150.00 M. N. al año y de \$ 50.00 M. N. número suelto.**

---

**Para todo asunto relacionado con el boletín: manuscritos, asuntos editoriales, suscripciones, descuentos especiales a bibliotecas públicas ó de Universidades, publicaciones, anuncios, etc., dirigirse a:**

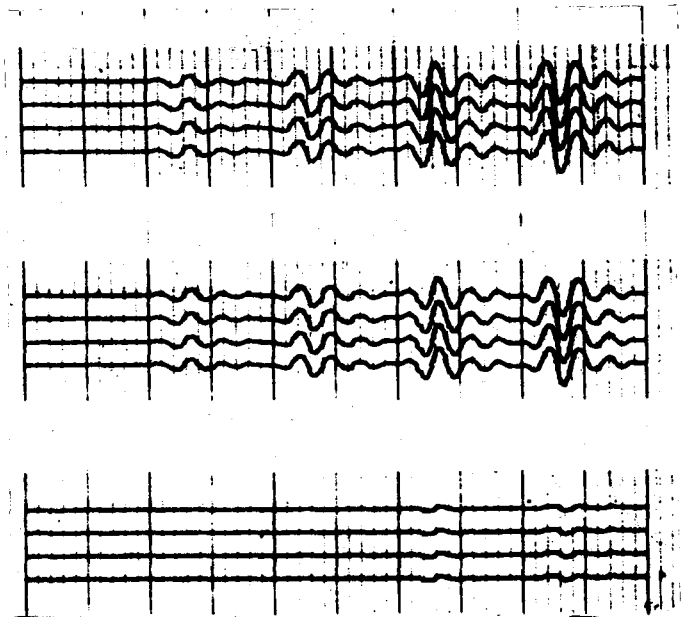
**Ing. ANTONIO CAMARGO**  
**Apdo. 530077**  
**México 17, D. F.**

**Imprenta LIOSARDEZ**  
**Puente de la Morena 18 - B**  
**México 18, D. F., Tel. 5-15-69-31**

# EL SISMOGRAMA TEORICO

Por: Erasmo Mejía Pozos \*

## UN MODELO TEORICO DE LAS REFLEXIONES SISMICAS EN LA EXPLORACION PETROLERA.



\* IMP Subdirección de Tecnología de Exploración (Geofísica)

## R E S U M E N

El presente trabajo corresponde a la serie de publicaciones para la divulgación de los problemas y sus soluciones en los trabajos de la Sismología Petrolera.

En su preparación se han aprovechado los trabajos publicados en este campo, y principalmente los desarrollados por los Doctores - Sven Treitel y E. A. Robinson.

Se ha puesto especial empeño en desarrollarlo a un nivel -- que dé facilidad al personal del campo para su comprensión inmediata, da do que por la naturaleza de su trabajo no le es fácil disponer del tiempo suficiente para entrar en detalle en algunos de los desarrollos matemáticos requeridos.

Se incluye el programa de computación que cubre el proceso, con las indicaciones correspondientes a su aplicación, paso a paso.

## INTRODUCCION

El petróleo es un producto natural que influye grandemente en todas las industrias modernas, debido a que la energía y lubricación que requieren se obtiene de la refinación de dicho material crudo.

Todas las operaciones relacionadas con la búsqueda y localización de yacimientos petrolíferos, constituyen el objetivo de la Exploración. La exploración petrolera se dedica, en contra de la creencia común, no a buscar el petróleo directamente, sino las estructuras geológicas o trampas capaces de atraparlo y almacenarlo.

En la actualidad no se conoce ningún método científico que pueda indicar con seguridad la presencia del petróleo desde la superficie, a excepción de los manaderos superficiales (chapopoterías).

Los geólogos pueden encontrar estructuras que pueden ser posibles trampas petrolíferas, empleando técnicas tales como la fotografía aérea, el radar, etc., en auxilio del reconocimiento directo, y obtener así mapas geológicos superficiales, con bastante precisión.

El método más preciso para la búsqueda de estructuras en el subsuelo es el detectar ondas sísmicas mediante un sismodetector, este aparato es una miniatura del sismógrafo que se emplea para detectar macrosismos.

La exploración sísmica se vale de pequeñas explosiones generadas por dinamita, o de equipos que dejan caer grandes masas, o de máquinas que producen vibraciones mecánicas, como fuentes para provocar frentes o trenes de ondas en la superficie terrestre o en perforaciones de poca profundidad. Dichas ondas, al irse propagando, son reflejadas parcialmente por las distintas capas del subsuelo.

Las variaciones de intensidad de las reflexiones detectadas indican la magnitud del cambio de la impedancia acústica de los estratos,

y el tiempo que emplean las ondas reflejadas en llegar a la superficie de la tierra, está en relación directa con la profundidad a la que se encuentran dichos horizontes reflectores.

Con este procedimiento, denominado Método Sísmico, se puede conocer la forma y profundidad de las capas del subsuelo; pero sucede que, algunas veces, es muy difícil reconocer las reflexiones directas de dichas capas, debido a que vienen mezcladas y acompañadas de una gran cantidad de ondas que no son de interés. Algunas de éstas se deben a las reflexiones múltiples, es decir, a la energía de la explosión, atrapada en las capas del subsuelo, que rebota varias veces y emerge a la superficie terrestre, acusando, en apariencia, la presencia de otras capas reflectoras más profundas, problema que puede llevar a interpretaciones equivocadas.

El sismograma teórico es una ayuda, muchas veces decisiva, no sólo frente al problema del reconocimiento de reflexiones múltiples, sino que también para desenmascarar las reflexiones primarias o directas que -- vienen mezcladas con ciertos tipos de ruido que no permite apreciarlas fácilmente.

UN MODELO TEORICO DE LAS REFLEXIONES SISMICAS

Un aspecto de los fenómenos que se suceden al aplicar el método sísmico se puede representar en la Figura (1), donde se ve un ejemplo - de cómo varían las características de espesor, densidad, profundidad, etc. de los estratos del subsuelo, y cómo las ondas de explosión son detectadas en la superficie por los sismodetectores.

fuente de ondas

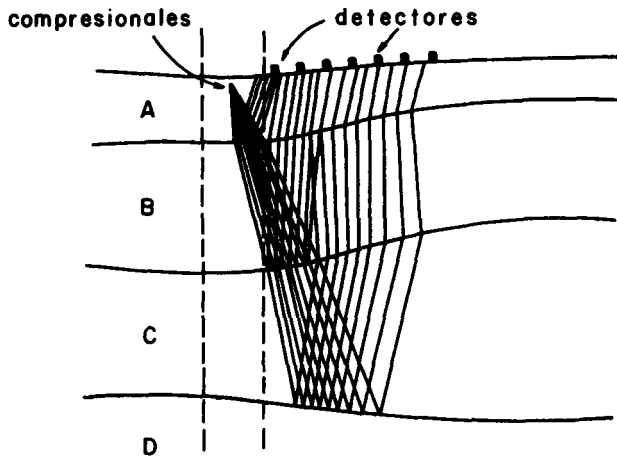


Figura (1).

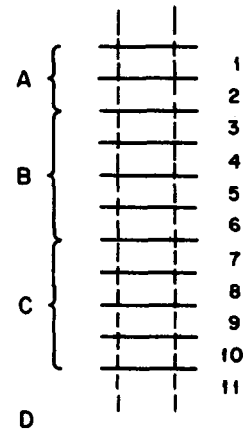


Figura (2).

Si escogemos una región como la que marcamos con las líneas - punteadas, podemos ver que dentro de ésta se pueden considerar las fronteras de las capas como si estuvieran completamente paralelas, y si escogemos el espesor de la capa más delgada, o uno más pequeño, y dividimos las capas A, B, C, D, entre el espesor escogido, obtenemos las capas 1, 2, 3, ..., 11, como lo muestra la Figura (2).

Observamos entonces que si tomamos un modelo con determinado número de capas cuyas fronteras sean paralelas y equidistantes, no estamos restando generalidad al problema. Consideremos ahora un frente de onda compresional con incidencia normal a la primera frontera del modelo estratifi-

cado teórico, y analicemos el fenómeno de reflexión que se lleva a cabo.

### PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Sea un frente de onda plano con incidencia normal a una frontera que separa dos medios de distinta densidad, como lo representa la Figura (3). Se presenta otro dibujo con trayectorias oblicuas, sólo para observar el fenómeno sin que se superpongan las ondas (Figura (4)).

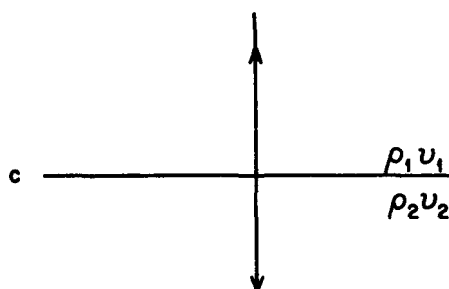


Figura (3)

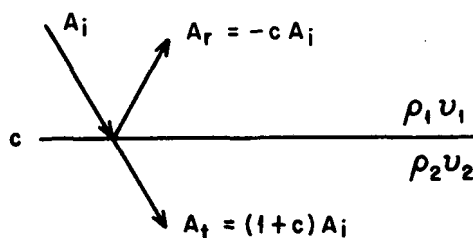


Figura (4)

Debido al cambio de densidad en la frontera, al incidir una onda de amplitud  $A_i$ , se refleja una porción de ésta,  $-c A_i$ , y la porción que se transmite será  $(1+c) A_i$ , ya que debe cumplirse el principio de conservación de la energía; así pues, si  $A_r$ , es la onda reflejada y  $A_t$  la transmitida, entonces se cumple que:

$$A_i - A_r = A_t \quad , \text{ o lo que es lo mismo, } A_i + c A_i = (1+c) A_i .$$

### Coeficiente de Reflexión

El coeficiente  $C$  se denomina coeficiente de reflexión y se calcula a partir de la relación:  $C = \frac{\rho_2 v_2 - \rho_1 v_1}{\rho_2 v_2 + \rho_1 v_1}$  en donde  $\rho_1$  y  $\rho_2$  son las densidades de cada uno de los medios y  $v_1$  y  $v_2$  son las velocidades de la onda en cada medio.

Veamos como de las variaciones de este coeficiente de reflexión, que de hecho son del producto  $\rho v$ , densidad por velocidad, denominado impedancia acústica, se modifica la amplitud de las ondas reflejada y transmitida.

### Tres Casos de Reflexión

Primer Caso: Cuando  $\rho_1 v_1 \gg \rho_2 v_2$  entonces  $C \approx -1$ , por lo tanto la onda transmitida es  $A_t = (1-1)A_i = 0$  y la onda reflejada  $A_r = (+1) A_i = A_i$ . Esto quiere decir que cuando la impedancia acústica del medio 1 es mucho mayor que la del medio 2, la onda incidente se refleja casi totalmente, y la transmisión es casi nula.

Segundo Caso: Si  $\rho_1 v_1 = \rho_2 v_2$  entonces,  $C = 0$  y para este caso, la parte transmitida  $A_t = (1+0)A_i = A_i$ , y la parte reflejada  $A_r = (0) A_i = 0$ ; es decir, que cuando el coeficiente de reflexión es nulo, esto es cuando las impedancias acústicas de los medios es la misma, entonces no hay reflexión alguna, sino que la onda se transmite íntegramente. Esto contribuye favorablemente sin oponerse a la consideración que se hizo de dividir una misma capa estratigráfica en varias de igual espesor, la transmisión a través de éstas es total, sin reflexión.

Tercer Caso: Ahora, cuando  $\rho_2 v_2 \gg \rho_1 v_1$ , entonces  $C \approx 1$ , y por consiguiente, la porción transmitida  $A_t = (1+1)A_i = 2A_i$ ,



y la reflejada  $A_r = (-1)A_i = -A_i$ . Este es un planteamiento equívoco que se denomina paradoja, la cual podemos evitar tomando en consideración la energía. La potencia media incidente por unidad de área es:

(\*)  $\langle P_i \rangle = \frac{1}{2} \rho_1 v_1 (2\pi f)^2 A_i^2$  y la potencia media transmitida por unidad de área:  $\langle P_t \rangle = \frac{1}{2} \rho_2 v_2 (2\pi f)^2 A_t^2$ . Así pues:

$$\langle P_t \rangle = \frac{\frac{\rho_2 v_2}{\rho_1 v_1}}{1 + \frac{\rho_2 v_2}{\rho_1 v_1}} \langle P_i \rangle$$

Entonces, cuando  $\rho_2 v_2 \gg \rho_1 v_1$  esto implica que  $\langle P_t \rangle \approx 0$ , así que prácticamente no hay transmisión de energía a través de la frontera, a pesar del resultado  $A_t = 2A_i$ ; es decir, que la onda incidente es reflejada casi íntegramente con un cambio de fase de  $\pi$ , indicado por el signo  $(-)$ . Se puede ver que también se cumple la relación:

$$\langle P_r \rangle = \left[ \frac{1 - \frac{\rho_2 v_2}{\rho_1 v_1}}{1 + \frac{\rho_2 v_2}{\rho_1 v_1}} \right]^2 \langle P_i \rangle$$

De los tres casos anteriores, observamos que tanto en el caso en que  $\rho_2 v_2 \gg \rho_1 v_1$ , como cuando  $\rho_1 v_1 \gg \rho_2 v_2$  se cumple que  $\langle P_r \rangle \approx \langle P_i \rangle$ ; esto es que casi toda la energía es reflejada al cambiar bruscamente la impedancia acústica, ya sea en aumento o disminución.

### Obtención de la Matriz de Comunicación del Sistema

Consideremos ahora dos fronteras consecutivas, es decir, ---

(\*) La obtención de estas expresiones está en el apéndice 1.

tres medios o capas estratificadas en las cuales el tiempo que emplea la onda en recorrerlas, es el mismo para cada una. Tomemos como unitario el tiempo de recorrido doble (ida y vuelta); entonces, si de la frontera  $J-1$  sale una onda descendente  $d_J(t)$ , al llegar al fondo, o sea la frontera  $J$ , será la misma onda, sólo que con un retraso denotado por  $d_J(t - \frac{1}{2})$ , lo mismo para la onda ascendente  $a_{J+1}(t)$ , que incide en la frontera  $J$ . De esta forma, se puede dibujar la Figura (5), que representa lo anterior.

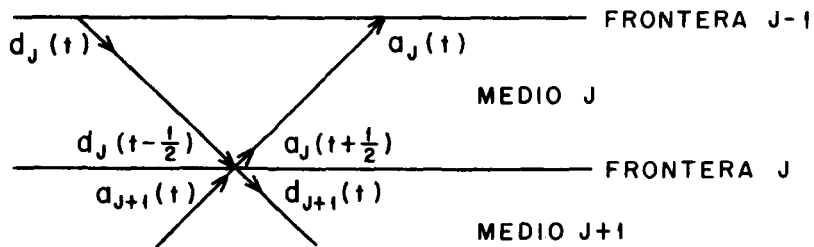


Figura (5)

De acuerdo a las relaciones entre onda incidente reflejada y transmitida, es posible ver que de esta figura podemos obtener una cantidad considerable de relaciones de éstas, dependiendo de cual onda consideremos como incidente. Sólo escribiremos dos de estas relaciones, que son las que convienen al resultado que se podrá ver dentro de pronto.

Si incide la onda  $-d_{J+1}(t)$  se reflejará  $C_J a_{J+1}(t)$  y se transmitirá  $-(1+C_J) d_J(t - \frac{1}{2})$ ; por tanto, se cumple la ecuación:

$$d_{J+1}(t) = -C_J a_{J+1}(t) + (1+C_J) d_J(t - \frac{1}{2}) \quad (1)$$

Ahora, si consideramos que incide la onda  $-a_J(t + \frac{1}{2})$ , se reflejará  $-C_J d_J(t - \frac{1}{2})$  y se transmitirá  $-(1-C_J) a_{J+1}(t)$ , y entonces se cumple:

$$a_J(t + \frac{1}{2}) = C_J d_J(t - \frac{1}{2}) + (1-C_J) a_{J+1}(t) \quad (2)$$

Nos interesa manejar las transformadas de Laplace de estas ecuaciones. Por tanto, si denotamos por  $D(s)$  a la transformada de Laplace de  $d(t)$ , entonces se cumple que  $D_J(s) = \int_0^{\infty} d_J(t) e^{-st} dt$  y la transformada de  $d_J(t - \frac{1}{2})$  será:

$$\int_0^{\infty} d_J(t - \frac{1}{2}) e^{-st} dt$$

$$= \int_0^{\infty} d_J(\tau) e^{-s(\tau + \frac{1}{2})} d\tau = e^{-\frac{1}{2}s} \int_0^{\infty} d_J(\tau) e^{-s\tau} d\tau = e^{-\frac{1}{2}s} D_J(s)$$

Si hacemos  $Z = e^{-s}$ , entonces  $d_J(t - \frac{1}{2}) \longleftrightarrow Z^{\frac{1}{2}} D_J(s)$   
lo mismo para

$$d_J(t) \longleftrightarrow A_J(s)$$

$$d_J(t + \frac{1}{2}) \longleftrightarrow Z^{-\frac{1}{2}} A_J(s)$$

$$d_{J+1}(t) \longleftrightarrow D_{J+1}(s)$$

$$d_{J+1}(t) \longleftrightarrow A_{J+1}(s)$$

Así pues, las transformadas de Laplace de las ecuaciones (1) y (2) son:

$$D_{J+1}(s) = -C_J A_{J+1}(s) + (1 + C_J) Z^{\frac{1}{2}} D_J(s) \quad (3)$$

$$Z^{-\frac{1}{2}} A_J(s) = C_J Z^{\frac{1}{2}} D_J(s) + (1 - C_J) A_{J+1}(s) \quad (4)$$

Si despejamos de (4)  $A_{J+1}(s)$ , obtenemos:

$$A_{J+1}(s) = \frac{-C_J Z^{\frac{1}{2}}}{1 - C_J} D_J(s) + \frac{Z^{-\frac{1}{2}}}{1 - C_J} A_J(s) \quad (5)$$

y sustituyendo este resultado en (3), obtenemos:

$$D_{J+1}(s) = \frac{Z^{\frac{1}{2}}}{1 - C_J} D_J(s) - \frac{C_J Z^{-\frac{1}{2}}}{1 - C_J} A_J(s) \quad (6)$$

Resumiendo las ecuaciones (5) y (6) en una sola matricial, obtenemos:

$$\begin{bmatrix} D_{J+1}(s) \\ A_{J+1}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Z^{\frac{1}{2}}}{1-C_J} & \frac{-C_J Z^{-\frac{1}{2}}}{1-C_J} \\ \frac{-C_J Z^{\frac{1}{2}}}{1-C_J} & \frac{Z^{-\frac{1}{2}}}{1-C_J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_J(s) \\ A_J(s) \end{bmatrix} \quad (7)$$

Este es el resultado que nos proponíamos obtener al escoger - de la Figura (5) esas dos relaciones que aparentemente parecía muy rebuscadas.

Esta ecuación nos permite obtener el resultado por recurrencia, es decir, lo que sucede en la frontera  $J+1$ , lo podemos conocer solamente aplicando la transformación representada por la matriz de comunicación de la ecuación (7), a lo que sucede en la frontera  $J$  y así sucesivamente, o sea que si sabemos lo que sucede en la primera frontera, mediante la aplicación sucesiva de la ecuación (7), podemos conocer lo que sucederá 100, 120 ó 1000 fronteras más adelante, si se quiere.

Pero todavía buscaremos una forma más compacta y cómoda para esta expresión; por ejemplo: la matriz tiene un factor común que podemos sacar:

$$\begin{bmatrix} \frac{Z^{\frac{1}{2}}}{1-C_J} & \frac{-C_J Z^{-\frac{1}{2}}}{1-C_J} \\ \frac{-C_J Z^{\frac{1}{2}}}{1-C_J} & \frac{Z^{-\frac{1}{2}}}{1-C_J} \end{bmatrix} = \frac{Z^{-\frac{1}{2}}}{1-C_J} \begin{bmatrix} Z & -C_J \\ -C_J Z & 1 \end{bmatrix}$$

Si denominamos a  $N_J = \begin{bmatrix} Z & -C_J \\ -C_J Z & 1 \end{bmatrix}$ , entonces la ecuación

(7) queda como:

$$\begin{bmatrix} D_{J+1}(s) \\ A_{J+1}(s) \end{bmatrix} = \frac{\frac{1}{Z^{\frac{1}{2}}}}{1 - C_J} N_J \begin{bmatrix} D_J(s) \\ A_J(s) \end{bmatrix}$$

Si aplicamos sucesivamente esta ecuación para  $J=1,2,3,\dots,k$ , entonces obtenemos:

$$\begin{bmatrix} D_{k+1}(s) \\ A_{k+1}(s) \end{bmatrix} = \frac{\frac{1}{Z^{\frac{k}{2}}}}{(1 - C_k)(1 - C_{k-1}) \cdots (1 - C_2)(1 - C_1)} N_k N_{k-1} \cdots N_2 N_1 \begin{bmatrix} D_1(s) \\ A_1(s) \end{bmatrix} \quad (8)$$

Y obtenemos así las ondas y resultantes en la parte superior del medio estratigráfico  $k+1$ , con sólo conocer las del medio 1, y los coeficientes de reflexión de cada medio.

Denotemos por  $D_0(s)$  y  $A_0(s)$  las transformadas de Laplace de las ondas descendentes y ascendentes  $d_0(t)$  y  $a_0(t)$  respectivamente, en la parte inferior del medio estratigráfico cero.

Para encontrar la relación entre  $D_0(s)$  y  $A_0(s)$  con  $D_1(s)$  y  $A_1(s)$ , usamos la ecuación (7). Haciendo  $J=0$  y debido a que no hay retraso en el tiempo entre las ondas  $d_0(t)$  y  $a_0(t)$  en la parte inferior del medio cero y las ondas  $d_1(t)$  y  $a_1(t)$  en la parte superior del medio 1, entonces  $Z=1$ , y por lo tanto:

$$\begin{bmatrix} D_1(s) \\ A_1(s) \end{bmatrix} = \frac{1}{1 - C_0} \begin{bmatrix} 1 & -C_0 \\ -C_0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_0(s) \\ A_0(s) \end{bmatrix} \quad (9)$$

denotado  $N_0 = \begin{bmatrix} 1 & -C_0 \\ -C_0 & 1 \end{bmatrix}$  y sustituyendo (9) en (8), obtenemos:

$$\begin{bmatrix} D_{k+1}(s) \\ A_{k+1}(s) \end{bmatrix} = \frac{\bar{Z}^{\frac{k}{2}}}{(1-C_k)(1-C_{k-1}) \cdots (1-C_2)(1-C_1)(1-C_0)} N_k N_{k-1} \cdots N_2 N_1 N_0 \begin{bmatrix} D_0(s) \\ A_0(s) \end{bmatrix} \quad (10)$$

### Restricciones del Modelo:

A continuación estableceremos las restricciones finales de este planeamiento, que son: dada una onda descendente  $d_0(t)$  en el semiespacio 0, la cual incide normalmente en un sistema estratificado constituido por K capas equidistantes, y tal que no hay onda ascendente en el semiespacio K+1, es decir,  $A_{k+1}(t) = 0$

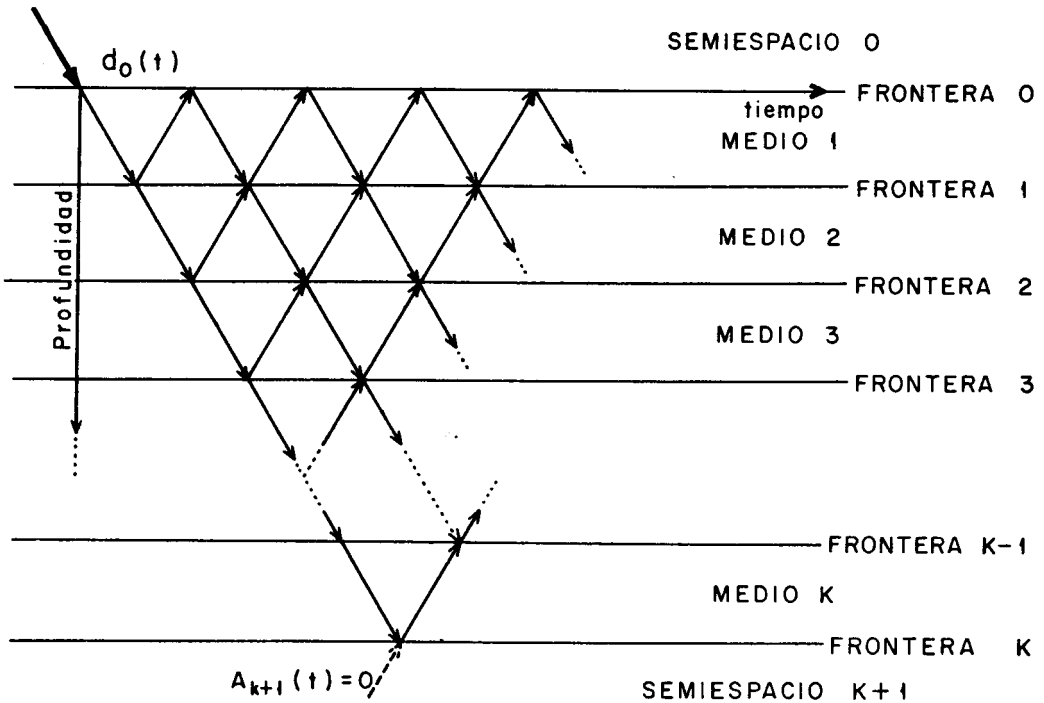


Figura (6).

Sustituyendo  $A_{k+1}(t) = 0$  en la ecuación (10), impondremos la condición de que del semiespacio  $K+1$  no asciende ninguna onda, y así obtenemos:

$$\begin{bmatrix} D_{k+1}(s) \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{\bar{Z}^k}{(1-C_k)(1-C_{k-1}) \cdots (1-C_1)(1-C_0)} N_k N_{k-1} \cdots N_1 N_0 \begin{bmatrix} D_0(s) \\ A_0(s) \end{bmatrix}$$

El producto de matrices  $N_k N_{k-1} \cdots N_1 N_0 =$

$$= \begin{bmatrix} Z & -C_k \\ -C_k Z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z & -C_{k-1} \\ -C_{k-1} Z & 1 \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} Z & -C_1 \\ -C_1 Z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -C_0 \\ -C_0 & 1 \end{bmatrix}$$

se puede agrupar en una matriz de polinomios (en el Apéndice 2 están las fórmulas recursivas de estos polinomios), de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} Z^k P_k(\bar{Z}^1) & Z^k Q_k(\bar{Z}^1) \\ Q_k(Z) & P_k(Z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -C_0 \\ -C_0 & 1 \end{bmatrix} = N_k N_{k-1} \cdots N_1 N_0 \quad (11)$$

Así que la ecuación (10) queda como:

$$\begin{bmatrix} D_{k+1}(s) \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{\bar{Z}^k}{(1-C_k)(1-C_{k-1}) \cdots (1-C_1)(1-C_0)} \begin{bmatrix} Z^k P_k(\bar{Z}^1) & Z^k Q_k(\bar{Z}^1) \\ Q_k(Z) & P_k(Z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -C_0 \\ -C_0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_0(s) \\ A_0(s) \end{bmatrix}$$

Nos conviene descomponer esta ecuación matricial en sus dos -

ecuaciones escalares, de la siguiente forma:

$$D_{k+1}(s) = \frac{\bar{Z}^{\frac{k}{2}} Z^k}{(1-C_k)(1-C_{k-1}) \cdots (1-C_1)(1-C_0)} \left[ \left[ P_k(\bar{Z}^1) - C_0 Q_k(\bar{Z}^1) \right] D_0(s) + \left[ Q_k(\bar{Z}^1) - C_0 P_k(\bar{Z}^1) \right] A_0(s) \right] \quad (12)$$

$$0 = \left[ Q_k(Z) - C_0 P_k(Z) \right] D_0(s) + \left[ P_k(Z) - C_0 Q_k(Z) \right] A_0(s) \quad (13)$$

Para que a continuación despejemos  $A_0(s)$  de la ecuación - 13 y sustituyamos la expresión obtenida en la ecuación (12). Así pues:

$$A_0(s) = \frac{C_0 P_k(Z) - Q_k(Z)}{P_k(Z) - C_0 Q_k(Z)} D_0(s) \quad (14)$$

$$D_{k+1}(s) = \frac{\bar{Z}^{\frac{k}{2}} D_0(s)}{(1-C_k)(1-C_{k-1}) \cdots (1-C_1)(1-C_0)} \frac{Z^k P_k(\bar{Z}^1) P_k(Z) - Z^k Q_k(\bar{Z}^1) Q_k(Z)}{P_k(Z) - C_0 Q_k(Z)} (1-C_0^2) \quad (15)$$

Para simplificar esta expresión, vamos a hacer uso del determinante de la matriz:

$$\begin{aligned} \det.(N_k N_{k-1} \cdots N_2 N_1) &= \det \begin{bmatrix} Z^k P_k(\bar{Z}^1) & Z^k Q_k(\bar{Z}^1) \\ Q_k(Z) & P_k(Z) \end{bmatrix} = \\ &= \det. \begin{bmatrix} Z & -C_k \\ -C_k Z & 1 \end{bmatrix} \det. \begin{bmatrix} Z & -C_{k-1} \\ -C_{k-1} Z & 1 \end{bmatrix} \cdots \det. \begin{bmatrix} Z & -C_2 \\ -C_2 Z & 1 \end{bmatrix} \det. \begin{bmatrix} Z & -C_1 \\ -C_1 Z & 1 \end{bmatrix} = \\ &= Z(1-C_k^2) Z(1-C_{k-1}^2) \cdots Z(1-C_2^2) Z(1-C_1^2) = Z^k P_k(\bar{Z}^1) P_k(Z) - Z^k Q_k(\bar{Z}^1) Q_k(Z). \end{aligned}$$



Substituyendo esta última expresión en la ecuación (15), obtenemos:

$$D_{k+1}(s) = \frac{Z^{\frac{k}{2}} (1+C_k)(1+C_{k-1}) \cdots (1+C_1)(1+C_0)}{P_k(Z) - C_0 Q_k(Z)} D_0(s) \quad (16)$$

Esta expresión nos permite conocer la onda que se transmitirá a través de  $K$  medios estratigráficos, conociendo la onda que incide y los coeficientes de reflexión de frontera. Entonces, la función de transferencia del sistema, desde el punto de vista de la teoría de la comunicación que considera un sistema básicamente constituido por tres partes: entrada, función de transferencia y salida:



En el caso de la sismología, la entrada es el frente de onda compresional; la función de transferencia es el medio estratificado bajo consideración, y la salida es la onda que se transmitió a través de estos estratos. En el modelo considerado, la entrada es  $D_0(s)$ , la salida es  $D_{k+1}(s)$ , y la función de transferencia será:

$$\frac{\text{Salida}}{\text{Entrada}} = \frac{D_{k+1}(s)}{D_0(s)} = \frac{Z^{\frac{k}{2}} (1+C_k)(1+C_{k-1}) \cdots (1+C_1)(1+C_0)}{P_k(Z) - C_0 Q_k(Z)}$$

Sin embargo, lo que interesa es la respuesta en la superficie, es decir, el regreso de la onda que llegó hasta el fondo del medio estratigráfico nuevamente de donde partió. Esto lo planteamos matemáticamente de la siguiente forma:

Si denotamos por  $X_0(t)$  la vibración superficial, es decir, la vibración que ocurre en el semiespacio  $O$ , en la frontera  $O$ , la cual es igual a la suma  $X_0(t) = d_0(t) + a_0(t)$  de la onda incidente  $d_0(t)$ , más la onda ascendente  $a_0(t)$ , esta expresión en transformada de Laplace quedaría como esto:

$$X_0(s) = D_0(s) + A_0(s) \quad (17)$$

Para que de esta ecuación encontremos una relación solamente entre la vibración superficial  $X_0(s)$  y la onda incidente  $D_0(s)$ , nos conviene substituir la ecuación (14) en la ecuación (17), así pues:

$$X_0(s) = \frac{(1+C_0)[P_k(Z) - Q_k(Z)]}{P_k(Z) - C_0 Q_k(Z)} D_0(s) \quad (18)$$

$$\text{Si,} \quad T(Z) = \frac{(1+C_0)[P_k(Z) - Q_k(Z)]}{P_k(Z) - C_0 Q_k(Z)} \quad (19)$$

Finalmente, esta ecuación expresa matemáticamente lo que se planteó al principio, al describir el modelo gráficamente. Esto es, que conociendo la onda incidente a nuestro sistema de capas y sus coeficientes de reflexión, podemos conocer la onda que resulta de todas las reflexiones y transmisiones de la onda incidente, a través de dichos estratos, de vuelta en la superficie donde se originó el disturbio inicial, u onda incidente.

### SOLUCION AL PROBLEMA

Esta solución consistirá en encontrar la función de transferencia  $T(Z)$  para un conjunto de coeficientes de reflexión dado, aplicarla o convolucionarla con la onda que consideramos como incidente y obtener así el sismograma sintético o teórico.

El primer paso es, dados los coeficientes de reflexión  $C_0, C_1, C_2, \dots, C_k$ , evaluar los polinomios  $P_k(Z)$  y  $Q_k(Z)$ ; como se puede ver en el Apéndice (2), estos polinomios se generan recursivamente de acuerdo a las fórmulas:

$$Q_k(Z) = Q_{k-1}(Z) - C_k Z^k [P_{k-1}(Z^{-1})]$$

$$P_k(Z) = P_{k-1}(Z) - C_k Z^k [Q_{k-1}(Z^{-1})]$$

Es posible agregar un poco de claridad al uso de estos polinomios, si hacemos un ejemplo pequeño:

Dados  $C_0$ ,  $C_1$  y  $C_2$ , entonces de la ecuación (11) tenemos que:

$$N_2 N_1 = \begin{bmatrix} Z^2 P_2(\bar{Z}^1) & Z^2 Q_2(\bar{Z}^1) \\ Q_2(Z) & P_2(Z) \end{bmatrix}$$

pero, por otra parte,  $N_2 N_1$  es el producto de las siguientes matrices:

$$N_2 N_1 = \begin{bmatrix} Z & -C_2 \\ -C_2 Z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z & -C_1 \\ -C_1 Z & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z^2 + C_1 C_2 Z & -C_1 Z - C_2 \\ -C_2 Z^2 - C_1 Z & C_1 C_2 Z + 1 \end{bmatrix}$$

Esta misma matriz de polinomios, debemos obtenerla usando directamente las fórmulas recursivas, sin efectuar los productos matriciales, así pues:

Para  $k=0$ , nos conviene tomar las condiciones iniciales siguientes:  $P_0(Z) = 1$  y  $Q_0(Z) = 0$ , para que al tomar  $k=1$ , obtengamos:

$$P_1(Z) = 1 - C_1 Z \left[ Q_0(\bar{Z}^1) \right] = 1 - C_1 Z(0) = 1$$

$$Q_1(Z) = 0 - C_1 Z \left[ P_0(\bar{Z}^1) \right] = 0 - C_1 Z(1) = -C_1 Z$$

y para  $k=2$ :

$$P_2(Z) = P_1(Z) - C_2 Z^2 \left[ Q_1(\bar{Z}^1) \right] = 1 - C_2 Z^2 (-C_1 \bar{Z}^1) = 1 + C_1 C_2 Z$$

$$Q_2(Z) = Q_1(Z) - C_2 Z^2 \left[ P_1(\bar{Z}^1) \right] = -C_1 Z - C_2 Z^2 (1) = -C_1 Z - C_2 Z^2$$

y ademas:

$$Z^2 P_2(\bar{Z}^1) = Z^2(1 + C_1 C_2 \bar{Z}^1) = Z^2 + C_1 C_2 Z$$

$$Z^2 Q_2(\bar{Z}^1) = Z^2(-C_1 \bar{Z}^1 - C_2 \bar{Z}^2) = -C_1 Z - C_2,$$

y finalmente vemos que, si se cumple que formando por un lado el producto de matrices, y por otro los polinomios recursivos, llegamos al mismo resultado, es decir:

$$\begin{bmatrix} Z^2 P_2(\bar{Z}^1) & Z^2 Q_2(\bar{Z}^1) \\ Q_2(Z) & P_2(Z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z^2 + C_1 C_2 Z & -C_1 Z - C_2 \\ -C_2 Z^2 - C_1 Z & C_1 C_2 Z + 1 \end{bmatrix}$$

Teniendo como ventaja el de ahorrarse el producto entre matrices y, por consiguiente, la repetición de operaciones, ya que conociendo - los elementos  $a_{11}$  y  $a_{12}$ , podemos conocer los elementos  $a_{21}$  y  $a_{22}$  de esta matriz  $2 \times 2$   $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$ , y viceversa; esto es debido a la simetría de dicha matriz.

Para poder emplear las calculadores electrónicas en la evaluación de los polinomios recursivos, y posteriormente de la función de transferencia, se han encontrado unas relaciones que facilitan su programación:

$$\text{Dados los polinomios } P_k(Z) = p_1 + p_2 Z + p_3 Z^2 + \dots + p_k Z^{k-1}$$

$$Q_k(Z) = q_2 Z + q_3 Z^2 + q_4 Z^3 + \dots + q_{k+1} Z^k$$

Tales que sus fórmulas recursivas son:

$$P_k(Z) = P_{k-1}(Z) - C_k Z^k Q_{k-1}(\bar{Z}^1)$$

$$Q_k(Z) = Q_{k-1}(Z) - C_k Z^k P_{k-1}(\bar{Z}^1)$$

Desarrollaremos unos términos sobre  $k$ , para encontrar la ley de los pasos repetitivos, denotados por el índice entre paréntesis colocado en la parte superior. Entonces, para  $k=1$ , tenemos que:

$$P_1(Z) = p_1^{(1)} \quad y \quad Q_1(Z) = q_2^{(1)} Z$$

para  $k=2$  :

$$P_2(Z) = p_1^{(1)} - c_2 Z^2 (q_2^{(1)} \bar{Z}^1) = p_1^{(1)} - c_2 q_2^{(1)} Z = p_1^{(2)} + p_2^{(2)} Z$$

$$Q_2(Z) = q_2^{(1)} Z - c_2 Z^2 (p_1^{(1)}) = q_2^{(1)} Z - c_1 p_1^{(1)} Z^2 = q_2^{(2)} Z + q_3^{(2)} Z^2$$

para  $k=3$  :

$$P_3(Z) = p_1^{(2)} + p_2^{(2)} Z - c_3 Z^3 (q_2^{(2)} \bar{Z}^1 + q_3^{(2)} \bar{Z}^2) = p_1^{(2)} + (p_2^{(2)} - c_3 q_3^{(2)}) Z - c_3 q_2^{(2)} Z^2 =$$

$$= p_1^{(3)} + p_2^{(3)} Z + p_3^{(3)} Z^2.$$

$$Q_3(Z) = q_2^{(2)} Z + q_3^{(2)} Z^2 - c_3 Z^3 (p_1^{(2)} + p_2^{(2)} \bar{Z}^1) = q_2^{(2)} Z + (q_3^{(2)} - c_3 p_2^{(2)}) Z^2 - c_3 p_1^{(2)} Z^3 =$$

$$= q_2^{(3)} Z + q_3^{(3)} Z^2 + q_4^{(3)} Z^3.$$

para  $k=n$  :

$$P_n(Z) = p_1^{(n-1)} + p_2^{(n-1)} Z + p_3^{(n-1)} Z^2 + \dots + p_{n-1}^{(n-1)} Z^{n-2} - c_n Z^n (q_2^{(n-1)} \bar{Z}^1 + q_3^{(n-1)} \bar{Z}^2 + \dots + q_n^{(n-1)} \bar{Z}^{n-1}) =$$

$$= p_1^{(n-1)} + (p_2^{(n-1)} - c_n q_n^{(n-1)}) Z + (p_3^{(n-1)} - c_n q_{n-1}^{(n-1)}) Z^2 + (p_4^{(n-1)} - c_n q_{n-2}^{(n-1)}) Z^3 + \dots + (p_{n-1}^{(n-1)} - c_n q_3^{(n-1)}) Z^{n-2} - c_n q_2^{(n-1)} Z^{n-1}. \quad (20)$$

$$Q_n(Z) = q_2^{(n-1)} Z + q_3^{(n-1)} Z^2 + q_4^{(n-1)} Z^3 + \dots + q_n^{(n-1)} Z^{n-1} - c_n Z^n (p_1^{(n-1)} + p_2^{(n-1)} \bar{Z}^1 + p_3^{(n-1)} \bar{Z}^2 + \dots + p_{n-1}^{(n-1)} \bar{Z}^{n-2}) =$$

$$= q_2^{(n-1)} Z + (q_3^{(n-1)} - c_n p_{n-1}^{(n-1)}) Z^2 + (q_4^{(n-1)} - c_n p_{n-2}^{(n-1)}) Z^3 + (q_5^{(n-1)} - c_n p_{n-3}^{(n-1)}) Z^4 + \dots + (q_n^{(n-1)} - c_n p_2^{(n-1)}) Z^{n-1} - c_n p_1^{(n-1)} Z^n \quad (21)$$

Finalmente, de las expresiones (20) y (21), que son más accesibles para ser programadas, se elaboró una subrutina en lenguaje FORTRAN IV, que se denominó como SITE0, la cual calcula los polinomios de recurrencia y la función de transferencia dada por la expresión (19), la cual se obtiene de inmediato con sólo conocer los polinomios recursivos a partir de los coeficientes de reflexión. Además, la subrutina SITE0 calcula las reflexiones primarias, es decir, sólo las ondas ascendentes de cada capa.

### Reflexiones Primarias:

Estas reflexiones son constituidas solamente por las ondas ascendentes de cada capa o medio, como lo muestra la Figura (7).

Debido a que las reflexiones totales son el resultado de la suma de las reflexiones primarias con las llamadas reflexiones múltiples, entonces podemos calcular estas últimas, ya que conocemos las reflexiones totales y las primarias.

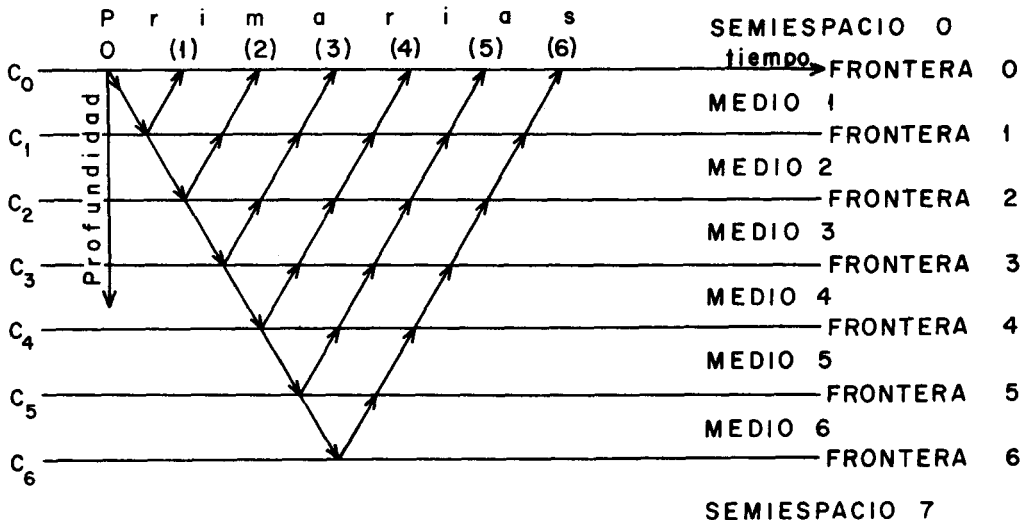


Figura (7).- Reflexiones Primarias

Así pues, dados  $N$  coeficientes de reflexión, esta subrutina

entrega  $N-1$  reflexiones primarias,  $N-1$  reflexiones múltiples, y  $N-1$  reflexiones totales, ya que de hecho la onda incidente parte de la capa 1 muy próxima a la frontera cero; por tanto, la primera reflexión es la denotada por Prim. (1).

### EJEMPLOS

Para comprobar que las relaciones matemáticas obtenidas del planteamiento inicial y el programa que se hizo en FORTRAN IV, versión 2, coinciden, presentamos el siguiente ejemplo numérico:

Dados los coeficientes de reflexión:

$$C_0 = 0.8$$

$$C_1 = 0.1$$

$$C_2 = -0.2$$

$$C_3 = 0.3$$

$$C_4 = -0.4$$

entonces, de las relaciones:

$$P_4(Z) = 1 + (C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_3 C_4) Z + (C_1 C_2 C_3 C_4 + C_1 C_3 + C_2 C_4) Z^2 + C_1 C_4 Z^3.$$

$$Q_4(Z) = -C_1 Z - (C_1 C_2 C_3 + C_1 C_3 C_4 + C_2) Z^2 - (C_1 C_2 C_4 + C_2 C_3 C_4 + C_3) Z^3 - C_4 Z^4.$$

substituyendo obtenemos:

$$P_4(Z) = 1 - 0.2Z + 0.1124Z^2 - 0.04Z^3$$

$$Q_4(Z) = -0.1Z + 0.218Z^2 - 0.332Z^3 + 0.4Z^4.$$

Por lo tanto, la función de transferencia de las reflexiones

totales, es:

$$\begin{aligned}
 T(Z) &= \frac{(1+0.8) [1-0.2Z+0.1124Z^2-0.04Z^3+0.1Z-0.218Z^2+0.332Z^3-0.4Z^4]}{1-0.2Z+0.1124Z^2-0.04Z^3+(0.8) [0.1Z-0.218Z^2+0.332Z^3-0.4Z^4]} = \\
 &= \frac{1.8^{(*)} - 0.18Z - 0.19008Z^2 + 0.5256Z^3 - 0.72Z^4}{1 - 0.12Z - 0.062Z^2 + 0.2256Z^3 - 0.32Z^4} \\
 &= 1.8^{(*)} + 0.036Z - 0.07416Z^2 + 0.1128528Z^3 - 0.14317718Z^4 + \dots
 \end{aligned}$$

Y la función de transferencia de las reflexiones primarias - es:

$$\begin{aligned}
 RP(Z) &= c_0 + (1-c_0^2)c_1Z + (1-c_0^2)(1-c_1^2)c_2Z^2 + (1-c_0^2)(1-c_1^2)(1-c_2^2)c_3Z^3 + \\
 &+ (1-c_0^2)(1-c_1^2)(1-c_2^2)(1-c_3^2)c_4Z^4.
 \end{aligned}$$

Por lo tanto:

$$RP(Z) = 0.8^{(*)} + 0.036Z - 0.07128Z^2 + 0.1026432Z^3 - 0.124540416Z^4.$$

Así pues, la función de transferencia de las reflexiones múltiples, es:

$$T(Z) - RP(Z) = 1.0^{(*)} + 0.0Z - 0.00288Z^2 + 0.0102096Z^3 - 0.018636764Z^4.$$

(\*) Estos valores se toman como cero, ya que no corresponden a la primera - reflexión.



A continuación presentamos un listado del resultado que se --  
obtuvo al usar la subrutina SITE0:

#### EJEMPLO PEQUEÑO USANDO LA SUBROUTINA SITE0

Para corroborar la precisión de los cálculos anteriores, obtenidos a través de la calculadora electrónica, así como la efectividad de las fórmulas y expresiones matemáticas obtenidas, a continuación efectuaremos los cálculos capa por capa,

Así pues, para las reflexiones totales obtenemos:

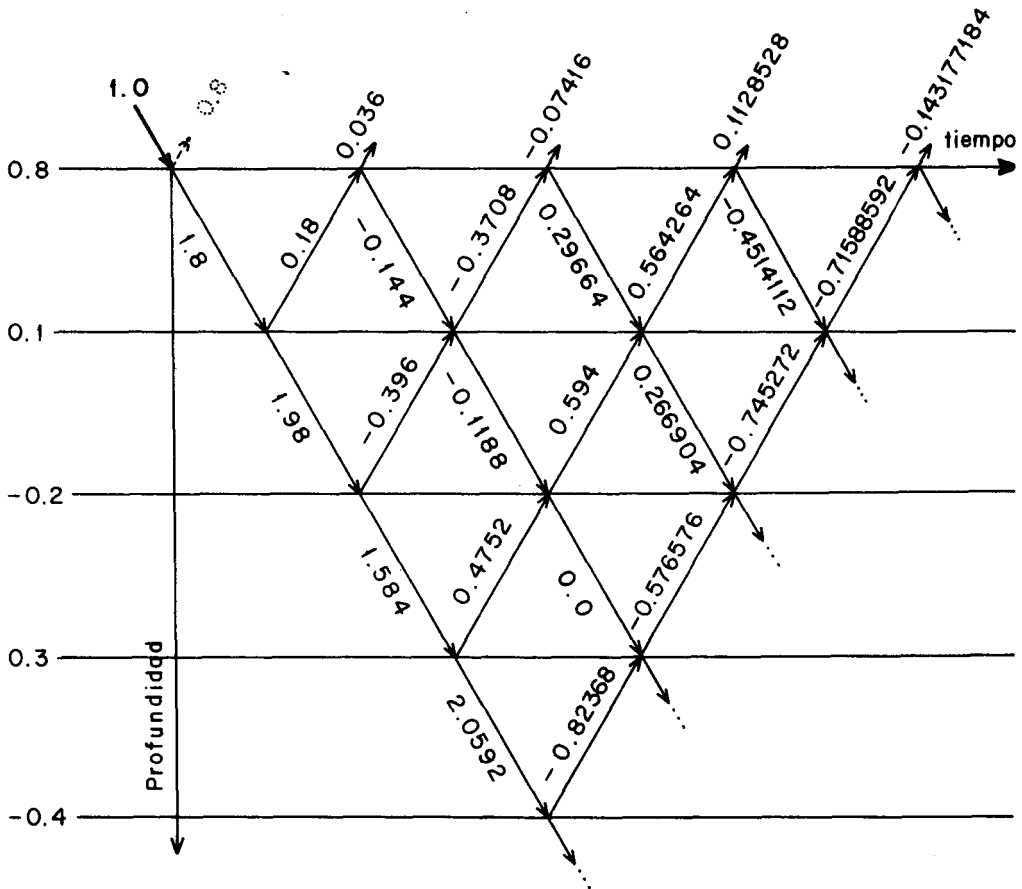


Figura (8).- Un ejemplo de las reflexiones totales.

Para las reflexiones primarias obtenemos:

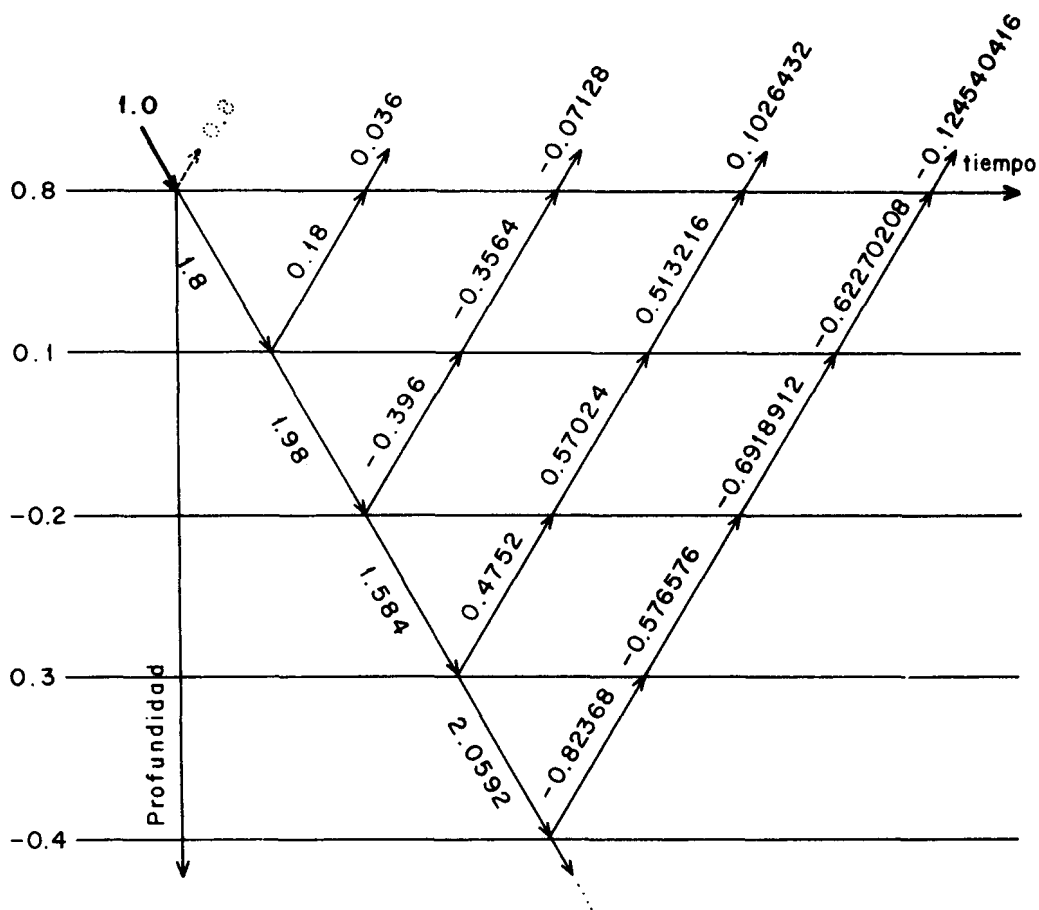


Figura (9).- Un ejemplo de las reflexiones primarias.

Y las reflexiones múltiples quedan de la siguiente manera:

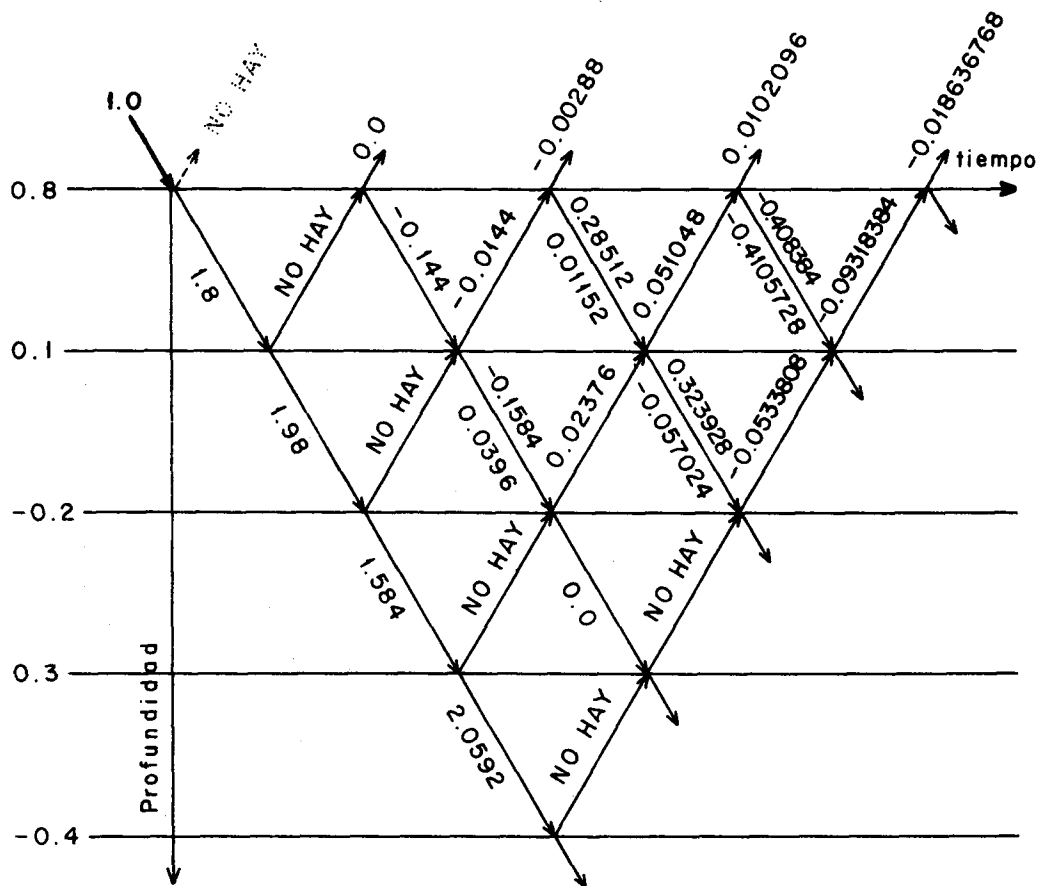


Figura (10).- Un ejemplo de las reflexiones múltiples.

Estas son las gráficas que entrega el programa para la máquina IBM-1130. (Un ejemplo con 100 puntos).

REGISTRO SONICO

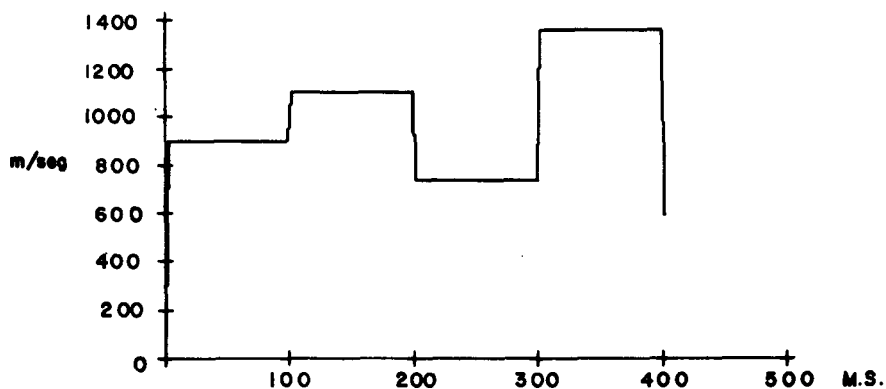


Figura (11).

COEFICIENTES DE REFLEXION

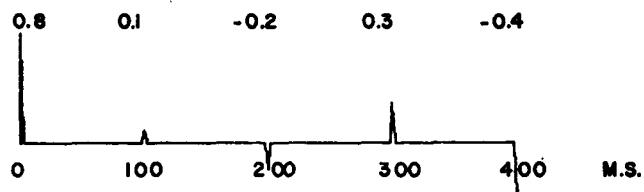
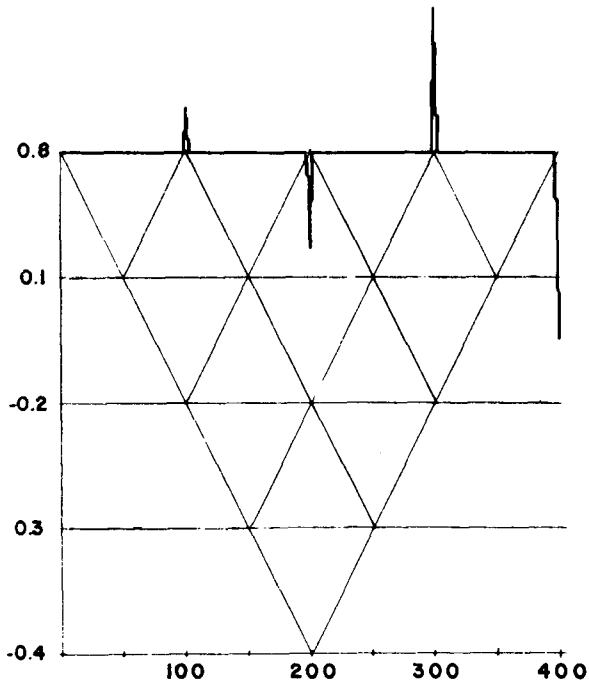
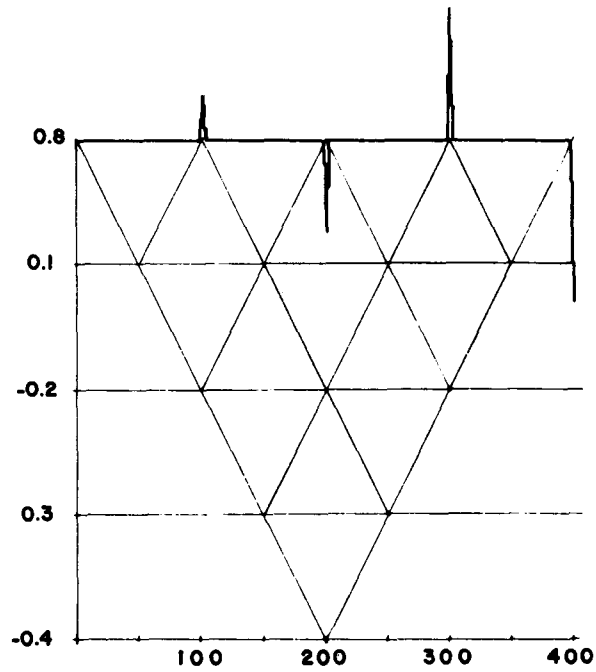


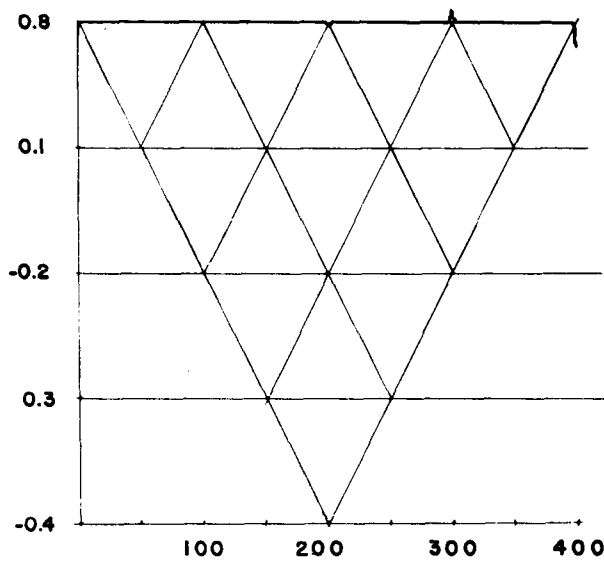
Figura (12)

FUNCIONES DE TRANSFERENCIA O SISMOGRAMAS IMPULSIONALES

Respuesta Total  
Figura (13)



Primarios  
Figura (14)



Múltiples  
Figura (15)

SISMOGRAMAS TEORICOS OBTENIDOS EN LA CONVOLUCION DE LAS FUNCIONES DE TRANSFERENCIA ANTERIORES, CON UNA FORMA DE ONDA.

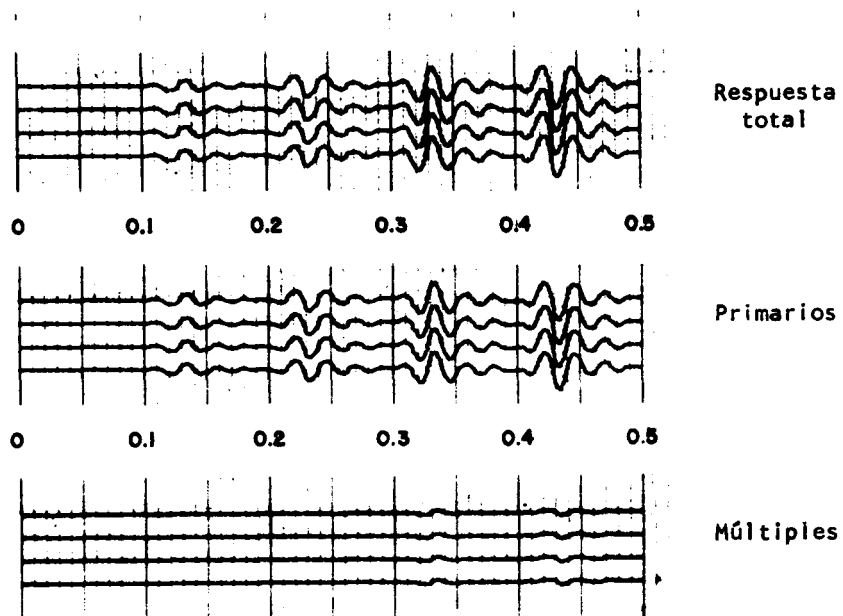


Figura (16).

Después del breve ejemplo anterior que fue presentado así, para poder seguir todos los cálculos paso a paso, a continuación presentamos un ejemplo un poco más grande, con el objeto de poder apreciar parte de la potencialidad del sismograma teórico, que consiste, principalmente, en obtener las reflexiones o eventos primarios totalmente separados de los eventos múltiples, sin interferencia alguna; tal separación permite analizar, por una parte la ubicación y magnitud de los eventos primarios para deducir la forma y profundidad de las capas reflectoras, y por otra, las características de los eventos múltiples de las cuales se pueden escoger los métodos de filtraje, apilamiento, etc., necesarios para suprimir dichos eventos de los registros de campo, dentro de una vecindad razonable al lugar del cual se obtuvo el sismograma teórico.

En la figura (17) se muestra la velocidad de seis capas o estratos, que por lo general es creciente con la profundidad. Luego aparecen los coeficientes de reflexión obtenidos de las velocidades anteriores; nótese que a 60 y 80 milisegundos hay dos cambios de velocidad, acusados por los coeficientes de reflexión. Sin embargo, a la escala de la gráfica, no son perceptibles dichos cambios de velocidad.

La Figura (18) muestra el resultado de la graficación de las funciones de transferencia a la respuesta total, primarios y múltiples, -- obtenidas de los coeficientes de reflexión, como se mostró en el ejemplo anterior.

En la Figura (19) tenemos el resultado de la convolución de una onda incidente con cada una de las funciones de transferencia y obtener así los sismogramas teóricos de la respuesta total de los eventos primarios y los múltiples.

Nótese que el evento que aparece en la respuesta total entre los tiempos 0.84 y 0.9, se podría confundir con una reflexión o evento primario; sin embargo, es una reflexión o evento múltiple.



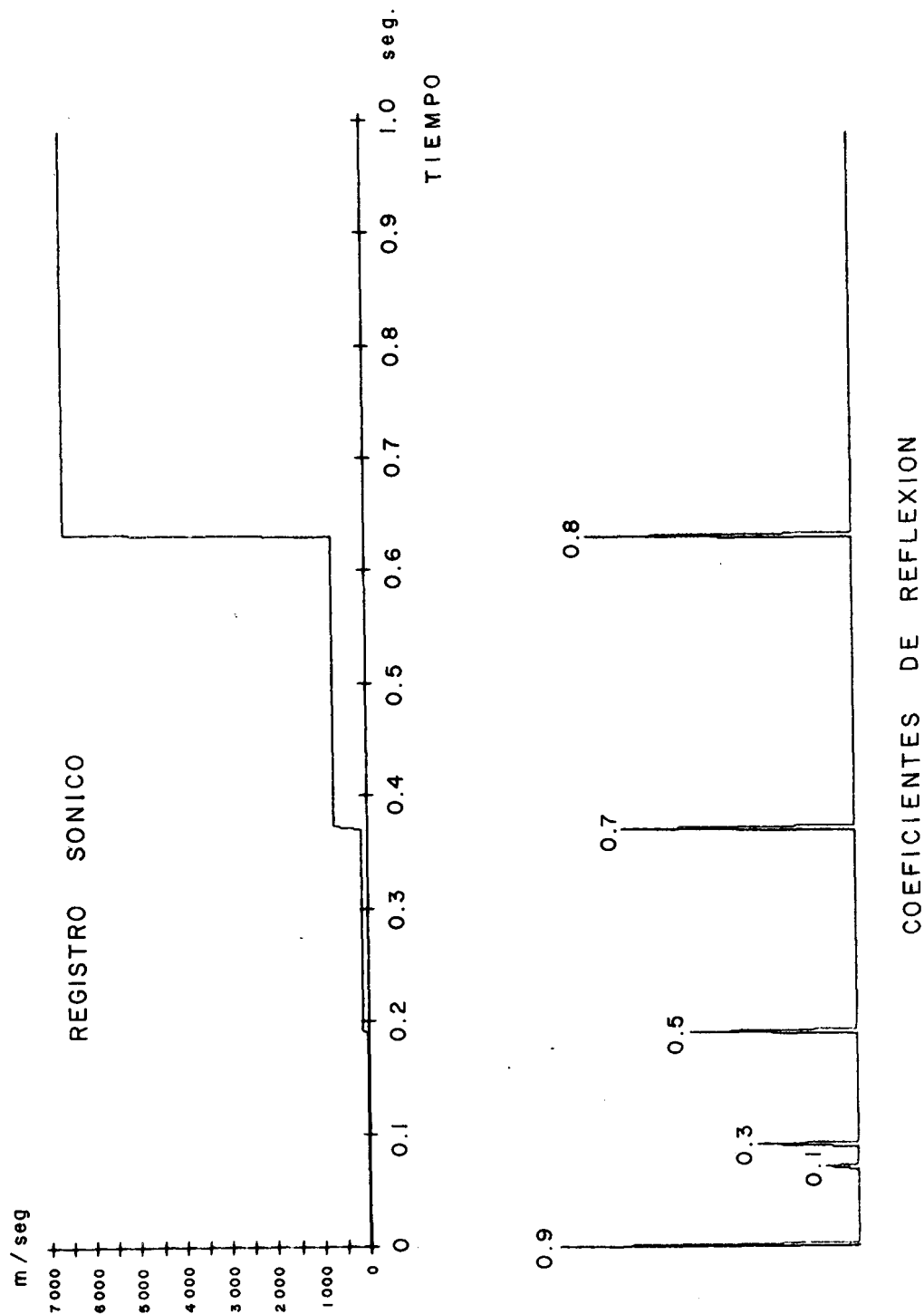


Figura 17.- Gráficas de los cambios de velocidad del segundo ejemplo, y de los coeficientes de reflexión correspondientes.

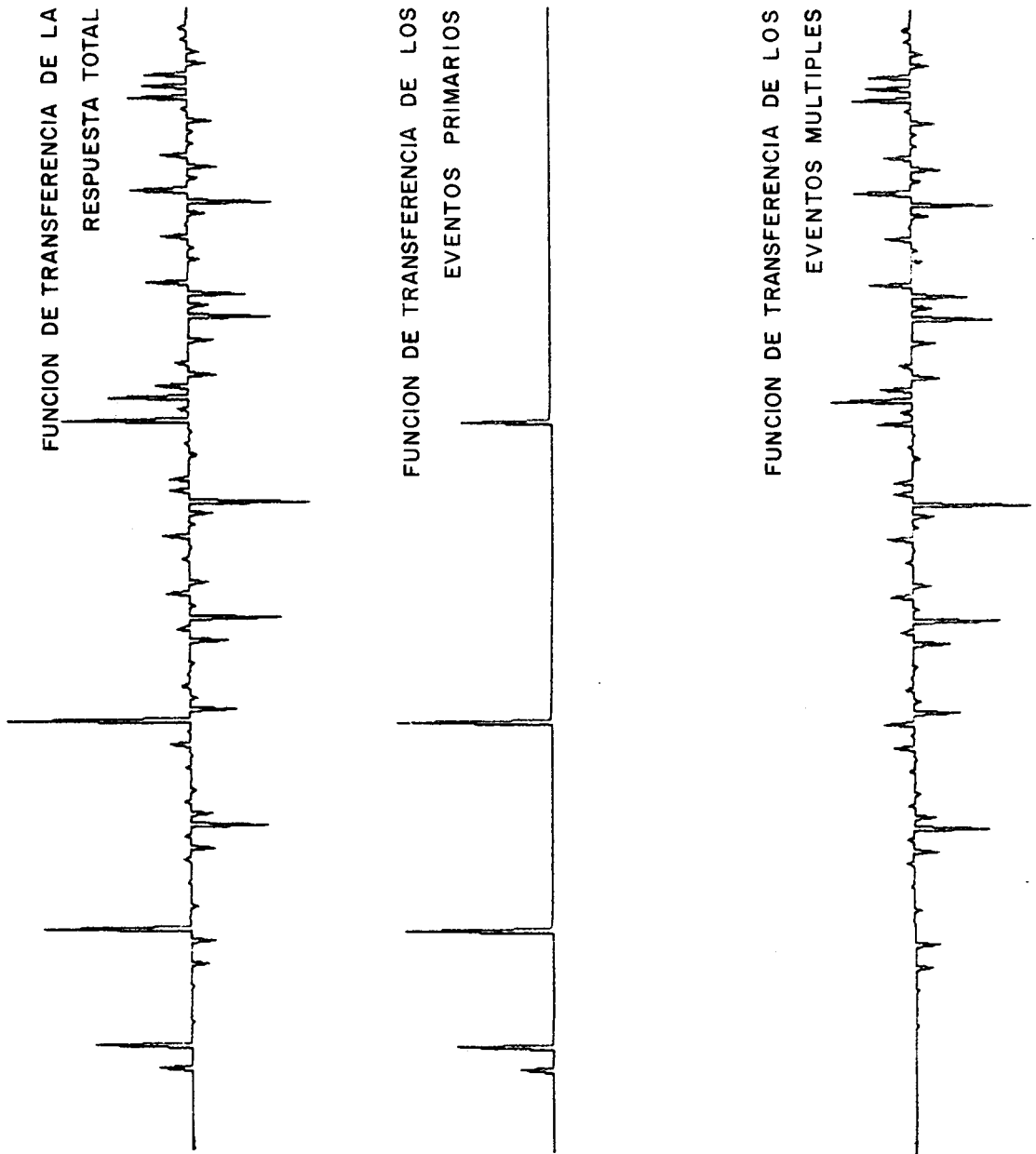


Figura 18.- Gráficas de las funciones de transferencia obtenidas de los coeficientes de reflexión anteriores.

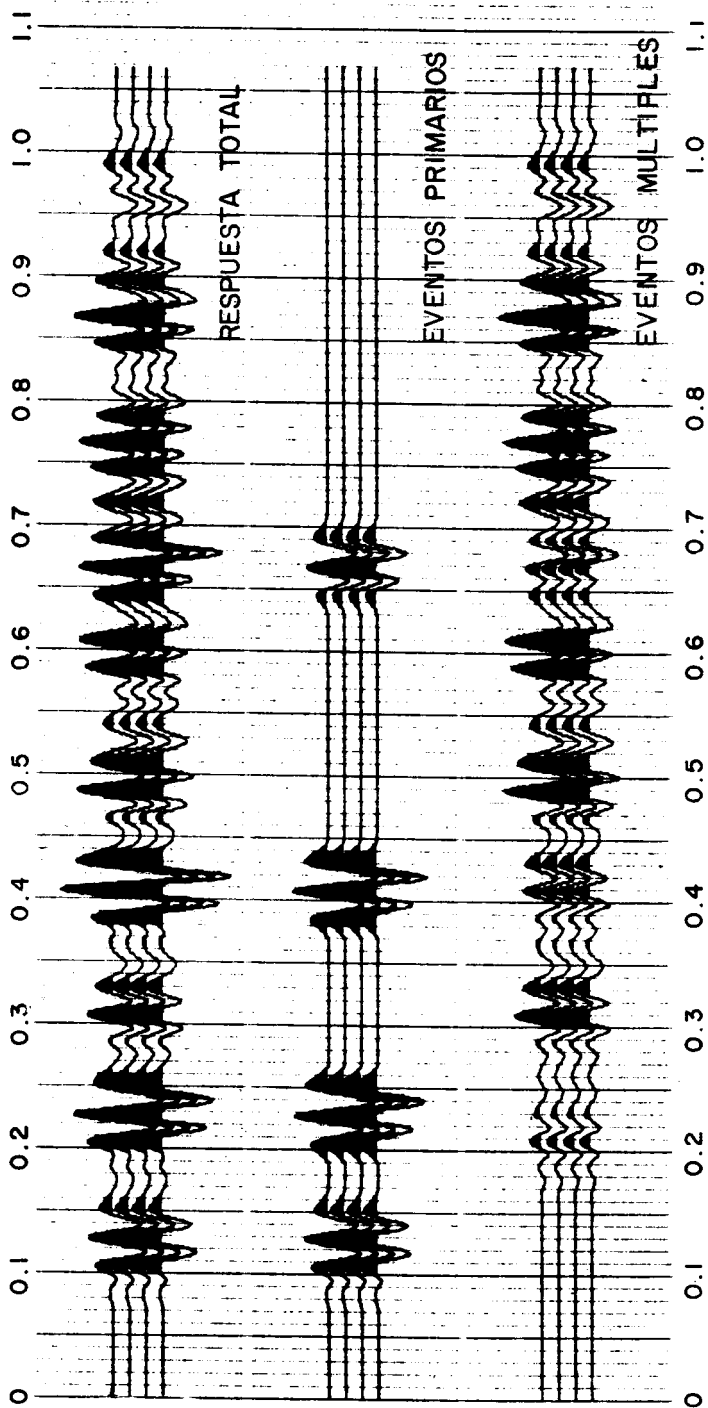


Figura 19.- Sismogramas teóricos obtenidos de la convolución de una onda incidente y las funciones de transferencia anteriores.

PROGRAMA PARA CALCULAR EL SISMOGRAMA TEORICO, A PARTIR DEL  
REGISTRO SONICO O VARIACION DE LA VELOCIDAD DE PROPAGACION  
DEL SONIDO EN EL MEDIO ESTRATIFICADO BAJO CONSIDERACION.

=====

Descripción del Programa

Este programa puede graficar, si se desea, el registro sónico; a continuación calcula los coeficientes de reflexión, siendo optativa su graficación. Luego a partir de éstos calcula las funciones de transferencia de los eventos primarios, múltiples y respuesta total.

Si se quiere, se pueden sacar estas funciones por tarjeta perforada, por si se desea aplicarles algunas formas de onda, aparte de la -- que se les aplica con este programa.

También es optativo el graficar estas funciones y convolucionarlas con un pulso de Ricker de cualquier período, o con alguna forma de onda particular, y a continuación grafica los sismogramas teóricos de los eventos primarios, múltiples y respuesta total.

Si hay más registros sónicos por procesar, puede seguir con el proceso sin interrupción, para evitar el que se tenga que leer el programa y compilar cada vez.

El programa requiere de las siguientes subrutinas:

- |       |  |
|-------|--|
| IMPRI | Para imprimir los parámetros que controlan los distintos pasos del programa, con el objeto de rastrear el error que pudiera presentarse al meter los datos mal perforados. |
| VEYCO | Para calcular los coeficientes de reflexión a partir del registro sónico.  |

GRVEL	Para graficar el registro sónico; requiere de las subrutinas MIDE y PINTA.
ITSYC	Para imprimir títulos como: el nombre del pozo del registro - sónico, coeficiente de reflexión, etc.
SITEO	Para calcular la(s) función(es) de transferencia de los eventos primarios (múltiples y respuesta total); requiere de la subrutina DECON.
IFDTR	Para imprimir la(s) función(es) de transferencia de los eventos primarios (múltiples y respuesta total).
IPFTR	Para perforar en tarjeta la(s) función(es) de transferencia de los eventos primarios (múltiples y respuesta total).
GRAST	Para graficar la(s) función(es) de transferencia de los eventos primarios (múltiples y de respuesta total). Calcula, si se desea, un pulso de Ricker del período aparente que se elija, y lo convoluciona con la(s) función(es) de transferencia de los eventos primarios (y respuesta total). Si no se quiere usar un pulso de Ricker, lee el pulso que se le dé, y lo convolucionará de la misma manera.

A continuación grafica los sismogramas teóricos de los eventos primarios, múltiples y respuesta total, simulando un sismograma de campo con la presentación de las trazas que se --- quieran por pulgada; requiere de las subrutinas MIDE, PINTA, RIKER y CONVO.

#### DATOS QUE REQUIERE EL PROGRAMA

Lee por tarjeta los siguientes datos:

1a. tarjeta: 80 columnas en alfanumérico, con el nombre del pozo, zona, fe

cha, etc.

2a. tarjeta: Lleva 16 constantes enteras de 4 dígitos cada una:

NDATA            Número de datos del registro sónico.

IFGRF {    > 0 Llama a la subrutina GRAST  
         ≤ 0 No la llama

IFPER {    > 0 Llama a la subrutina IPFTR  
         ≤ 0 No la llama

IFMAS {    > 0 Para ejecutar nuevamente todo el proceso  
         ≤ 0 Termina el proceso

LEJE  
IPLU }        Controles para la subrutina PINTA.  
NT

IFGRC {    > 0 Llama la subrutina GRACO  
         ≤ 0 No la llama

ICALC {    > 0 Llama la subrutina SITEO  
         ≤ 0 No la llama

NR IK {    > 0 Número de puntos de la forma de onda que se usará para con-  
             volucionar con las funciones de transferencia.  
         ≤ 0 Calculará un pulso de Ricker

IPULS {    > 0 Convoluciona las funciones de transferencia con la forma de  
             onda que se le dé.  
         ≤ 0 Convolucionará con un pulso de Ricker del período que se ha-  
             ya elegido.

IFGRV  $\left\{ \begin{array}{l} > 0 \text{ Llama la subrutina GRVEL} \\ \leq 0 \text{ No la llama} \end{array} \right.$

IN                      Parámetro para la subrutina PINTA

IPRIN  $\left\{ \begin{array}{l} > 0 \text{ Llama la subrutina IMPRI} \\ \leq 0 \text{ No la llama} \end{array} \right.$

LEJV                    Parámetro para la subrutina PINTA

IFPRS  $\left\{ \begin{array}{l} > 0 \text{ Calcula sólo los eventos primarios} \\ \leq 0 \text{ Calcula los eventos primarios, múltiples y respuesta total.} \end{array} \right.$

3a. tarjeta: Lee 12 constantes reales (Ver formato No. 5 en el programa).

PX                      Pulgadas en 100 m.s., según la escala de tiempo.

PY                      Pulgadas en que se quiere la amplitud máxima.

YINC                    Parámetro para la subrutina PINTA, el que dará la presentación.

ORIGN                   Parámetro para la subrutina PINTA.

YMED                    Parámetro para la subrutina PINTA.

DELTA                   Intervalo de muestreo en segs.

PERI                    Período aparente del pulso de Ricker.

POLAD                   Parámetro para la subrutina RIKER.

ESPAc                   Parámetro para la subrutina PINTA.

VCERO                   Velocidad en el semiespacio cero. Por lo general, es en el aire.

PYV            Parámetro para la subrutina PINTA.

RDVV          Parámetro para la subrutina PINTA.

A continuación leerá NDATA puntos del registro sónico de --  
acuerdo al formato que se le dé. (Formato No. 1 del programa  
principal).

### RESULTADOS QUE ENTREGA LA MAQUINA

- 1            Imprime todos los parámetros para el control de dicho programa. (Opcional).
- 2            Grafica el registro sónico. (Opcional).
- 3            Grafica los coeficientes de reflexión. (Opcional).
- 4            Imprime el registro sónico y coeficientes de reflexión. ( No opcional).
- 5            Imprime la(s) función(es) de transferencia de los eventos primarios (múltiples y respuesta total) (No opcional).
- 6            Perfora tarjetas: La(s) función(es) de transferencia. (Opcional).
- 7            Grafica la(s) función(es) de transferencia, la(s) convolucionada con la forma de onda que haya leído; de lo contrario, convolucionará con un pulso de Ricker, graficará el (los) sismograma(s), simulando un sismograma de campo (Opcional).



C  
C  
C  
C  
C  
C  
CPROGRAMA PARA CALCULAR EL SISMOGRAMA TEORICO  
A PARTIR DEL REGISTRO SONICO

```

    DIMENSION ITIT(80),RIK(40),DATOS(725),REFLE(725),SINT(725)
    DIMENSION CONT(725)
  1  FORMAT(11F7.2)
  2  READ(8,3)ITIT
  3  FORMAT(80A1)
    READ(8,4)NDATA,IFGRF,IFPER,IFMAS,LEJE,IPLU,NT,IFGRC,ICALC,NRIK,IPU
    -LS,IFGRV,IN,IPRIN,LEJV,IFPRS
  4  FORMAT(20I4)
    READ(8,5)PX,PY,YINC,ORIGN,YMED,DELTA,PERI,POLAD,ESPA,VCERO,PYV,RD
    /VV
  5  FORMAT(10F8.0)
    RDIV=1.0/(10.0*DELTA)
    READ(8,1)(DATOS(I),I=1,NDATA)
    IF(IPRIN)7,7,6
  6  CALL IMPRI(NDATA,IFGRF,IFPER,IFMAS,LEJE,RDIV,IPLU,NT,IFGRC,ICALC,I
    *FGRV,IN,LEJV,IFPRS,PX,PY,YINC,ORIGN,YMED,DELTA,PERI,POLAD,ESPA,VC
    -ERO,PYV,RDVV)
  7  CALL VEYCO(NDATA,REFLE,DATOS,VCERO)
    IF(IFGRV)9,9,8
  8  CALL GRVEL(NDATA,SINT,DATOS,VCERO,PYV,PX,DELTA,RDIV,IN,ORIGN,YMED,
    /LEJV,RDVV)
  9  IF(IFGRC)11,11,10
 10  CALL GRACO(NDATA,REFLE,PX,PY,DELTA,IN,ORIGN,YMED)
 11  IF(NRIK)13,13,12
 12  READ(8,1)(RIK(I),I=1,NRIK)
 13  CALL ITSYC(ITIT,DATOS,REFLE,NDATA)
    IF(ICALC)18,18,14
 14  CALL SITEO(NDATA,CONT,SINT,DATOS,REFLE,IFPRS)
    ICERO=-2
    CALL IFDTR(DATOS,CONT,SINT,NDATA,IFPRS)
    IF(IFPER)16,16,15
 15  CALL IPFTR(DATOS,CONT,SINT,NDATA,IFPRS)
 16  IF(IFGRF)18,18,17
 17  CALL GRAS(NDATA,PX,PY,DELTA,LEJE,RDIV,IPLU,ORIGN,YMED,NT,YINC,ESP
    1AC,RIK,CONT,SINT,DATOS,REFLE,PERI,POLAD,ICERO,NRIK,IPULS,IN,IFPRS)
 18  IF(IFMAS)19,19,2
 19  CALL EXIT
    END

```

FEATURES SUPPORTED  
 ONE WORD INTEGERS  
 EXTENDED PRECISION  
 ICCS

CORE REQUIREMENTS FOR  
 COMMON 0 VARIABLES 8958 PROGRAM 316

END OF COMPILATION

// XEQ L  
 R 41 3872 (HEX) WDS UNUSED BY CORE LOAD  
 CALL TRANSFER VECTOR

PAGE 3

EXPB	4210
ELN	4320
PCINT	42E8
EEXP	420E
EAXB	41DD
EGRID	417F
EPL0T	413A
SCALE	412E
EABS	4122
CONVC	3F12
RIKER	3E98
DECON	3DAA
PINTA	3C29
MIDE	3B5C
GRAST	3690
IPFTR	357B
IFDTR	3506
SITEC	324B
ITSYC	323B
GRACO	31A6
GRVEL	3109
VEYCO	3097
IMPRI	3015

LIBF TRANSFER VECTOR

EMOVE	397D
ERULE	3953
EGETP	429A
EDIVX	3AC2
XDD	40D8
EBCTB	40D5
HOLTB	4099
GETAD	4056
PLCTX	3FB0
NORM	3F86
ESBR	3D86
ESBRX	3D82
EMPYX	2E7E
SNR	3C7A
SICIX	26CD
EADDX	38DF
ESUBX	38D3
ESUB	38CE
SCCMP	2714
SWRT	2638
SUBIN	3B14
EDIV	3AC6
FARC	3AA0
XMD	3A5E
HGLEZ	3A28
ESTOX	2E50
ELDX	2E66
PLCTI	3A16
XYPLT	39B8
EINC	39A4
EADD	38D9
FLCAT	38C4
IFIX	3898
SICFX	2736
SUBSC	2EC8

PAGE 4

EDVR	2E84
EMPY	2E82
SIOF	2710
SIOI	273A
SIOAI	273F
SRED	263D
ESTO	2E54
ELD	2E6A
PNCHZ	2E08
READZ	2DCE
VCHRI	2882
PRNZ	2AC8
SFIO	274D

SYSTEM SUBROUTINES

ILS04	00C4
ILS03	43B3
ILS02	00B3
ILS00	43C9

2511 (HEX) IS THE EXECUTION ADDR

Tiempo de Ejecución:

(Para 100 puntos)

- 1':29" Para leer el programa, compilarlo, y grabar todas las subrutinas, tanto del sistema como las del programa, del disco a la memoria principal, así como la lectura de todos los datos incluyendo el registro sónico.
- 1':25" En ejecutar: el cálculo de los coeficientes de reflexión, graficar el registro sónico y los coeficientes de reflexión, calcular las funciones de transferencia de las reflexiones totales, múltiples y primarias, así como imprimirlas.
- 0:36" En generar un pulso de Ricker con período aparente muestreado cada 2 m.s., convolucionar cada una de las funciones (excepto para la de eventos múltiples), de transferencia con este pulso, imprimir el resultado y graficar el sismograma (simulado con cuatro trazas) teórico para cada caso: total, múltiples y primarios.

Tiempo Total: 3':30".

EQUIPO EMPLEADO:

IBM-1131-5501352	Procesador Central
IBM-1403	Impresora
IBM-1442	Perforadora
IBM-2501	Lectora
IBM-1627-11	Graficadora

Debido a que la convolución para funciones de variable discreta, es de hecho la operación producto de polinomios, y debido a que el conjunto de polinomios sobre los reales constituye un anillo, con las operaciones reales, entonces la operación suma distribuye a la operación producto, por lo tanto, dados los polinomios  $P(x)$ ,  $T(x)$  y  $R(x)$ , se cumple

que:

$$\left[ T(x) + P(x) \right] R(x) = T(x)R(x) + P(x)R(x)$$

Así pues, si  $P(x)$  es la función de transferencia de los eventos primarios y  $T(x)$  la de los eventos totales, entonces, como ya se había dicho, la función de transferencia de los eventos múltiples  $M(x)$  se obtiene de la expresión:

$$M(x) = T(x) - P(x)$$

Si  $R(x)$  es una forma de onda cualquiera, entonces el sismograma teórico de los eventos primarios es la convolución:  $P(x)R(x)$ , y el sismograma teórico de la respuesta total es:  $T(x)R(x)$

De lo anterior expuesto, se deduce que el sismograma teórico de los eventos múltiples se obtiene de las expresiones:

$$M(x)R(x) = \left[ T(x) - P(x) \right] R(x)$$

y como se cumple que:

$$\left[ T(x) - P(x) \right] R(x) = T(x)R(x) - P(x)R(x).$$

De esta última expresión obtenemos un considerable ahorro en operaciones, y por consiguiente, en tiempo de máquina en la calculadora -- electrónica, ya que para obtener tres sismogramas teóricos, de los eventos primarios, múltiples y respuesta total, no es necesario efectuar tres procesos de convolución, de cada función de transferencia, con la forma de onda que se esté empleando, sino que basta convolucionar los eventos primarios y la respuesta total con la forma de onda y la que sería una tercera

convolución, se cambia por una simple diferencia de las dos convoluciones que se obtuvieron.

De esta manera, se ha obtenido una considerable optimización en el programa con el que se obtienen los sismogramas teóricos (Pág. 40).

Como ejemplo, se puede ver que para convolucionar dos polinomios, uno con 100 coeficientes y otro con 20, implica efectuar 2,000 multiplicaciones y 1,900 sumas, lo cual hemos substituido por 119 diferencias.

APENDICE 1.

Dada la onda incidente  $g_i = A_i e^{2\pi j f(\tau - y/v_1)}$   
 el desplazamiento elástico de la onda reflejada nuevamente hacia el medio  
 1, se puede representar por:

$$g_r = A_r e^{2\pi j f(\tau + y/v_1)}$$

Mientras que el desplazamiento elástico de la onda transmiti-  
 da al medio 2, se representa por:

$$g_t = A_t e^{2\pi j f(\tau - y/v_2)}$$

Siendo la deformación elástica normal en la frontera:

$$E \frac{\delta g}{\delta y} \quad \forall \tau \text{ (tiempo)}$$

donde  $E$  es un módulo de elasticidad, que generalmente es diferente para  
 cada uno de los medios.

Entonces, la potencia  $P$  por unidad de área transferida por  
 la radiación es proporcional al producto de la derivada parcial de  $g$  res-  
 pecto al tiempo, y la derivada parcial espacial de  $g$ , es decir:

$$P = E \frac{\delta g}{\delta \tau} \frac{\delta g}{\delta y}$$

Entonces la potencia media incidente por unidad de área es:

(Lindsay, 1967, pp. 77).

$$\langle P_i \rangle = \frac{1}{2} \rho_1 v_1 \omega^2 A_i^2, \quad \text{donde } \omega = 2\pi f$$

Mientras que la potencia media por unidad de área transmitida es:

$$\langle P_t \rangle = \frac{1}{2} \rho_2 v_2 \omega^2 A_t^2.$$

Entonces:

$$\langle P_t \rangle = \frac{4 \frac{\rho_2 v_2}{\rho_1 v_1}}{1 + \frac{\rho_2 v_2}{\rho_1 v_1}} \langle P_i \rangle$$

De manera similar:

$$\langle P_r \rangle = \left[ \frac{1 - \frac{\rho_2 v_2}{\rho_1 v_1}}{1 + \frac{\rho_2 v_2}{\rho_1 v_1}} \right]^2 \langle P_i \rangle$$



APENDICE 2.

Dada la matriz  $\begin{bmatrix} Z & -C_1 \\ -C_1 Z & 1 \end{bmatrix}$ , la igualamos a la matriz de polinomios:

$$\begin{bmatrix} Z & -C_1 \\ -C_1 Z & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1(Z) & G_1(Z) \\ Q_1(Z) & P_1(Z) \end{bmatrix}$$

Entonces:  $F_1(Z) = Z$  ;  $G_1(Z) = -C_1$  ;  $Q_1(Z) = -C_1 Z$  ;  $P_1(Z) = 1$

Podemos ver que  $G_1(Z) = Z Q_1(\bar{Z}^1) = Z(-C_1 \bar{Z}^1) = -C_1$

y que  $F_1(Z) = Z P_1(\bar{Z}^1) = Z \cdot 1 = Z$ .

Entonces:

$$\begin{bmatrix} Z & -C_1 \\ -C_1 Z & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z P_1(\bar{Z}^1) & Z Q_1(\bar{Z}^1) \\ Q_1(Z) & P_1(Z) \end{bmatrix}$$

Ahora calculemos el producto

$$N_2 N_1 = \begin{bmatrix} Z & -C_2 \\ -C_2 Z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z & -C_1 \\ -C_1 Z & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z^2 + C_1 C_2 Z & -C_1 Z - C_2 \\ -C_2 Z^2 - C_1 Z & C_1 C_2 Z + 1 \end{bmatrix}$$

De la misma manera igualamos con la matriz de polinomios si-

guiente:

$$\begin{bmatrix} Z^2 + C_1 C_2 Z & -C_1 Z - C_2 \\ -C_2 Z^2 - C_1 Z & C_1 C_2 Z + 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_2(Z) & G_2(Z) \\ Q_2(Z) & P_2(Z) \end{bmatrix}$$

Entonces vemos que:

$$G_2(Z) = Z^2 Q_2(\bar{Z}^1) = Z^2(-c_2 \bar{Z}^2 - c_1 \bar{Z}^1) = -c_2 \bar{Z} - c_1 Z$$

y que:  $F_2(Z) = Z^2 P_2(\bar{Z}^1) = Z^2(c_1 c_2 \bar{Z}^1 + 1) = c_1 c_2 Z + Z^2$

Así que:

$$N_2 N_1 = \begin{bmatrix} Z^2 P_2(\bar{Z}^1) & Z^2 Q_2(\bar{Z}^1) \\ Q_2(Z) & P_2(Z) \end{bmatrix}.$$

Análogamente, para  $k-1$  matrices, igualamos de la siguiente manera:

$$N_{k-1} N_{k-2} \cdots N_2 N_1 = \begin{bmatrix} Z^{k-1} P_{k-1}(\bar{Z}^1) & Z^{k-1} Q_{k-1}(\bar{Z}^1) \\ Q_{k-1}(Z) & P_{k-1}(Z) \end{bmatrix}$$

Para encontrar la manera en que se generan estos polinomios recursivamente, hacemos el producto siguiente:

$$\begin{bmatrix} Z & -c_1 \\ -c_1 Z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z^{k-1} P_{k-1}(\bar{Z}^1) & Z^{k-1} Q_{k-1}(\bar{Z}^1) \\ Q_{k-1}(Z) & P_{k-1}(Z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z^k P_k(\bar{Z}^1) & Z^k Q_k(\bar{Z}^1) \\ Q_k(Z) & P_k(Z) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Z^k P_{k-1}(\bar{Z}^1) - c_k Q_{k-1}(Z) & Z^k Q_{k-1}(\bar{Z}^1) - c_k P_{k-1}(Z) \\ -c_k Z^k P_{k-1}(\bar{Z}^1) + Q_{k-1}(Z) & -c_k Z^k Q_{k-1}(\bar{Z}^1) + P_{k-1}(Z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z^k P_k(\bar{Z}^1) & Z^k Q_k(\bar{Z}^1) \\ Q_k(Z) & P_k(Z) \end{bmatrix}$$

Entonces:  $Q_k(Z) = Q_{k-1}(Z) - C_k Z^k P_{k-1}(\bar{Z}^1)$

$$P_k(Z) = P_{k-1}(Z) - C_k Z^k Q_{k-1}(\bar{Z}^1)$$

Ejemplo:

Para  $k=2$  y sabiendo que  $P_1(Z) = 1$  y  $Q_1(Z) = -C_1 Z$   
 entonces  $P_2(Z) = P_1(Z) - C_2 Z^2 Q_1(\bar{Z}^1) = 1 - C_2 Z^2 (-C_1 \bar{Z}^1) = 1 + C_1 C_2 Z$   
 $Q_2(Z) = Q_1(Z) - C_2 Z^2 P_1(\bar{Z}^1) = -C_1 Z - C_2 Z^2 (1) = -C_1 Z - C_2 Z^2$

lo cual se indicó en la página 17.

## B I B L I O G R A F I A

## SEISMIC WAVE PROPAGATION IN LAYERED MEDIA IN TERMS OF COMMUNICATION THEORY.

S. Treitel and E. A. Robinson

Geophysics, Vol. XXXI, No. 1, Febrero 1966, pp. 17-32

## BASIC EQUATIONS FOR SYNTHETIC SEISMOGRAMS USING THE Z TRANSFORM APPROACH.

E. A. Robinson

Geophysics, Vol. XXXIII, No. 3, Junio 1968

## MULTICHANNEL TIME SERIES ANALYSIS WITH DIGITAL COMPUTER PROGRAMS.

E. A. Robinson

Holden-Day, Inc.

## SONIC LOGGING.

Schlumberger

Well Surveying Corp. Tixier, G. Z.

## RECENT ADVANCES IN DIGITAL PROCESSING OF GEOPHYSICAL DATA.

Dr. Roy O. Lindseth

Computer Data Processors, Ltd.

Calgary, Alberta, Canadá. Octubre 1969.

## PRIMER SEMINARIO "PROCESO DE DATOS SISMICOS EN SISTEMAS I. B. M."

Instituto Mexicano del Petróleo, Abril de 1970.

## LE FILTRAGE EN SISMIQUE.

Tomo 1, 1966

FILTRAGES INVERSES DANS LE CAS DE L'INCIDENCE NORMALE.

(Ondes Planes)

Ch. Hémon

1.- Théorie des Sismogrammes Impulsionnels et Synthétiques.

Editions Technip, 7 Rue Nélaton, Paris XV, France.

## THE NATURE OF DIGITAL PROCESSING.

Dr. Roy O. Lindseth

Journal of the Canadian Society of Exploration  
Geophysics, Vol. III, No. 1, Diciembre 1967.

## SYNTHETIC SEISMOGRAM PROGRAM.

1130-MP-11X      Application Description

1130-MP-11X      Programmer's Manual

1130-MP-11X      System Manual

International Business Machines, Co.

Data Processing Division

New York, New York,      1967.

## LA AVENTURA DEL PETROLEO

(Tercera Edición)

Compañía Shell de Venezuela

Producción Técnica de Corpa, C. A.,      1960

## SYNTHETIC SEISMOGRAMS WITH AND WITHOUT MULTIPLE REFLECTIONS.

Baranov and G. Kunetz,      1959

## THE THEORY AND PRACTICAL CALCULATION OF SYNTHETIC SEISMOGRAMS WITH MULTIPLES REFLECTIONS.

Baranov and G. Kunetz,      1960

## THE COMPUTATION AND USE OF SYNTHETIC SEISMOGRAMS.

Baranov and G. Kunetz,      1960

## THE ANALYSIS OF FIELD RECORDS AND THEIR COMPARISON WITH SYNTHETIC SEISMOGRAMS.

J. Delaplanche y Y. Ledoux,      1960

## PRACTICAL EXAMPLES OF THE USE OF SYNTHETIC SEISMOGRAMS.

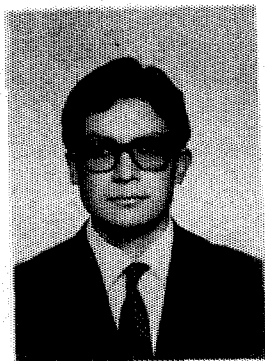
J. Delaplanche.      1960

## SYNTHETIC SEISMOGRAM, AN ESSENTIAL TOOL AT EVERY STAGE OF THE EXPLORATION OF AN OIL PROVINCE.

1962

## USES OF SYNTHETIC SEISMOGRAMS DECONVOLUTION ANALYSIS OF SEISMIC TRACES.

Compagnie General de Geophysique,      1962.



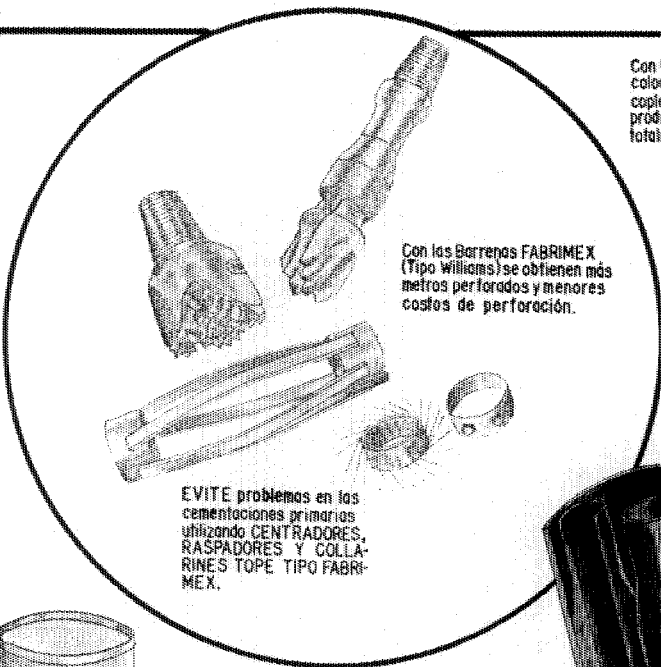
## A U T O R

ING. ERASMO MEJIA POZOS

El Ing. Erasmo Mejía Pozos nació en la Ciudad de Guanajuato, Gto., el 26 de octubre de 1944. Inició sus estudios en esa ciudad y posteriormente en la Escuela Superior de Física y Matemáticas del I P N habiéndolo terminado la carrera de Lic. en Física y Matemáticas.

Siendo estudiante colaboró como ayudante de investiga-  
dor en la United States Atomic Commission, en 1962 y en la Comisión Nacio-  
nal de Energía Nuclear, en 1964. A partir de 1966 ha laborado en la Divi-  
sión Geofísica del Instituto Mexicano del Petróleo, siendo actualmente --  
programador de procesos sísmicos en el Centro de Procesamiento Geofísico  
de este Instituto.

# FABRIMEX, S. A. DE C. V.



Con los SELLOS DE TEFLON colocados en el interior de los coples API de las tuberías de producción se eliminan, en su totalidad, las fugas de fluidos.

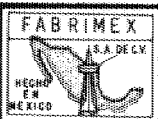
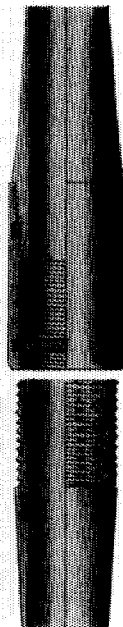
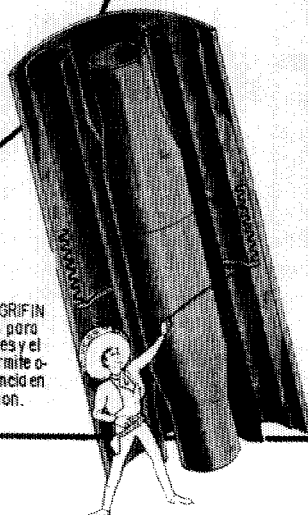
Con las Barrenas FABRIMEX (Tipo Williams) se obtienen más metros perforados y menores costos de perforación.

EVITE problemas en las cementaciones primarias utilizando CENTRADORES, RASPADORES Y COLLARINES TOPE TIPO FABRIMEX.



Los PRODUCTOS QUÍMICOS FABRI-NUTRO son una garantía para evitar los problemas de corrosión, parafinamiento, incrustaciones de carbonatos, etc.

Las JUNTAS FABRI-GRIFIN "DS" están diseñadas para terminaciones múltiples y el sello de teflón les permite operar con gran eficiencia en pozos de alta presión.

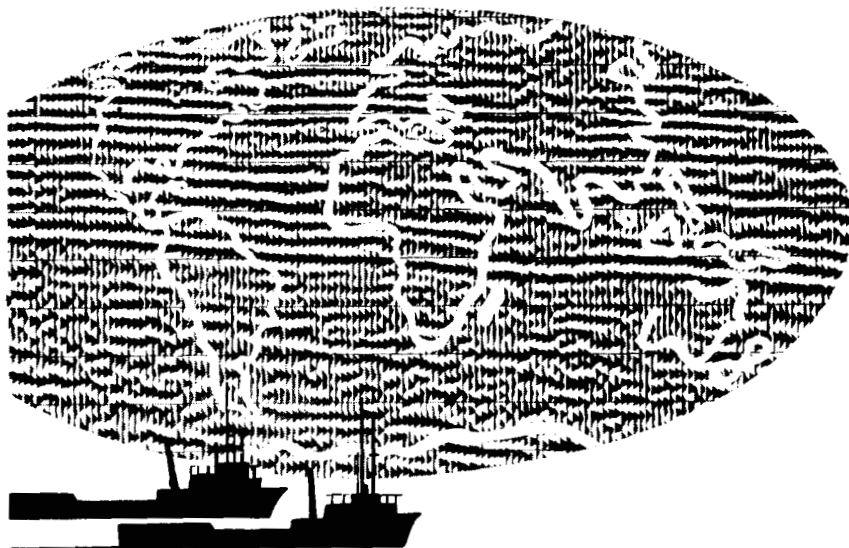


Estamos para servirle.

**FABRIMEX**  
S.A. DE C.V.

Poa. Novos 106, México 14, D. F. Tel. 5-77-33-22

# NUESTRO "SIS" ES MUNDIAL



La Petty Geophysical Engineering Company está creciendo. La demanda constante por más y más productos derivados del petróleo y la consiguiente búsqueda de reservas, dan la oportunidad de crecer. La demás es cosa nuestra. La respuesta, creemos, es obtener resultados positivos para Ud. a través de nuestra experiencia, conocimientos, habilidades y creatividad. No es por accidente que las cuadrillas de la Petty están formadas por gente que ha tomado parte en el desarrollo de métodos nuevos—aceptados por toda la industria. Como líder en la exploración geofísica, la Petty minimiza sus riesgos exploratorios con los datos más precisos disponibles.

97 Avenida Juárez, Desp. 405, Mexico 1, DF  
Tel. 521-08-34



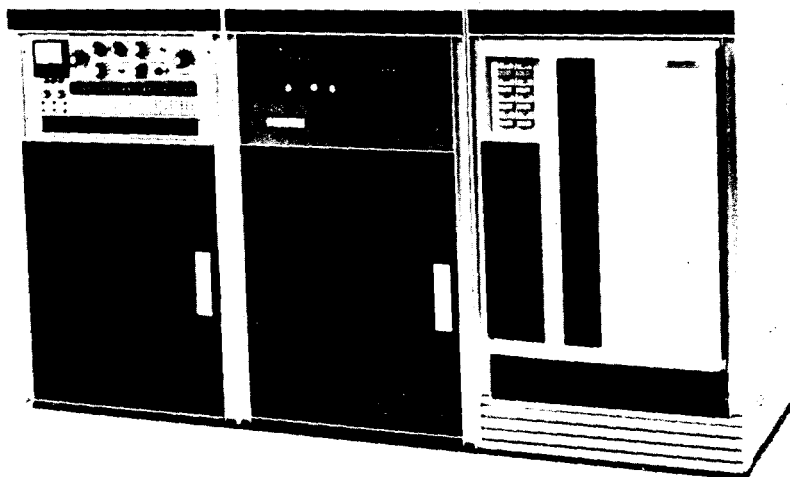
*"Desde 1925, Progreso por Excelencia"*



El equipo digital de campo SUM-IT VII es un sistema completo para emplearse en el registro sísmico de datos con cualquier técnica de campo: Vibroseis, Dinoseis, Dinamita y otros generadores de energía.

El formato empleado es SEG-A de 9 pistas -- en cinta de  $\frac{1}{2}$ ".

# SUM-IT VII



Para mayor información dirigirse a : Electro -  
Technical Labs Div. , Mandrel Industries, Inc.  
P. O. Box 36306, Houston, Texas 77036



**ELECTRO-TECHNICAL LABS**



**Vector  
Fabrica Cables  
para todo  
uso en  
Geofísica**

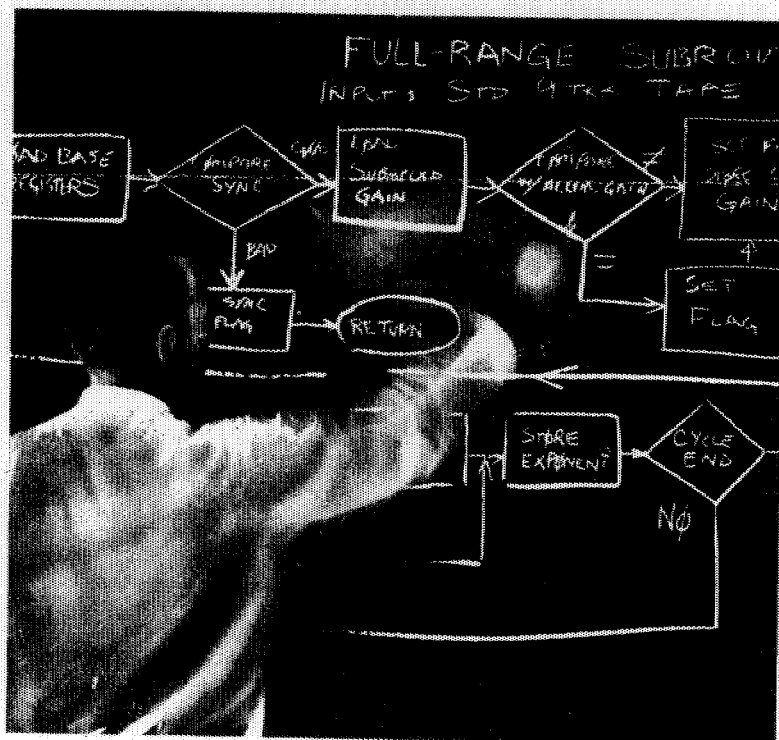
**Vector** Cable Company

5616 Lawndale  
Houston, Texas  
Phone — 713-926 8821  
TWX — 713-571 1492

# WESTERN

## SIEMPRE **EN MARCHA**

desde la programación de rango completo producida por amplificadores de incremento binario, hasta los nuevos conceptos sobre orígenes sísmicos.



933 North La Brea Avenue • Los Angeles, California 90038, E.U.A.  
520 North Market Street • Shreveport, Louisiana 71107, E.U.A.

**WESTERN**  
**GEOPHYSICAL**  
DIVISION OF LITTON INDUSTRIES

# **PERFORACIONES, S. A.**

**CONTRATISTA DE PERFORACION  
EXPLORATORIA DESDE 1950 PARA**

**PETROLEOS MEXICANOS**

**SECRETARIA DE MARINA**

**CONSTRUCTORA MALTA, S. A.**

**NATIONAL SOIL SERVICES, CO.**

**CIA. FUNDIDORA DE FIERRO Y  
ACERO DE MONTERREY, S. A.**

**Y PARTICULARES**

**AVENIDA JUAREZ No. 119 - 5o. PISO**

**TEL. 566-44-11 CON 2 LINEAS**

**MEXICO 1, D. F.**



**Su trabajo: PRODUCCION SISMICA!**  
**Procesos solicitados: PROGRAMAS AEN-0, DCN-1, DPG-0**

La cinta que Carlos Bissell se prepara a montar en un centro GSI de procesamiento, contiene registros de una de las líneas principales de su levantamiento marino. La oficina de interpretación necesita una sección después de que los sismogramas han sido editados (eliminadas trazas ruidosas, cambio de polaridad, etc.), corregidos por desplazamiento horizontal, deconvueltos y reunidas las trazas de profundidad común. Usted tiene prisa por ver los resultados en el informe semanal. Ahora es el momento en que Carlos tiene que producir.

¿Qué le ayuda a Carlos a producir? Primero, él conoce su trabajo. Ha sido entrenado para ello y tiene más de cinco años de experiencia en producción sísmica, 12 meses de esta aquí mismo, en este centro. Segundo, trabaja con equipo digital de alta velocidad, probado en producción y específicamente diseñado para procesar datos sísmicos. Tercero, tiene a su mando una biblioteca completa de alta eficiencia, programas de producción para aprovechar la potencia elaboradora del TIAC. Sobre todo, él está respaldado por hombres de la mayor, experiencia digital en producción sísmica—

Programadores, geofísicos de área, sismólogos, investigadores y gerentes de operaciones.

Con todo este apoyo, Carlos tiene que producir. Es su levantamiento y Ud. quiere su información geofísica libre de ruido y múltiples, y deconvuelta.

GSI está entregando producción sísmica digital en todo el mundo. Carlos podría hacer este mismo trabajo al igual que otros en centros de procesamiento sísmica digital pertenecientes a GSI en Dallas, Nueva Orleans, Midland, Houston, Londres, Calgary y en otros que se abrirán próximamente.

GSI significa producción geofísica, sísmica digital o analógica, gravimetría, magnetometría, acumulación de datos de campo, procesamiento o interpretación.

Estamos obligados a ello. Es nuestro trabajo.

**GSI**

**de Mexico S. A. de C. V.**

AVENIDA JUAREZ 119. DESPACHO 42.  
 MEXICO 1, D.F.





**Du Pont, S. A. de C. V.**

Av. Juárez No. 117-5o. Piso  
México 1, D. F. Tel. 5 46 90 20

**DEPARTAMENTO DE EXPLOSIVOS**

**Fábrica Ubicada en:  
DINAMITA DURANGO**

**DINAMITAS  
GEOMEX\* 60% (Gelatina Sismográfica)  
SUPER MEXAMON\*  
TOVEX\* EXTRA  
DETOMEX\*  
FULMINANTES  
ESTOPINES ELECTRICOS  
ESTOPINES SISMOGRAFICOS "SSS"**

**ACCESORIOS DEL RAMO**

OFICINAS EN: TORREON, COAH.  
Edificio Banco de México Desp. 305 Tel. 2 09 55

REPRESENTANTE EN: GUADALAJARA, JAL  
Juan Manuel No. 1184 Tels: 25 56 82 y 25 56 08

\* MARCA REGISTRADA DE DU PONT



CORPORATION

THOMPSON BUILDING  
TULSA, OKLAHOMA 74103

CONSULTORES INTERNACIONALES DE  
GEOLOGIA Y GEOFISICA

Ben. F. Rummerfield.- Presidente

Norman S. Morrissey.- Vice-Presidente

John Rice.- Jefe de Geofisicos

# Operación con unidades Vibroseis\*

## Aplicada a la tecnología de campo

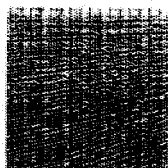


- Diseño de vehículo adaptado al terreno.
- Correlación digital de campo.
- Diseño específico de campo.

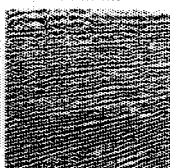
## Adecuada para el proceso de datos

### TVAC

Normal correlation and deconvolution



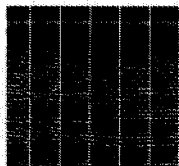
Adaptive correlation



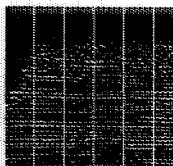
- Técnica de pulsos compresionales para el contenido de información traza por traza.
- Deconvolución apropiada a la mezcla de fases, característica del Vibroseis.
- Apilamiento vertical con la consiguiente supresión de ruido de gran amplitud.

### ANSAC

computed statics



ANSAC statics



Esta técnica está diseñada para determinar y aplicar correcciones estáticas inherentes al sistema CDP basada en las siguientes consideraciones.

- Correcciones por fuente de energía.
- Correcciones por detección
- Echado
- Dinámicas residuales

La técnica de Vibroseis requiere de una continua evaluación de los parámetros de campo y su relación con una cuidadosa planeación del proceso de datos. Y esta es la función del Seiscom/Delta en

las operaciones Vibroseis. Eficiencia en el trabajo de campo, calidad en el centro de proceso. Mayor información con el representante Seiscom/Delta.



Seismic Computing Corp.

P. O. Box 36789



Delta Exploration Company, Inc.

Houston, Texas 77036 713/785-4060

\*Registered trademark and service mark of Continental Oil Company