

B O L E T I N

D E L A

ASOCIACION MEXICANA DE GEOFISICOS DE EXPLORACION

---

S U M A R I O:

- CONTINUACION ANALITICA ASCENDENTE  
PARA PERFILES USANDO LA INTEGRAL  
DE NEUMAN.

HÉCTOR CHÁVEZ CASTELLANOS  
JUAN M. BRANDI PURATA

- INVERSION DE DATOS DE REFRACCION  
SISMICA PROFUNDA.

RAÚL DEL VALLE GARCÍA

# ASOCIACION MEXICANA DE GEOFISICOS DE EXPLORACION

## MESA DIRECTIVA

1987-1988

Presidente	Ing. Héctor Palafox Rayón
Vicepresidente	Ing. Salvador Hernández González
Secretario	Ing. Francisco Ramos García
Tesorero	Ing. Carlos López Ramírez
Pro-Tesorero	Ing. Jaime Guerra Ortiz
Editores	Ing. Rodolfo Marines Campos
	Ing. Jorge Vera Sánchez
Coord. Eventos Técnicos	Ing. Fco. Javier Sánchez de Tagle
	Ing. Rubén Rocha de la Vega
Coord. Eventos Sociales	Ing. Sergio García del Toro
	Ing. Rafael Centeno Urrutia

## PRESIDENTES DELEGACIONALES

Reynosa	Ing. Gorgonio García Molina
Tampico	Ing. José Ponce de León
Poza Rica	Ing. Renato Vázquez Benítez
Coatzacoalcos	Ing. Salvador Maldonado Cervantes
Villahermosa	Ing. Leopoldo Soberanes M.
Cd. del Carmen	Ing. Carlos Puerto Zapata
San Luis Potosí	Ing. Juan López Martínez
Córdoba	Ing. Benigno Bautista Mena
Chihuahua	Ing. Enrique de la Rosa Santoscoy
Morelia	Ing. Jesús Arredondo Fragoso

## VOCALES

I.M.P.	Ing. José Salinas Altés
I.P.N.	Ing. Jaime Villanueva Sánchez
U.N.A.M.	Ing. Juan M. Brandi Purata
México	Ing. Andrés Ramírez Barrera

Para todo asunto relacionado con el Boletín Técnico, como manuscritos, subscripciones, descuentos especiales a bibliotecas públicas o universidades, publicaciones, anuncios, etc., dirigirse a:

M. en C. Rodolfo Marines Campos  
Apartado Postal 57-275  
México, D. F., C.P. 06500  
Tel. 567-82-61

---

Las aseveraciones y opiniones expresadas en los escritos en este boletín, son de la exclusiva responsabilidad de los autores.

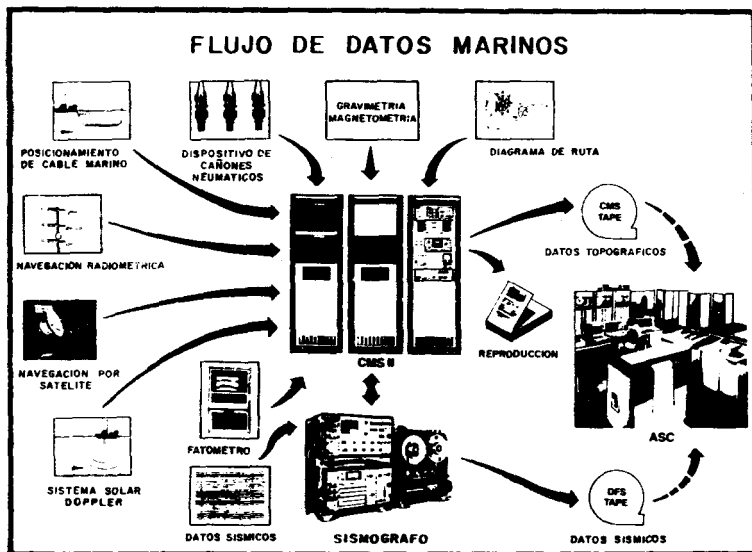
---

Boletín de la Asociación Mexicana de Geofísicos de Exploración. Boletín trimestral editado por la Asociación Mexicana de Geofísicos de Exploración, Apartado Postal 57-275, México, D. F., C.P. 06500, Tels. 545-79-68, 531-63-18 y 254-20-44 Ext. 22537 y 23519. Solicitada la autorización como correspondencia de segunda clase en la Administración de Correos, D. F. Solicitada la licitud correspondiente a la Dirección de Publicaciones y Revistas Ilustradas de la Secretaría de Educación Pública. Prohibida su reproducción total o parcial sin la autorización de la A.M.G.E.

---

# CMS II

## El corazón del sistema marino totalmente integrado



El sistema de exploración marina de GSI proporciona el poder y la flexibilidad necesaria para la exploración geofísica marina de hoy.

El sistema marino configurado CMS II, con características de registro de datos automático, integra un conjunto de subsistemas opcionales en el más potente sistema marino de exploración con que cuenta la industria.

- ☐ **GEONAV\*** Sonar/Sistema de navegación por Satélite.
- ☐ Sistema multisensor radiométrico de posicionamiento.
- ☐ **ADL** Sistema de Registro Automático de Datos.
- ☐ **SEISTRACK\*** Sistema de posicionamiento de cable marino

- ☐ **TIGER** Sistema de control de cañones neumáticos.
- ☐ **MARISAT\*** Sistema de comunicación mediante Satélites.

El sistema CMS II virtualmente elimina el error humano—disminuyendo el tiempo de entrega y proporcionando mayor exactitud en el procesamiento sísmico de los datos.

Esta capacidad de GSI puede ser adaptada a sus necesidades.

A disposición inmediata.

Para mayor información, llamar o escribir a:  
**GSI DE MEXICO, S.A. DE C.V. RIO RHIN No. 22**  
**7º PISO MEXICO 5, D.F. TEL. 566-92-44**



**GSI DE MEXICO, S.A. DE C.V.**  
 SUBSIDIARIA DE  
**TEXAS INSTRUMENTS**  
INCORPORATED IN U.S.A.



**GEOEVALUACIONES, S. A.**

**ESPECIALISTAS EN EXPLORACION**

- EXPLORACION GEOELECTRICA.
- LEVANTAMIENTOS GEOHIDROLOGICOS INTEGRALES.
- EXPLORACION GEOLOGICA.
- PROSPECCION GRAVIMETRICA Y MAGNETOMETRICA.
- FOTOINTERPRETACION.
- LEVANTAMIENTOS TOPOGRAFICOS Y GEODESICOS.
- PROCESAMIENTO DE DATOS GEOFISICO-GEOLOGICOS.
- EXPLORACION MINERA.
- SERVICIOS DE INTERPRETACION.
- ASESORIAS ESPECIALES.

Av. Amocuzac # 615 Tel. 5-32-39-19 y 6-72-09-92 Código Postal 09440  
Col. San Andres Tetepilco México, 13 D. F.

## CONTINUACION ANALITICA ASCENDENTE PARA PERFILES

### USANDO LA INTEGRAL DE NEUMAN\*

Ing. Héctor Chávez Castellanos \*\*

M. en C. Juan M. Brandi Purata \*\*\*

## INTRODUCCION

La Continuación Analítica Ascendente (CAA) es una herramienta muy útil en la interpretación de mapas y perfiles de datos potenciales. Su uso, características y modalidades de cálculo son ampliamente conocidos.

Es notable que de los fundamentos teóricos en que se basa la CAA sólo se ha usado el Primer Problema de Contorno de la Teoría del Potencial (Problema de Dirichlet), siendo que también se puede llegar a resultados equivalentes usando el Segundo Problema de Contorno (Problema de Neuman), trabajando con funciones continuas. La diferencia entre seguir un camino o el otro aparece cuando se procesan datos discretos, pues es cuando la convergencia de los filtros y el muestreo de los efectos a continuar se hacen presentes en el resultado final.

En un trabajo anterior (Brandi y Chávez, 1985) se demostró que es posible llegar a buenos resultados en la CAA discreta a través del problema de Neuman. Con las siguientes notas se completa la formulación de la CAA con la integral de Neuman, ahora para procesar perfiles.

---

\* Publicado con el permiso de la Facultad de Ingeniería, UNAM.

\*\* Depto. Geofísica, Facultad de Ingeniería, UNAM.

\*\*\* Depto. Ingeniería Petrolera y DEPFI, Facultad de Ingeniería, UNAM.

# CONTINUACION ANALITICA ASCENDENTE PARA PERFILES USANDO LA INTEGRAL DE NEUMAN

El modo más sencillo de encontrar la integral de CAA - para efectos de estructuras bidimensionales, usando el filtro de Dirichlet, es integrar la expresión tridimensional en una dirección haciendo que la anomalía sea independiente de ella. Realizar una operación similar con la integral de Neuman

$$\phi(x, y, -z) = \frac{1}{2\pi} \int_S \frac{\frac{\partial \phi}{\partial n} dx_0 dy_0}{[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + z^2]^{1/2}} \quad (1)$$

no es posible, pues se llega a una integral divergente. Para reducir una dimensión a (1) es necesario valerse del siguiente teorema de la Teoría del Potencial: "Un problema de Neuman se puede plantear en términos de un problema de Dirichlet apropiadamente enunciado" (Spiegel, 1976).

Partiendo, pues, de la integral de Dirichlet para la CAA de efectos de estructuras bidimensionales

$$\phi = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{z \phi(x_0)}{(x-x_0)^2 + z^2} dx_0 \quad (2)$$

se puede llegar a la solución buscada.

Si  $\omega = \frac{\partial \phi}{\partial z}$ , donde  $\phi$  es una función armónica en el plano y  $\omega$  su derivada normal, (2) queda

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{z \omega(x_0)}{(x-x_0)^2 + z^2} dx_0 \quad (3)$$

pues la función  $\omega$  también es armónica. Las condiciones del problema permiten cambiar la derivada parcial de (3) por una derivada ordinaria.

$$\frac{d\phi}{dz} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{z \omega(x_0)}{(x-x_0)^2 + z^2} dx_0 \quad (4)$$

Resolviendo para  $\phi$

$$\int d\phi = \int \left[ \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{z \omega(x_0)}{(x-x_0)^2 + z^2} dx_0 \right] dz \quad (5)$$

cuya solución es

$$\phi(x, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \ln \left| (x-x_0)^2 + z^2 \right| \omega(x_0) dx_0 + R \quad (6)$$

Esta última integral es la solución del problema de Neuman para el semiplano (Churchill).

Para los fines perseguidos en el procesado de funciones potenciales en Geofísica, (6) se debe llevar a una forma más sencilla. La constante  $R$  está asociada con el valor de  $\phi$  en el infinito, por tanto  $R = 0$ .

$$\phi(x, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \ln \left| (x-x_0)^2 + z^2 \right| \omega(x_0) dx_0 \quad (7)$$



Resolviendo (7) por partes

$$\begin{aligned} \phi(x, z) = & \frac{1}{2\pi} \left[ \ln \left| (x-x_0)^2 + z^2 \right| v(x_0) \right]_{-\infty}^{\infty} + \\ & + \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{v(x_0)(x-x_0)}{(x-x_0)^2 + z^2} dx_0 \end{aligned} \quad (8)$$

donde

$$v(x_0) = \int \omega(x_0) dx_0 \quad (9)$$

Es fácilmente demostrable que el primer sumando de (8) - es igual a cero, por tanto

$$\phi(x, z) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{v(x_0)(x-x_0)}{(x-x_0)^2 + z^2} dx_0 \quad (10)$$

El par de ecuaciones (10) y (9) es la solución buscada - para la CAA de efectos de estructuras bidimensionales a través del Problema de Neuman.

Entonces, el filtro de Neuman para la CAA de perfiles es

$$N(x, z) = \frac{-\frac{x}{\pi}}{x^2 + z^2} \quad (10')$$

En la figura 1 se presenta la forma gráfica de este

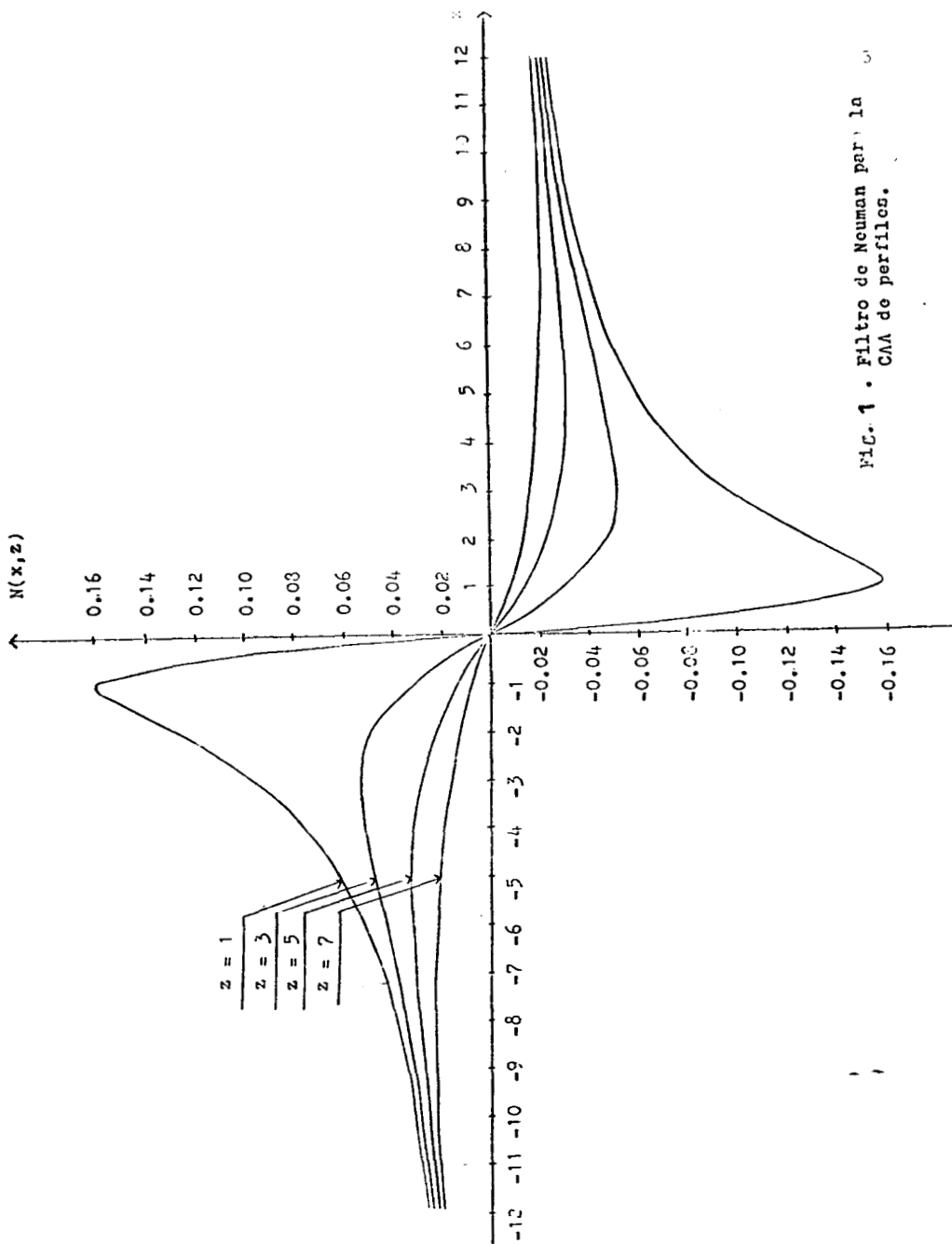


FIG. 1 . Filtro de Neuman para la CAA de perfiles.

filtro para diferentes alturas de continuación. Es conveniente hacer notar que tiene una forma de convergencia completamente diferente a la del filtro de Dirichlet equivalente.

#### CAA TEORICA DEL EFECTO DE ESTRUCTURAS CILINDRICAS

En esta sección se desarrollarán las expresiones teóricas de la CAA para el efecto de gravedad producido por un cilindro horizontal infinito, usando la integral de Dirichlet, ecuación (2), y también la integral de Neuman, ecuaciones (10) y (9).

Según Nettleton (1976), el efecto de gravedad producido por un cilindro horizontal infinito (figura 2) es:

$$g_z(x, 0) = 2\pi G \rho r^2 \frac{d}{x^2 + d^2} \quad (11)$$

donde

$d$  es la profundidad del centro del cilindro,  
 $G$  es la constante universal de gravitación,  
 $r$  es el radio del cilindro,  
 $x$  es la distancia horizontal al centro del cilindro y  
 $\rho$  es el contraste de densidad del cilindro al medio.

Haciendo  $K = 2\pi G \rho r^2$  (11) queda

$$g_z(x, 0) = K \frac{d}{x^2 + d^2} \quad (11')$$

De la ecuación (2), la CAA del efecto del cilindro

usando la integral de Dirichlet es

$$g_z(x, z) = \frac{z}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{K \frac{d}{x_o^2 + d^2}}{(x - x_o)^2 + z^2} dx_o \quad (12)$$

cuya solución es

$$g_z(x, z) = K [Bz + d(Cx + D)] \quad (13)$$

donde

$$B = \frac{z^2 + x^2 - d^2}{(z^2 + x^2)^2 + d^2(d^2 + 2x^2 - 2z^2)} \quad (14)$$

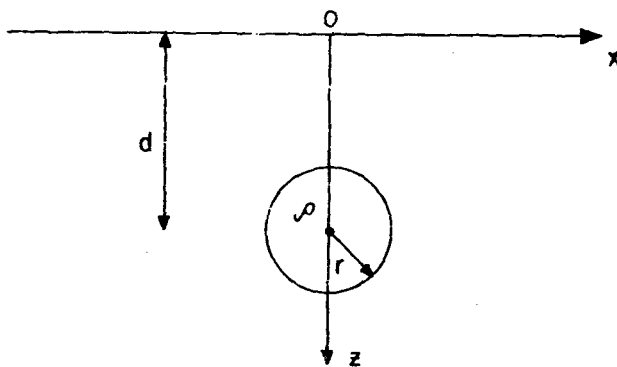


Figura 2

$$C = \left[ \frac{-2x}{z^2 + x^2 - d^2} \right] B \quad (15)$$

$$D = \left[ \frac{d^2 + 3x^2 - z^2}{z^2 + x^2 - d^2} \right] B \quad (16)$$

d, K, x y z ya han sido definidas.

Las ecuaciones (12) a (16) representan la CAA, a través de la integral de Dirichlet, del efecto producido por el cilindro.

La CAA del mismo efecto, pero a través de la integral de Neuman, ecuaciones (10) y (9) es

$$g_z(x, z) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\left( \frac{-k x_0}{X_0^2 + d^2} \right) (x - x_0)}{(x - x_0)^2 + z^2} dx_0 \quad (17)$$

cuya solución es

$$g_z(x, z) = k \left[ \frac{B' - B''x}{d} + \frac{C'x - C''x^2 + D' - D''k}{z} \right] \quad (18)$$

donde

$$B' = \frac{-d^2 (x^2 + z^2 - d^2)}{4 x^2 d^2 + (x^2 + z^2 - d^2)^2} \quad (19)$$

$$C' = \left[ \frac{-2x}{x^2 + z^2 - d^2} \right] B' \quad (20)$$

$$D' = \left[ \frac{-(x^2 + z^2)}{d^2} \right] B' \quad (21)$$

$$B'' = \frac{-2x d^2}{4x^2 d^2 + (d^2 - x^2 - z^2)^2} \quad (22)$$

$$C'' = \frac{d^2 - x^2 - z^2}{4x^2 d^2 + (d^2 - x^2 - z^2)^2} \quad (23)$$

$$D'' = \left[ \frac{-(x^2 + z^2)}{d^2} \right] B'' \quad (24)$$

$d$ ,  $K$ ,  $x$  y  $z$  son las mismas variables anteriores.

Las ecuaciones (18) a (24) representan el efecto continuado del cilindro a través de la integral de Neuman.

En las tablas 1, 2 y 3 se hace una comparación de los resultados de la CAA usando ambas integrales y el valor real. La exactitud de todos los valores refuerza la validez del par de ecuaciones (10)-(9).

TABLA 1

d= 5, z= 1			
$\pm x$	REAL	DIRICHLET	NEUMAN
0	0.1667 K	0.1667 K	0.1667 K
1	0.1622 K	0.1622 K	0.1622 K
2	0.1500 K	0.1500 K	0.1500 K
3	0.1333 K	0.1333 K	0.1333 K
4	0.1154 K	0.1154 K	0.1154 K
5	0.0984 K	0.0984 K	0.0984 K
6	0.0833 K	0.0833 K	0.0833 K
7	0.0706 K	0.0706 K	0.0706 K
8	0.0600 K	0.0600 K	0.0600 K
9	0.0513 K	0.0513 K	0.0513 K
10	0.0441 K	0.0441 K	0.0441 K

TABLA 2

d= 5, z= 2.5			
$\pm x$	REAL	DIRICHLET	NEUMAN
0	0.1333 K	0.1333 K	0.1333 K
1	0.1310 K	0.1310 K	0.1310 K
2	0.1245 K	0.1245 K	0.1245 K
3	0.1149 K	0.1149 K	0.1149 K
4	0.1038 K	0.1038 K	0.1038 K
5	0.0923 K	0.0923 K	0.0923 K
6	0.0813 K	0.0813 K	0.0813 K
7	0.0713 K	0.0713 K	0.0713 K
8	0.0624 K	0.0624 K	0.0624 K
9	0.0546 K	0.0546 K	0.0546 K
10	0.0480 K	0.0480 K	0.0480 K

TABLA 3

d= 5, z= 4			
$\pm x$	REAL	DIRICHLET	NEUMAN
0	0.1111 K	0.1111 K	0.1111 K
1	0.1098 K	0.1098 K	0.1098 K
2	0.1059 K	0.1059 K	0.1059 K
3	0.1000 K	0.1000 K	0.1000 K
4	0.0928 K	0.0928 K	0.0928 K
5	0.0849 K	0.0849 K	0.0849 K
6	0.0769 K	0.0769 K	0.0769 K
7	0.0692 K	0.0692 K	0.0692 K
8	0.0621 K	0.0621 K	0.0621 K
9	0.0556 K	0.0556 K	0.0556 K
10	0.0497 K	0.0497 K	0.0497 K



## PRIMER INTENTO DE SOLUCION NUMERICA

Conociendo las ecuaciones que rigen la CAA a través del Problema de Neuman, hay que llevarlas a una forma discreta - para poder utilizarlas en forma práctica en una computadora - digital. Lo que se presenta a continuación es un primer intento de solucionar en forma práctica este problema.

Las características del cilindro usado en los cálculos - numéricos son:

$$\begin{aligned}d &= 8 \text{ m} \\r &= 2 \text{ m} \\\rho &= 2.5 \text{ g/cm}^3\end{aligned}$$

Una propiedad importante de la ecuación (10), desde el punto de vista de los sistemas lineales, es que si  $\frac{\delta \phi}{\delta z}$  es la función de entrada, la salida será la función  $\phi(x, z)$ , pero si la función de entrada es la función  $\phi$ , entonces la salida será la función potencial  $u(x, z)$  pues  $\phi = -\frac{\delta u}{\delta z}$ .

La primera opción no será usada porque la obtención de - la derivada vertical se hace usando un proceso divergente, - además de la amplificación del ruido de alta frecuencia que - contenga la señal.

Si se usa la segunda opción no hay ningún proceso divergente, pero hay que derivar el potencial para encontrar  $g_z(x, z)$ , figura 3.

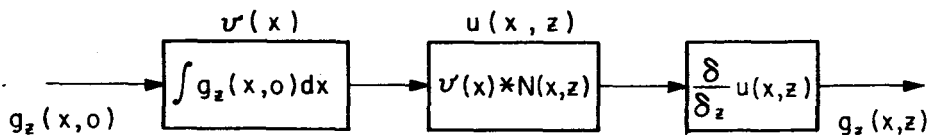


Figura 3

Para encontrar la función  $v(x)$  se usó el algoritmo de Gangi y Shapiro (1977) y un proceso similar al de Horner para realizar la integración. En la figura 4 se presenta el ajuste de la función  $g_z$ , y en la figura 5 la integral  $v(x)$ .

El proceso de convolución de  $v(x)$  con el filtro de Neuman  $N(x, z)$  se hizo siguiendo el algoritmo de Tsay (1978), de la siguiente forma:

$$N(m \Delta x, z) = \frac{\frac{m}{\pi}}{m^2 + z'^2}; m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (25)$$

donde

$$z' = z / \Delta x \quad (26)$$

Este proceso arroja la función potencial a  $z$  unidades hacia arriba  $u(x, z)$ . Para obtener  $g_z(x, z)$  se repite el mismo proceso anterior pero a una altura un poco mayor (en este caso se usó  $1.05 z$ ), obteniéndose  $u(x, z + \Delta z)$ , y la derivación se hace punto a punto siguiendo el esquema de diferencias a la derecha. En las figuras 6, 7 y 8 se presentan resultados de la CAA a  $z = 2$ ,  $z = 3$  y  $z = 4$  unidades, respectivamente.

Ajuste polinomial del  
efecto.

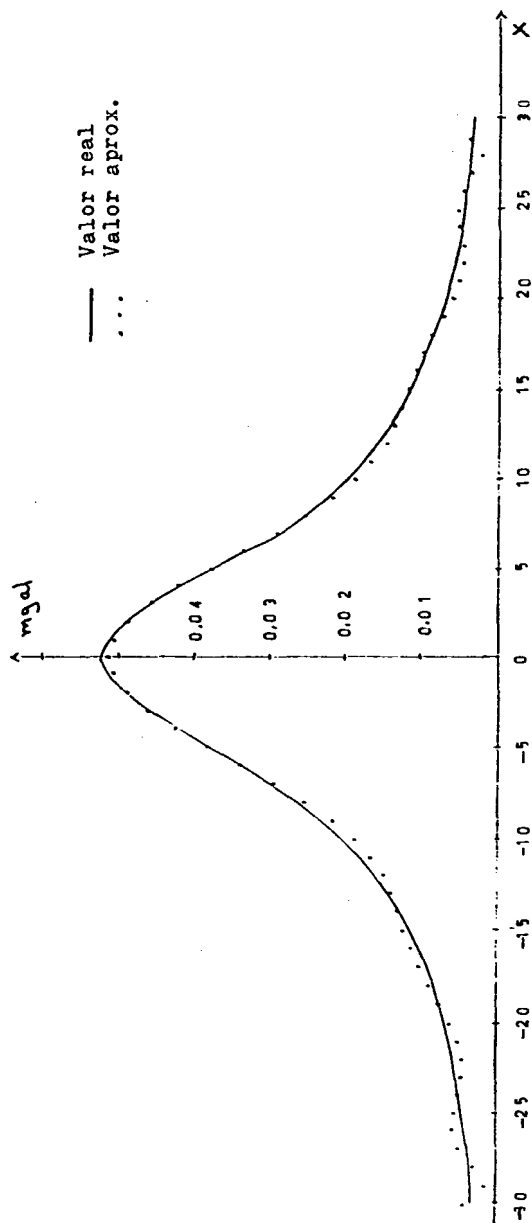


Figura 4

# Integral del efecto

— Valor real  
... Valor aprox.

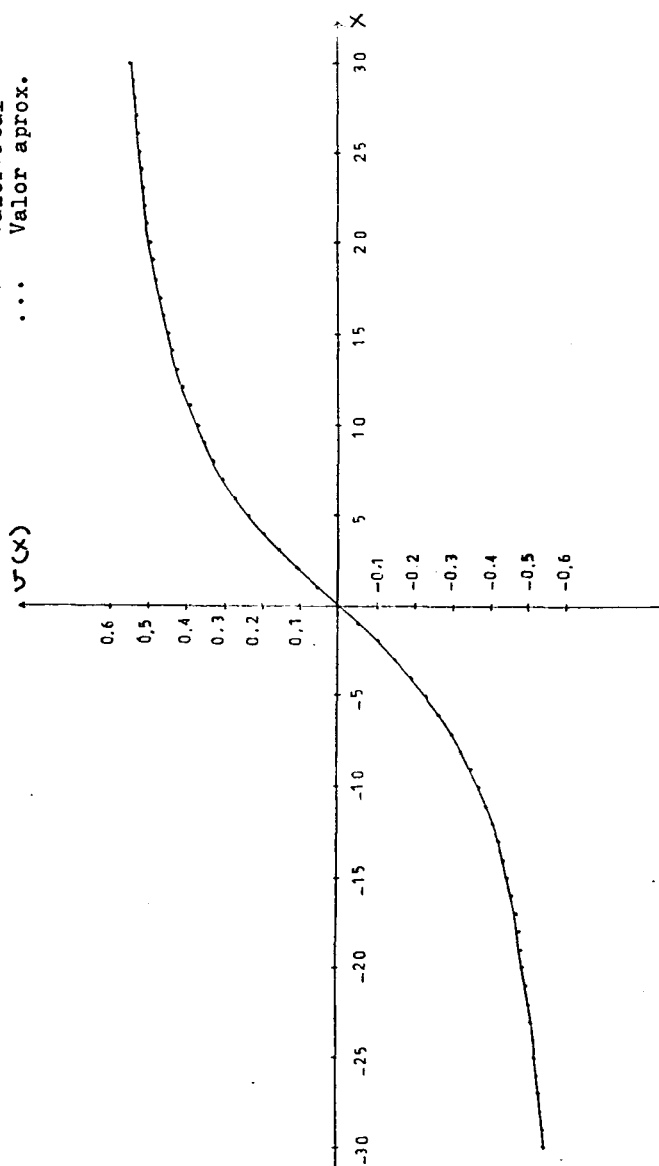


Figura 5

Cont. Anal. a 2=2

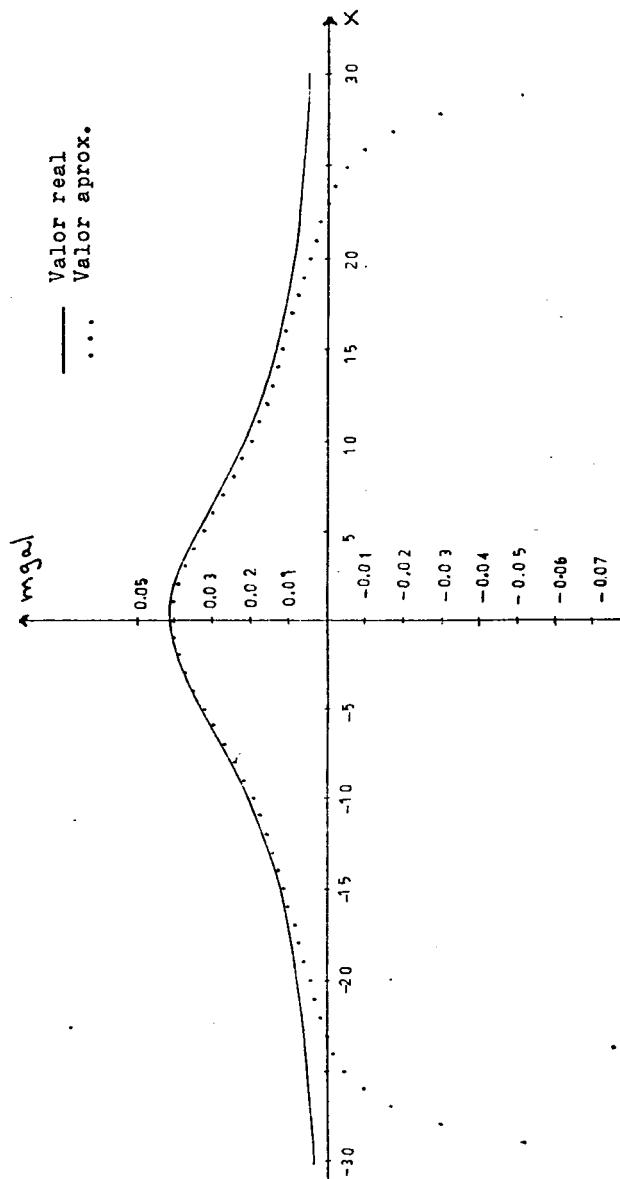


Figura 6

Cont. Anal. a  $z=3$

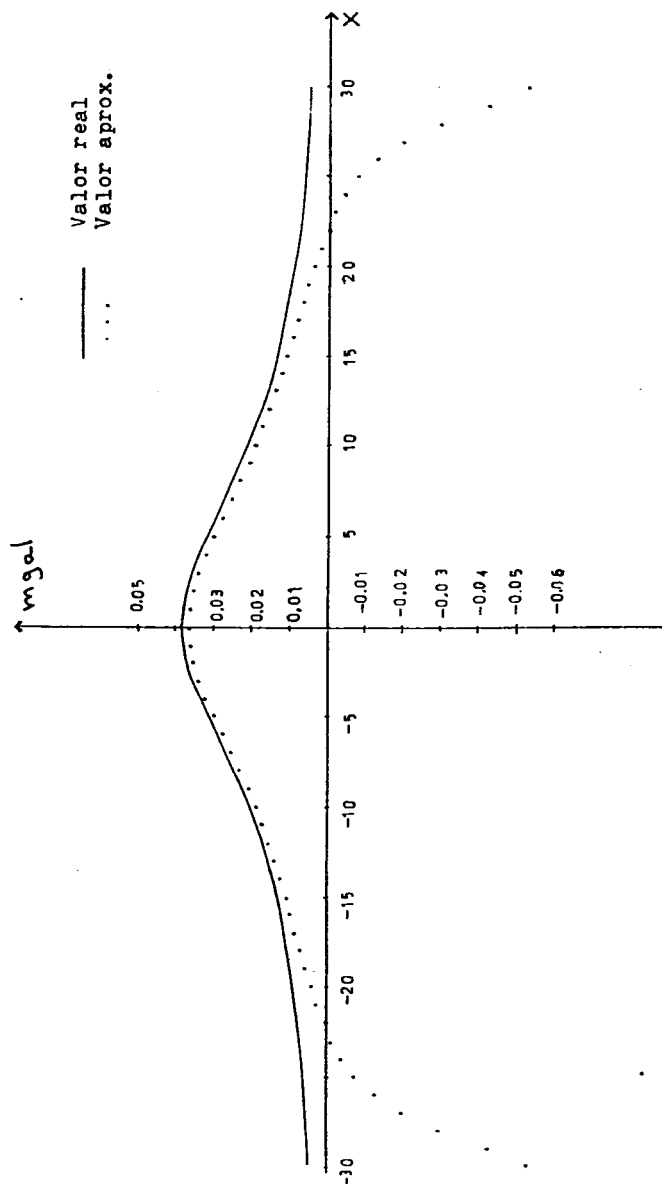


Figura 7

Cont. Anal. a  $z=4$

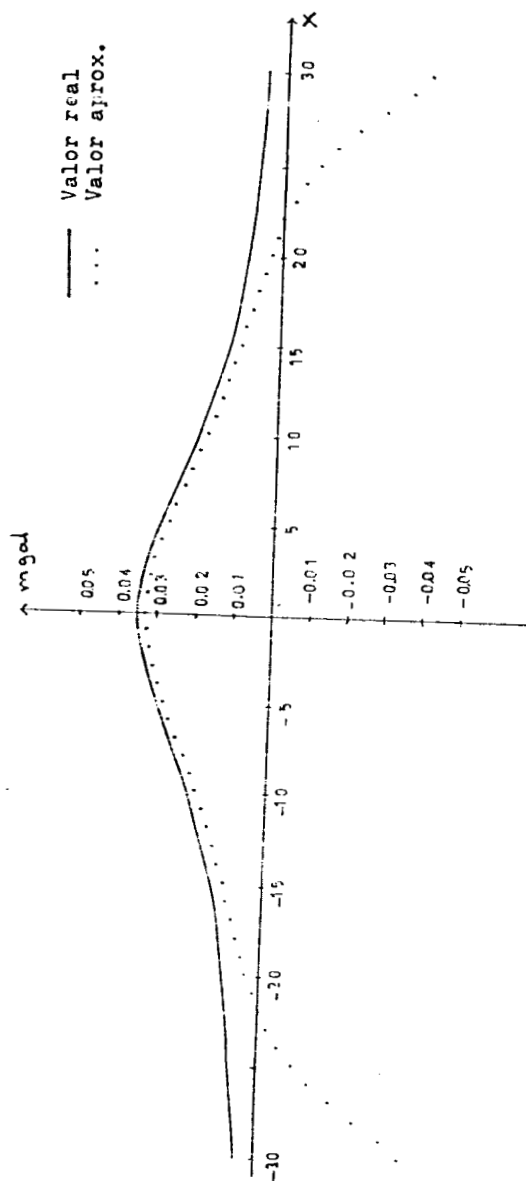


Figura 8

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

A partir de las ecuaciones y gráficas mostradas anteriormente, se puede decir que:

- a) Es posible realizar la CAA para perfiles usando la integral de Neuman.
- b) Es conveniente cambiar de algoritmo de aproximación para evitar las oscilaciones de las funciones polinomiales.
- c) La CAA con la integral de Neuman presenta dos zonas bien definidas, una de resultados aceptables y otra de un error muy marcado.
- d) Los errores se pueden reducir considerablemente si en los diferentes procesos se usan funciones ventana.
- e) Es conveniente estudiar más a fondo la información que lleva consigo la función potencial para poder interpretar a partir de ella y así evitar el segundo proceso.

## ACRADECIMIENTO

Hacemos patente nuestro agradecimiento al M. en C. Andrés Tejero Andrade por sus consejos y constante interés en este trabajo.



REFERENCIAS

- Brandi P., Juan y Chávez C., Héctor. 1985.  
"Comparación del proceso de Continuación Analítica por medio de las integrales de Dirichlet y Neuman"  
Boletín de la A.M.G.E. XXV, 1-38.
- Churchill.  
"Complex variables and applications"  
McGraw-Hill.
- Gangi, Anthony F. and Shapiro, James N. 1977.  
"A propagating algorithm for determining nth-order polynomial, least-squares fits"  
Geophysics 42, 1265-1276.
- Tsay, L. J. 1978.  
"A spatial analysis of upward continuation of potential field data"  
Geophysical prospecting 26, 822-840.

INVERSION DE DATOS DE REFRACCION SISMICA  
PROFUNDA\*

M. en C. Raúl del Valle García\*\*

**RESUMEN**

Se propone una técnica de modelado para interpretación de datos de refracción sísmica, la cual incorpora información cuantitativa de tiempo de viaje y una estimación cualitativa de amplitudes. Los modelos en esta investigación son restringidos a ser uniformes lateralmente, dado que permitimos variar la velocidad solamente en función de la profundidad. No obstante, el método directo utilizado (teoría asintótica de rayos) permite inhomogeneidades laterales, por lo que el método puede extenderse usando estructuras con variación de velocidad bidimensional.

Usando el método de Monte Carlo, la comparación de muchos modelos aleatorios con los datos observados, es realizada. Esto garantiza una investigación completa del espacio de parámetros de soluciones posibles. De la información de tiempo de viaje y amplitud podemos inferir que la familia de soluciones obtenidas por la inversión de Monte Carlo contiene un modelo deseado, que puede ser refinado por optimización. La optimización final de los parámetros solución es realizada por medio de la teoría inversa generalizada. Las características estadísticas

---

\* Presentado en el II Simposio de la A.M.G.E. en noviembre de 1986.

\*\* Subdirección de Tecnología de Exploración del Instituto Mexicano del Petróleo.

del modelo son evaluadas por medio de estimaciones de resolución y varianza de los parámetros físicos y del contenido de información y del ruido inherente de los datos.

El método fue verificado en datos sintéticos y en datos reales.

## INTRODUCCION

Los estudios sísmicos de la corteza proveen información regional indirecta relacionada con la historia tectónica de las rocas y a menudo evidencian la presencia de petróleo, gas y depósitos minerales importantes.

Considerables esfuerzos han sido dirigidos a la elaboración de algoritmos de modelado, tanto directos como de inversión, para la interpretación geofísica. En sismología profunda, donde tenemos un número escaso de datos y donde las escalas dimensionales estudiadas son muy grandes, los métodos de inversión son evidentemente muy necesarios.

## EL METODO DIRECTO

El método directo es la construcción de datos sintéticos con un número finito de parámetros correspondientes a propiedades físicas y geométricas del subsuelo. Para el cálculo de las propiedades dinámicas y cinemáticas de la propagación de ondas sísmicas a través de estructuras geológicas se utilizó la teoría asintótica de rayos. El método consiste en la descomposición del campo de onda en un número teóricamente infinito de pequeñas contribuciones, las cuales se asocian con la trayectoria del rayo entre un punto y otro (Fig. 1). Esta

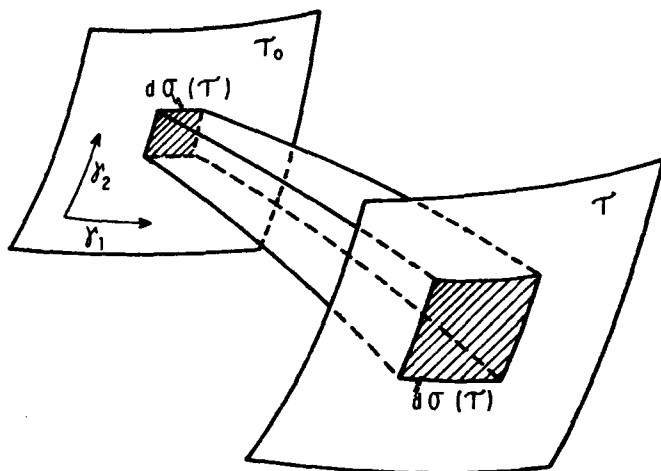


FIG. 1.- TUBO DE TRAYECTORIA DE RAYO ELEMENTAL ENTRE DOS LOCALIDADES DEL FRENTE DE ONDA  $T_0$  y  $T$ . LOS CORTES TRANSVERSALES ( $d\sigma$ ) SE MUESTRAN SOMBREADOS.  $\gamma_1$  Y  $\gamma_2$  SON COORDENADAS CURVILINEAS. DESPUES DE CERVENY Y RAVINDRA (1971).

descomposición conduce a una serie del tiempo armónica asintótica de la ecuación de onda. Tomando el primer término de la serie, se puede calcular rápidamente el frente de onda en cualquier punto de propagación. Para el tratado riguroso de este método se recomienda a Cervený y Ravindra (1971) y Hron y Kanasevich (1971). El algoritmo numérico utilizado se debe a Spence et al. (1984), que provee modelos de capas o estructuras bidimensionales consistentes en velocidades y/o gradientes de velocidad con orientación arbitraria. Las ventajas y desventajas de usar la teoría asintótica de rayos en comparación con otros métodos se discute en Chapman (1977).

#### EL METODO DE MONTE CARLO

La inversión de Monte Carlo se considera como un método de tanteos (Keilis-Borok y Yanovskaya, 1967), pero con la ventaja de su búsqueda intrínsecamente aleatoria e iterativa (Fig. 2). Se utiliza este método para la búsqueda de un mínimo entre la respuesta de una serie de modelos aleatorios y los datos observados. El propósito principal es reducir la región de soluciones, debido a la no unicidad presente, así como definir un modelo inicial promedio sujeto a posterior optimización. Esto estimula a considerar inicialmente, parámetros con rangos amplios de variación.

Definiendo una serie de parámetros  $M_i (i=3, \dots, r)$ , donde  $r$  es finito. Cada  $M$  tiene una cierta distribución de probabilidad  $P$  tal que:

$$f(M_i) = P_i$$

donde  $f(M_i)$  es independiente para cada  $i$ .

Si permitimos límites de variabilidad para  $f(M_i)$  tenemos que:

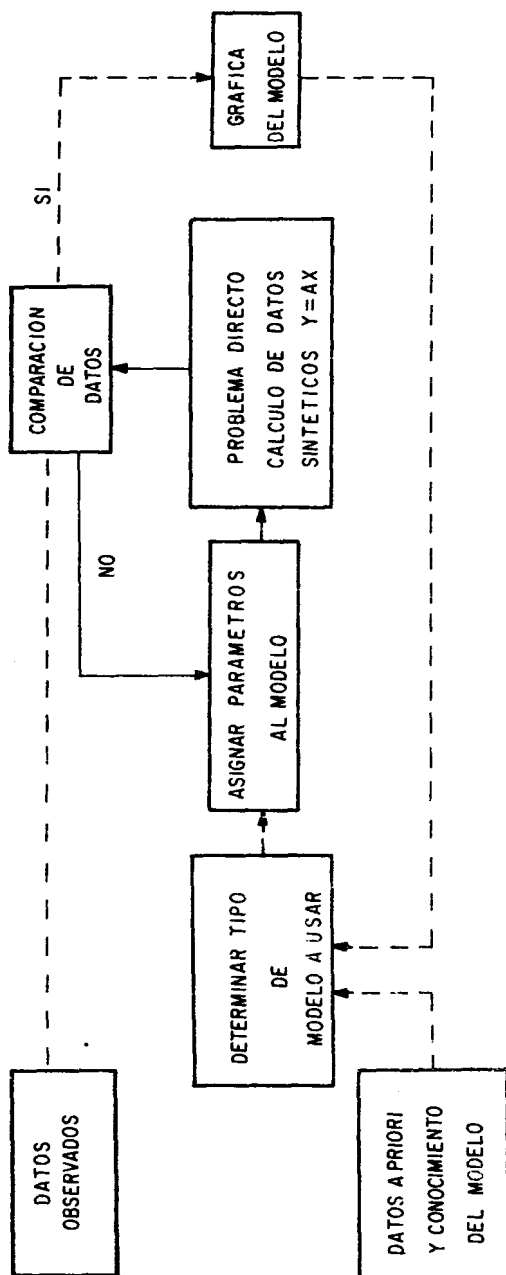


FIG. 2.- EL METODO DE TANTEOS ALEATORIO (MONTE CARLO).

(Lineas sólidas son ciclos repetitivos, líneas punteadas son un solo ciclo).

$$f_{\min} (M_i) \leq f (M_i) \leq f_{\max} (M_i)$$

donde  $f_{\min} (M_i)$  y  $f_{\max} (M_i)$  definen los límites apriori de valores posibles para  $f (M_i)$ . Esto define una región r-dimensional de parámetros en la cual se generan modelos aleatorios. Cada vez que se genera un modelo aleatorio, se evalúa la discrepancia entre los datos observados  $O_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) con los datos sintéticos del modelo  $C_i$ . La discrepancia se evalúa utilizando el criterio Xi-cuadrada:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n (O_i - C_i)^2 / \sigma_i^2$$

donde  $\sigma_i$  es la desviación estándar de los errores en los datos. Se puede proponer un límite de confiabilidad razonable de una desviación estándar de Xi-cuadrada:

$$n - (2n)^{1/2} < \chi^2 < n + (2n)^{1/2}$$

Los modelos contienen un determinado número de capas con velocidades constantes y/o gradientes verticales de velocidad. La tabla (1) nos muestra un ejemplo donde  $Z_i$  son las profundidades y  $V_i$  las velocidades de interface indicadas con un cierto rango de variabilidad;  $Z_m$  es en este ejemplo, la interface manto-corteza a 37.5 Km.

Se propone un número extenso de parámetros en los modelos iniciales, aún cuando el modelo óptimo sea de sólo unos cuantos parámetros. Esto se realiza para no limitar prematuramente las soluciones. Una vez que se encuentra un número suficiente de modelos cercanos a la solución, se utiliza entonces la teoría inversa generalizada para optimar los resultados.

## PARAMETROS FIJOS

$$V_0 = 4.8 \text{ Km/S}$$

$$Z_0 = 0.0 \text{ Km}$$

$$Z_1 = 5.0 \text{ Km}$$

$$Z_2 = 7.5 \text{ Km}$$

$$Z_3 = .$$

.

.

.

$$Z_m = 37.5 \text{ Km}$$

## PARAMETROS VARIABLES

---


$$5.3 < V_1 < 5.7 \text{ Km/S}$$

$$5.5 < V_2 < 5.7 \text{ Km/S}$$

.

.

.

.

$$8.2 < V_m < 8.33 \text{ Km/S}$$

Tabla I. Ejemplo de parámetros de un modelo.  $V_i$  y  $Z_i$  son la velocidad y la profundidad para cada interface.



## INVERSION GENERALIZADA

La teoría inversa generalizada provee un formalismo para analizar el poder resolutivo de los datos y un diagnóstico con fiable de los modelos que pueden reproducir las observaciones. Las tres etapas esenciales de la teoría inversa (Oldenburg, 1984) son las siguientes:

- 1) Construcción del modelo. Es el procedimiento por el cual se arreglan los datos y los parámetros para establecer su relación. El procedimiento utilizado aquí es la descomposición del valor singular o inversa de Lanczos (1961).
- 2) Evaluación del modelo. Es el procedimiento para observar las características de interés de los modelos que satisfagan los datos y proveer el grado de unicidad de las soluciones. Utilizamos una forma discreta de la conocida evaluación de Backus-Gilbert (1967) que incluye el criterio de extensión resolutiva ("spread") y las curvas de optimación varianza-resolución ("trade-off curves").
- 3) Inferencia modelo. Es un análisis necesario cuando el poder resolutivo de los datos no es lo suficientemente bueno. Normalmente es posible reducir la ambigüedad imponiendo restricciones físicas ("constraints") en los modelos. Este procedimiento se trata con detalle por Menke (1984), utilizando programación lineal.

## EL PROBLEMA INVERSO

La solución del problema inverso es determinar la predicción de parámetros que minimice el error residual:

$$E_i = y_i - f_i(x_j)$$

donde  $Y_i$  ( $i=1, \dots, n$ ) son los datos observados y  $f_i(X_j)$  es la función relación entre datos y parámetros  $X_j$  ( $j=1, \dots, m$ ). Partiendo del desarrollo de Jackson (1972), se forma un sistema lineal que se escribe:

$$Y = AX \quad (1)$$

Para construir una matriz inversa  $H$  de  $A$  se factoriza por medio de la descomposición del valor singular:

$$A = U \Lambda V^T \quad (2)$$

donde  $U(n, m)$  es la matriz "eigenvector" relacionada a los datos del problema,  $V^T(m, m)$  es la matriz transpuesta "eigenvector" relacionada a los parámetros del modelo y  $\Lambda(m, m)$  es la matriz diagonal con los "eigenvalores"  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$  convenientemente arreglados en orden decreciente. Partiendo que la matriz  $A$  puede ser singular se describe entonces como:

$$A = U_p \Lambda_p V_p^T \quad (3)$$

donde  $p$  son los "eigenvalores" no-cero. La inversa  $H$  queda descrita entonces:

$$H = A^{-1} = V_p \Lambda_p^{-1} U_p^T \quad (4)$$

La predicción de  $x$  ( $\hat{x}$ ) es:

$$\hat{x} = Hy = V_p \Lambda_p^{-1} U_p^T y \quad (5)$$

## ANÁLISIS ESTADÍSTICO

Es importante considerar la matriz resolución definida:

$$R = H A = V_p V_p^T \quad (6)$$

La matriz  $R$  nos determina el poder de resolución de los parámetros. Si  $R$  es una matriz identidad, los parámetros tienen valores únicos. Si este no es el caso, es útil el criterio de extensión resolutive (Menke, 1984):

$$J_K = \sum_{i=1}^m \left[ R_{KJ} - I_{KJ} \right]^2 \quad (7)$$

donde  $I$  es una matriz identidad.

Para la consideración de las curvas de optimación - varianza-resolución, se tiene la covarianza de los parámetros corrección:

$$\text{Cov} \left\{ \begin{matrix} \hat{A} \\ \hat{x} \end{matrix} \right\} = H \text{Cov} \left\{ y \right\} H^T \quad (8)$$

donde  $\text{Cov} \left\{ y \right\}$  es la matriz covarianza de los datos.

Si los errores en los datos están correlacionados, el sistema es entonces conocido como la inversa de máxima probabilidad ("maximum-likelihood inverse", Aki y Richards, 1980). Minimizando el determinante de  $\text{Cov} \left\{ \begin{matrix} \hat{A} \\ \hat{x} \end{matrix} \right\}$ , definimos la curva de optimación resolución-varianza:

$$\det \left\{ \begin{matrix} \hat{A} \\ \hat{x} \end{matrix} \right\}_K = \prod_{i=1}^K 1/\lambda_i^2 \quad (9)$$

Así entonces, se puede construir la óptima inversa generalizada con solo  $K$  "eigenvalores":

$$H_K = V_K \Lambda_K^{-1} U_K^T \quad (10)$$

$K \leq P$

Por lo tanto la solución óptima es:

$$\hat{x} = H_K y$$

Se consideraron también operadores de peso para estandarizar el sistema, así como factores de amortiguamiento (Kennet y Nolet, 1978).

#### APLICACION DE LOS METODOS

La Figura 3 muestra el trazo de rayos de un modelo experimental para generar datos observados (Fig. 4).

Se procedió con el método de Monte Carlo para obtener modelos aleatorios. Los modelos utilizados consistieron de 20 capas con espesores de 2 Km. Se generaron un número considerable de modelos de los cuales sólo unos cuantos satisficieron los datos cinemáticos (tiempos de arribo). La estimación cualitativa consistió en la inspección de las amplitudes. Con ello se redujo el número de modelos que fueron suficientemente aceptables para ser considerados modelos-solución. En la Fig. 5 se muestra el modelo catalogado MC410 que es una solución general. Nótese que está lejos de ser una solución óptima debido al número de capas utilizado. No obstante, el modelo MC410 fue entonces analizado con el método de inversión generalizada. Por ejemplo, la Fig. 6 muestra el intercambio ("trade-off") entre varianza resolución para determinar el valor en la ecuación (10). También se analizó el poder resolutivo de cada parámetro como se muestra en las Figuras 7 y 8. Se puede observar en estas ilustraciones, que el segundo parámetro tiene buena resolución, mientras que el sexto parámetro tiene una resolución deficiente.

Partiendo del análisis que nos permite la teoría inversa

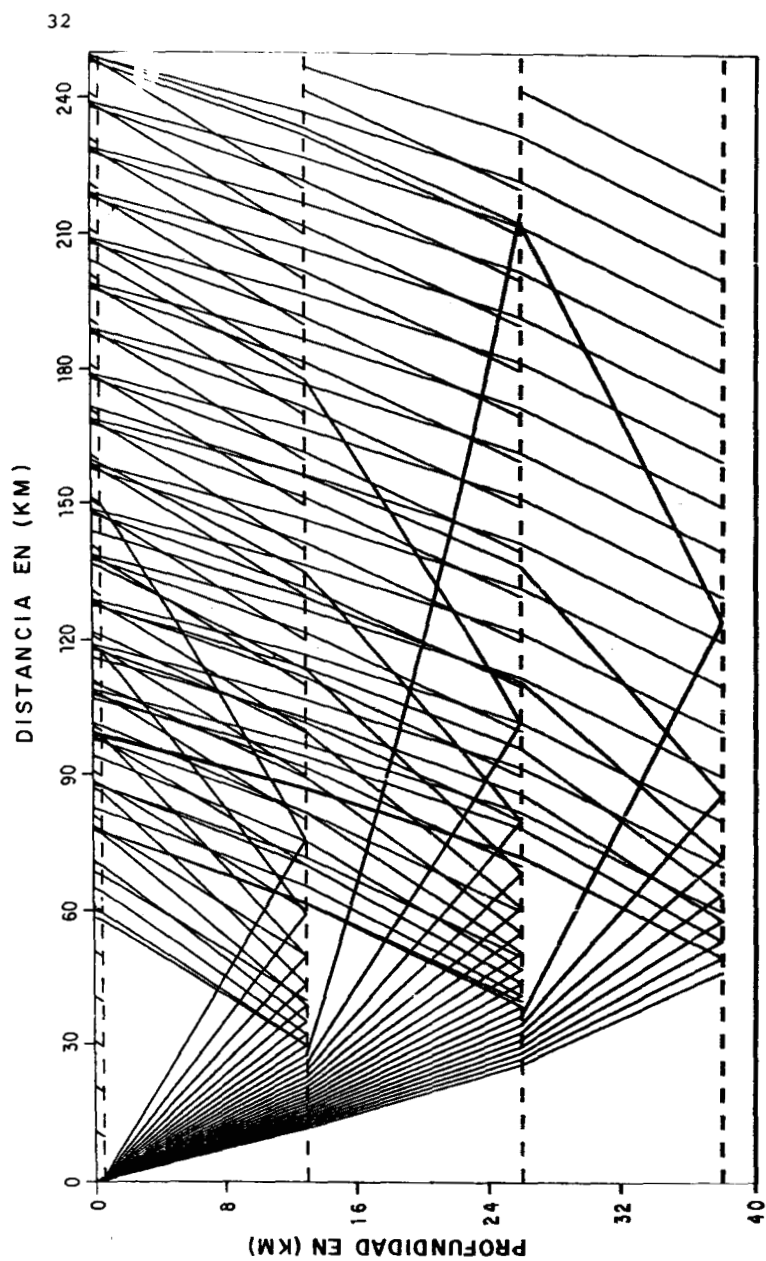


FIG. 3 TRAZO DE RAYOS DE UN MODELO EXPERIMENTAL DE 5 CAPAS.

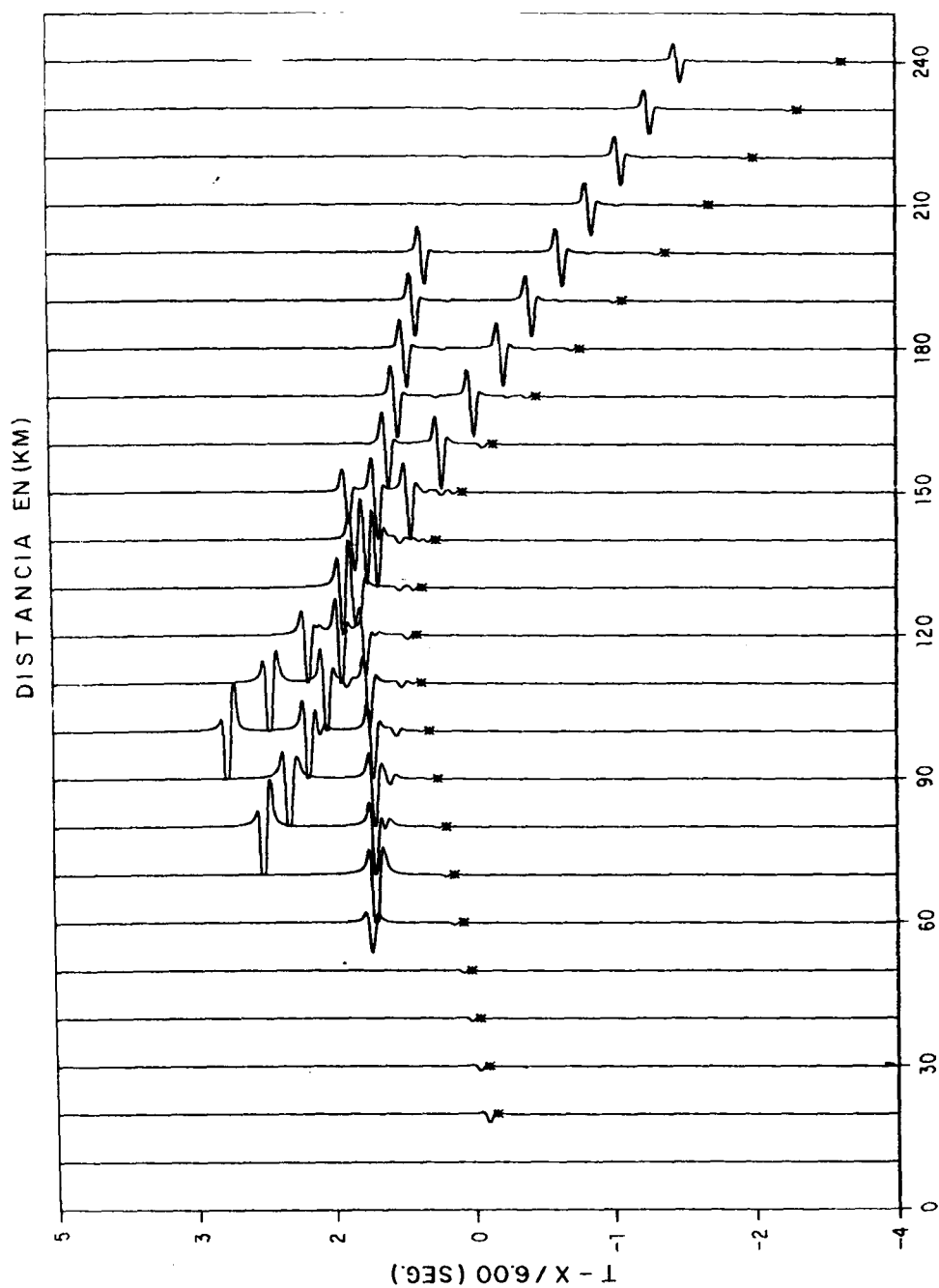


FIG. 4 SISMOGRAMA SINTETICO DEL MODELO DE LA FIG. 3  
ESTACIONES CADA 10 KMS.

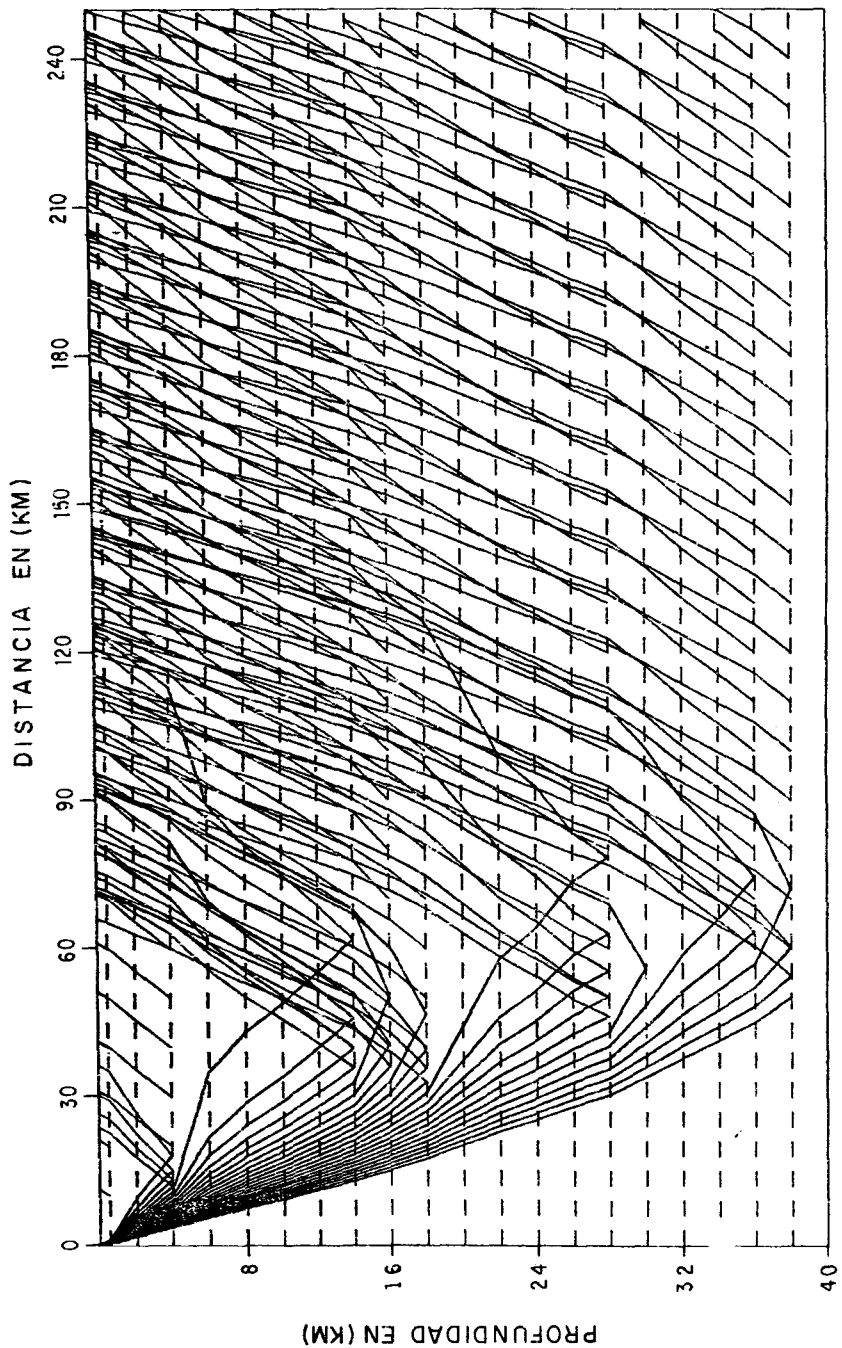


FIG. 5 TRAZOS DE RAYOS DE UN MODELO-SOLUCION PARCIAL ( MC 410 ).

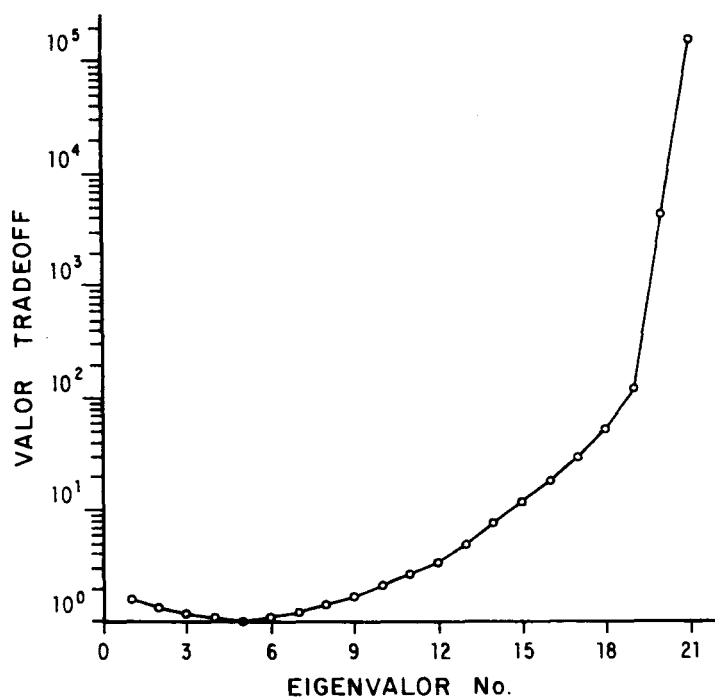


FIG. 6 "TRADE-OFF" ENTRE VARIANZA - RESOLUCION.



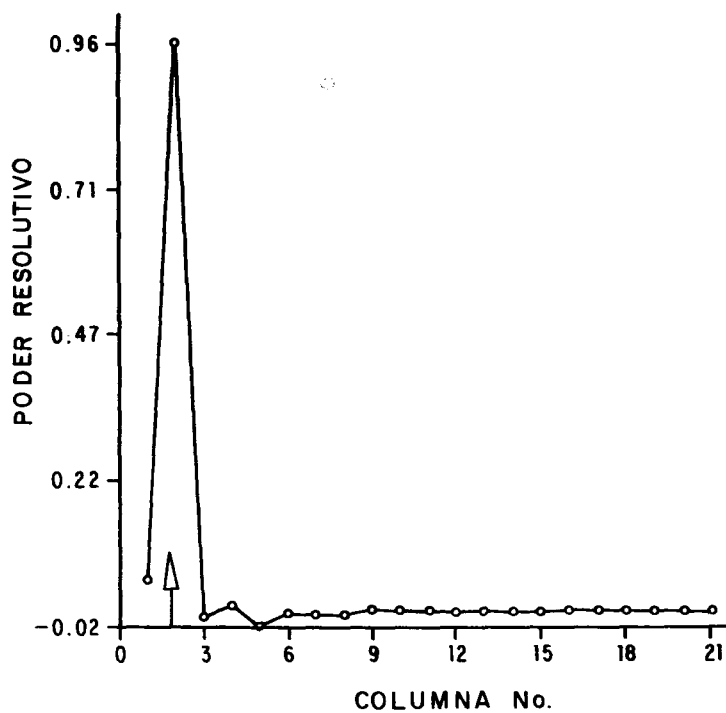


FIG.7 PODER RESOLUTIVO DEL SEGUNDO PARAMETRO  
DEL MODELO MC 410.

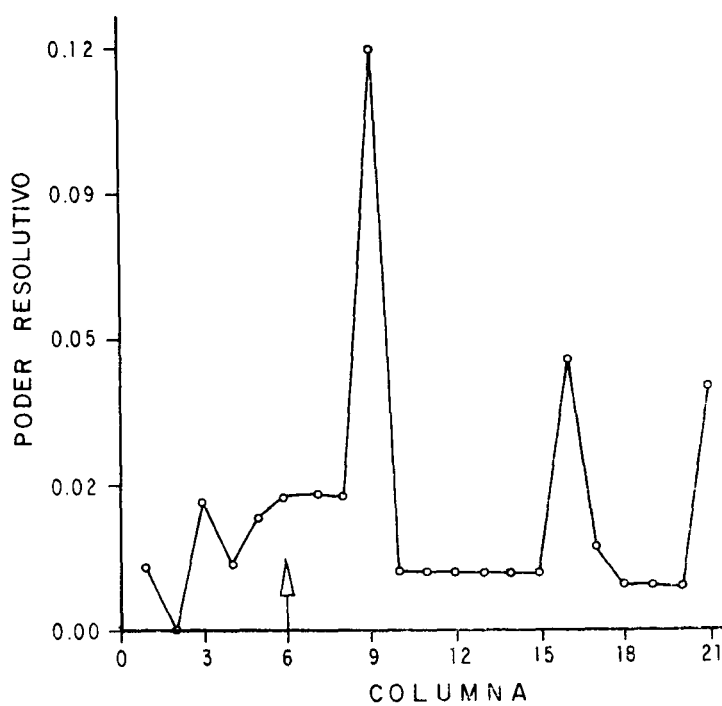


FIG. 8 PODER RESOLUTIVO DEL SEXTO PARAMETROS  
DEL MODELO MC 410.

generalizada, se obtuvo un modelo óptimo de sólo cinco capas. La distribución velocidad-profundidad en este modelo óptimo y del modelo experimental es muy semejante (ver Fig. 9).

Otro ejemplo, de datos reales, es el gran experimento del cinturón de esquistos verdes de Abitibi en la provincia de Quebec. Dicho trabajo es parte de un estudio para obtener información de la estructura profunda del escudo canadiense. El cinturón de Abitibi es una estructura orogénica antigua compuesta de metavolcánicos de grado moderado, complejos meta-sedimentarios e intrusiones plutónicas graníticas.

El experimento de refracción en el cinturón de Abitibi consistió de un perfil desde la ciudad de Val d'Or hasta la ciudad de Matagami, cubriendo aproximadamente 250 Km de longitud. El experimento fue diseñado para encontrar la topografía del Moho (por medio de tiros de abanico) así como la estructura de la corteza a profundidad y las diferencias litológicas laterales en el cinturón (por medio de tiros cruzados).

En la Fig. 10 se muestra uno de los perfiles sísmicos con escala en tiempo reducida a 6 Km/s como lo sugiere Yanovskaya y Asbel (1964). Los detalles de este experimento se pueden ver en Crossley et al (1984). Aquí sólo se muestra el modelo óptimo del análisis cuantitativo del perfil de la Fig. 10. Dicho modelo se muestra en la Fig. 11. Se observa que hay una zona de baja velocidad entre 10 y 17 Km de profundidad. Se tiene también un gradiente de velocidad fuerte a partir de los 23 Km que se extiende hasta la interface corteza-manto en donde hay una velocidad de 8.3 Km/s., a 36 Km de profundidad.

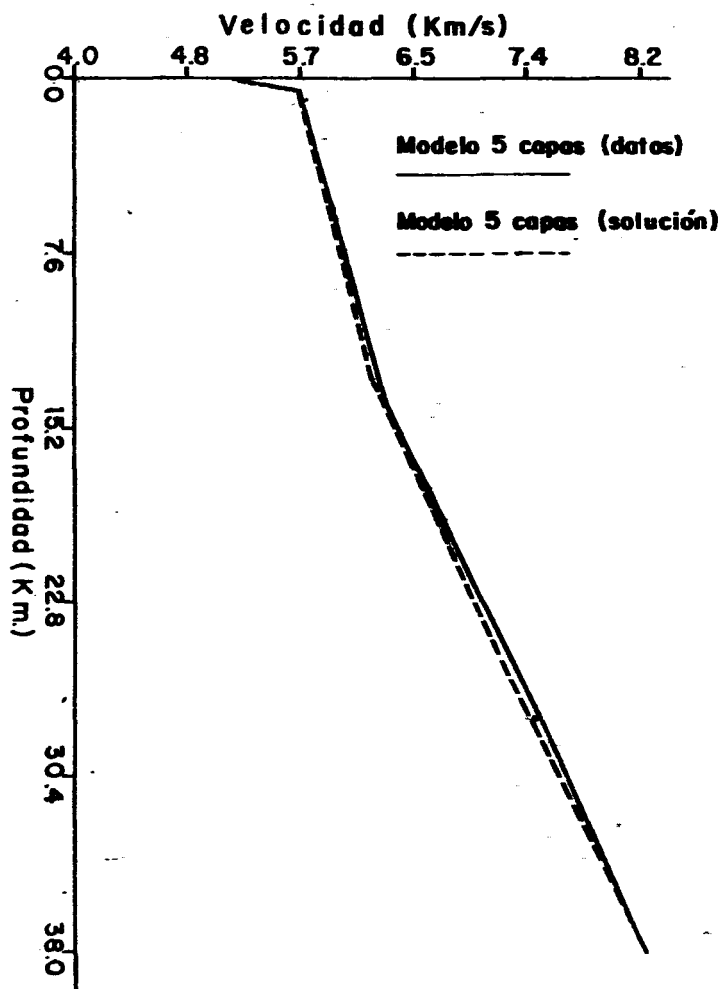


FIG. 9 DISTRIBUCION DE VELOCIDAD A PROFUNDIDAD DEL MODELO EXPERIMENTAL Y DEL MODELO SOLUCION.

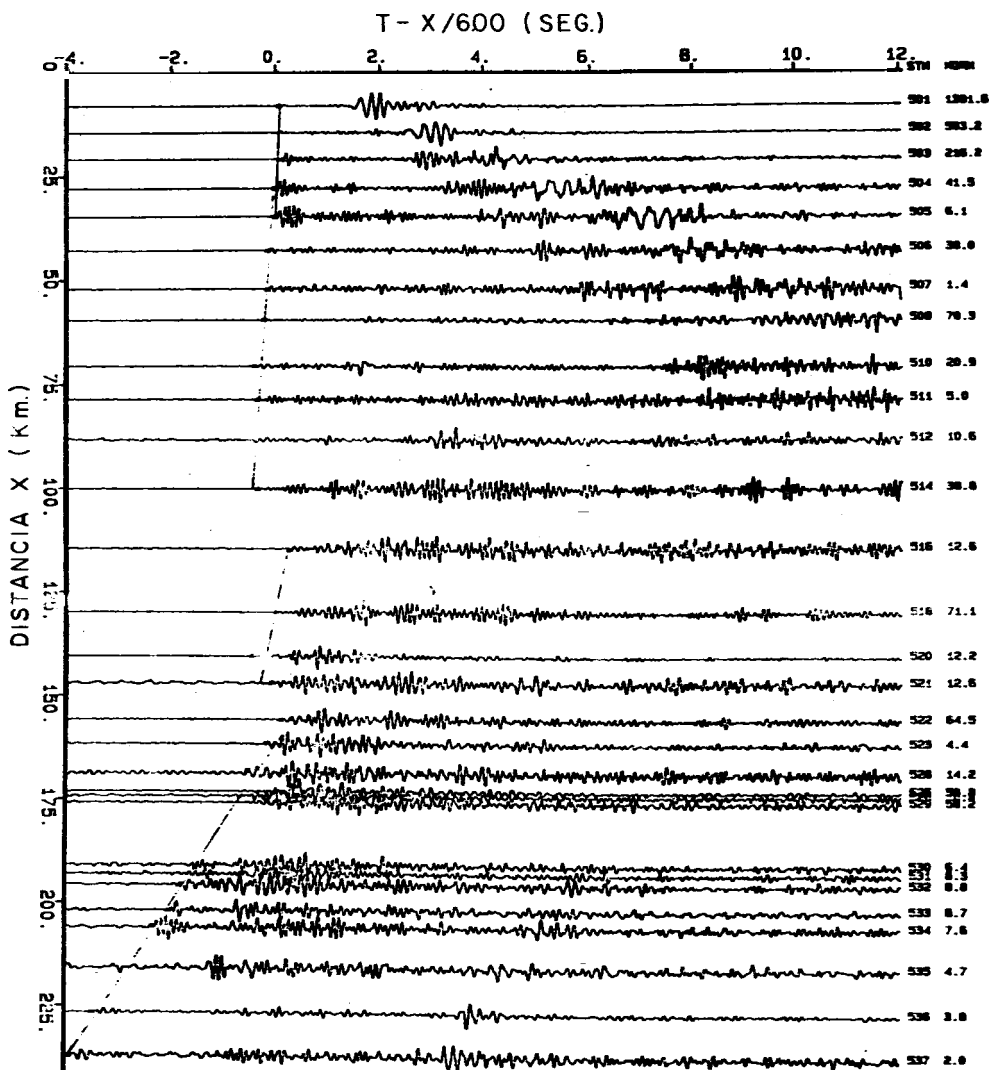


FIG. 10 DATOS DE REFRACCION DE ABITIBI.

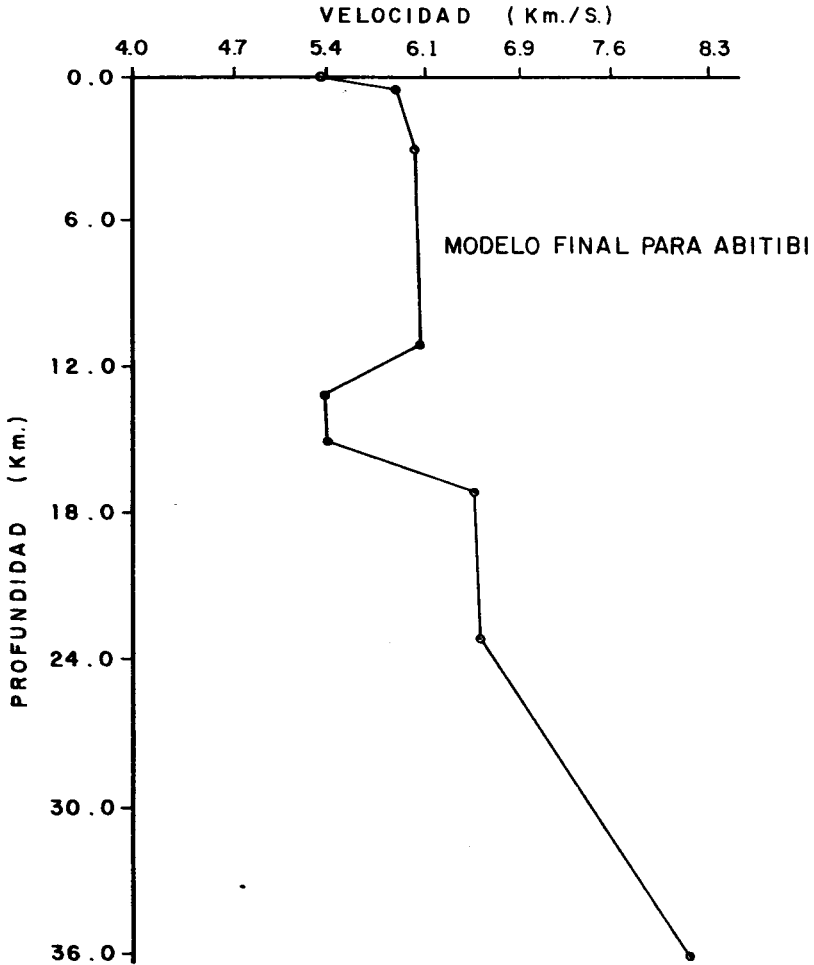


FIG. 11 DISTRIBUCION DE VELOCIDAD DEL MODELO OPTIMO PARA ABITIBI.

## CONCLUSIONES

Se ha presentado una técnica para la interpretación cuantitativa de datos sísmicos de refracción profunda.

El método de Monte Carlo resulta ser costoso, pero es necesario cuando el número de datos es escaso, se evitan restricciones subjetivas en el modelo y permite que el modelo inicial en el esquema de inversión generalizada no sea muy crítico, asegurando con ello la convergencia.

El factor de amortiguamiento es necesario para estabilizar la respuesta del modelo a profundidad.

La descomposición del valor singular nos permite resolver problemas no lineales, de número escaso de datos, y observar el grado de libertad presente. Si el problema es no lineal, son necesarias varias iteraciones.

El método nos indica la precisión con que se ajusta el modelo relativo al ruido en los datos y se puede predecir la precisión con la cual los parámetros son estimados, permitiendo alta resolución y mínima varianza.

El método es lo suficientemente flexible para poder incorporar información adicional así como extender el modelo en dos y tres dimensiones.

El método permite modelos con zonas de baja velocidad.

## REFERENCES

- Aki K. and Richards P. G. (1980). Quantitative Seismology (theory and methods). Freeman Co. 1 and 2, 932 pp.
- Backus G. E. and Gilbert J. F. (1967). Numerical application of a formalism for geophysical inverse problems. Geophys. J. 13, 247-276.
- Cerveny V. and Ravindra R. (1971). Theory of Seismic Head Waves. University of Toronto press. Toronto, Ontario, Canada, 312 pp.
- Chapman C. H. (1977). The computation of synthetic body-wave seismograms. Computing Methods in Geophysical Mechanics. AMD 25, 43-77.
- Crossley D. J., Brooks C., Schwarz E. J., duBerger R., Mereu R. F., Green A. G. and Forsyth D. A. (1985). A seismic refraction experiment in the Abitibi Greenstone Belt. Submitted for publication.
- Del Valle G. R. (1986). Model Parameterization in Refraction Seismology. M. Sc. thesis, McGill University. 127 pp.
- Hron, F., and Kanasevich, E. R. (1971). Synthetic seismograms for deep seismic sounding studies using asymptotic ray theory. Bull. Seismol. Soc. Amer. 61, 1169-1200.
- Jackson D. D. (1972). Interpretation of inaccurate, insufficient and inconsistent data. Geophys. J. R. astr. Soc. 28, 97-109.
- Keilis-Borok V. I. and Yanovskaya T. B. (1967). Inversion problems of seismology (structural review). Geophys. J. R. astr. Soc. 13, 223-234.
- Kennett B. and Nolet G. (1978). Resolution analysis for discrete systems. Geophys. J. R. astr. Soc. 53, 413-425.
- Lanczos C. (1961). Linear differential operators. D. van Nostrand. London. 564 pp.
- Maisel L. (1971). Probability, statistics and random processes. Simon and Schuster Inc. New York. 280 pp.
- Menke W. (1984). Geophysical data analysis: Discrete inverse theory. Academic press. London. 260 pp.
- Miller A. R. (1982). FORTRAN (Programs for scientists and engineers). Sybex inc. 280 pp.



- Oldenburg D. W. (1984). An introduction to linear inverse theory. IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing. GE22, No. 6, 665-674.
- Spence, G. D., Whittall, K. P., and Clowes, R. M. (1984). Practical synthetic seismograms for laterally varying media calculated by asymptotic ray theory. Bull. Seismol. Soc. Amer. 74, 1209-1223.
- Will, M. (1976). Calculation of travel times and ray paths for lateral inhomogeneous media. Explosion Seismology in Central Europe, P. Giese, C. Prodehl and Stein (editors). Springer-Verlag, Berlin, 168-177.
- Yanovskaya T. B. and Asbel J. (1964). The determination of velocities in the upper mantle from the observations of p-waves. Geophys. J. R. astr. Soc. 8, 313-318.

**GEOFISICOS CONSULTORES PARA  
PETROLEOS MEXICANOS**



**Seiscor Corporation  
of Mexico**

**RIO TIBER 50-101 MEXICO 5, D.F.  
TELEFONOS : 514-47-94 514-47-96**

**SUBSIDIARIA DE  
SEISMOGRAPH SERVICE CORPORATION  
6200 East 41st. St. • Box 1590 • Tulsa, Oklahoma, U.S.A.**

**ESPECIALIZADOS EN :**

**SERVICIO DE  
GEOFISICA**

- Levantamientos :**
- Sismológicos
  - Gravimétricos
  - Magnetométricos
  - Procesado de Datos Magnéticos
  - LORAC-Levantamiento Electrónico

**SERVICIO DE  
REGISTRO DE POZOS**

- Registros para Evaluación de Formaciones
- Registros de Pozos de Producción
- Servicio de Terminación Permanente
- Registro Continuo de Velocidad

# WESTERN

SIEMPRE **EN MARCHA**

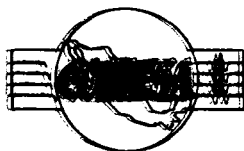
Infórmate de las oportunidades de trabajo en el extranjero a través de los servicios de información y asesoramiento que ofrecemos en el área de emigración y migración.



Western Airlines, S.A.  
Calle 14 de Mayo, No. 100, 100-100, Lima

Western Airlines, S.A.  
Calle 14 de Mayo, No. 100, 100-100, Lima

**WESTERN AIRLINES**  
LIMAS - LIMA - LIMA  
LIMA - LIMA - LIMA



**CONSULTORES Y CONTRATISTAS  
DE  
GEOLOGIA Y GEOFISICA**

***Compañía Mexicana de Exploraciones, S.A.***

**RIO BALSAS 101 5º PISO APDO. POSTAL 5-255**

**MEXICO 5, D. F.**

**TELS 28-85-90 14-44-02**