

**B O L E T I N**

**DE LA**

**ASOCIACION MEXICANA DE GEOFISICOS DE EXPLORACION**

---

**COMPARACION DEL PROCESO DE CONTINUACION  
ANALITICA POR MEDIO DE LAS INTEGRALES DE  
DIRICHLET Y NEUMAN**

**Por:**

**M. en C. Juan Brandí Purata  
Pasante Héctor Chávez Castellanos**

**APLICACION DE LAS GRAFICAS DE TELARAÑA  
PARA LA CARACTERIZACION DE MEDIOS  
POROSOS COMPLEJOS**

**Por:**

**Oscar Mera Barrera**

## COMPARACION DEL PROCESO DE CONTINUACION ANALITICA POR MEDIO DE LAS INTEGRALES DE DIRICHLET Y NEUMAN

Por: M. en C. Juan Brandi Purata  
Profesor de la Maestría en Exploración de Recursos Energéticos del  
Subsuelo, DEPFI, UNAM.

Pasante Héctor Chávez Castellanos  
Carrera de Ingeniería Geofísica,  
Facultad de Ingeniería, UNAM.

### RESUMEN

En el análisis de mapas potenciales es común usar el proceso de continuación analítica para la interpretación de mapas gravimétricos o magnéticos (Peters L.J., 1949, Henderson 1960, Tsay L.J., 1978 y otros).

Generalmente los diferentes autores utilizan como fundamento la integral de DIRICHLET para efectuar el proceso; sin embargo, se ha visto que para distancias grandes de continuación, la integral de DIRICHLET para el plano resulta inexacta. En este trabajo se comparan las integrales de NEUMAN y DIRICHLET para efectuar la continuación analítica ascendente. Se aplican los procesos desarrollados en anomalías de atracción modeladas.

## INTRODUCCION

La aplicación de la continuación analítica ascendente para funciones armónicas se ha realizado de diferentes formas, esto es, han sido elaborados diferentes algoritmos para sus cálculos. Generalmente todos los procesos usan la integral de DIRICHLET como fundamento teórico para efectuarla; sin embargo, tal como se muestra a continuación la teoría de DIRICHLET para una frontera plana implica un error cada vez mayor a medida que la distancia entre el sitio a que se desea continuar y la frontera plana aumentan. Por otra parte la integral de NEUMAN para una frontera plana no presenta este inconveniente, es decir, teóricamente la continuación ascendente de los campos potenciales para cualquier distancia es exacta, siempre y cuando la derivada de la función armónica que se desea continuar sea conocida. Entonces sería interesante comparar ambos procedimientos de continuación analítica (DIRICHLET VS NEUMAN) para determinar sus diferencias o similitudes desde un punto de vista práctico, esto es, aplicando a la interpretación de mapas gravimétricos o magnéticos.

## EL PROBLEMA DE DIRICHLET Y DE NEUMAN

A fin de entender la teoría de la continuación analítica, se

3.

presentan los problemas de DIRICHLET y de NEUMAN para las -  
funciones armónicas; se estudian por separado ambos procesos -  
para mostrar sus características y restricciones.

### EL PROBLEMA DE DIRICHLET:

De manera general podemos resumir el problema de acuerdo  
a lo siguiente:

Conocido el valor que adquiere una función armónica  $\varphi = \varphi(x, y, z)$   
en una frontera "S" cerrada de forma arbitraria, determinar la  
función armónica  $\varphi$  en el interior de una frontera (Fig. No. 1).

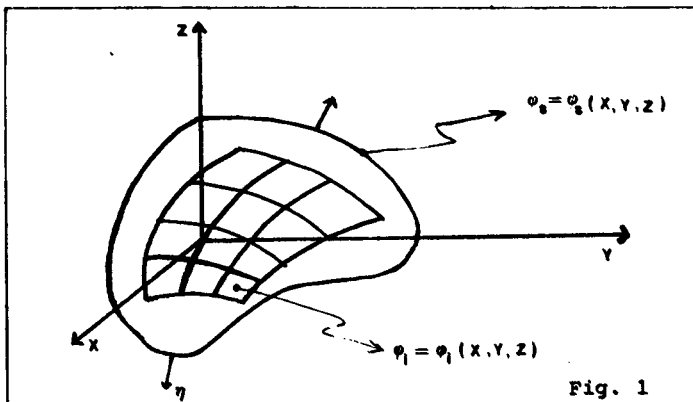


Fig. 1

A partir del segundo teorema de GREEN se fundamenta la respuesta al problema de DIRICHLET:

$$\oint_V \frac{1}{r} \nabla^2 \varphi \, dv + \oint_S \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \, ds - \oint_S \varphi \frac{\partial (\frac{1}{r})}{\partial \eta} \, ds = \begin{cases} 4\pi \varphi(P) & \dots (1) \\ 2\pi \varphi(P) & \dots (2) \\ 0 & \dots (3) \end{cases} \dots [1]$$

en donde:

$\nabla^2 \varphi$  es el LAPLACIANO de la función armónica

"r"  $\approx$  radio vector, indicando la distancia entre dos puntos

$\eta \approx$  dirección normal a los elementos de superficie "S".

La solución número 1 de GREEN, es para puntos en el interior de la frontera. La solución número 2 para puntos que están situados en la frontera. La solución número 3 para puntos situados en el exterior de la frontera.

La función armónica  $\varphi = \varphi(x, y, z)$  es provocada por una fuente de potencial que se encuentra exterior a la región. Se considera que en el interior de la misma existe totalmente el vacío.

Entonces para puntos "Interiores" a la región se satisface:

$$\nabla^2 \varphi = 0 \dots \dots \dots [11]$$

Ya que la fuente de potencial y la región ocupan diferentes posiciones en el espacio.

Por consiguiente la expresión de GREEN quedaría:

$$\oint_S \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} ds - \oint_S \varphi \frac{\partial \left( \frac{1}{r} \right)}{\partial \eta} ds = 4\pi \varphi(P) \dots\dots\dots [III]$$

Puesto que el problema de DIRICHLET indica el conocimiento de la función armónica  $\varphi = \varphi(x, y, z)$  en la frontera cerrada "S" y no el de la derivada en dirección normal, es necesario eliminar o calcular mediante algún procedimiento la integral que contiene a la derivación de la función armónica en la ecuación No. III.

Proponemos la introducción de una función espacial  $\alpha = \alpha(x, y, z)$  de tal manera que en el interior de la región de estudio, se cumpla  $\nabla^2 \alpha = 0$ . Entonces si relacionamos mediante el teorema de GREEN a las funciones armónicas  $\alpha = \alpha(x, y, z)$  y  $\varphi = \varphi(x, y, z)$  encontramos:

$$\oint_S \varphi \frac{\partial \alpha}{\partial \eta} ds - \oint_S \alpha \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} ds = 0 \dots\dots\dots [IV]$$

sumando las expresiones III y IV, obtenemos para la región de estudio:

$$\oint_S \left( \frac{1}{r} - \alpha \right) \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} ds - \oint_S \varphi \frac{\partial \left( \frac{1}{r} - \alpha \right)}{\partial \eta} ds = 4\pi \varphi(P) \dots\dots\dots [V]$$

Si llamamos " $G = \frac{1}{r} - \alpha$ ", denominada función de GREEN, la expresión No. V la escribimos como:

$$\oint_S \alpha \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} ds - \oint_S \varphi \frac{\partial \alpha}{\partial \eta} ds = 4\pi \varphi(P) \dots\dots\dots [VI]$$

es importante notar que si la función de GREEN se nulifica en la frontera "S" que limita la región, la expresión No. VI proporciona

efectivamente la condición de DIRICHLET, esto es, " $G = 0$ " en la frontera "S"; la expresión No. VI será:

$$\varphi(p) = -\frac{1}{4\pi} \oint_S \varphi \frac{\delta G}{\delta \eta} ds \quad \dots\dots\dots [VII]$$

La frontera "S" que limita a la región de estudio podría ser de forma arbitraria; sin embargo, para formas geométricas complejas la determinación de la función de GREEN es complicada, es por ello que el problema de DIRICHLET se resuelve para formas geométricas regulares, tales como la esfera y el plano de dimensión infinita. En la interpretación de datos potenciales usamos evidentemente la solución de la ecuación de DIRICHLET en una frontera plana.

#### FUNCION DE GREEN PARA UNA ESFERA

En el problema de DIRICHLET es condición necesaria que la función de GREEN se anule en la frontera "S" de la esfera. La función armónica  $\varphi = \varphi(x, y, z)$  es conocida en cualquier sitio sobre la frontera "S" que envuelve a la región (Fig. No. 2).

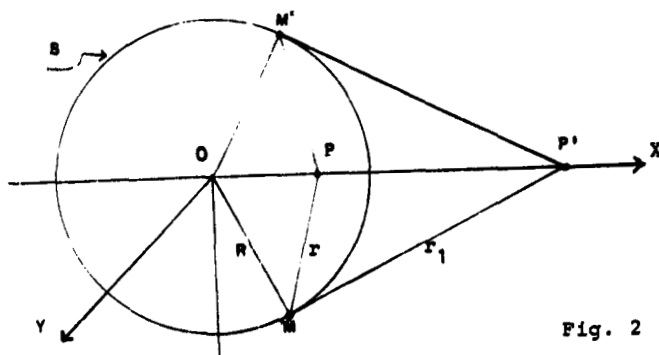


Fig. 2

en donde:

P = Punto para el cual buscamos el valor de la función

r =  $\overline{MP}$

p' = es el punto conjugado, tal que satisface la relación

$$R^2 = \overline{OP} \cdot \overline{OP'}$$

Entonces para solucionar el problema es requerimiento determinar la función de GREEN para esta figura geométrica. Es factible verificar que la expresión de GREEN para la esfera es:

$$G = \frac{1}{r} - \frac{R}{fr_1} \quad \dots\dots\dots [\text{VIII}]$$

En donde el significado de las literales se determina de acuerdo a la Figura No. 2. La expresión No. VIII se anula en la frontera -



"S" tal como lo requiere el problema de DIRICHLET; para solucionar completamente el problema, sería necesario derivar a "G" con respecto a la normal, que para esta figura geométrica corresponde con la dirección radial "R". Entonces efectuando los cálculos anteriormente señalados, el problema de DIRICHLET para una región esférica es:

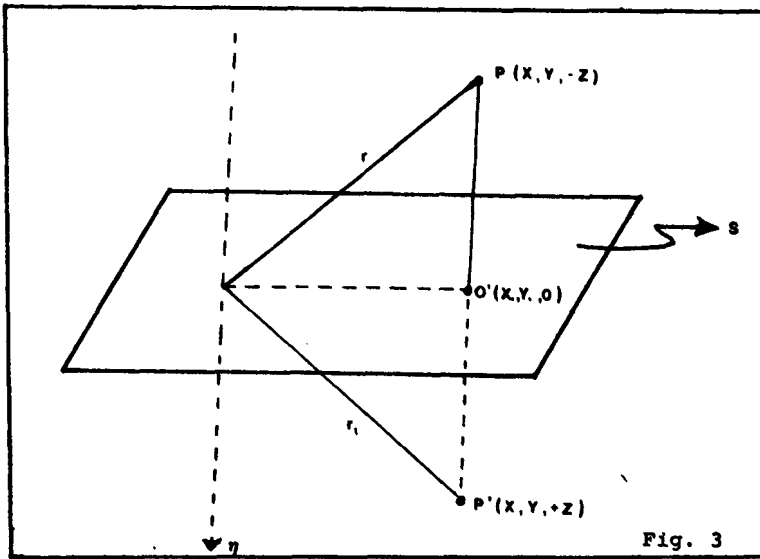
$$\varphi(P) = -\frac{R^2 - r^2}{4\pi R} \oint_S \frac{\varphi \, ds}{r^3} \quad \dots\dots\dots [1x]$$

Una situación importante sucede cuando el radio de la esfera (Figura No. 2) crece indefinidamente. Considerando que la posición espacial del punto "P" respecto a la frontera "S" no se modifica cuando el radio "R" aumenta, podemos determinar que en el límite, esto es, cuando "R" tiende al infinito, la frontera "S" se transformará en un plano de dimensión infinita y la función de GREEN adquiere la forma:

$$G = \frac{1}{r} - \frac{1}{r_i} \quad \dots\dots\dots [x]$$

siempre y cuando el punto "P" se considere cercano a la frontera "S". A medida que la distancia entre el sitio a que se desea continuar la función armónica y la frontera aumenta, la expresión No. X carece de validez. Esto es precisamente el motivo por el cual el problema de DIRICHLET para una frontera plana de dimensión infinita es cada vez más inexacto a medida que la distancia entre

el punto "P" y la frontera plana crecen (Fig. No. 3).



Aceptando que la función de GREEN para una frontera plana es " $G = \frac{1}{r} - \frac{1}{r'}$ ", sin olvidar las restricciones anteriormente señaladas determinamos la forma comúnmente usada en la continuación analítica de los campos potenciales también denominada ecuación de DIRICHLET

$$\varphi(x, y, -z) = \frac{z}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varphi(x', y', 0) \, dx' \, dy'}{[(x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2]^{3/2}} \dots\dots\dots [x]$$

### EL PROBLEMA DE NEUMAN:

De una forma general podemos resumir el problema de NEUMAN de la manera siguiente:

Conocido el valor que adquiere la derivada en la dirección normal de una función armónica  $\frac{\delta \varphi}{\delta \eta}$  en una frontera cerrada "S" de forma arbitraria, determinar la función armónica en el interior de la frontera (Fig. No. 4).

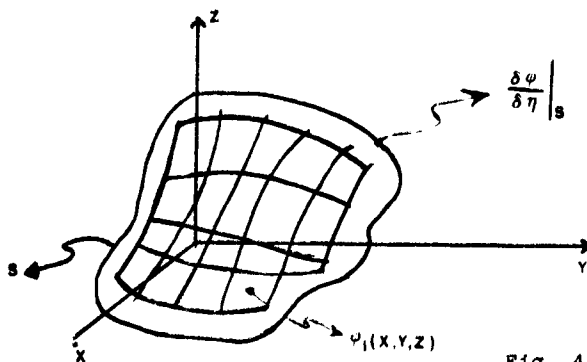


Fig. 4

Evocando nuevamente al segundo teorema de GREEN, el cual repetimos por claridad:

$$-\oint_V \frac{1}{r} \nabla^2 \varphi \, dv + \oint_S \frac{1}{r} \cdot \frac{\delta \varphi}{\delta \eta} \, dS - \oint_S \varphi \frac{\delta(1/r)}{\delta \eta} \, dS = \begin{cases} 4\pi \varphi(p) & \dots (1) \\ 2\pi \varphi(p) & \dots (2) \\ 0 & \dots (3) \end{cases}$$

y puesto que  $\nabla^2 \varphi = 0$  en la región de estudio, obtenemos para puntos interiores la siguiente expresión:

$$\oint_s \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} ds - \oint_s \varphi \frac{\partial \left(\frac{1}{r}\right)}{\partial \eta} ds = 4\pi \varphi(p) \quad \dots\dots\dots [XII]$$

De acuerdo a las condiciones impuestas por el problema de NEUMAN, sería necesario eliminar o evaluar la segunda integral de la expresión No. XII, para lo cual introducimos una función escalar que denominamos "Q = Q (x, y, z)", tal que satisface la condición  $\nabla^2 Q = 0$ .

Relacionando mediante el teorema de GREEN a las funciones "Q" y " $\varphi$ " obtenemos:

$$\oint_s \varphi \frac{\partial Q}{\partial \eta} ds - \oint_s Q \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} ds = 0 \quad \dots\dots\dots [XIII]$$

sumando las expresiones XII y XIII, encontramos:

$$\oint_s \left(\frac{1}{r} - Q\right) \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} ds - \oint_s \varphi \frac{\partial \left(\frac{1}{r} - Q\right)}{\partial \eta} ds = 4\pi \varphi(p) \quad \dots\dots\dots [XIV]$$

Calculemos primeramente la integral que denotamos por "I":

$$I = - \oint_s \varphi \frac{\partial \left(\frac{1}{r} - Q\right)}{\partial \eta} ds \quad \dots\dots\dots [XV]$$

En entendido, "Q = Q (x, y, z)" simboliza una expresión matemática derivable en la región estudiada; sin embargo, no se conoce explícitamente su ecuación. Denominando "N =  $\frac{1}{r} - Q$ ", lla-

hacemos la función de NEUMAN, obtenemos la expresión siguiente:

$$\oint_S \frac{\delta N}{\delta \eta} ds = \oint_S \frac{\delta(\frac{1}{r} - Q)}{\delta \eta} ds = \oint_S \frac{\delta(\frac{1}{r})}{\delta \eta} ds - \oint_S \frac{\delta Q}{\delta \eta} ds$$

cuya evaluación de acuerdo a la teoría del ángulo sólido es:

$$\oint_S \frac{\delta N}{\delta \eta} ds = -4\pi \dots\dots\dots [xvi]$$

Si imponemos la condición de que la variación de la función de NEUMAN en la dirección de la normal a los elementos de superficie sea constante determinamos:

$$\oint_S \frac{\delta N}{\delta \eta} ds = \oint_S C ds = -4\pi$$

Luego entonces:

$$C = -\frac{4\pi}{S} \dots\dots\dots [xvii]$$

Substituyendo el resultado obtenido en la expresión XV, queda:

$$I = -\oint_S \left[ \varphi - \frac{4\pi}{S} \right] ds = \frac{1}{S} \oint_S \varphi ds \dots\dots\dots [xviii]$$

Que indica el cálculo del valor promedio de la función armónica

$\varphi = \varphi(x, y, z)$  ; por consiguiente es una constante que denotamos por "A".

A partir de los resultados obtenidos, la expresión XIV adquiere la siguiente notación matemática:

$$v(p) = \frac{1}{4\pi} \oint_S N \frac{\delta \varphi}{\delta l} ds + A \dots\dots\dots [xix]$$



en donde las literales son indicadas de acuerdo al simbolismo dado en la Fig. No. 5.

Ahora bien, cuando el radio de la esfera aumenta indefinidamente, el valor de "A" en la expresión XIX tiende a cero, independientemente de la posición del punto "P" respecto a la frontera "S" y la forma geométrica esférica se transforma en un plano de dimensión infinita, (Fig. No. 6).

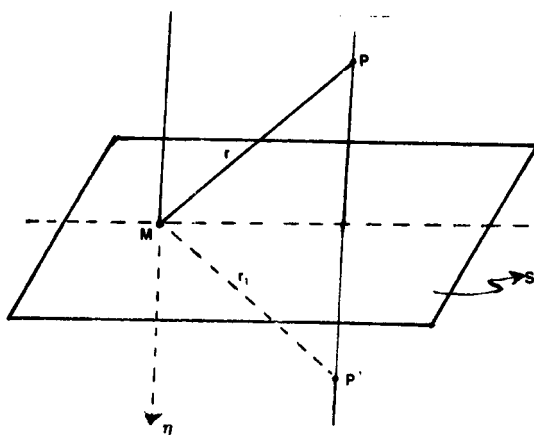


Fig. 6

La función de NEUMAN "N" para el plano se puede demostrar que es:

$$N = \frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} \dots\dots\dots [XXI]$$

puesto que "r" es idéntico a "r<sub>1</sub>", substituyendo XXI en XIX, encontramos:

$$\varphi(P) = \frac{1}{2\pi} \oint \frac{\frac{\delta\varphi}{\delta\eta}}{r} ds \quad \dots\dots\dots [XXII]$$

que es la ecuación integral de NEUMAN para una frontera plana de dimensión infinita.

#### COMPARACION Y EVALUACION DE LAS INTEGRALES DE DIRICHLET Y NEUMAN PARA UNA ANOMALIA ESFERICA.

Las expresiones XI y XXII permiten el cálculo de la continua ción analítica ascendente de una función armónica, para una frontera plana. La ecuación XI requiere únicamente la evaluación de la función armónica  $\varphi = \varphi(x, y, z)$  en todos los elementos de frontera, mientras que la ecuación XXII requiere la evaluación de la variación de la función armónica en la dirección normal para todos los elementos de frontera. En la prospección de datos potenciales aplicados a la exploración geofísica, el instrumento mide el valor de la función armónica  $\varphi$  en puntos discretos de un mapa; en el caso de la expresión XI la continuación ascendente la efectuamos directamente con tales datos, mientras que para usar la ecuación XXII requerimos primero derivar al mapa mediante algún procedimiento numérico y posteriormente efectuar la continuación ascendente. El problema de continuar hacia arriba un plano de datos poten



ciales se efectúa aparentemente bien a partir de XI y no de XXII; sin embargo, habrá que señalar que teóricamente la expresión - XXII es más exacta que XI por todas las restricciones que se han mencionado.

Por consiguiente se comparan en este trabajo los resultados de continuar ascendente una anomalía de masa esférica a diferentes niveles, mediante el integral de NEUMAN y DIRICHLET, cuyas expresiones repetimos por claridad:

$$\varphi(x, y, -z) = \frac{z}{2\pi} \int_S \frac{\varphi(x, y, 0) \, dx \, dy}{[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + z^2]^{3/2}} \dots \dots \dots \text{DIRICHLET}$$

$$\varphi(x, y, -z) = \frac{1}{2\pi} \int_S \frac{\frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \, dx \, dy}{[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + z^2]^{1/2}} \dots \dots \dots \text{NEUMAN}$$

En donde las literales indican los conceptos referidos en la Fig.

No. 7.

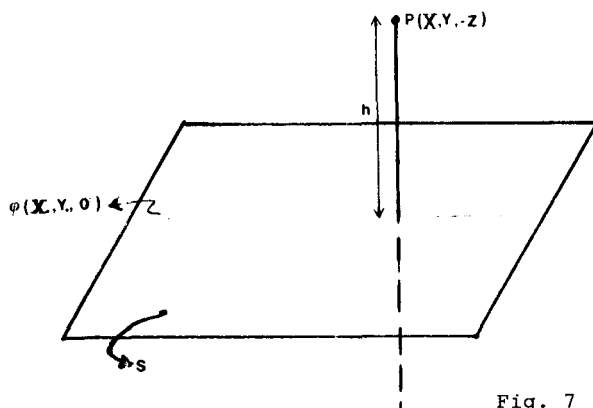


Fig. 7

El método numérico elegido para resolver las ecuaciones integrales anteriores fue el dominio del número de onda, puesto que, XI y XXII representan como puede demostrarse una integral bidimensional de convolución, en donde las expresiones de los filtros son:

$$F(X_0, Y_0, 0) = \frac{\frac{h}{2\pi}}{[X_0^2 + Y_0^2 + h^2]^{3/2}} \dots \text{DIRICHLET} \quad [\text{XXIII}]$$

$$F(X_0, Y_0, 0) = \frac{\frac{1}{2\pi}}{[X_0^2 + Y_0^2 + h^2]^{1/2}} \dots \text{NEUMAN} \quad [\text{XXIV}]$$

por consiguiente:

$$\varphi(X_0, Y_0, 0) \longrightarrow \boxed{\frac{h/2\pi}{[X_0^2 + Y_0^2 + h^2]^{3/2}}} \longrightarrow \varphi(X, Y, h)$$

$$\varphi'(X_0, Y_0, 0) \longrightarrow \boxed{\frac{1/2\pi}{[X_0^2 + Y_0^2 + h^2]^{1/2}}} \longrightarrow \varphi(X, Y, h)$$

En donde:

$\varphi(X_0, Y_0, 0)$  = representa el efecto de atracción en su componente vertical para una masa esférica en el nivel de referencia "Z = 0".

$\phi'(x_0, y_0, 0)$  = representa la derivada en la dirección normal del efecto de atracción en su componente vertical para una masa esférica en el nivel de referencia " $Z = 0$ ".

Los resultados obtenidos del procedimiento de convolución antes descrito para una masa esférica a diferentes alturas de continuación ascendente, es el mostrado en las figuras que siguen. La explicación y características de las condiciones impuestas al modelo considerado están descritas en la figura correspondiente.

GO. ER. 11. 10 000000 000000 DEL CENTRO (MTE)  
(000) (000000)

1 11.000 11.000 0.0000 0.0000 20.0000

COMPONENTE VERTICAL EN MILIGALES

A VA DE 0.3381E-01 A 0.4091E-01  
+ VA DE 0.3091E-01 A 0.3300E-01  
B VA DE 0.4000E-01 A 0.5509E-01  
\* VA DE 0.5509E-01 A 0.4218E-01  
C VA DE 0.4218E-01 A 0.6922E-01  
- VA DE 0.4000E-01 A 0.3377E-01  
- VA DE 0.3377E-01 A 0.3177E-01  
+ VA DE 0.3177E-01 A 0.1755E-01  
E VA DE 0.2055E-01 A 0.9761E-01  
: VA DE 0.9761E-01 A 0.1037E+00

	10	20	30
1	AAAA++	BBBBBBBBD	BB++
2	AAAA++	BBBBBBBBD	BB++
3	AAAA++	BBBBBBBBD	BB++
4	AAAA++	BBBBBBBBD	BB++
5	++++	BBBBBBBBD	BB++
6	++++	BBBBBBBBD	BB++
7	++++	BBBBBBBBD	BB++
8	++++	BBBBBBBBD	BB++
9	++++	BBBBBBBBD	BB++
10	++++	BBBBBBBBD	BB++
11	++++	BBBBBBBBD	BB++
12	++++	BBBBBBBBD	BB++
13	++++	BBBBBBBBD	BB++
14	++++	BBBBBBBBD	BB++
15	++++	BBBBBBBBD	BB++
16	++++	BBBBBBBBD	BB++
17	++++	BBBBBBBBD	BB++
18	++++	BBBBBBBBD	BB++
19	++++	BBBBBBBBD	BB++
20	++++	BBBBBBBBD	BB++
21	++++	BBBBBBBBD	BB++
22	++++	BBBBBBBBD	BB++
23	++++	BBBBBBBBD	BB++
24	++++	BBBBBBBBD	BB++
25	++++	BBBBBBBBD	BB++
26	++++	BBBBBBBBD	BB++
27	++++	BBBBBBBBD	BB++
28	++++	BBBBBBBBD	BB++
29	++++	BBBBBBBBD	BB++
30	++++	BBBBBBBBD	BB++
31	AAAA++	BBBBBBBBD	BB++

Fig. 8

# CONT. ANALYTICA REEL 1 A 1000 0.000

A VA DE 0.3229E-01 A 0.3771E-01  
 B VA DE 0.3772E-01 A 0.4315E-01  
 C VA DE 0.4315E-01 A 0.4857E-01  
 \* VA DE 0.4857E-01 A 0.5400E-01  
 D VA DE 0.5400E-01 A 0.5943E-01  
 E VA DE 0.5943E-01 A 0.6485E-01  
 F VA DE 0.6485E-01 A 0.7028E-01  
 G VA DE 0.7028E-01 A 0.7571E-01  
 H VA DE 0.7571E-01 A 0.8114E-01  
 I VA DE 0.8114E-01 A 0.8656E-01

	10	20	30
1	AAAA++	BBB**	BBBBI++
2	AAAA++	BBB**	BBBBI++
3	AAAA++	BBB**	BBBBI++
4	AAAA++	BBB**	BBBBI++
5	AAAA++	BBB**	BBBBI++
6	AAAA++	BBB**	BBBBI++
7	AAAA++	BBB**	BBBBI++
8	AAAA++	BBB**	BBBBI++
9	AAAA++	BBB**	BBBBI++
10	AAAA++	BBB**	BBBBI++
11	AAAA++	BBB**	BBBBI++
12	AAAA++	BBB**	BBBBI++
13	AAAA++	BBB**	BBBBI++
14	AAAA++	BBB**	BBBBI++
15	AAAA++	BBB**	BBBBI++
16	AAAA++	BBB**	BBBBI++
17	AAAA++	BBB**	BBBBI++
18	AAAA++	BBB**	BBBBI++
19	AAAA++	BBB**	BBBBI++
20	AAAA++	BBB**	BBBBI++
21	AAAA++	BBB**	BBBBI++
22	AAAA++	BBB**	BBBBI++
23	AAAA++	BBB**	BBBBI++
24	AAAA++	BBB**	BBBBI++
25	AAAA++	BBB**	BBBBI++
26	AAAA++	BBB**	BBBBI++
27	AAAA++	BBB**	BBBBI++
28	AAAA++	BBB**	BBBBI++
29	AAAA++	BBB**	BBBBI++
30	AAAA++	BBB**	BBBBI++
31	AAAA++	BBB**	BBBBI++

Fig. 9

CONT. ANALISIS - METODO DE DISTICHET. 24 2-00 U.R.

A VA DE 0.112E-01 A 0.2036E-01  
 B VA DE 0.1036E-01 A 0.2070E-01  
 C VA DE 0.0954E-01 A 0.2429E-01  
 \* VA DE 0.1134E-01 A 0.4178E-01  
 D VA DE 0.1752E-01 A 0.4892E-01  
 E VA DE 0.4892E-01 A 0.5604E-01  
 F VA DE 0.5604E-01 A 0.6320E-01  
 G VA DE 0.6320E-01 A 0.7034E-01  
 H VA DE 0.7034E-01 A 0.7751E-01  
 I VA DE 0.7751E-01 A 0.8462E-01

	15	20	30
1	AAH+H+BBB	BBB	BBB+H+AAA
2	A+BBB	*****	BBB+H+AAA
3	A+BBB	*****	BBB+H+AAA
4	A+BBB	*****	BBB+H+AAA
5	A+BBB	*****	BBB+H+AAA
6	A+BBB	*****	BBB+H+AAA
7	A+BBB	*****	BBB+H+AAA
8	A+BBB	*****	BBB+H+AAA
9	A+BBB	*****	BBB+H+AAA
10	A+BBB	*****	BBB+H+AAA
11	A+BBB	*****	BBB+H+AAA
12	A+BBB	*****	BBB+H+AAA
13	A+BBB	*****	BBB+H+AAA
14	A+BBB	*****	BBB+H+AAA
15	A+BBB	*****	BBB+H+AAA
16	A+BBB	*****	BBB+H+AAA
17	A+BBB	*****	BBB+H+AAA
18	A+BBB	*****	BBB+H+AAA
19	A+BBB	*****	BBB+H+AAA
20	A+BBB	*****	BBB+H+AAA
21	A+BBB	*****	BBB+H+AAA
22	A+BBB	*****	BBB+H+AAA
23	A+BBB	*****	BBB+H+AAA
24	A+BBB	*****	BBB+H+AAA
25	A+BBB	*****	BBB+H+AAA
26	A+BBB	*****	BBB+H+AAA
27	A+BBB	*****	BBB+H+AAA
28	A+BBB	*****	BBB+H+AAA
29	A+BBB	*****	BBB+H+AAA
30	A+BBB	*****	BBB+H+AAA
31	AAH+H+BBB	BBB	BBB+H+AAA

Fig. 10

CONT. ANALITICA - METODO DE NEUMAN, Z= 2.00 U. R.

A VA DE 0.1500E-01 A 0.2245E-01  
 + VA DE 0.2245E-01 A 0.2939E-01  
 B VA DE 0.2939E-01 A 0.3731E-01  
 \* VA DE 0.3731E-01 A 0.4473E-01  
 C VA DE 0.4473E-01 A 0.5215E-01  
 = VA DE 0.5215E-01 A 0.5957E-01  
 D VA DE 0.5957E-01 A 0.6699E-01  
 - VA DE 0.6699E-01 A 0.7440E-01  
 E VA DE 0.7440E-01 A 0.8182E-01  
 ? VA DE 0.8182E-01 A 0.8924E-01

	0	20	30
	+	+	+
1	AAAA++	BBBBBBBBBBBBBBB++	AAAA
2	AAAA++	BBBBBBBBBBBBBBB++	AAAA
3	AA++	BBB*****C*****	BBB++
4	AA++	BBB*****C*****	BBB++
5	+++	BBB*****C*****	BBB++
6	+++	BBB*****C*****	BBB++
7	+++	BBB*****C*****	BBB++
8	+++	BBB*****C*****	BBB++
9	+++	BBB*****C*****	BBB++
10	BB**CC==	DD--	DD==CC**BB
11	BB**CC==	DD--	DD==CC**BB
12	BB**CC==	DD--	DD==CC**BB
13	B**C==D--	EE::	EE--D==C**B
14	B**C==D--	EE::	EE--D==C**B
15	B**C==D--	EE::	EE--D==C**B
16	B**C==D--	EE::	EE--D==C**B
17	B**C==D--	EE::	EE--D==C**B
18	B**C==D--	EE::	EE--D==C**B
19	B**C==D--	EE::	EE--D==C**B
20	B**C==D--	EE::	EE--D==C**B
21	B**C==D--	EE::	EE--D==C**B
22	B**C==D--	EE::	EE--D==C**B
23	BB**CC==	DD--	DD==CC**BB
24	BB**CC==	DD--	DD==CC**BB
25	BB**CC==	DD--	DD==CC**BB
26	BB**CC==	DD--	DD==CC**BB
27	BB**CC==	DD--	DD==CC**BB
28	BB**CC==	DD--	DD==CC**BB
29	BB**CC==	DD--	DD==CC**BB
30	BB**CC==	DD--	DD==CC**BB
31	AAAA++	BBBBBBBBBBBBBBB++	AAAA

Fig. 11

# NUMERO DE RENGLONES

RENGLON 16

REAL	DIRICHLET	ERROR %	NEUMAN	ERROR %
0.4882E-01	0.3149E-01	35.50	0.3494E-01	28.43
0.5198E-01	0.4015E-01	22.76	0.3982E-01	23.40
0.5524E-01	0.4678E-01	15.30	0.4475E-01	18.79
0.5857E-01	0.5212E-01	11.00	0.4968E-01	15.18
0.6194E-01	0.5675E-01	8.37	0.5456E-01	11.92
0.6531E-01	0.6076E-01	6.66	0.5934E-01	9.15
0.6863E-01	0.6487E-01	5.49	0.6397E-01	6.80
0.7185E-01	0.6851E-01	4.65	0.6839E-01	4.82
0.7490E-01	0.7189E-01	4.02	0.7254E-01	3.15
0.7773E-01	0.7477E-01	3.55	0.7636E-01	1.76
0.8026E-01	0.7771E-01	3.19	0.7979E-01	0.59
0.8244E-01	0.8005E-01	2.90	0.8276E-01	-0.39
0.8420E-01	0.8195E-01	2.68	0.8523E-01	-1.22
0.8550E-01	0.8337E-01	2.50	0.8715E-01	-1.93
0.8629E-01	0.8426E-01	2.36	0.8849E-01	-2.55
0.8656E-01	0.8462E-01	2.24	0.8924E-01	-3.09
0.8629E-01	0.8426E-01	2.36	0.8849E-01	-2.55
0.8550E-01	0.8337E-01	2.50	0.8715E-01	-1.93
0.8420E-01	0.8195E-01	2.68	0.8523E-01	-1.22
0.8244E-01	0.8005E-01	2.90	0.8276E-01	-0.39
0.8026E-01	0.7771E-01	3.19	0.7979E-01	0.59
0.7773E-01	0.7477E-01	3.55	0.7636E-01	1.76
0.7490E-01	0.7189E-01	4.02	0.7254E-01	3.15
0.7185E-01	0.6851E-01	4.65	0.6839E-01	4.82
0.6863E-01	0.6487E-01	5.49	0.6397E-01	6.80
0.6531E-01	0.6076E-01	6.66	0.5934E-01	9.15
0.6194E-01	0.5675E-01	8.37	0.5456E-01	11.92
0.5857E-01	0.5212E-01	11.00	0.4968E-01	15.18
0.5524E-01	0.4678E-01	15.30	0.4475E-01	18.79
0.5198E-01	0.4015E-01	22.76	0.3982E-01	23.40
0.4882E-01	0.3149E-01	35.50	0.3494E-01	28.43

Fig. 12



CO-1. ANALITICA REAL A Z= 8.00 U.R.

A VA DE 0.2706E-01 A 0.2970E-01  
 † VA DE 0.2970E-01 A 0.3234E-01  
 B VA DE 0.3234E-01 A 0.3498E-01  
 \* VA DE 0.3498E-01 A 0.3761E-01  
 C VA DE 0.3761E-01 A 0.4025E-01  
 = VA DE 0.4025E-01 A 0.4289E-01  
 D VA DE 0.4289E-01 A 0.4553E-01  
 - VA DE 0.4553E-01 A 0.4816E-01  
 E VA DE 0.4816E-01 A 0.5080E-01  
 : VA DE 0.5080E-01 A 0.5344E-01

	10	20	30
	†	†	†
1	AAA+++BBBB*****BBB++AAA		
2	AA+++BBB***CCCCCCC***BBB++AA		
3	A+++BB***CCCCCCCCCCCC***BB++A		
4	+++BB***CCC=====CCC***BB++		
5	++BB***CCC=====DDD=====CCC***BB+		
6	+BB***CCC=====DDDDDDDD=====CCC***BB+		
7	BB***CC=====DDDD-----DDDD=====CC***BB		
8	BB***CC=====DDD-----DDD=====CC***BB		
9	B***CC=====DD-----EEEE-----DD=====CC***B		
10	B***CC=====DD-----EEEEEEEE-----DD=====CC***B		
11	**CC=====DD-----EEEE::EEEE-----DD=====CC**		
12	*C=====DD-----EEE:::EE-----DD=====C**		
13	*CC=====DD-----EE:::EE-----DD=====CC*		
14	*CC=====DD-----EE:::EE-----DD=====CC*		
15	*CC=====DD-----EE:::EE-----DD=====CC*		
16	*CC=====DD-----EE:::EE-----DD=====CC*		
17	*CC=====DD-----EE:::EE-----DD=====CC*		
18	*CC=====DD-----EE:::EE-----DD=====CC*		
19	*CC=====DD-----EE:::EE-----DD=====CC*		
20	*C=====DD-----EEE:::EE-----DD=====C**		
21	**CC=====DD-----EEEE::EEEE-----DD=====CC**		
22	B***CC=====DD-----EEEEEEEE-----DD=====CC*D		
23	B***CC=====DD-----EEEE-----DD=====CC***B		
24	BB***CC=====DD-----DD=====CC***BB		
25	BB***CC=====DDDD-----DDDD=====CC***BB		
26	+BB***CCC=====DDDDDDDD=====CCC***BB+		
27	++BB***CCC=====DDD=====CCC***BB++		
28	+++BB***CCC=====CCC***BB+++		
29	A+++BB***CCCCCCCCCCCC***BB++A		
30	AA+++BBB***CCCCCCC***BBB++AA		
31	AAA+++BBBB*****BBB++AAA		

Fig. 13

CONT. ANALITICA - METODO DE DIRICHLET. Z= 8.00 U.R.

A VA DE 0.9147E-02 A 0.1292E-01  
 + VA DE 0.1292E-01 A 0.1670E-01  
 B VA DE 0.1670E-01 A 0.2047E-01  
 \* VA DE 0.2047E-01 A 0.2424E-01  
 C VA DE 0.2424E-01 A 0.2802E-01  
 = VA DE 0.2802E-01 A 0.3179E-01  
 D VA DE 0.3179E-01 A 0.3557E-01  
 - VA DE 0.3557E-01 A 0.3934E-01  
 E VA DE 0.3934E-01 A 0.4311E-01  
 : VA DE 0.4311E-01 A 0.4689E-01

	10	20	30
	+	+	+
1	AAAA++++BBBBBBB	BBBBBBB	++++AAAA
2	AA++++BBB	*****	BBB++++AA
3	A++++BBB	*****	CCCCCCCC
4	A++++BBB	*****	CCCCCCCC
5	A++++BBB	*****	CCCCCCCC
6	A++++BBB	*****	CCCCCCCC
7	A++++BBB	*****	CCCCCCCC
8	A++++BBB	*****	CCCCCCCC
9	A++++BBB	*****	CCCCCCCC
10	A++++BBB	*****	CCCCCCCC
11	A++++BBB	*****	CCCCCCCC
12	A++++BBB	*****	CCCCCCCC
13	A++++BBB	*****	CCCCCCCC
14	A++++BBB	*****	CCCCCCCC
15	A++++BBB	*****	CCCCCCCC
16	A++++BBB	*****	CCCCCCCC
17	A++++BBB	*****	CCCCCCCC
18	A++++BBB	*****	CCCCCCCC
19	A++++BBB	*****	CCCCCCCC
20	A++++BBB	*****	CCCCCCCC
21	A++++BBB	*****	CCCCCCCC
22	A++++BBB	*****	CCCCCCCC
23	A++++BBB	*****	CCCCCCCC
24	A++++BBB	*****	CCCCCCCC
25	A++++BBB	*****	CCCCCCCC
26	A++++BBB	*****	CCCCCCCC
27	A++++BBB	*****	CCCCCCCC
28	A++++BBB	*****	CCCCCCCC
29	A++++BBB	*****	CCCCCCCC
30	A++++BBB	*****	CCCCCCCC
31	AAAA++++BBB	BBBBBBB	++++AAAA

Fig. 14

CONT. ANALITICA - METODO DE NEUMAN, Z= 3.00 U. R.

A VA DE 0.1207E-01 A 0.1852E-01  
 + VA DE 0.1632E-01 A 0.2070E-01  
 B VA DE 0.2096E-01 A 0.2540E-01  
 \* VA DE 0.2540E-01 A 0.2984E-01  
 C VA DE 0.2984E-01 A 0.3428E-01  
 = VA DE 0.3428E-01 A 0.3873E-01  
 D VA DE 0.3873E-01 A 0.4317E-01  
 VA DE 0.4317E-01 A 0.4761E-01  
 E VA DE 0.4761E-01 A 0.5205E-01  
 : VA DE 0.5205E-01 A 0.5649E-01

	10	20	30
	+	+	+
1	AAAA+++	BBBBBB***B	BBBB+++
2	AAA++	BBBBB*****	BBBB++
3	AA++	BBBBB***CCCCC***	BBBB++
4	A++	BBBB***CCCCC=CCCCC***	BBB++
5	++	BBB***CCC=====	CCC***BB++
6	+	BB***CCC=====	DDDD=CCC**BB++
7		BB***CCC=====	DDDDDDDD=CCC**BB+
8		BB***CC=DDDD-----	DDDD=CC**BB+
9		BB**CC=DDD-----	DDD=CC**BB
10		BB**CC=DDC-----	EEEE=DD=CC**B
11		B**CC=DD-----	EEEEEEEE=DD=CC**B
12		B**C=DD-----	EEEE::EEEE=DD=CC**B
13		B*CC=DD-----	EEEE:::EEE=DD=CC**B
14		B*CC=DD-----	EEE:::EE=DD=CC**B
15		**CC=DD-----	EE:::EE=DD=CC**B
16		*C=DD-----	EE:::EE=DD=CC**B
17		**C=DD-----	EE:::EE=DD=CC**B
18		B*CC=DD-----	EE:::EE=DD=CC**B
19		B*CC=DD-----	EE:::EE=DD=CC**B
20		B**C=DD-----	EEEE::EEEE=DD=CC**B
21		B**CC=DD-----	EEEEEEEE=DD=CC**B
22		BB**CC=DD-----	EEEE=DD=CC**B
23		BB**CC=DD-----	DD=DD=CC**B
24		+BB**CC=DD-----	DDDD=CC**BB+
25		+BB**CCC=DDDDDDDD=	CCC**BB+
26		+BB**CCC=DDDDDD=	CCC**BB++
27		+BB**CCC=DDDD=	CCC**BB++
28		A++	BBBB***CCCCC=CCCCC***
29		AA++	BBBBB***CCCCC***
30		AAA++	BBBB***
31		AAAA++	BBBBBB***B

Fig. 15

## CAMPO DE RENDIÇÃO

RENDIÇÃO 16

ALUM	APPROX	ENTRADA	PEQUENA	ERRADA
0.3600E-01	0.2074E-01	41.44	0.2573E-01	29.70
0.3624E-01	0.2075E-01	40.72	0.2561E-01	29.17
0.3690E-01	0.2073E-01	39.40	0.3152E-01	30.95
0.3700E-01	0.2041E-01	31.91	0.3441E-01	17.08
0.4309E-01	0.2025E-01	29.16	0.3724E-01	13.50
0.4467E-01	0.2036E-01	25.25	0.3798E-01	10.43
0.4611E-01	0.2031E-01	23.73	0.4352E-01	7.45
0.4750E-01	0.2774E-01	20.66	0.4517E-01	5.20
0.4879E-01	0.3058E-01	18.29	0.4730E-01	3.07
0.4996E-01	0.4128E-01	17.38	0.4935E-01	1.22
0.5093E-01	0.4272E-01	16.12	0.5110E-01	-0.38
0.5194E-01	0.4603E-01	15.05	0.5374E-01	-1.76
0.5253E-01	0.4509E-01	14.16	0.5409E-01	-2.96
0.5363E-01	0.4592E-01	13.41	0.5315E-01	-4.00
0.5354E-01	0.4652E-01	12.79	0.5595E-01	-4.91
0.5343E-01	0.4689E-01	12.26	0.5649E-01	-5.71
0.5554E-01	0.4704E-01	10.40	0.5595E-01	-4.61
0.5563E-01	0.4782E-01	13.41	0.5313E-01	-4.00
0.5253E-01	0.44509E-01	14.16	0.5409E-01	-2.96
0.5141E-01	0.4404E-01	15.05	0.5201E-01	-1.76
0.5057E-01	0.4578E-01	16.12	0.5110E-01	-0.38
0.4771E-01	0.4611E-01	17.38	0.4935E-01	1.22
0.4750E-01	0.3709E-01	18.29	0.4935E-01	1.22
0.4750E-01	0.3769E-01	20.66	0.4702E-01	3.20
0.4611E-01	0.3821E-01	22.73	0.4257E-01	7.65
0.4463E-01	0.3736E-01	25.25	0.3925E-01	10.43
0.4309E-01	0.3695E-01	29.16	0.3724E-01	13.50
0.4150E-01	0.3441E-01	31.91	0.3441E-01	17.08
0.3987E-01	0.3372E-01	35.40	0.3152E-01	20.95
0.3824E-01	0.2305E-01	39.72	0.2561E-01	25.17
0.3624E-01	0.2031E-01	44.44	0.2573E-01	29.70

Fig. 16

CONT. ANALITICA REAL A Z= 18.00 U.R.

A VA DE 0.1931E-01 A 0.2008E-01  
 + VA DE 0.2028E-01 A 0.2125E-01  
 B VA DE 0.2125E-01 A 0.2222E-01  
 \* VA DE 0.2222E-01 A 0.2319E-01  
 C VA DE 0.2319E-01 A 0.2416E-01  
 = VA DE 0.2416E-01 A 0.2513E-01  
 D VA DE 0.2513E-01 A 0.2610E-01  
 - VA DE 0.2610E-01 A 0.2707E-01  
 E VA DE 0.2707E-01 A 0.2804E-01  
 : VA DE 0.2804E-01 A 0.2901E-01

	10	20	30
	+	+	+
1	AAA++BBB*****CCCCC*****BBB+IAAA		
2	AA++BB***CCCCCCCCCCCCC*****BB+IAA		
3	A++BB***CCC=====CCC**BB+IA		
4	++BB**CCC=====DDD=====CCC**BB++		
5	+BB**CC=====DDDDDDDD=====CC**BB+		
6	BB**CC==DDDD-----DDDD==CC**BB		
7	B**CC==DDDD-----DDDD==CC**B		
8	B**C==DDD-----EEEE-----DD==C**B		
9	**CC==DD-----EEEEEEEE-----DD==CC**		
10	*CC==DD-----EEEEEEEE-----DD==CC*		
11	*CC==DD-----EEEE:::EEEE-----DD==CC*		
12	*C==DD-----EEE:::EEE-----DD==C*		
13	*C==DD-----EEE:::EEE-----DD==C*		
14	CC==DD-----EEE:::EEE-----DD==C*		
15	CC DD-----EEE:::EEE-----DD==CC		
16	CC DD-----EEE:::EEE-----DD==CC		
17	CC DD-----EEE:::EEE-----DD==CC		
18	CC --D-----EEE:::EEE-----DD==CC		
19	*C==DD-----EEE:::EEE-----DD==C*		
20	*C==DD-----EEE:::EEE-----DD==C*		
21	*CC==DD-----EEEE:::EEEE-----DD==CC*		
22	*CC==DD-----EEEEEEEE-----DD==CC*		
23	**CC==DD-----EEEEEEEE-----DD==CC**		
24	B**C==DDD-----EEEE-----DD==C**B		
25	B**CC==DDDD-----DDDD==CC**B		
26	BB**CC=====DDDD-----DDDD==CC**BB		
27	+BB**CC=====DDDDDDDD=====CC**BB+		
28	++BB**CCC=====DDD=====CCC**BB++		
29	A++BB***CCC=====CCC**BB+IAA		
30	AA++BB***CCCCCCCCCCCCC*****BB+IAA		
31	AAA++BBB*****CCCCC*****BB+IAAA		

Fig. 17

CONT. ANALITICA - METODO DE PITRECHLET, Z= 16.00 U.R.

A VA DE 0.4795E-02 A 0.6347E-02  
 : VA DE 0.6347E-02 A 0.7899E-02  
 B VA DE 0.7899E-02 A 0.9452E-02  
 \* VA DE 0.9452E-02 A 0.1100E-01  
 C VA DE 0.1100E-01 A 0.1256E-01  
 : VA DE 0.1256E-01 A 0.1411E-01  
 D VA DE 0.1411E-01 A 0.1566E-01  
 - VA DE 0.1566E-01 A 0.1721E-01  
 E VA DE 0.1721E-01 A 0.1876E-01  
 : VA DE 0.1876E-01 A 0.2032E-01

	10	20	30
	+	+	+
1	AAAA++	BBBB*****B	BBB++
2	AAA++	BBBB*****B	BBB++
3	AA++	BBBB*****B	BBB++
4	A++	BBBB*****B	BBB++
5	++	BBBB*****B	BBB++
6	+	BBBB*****B	BBB++
7		BBBB*****B	BBB++
8		BBBB*****B	BBB++
9		BBBB*****B	BBB++
10		BBBB*****B	BBB++
11		BBBB*****B	BBB++
12		BBBB*****B	BBB++
13		BBBB*****B	BBB++
14		BBBB*****B	BBB++
15		BBBB*****B	BBB++
16		BBBB*****B	BBB++
17		BBBB*****B	BBB++
18		BBBB*****B	BBB++
19		BBBB*****B	BBB++
20		BBBB*****B	BBB++
21		BBBB*****B	BBB++
22		BBBB*****B	BBB++
23		BBBB*****B	BBB++
24		BBBB*****B	BBB++
25		BBBB*****B	BBB++
26		BBBB*****B	BBB++
27		BBBB*****B	BBB++
28		BBBB*****B	BBB++
29		BBBB*****B	BBB++
30		BBBB*****B	BBB++
31		BBBB*****B	BBB++

Fig. 18

CONT. ANALITICA - METODO DE NEUMAN: 20 10.00 U.

A VA DE 0.8100E-02 A 0.1000E-01  
 + VA DE 0.1000E-01 A 0.1314E-01  
 B VA DE 0.1314E-01 A 0.1551E-01  
 \* VA DE 0.1551E-01 A 0.1809E-01  
 C VA DE 0.1809E-01 A 0.2057E-01  
 = VA DE 0.2057E-01 A 0.2305E-01  
 D VA DE 0.2305E-01 A 0.2552E-01  
 - VA DE 0.2552E-01 A 0.2800E-01  
 E VA DE 0.2800E-01 A 0.3048E-01  
 : VA DE 0.3048E-01 A 0.3296E-01

	10	20	30
	+	+	+
1	AAAA++BBDDB*****BBDDB++AAAA		
2	AA++BBDDB*****BBDDB++AA		
3	A++BBDDB*****BBDDB++A		
4	A++BBDDB*****BBDDB++A		
5	+BBDDB*****BBDDB++		
6	+BBDDB*****BBDDB++		
7	+BBDDB*****BBDDB++		
8	BBDDB*****BBDDB++		
9	BBDDB*****BBDDB++		
10	BBDDB*****BBDDB++		
11	BBDDB*****BBDDB++		
12	BBDDB*****BBDDB++		
13	BBDDB*****BBDDB++		
14	BBDDB*****BBDDB++		
15	BBDDB*****BBDDB++		
16	BBDDB*****BBDDB++		
17	BBDDB*****BBDDB++		
18	BBDDB*****BBDDB++		
19	BBDDB*****BBDDB++		
20	BBDDB*****BBDDB++		
21	BBDDB*****BBDDB++		
22	BBDDB*****BBDDB++		
23	BBDDB*****BBDDB++		
24	BBDDB*****BBDDB++		
25	BBDDB*****BBDDB++		
26	BBDDB*****BBDDB++		
27	BBDDB*****BBDDB++		
28	BBDDB*****BBDDB++		
29	BBDDB*****BBDDB++		
30	BBDDB*****BBDDB++		
31	AAAA++BBDDB*****BBDDB++AAAA		

Fig. 19

# NUMERO OF PEND.ONES

REND.001

REAL	ETRICHLEY	ERROR 1	DELTA N	ERROR 2
0.2335E-01	0.9836E-02	57.87	0.1237E-01	22.68
0.2397E-01	0.1077E-01	55.07	0.1801E-01	23.62
0.2458E-01	0.1171E-01	52.37	0.1944E-01	20.10
0.2516E-01	0.1263E-01	49.78	0.2122E-01	15.64
0.2572E-01	0.1354E-01	47.33	0.2374E-01	11.50
0.2624E-01	0.1443E-01	45.02	0.2422E-01	7.71
0.2677E-01	0.1537E-01	42.86	0.2559E-01	4.26
0.2719E-01	0.1608E-01	40.68	0.2687E-01	1.17
0.2760E-01	0.1683E-01	39.01	0.2804E-01	-1.59
0.2796E-01	0.1753E-01	37.31	0.2909E-01	-4.03
0.2828E-01	0.1817E-01	35.75	0.3003E-01	-6.17
0.2854E-01	0.1874E-01	34.74	0.3084E-01	-8.08
0.2874E-01	0.1924E-01	33.67	0.3154E-01	-9.75
0.2890E-01	0.1967E-01	31.72	0.3212E-01	-11.15
0.2898E-01	0.2003E-01	30.89	0.3260E-01	-12.46
0.2901E-01	0.2032E-01	29.78	0.3296E-01	-13.58
0.2898E-01	0.2063E-01	30.89	0.3260E-01	-12.46
0.2890E-01	0.1967E-01	31.72	0.3212E-01	-11.15
0.2874E-01	0.1924E-01	33.67	0.3154E-01	-9.75
0.2854E-01	0.1874E-01	34.74	0.3084E-01	-8.08
0.2828E-01	0.1817E-01	35.75	0.3003E-01	-6.17
0.2796E-01	0.1753E-01	37.31	0.2909E-01	-4.03
0.2760E-01	0.1683E-01	39.01	0.2804E-01	-1.59
0.2719E-01	0.1608E-01	40.68	0.2687E-01	1.17
0.2677E-01	0.1537E-01	42.86	0.2559E-01	4.26
0.2624E-01	0.1443E-01	45.02	0.2422E-01	7.71
0.2572E-01	0.1354E-01	47.33	0.2276E-01	11.50
0.2516E-01	0.1263E-01	49.78	0.2122E-01	15.64
0.2458E-01	0.1171E-01	52.37	0.1944E-01	20.10
0.2397E-01	0.1077E-01	55.07	0.1801E-01	23.62
0.2335E-01	0.9836E-02	57.87	0.1237E-01	22.68

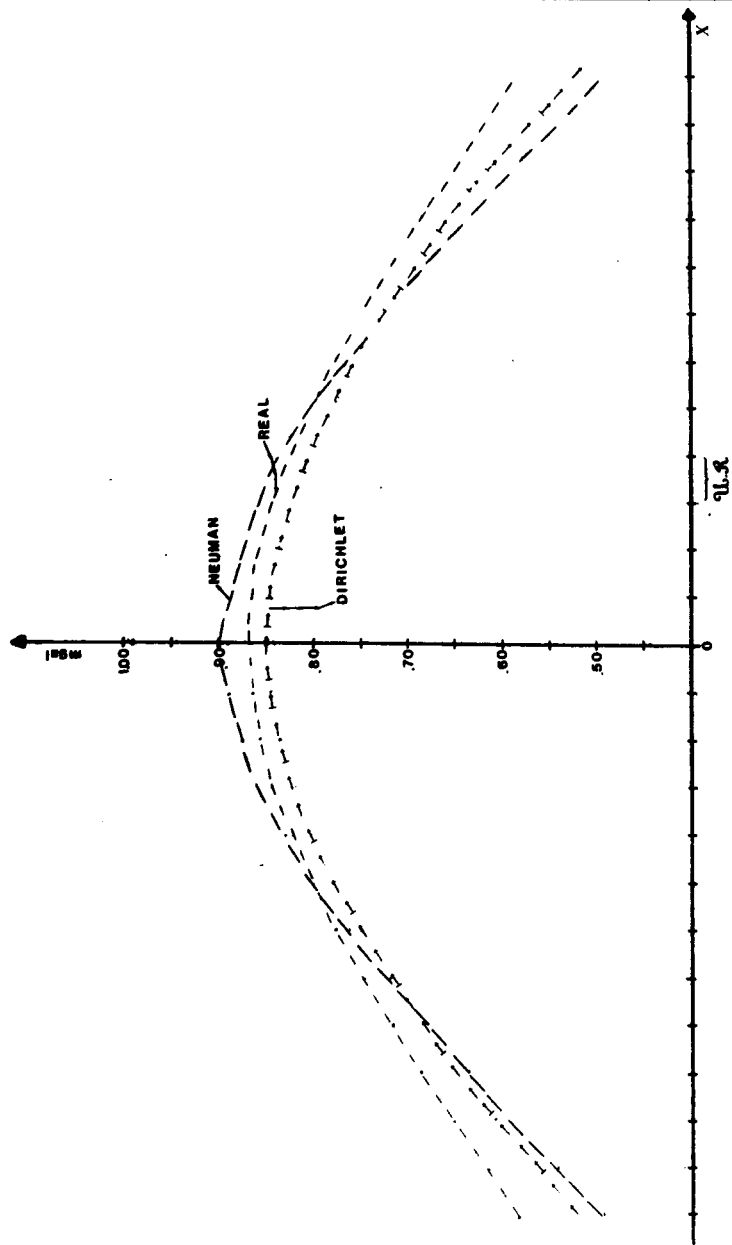
Fig. 20



A partir de los resultados presentados en las Figs. No. 12, 16 y 20, se graficó el perfil que pasa por el centro de la anomalía esférica considerada, a fin de comparar relativamente ambos procesos (DIRICHLET VS NEUMAN) con el valor real del modelo esférico estudiado (Figs. Nos. 21, 22 y 23).

El análisis de las figuras anteriores da lugar principalmente a tres observaciones notables:

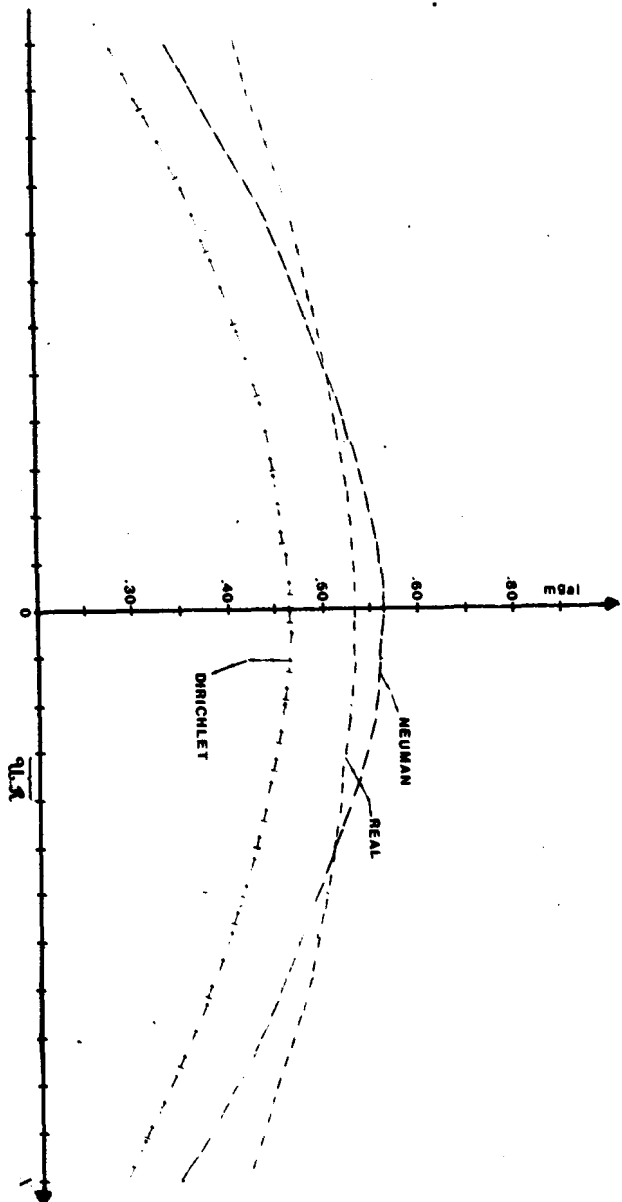
- \* Para alturas pequeñas de continuación ascendente ambos procedimientos tienen en general el mismo rango de exactitud.
- \* Cuando la altura de continuación aumenta, el procedimiento de NEUMAN es cuantitativamente más exacto que la integral de DIRICHLET.
- \* Cualitativamente el resultado mediante el integral de DIRICHLET es más parecido a la forma de curva teórica que la integral de NEUMAN.



$\beta = 2$  U.R.

\* COMPARACION DEL PROCESO DE CONTINUACION ANALITICA ASCENDENTE PARA EL MODELO ESFERICO CONSIDERADO.

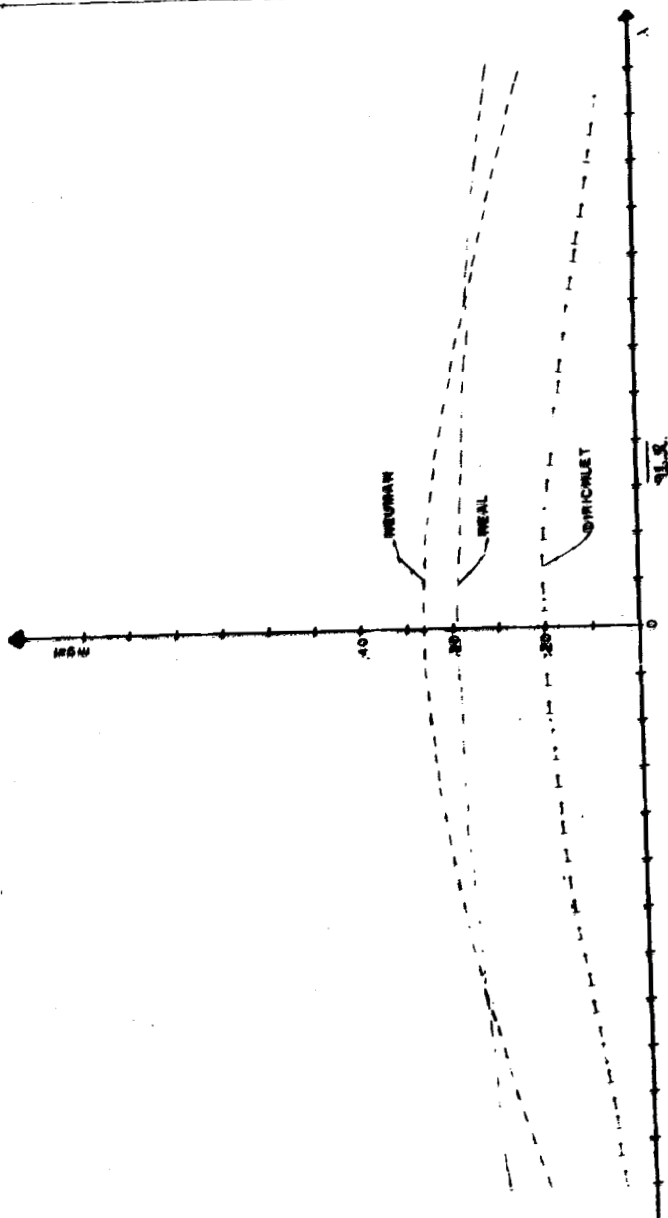
Fig. 21



$\beta = 80.0$

\* COMPARACION DEL PROCESO DE CONTINUACION ANALITICA ASCENDENTE PARA EL MODELO ESFERICO CONSIDERADO.

Fig. 22



3-1808

\* COMPARACION DEL PROCESO DE CONTINUACION ANALITICA ASCENDENTE PARA  
EL MODELO ESFERICO CONSIDERADO.

Fig. 23

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- \* A partir de los estudios y gráficas anteriormente mostradas, resulta evidente que desde un punto de vista cuantitativo la integral de NEUMAN es un proceso matemático más exacto para el cálculo de la continuación analítica ascendente, sobre todo cuando la altura de continuación es grande. Es importante hacer notar que los resultados aquí presentados se obtuvieron a partir de un modelo teórico, en donde la derivada en la dirección normal fue determinada analíticamente; sin embargo, en un caso práctico, para usar la integral de NEUMAN eficientemente se deberá contar con un algoritmo que calcule la derivada del mapa adecuadamente.
- \* Es recomendable investigar en el dominio del número de onda el comportamiento del filtro de NEUMAN bidimensional a fin de observar sus características espectrales, sería también recomendable estudiar su naturaleza y forma de aplicación en un perfil de datos potenciales.
- \* En la integral de reducción al polo propuesta por BARANOV, interviene el proceso de continuar analíticamente el campo potencial; se piensa entonces que introduciendo la integral de NEUMAN se determinaría un nuevo filtro para reducir los

datos magnéticos al polo.

- \* Si los datos potenciales obtenidos en una campaña de exploración gravimétrica o magnética son procesados directamente mediante la integral de NEUMAN (esto es, sin obtener la derivada normal del mapa), la ecuación sería un procedimiento para calcular la función potencial escalar de la información.

BIBLIOGRAFIA

- \* BARANOV. - 1957, A NEW METHOD FOR INTERPRETATION OF AEROMAGNETIC MAPS: PSEUDO-GRAVIMETRIC ANOMALIES. GEOPHYSICS 22, 359-382.
- \* BHATTACHARYYA B.K. - 1971, DESIGN OF SPATIAL FILTERS AND THEIR APPLICATION TO HIGH RESOLUTION AEROMAGNETIC DATA. GEOPHYSICS 37, 68-91.
- \* CLEMENT W.G. - 1973, BASIC PRINCIPLES OF TWO DIMENSIONAL DIGITAL FILTERING. GEOPHYSICAL PROSPECTING 21, 125-145.
- \* HENDERSON R.G. - 1960, A COMPREHENSIVE SYSTEM OF AUTOMATIC COMPUTATION IN MAGNETIC AND GRAVITY INTERPRETATION. GEOPHYSICS 25, 569-585.
- \* HENDERSON R.G. AND ZIETZ. - 1949, THE UPWARD CONTINUATION OF ANOMALIES IN TOTAL MAGNETIC INTENSITY FIELDS. GEOPHYSICS 14, 517-534.
- \* MIRONOV V.S. - 1977, CURSO DE PROSPECCION GRAVIMETRICA. REVERTE, S. A.
- \* NETTLETON L.L. - 1976, GRAVITY AND MAGNETICS IN OIL PROSPECTING. Mc GRAW HILL.

APLICACION DE LAS GRAFICAS DE TELARAÑA PARA LA  
CARACTERIZACION DE MEDIOS POROSOS COMPLEJOS

Por: Oscar Mera Barrera  
Instituto Mexicano del Petróleo

RESUMEN

Se presenta la aplicación de la técnica denominada "GRAFICAS DE TELARAÑA" para la caracterización de yacimientos con litología y medio porosos complejos. Esta técnica es el resultado de los estudios llevados a cabo en yacimientos de baja porosidad por el Ing. O. Gómez Rivero 8, 9, 10, 11. La base teórica del método es la ley de variación entre los parámetros  $a$  y  $m$  de ecuaciones que relacionan el factor de resistividad de la formación ( $F$ ) con la porosidad ( $\phi$ ). Se ha aplicado principalmente en los yacimientos descubiertos recientemente en el Sureste de la República Mexicana y en la Sonda de Campeche. Los resultados han confirmado que es una herramienta poderosa en el estudio y evaluación de yacimientos con porosidad primaria y/o porosidad secundaria en forma de fracturas o cavernas, o ambas. Además, da una indicación de la permeabilidad de la roca, lo cual permite una mejor selección de los intervalos a probar en un pozo. Tiene la ventaja



de que para su aplicación se requiere de los mismos registros geofísicos de pozo que normalmente se usan para la evaluación de un yacimiento.

Los ejemplos con que se ilustra este trabajo, son aplicaciones reales a algunos pozos tanto del área Chiapas-Tabasco, como de la Sonda de Campeche.

## INTRODUCCION

El tema de Yacimientos Naturalmente Fracturados ha cobrado importancia a nivel mundial. En México, los últimos y más importantes yacimientos petrolíferos son de este tipo, de ahí que no sólo los diversos métodos para la evaluación de estos yacimientos que han aparecido en la literatura de la especialidad sean motivo de estudio, sino que también genera la necesidad de crear nuevas técnicas que proporcionen mejores resultados y sean de fácil aplicación.

Los registros geofísicos de pozo tradicionalmente han constituido una de las herramientas más útiles para la determinación de los parámetros de yacimiento (porosidad de la roca ( $\phi$ ), la saturación de fluidos y un índice de permeabilidad) y poder realizar de este modo una evaluación cuantitativa del yacimiento. La porosidad

se obtiene casi en forma directa de los llamados Registros de Porosidad, Sónico, Densidad y Neutrón compensados. La saturación de fluidos e índice de permeabilidad se derivan de relaciones empíricas 6,7.

A medida que evolucionan las herramientas de registros geofísicos, surgen nuevos métodos de interpretación cuantitativa con los que se obtienen mejores resultados. En general, es bien conocido el comportamiento eléctrico, tanto en laboratorio como en la práctica, de rocas que tienen porosidades de moderadas a altas. Sin embargo, los nuevos yacimientos en rocas de baja a muy baja porosidad tienen un comportamiento eléctrico diferente. En este tipo de rocas mientras más baja sea la porosidad, aumentan las probabilidades de fracturamiento. Cuando en una roca existen fracturas y éstas son efectivas, los factores de resistividad de la formación resultan menores de lo normal, esto es, a los factores que resultarían si la formación únicamente tuviera una baja porosidad primaria; la porosidad del sistema de fracturas no incrementa en forma notable, por lo general, a la porosidad total del sistema, pero sí incrementan la permeabilidad. Como consecuencia, se han generado diversos métodos para el estudio y evaluación de este tipo de yacimientos. Estudios recientes 8, 9, 10, 11 han demostrado que el cálculo del factor de formación y del exponente de porosidad ( $m$ )

permite, utilizando únicamente registros geofísicos de pozo, detectar zonas fracturadas y/o cavernosas. En general es posible, mediante las gráficas de telaraña, la caracterización de un sistema poroso complejo si se cuenta con la información de los siguientes registros o sus equivalentes: Doble Lateral, Microesférico Enfocado, Neutrón y Densidad Compensados.

### BASES DEL METODO

Los principios teóricos y las consideraciones prácticas del método, han sido presentados en publicaciones previas 8, 9, 10. Se presenta aquí un breve resumen. La ecuación básica que relaciona el factor de resistividad con la porosidad fue establecida por Archie (Ec. 1). Posteriormente, otros estudios <sup>1</sup> condujeron a lo que en la práctica se ha aceptado como ecuación general para el factor de formación (Ec. 2). Esta ecuación expresa a F en función de la porosidad ( $\phi$ ), del factor de tortuosidad (a) y del exponente de porosidad (m). Los coeficientes a y m, teóricamente, pueden variar desde cero hasta infinito.

$$F = \frac{1}{\phi^m} \quad \text{-----} \quad (1)$$

$$F = \frac{a}{\phi^m} \quad \text{-----} \quad (2)$$

Por otra parte, en un estudio reciente<sup>8</sup> se estableció la siguiente fórmula empírica que relaciona a los coeficientes a y m de la Ec. 2.

$$m = A - B \log a \quad \text{-----} \quad (3)$$

De la relación que se establece entre la expresión para m de la Ec. (2) y la ecuación (3) resulta:

$$\log a = \frac{A \log \phi + \log F}{1 + B \log \phi} \quad \text{-----} \quad (4)$$

Las ecuaciones (3) y (4) nos indican que es posible derivar el valor del exponente de porosidad m a partir de la información que proporcionan los registros de pozo. El factor de resistividad obtenido de los registros de resistividad y la porosidad  $\phi$  de los llamados registros nucleares: Densidad y Neutrón Compensados. Las Constantes A y B dependen de la litología de las formaciones y tienen los siguientes valores estadísticos:

TIPO DE ROCA	CONSTANTES	
	A	B
Arenas	1.8	1.29
Carbonatos	2.03	0.9

La Fig. 1 es la solución gráfica de las ecuaciones (3) y (4), y se ha denominado "Gráfica de Telaraña". La gráfica corresponde

# TELARANA

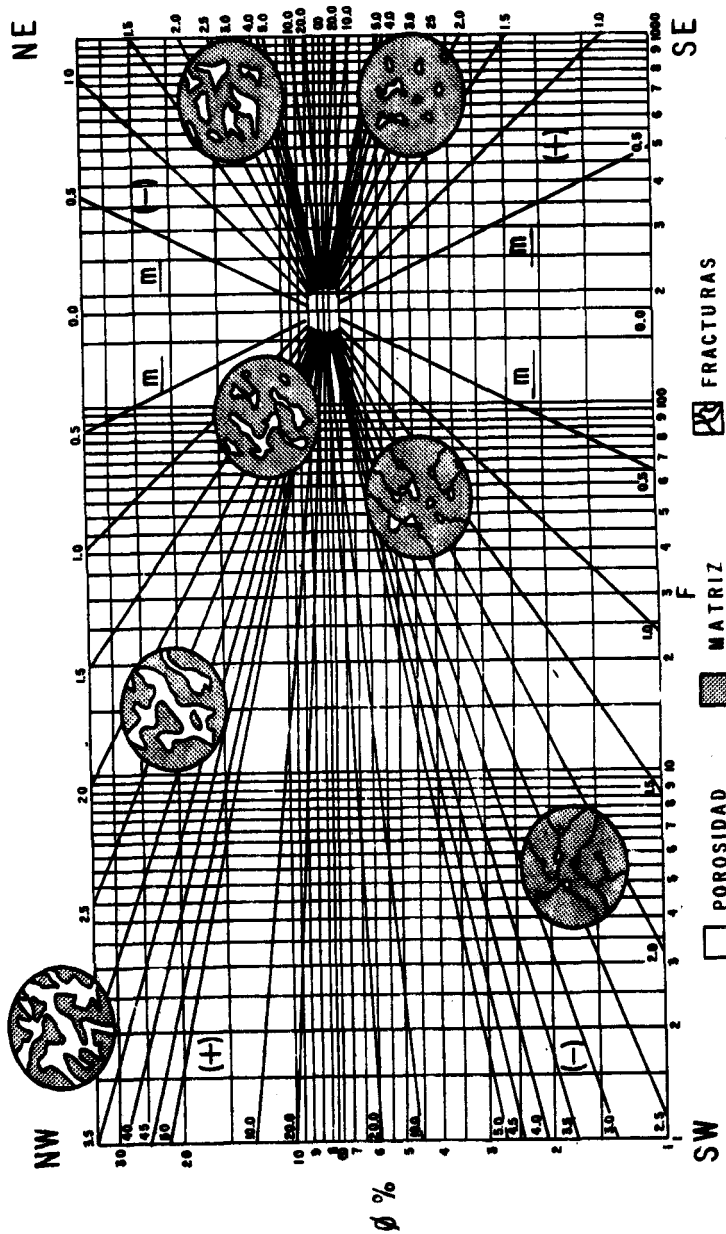


Fig. 1.- Solución gráfica de las ecuaciones (3) y (4). Corresponde a rocas de carbonatos y presenta esquemáticamente los tipos de sistemas porosos de acuerdo a los rangos de valores de  $F$ ,  $\phi$  y  $m$ .

a rocas de carbonatos; existe una similar para rocas de arenas y areniscas.

### METODO

El procedimiento general para derivar los parámetros que ayudan a la detección de porosidad secundaria (fracturas y/o cavernas), consiste en determinar la porosidad total y el factor de resistividad de la formación en cada intervalo de interés.

La porosidad total  $\phi$  es la porosidad libre de lutita e incluye la porosidad primaria y secundaria en forma de fracturas o cavernas, sean efectivas o no, es decir, contribuyan o no al flujo de fluidos. Se deriva de ecuaciones que combinan los registros Densidad Neutrón y que incluyen las correcciones por lutita, hidrocarburos y litología. (Refs. 5, 6, 7, 8). El factor de Formación  $F$  es el factor efectivo, es decir, si en la roca existe porosidad aislada se comporta eléctricamente como la matriz no permeable de la formación, por consiguiente, no contribuye a la conducción eléctrica y el valor del factor de formación no se ve afectado por esta porosidad. La ecuación usada para su determinación es independiente de la porosidad y es aplicable a formaciones arcillosas que contienen hidrocarburos:

$$F = \frac{R_{xo}}{R_{mf}} \frac{(R_{cl}) x_o}{(R_{cl}) x_o - R_{xo} V_{cl} S_{xo}} S_{xo}^2 \quad \text{-----} \quad (5)$$

Para que en la ecuación anterior se pueda efectuar la corrección por hidrocarburos, es necesario calcular la saturación de agua congénita por medio de las siguientes ecuaciones:

$$S_{xo} = 1 - f_{hr} (1 - S_w) \quad \text{-----} \quad (6)$$

$$S_w = \left[ - \frac{V_{cl}}{R_{cl}} + \sqrt{\left( \frac{V_{cl}}{R_{cl}} \right)^2 + \frac{4}{R_t F R_w}} \right] \frac{F R_w}{2} \quad \text{-----} \quad (7)$$

El procedimiento para el cálculo de F implica, en consecuencia, el uso de un método de ensayo y error con las ecuaciones (5) a (7). Se supone un valor inicial de  $S_w$  y se obtiene un valor de  $S_{xo}$  con la ecuación (6). Enseguida, se calcula el valor de F (Ec.5) y con este valor se determina la  $S_w$  por medio de la ecuación (7). Este nuevo valor de  $S_w$  se compara con el valor inicial y en caso de no aproximarse, se usa para reiniciar el cálculo hasta que los valores inicial y final se aproximen de acuerdo a una tolerancia establecida.

Con el valor final de F y de la porosidad total  $\phi$ , se pueden obtener los valores de a y m para cada nivel analizado por medio de las ecuaciones (3) y (4). Posteriormente, se hace un vaciado de los datos obtenidos de F,  $\phi$ , m en cada nivel del intervalo que

se desea estudiar sobre las gráficas de Telaraña. De esta manera se estará en condiciones de poder deducir las características predominantes de la roca en cuanto al sistema de poros y permeabilidad.

### PRINCIPIOS DE INTERPRETACION DEL METODO

Los experimentos llevados a cabo por Wyllie y Gregory en el laboratorio, han demostrado que una roca mientras más cementada se encuentre, tendrá un factor de resistividad más alto. Por otra parte, el proceso natural de cementación de los sedimentos disminuye la porosidad original y, consecuentemente, el valor del factor de resistividad se incrementa. Este proceso puede conducir a rocas de baja porosidad, con alto factor de formación y altos valores de  $m$ . Sin embargo, el proceso de cementación de la roca no es el único que actúa en el tiempo geológico, la compactación -que reduce también la porosidad- la diagénesis y el diastrófismo en diferentes grados, son procesos que modifican las características de algunas rocas.

Las rocas con porosidades de moderadas a altas pueden soportar mejor los esfuerzos de deformación a que se sometan, no así las rocas con bajas porosidades y alto grado de cementación, ya que éstas pueden fracturarse con mayor facilidad. Según sea el tipo de roca, parece que existe un valor de porosidad crítico por



debajo del cual las probabilidades de fracturamiento aumentan; en las rocas carbonatadas el valor crítico de porosidad es aproximadamente de 7.5% y en rocas de arenas o areniscas de 17%. La porosidad de una roca, por lo general, no cambiará en forma apreciable al fracturarse; sin embargo, el factor de formación disminuirá notablemente y esto dependerá de la efectividad de las fracturas para la conducción eléctrica en la roca.

Durante el proceso de cementación puede obstruirse en cierto grado la conexión entre poros, quedando de esta manera importantes volúmenes de poros aislados que no contribuyen al flujo de fluidos. En otras palabras, independientemente del tipo de fluidos que contengan los poros aislados, éstos se comportan eléctricamente como matriz de roca no conductora. En consecuencia, el factor de resistividad del sistema total de poros será alto. Los registros nucleares, por otra parte, proporcionan el valor total de la porosidad.

Para rocas carbonatadas, las características anteriores pueden ser identificadas en la correspondiente gráfica de telarafia. Estas gráficas se dividen en cuadrantes característicos de cada medio poroso por un eje vertical ( $0 - 0$ ) y otro horizontal ( $- \infty$ ) a ( $+ \infty$ ). Estos ejes se intersectan en puntos cuyas coordenadas

son valores de F y  $\phi$  característicos del tipo de roca.

	F	$\phi$
Arenas	25	17 %
Carbonatos	180	7.5%

Los cuadrantes se denominan de manera tradicional como NW, NE, SE y SW.

**CUADRANTE NE.-** En esta área se distribuyen los puntos de coordenadas F,  $\phi$ , m que corresponden a rocas de porosidad alta (mayor de 7.5%), pero con una pobre conexión entre los espacios porosos y, consecuentemente, con una permeabilidad baja. El factor de formación será alto, mayor de 180 aproximadamente.

Valores característicos de los parámetros.

F Mayor de 180

$\phi$  Mayor de 7.5%

m Negativa

**CUADRANTE SW.-** Mientras más baja sea la porosidad de una roca, mayores son las probabilidades de que se fracture debido a procesos geológicos como el diastrofismo. Si en una roca de baja porosidad existen fracturas y son efectivas, contribuyen a mejorar notablemente la permeabilidad de la roca, ya que las fractu-

ras constituyen canales de permeabilidad muy alta. Por otra parte, desde el punto de vista eléctrico las fracturas aumentan la conductividad de la roca y, por consiguiente, los valores del factor de formación son más bajos de los que corresponderían a la roca únicamente con porosidad primaria baja. En este cuadrante el fracturamiento es más intenso a medida que disminuyen  $F$  y  $\phi$ . Los valores del exponente de porosidad  $m$  son negativos.

Valores característicos de los parámetros.

$F$  Menor de 180

$\phi$  Menor de 7.5%

$m$  Negativa

El sistema poroso de una roca puede incluir cavernas y canales de disolución que incrementan la porosidad total, aunque no siempre en forma significativa. Sin embargo, si las cavernas y canales de disolución están bien comunicadas, modifican la permeabilidad de la roca aumentándola en forma notable.

CUADRANTE NW. - Los puntos de coordenadas  $F - \phi$  que caen dentro de esta área, son indicativos de un sistema poroso que además de porosidad primaria tiene cavernas y/o canales de disolución. La permeabilidad de la roca es buena y aumenta a medida

dida que los valores de  $F$  disminuyen y la porosidad aumenta.

Valores característicos de los parámetros.

$F$  Menor de 100

$\phi$  Mayores de 7.5%

$m$  Mayores de 2.5

CUADRANTES SE Y NW. - Una roca cuya porosidad sea principalmente de tipo primario, tendrá un factor  $F$  que es inversamente proporcional a la función exponencial  $\phi^m$ . Por lo tanto, una roca con porosidad muy baja tendrá un valor alto de  $F$ , por el contrario, para una roca con alta porosidad el valor de  $F$  es bajo. La permeabilidad de la formación en estas condiciones es inversamente proporcional al factor  $F$ , esto es, aumenta conforme los puntos graficados se desplazan del cuadrante SE al NW.

Valores característicos de los parámetros.

$F$  Bajo en el cuadrante NW y alto en el SE.

$\phi$  Alta en el cuadrante NW y baja en el SE.

$m$  Positivos y de moderados a bajos en ambos cuadrantes (0.5 a 2.5, aproximadamente). A valores más altos de  $m$ , la permeabilidad es mayor.

## EJEMPLOS DE APLICACION

### POZO 1

La Figura 2 muestra el conjunto de registros usado para el cálculo de los parámetros  $\phi$ , Sw, F y m. En la Figura 3 se presentan los resultados obtenidos. La gráfica de "Telaraña" (Fig. 4) para el intervalo 3863-3979 m. indica, de acuerdo a la distribución de los puntos, que la roca tiene porosidad primaria, cavernas y fracturas; la permeabilidad de la formación es buena.

### POZO 2

En la Figura 5 se presentan los registros usados y en la Figura 6 los resultados del cálculo. La gráfica de telaraña (Fig. 7) muestra que en el intervalo 5755-6000 m., la mayoría de los puntos quedan ubicados en los cuadrantes SW y SE, esto es, la roca tiene porosidad primaria de baja a muy baja y algunas zonas están fracturadas; la permeabilidad en éstas es buena.

## CONCLUSIONES

Las gráficas de telaraña han probado ser una herramienta poderosa para la detección de porosidad secundaria en forma de fracturas y/o cavernas. En la detección de zonas fracturadas ha sido

de gran ayuda para la selección de los intervalos a probar en formaciones de litología compleja y con porosidades de bajas a muy bajas, y que constituyen potencialmente yacimientos productivos.

La aplicación de la técnica requiere del mismo programa de registros geofísicos de pozo que normalmente se usa para la evaluación cuantitativa de los yacimientos. Esto es, requiere de los registros llamados de porosidad: Sónico, Neutrón y Densidad compensados así como de registros adecuados que proporcionen mediciones de la resistividad de la formación en la zona no perturbada y en la zona invadida por el filtrado de lodo. También son útiles algunos registros auxiliares, tales como rayos gama, potencial natural y calibrador de agujero. Un programa de registros más reducido es en perjuicio de la precisión del método.

Se considera que la técnica es de las más completas, ya que integra parámetros de yacimiento tan importantes como la porosidad de la roca  $\phi$ , el factor de resistividad de la formación  $F$  y el exponente de porosidad  $m$ . Por otra parte, se puede incluir un cuarto parámetro que puede ser el conteo de rayos gama, o bien, el porcentaje calculado de arcilla en la formación. Se puede afirmar, por lo tanto, que el método toma en cuenta algunas de las características físicas más importantes de las rocas.

El método se ha aplicado extensamente en pozos del área - Chiapas-Tabasco y Sonda de Campeche; los resultados han comprobado que la técnica es confiable y de fácil aplicación. Además, - puesto que no requiere de registros especiales adicionales, su aplicación resulta económica en comparación con otros métodos.

#### TABLA DE SIMBOLOS

$\emptyset$	Porosidad
Sw	Saturación de agua congénita
Sxo	Saturación de agua del filtro de lodo
Rt	Resistividad verdadera de la formación
Rxo	Resistividad de la formación en la zona invadida por el filtrado de lodo.
Ro	Resistividad verdadera de la formación invadida 100% de agua.
Rw	Resistividad del agua de formación a Tf
Rmf	Resistividad del filtrado de lodo a Tf
Vcl	Fracción de arcilla en una formación arcillosa
a	Coefficiente de tortuosidad
m	Exponente de cementación
n	Exponente de saturación de agua en la zona no invadida
fhr	Factor de corrección por contenido de hidrocarburo

F	Factor de resistividad de la formación
K	Permeabilidad
A - B	Parámetros de la relación a - m
Rcl	Resistividad de la arcilla
(Rcl) <sub>xo</sub>	Resistividad de la arcilla en la zona invadida por el filtrado de lodo.

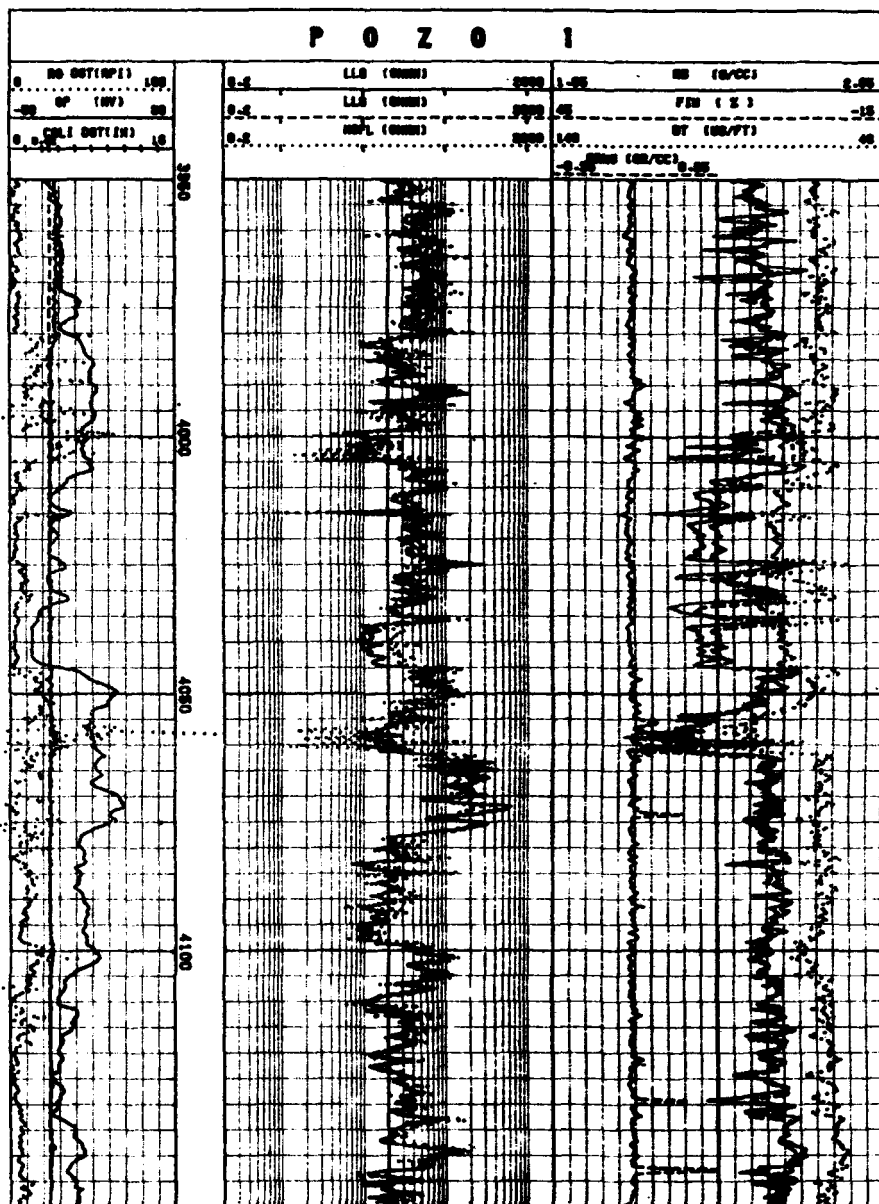
#### REFERENCIAS

1. Winsauer, W.O.; Shearin, H.M.; Masson, P.H.; Williams, M.; "Resistivity of Brine Saturated Sands in Relation to Pore Geometry". AAPG Bull. Feb. 1952.
2. Hill, H.J.; Milborn, J.D.; "Effect of Clay and Water Salinity on Electrochemical Behaviour of Reservoir Rocks"; Petr. Trans' AIME 1956.
3. Simandoux, P.; "Mensures Dielectriques en Milieu Poreux Application a la Mesure Des Saturations en Eau. Etude de Comportement Des Massifs Argileux". Revue de L'Institute Francals du Petrole. Vol. XVIII. 1963.
4. Waxman, M.H.; Satits, L.J.M. "Electrical Conductivities in Oil Bearing Shaly Sands". Soc.Petr. Eng. Jour. Junio 1968.



5. Burke, J.A.; Campbell, R.L. Jr.; Schmidt, A.W.; "The Litho-Porosity Crossplot", the Log Analyst (SPWLA), Nov.-Dec.1969.
6. Poupon, A.; Hoyle, W.R.; Schmidt, A.W.; "Log Analysis in Formations with Complex Lithologies". SPE Paper 2925, 45th SPE AIME Fall Meeting, 1970.
7. Poupon, A.; Clavier, C.; Dumanoir, J.; Gaymard, R.; Misk A.; "Log Analysis in Sand Shale Sequences A Sistematic Approach". Jour. Petr. Tech. Jul. 1970.
8. Gómez Rivero, O.; "A Practical Method for Determining Comentation Exponents and Some Other Parameters as an Aid in Well Log Analysis". The Log Analyst, Sept.-Oct., 1976.
9. Gómez Rivero, O.; "Some Considerations About the Possible Use of the Parameters a and m as a Formation Evaluation Tool Through Well Logs". SPWLA 18th Annual Logging Symposium, June 5-8, 1977 Houston, Texas.
10. Gómez Rivero, O.; "The F- $\phi$ -m Crossplot-A New Approach for Detecting Natural Fractures in Complex Reservoir Rocks by Well Log Analysis". SPWLA 19th Annual Logging Symposium. El Paso, Texas. 1978.
11. Gómez Rivero, O.; "Estudio Petrofísico de Yacimientos de Baja

**Porosidad y su Aplicación en el Análisis de Registros de Pozos**  
**Ingeniería Petrolera, Julio de 1979.**



J. R. Pseudodirección de Tecnología de Exploración SIV. SINFISCH

Fig. 2. Registros originales en el tramo que sirve de ejemplo.  
Las formaciones son rocas carbonatadas del cretácico.



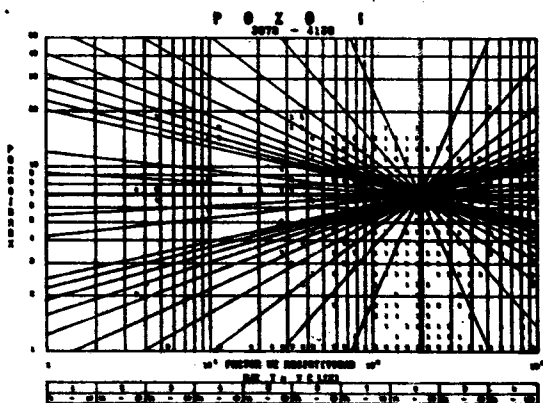
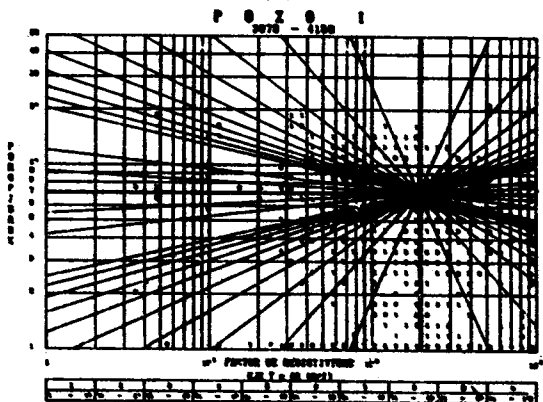
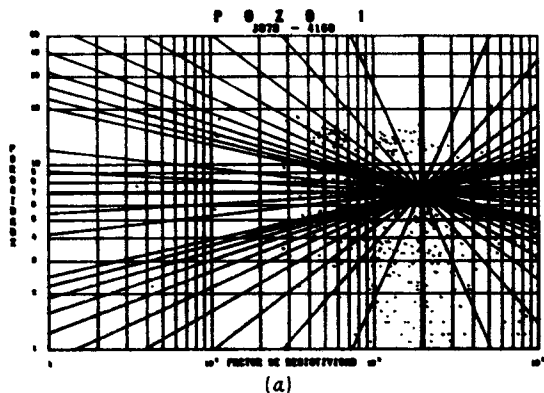
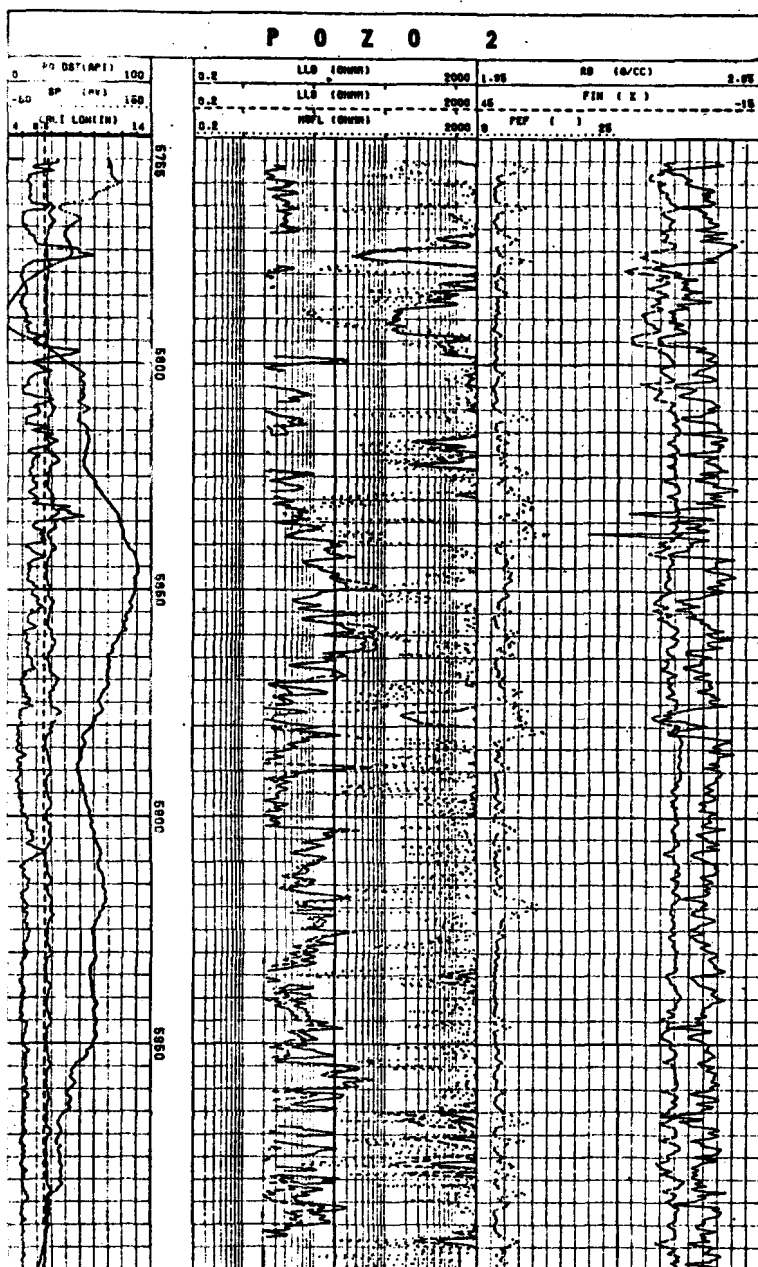


Fig. 4. Gráfica de telaraña para el pozo 1 en el tramo - 3979-4150 m.



I. N. SUBDIRECCION DE TECNOLOGIA DE EXPLORACION DIV. GEOFISICA

Fig. 5. Conjunto de registros utilizados en el cálculo de  $\theta$ ,  $S_v$ ,  $F$  y  $m$ . La formación en el intervalo sombreado es del Jurásico.

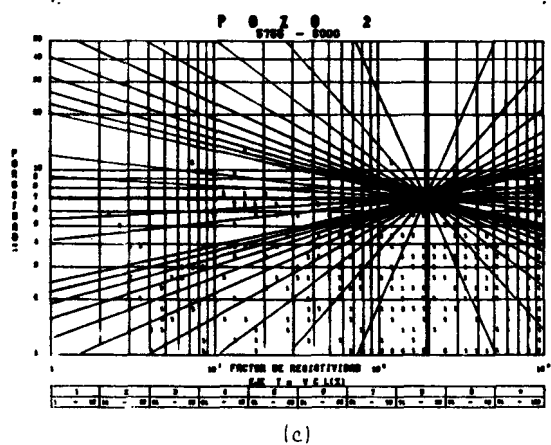
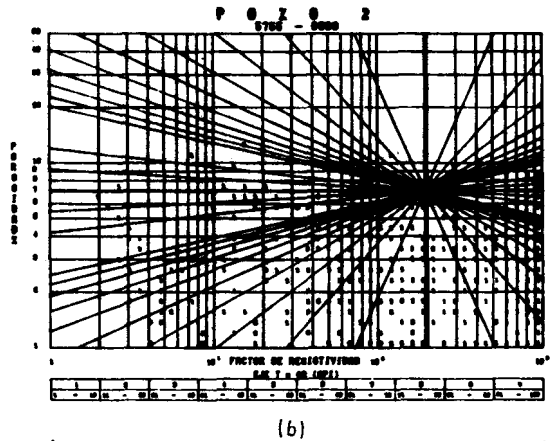
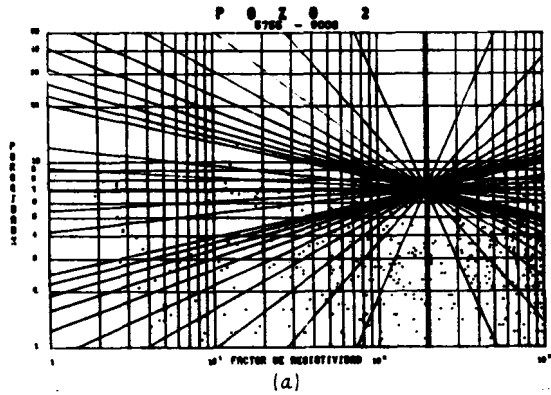


Fig. 1. Gráfica de telaraña para los datos obtenidos de  $F, Q, m$  en el intervalo 5755-6000 m. El pozo está perforado en rocas de carbonatos de baja porosidad y es productor de aceite.

**GEOFISICOS CONSULTORES PARA  
PETROLEOS MEXICANOS**



**Seiscor Corporation  
of Mexico**

**RIO TIBER 50-101 MEXICO 5, D.F.  
TELEFONOS : 514-47-94 514-47-96**

**SUBSIDIARIA DE  
SEISMOGRAPH SERVICE CORPORATION  
6200 East 41st. St. • Box 1590 • Tulsa, Oklahoma, U.S.A.**

**ESPECIALIZADOS EN :**

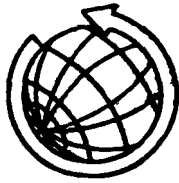
**SERVICIO DE  
GEOFISICA**

- Levantamientos :**
- Sismológicos
  - Gravimétricos
  - Magnetométricos
  - Procesado de Datos Magnéticos
  - LORAC - Levantamiento Electrónico

**SERVICIO DE  
REGISTRO DE POZOS**

- Registros para Evaluación de Formaciones
- Registros de Pozos de Producción
- Servicio de Terminación Permanente
- Registro Continuo de Velocidad





# **GEOEVALUACIONES, S.A.**

AV. AMACUZAQ 810 MEX. 13, D.F. Telf. 5-32-30-19 5-72-08-02

- Servicios de Gravimetría Terrestre
- Geología Superficial
- Métodos Eléctricos para Geohidrología y Geotecnia
- Métodos Sísmicos para Geohidrología y Geotecnia
- Servicios de Registros Geofísicos para pozos de agua
- Servicios de Interpretación
- Análisis Químicos de agua para fines Geohidrológicos e Industriales.



**perforadata, s. a.**

**SERVICIOS DE EXPLORACION**

- **GRAUMETRIA**
- **SISMOLOGIA**
- **PERFORACION**
- **GASOMETRIA**
- **DELTA CARBONATOS**
- **POZOS DE AGUA**

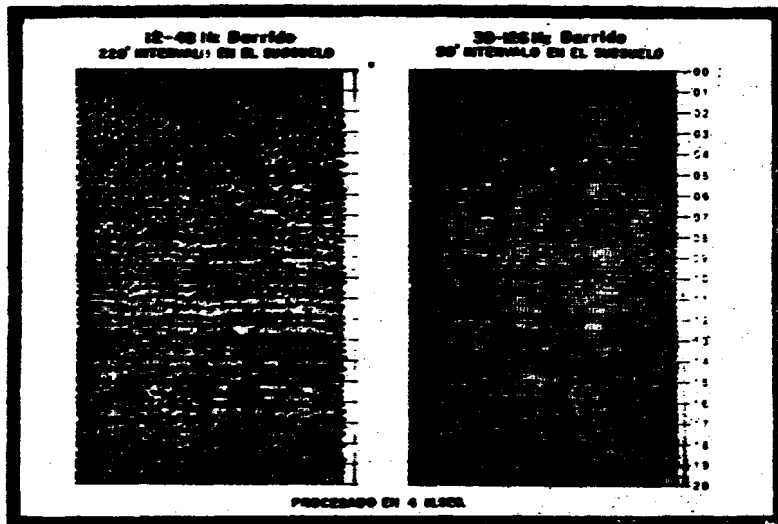
**CON LA EXPERIENCIA DE 32 AÑOS AL SERVICIO DE LA INDUSTRIA PETROLERA MEXICANA.**

**AV. JUAREZ 117 6o. PISO  
MEXICO 1, D.F.**

**TEL. 566-44-11**

# Mayor energía para usted!

**MAYOR ENERGIA  
MEJOR PENETRACION Y RESOLUCION  
DEL VIBRADOR DE ESPECTRO AMPLIO  
MAS POTENTE EN LA PRODUCCION  
DE HOY**



**El vibrador estandar de GSI, de alto poder no tan solo desarrolla la más alta energía sino que además es el más flexible el de mayor precisión y el mas digno de confianza.**

**POTENCIA:** De 30,240 libras de fuerza<sup>1</sup> pico permite el uso de menos vagones en el campo.

**FLEXIBILIDAD:** El vibrador de GSI puede borrar hacia abajo o hacia arriba en la misma potencia entre 5 y 200 Hz con calentamiento constante a la baja frecuencia.

**PRECISION:** Los circuitos electrónicos patentados permiten un control de acoplamiento de fase que reduce enormemente la distorsión armónica y permite barridos hacia arriba o hacia abajo a plena fuerza sobre el rango completo de frecuencias.

Los inicios están sincronizados con precisión mediante señales de radio codificadas para mayor eficiencia en el campo.

**CONFIANZA:** El diseño mecánico con mayor resistencia minimiza descomposiciones y mantenimiento, reduciendo de esta manera el equipo sobre que se tiene para repuesto.

A disposición inmediata.

Para mayor información, llamar o escribir a:  
GSI DE MEXICO, S.A. DE C.V. 810 RHN B. 22  
7° PISO MEXICO, D.F. TEL. 566-92-44



**GSI DE MEXICO, S.A. DE C.V.**

SUBSIDIARIA DE

**TEXAS INSTRUMENTS**

MEXICO-1960



**EMPRESA 100% MEXICANA**  
**AL SERVICIO DE LA INDUSTRIA**  
**PETROLERA**



**BRUSELAS 10-3<sup>er</sup> PISO**  
**COL. JUAREZ**  
**MEXICO 6, D.F.**

**566 41 44**  
**TELS. 566 43 90**  
**566 42 37**

# Síntesis de Información Inepi Geográfica por Estados nepi

A través de la Síntesis de Información Geográfica por Estados, se pretende ofrecer una visión integrada de la geografía física de cada entidad, señalando, además, en función del análisis de ella, cuáles son las posibilidades para el aprovechamiento de los recursos en las actividades agrícolas, ganaderas y forestales.



	Costo de envío	
	Nacional	Internacional
• Agencias	\$ 1 800.00	\$100.00 USCY 7.00
• Coahuila	\$ 2 800.00	\$100.00 USCY 8.00
• Querétaro	\$ 1 200.00	\$100.00 USCY 9.00
• Jalisco	\$ 2 200.00	\$175.00 USCY 12.00
• México	\$ 1 800.00	\$100.00 USCY 9.00
• Morelos	\$ 1 700.00	\$100.00 USCY 7.00
• Nayarit	\$ 1 800.00	\$100.00 USCY 9.00
• Nuevo León	\$ 2 800.00	\$100.00 USCY 9.00
• Tlaxcala	\$ 2 000.00	\$100.00 USCY 7.00
• Zacatecas	\$ 2 000.00	\$100.00 USCY 10.00

Informes, Consulta y Ventas en Saldo No. 71-P.B.  
y en Insurgentes Sur No. 785-P.B.  
Tel.: 521-43-51, 557-48-61 y 510-47-75

Por el Instituto de la República se hace constar que el Inepi-SEP, Dirección General de Investigación y Análisis de la Información, Centro No. 870, Sur, avda. Cal. Grivas México, Delegación Iztapalapa, 09400 México, D. F., Tel. 557-89-44, Edif. 214

**SPP**  
Programación y presupuesto  
INSTITUTO NACIONAL DE ESTADÍSTICA  
GEOGRAFÍA E INFORMÁTICA

La información estadística y geográfica es un servicio público y su difusión es comunicación social