

BOLETIN

de la

Asociación Mexicana de Geofísicos de Exploración

S U M A R I O

Notas sobre el Empleo de Sismo-Detectores Múltiples. Por el Ing. *Antonio García Rojas.*

Aplicación de Sismos Múltiples en Areas Difíciles de la Zona Noreste. Por el Ing. *José Coffin Otero.*

“FORO ABIERTO”

El Método de los Mínimos Cuadrados. Por el Ing. *F. Neri España.*

ASOCIACION MEXICANA DE GEOFISICOS DE EXPLORACION

MESA DIRECTIVA PARA EL PERIODO 1961-1962

Presidente: Santos Figueroa Huerta.

Vice-Presidente: Guillermo Hernández Moedano.

Secretario: Alfonso Cornejo Toledo.

Tesorero: Thomas Ortiz.

Vocal de Petróleo: Jesús Basurto García.

Vocal de Minas: Guillermo P. Salas.

Vocal de Ingeniería Civil: Juventino Islas Leal.

Editor: Vladimir A. Olhovich.

Coeditores: Armando Eguía Huerta y Antonio Cordero Limón.

Presidente Directivo Anterior: Antonio García Rojas.

Este Boletín se publica cada tres meses y se distribuye gratuitamente a los socios.

El precio de suscripción para no socios es de \$ 150.00 m/n al año y
de \$ 50.00 m/n número suelto.

Para todo asunto relacionado con el Boletín: manuscritos, asuntos editoriales, suscripciones, descuentos especiales a bibliotecas públicas o de Universidades, publicaciones, anuncios, etc., dirigirse a:

ING. VLADIMIR A. OLHOVICH

Av. Juárez No. 97 Despacho 302.

Teléfonos 18-41-41 y 12-89-70

México 1, D. F.

NOTAS SOBRE EL EMPLEO DE SISMODETECTORES MULTIPLES

Por el Ing. *Antonio García Rojas* *

PRIMERA PARTE

Detectores de Igual Sensibilidad Situados en Línea.

I.—INTRODUCCION

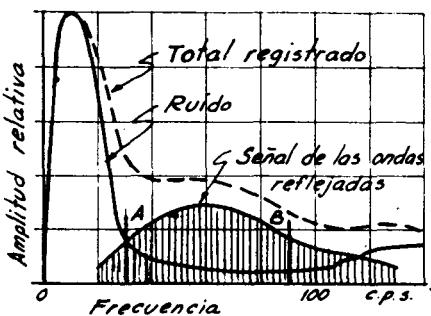
En un artículo reciente, el Ing. Antonio C. Limón presentó algunos aspectos fundamentales sobre el empleo de detectores múltiples, haciendo destacar que el éxito de la exploración sismológica por el método de reflexión depende de la capacidad que tengan los instrumentos y las técnicas de operación para suprimir, o disminuir considerablemente, las señales que no corresponden a las ondas reflejadas.

En estas notas se cubren aspectos de aplicación de la teoría de detectores múltiples de igual sensibilidad y situados en línea recta, tendientes a definir con base en un trabajo previo de análisis de ruidos, cuál es el número y espaciamiento de detectores más adecuado para mejorar la relación señal-ruido en trabajos sismológicos de reflexión.

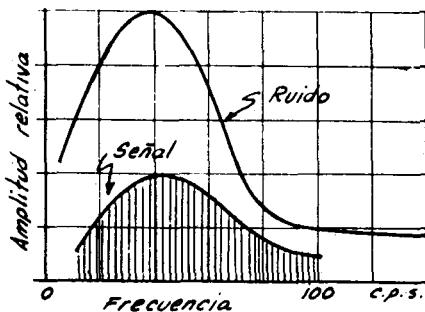
II.—CONSIDERACIONES GENERALES

Las ondas sísmicas son de carácter esencialmente transitorio y se pueden descomponer en un espectro de frecuencias que va desde el cero al infinito, y que tiene las formas aproximadas que se muestran esquemáticamente en las figuras Nos. 1-a y 1-b.

*) Petróleos Mexicanos, Gerencia de Exploración.



a) Caso en que las ondas de ruido tienen espectro de frecuencias predominantemente bajo



b) Caso en que las ondas de ruido tienen un espectro de frecuencias semejante al de los reflejos

Fig. No.1.—Esquemas del espectro de frecuencias registradas por un detector sismológico.

Las ondas reflejadas son la señal que se desea registrar y las demás, que se designan con el nombre genérico de ondas de ruido, deben ser eliminadas para facilitar la correlación de los reflejos.

En el caso de la figura 1-a el espectro de frecuencia de las ondas de ruido tiene su mayor amplitud dentro de las frecuencias bajas, y en el rango de frecuencias de las ondas reflejadas sus componentes son de amplitud mucho menor que las de los reflejos. En estas condiciones, el empleo de filtros eléctricos que pasen la banda A-B permitirá distinguir con suficiente claridad en las trazas del sismograma a las ondas reflejadas por el alineamiento definido de éstas y porque es grande la relación de su amplitud por lo que se refiere al nivel de las ondas de ruido que pasen por los filtros.

En otros casos, que se presentan frecuentemente, el espectro de las ondas registradas por los detectores es del tipo indicado en la figura 1-b, y el empleo de filtros aunque mejora la relación señal-ruido, no siempre permite que los reflejos puedan distinguirse claramente, puesto que su amplitud es menor que la de las señales debidas a los ruidos, y en muchos casos la suma de las señales de ruido y de las de reflejos no permiten distinguir los alineamientos de éstos.

El nivel de ruido que registran los detectores puede dividirse en dos grandes grupos: Ruido coherente y Ruido incoherente.

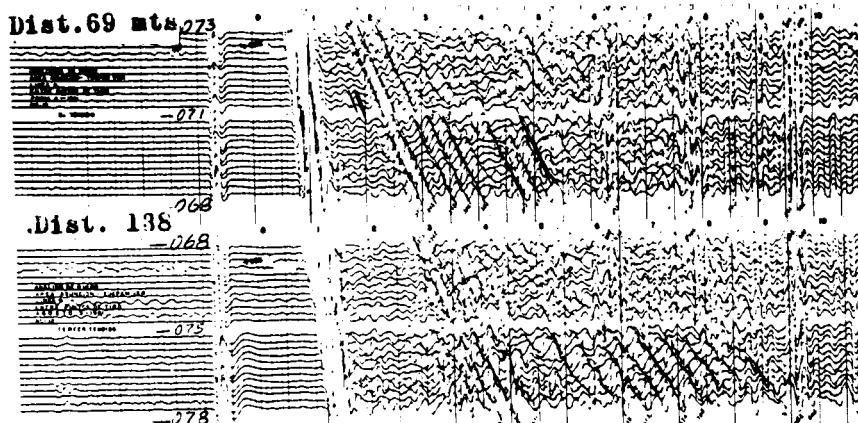


Fig. 2-a

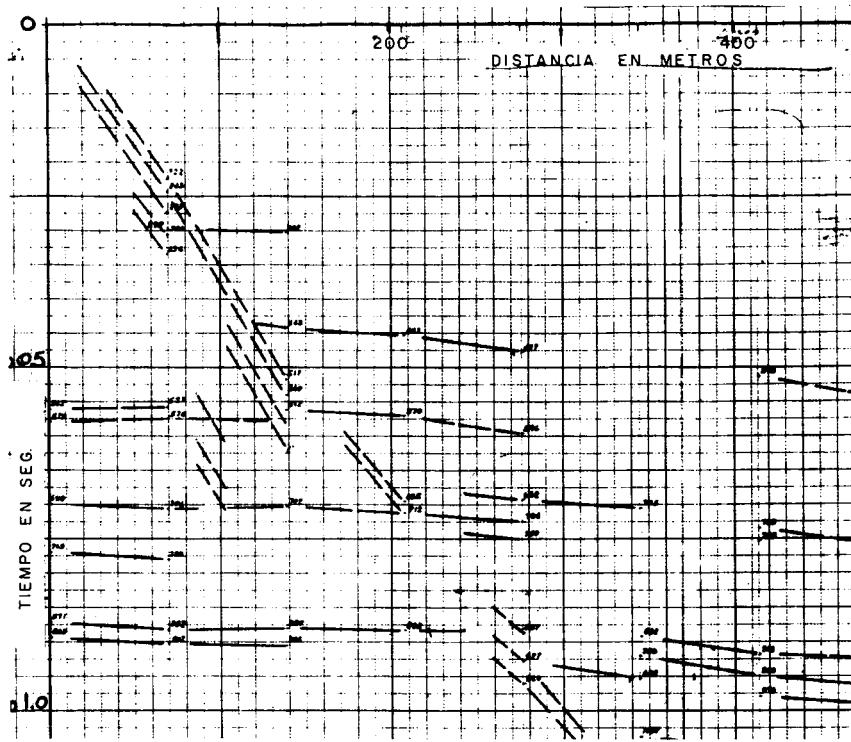


Fig. 2-b

Fig. No. 2.—Porciones de registros y gráfica $t-d$ mostrando una banda de ruido coherente que interfiere reflejos de poca profundidad a distancias cortas y reflejos profundos a distancias grandes.

Se define por ruido coherente a aquél que muestra cierta tendencia para correlacionarse entre diferentes trazas cuando se hacen observaciones especiales, con una distancia pequeña entre detectores (del orden de 3 a 5 metros), encaminadas a hacer un análisis de las condiciones del ruido del área. Se caracteriza por mostrar un alineamiento definido en las gráficas tiempo-distancia (ver figuras 2-a y 2-b), aunque de velocidad aparente considerablemente menor que para las ondas reflejadas. (En los registros usuales de reflexión, donde se emplean separaciones más grandes entre detectores, es frecuente que las ondas de ruido coherente no puedan correlacionarse de una traza a la otra).

Se define como ruido incoherente a aquél que no se encuentra alineado entre las diferentes trazas cuando se hacen registros para análisis de ruidos.

Este ruido puede reducirse por el factor: $\frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{M}} = \frac{0.83}{\sqrt{M}} = \sim \frac{1}{\sqrt{M}}$.

empleando un número M de detectores interconectados y espaciados entre sí unos pocos metros, a fin de no registrar exactamente la misma señal. Esta disposición no perjudica las señales debidas a las ondas reflejadas las cuales tienen generalmente un defasamiento muy pequeño entre los diferentes detectores.

Las ondas de ruido incoherente siguen trayectorias indeterminadas y se consideran debidas a ondas reflejadas, refractadas o difractadas de inhomogeneidades de pequeña extensión, distribuidas de manera irregular en la sección geológica atravesada por las ondas elásticas.

En los casos en que exista ruido coherente es posible mejorar la relación señal—ruido si se aprovecha la circunstancia de que las ondas reflejadas llegan a los detectores con pequeñas diferencias de tiempo, que varían desde cero hasta un máximo que depende del echado y profundidad de las formaciones y de la velocidad de propagación de las ondas elásticas, en tanto que las ondas que producen las señales de ruido coherente generalmente llegan a los detectores con diferencias de tiempo apreciablemente mayores.

De acuerdo con lo anterior, las ondas reflejadas tienen una velocidad aparente elevada, mientras que las ondas de ruido tienen una velocidad aparente considerablemente más baja, lo cual corresponde a diferentes ángulos de emergencia de los respectivos frentes de onda. Según se indica en la figura No. 3, en donde se supone la existencia de una capa meteorizada de espesor uniforme y frentes planos de onda, las velocidades aparentes son:

$$\text{Ondas reflejadas} \quad V_{ap_r} = \frac{\Delta X}{\Delta t_r} \quad (1)$$

$$\text{Ondas de ruido} \quad V_{ap_r} = \frac{\Delta X}{\Delta t_r}$$

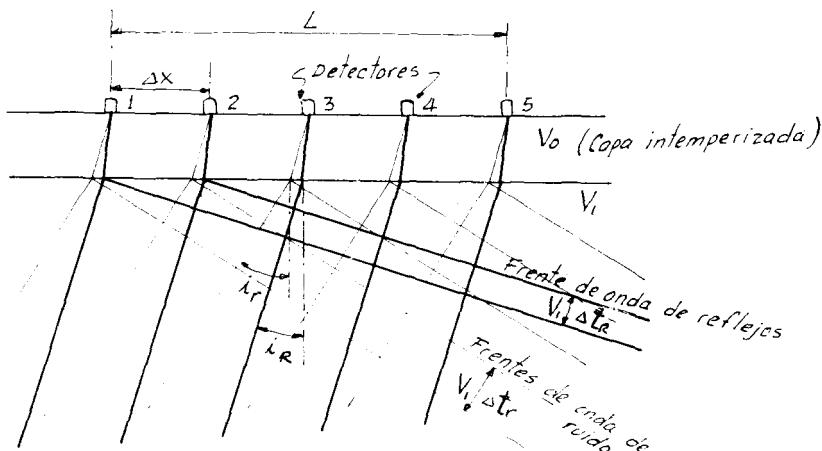


Fig. No. 3.—Esquema de la relación normal entre los frentes de onda para las ondas reflejadas y las ondas de ruido coherente en una estación sismológica.

siendo ΔX la distancia entre los detectores considerados y Δt la diferencia de tiempo con que se registran las mismas fases de las ondas de reflejo, o de ruido, en un disturbio correlacionable de una traza a otra.

III.—RESPUESTA DE UN GRUPO DE DETECTORES IGUALES SITUADOS CON ESPACIAMIENTO UNIFORME EN UNA LINEA

La amplitud de cualquier disturbio sísmico para un detector determinado, ya sea reflejo o ruido, como el que se indica en la figura No. 4, puede expresarse en forma muy aproximada, en función del tiempo de llegada a otro detector cualquiera, por medio de la siguiente fórmula:

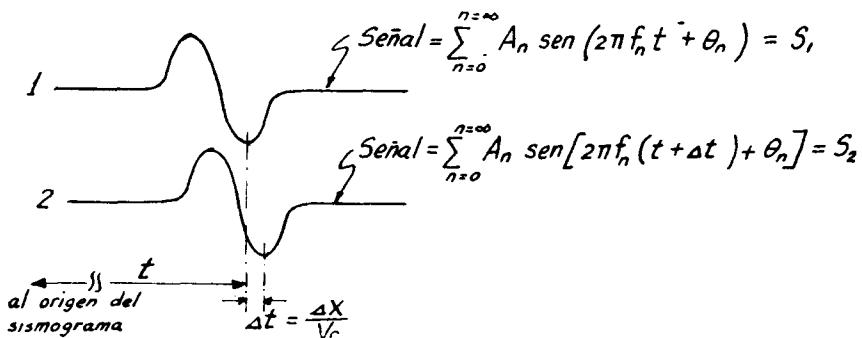


Figura No. 4.

$$S_2 = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \sin \left[2\pi f_n \left(t + \frac{\Delta X}{V_a} \right) + \theta_n \right] \quad (2)$$

en donde S_2 es la amplitud de la onda registrada en la traza (2), A_n la amplitud de la componente de frecuencia n en la traza (1), f_n la frecuencia de las componentes al descomponer la onda en series de Fourier, Θ_n el defasamiento de la componente de frecuencia f_n con relación a la frecuencia fundamental.

En la fórmula (2) puede observarse que la relación V_a/f_n tiene la forma de una longitud de onda, y por lo tanto se le designará en adelante como la longitud de onda aparente λ_a , y corresponde a la longitud que el disturbio considerado (si fuera continuo) recorrería a lo largo de la superficie para que en el punto de origen se repitiera la misma fase.

Si se conectan en serie, a una salida común, las señales de un número M de detectores, con un espaciamiento uniforme ΔX , la amplitud de la señal resultante será:

$$S_T = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \left[\sin (2\pi f_n t + \theta_n) + \sin \left(2\pi f_n t + 2\pi f_n \frac{\Delta X}{V_a} + \theta_n \right) + \right. \\ \left. + \sin \left(2\pi f_n t + 2\pi f_n \frac{2\Delta X}{V_a} + \theta_n \right) + \dots + \right. \\ \left. + \sin \left[2\pi f_n t + 2\pi f_n \frac{(M-1)\Delta X}{V_a} + \theta_n \right] \right] \quad (3)$$

y para una componente cualquiera de frecuencia f y de amplitud A la suma anterior vale:

$$A_T = A \frac{\sin (2\pi f \frac{M\Delta \times}{2V_a})}{\sin 2\pi f \frac{\Delta \times}{2V_a}} \cdot \sin [2\pi f (t + \frac{(M+1)\Delta \times}{2V_a}) + \Theta] \quad (4)$$

y si la longitud del espacio que cubren los detectores se designa por $L = (M+1) \Delta \times$ se tiene:

$$A_T = A \frac{\sin \pi f \frac{ML}{(M+1)V_a}}{\sin \frac{\pi f L}{(M+1)V_a}} \cdot \sin [2\pi f (t + \frac{L}{2V_a}) + \Theta] \quad (5)$$

en donde se ve que la salida del grupo de detectores iguales conectados en serie, es igual a la señal de un sólo detector colocado en el centro del tendido pero multiplicada por el coeficiente

$$c = \frac{\sin \pi f \frac{ML}{(M+1)V_a}}{\sin \frac{\pi f L}{(M+1)V_a}} = \frac{\sin \frac{\pi M}{M+1} \cdot \frac{L}{\lambda_a}}{\sin \frac{\pi}{M+1} \cdot \frac{L}{\lambda_a}}$$

Gráficamente la fórmula (5) es la suma de M vectores iguales defasados entre sí un ángulo $2\pi f \frac{\Delta \times}{V_a}$, y la determinación gráfica de la suma puede hacerse fácilmente según se indica en la figura No. 5, para el caso de salidas iguales y $M = 10$,

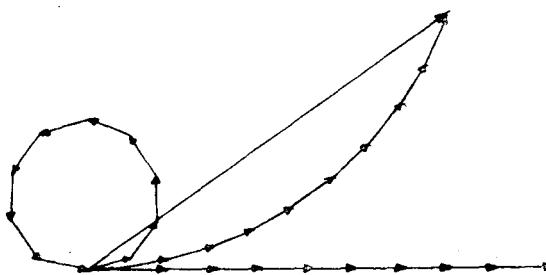


Fig. No. 5.—Diagrama vectorial de la suma de las salidas de 10 detectores iguales en un tendido, correspondiente a 3 diferentes longitudes de onda, mostrando la cancelación para una pequeña longitud aparente de onda.

Como el valor máximo de c es igual a M , podemos escribir

$$C = \frac{c}{M} = \frac{1}{M} \cdot \frac{\sin \left[\left(\frac{\pi M}{M+1} \right) \left(\frac{L}{\lambda_a} \right) \right]}{\sin \left[\left(\frac{\pi}{M+1} \right) \left(\frac{L}{\lambda_a} \right) \right]} \quad (6)$$

en donde C es la ganancia relativa del grupo con relación a la salida de un solo detector.

De las fórmulas (5) y (6) se vé que un conjunto de detectores, tiene una respuesta diferente para ondas elásticas con longitud de onda aparente diferente. Por lo tanto, con una disposición adecuada de detectores múltiples puede aumentarse en el registro la amplitud de los reflejos con relación al nivel de ruido, puesto que éste generalmente tiene longitud de onda más pequeña.

En la figura No. 6 se han trazado las variaciones en la magnitud de C para el caso de 12 detectores y para diferentes valores de la relación $\frac{L}{\lambda_a}$.

De allí se ve que C tiene valores de cero para los casos en que $\frac{M}{M-1} \cdot \frac{L}{\lambda_a}$

es igual a 1, 2, 3, etc. Asimismo se ve que un ciclo completo de las variaciones de C , sin considerar su signo, se repite cuando $L/(M-1) \lambda_a$ es igual a 1, 2, 3, etc.. es decir, se repite después de M máximos del valor de C .

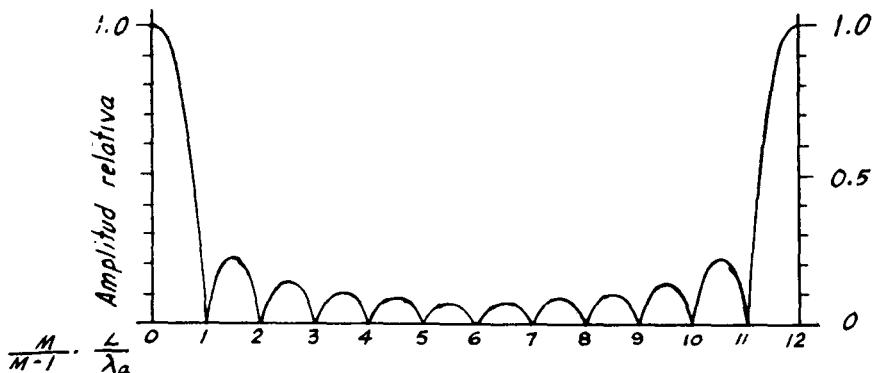


Fig. No. 6.—Variación de la ganancia relativa de un grupo de 12 detectores

para diferentes valores de la relación $\frac{M}{M-1} \cdot \frac{L}{\lambda_a}$

Hay que notar que la fórmula (6) sólo es aplicable al caso de señales que tengan una dirección de propagación a lo largo de la línea de detectores. Afortunadamente, en la mayoría de los casos la interferencia es debida a diferentes ondas refractadas a lo largo de la estación, con lo cual se obtiene una mejoría considerable con el uso de detectores múltiples. (Cuando en el análisis de ruidos se observa que gran parte de las interferencias procede de ondas laterales debe buscarse atenuar su efecto con detectores que cubran una área).

En el juego de curvas de la figura No. 7 se muestra la variación del coeficiente C de la fórmula (6) para una distribución uniforme de M detectores en línea y diferentes relaciones entre la longitud de onda aparente y el largo del tendido. (Nótese que estas curvas son equivalentes a las de la figura No. 6).

De curvas de la figura No. 7 puede obtenerse la respuesta de un tendido determinado para diferentes longitudes de onda, mediante una simple multiplicación de la relación $\frac{\lambda_a}{L}$ por el largo del tendido.

Puede verse también que a medida que aumenta el número de detectores se hace más notable y más amplia la existencia de una banda en la cual se atenúan considerablemente, abajo del 30%, las señales con longitud de onda aparente de valor bajo, y que por otra parte las señales con una relación de $\frac{\lambda_a}{L}$ desde 3 a infinito sufren una atenuación muy pequeña.

En estas notas se designa como banda de paso a la región de las curvas para la cual la respuesta a las señales debidas a las ondas reflejadas baja hasta un 70% de la amplitud correspondiente a un valor de $\frac{\lambda}{L} = \infty$.

También se define como ancho de la banda de atenuación a la región comprendida entre los puntos de la respuesta nula adyacentes a los picos de respuesta máxima comprendidos entre una longitud aparente de onda infinita y el primero que le sigue.

El resumen de las gráficas de la figura No. 7 se puede ver en la figura No. 8, para diferentes grupos de detectores de igual sensibilidad, mostrándose las bandas de paso y atenuación tal como se acaban de definir. En la Tabla No. 1 se muestran los valores del coeficiente C que corresponden a los máximos incluídos dentro de la banda de atenuación.

De la gráfica de la figura No. 8 y de los datos sobre longitud de onda de la señal reflejada y de las señales de ruido se puede determinar si quedan, respectivamente, dentro de la banda de paso y de la banda de atenuación. (Nótese que cuando el tendido es demasiado largo se puede entrar de nuevo a una zona en la que no se atenúan las señales de ruido).

Un estudio cuidadoso de los aspectos teóricos mencionados en el curso de este trabajo muestra que el mezclado de las señales de diferentes detectores no tiende a formar alineamientos en las trazas del registro, y por lo tanto a hacer que aparezcan reflejos no existentes en la señal original. Lo que se logra con los tendidos de varios detectores es cancelar parcialmente la amplitud de la señal de ruido coherente, reduciéndola a cantidades que varían del orden del 20% al 10% de la amplitud original, mientras que las señales correspondientes a las ondas reflejadas se reducen muy poco en amplitud, y si se emplea un tendido adecuado, nunca bajan al 70% de su valor original.

En la literatura americana se está designando a los filtros formados por condensadores y reactores como filtros que operan en el dominio de las frecuencias y a los filtros que se forman por un tendido de varios detectores

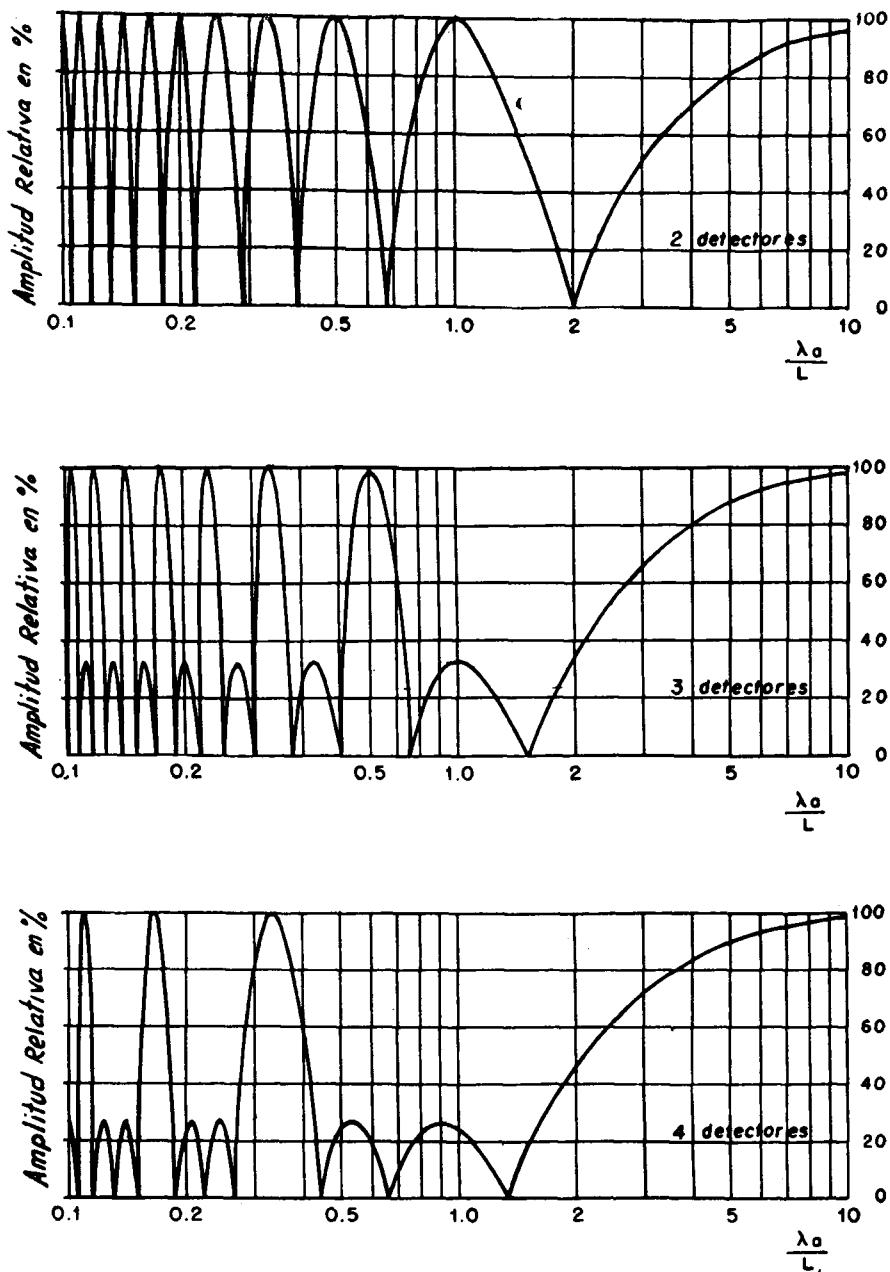


Fig. No. 7a.—Respuesta de grupos de 2, 3 y 4 detectores iguales con una separación equidistante.

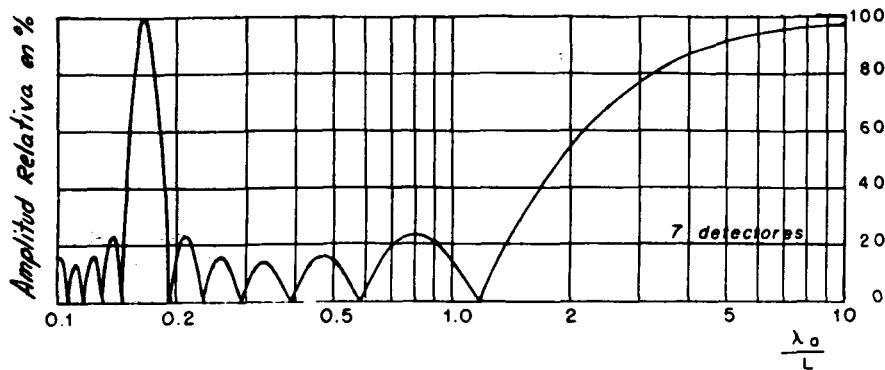
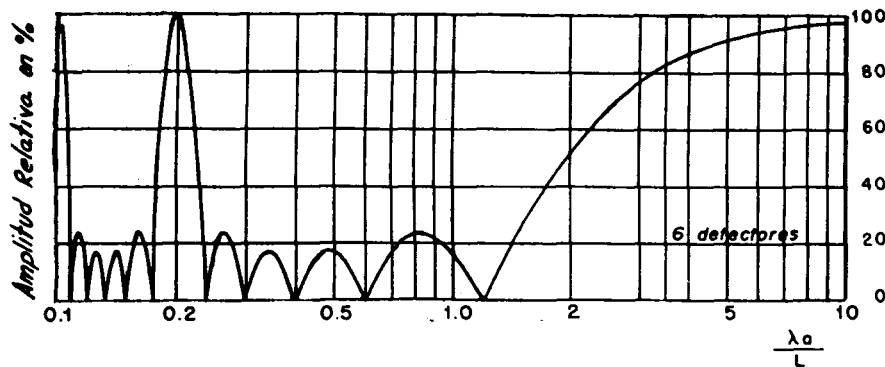
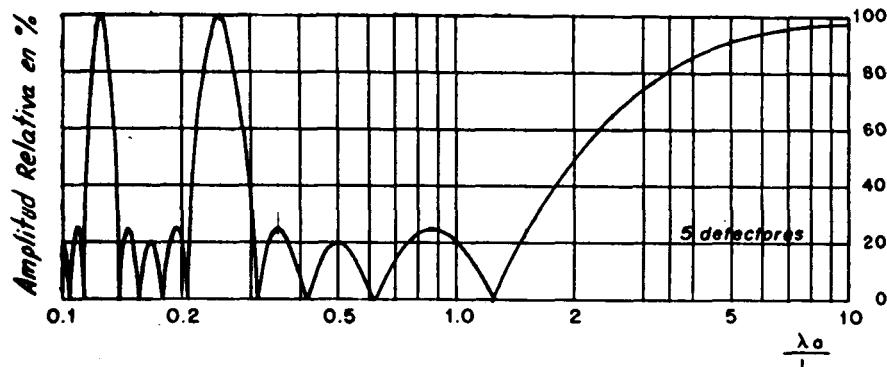


Fig. No. 7b.--Respuesta de grupos de 5, 6 y 7 detectores iguales con una separación equidistante.

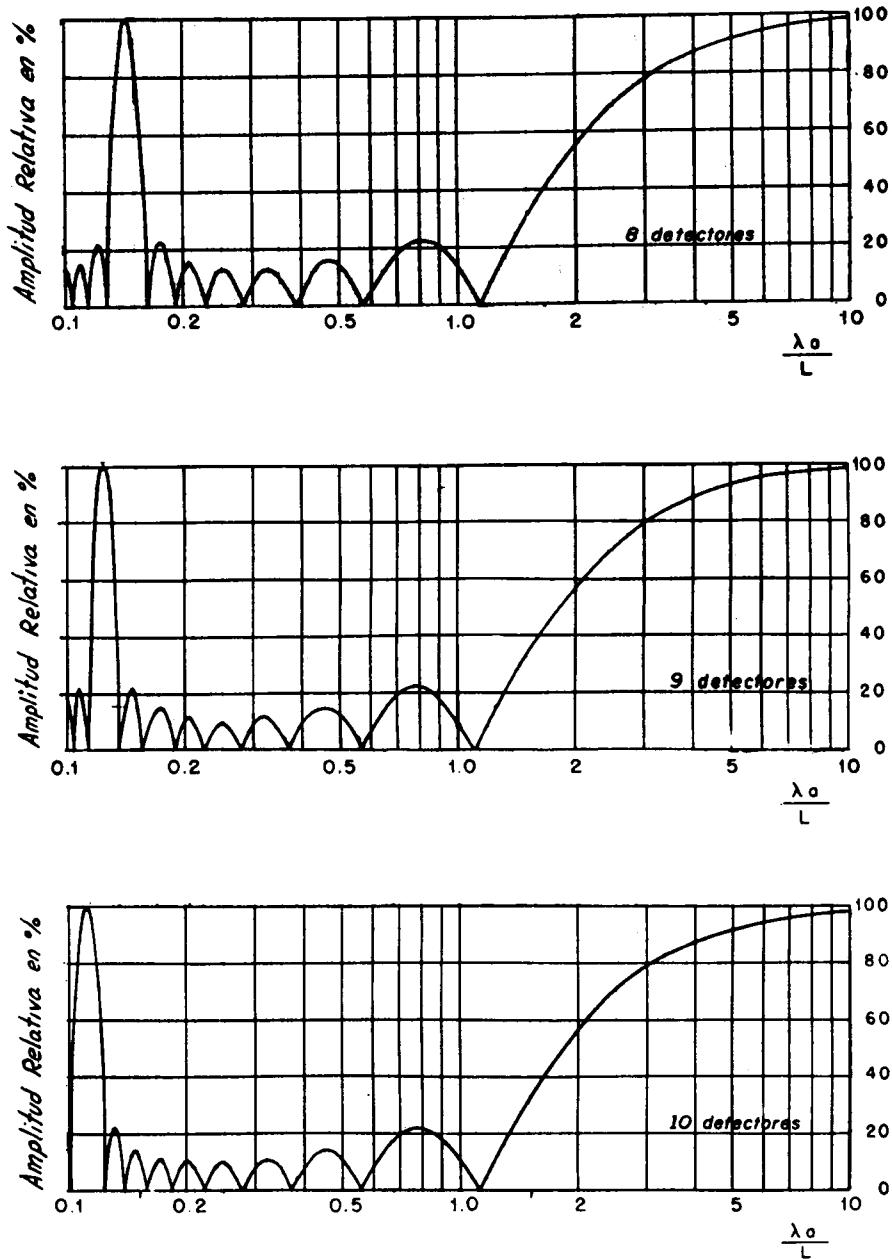


Fig. No. 7c.—Respuesta de grupos de 8, 9 y 10 detectores iguales con una separación equidistante.

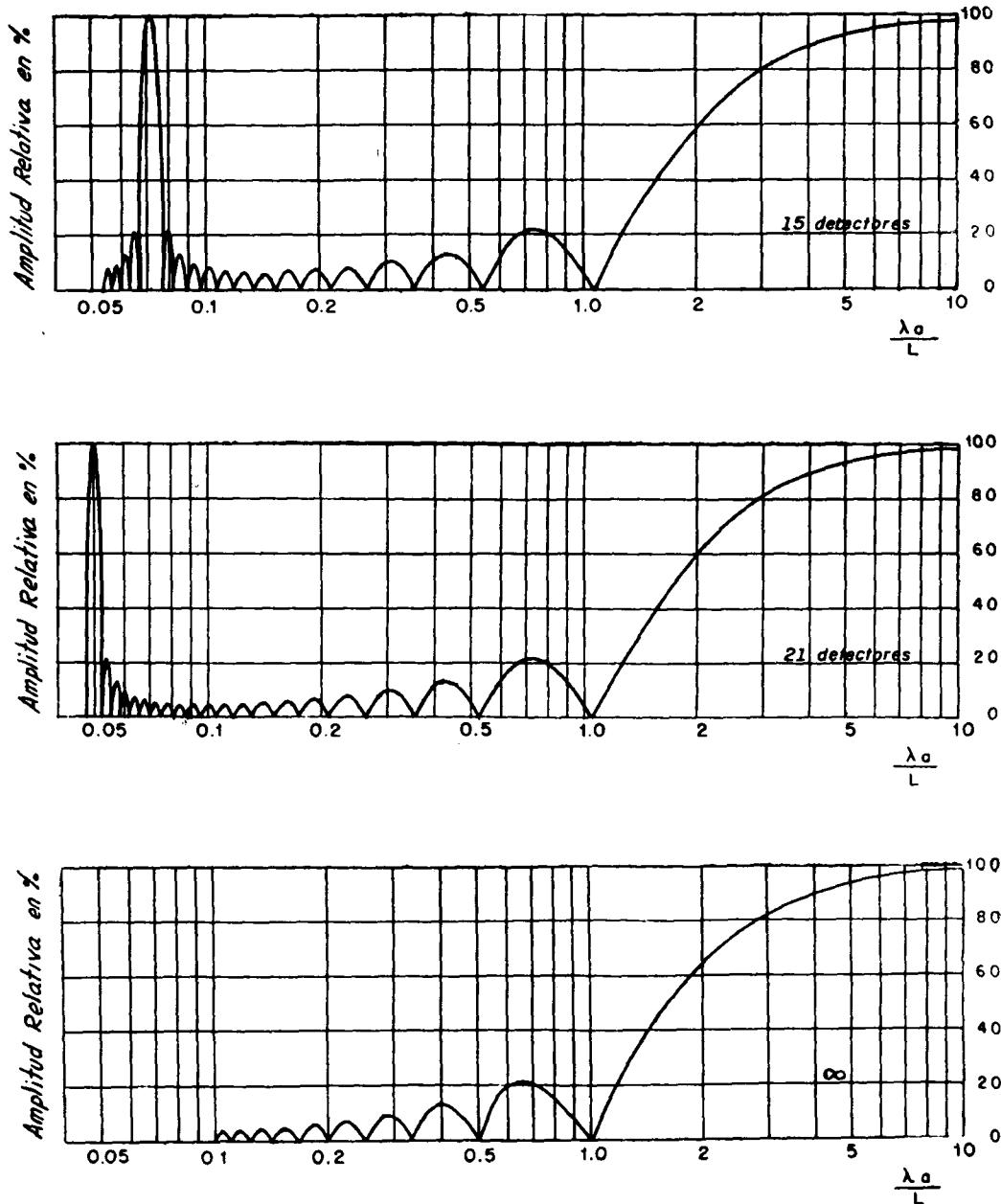


Fig. No. 7d.—Respuesta de grupos de 15, 21 y un número infinito de detectores iguales con una separación equidistante.

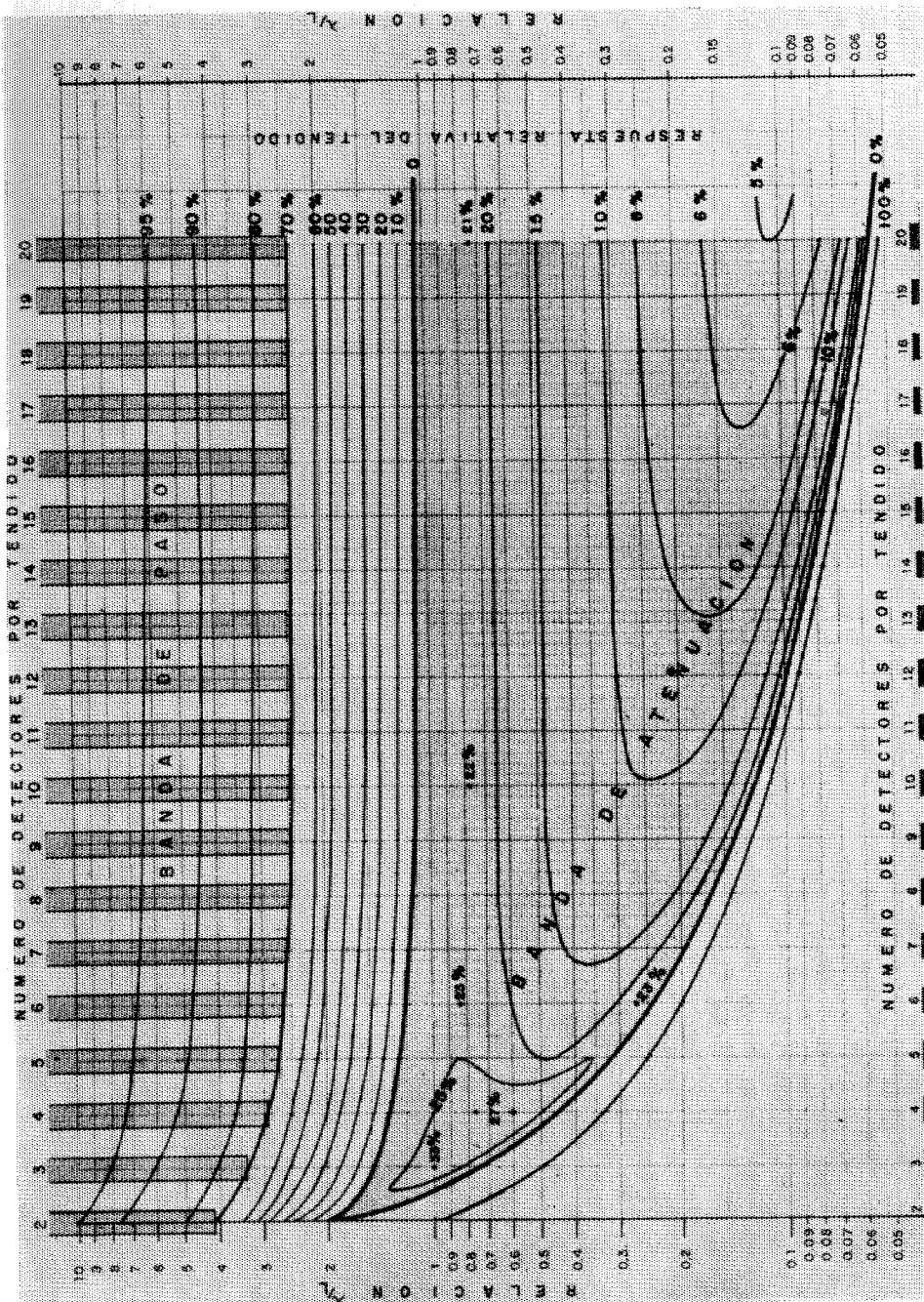


FIG. 8.-GRAFICA PARA DETERMINAR LA RESPUESTA DE UN GRUPO 'W' DE DETECTORES DE IGUAL SENSIBILIDAD A SEÑALES DE DIFERENTES LONGITUDES DE ONDA

se denominan como filtros que operan en el dominio del tiempo, puesto que el paso de la señal no depende de su frecuencia sino de la diferencia de tiempos con las que llega a diferentes detectores.

En la técnica moderna de sismología, con el empleo de cinta magnética o calculadoras digitales, se están empleando filtros que operan en el dominio del tiempo, especialmente para la eliminación de ondas de gran amplitud y de frecuencia semejante a la de las ondas reflejadas, como sucede en el caso de reverberaciones en los trabajos sismológicos marinos. El estudio de este sistema de filtrado no tiene relación con el tendido de detectores y por lo tanto no se trata en este trabajo.

Tabla No. 1

MAGNITUD RELATIVA DE LAS AMPLITUDES DE RESPUESTA DE
LOS MAXIMOS INCLUIDOS DENTRO DE LA BANDA DE ATE-
NUACION PARA UN TENDIDO DE DETECTORES
DE IGUAL SENSIBILIDAD

No. de Detect.	1er. Pico	2do. Pico	3er. Pico	4to. Pico	5to. Pico	6o. Pico	7o. Pico	8o. Pico	9o. Pico	10o. Pico
3	0.33									
4	0.27									
5	0.25	0.20								
6	0.24	0.17								
7	0.23	0.16	0.14							
8	0.23	0.15	0.13							
9	0.22	0.15	0.12	0.11						
10	0.22	0.14	0.11	0.10						
12	0.22	0.14	0.11	0.09	0.08					
14	0.22	0.13	0.10	0.08	0.08	0.07				
16	0.22	0.13	0.10	0.08	0.07	0.07	0.06			
18	0.22	0.13	0.10	0.08	0.07	0.06	0.06	0.06		
20	0.21	0.13	0.10	0.08	0.07	0.06	0.05	0.05	0.05	
∞	0.21	0.13	0.09	0.07	0.06	0.05	0.04	0.04	0.03	0.03

IV.—DETERMINACION DE LA LONGITUD DEL TENDIDO Y NUMERO DE DETECTORES NECESARIOS EN UNA REGION

El análisis de las gráficas de respuesta para diferentes grupos de detectores en línea, muestra que si en una área determinada existe una diferencia considerable entre las longitudes aparentes de onda de las señales reflejadas y de las ondas de ruido, es posible, mediante un arreglo de detectores múltiples, reducir considerablemente la amplitud de las ondas de ruido y por lo tanto, acentuar en las trazas del registro la señal proveniente de las ondas reflejadas.

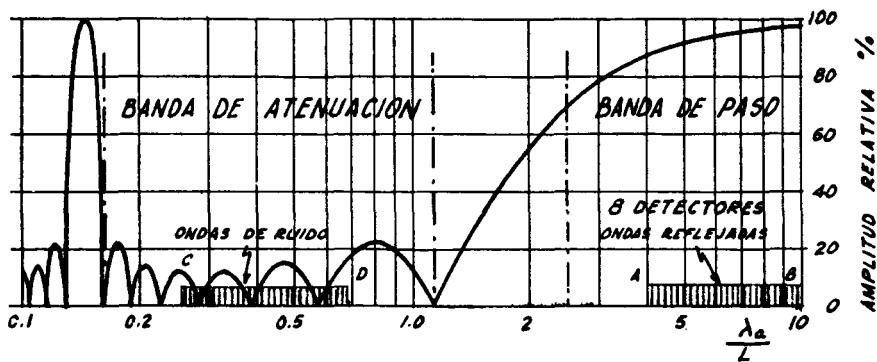


Fig. No. 9.—Posición en donde deben caer los espectros de longitudes de onda para señales reflejadas y para ruido coherente a efecto de lograr que destaqueñ las ondas reflejadas.

Como es natural, para aumentar la amplitud de los reflejos con relación a las señales de ruido por medio de un grupo de detectores en serie, es necesario conocer las longitudes de onda aparentes y las amplitudes de los diferentes eventos (reflejos, ruidos coherentes y ruidos incoherentes) que aparecen en los registros. Esto se hace por medio de un análisis de ruidos.

Debe tomarse en cuenta que las ondas de ruido y las ondas reflejadas que se observan en los registros son señales transitorias, que están compuestas de un número infinito de ondas de forma senoidal, en las cuales generalmente tienen una amplitud importante solamente las frecuencias con un valor entre la mitad y el doble de la frecuencia fundamental aparente. Por lo tanto,

para no deformar apreciablemente la señal de salida de las ondas reflejadas es necesario pasar una banda suficientemente ancha, la cual se determina experimentalmente haciendo registros con diferentes posiciones de filtro.

Como el grupo de ondas que forman cada señal reflejada (lo mismo sucede con las componentes de cada señal del ruido coherente) se propaga con la misma velocidad, cada componente, por tener una frecuencia diferente, tiene una longitud de onda aparente diferente. Por lo tanto, el grupo de detectores que se escoja debe dejar pasar, sin atenuación importante, a todas las componentes de las ondas reflejadas dentro de la banda de los filtros de los amplificadores, siendo necesario, al mismo tiempo, que tenga una atenuación grande para las ondas de ruido. Esto significa que se deben llenar las siguientes condiciones:

La respuesta del grupo de detectores debe permitir el paso, con una atenuación menor del 30% (3 decibeles), de la componente con longitud de onda aparente más baja que se espera para las ondas reflejadas, la cual se propagará a la velocidad aparente correspondiente a la mayor distancia de tiro y al echado máximo que se espera dentro del área. Esto significa que las longitudes de onda de los reflejos, para el caso de mayor echado, deben caer en el tramo marcado entre las letras *A* y *B* de la figura No. 9.

La estimación de la velocidad aparente mínima de las ondas reflejadas, puede hacerse muy aproximadamente en función de la velocidad media de propagación \bar{V} , la distancia \times del punto de tiro al último detector y el echado máximo α que se espera para distintas profundidades Z del área en estudio, empleando la siguiente fórmula:

$$V_{aR} = \frac{\bar{V}}{\frac{\times}{2Z} + \operatorname{sen} \alpha} \quad (7)$$

La aproximación de esta fórmula mejora evidentemente para echados pequeños y profundidades grandes, obteniéndose valores de la velocidad aparente que no difieren en más de 5% de los valores teóricos exactos.

La longitud de onda aparente más corta para los reflejos, que llamaremos $\lambda_{R\min}$, es igual a la velocidad aparente mínima, obtenida mediante la

fórmula anterior dividida por la frecuencia de corte más alta que se emplea en los filtros.

Como todas las gráficas de respuesta para grupos de detectores entre 5 e infinito muestran una amplitud relativa muy cercana al 70% para $\frac{\lambda}{L} = 2.5$, puede decirse que la longitud máxima que puede tener el tendido para evitar una cancelación mayor de 30% en cualquier frecuencia del espectro de los reflejos es, aproximadamente:

$$L_{max} = \frac{\lambda_{Rmin}}{2.5} \quad (8)$$

Las longitudes de onda más corta y más larga respectivamente, correspondientes a las ondas de ruido observadas, deben caer dentro de la banda de atenuación de la gráfica de respuesta del grupo de detectores que se emplee, o sea dentro de la región *CD* de la figura No. 9.

La estimación del número mínimo de detectores del tendido y el espacioamiento máximo entre ellos, puede hacerse fácilmente, con base en la definición de banda de atenuación que se ha adoptado anteriormente, mediante las siguientes fórmulas:

$$M_{min} = \frac{\lambda r_{max}}{\lambda r_{min}} + 1 \quad (9)$$

$$\Delta \times_{max} = \frac{\lambda r_{max}}{M_{min}} \quad (10)$$

Como el valor de M_{min} que resulta del cálculo será generalmente fraccionario, el número mínimo posible de detectores será el número entero más

próximo que le siga. Por lo que toca a $\Delta \times$ se adoptará una distancia sencilla de medir en el terreno.

Si se desea mejorar la relación señal-ruido coherente, que corresponda al tendido con el mínimo de detectores, será necesario aumentar el número M de éstos, conservando el valor de $\Delta \times$. Evidentemente, a mayor cantidad de detectores será mejor la cancelación del ruido incoherente, según se ha indicado anteriormente.

Con los valores adoptados para M y $\Delta \times$, se deducirán los largos de tendido que sean posibles, recordando que

$$L = (M - 1) \Delta \times$$

y se comprobará que se satisfagan las siguientes desigualdades, para cada tendido que se escoja; a fin de asegurarse que las ondas de ruido no se salgan de la banda de atenuación:

$$\frac{\lambda r_{max}}{L} < \frac{M}{M - 1}$$

$$\frac{\lambda r_{min}}{L} > \frac{M}{(M - 1)^2}$$

Para facilidad de la comprobación anterior, en la Tabla No. 2, se tienen los valores numéricos de $\frac{M}{(M - 1)}$ y $\frac{M}{(M - 1)^2}$, desde 2 hasta 21 detectores por tendido.

M	$M \cdot 1$	$(M \cdot 1)^2$
2	2.000	2.000
3	1.500	0.750
4	1.333	0.444
5	1.250	0.312
6	1.200	0.240
7	1.167	0.195
8	1.143	0.167
9	1.125	0.141
10	1.111	0.123
11	1.100	0.110
12	1.091	0.099
13	1.083	0.090
14	1.077	0.083
15	1.071	0.077
16	1.067	0.071
17	1.063	0.067
18	1.059	0.063
19	1.056	0.059
20	1.053	0.055
21	1.050	0.052

VALORES DE α^L QUE LIMITAN LA BANDA
DE ATENCIÓN DE RUÍDO COHERENTE

Tabla No. 2

Una vez hecho lo anterior, y de acuerdo con la relación de amplitud de la señal del reflejo a la amplitud del ruido incoherente observado en los análisis de ruido, puede comprobarse si el número de detectores escogido satisface la fórmula aproximada:

$$M = \frac{\left(\frac{A_R}{Ar}\right)^2 \text{ deseable}}{\left(\frac{A_R}{Ar}\right)^2 \text{ observada}} \quad (11)$$

Siendo A_R la amplitud de la señal de reflejo y Ar la amplitud de ruido incoherente.

Debe tenerse en cuenta que la relación $\frac{A_R}{Ar}$ debe ser igual o mayor que 2 para observar un reflejo claramente.

V.—MEZCLADO DE TENDIDOS DE DETECTORES MULTIPLES

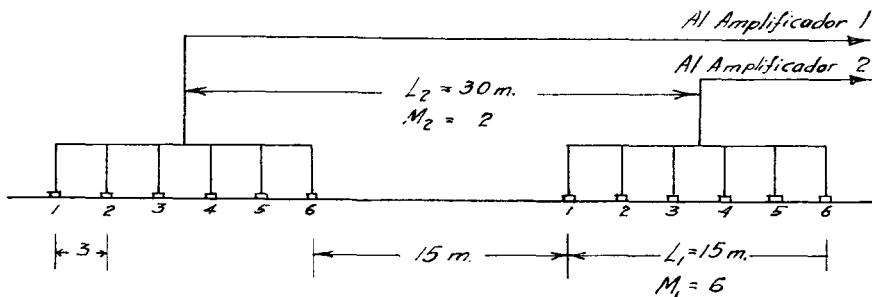
En los trabajos sismológicos es práctica común mezclar las señales de salida de dos amplificadores consecutivos y registrar en el mismo sismograma la señal resultante. El procedimiento anterior equivale a mezclar las respuestas de dos tendidos iguales con una L igual a la separación entre los centros de los tendidos.

Un estudio de los resultados de la mezcla de tendidos, hecho en forma semejante al método empleado para obtener las fórmulas Nos. 5 y 6, indica que la medida relativa de la traza mezclada a la salida de los amplificadores es:

$$C_m = C_{1\lambda a} + C_{2\lambda a} \quad (12)$$

siendo C_m la amplitud relativa de la señal de la traza mezclada, $C_{1\lambda a}$ el coeficiente que muestra la amplitud relativa para el tendido y $C_{2\lambda a}$ el coeficiente correspondiente a la suma de señales de un tendido de dos detectores separados por la distancia entre los centros de los tendidos.

Para ilustrar lo anterior supóngase que cada tendido de detectores múltiples consta de 6 detectores con separación de 3 metros, y que los centros de los tendidos distan 30 metros uno de otro. La disposición de detectores quedaría como se muestra en el siguiente esquema:



y los coeficientes serían:

$$C_{1\lambda_a} = \frac{\sin \frac{18\pi}{\lambda_a}}{6 \sin \frac{3\pi}{\lambda_a}}$$

$$C_{2\lambda_a} = \frac{\sin \frac{60\pi}{\lambda_a}}{2 \sin \frac{30\pi}{\lambda_a}}$$

por lo cual

$$C_m = \frac{\left(\sin \frac{18\pi}{\lambda_a} \right) \left(\sin \frac{60\pi}{\lambda_a} \right)}{12 \left(\sin \frac{3\pi}{\lambda_a} \right) \left(\sin \frac{30\pi}{\lambda_a} \right)}$$

La mezcla de señales de un número cualquiera *n* de tendidos iguales dà una respuesta que es igual al producto de la respuesta de un tendido indi-

vidual de M_1 detectores por la respuesta de un tendido formado por n detectores, cuya longitud total L_n es igual a la distancia entre los centros de los tendidos extremos. Tal respuesta se expresa por la relación:

$$C_m = C_{1_{\lambda a}} \cdot C_{n_{\lambda a}} \quad (13)$$

siendo

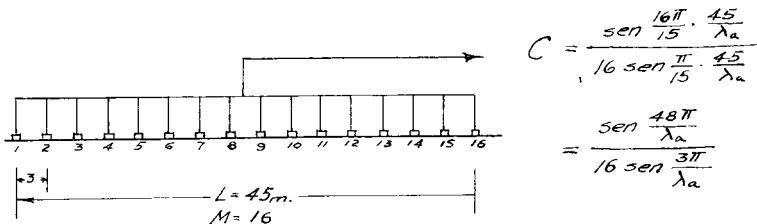
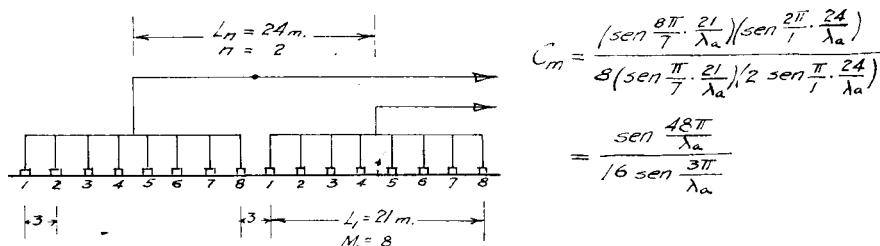
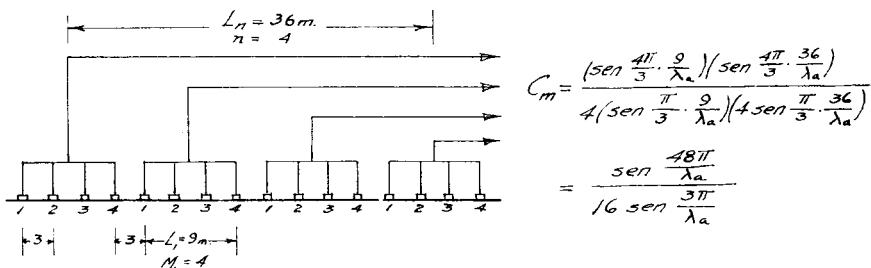
$$C_{1_{\lambda a}} = \frac{\operatorname{sen} \frac{\pi M_1}{M_1 - 1} \cdot \frac{L_1}{\lambda_a}}{M_1 \operatorname{sen} \frac{\pi}{M_1 - 1} \cdot \frac{L_1}{\lambda_a}}$$

y

$$C_{n_{\lambda a}} = \frac{\operatorname{sen} \frac{\pi n}{n - 1} \cdot \frac{L_n}{\lambda_a}}{n \operatorname{sen} \frac{\pi}{n - 1} \cdot \frac{L_n}{\lambda_a}}$$

En el caso particular en que los diversos tendidos se encuentran separados entre sí por la misma distancia Δ que hay entre detectores individuales, la respuesta de la suma de tendido es igual a la respuesta de un sólo tendido formado por la totalidad de los detectores.

Como ejemplo de lo anterior, si se suponen 4 tendidos de 4 detectores separados 3 metros entre sí, la respuesta de la mezcla es igual a la de 2 tendidos con 8 detectores cada uno, o a la de 1 tendido con 16 detectores, según se demuestra a continuación:



AGRADECIMIENTOS

El autor de estas notas agradece al Ing. Jesús Basurto García su colaboración en la revisión y corrección del manuscrito y en la preparación de las formas y métodos para el cálculo de tendidos, y al Ing. Enrique del Valle T. por el cálculo y preparación de las figuras.

APENDICE

Una forma adecuada para vaciar la información obtenida en un análisis de ruidos y para hacer los cálculos del tendido de detectores múltiples según se trató en el capítulo IV de este trabajo, se muestra en la forma 1 anexa.

Para ilustrar el uso de dicha forma se muestra un ejemplo numérico, así como la respuesta de tres tendidos posibles con las respectivas bandas de paso de reflejos y de atenuación de ruido coherente sobre una reproducción de la gráfica de la Figura No. 8.

DETERMINACION DE LARGO DE TENDIDO Y NUMERO DE DETECTORES
 (para detectores de igual sensibilidad)

GRUPO SISMOLOGICO PRS - 1

AREA NAUTLA, VER.

FECHA Dic. 1961

ANALISIS DE RUIDO No. 1

LARGO ESTACION EN EL AREA 360 mts.

DIST. ENTRE SALIDAS CABLE 30 mts.

FREC. CORTE FILTROS: $f_{max} = 57$ c. p. s.

$f_{min} = 27$ c. p. s.

LONGITUD APARENTE DE ONDAS REFLEJADAS

Profundidad, Z metros	Velocidad Media \bar{V} m. p. s.	Echado Máximo α grados	Sen α	$\frac{X}{2Z}$	$\frac{X}{2Z} + \frac{1}{2}$	Velocidad Aparente V_{aR} m.p.s.	Long. Apar. Mínima λR_{min} m.
1000	2570	8	0.139	0.180	0.319	8056	141.3
1500	2750	20	0.342	0.120	0.462	5952	104.4
2000	2870	25	0.423	0.090	0.513	5595	98.2
2500	2950	30	0.500	0.072	0.572	5157	90.5
3000	3090	30	0.500	0.060	0.560	5518	96.8
3500	3140	30	0.500	0.051	0.551	5699	100.0

$$V_{aR} = \bar{V} / (\operatorname{Sen} \alpha + \frac{X}{2Z})$$

$$\lambda R_{min} = V_{aR} / f_{max}$$

LONGITUD APARENTE DE ONDAS DE RUIDO COHERENTE

Tiempo de Registro seg.	Velocidades Aparentes m. p. s.		Amplitud A_r milivolts	Longitud Aparente de Onda metros	
	V_{aRmax}	V_{aRmin}		λr_{max}	λr_{min}
0.5	850	330		31.5	5.8
1.0	850	230		31.5	4.0
1.5	850	230		31.5	4.0
2.0	575	230		21.3	4.0
2.5	440	230		16.3	4.0
3.0	440	230		16.3	4.0

$$\lambda r_{max} = V_{aRmax} / f_{min}$$

$$\lambda r_{min} = V_{aRmin} / f_{max}$$

RELACION DE SEÑAL A RUIDO INCOHERENTE

Tiempo de Registro seg.	Ampl. Onda milivolts		Relación Señal a Ruido Observada		M_{min} Estad. de Detectores $M = 4 / (A_S / A_r)^2$
	Reflejos A_r	Ruido Incoh. A_r	A_r / A_r	$(A_r / A_r)^2$	
1.450	4	8	0.5	0.25	16
1.800	4.5	9.5	0.47	0.22	18

NOTA.—Las amplitudes de señal y de ruido se tomaron de los registros de análisis de ruidos no calibrados, estando los datos consignados en milímetros.

CARACTERISTICAS LIMITES DEL TENDIDO

Número mínimo de detectores

$$M_{min} = \frac{\lambda r_{max}}{\lambda r_{min}} + 1 = \frac{31.5}{4.0} + 1 = 8.9$$

Distancia máxima entre detectores

$$\Delta \times_{max} = \frac{\lambda r_{max}}{M_{min}} = \frac{31.5}{8.9} = 3.55 \text{ m.}$$

Longitud mínima del tendido

$$L_{min} = (M_{min} - 1) \Delta \times_{max} = (8.9 - 1) 3.55 = 27 \text{ m.}$$

Longitud máxima del tendido

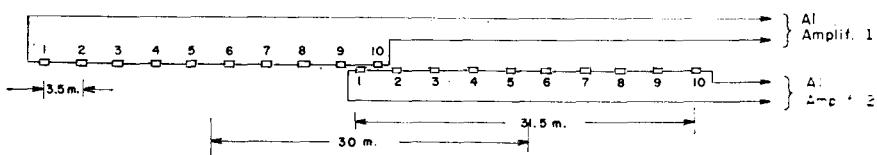
$$L_{max} = \frac{\lambda R_{min}}{2.5} = \frac{90.5}{2.5} = 36 \text{ m.}$$

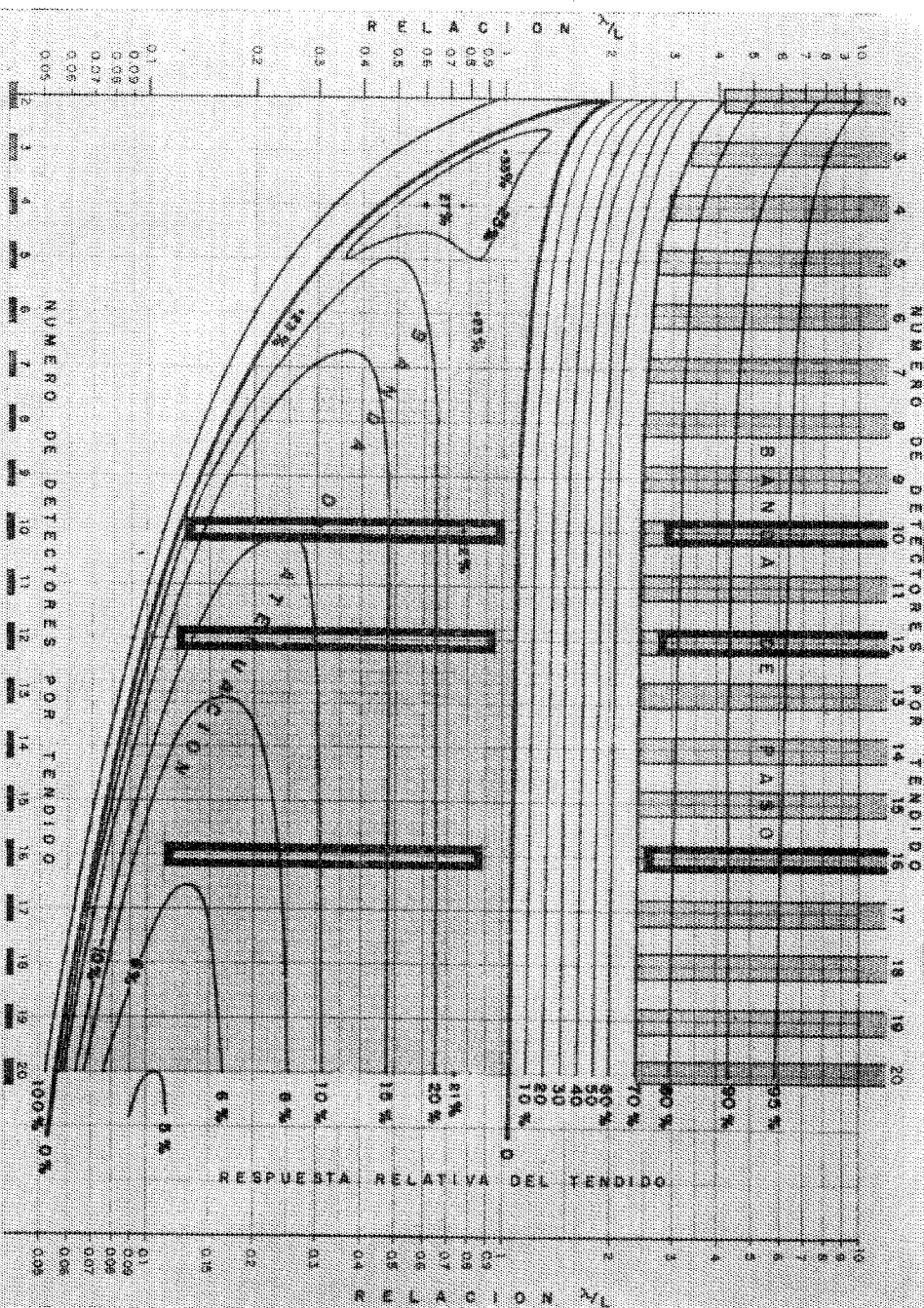
TENDIDOS POSIBLES

Número de detectores M	Distancia $\Delta \times$ en m.	Largo del tendido L en m.	λr_{max} L	λr_{min} L	λR_{min} L
10	3.5	31.5	1.00	0.127	2.87
12	3.0	33.0	0.95	0.121	2.74
16	2.4	36.0	0.875	0.111	2.51

TENDIDO ADOPTADO

Teniendo en cuenta el número de detectores disponibles y la distancia entre salidas de los cables principales, se considera como más apropiado el tendido de 10 detectores espaciados 3.5 metros entre sí, como se muestra a continuación:





GRACIA PARA DETERMINAR LA RESPUESTA DE UN GRUPO DE DETECTORES DE IGUAL SENSIBILIDAD A SEÑALES DE DIFERENTES LONGITUDES DE ONDA

B I B L I O G R A F I A

COFFIN OTERO, JOSE.—“Aplicación de Sismos Múltiples en Áreas Difíciles en la Zona Noreste”.—I Convención Nacional de Ingenieros y Técnicos en Exploración y Exploración de Petróleo.—México, 1961.

GRAEBNER, R. J.—“Seismic Data Enhancement.—A Case History”.—Geophysics.—1960, Vol. XXV, No. 1.

KLIPSCH, PAUL W.—“Some Aspects of Multiple Recording in Seismic Prospecting”.—Geophysics, 1936, Vol. I, No. 3.

LIMON, ANTONIO C.—“Aspectos sobre el uso de Detectores Múltiples”.—Boletín de la Asociación Mexicana de Geofísicos de Exploración, 1961, Vol. II, No. 1.

LOMBARDI, LEONARD V.—“Notes on the Use of Multiple Geophones”.—Geophysics, 1955, Vol. XX, No. 2.

PARR, J. O., Jr. and MAYNE, W. H.—“A New Method of Pattern Shooting”.—Geophysics, 1955, Vol. XX, No. 3.

SAVIT, CARL H., BRUSTAD, JOHN T., and SIDER JOSEPH.—“The Moveout Filter”.—Geophysics, 1958, Vol. XXIII, No. 1.

SMITH, MARK K.—“Noise Analysis and Multiple Seismometer Theory”.—Geophysics, 1956, Vol. XXI, No. 2.

APLICACION DE SISMOS MULTIPLES EN AREAS DIFICILES
DE LA ZONA NORESTE

Por el Ing. *José Coffin Otero**

I N T R O D U C C I O N

En todo sismograma de reflexión obtenido de la detonación de una carga explosiva aparecen siempre dos clases de energía: la energía útil o señal y la energía nociva o ruido. La primera es la energía reflejada que proviene de una discontinuidad en las propiedades elásticas de las rocas que coincida con un contacto de sedimentación cuya actitud es la que interesa conocer. La segunda es el conjunto de impulsos que arriban al detectar y que proviene de refracciones, difracciones, reflexiones laterales, ruido de viento, etc. Del valor de la relación entre las magnitudes de estas dos clases de energía (relación señal-ruido) depende la calidad de la información que se obtiene del sismograma. Puede asegurarse que el principal problema a resolver al efectuar una exploración sismológica es el de la obtención de sismogramas con una relación señal-ruido de un valor tal que permita la lectura correcta de los tiempos que se trata de medir.

En regiones en que los materiales que componen las rocas sedimentarias poseen las características físicas adecuadas y las condiciones de estratificación son favorables, la obtención de sismogramas con una relación señal-ruido alta no presenta ninguna dificultad. El autor recuerda una pequeña área en el estado de Veracruz en que una carga de 110 gramos de dinamita a una profundidad de 9 metros producía registros de excelente calidad hasta

* Superintendencia General de Exploración Distrito Noreste. Petróleos Mexicanos.

2.5 segundos usando un detector por traza. Desafortunadamente zonas como ésta son la excepción siendo el caso general él de áreas en que es necesario de técnicas más complicadas e instrumentos más avanzados para la obtención de datos.

Una de las armas más efectivas para aumentar la relación señal-ruido es el empleo de sismos múltiples, técnica que se ha venido usando con bastante éxito en las zonas difíciles.

GENERALIDADES:

El aumento en el valor de la relación señal-ruido puede conseguirse ya sea reforzando la señal o debilitando el ruido. Para esto se dispone de diferentes medios de los cuales los más usados son los siguientes:

1o.—Provocar el reforzamiento o debilitamiento de la energía en su misma fuente. Para esto se emplean diferentes técnicas tales como: perforación de pozos de tiro más profundos; taponamiento de los mismos con agua o con tierra; detonación de las cargas en pozos múltiples; cargas progresivas, etc.

2o.—Provocar este mismo reforzamiento o debilitamiento en el lugar de recepción. Esto puede conseguirse en parte con el diseño de los detectores (todos los sismos modernos tienen características direccionales y sus dimensiones y forma ayudan a atenuar el ruido del viento), pero los mejores resultados se obtienen con el empleo de los sismos múltiples. (Nótese que a lo largo de este trabajo se emplea el nombre *sismo* por comodidad en vez del más correcto sismodetector o sismómetro).

3.—Por último, se pueden conseguir los efectos deseados de reforzamiento o debilitamiento en el instrumento. Esto se obtiene por medio de filtros, circuitos de supresión, de control automático de ganancia, de mezcla, grabación magnética, etc.

Nos ocuparemos únicamente del empleo de los sismos múltiples.

Para comprender mejor la forma en que operan los sismos múltiples es necesario tener en cuenta las propiedades de las ondas elásticas que intervienen.

S E Ñ A L

La característica principal de la energía reflejada útil o señal es su velocidad aparente. Debido a que proviene de profundidades grandes comparadas con la distancia entre el detector y el punto de tiro, esta velocidad aparente tiene un valor alto del orden de 20,000 m/seg. o más para casos normales.

R U I D O

Distinguimos dos clases principales de ruido: el ruido ambiente y el ruido sísmico.

El ruido ambiente es el producido por el viento y la agitación sísmica presente en todo lugar. Esta clase de ruido no tiene importancia puesto que debido a su frecuencia es eliminado fácilmente por medio de los filtros.

El ruido sísmico es el producido directamente por la detonación de la carga dentro del pozo de tiro. Este ruido tiene componente de una gama de frecuencia muy amplia. Algunas de estas componentes, como el ruido de pozo, o sea el producido por el escape de los gases producto de la explosión, pueden eliminarse con medidas adecuadas, como tapar el pozo. Las componentes de frecuencia muy diferentes de la frecuencia de la señal se eliminan también por medio de los filtros. El verdadero problema lo constituyen aquellas componentes cuyas frecuencias son del mismo orden que la frecuencia de la señal. La velocidad aparente del ruido, aunque es muy variable, por lo regular tiene valores mucho más bajos que los de la señal. Para la zona Noreste los valores normales son de 4,000 a 6,000 m/seg. La diferencia entre los valores de las velocidades aparentes de la señal y el ruido es lo que hace posible la aplicación de los sismos múltiples.

El ruido sísmico se divide además en dos clases, el ruido fortuito y el ruido organizado. El ruido fortuito es aquel que en el sismograma no presenta ninguna relación definida de fase entre traza y traza y por lo tanto no produce alineamientos que permitan determinar su velocidad aparente. Su frecuencia es también indefinida y sólo puede hablarse de una frecuencia media cuyo valor dependerá de la banda que cubran los filtros empleados. El ruido organizado es aquel que se presenta en los sismogramas en forma de alineamientos o eventos que pueden seguirse de traza a traza y de los cuales puede conocerse con bastante aproximación la frecuencia y la velocidad aparente.

Grupos de Sismos Múltiples.—La operación de un grupo de sismos múltiples se basa en la posibilidad de sumar algebraicamente o superponer los desplazamientos individuales de cada elemento del grupo. Esta propiedad de un grupo de sismos operando en múltiple, de cancelar o reforzar ciertos movimientos, se aprovecha con ventaja cuando la relación señal-ruido es demasiado baja.

Cancelación del Ruido Fortuito.—Se demuestra, aplicando los principios de la superposición de ondas, que la capacidad de un grupo de N elementos para cancelar un ruido fortuito es proporcional a \sqrt{N} . Así pues, teóricamente el número de elementos del grupo debe ser lo más grande posible.

Cancelación del Ruido Organizado.—A fin de obtener cancelación del ruido organizado es necesario tomar en cuenta la longitud de onda del mismo y distribuir los elementos del grupo de manera que reciban los impulsos en tal forma que en un instante dado cada par de ellos estén generando su señal en oposición o sea con una diferencia de fase de 180° .

Reforzamiento de la Señal.—Debido a la gran diferencia entre los valores de la velocidad aparente de la señal y la del ruido organizado, es posible determinar una longitud del grupo que refuerce la señal y al mismo tiempo favorezca la cancelación del ruido organizado.

Una ventaja adicional en el empleo de un grupo de sismos múltiples es que mejora la probabilidad de un buen acoplamiento entre sismos y tierra.

DETERMINACION DE LOS PARAMETROS DE UN GRUPO DE SISMOS MULTIPLES

De todas las consideraciones anteriores se deduce que el principal problema a resolver para la aplicación de los sismos múltiples es la determinación de las “dimensiones” o parámetros. Estos parámetros son: número de elementos, separación y orientación. Esta última se ha omitido en la presente discusión debido a que en la mayoría de los casos que se han presentado en el Distrito la presencia de energía lateral no tiene mucha importancia por lo que se ha optado por el empleo de grupo en línea con el punto de tiro, quedando únicamente como incógnitas los dos parámetros mencionados en primer término.

Probablemente la manera más usual de determinar las características o parámetros de un grupo es por tanteos y se admite que cuando la persona encargada de dirigir las operaciones tiene suficiente experiencia puede llegar a una solución satisfactoria con facilidad. Sin embargo, es conveniente tener un método lógico que dé una solución, aunque sea aproximada, la cual puede afinarse posteriormente por medio de experimentación hasta llegar a resultados definitivos.

Este método que es el que se ha usado en el NE de México consiste en efectuar un estudio de ruido por medio del cual se conocen las características de los ruidos que deterioran la calidad de los sismogramas y basándose en los datos obtenidos se determinan los parámetros del grupo. Se hará una descripción somera del procedimiento.

Estudio del Ruido.—Debe escogerse un lugar dentro del área que se piensa estudiar en el que se considere que se tienen condiciones medias en cuanto a calidad de la información. Desde luego es necesario que en los sismogramas normales se note la presencia de energía reflejada. Se procede a observar un perfil de refracción con sismos individuales colocados a corta distancia entre sí (alrededor de 3 m) y que se extienda por una distancia considerable (de 800 a 1000 m es suficiente por lo general). Conviene que de cada tendido se obtenga un sismograma con filtro de banda amplia y otro de banda normal. El resultado es un conjunto de sismogramas que arreglados debidamente permiten observar la presencia de ruidos organizados de los que es fácil conocer sus características por lectura directa. Un ejemplo de sismogramas de un estudio de ruido se ve en la placa No. (1). Se han marcado en él los principales eventos. Dada la pequeña distancia entre los sismos del tendido es posible seguir el alineamiento de las distintas ondas de ruido. En las placas (2) y (3) se reproducen a mayor escala porciones del mismo perfil de ruido. Las ilustraciones presentadas corresponden a los sismogramas obtenidos con filtro de banda amplia y, naturalmente, muchas de las ondas de ruido de frecuencias extremas desaparecerán al emplear una banda más reducida. Los sismogramas de ruido obtenidos con esta última permitirán observar los ruidos organizados que no pueden eliminarse con filtros.

En la placa No. (4) se presenta una forma conveniente de graficar los datos obtenidos del perfil de ruido.

Los datos numéricos obtenidos del perfil de ruido se pueden aplicar para la determinación de la longitud del grupo práctico más conveniente para cancelar el mayor número de ruidos.

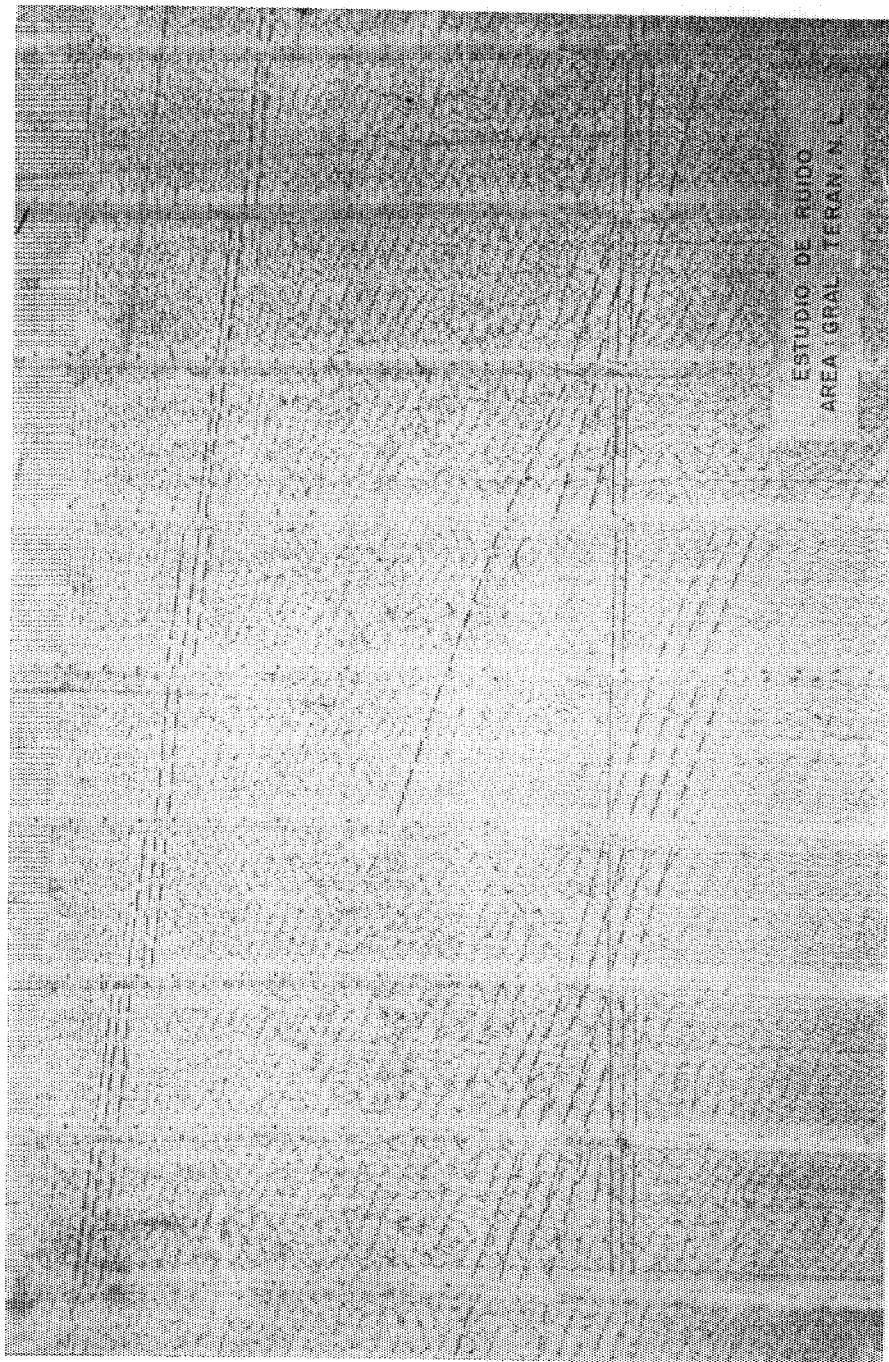
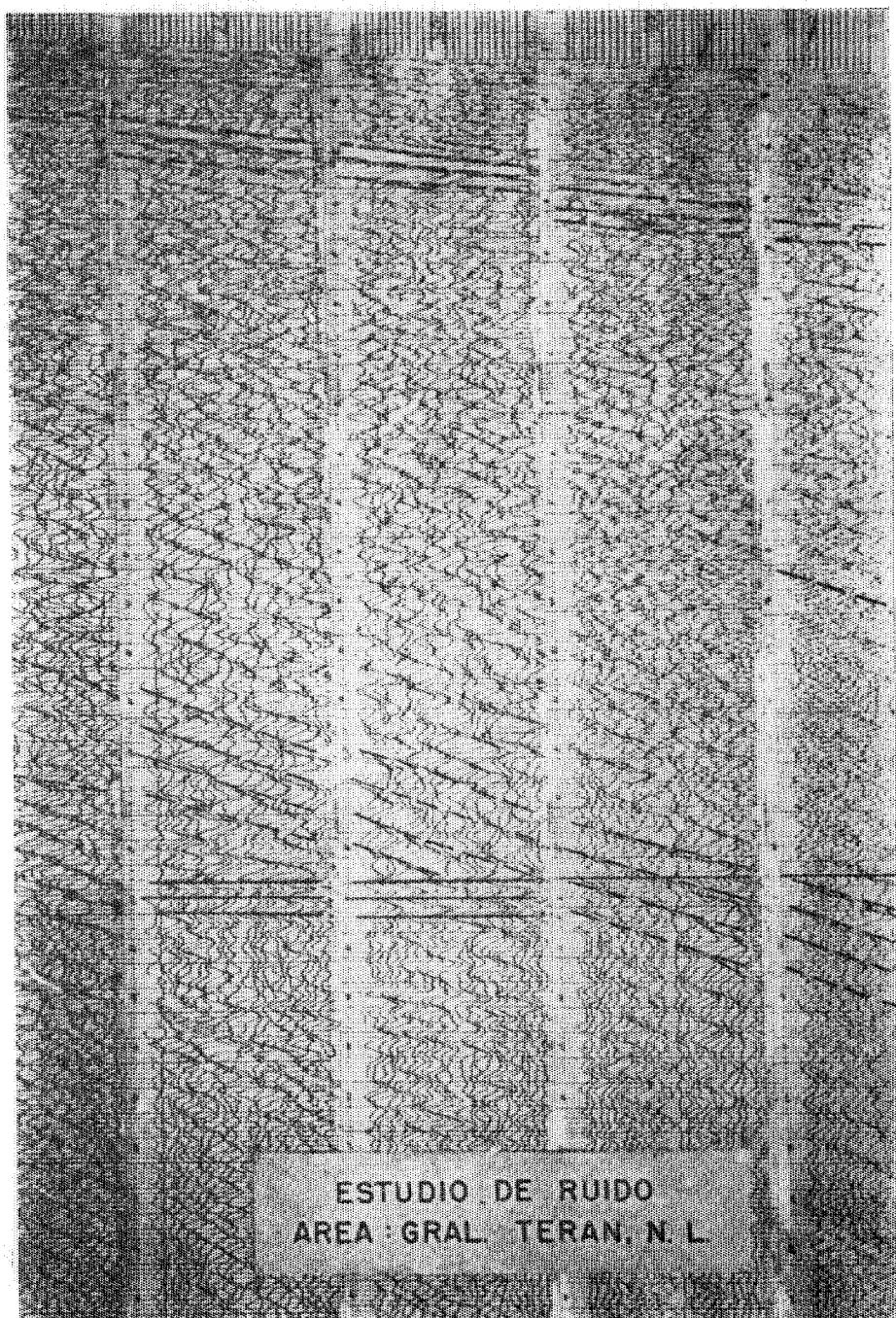


Fig. 1



ESTUDIO DE RUIDO
AREA : GRAL. TERAN, N. L.

Fig. 2

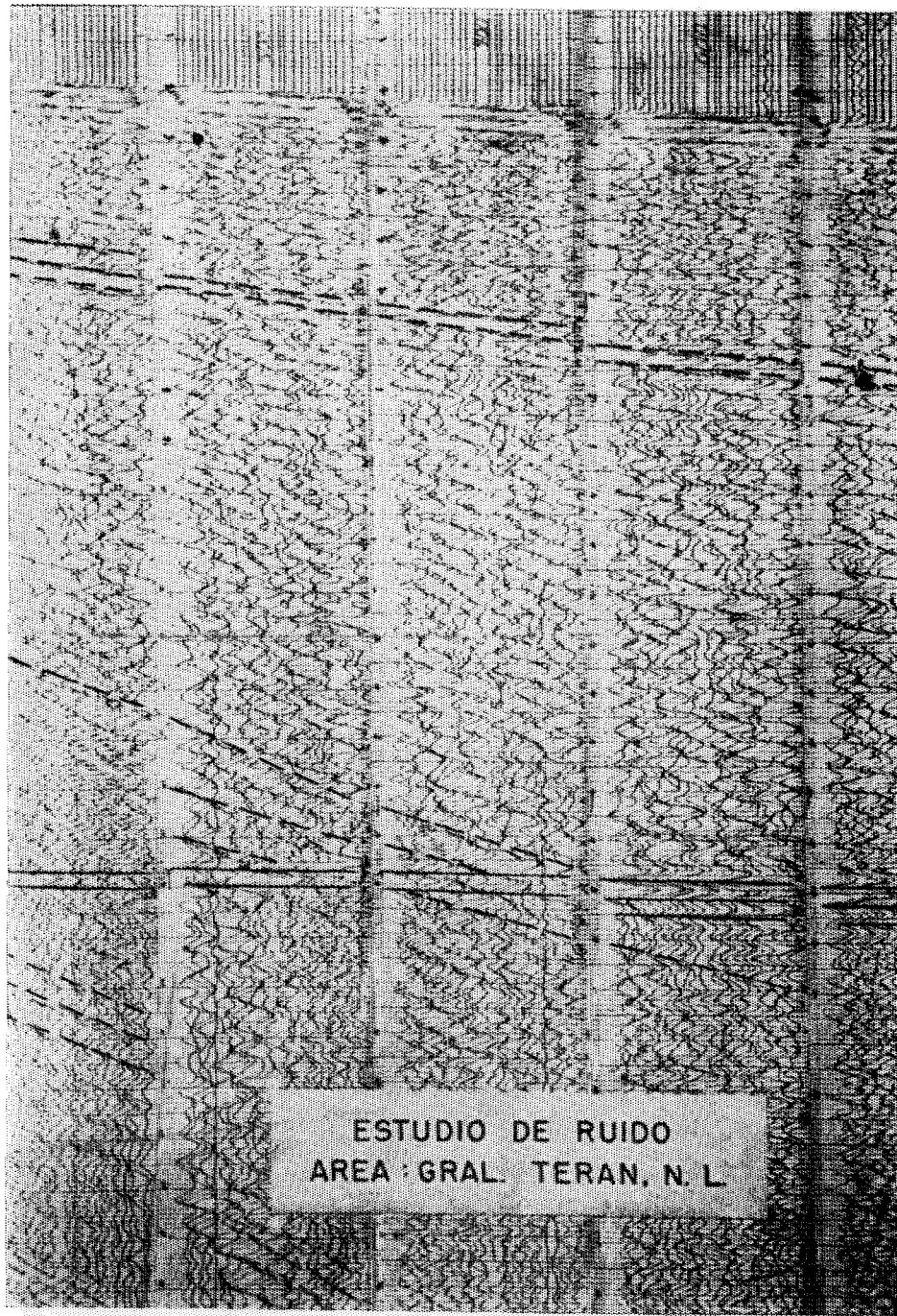


Fig. 3

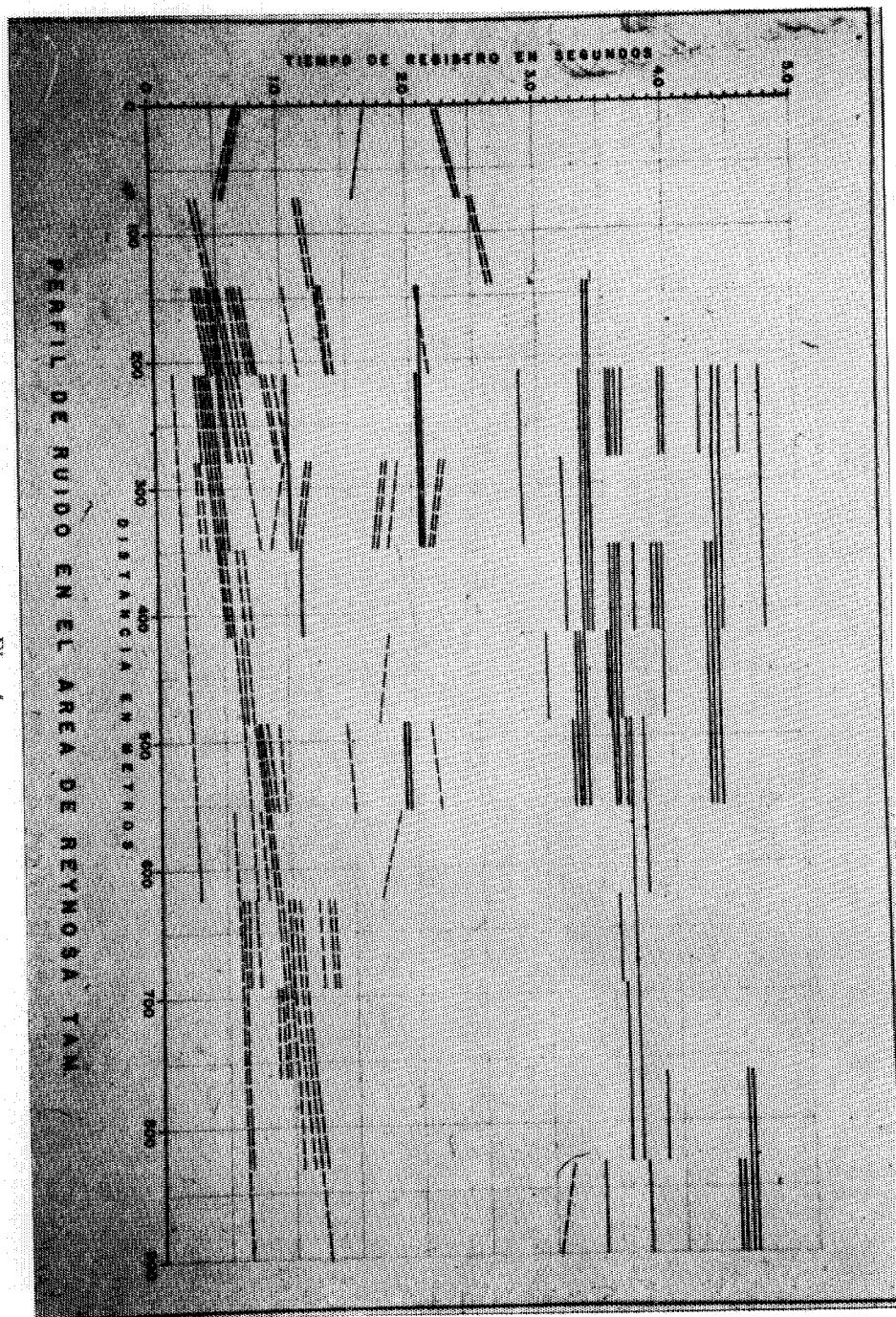


Fig. 4

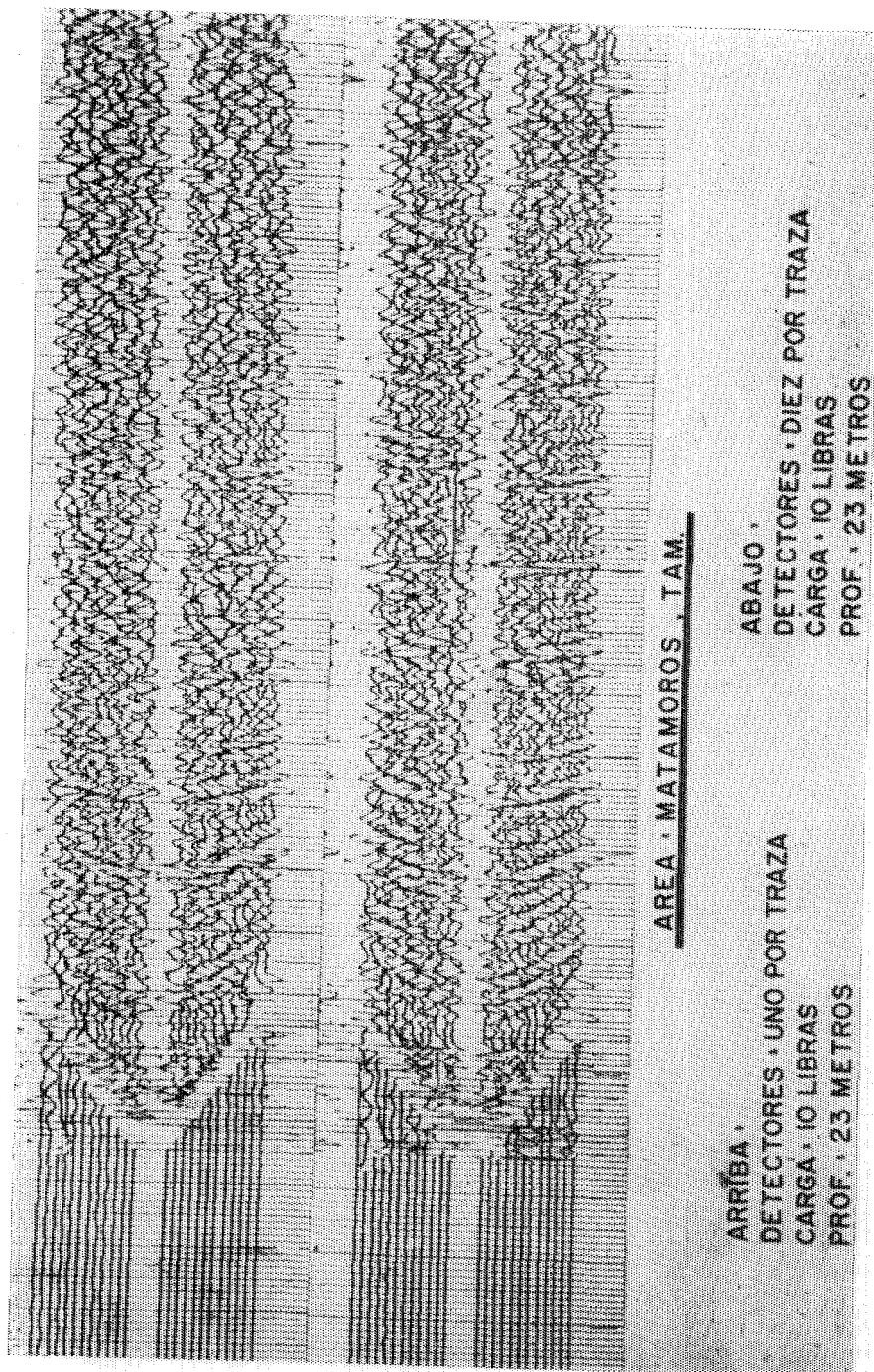


Fig. 5

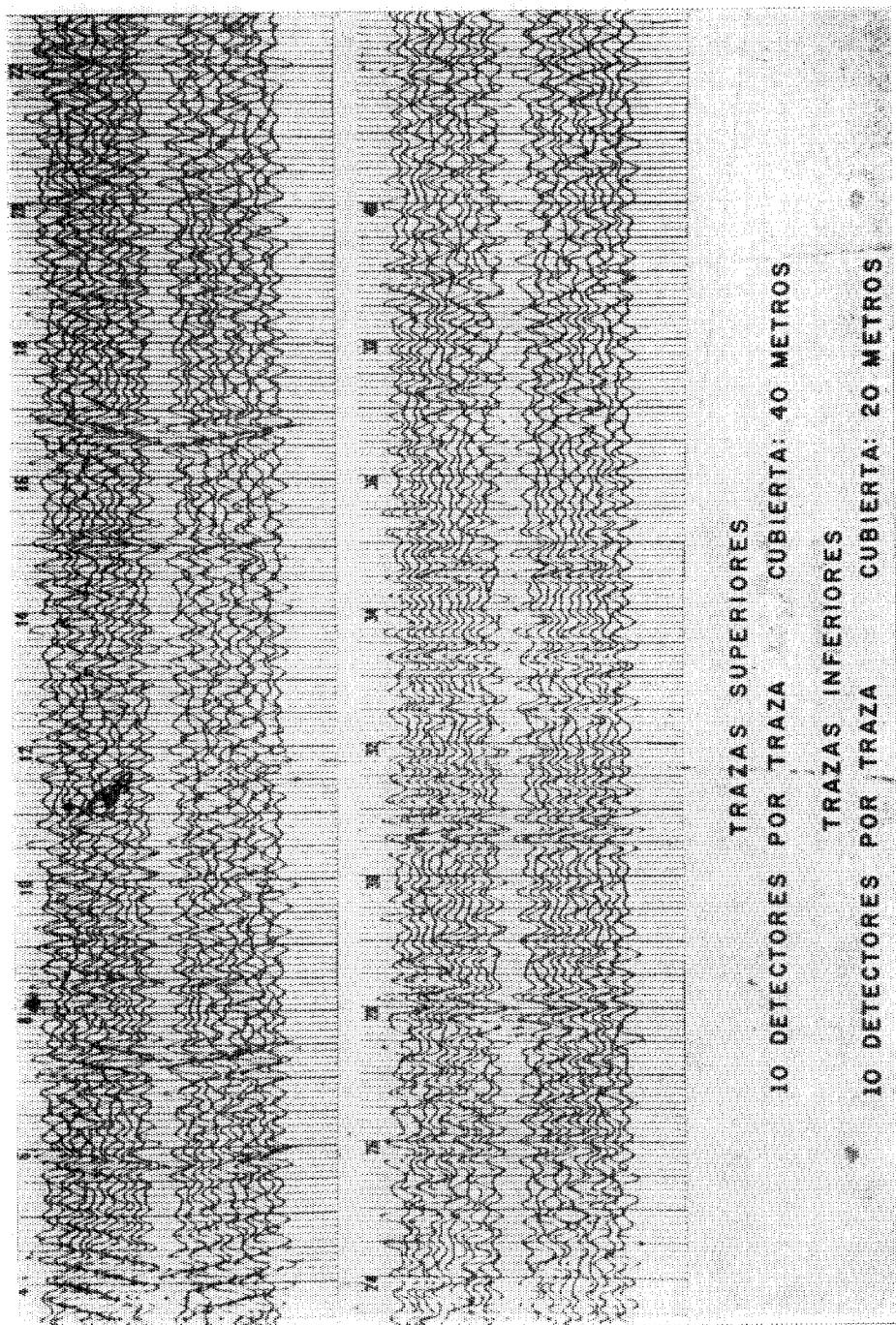


Fig. 6

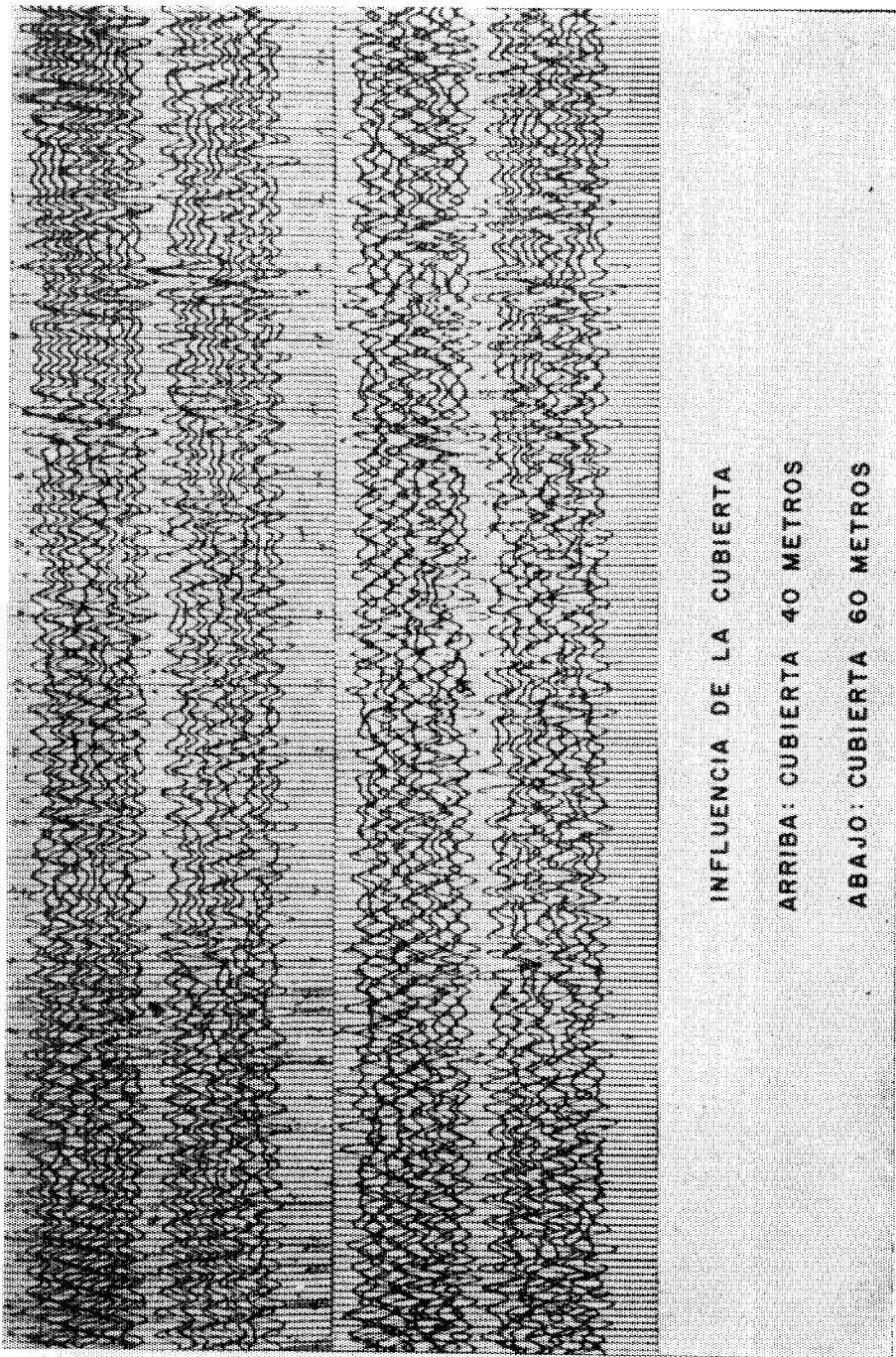


Fig. 7

Por lo que se refiere al número de sismos existen estudios teóricos, basados principalmente en métodos estadísticos, que permiten determinar el número de elementos para obtener un determinado grado de cancelación del ruido fortuito. Dado que generalmente el número de sismos con que se cuenta es limitado se ha encontrado más práctico determinar la disposición del grupo de acuerdo con las longitudes de onda que se desea cancelar y por tanteos obtener el número óptimo que dé buena cancelación de ruido fortuito. Desde el punto de vista de la economía debe buscarse un compromiso entre el número de elementos del grupo y la magnitud de la relación señal-ruido.

En la actualidad, la mayor parte del trabajo de sismología de reflexión en el Noreste de México, se está efectuando en áreas en que es necesario el empleo de sismos múltiples y los estudios de ruido se han vuelto parte de la rutina ya que debido al cambio de condiciones es necesario vigilar constantemente la eficacia de los parámetros escogidos.

En la placa No. (5) se ilustra un ejemplo de la mejoría obtenida por medio de los sismos múltiples. Se puede observar que mientras que un sismo por traza da un sismograma prácticamente inútil, con grupos de 10 sismos se obtiene buena información.

Las placas (6) y (7) nos muestran la influencia de la longitud del grupo. Como se deduce de las consideraciones sobre la relación que existe entre la longitud de onda y la longitud del tendido cuando la relación entre ambas no es la adecuada debe esperarse, al menos en teoría, un empeoramiento de la calidad de los sismogramas.

A pesar de que el empleo de sismos múltiples da en general resultados satisfactorios en áreas que de otra manera no podrían trabajarse no debe pensarse que son una panacea para todos los males que aquejan a la sismología de reflexión. De hecho existen muchas zonas en que ni aún el empleo de grupos con gran número de elementos permite la obtención de datos útiles y es necesario recurrir a otros refinamientos más costosos. La aplicación de la cinta magnética a la sismología ha hecho posible el desarrollo de nuevas técnicas tales como la producción de microsismos por impacto (weight dropping) y la transmisión de impulsos de duración y frecuencia controladas (vibro-

seis). Sin embargo debe aclararse que aún en estos sistemas se emplean detectores múltiples.

Por lo que respecta a las áreas difíciles del NE de México, puede decirse que hasta ahora los resultados obtenidos han sido satisfactorios en un buen porcentaje de casos, pero aún existen zonas en que creemos que serán necesarios, además del empleo de sismos múltiples, otros recursos de los que se han mencionado antes. Probablemente el siguiente paso sea la utilización de grupos de dos dimensiones combinados con pozos múltiples. Se ha empezado a experimentar sobre este asunto.

Una parte de los datos obtenidos para el presente trabajo se tomaron de informes presentados por los Ingenieros Antonio Deza Suárez y Fabián C. Chavira, cubriendo trabajos efectuados por los mismos en diferentes áreas del Noreste de México.

“FORO ABIERTO”

EL METODO DE LOS MINIMOS CUADRADOS

Por el Ing. *F. Neri España**

Al efectuar cualquier medición, nos damos cuenta que el grado de precisión es relativo y que depende de la agudeza de nuestros sentidos, del cuidado con que se trabaje, de los aparatos empleados y de los factores considerados.

Es decir, toda medición es imperfecta, ya que adolece de un cierto error, entendiendo por error la diferencia entre el riguroso valor teórico y el dato práctico. Algunas mediciones se obtienen con tal grado de exactitud que el error inherente es depreciable. Si algunas imperfecciones son de la misma índole se les llama sistemáticas.

Al tratar el concepto matemático denominado “error” nos referimos a los errores inevitables y no a los errores evitables (como son los sistemáticos y las equivocaciones). Por ejemplo: al medir los ángulos interiores de un triángulo y sumarlos, el valor teórico es de 180° pero la suma de los valores obtenidos será —en general— ligeramente diferente, pues ha influido la precisión del aparato con que se midieron los ángulos, la agudeza visual del observador, el trazo del triángulo, etc.

Tratando de compensar los errores inevitables, surgieron diversos métodos matemáticos, pertenecientes al Cálculo de Probabilidades, siendo el método más simple él de la Media Aritmética, que consiste en sumar los valores y dividir entre el número de sumandos, dando así un valor promedio.

* Servicios Geofísicos.

Frecuentemente, la Media Aritmética no proporciona una compensación satisfactoria y entonces se recurre a otros métodos, entre los cuales destaca (por su efectividad y sencillez) el de los Mínimos Cuadrados.

El método de los Mínimos Cuadrados procura compensar los errores de observación, suponiendo que los datos tienden a seguir una ley lineal y que la suma de sus diferencias con dicha ley, al cuadrado, es mínima.

Dicho método fue dado a conocer por Legendre en el año 1805, pero en forma independiente lo presentó Gauss en 1809.

Los fundamentos teóricos de los Mínimos Cuadrados pueden establecerse a partir de ecuaciones lineales, derivadas sucesivas, derivadas parciales, etc. En el presente artículo se optó por discutir el método de una manera sencilla. En efecto:

Sean A, B, C, \dots, N cierto número de datos cuyo comportamiento se desea representar mediante una línea recta, en un espacio bi-dimensional X, Y .

La línea recta sabemos que se representa por la ecuación

$$Y = a + b X \dots \dots \dots \quad (1)$$

en donde “ a, b ” son los parámetros por investigar, que reciben el nombre de constante de intercepción y pendiente de la línea, respectivamente. Ver Figura No. 1.

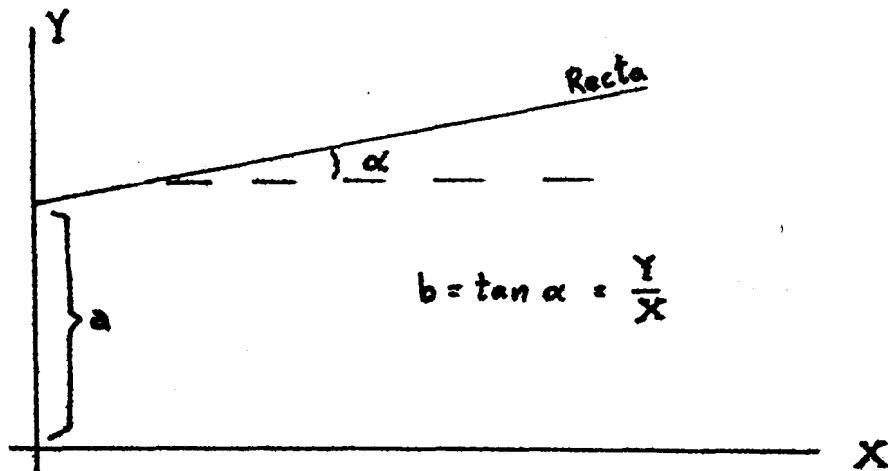


Fig. No. 1

En cada caso, los datos tratarán de obedecer a la ecuación No. 1. Es decir:

$$\left. \begin{array}{l} Y_A = a + b \bar{X}_A \\ Y_B = a + b \bar{X}_B \\ Y_C = a + b \bar{X}_C \\ \dots \dots \dots \\ Y_N = a + b \bar{X}_N \end{array} \right\} \dots \dots \dots \quad (2)$$

sumando miembro a miembro

$$\begin{aligned} Y_A + Y_B + Y_C + \dots + Y_N &= a + a + a + \dots + a + \\ &\quad + b (\bar{X}_A + \bar{X}_B + \bar{X}_C + \dots + \bar{X}_N) \\ \Sigma Y &= N a + b \Sigma X \quad \dots \dots \dots \quad (3) \end{aligned}$$

Si la ecuación No. 1 se le multiplica por X resulta:

$$X Y = a X + b X^2 \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

De manera que, para cada caso, también puede formarse el sistema siguiente:

$$\left. \begin{array}{l} X_A Y_A = a \bar{X}_A + b \bar{X}_A^2 \\ X_B Y_B = a \bar{X}_B + b \bar{X}_B^2 \\ X_C Y_C = a \bar{X}_C + b \bar{X}_C^2 \\ \dots \dots \dots \\ X_N Y_N = a \bar{X}_N + b \bar{X}_N^2 \end{array} \right\} \dots \dots \dots \quad (5)$$

sumando miembro a miembro

$$\sum X_A Y_A + X_B Y_B + X_C Y_C + \dots + X_N Y_N = a(X_A + X_B + X_C + \dots + X_N) + b(X_A^2 + X_B^2 + X_C^2 + \dots + X_N^2)$$

de las ecuaciones (3) y (6) es fácil obtener los parámetros "a, b".

$$\Sigma Y = N a + b \Sigma X$$

$$\Sigma X Y = a \Sigma X + b \Sigma X^2$$

$$b = \frac{\sum Y - N \bar{a}}{\sum X} = \frac{\sum X Y - a \sum X}{\sum X^2}$$

$$\Sigma X \Sigma X Y - a (\Sigma X)^2 = \Sigma X^2 \Sigma Y - a N \Sigma X^2$$

$$a [N \sum X^2 - (\sum X)^2] = \sum X^2 \sum Y - \sum X \sum X Y$$

$$a = \frac{\Sigma X^2 \Sigma Y - \Sigma X \Sigma XY}{N \Sigma X^2 - (\Sigma X)^2} \quad \dots \dots \quad (7)$$

$$a = \frac{\Sigma Y - b \Sigma X}{N} = \frac{\Sigma XY - b \Sigma X^2}{\Sigma X}$$

$$\Sigma X \Sigma Y - b (\Sigma X)^2 = N \Sigma X Y - b N \Sigma X^2$$

$$b [N \sum X^2 - (\sum X)^2] = N \sum X Y - \sum X \sum Y$$

$$b = \frac{N \sum X Y - \sum X \sum Y}{N \sum X^2 - (\sum X)^2} \dots\dots\dots (8)$$

La gran ventaja del método de los Mínimos Cuadrados es que permite obtener una recta promedio, independientemente del criterio de quien lo haga, pues basta aplicar las fórmulas (7) y (8).

APLICACIONES PRACTICAS

I.—Al observar un perfil de velocidades se registró una reflexión R , con detectores colocados cada 30 metros, en una distancia de cero a 1080 m. Se graficó la distancia al cuadrado contra el tiempo al cuadrado, según muestra la Fig. No. 1. El problema consistió en determinar la velocidad media.

Como en este caso, "X" es la distancia al cuadrado (L^2), "Y" el tiempo al cuadrado (T^2), resulta que "a" representa el cuadrado del tiempo central, "b" representa la inversa del cuadrado de la velocidad media.

$$a = T_o^2 = \frac{\sum X^2 \sum Y - \sum X \sum X Y}{N \sum X^2 - (\sum X)^2} \quad \text{según fórmula No. 7.}$$

$$T_o^2 = \frac{\sum L^4 \sum T^2 - \sum L^2 \sum L^2 T^2}{N \sum L^4 - (\sum L^2)^2}$$

Consultando la Tabla No. 1 resulta:

$$T_o^2 = \frac{1.159899 (112.1195) - 3.893 (18.2667454)}{24 (1.159899) - 3.893^2} = 4.607077 \text{ seg}^2$$

DETERMINACION DE LA VELOCIDAD MEDIA

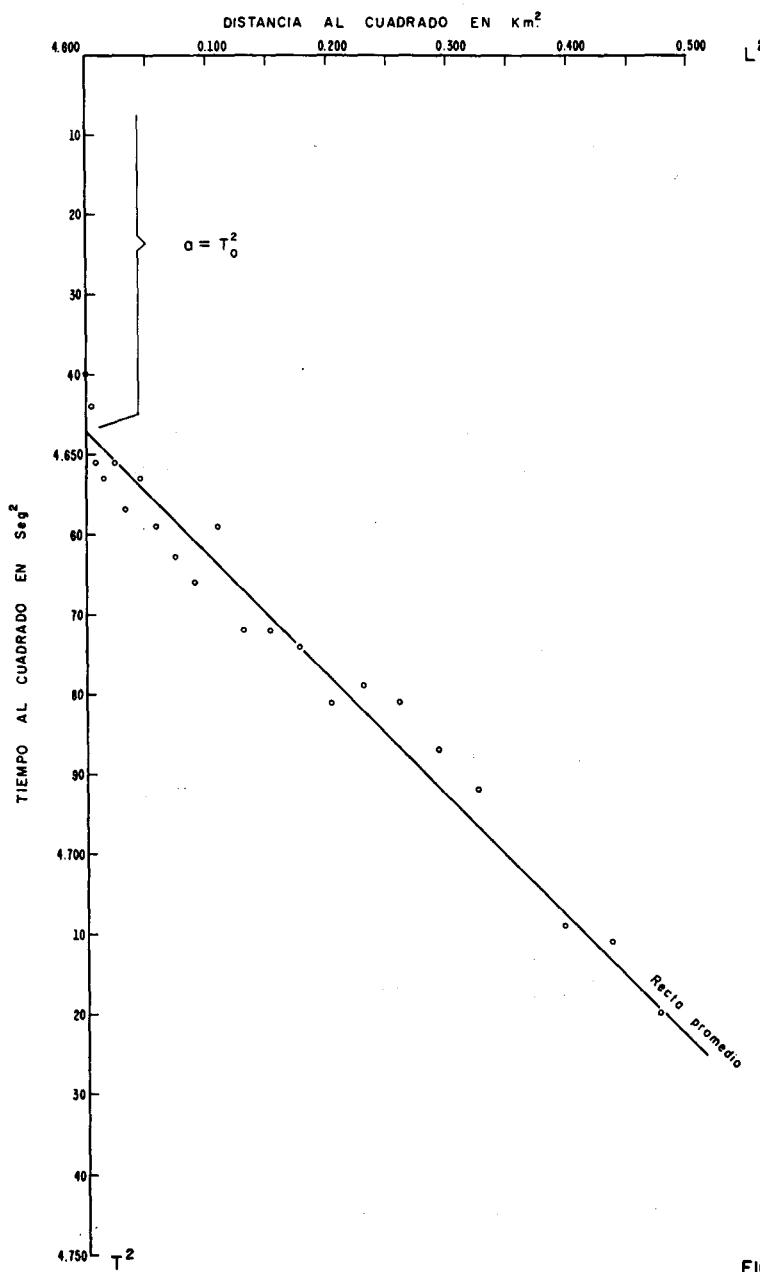


FIG. N° 2

$$b = \frac{Y}{X} = \frac{\text{Tiempo}^2}{\text{Distancia}^2} = \left(\frac{\text{Tiempo}}{\text{Distancia}} \right)^2 = \left(\frac{1}{V_m} \right)^2$$

$$V_m = \sqrt{\frac{1}{b}} = \sqrt{\frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N \sum XY - \sum X \sum Y}} \quad \text{según fórmula No. 8.}$$

$$\begin{aligned} V_m &= \sqrt{\frac{N \sum L^4 - (\sum L^2)^2}{N \sum L^2 T^2 - \sum L^2 \sum T^2}} = \\ &= \sqrt{\frac{24 (1.159899) - (3.893)^2}{24 (18.2667454) - 3.893 (112.1195)}} \end{aligned}$$

$$V_m = \sqrt{6.602949} = 2.570 \text{ km/seg} = 2570 \text{ m/s.}$$

que es la velocidad correspondiente a la recta promedio.

II.—Al observar un registro de velocidades superficiales, se obtuvieron diversos valores del tiempo vertical T_v para diferentes profundidades Z de la carga explosiva.

Se graficó el tiempo contra la profundidad, según muestra la Fig. No. 3, pudiendo notar que los tres primeros valores caen dentro de la capa meteorizada y que los restantes quedan fuera de dicha capa. El problema consistió en determinar la velocidad de propagación V_w dentro de la capa meteorizada y la velocidad V_s fuera de ella.

En este caso, el tiempo vertical “ T_v ” corresponde al eje “ X ”, la profundidad “ Z ” al eje “ Y ”, de manera que las velocidades “ V_w , V_s ” quedan determinadas por el parámetro “ b ”, bastando con aplicar la fórmula No. 8.

DETERMINACION DE VELOCIDADES SUPERFICIALES

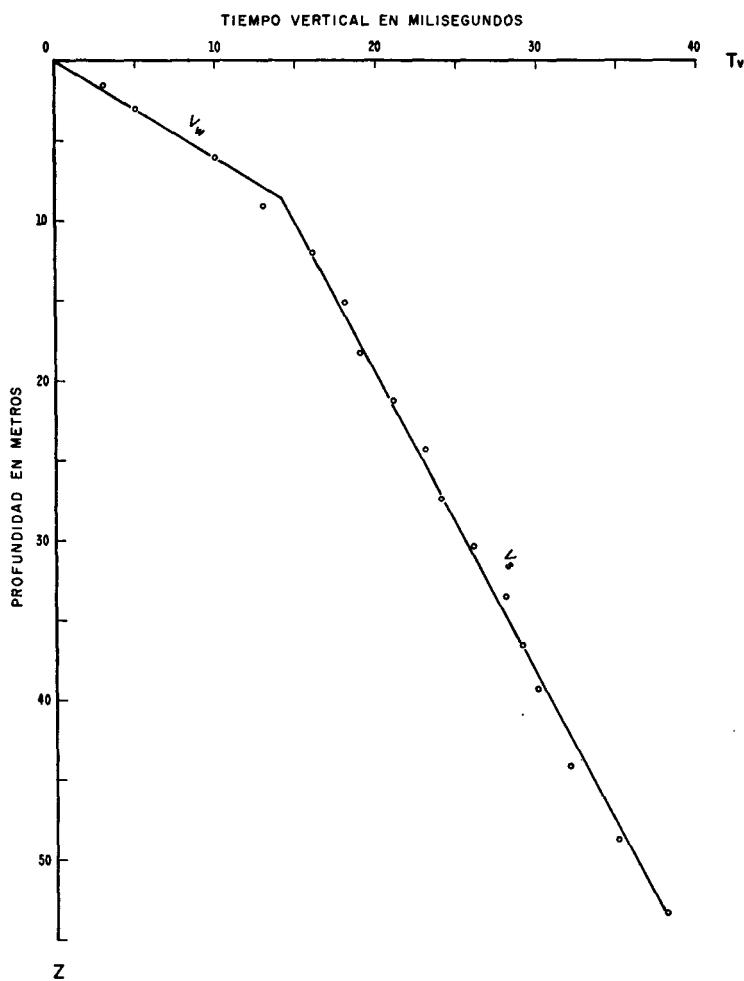


FIG. N° 3

$$b = \frac{N \sum XY - \sum X \sum Y}{N \sum X^2 - (\sum X)^2} = \frac{Y}{X} = \frac{Z}{T_v} \quad \left\{ \begin{array}{l} V_w \\ V_s \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_w \\ V_s \end{array} \right\} = \frac{N \sum T_v Z - \sum T_v \sum Z}{N \sum T_v^2 - (\sum T_v)^2}$$

De la Tabla No. 2 resulta:

$$V_w = \frac{4 (80.66) - 18 (10.65)}{4 (134) - 18^2} = 0.617 \text{ m/miliseg} = 617 \text{ m/s.}$$

$$V_s = \frac{14 (11730.26) - 352 (414.47)}{14 (9550) - 352^2} = 1.871 \text{ m/miliseg} = 1871 \text{ m/s.}$$

III.—En general, cualquier fenómeno, expresable en forma lineal, es susceptible de ser analizado por el método de los Mínimos Cuadrados, evitando así que los resultados dependan de las apreciaciones personales de quien haga el análisis.

T A B L A N o . 1 .

N	L en km	L^2 en km^2	L^4 en km^4	T en seg	T^2 en seg^2	$L^2 T^2$ en $(\text{km}/\text{seg})^2$
1	0	0	0	2.1540	4.6397	0
2	0.03	0.001	0.000001	2.1540	4.6397	0.0046397
3	0.06	0.004	0.000016	2.1550	4.6440	0.0185760
4	0.09	0.008	0.000064	2.1565	4.6505	0.0372040
5	0.12	0.014	0.000196	2.1570	4.6526	0.0651364
6	0.15	0.023	0.000529	2.1565	4.6505	0.1069615
7	0.18	0.032	0.001024	2.1580	4.6570	0.1490240
8	0.21	0.044	0.001936	2.1570	4.6526	0.2047144
9	0.24	0.058	0.003364	2.1585	4.6591	0.2702278
10	0.27	0.073	0.005329	2.1595	4.6634	0.3404282
11	0.30	0.090	0.008100	2.1600	4.6656	0.4199040
12	0.33	0.109	0.011881	2.1585	4.6591	0.5078419
13	0.36	0.130	0.016900	2.1615	4.6721	0.6073730
14	0.39	0.152	0.023104	2.1615	4.6721	0.7101592
15	0.42	0.176	0.030976	2.1620	4.6742	0.8226592
16	0.45	0.203	0.041209	2.1635	4.6807	0.9501821
17	0.48	0.230	0.052900	2.1630	4.6786	1.0760780
18	0.51	0.260	0.067600	2.1635	4.6807	1.2169820
19	0.54	0.292	0.085264	2.1650	4.6872	1.3686624
20	0.57	0.325	0.105625	2.1660	4.6915	1.5247375
21	0.60	0.360	0.129600	2.1700	4.7089	1.6952040
22	0.63	0.397	0.157609	2.1700	4.7089	1.8694333
23	0.66	0.436	0.190096	2.1705	4.7111	2.0540396
24	0.69	0.476	0.226576	2.1725	4.7197	2.2465772
Sumas		3.893	1.159899		112.1195	18.2667454

T A B L A N o . 2

N	Z en mts.	T _v en miliseg.	T _v Z en mmseg.	T _v ² en miliseg ²
1	0	0	0	0
2	1.52	3	4.56	9
3	3.04	5	15.20	25
4	6.09	10	60.90	100
<hr/>				
Sumas	10.65	18	80.66	134
<hr/>				
1	9.14	13	118.82	169
2	12.19	16	195.04	256
3	15.24	18	274.32	324
4	18.28	19	347.32	361
5	21.33	21	447.93	441
6	24.38	23	560.74	529
7	27.43	24	658.32	576
8	30.48	26	792.48	676
9	33.52	28	938.56	784
10	36.57	29	1060.53	841
11	39.62	30	1188.60	900
12	44.19	32	1414.08	1024
13	48.76	35	1706.60	1225
14	53.34	38	2026.92	1444
<hr/>				
Sumas	414.47	352	11730.26	9550

Estimado Socio:

Agradeceremos a Ud. su cooperación
enviándonos Artículos para nuestro
Boletín, o bien Comentarios o Su-
gestiones que nos permitan seguir
adelante con nuestra publicación.

SCHLUMBERGER SURENCO - S. A.

AGENCIA EN MEXICO

Av. Morelos 98, Desp. 201

MEXICO 1, D. F.

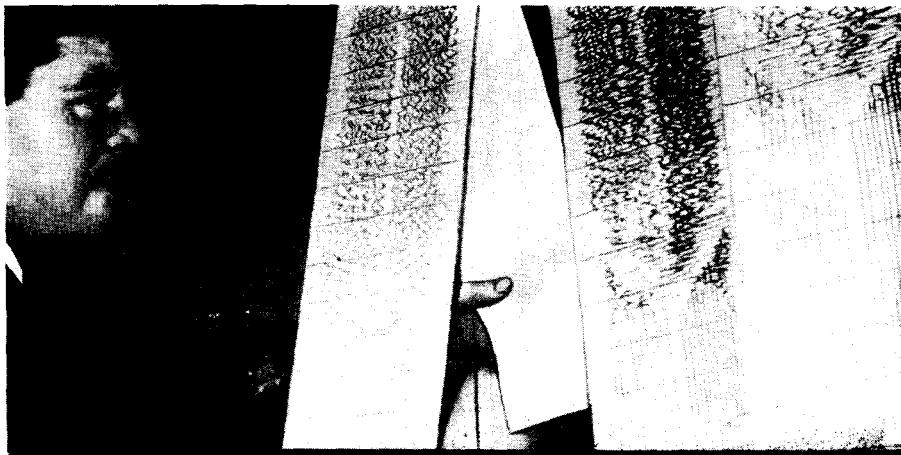
Tels.: 46-85-25 y 46-13-85

La exploración sismológica se acelera con . . .

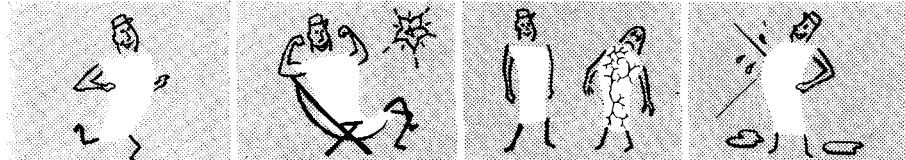
Seismo-Writ

Du Pont

Papel foto-registrador
de mayor rapidez y mejor contraste



Ahora, las brigadas de exploración emplean menos tiempo en cada registro . . . exploran áreas mayores y obtienen registros más claros y precisos, gracias a los adelantos que ofrece el papel foto-registrador Seismo-Writ, de Du Pont:



Además, el papel foto-registrador Seismo-Writ de Du Pont, viene en prácticos cilindros protegidos por una bolsa impermeable, de polietileno, que asegura el buen estado del papel aún en adversas condiciones de calor o humedad.

Para mayores informes diríjase a:

Du Pont, S. A. de C. V.

Av. Juárez 117

México 1, D. F.



Cosas mejores para vivir mejor

. . . gracias a la Química

DGPH-1

SOCIOS
\$ 100.00
NO SOCIOS
\$ 150.00



ADQUIERA UD. SU VOLUMEN CON
LOS 4 BOLETINES DEL AÑO 1960,
EMPASTADO EN KERATOL, CON SUS
INICIALES GRABADAS EN ORO

PEDIDOS A LA
ASOC. MEX. DE GEOF. DE EXPL.

GEOEXPLORACIONES, S. A.

S E R V I C I O S :

GEOFISICOS

GEOLOGICOS

RADIACTIVOS

TOPOGRAFICOS

FOTOGEOLOGICOS

**AVE. JUAREZ 117 - 502 TEL. 46 - 11 - 81
APDO. 20902 MEXICO 1, D. F.**

EXPLORACIONES, S. A.

AVE. JUAREZ 100

DESP. 315

TEL. 10 - 15 - 64

MEXICO 1, D. F.

...SISMOLOGIA... GRAVIMETRIA... GEOQUIMICA... MAGNETOMETRIA...

...SUE*

...PROCESADO DE DATOS

MAE**

AREAS:—Grandes o pequeñas, marinas o terrestres.

PROBLEMAS:—Técnicos u operacionales.

INFORMACION:—Superficial o profunda.

FORMA:—Utilizando los métodos y equipos más modernos compatibles con áreas y presupuestos.

GEOPHYSICAL

SERVICE

INCORPORATED

Exchange Bank Bldg.,
100 Exchange Park North,
DALLAS 35, TEXAS.
Tel. FLeetwood 7-4311

Avenida Juárez No. 119,
Despacho 42,
Tels. 46-37-20 - 21-74-67
MEXICO 1, D. F.

* Seismic Underwater Exploder

** Multiple Analyzer Eliminator.

CURSO DE SISMOLOGIA APLICADA

Por el Ing. V. A. OLHOVICH



En las principales librerías
o directamente en la

ASOCIACION MEXICANA DE GEOFISICOS DE EXPLORACION

Av. Juárez 97. Desp. 302.

México 1, D. F.

PERFORACIONES, S.A.

Av. Juárez 119 Desp. 53 Tel. 21-36-42

México 1, D.F.

"ROTCENCO"

ROTARY ENGINEERING DE MEXICO, S.A.

AL SERVICIO DE PETROLEOS MEXICANOS

Av. Juárez 119 Desp. 31-32

**Tels. 46-44-19
21-58-36**

México 1, D.F.