

Boletín

Vol. 44 No. 1 Enero - Marzo 2004



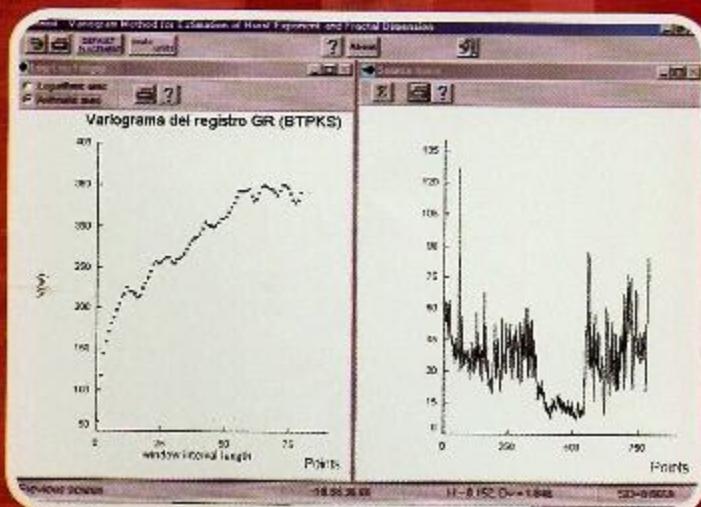
Asociación Mexicana de
Geofísicos de Exploración, A.C.

● **Geoestadística Aplicada a Registros de
Pozo en el Yacimiento Carbonatado
de Cantarrell, Golfo de México**

Dr. J. Hernán Flores Ruiz

● **Recuperación secundaria del campo
Agua Fría, Chicontepec por medio del
Modelo del Elemento Finito**

Dr. Jaime Urrutia Fucugauchi





Asociación Mexicana de
Geofísica y Exploración, A.C.



Avances en Geofísica
para la Tecnología Integrada

**II Congreso Internacional de Geociencias
para la Industria Petrolera**

**II International Congress of Geosciences
for the Oil Industry**

**XII Simposio
de Geofísica y Exposición**

**XII Symposium of Geophysics
and Exhibition**

Mérida, Yucatán, México

4 al 7 de Septiembre del 2005



Asociación Mexicana de
Geólogos Petroleros, A.C.



Society of Exploration
Geophysicists



ASOCIACION MEXICANA DE GEOFISICOS DE EXPLORACION

(Miembro de la UMAI)

CONSEJO DIRECTIVO 2003-2004

Ing. Arturo Pérez Aldana
Presidente
M. en C. Rodolfo Marines Campos
Vicepresidente
Ing. Javier Núñez Ariza
Secretario
Ing. Antonio Moreno Garibay
Prosecretario
Ing. Patricia Oceguera Serrano
Tesorera
Ing. Roboam León Sánchez
Editor
M. en I. Efraín Méndez Hernández
Coord. de Eventos Técnicos
Ing. Quintín Cárdenas Jammet
Coord. de Imagen y Difusión
Ing. Juan Rivera Jácome
Coord. de Jubilados
Ing. Gustavo Farrera
Enlace con el Sector Industrial
Ing. Marco A. Vázquez García
Enlace con las Universidades
Ing. Otilio Hernández Sánchez
Editor de la Página Web

CONSEJO DE HONOR Y JUSTICIA

M. en C. Rubén Rocha De la Vega Dr. Guillermo A. Pérez Cruz
Ing. Cesar Navarro Tafoya

PRESIDENTES DELEGACIONALES

Ing. Marco A. Gheno Juárez
Cd. del Carmen Camp.
Ing. Patricia Oceguera Serrano
Cd. de México
Ing. José Gpe. González Zúñiga
Coatzacoalcos Ver.
Dr. Luis Canales
Houston, Tex.
Ing. J. Jesús Arredondo Fragoso
Morelia, Mich.

Ing. Juan Carlos Escamilla Garfias
Poza Rica, Ver.
Ing. Víctor Hugo de la Rosa Rivas
Reynosa, Tamps.
José C. Cámaras Alfaro
Tampico Tamps.
Ing. Carlos Flores Romero
Veracruz Ver.
M. en I. Efraín Méndez Hernández
Villahermosa, Tab.



Indice

Geoestadística Aplicada a Registros de Pozo en el Yacimiento Carbonatado de Cantarrell, Golfo de México

- 3** Resumen
- 4** Introducción
- 5** Clasificación de datos estocásticos o aleatorios
- 7** Aspectos Geológicos
 - Variograma de las trazas fractales sintéticas
- 8** Registros de pozo
 - Variograma de los registros de pozo
- 14** Conclusiones
- 15** Bibliografía
 - Recuperación secundaria del campo Agua Fria, Chicontepec por medio del Modelo del Elemento Finito
- 16** Resumen
- 17** Introducción
- 18** Modelo Físico
- 19** Modelo de Elemento Finito
- 20** Datos del Medio Poroso
- 21** Simulación del Medio Poroso
- 22** Resultados
- 23** Conclusiones
- 24** Bibliografía

Index

Applied Geostatistics to well Logs at the Cantarell Carbonate Reservoir in the Gulf of Mexico

- 3** Summary
- 4** Introduction
- 5** Stochastic or random date classification
- 7** Geological Aspects
 - Aspectos Geológicos
- 8** Well logs
 - Well log variogram
- 14** Conclusions
- 15** Bibliography
 - Secondary Recovery at Agua Fria Field, Chicontepec by Means of the finite Element Model
- 16** Summary
- 17** Introduction
- 18** Physical Model
- 19** Finete Element Model
- 20** Porous Medium Data
- 21** Porous Medium Simmulation
- 22** Results
- 23** Conclusions
- 24** Bibliography

Geoestadística Aplicada a Registros de Pozo en el Yacimiento Carbonatado de Cantarrell, Golfo de México

¹Flores Ruiz J.H., ²Darío Arizabalo R., ²Lozada Zumaeta M.,
²Ronquillo Jarillo G. y ³Urrutia Fucugauchi J.

J. Hernán Flores Ruiz

Resumen

Se analizó registros de pozos en el yacimiento de Cantarell en la zona sureste del Golfo de México. Las unidades geológicas consideradas corresponden a la brecha Terciaria-Cretácico Superior (BTPKS), primero se generaron 14 registros sintéticos aleatorios por 3 técnicas: sumas aleatorias sucesivas, ondículas (wavelets) y series de Fourier con características de tipo fractal y el otro grupo de 14 registros de pozos (ensamble) son: porosidad (NPHI), densidad (RHOB), radiactividad natural (GR, CGR, POTA, URAN, THOR) y de resistividad (MSFL, LLS, LLD). Aplicando técnicas de variogramas a los registros sintéticos estos tienen variogramas no-acotados de varianza infinita pero existe su variograma y el ensamble de registros de pozos tienen variogramas acotados (asintóticos) y ambos variogramas presentan estacionariedad de segundo orden (wss). Posteriormente se estimó la correlación multivariable de ambos ensambles (sintéticos y de pozos) por medio de dendrogramas resultando de este análisis que los registros sintéticos tiene correlación menor a 70%, lo que se infiere que estos vectores son linealmente independientes.

Por otro lado los registros de campo presentan mayor correlación del orden de CGR-POTA (94.4%);

1 Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares, ININ, ap. 18-1027, D.F. 11801 México.

2 Instituto Mexicano del Petróleo, IMP. L. Cárdenas #152, Gustavo A. Madero, 07730.

3 Instituto de Geofísica, IGEF, Universidad Nacional Autónoma de México, CU, Coyoacán, 04510

Por otro lado los registros de campo presentan mayor correlación del orden de CGR-POTA (94.4%); GR-URAN (89.8%); POTA-THOR (78.9%) y RHOB-LLD (68.9%), lo que indica que la radiactividad natural está asociada a la buena porosidad de la roca del yacimiento.

Y finalmente realizo análisis de componentes principales del ensamble de campo, resulta que los primeros 6 registros de pozos (NPHI, RHOB, CGR, LLS, MSFL y GR) tienen el 93 % del peso acumulado del total de los 14 registros analizados. Lo que se sugiere ahora para futuros análisis de campos en yacimientos petroleros en nuestro país, es utilizar esta metodología de trabajo para que tenga una mayor resolución de las propiedades petrofísicas del yacimiento a evaluar.

Introducción

Las propiedades petrofísicas del yacimiento carbonatado de Cantarell, ubicado en el Golfo de México, se han estudiado extensivamente a lo largo de las últimas décadas, debido a la importancia que este yacimiento representa para la industria petrolera nacional. Uno de los principales métodos de estudio lo constituye el análisis de los registros geofísicos de pozo, que aunado al de sísmica e imágenes de núcleos, conforman las metodologías fundamentales de la exploración actual. Una aproximación alternativa al estudio de series de tiempo, lo constituye el análisis geoestadístico de trazas geofísicas.

Clasificación de datos estocásticos o aleatorios

La representación de fenómenos físicos aleatorios no se puede describir por una simple relación matemática, porque cada observación del fenómeno es única. Es decir, cualquier observación representa sólo una de muchos resultados posibles que podrían haber ocurrido. Un solo registro representa un fenómeno aleatorio, llamado función muestra. Al conjunto de todas las funciones muestra que el fenómeno aleatorio podría haber producido, se llama proceso aleatorio o proceso estocástico.

Los procesos aleatorios se pueden definir en estacionarios o no-estacionarios. El proceso estacionario puede clasificarse a su vez en ergódico o no-ergódico, mientras que el proceso no-estacionario se define en términos específicos del tipo de propiedades no-estacionarias (Bendat & Piersol, 1958):



De acuerdo con la figura anterior, un proceso aleatorio es ergódico si el proceso es estacionario y además existe la media y la autocorrelación y éstas no difieren cuando se aplican a diferentes funciones del proceso aleatorio. Esto sucede cuando el valor de la media en tiempo y la función de autocorrelación son iguales a los correspondientes valores promedio del ensamble.

El proceso aleatorio es no-estacionario, cuando la media y la autocorrelación son funciones que generalmente varían en el tiempo y pueden determinarse únicamente haciendo promedios instantáneos sobre el ensamble de funciones que forman el proceso.

Uno de los objetivos de la exploración (geológica, geofísica o geoquímica) es el mapeo sobre la superficie terrestre de determinados parámetros de interés (físicos, químicos o biológicos). La teoría de regionalización de variables aleatorias proporciona los fundamentos para la realización óptima de mapeos regionales. En esta teoría, la dependencia espacial del parámetro en estudio es expresada cuantitativamente por medio de variogramas en cuatro direcciones ortogonales (Matheron, 1965, 1971).

Generalmente, en estudios de exploración se tiene que estimar "a posteriori" la precisión del esquema de muestreo del cual se tiene o se puede tener algún tipo de control.

En geoestadística, se considera que cada valor muestreado (medido) en un punto de una región dada, representa la realización de una variable aleatoria. Cada una de estas variables tendría asociada una función de distribución. La estadística clásica considera que todos los valores hechos un muestreo provienen de la misma distribución. Mientras que en geoestadística, por estar distribuidas las variables aleatorias en el espacio, se le conoce con el nombre de variables aleatorias regionalizadas y el fenómeno representado por ellas se denomina regionalización.

Un proceso estadístico $\{X_t\}$ es estacionario si sus propiedades estadísticas no cambian con el tiempo (Papoulis, 1965). En otras palabras, las distribuciones de probabilidad de los procesos son invariantes temporalmente. Para el caso de las trazas geofísicas se utiliza una definición mucho más amplia de estacionariedad, llamada estacionariedad de segundo orden o débil. Si $E\{\cdot\}$ denota el valor esperado de un proceso aleatorio, la media, la varianza y covarianza del proceso se definen como sigue:

Media: $\mu(t) = E\{X_t\}$,

Varianza: $\sigma^2(t) = \text{Var}(X_t) = E\{(X_t - \mu(t))^2\}$, y

Covarianza: $C(s,r) = \text{Cov}(X_s, X_r) = E\{(X_s - \mu(s))(X_r - \mu(r))\}$.

Para el caso de trazas geofísicas, la restricción de estacionariedad en el sentido estricto (SSS), debe ampliarse para permitir la cabida de la estacionariedad de segundo orden o estacionariedad débil (WSS) o estacionariedad en el sentido amplio. Esta última permite que una serie de tiempo satisfaga las siguientes condiciones:

- $\mu(t) = \mu$, y además, $\sigma^2(t) = \sigma^2$ para todo tiempo, y
- $C(s,r)$ es una función de $(s-r)$ únicamente.

Otra consecuencia importante de la estacionariedad, reside en el hecho de que la covarianza $\text{Cov}(X_s, X_r)$ de un proceso estacionario depende solamente de las diferencias $(s-r)$, lo que permite definir dos cantidades fundamentales del análisis de series de tiempo: La función de covarianza $C(k)$ y la función de correlación $r(k)$. La primera se define como,

$$C(k) = \text{Cov}(X_{t+k}, X_t) = E\{(X_{t+k} - \mu)(X_t - \mu)\}$$



y la función de correlación

$$r(k) = Cor(X_{t+k}, X_t) = \frac{Cov(X_{t+k}, X_t)}{\sqrt{Var(X_{t+k}) \cdot Var(X_t)}} = \frac{C(k)}{C(0)}$$

que satisface las siguientes propiedades:

$$r(k) = r(-k), r(0) = 1, \text{ además } |r(k)| \leq 1.$$

El variograma se define como la varianza de la diferencia de dos variables aleatorias regionalizadas según se observa en la ecuación siguiente:

$$g(k) = 1/2 \operatorname{Var}[Z(X_i) - Z(X_i + k)]$$

Donde $g(k)$ es el semi-variograma, k es el vector de separación de las muestras. Var es el operador de varianza, $Z(X_i)$ es el valor de la variable en la posición X_i y $Z(X_i + k)$ es el valor de la variable en la posición $X_i + k$.

Por otro lado, el variograma tiene una relación estrecha con la estacionariedad de segundo orden (wss) de la siguiente manera:

$$g(k) = C(k) - C(0) \quad \text{En función de la covarianza de dos variables aleatorias}$$

$$g(k) = C(0)(1 + r(k)) \quad \text{En función de la covarianza y coeficiente de correlación de variables}$$

Donde el variograma contiene toda la información estructural necesaria sobre la variable regionalizada: tamaño de la zona de influencia alrededor de la muestra, naturaleza anisotrópica y grado de continuidad de la variable a través del espacio.

El variograma reproduce la dependencia de un número de factores: tamaño de malla, rango del modelo del variograma, el tamaño de la malla de simulación y la distancia de búsqueda de los vecinos (Tran, 1994).

Por otro lado, comparando el variograma y la covarianza bajo la hipótesis de la estacionariedad, vemos que el variograma resulta ser igual a la varianza menos la covarianza. Sin embargo, en el caso en que la media varíe de manera "desconocida", el variograma es independiente del valor local de dicha media, mientras que la covarianza requiere de su estimación. Esto introduce un sesgo en el cálculo en la función de covarianza (Anderson, 1971). En este sentido, el variograma es un concepto estadístico más conveniente que la covarianza, para aquellas funciones cuya media varía lentamente.

Para el caso de funciones no-acotadas con varianza infinita, es decir, "no-estacionarias", la covarianza no está definida en el origen. En la práctica, cuando la varianza es grande, la covarianza está mal definida cerca del origen (Flores, 1997; Flores et al., 2000).

Aspectos Geológicos

En el yacimiento de Cantarell, la brecha del Cretácico – Terciario se considera la unidad de mayor interés petrolero; se encuentra extensamente dolomitizada y el ambiente de depósito es de talud externo hacia la plataforma carbonatada de Yucatán. El Cretácico está formado por rocas carbonatadas cuyo origen se asocia al material aloquímico de la plataforma y se representan principalmente por wackestones bioclásticos. La presencia de fracturas se asocia con la dolomitización de la roca. Las rocas jurásicas se constituyen por rocas arcillosas, calizas, calizas dolomitizadas y dolomías (parte superior), la porción inferior está compuesta por evaporitas y rocas clásticas (Martínez, 1999). Por otra parte, Santiago et al, (1984), consideran que las rocas arcillosas son del Titoniano el yacimiento.

Metodología

Se realizó un análisis multivariado para obtener la matriz de correlación de los ensambles. El primero constituido por los registros de pozo y el segundo construido mediante trazas sintéticas generadas a través de los métodos de adición aleatoria sucesiva, wavelets y Fourier. Posteriormente, se llevó a cabo un análisis geoestadístico para determinar si las trazas son de carácter estacionario o no-estacionario, en el sentido de la aplicación de los variogramas sobre procesos aleatorios.

Otro tipo de análisis multivariable por medio del dendrograma (Davis J.C., 1973) se aplicó para obtener la correlación de los registros de pozos calculados entre cada par de los 14 registros de campo y ver el grado de similitud o correlación que existe entre ellos.

Posteriormente se realizó el análisis de componentes principales (Davis J.C., 1973) del ensamble anterior para obtener cuales de los registro tiene el mayor peso acumulado e inferir de manera estadística cuales registros son los mas importantes en el área a evaluar.

El procedimiento anterior conduce a discernir cuales son los registros, de todo el ensamble, que tienen mayor peso en la resolución de las propiedades petrofísicas del yacimiento evaluado.

Resultados

Generación de trazas fractales

Se generó un ensamble de 14 trazas fractales, con la misma dimensión fractal $D = 1.673$ ($H = 0.327$), de 790 datos cada una, a través de los métodos matemáticos: (a) Adición aleatoria sucesiva, (b) Wavelets y (c) Fourier, utilizando el software BENOIT (Sefens, 1999). La dimensión fractal mencionada arriba, es la obtenida para el registro de porosidad neutrón en la Brecha y se eligió como parámetro de referencia.

Variograma de las trazas fractales sintéticas

El análisis fractal de las trazas sintéticas, se llevó a cabo con el método para la estimación del exponente de Hurst y dimensión fractal vía variograma, utilizando el software comercial BENOIT (Sefens, 1999) (Figura 1). En este caso, D_v (random1) = 1.618; D_v (fourier1) = 1.742; y D_v (wavelets1) = 1.786. Los exponentes de Hurst son: 0.382, 0.258 y 0.214 respectivamente todos ellos son menores al $H < 0.5$, lo que se interpreta que las trazas fractales son subdifusivas.

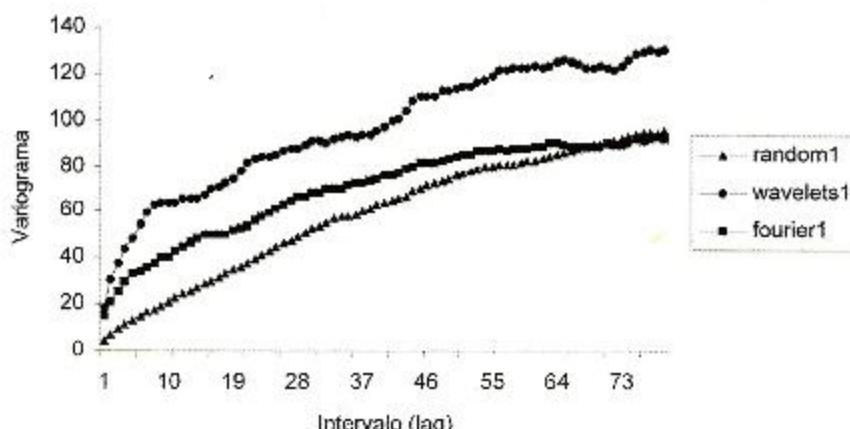


Figure 1: Variogramas de Trazas Fractales, generadas vía métodos random, wavelets y fourier

Registros de pozo

El análisis de los 14 registros de pozo a través de dendrogramas establece la correlación multivariable entre los pares de registros la mayor correlación son en los registros radiactivos (CGR-POTA) 94.40 %; (GR-URAN) 89.85 %; (POTA-THOR) 78.92 % y la menor correlación es (RHOB-LLD) 68.90 % entre el registro de densidad y el resistividad.

El análisis de componentes principales del ensamble de los registros de pozo, resulta que los primeros 6 registros (NPHI, RHOB, CGR, LLS, MSFL y CR) dan el 93 % del total de los 14 registros y si adicionamos el potencial espontáneo SP se tiene el 95.81 %.

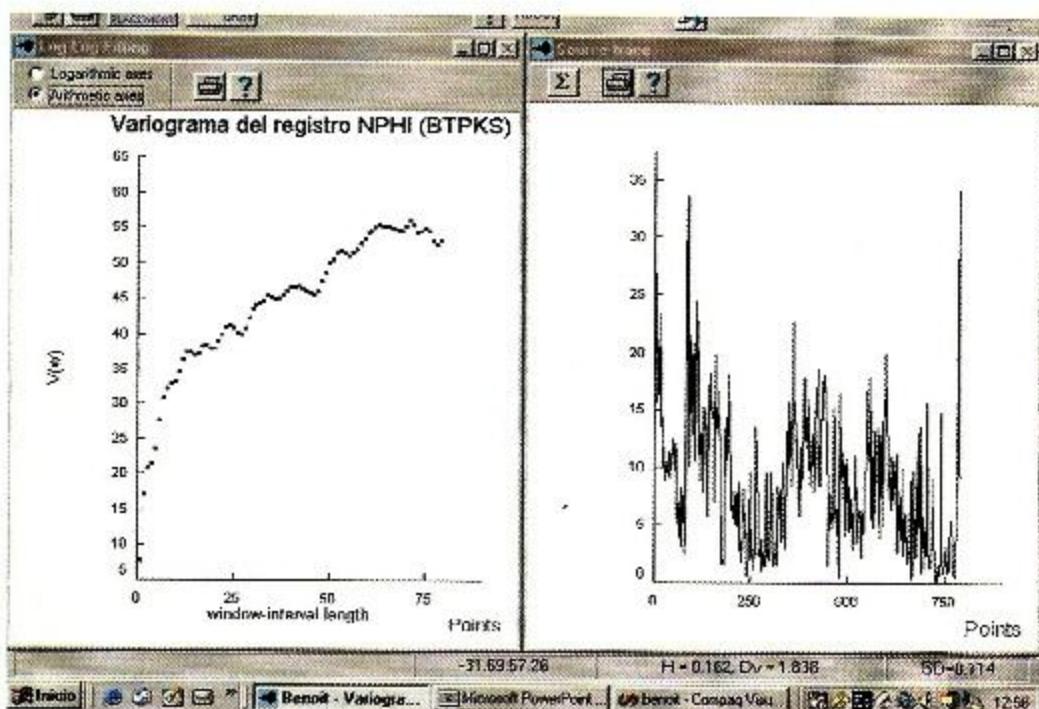
Variograma de los registros de pozo

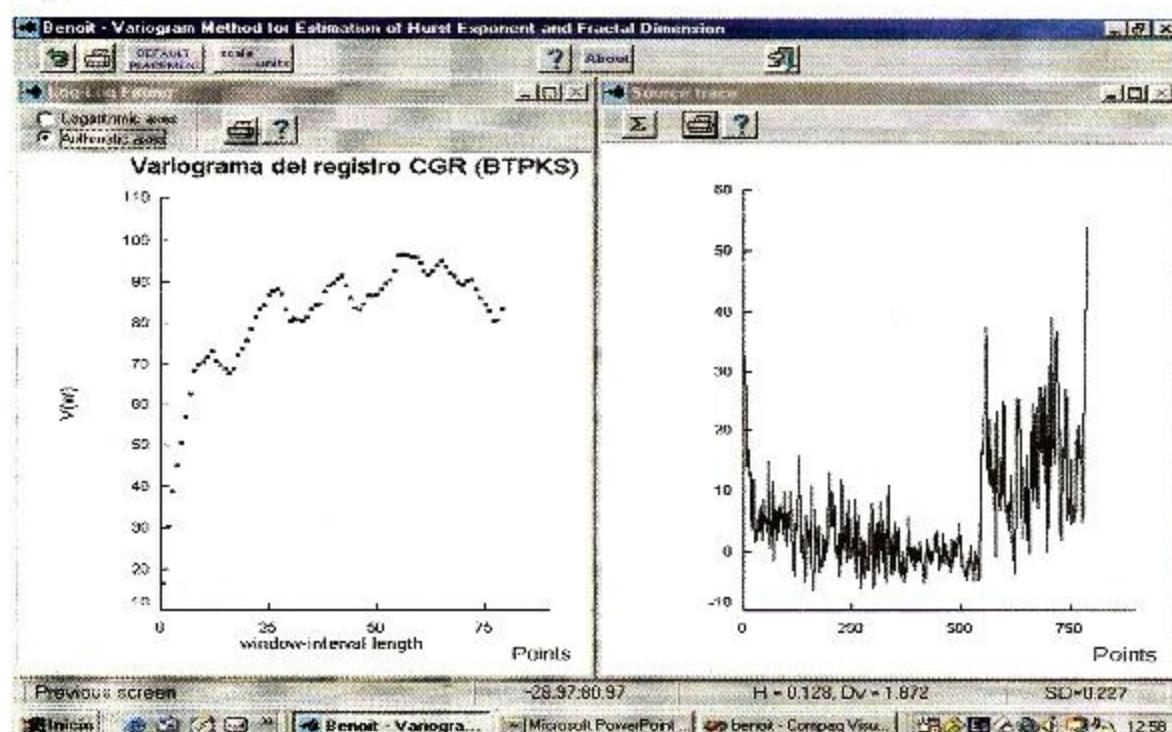
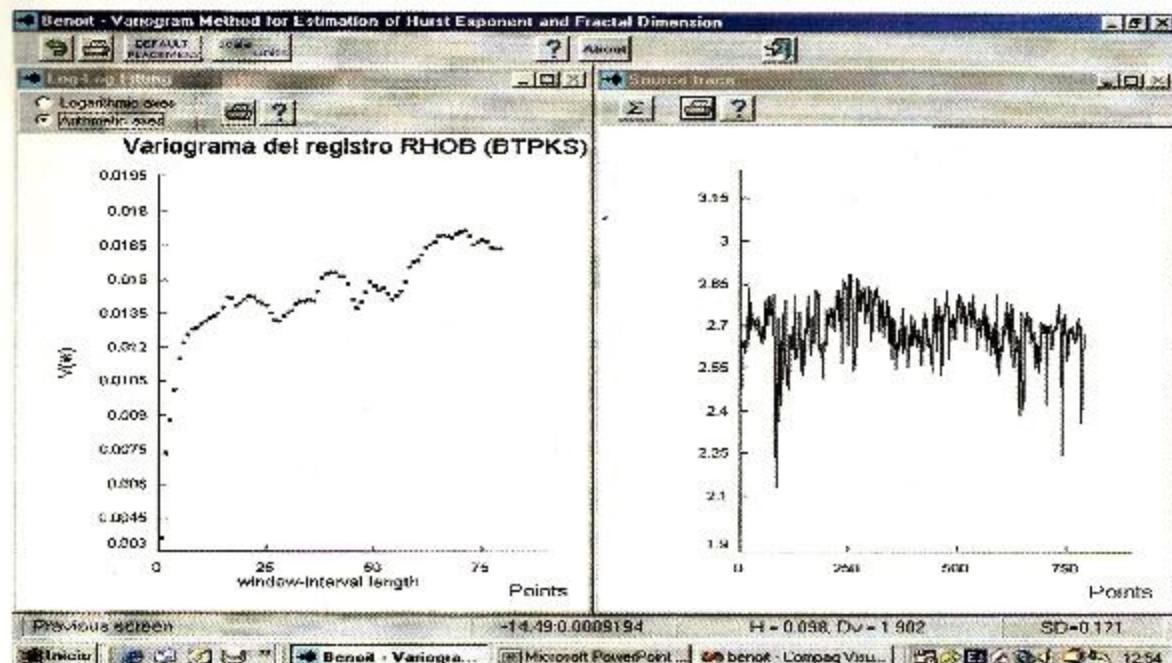
Existen diferentes modelos que ajustan un variograma, entre ellos, los más utilizados son: Lineal, Gaussiano, Esférico y Exponencial (Chilès, J.P & Delfiner, P., 1999). El software estadístico GS+ (Gamma, 2004), permitió calcular el modelo adecuado para cada registro, sus parámetros característicos y su dimensión fractal intrínseca, basada precisamente en el método del variograma. SE indica los resultados del análisis para la Brecha-Cretácico Superior. La siguiente Tabla 2 , corresponden a resultados de las unidades geológicas Cretácico Medio, Inferior, Jurásico Superior Titoniano y Jurásico Superior Kimeridgiano, respectivamente.

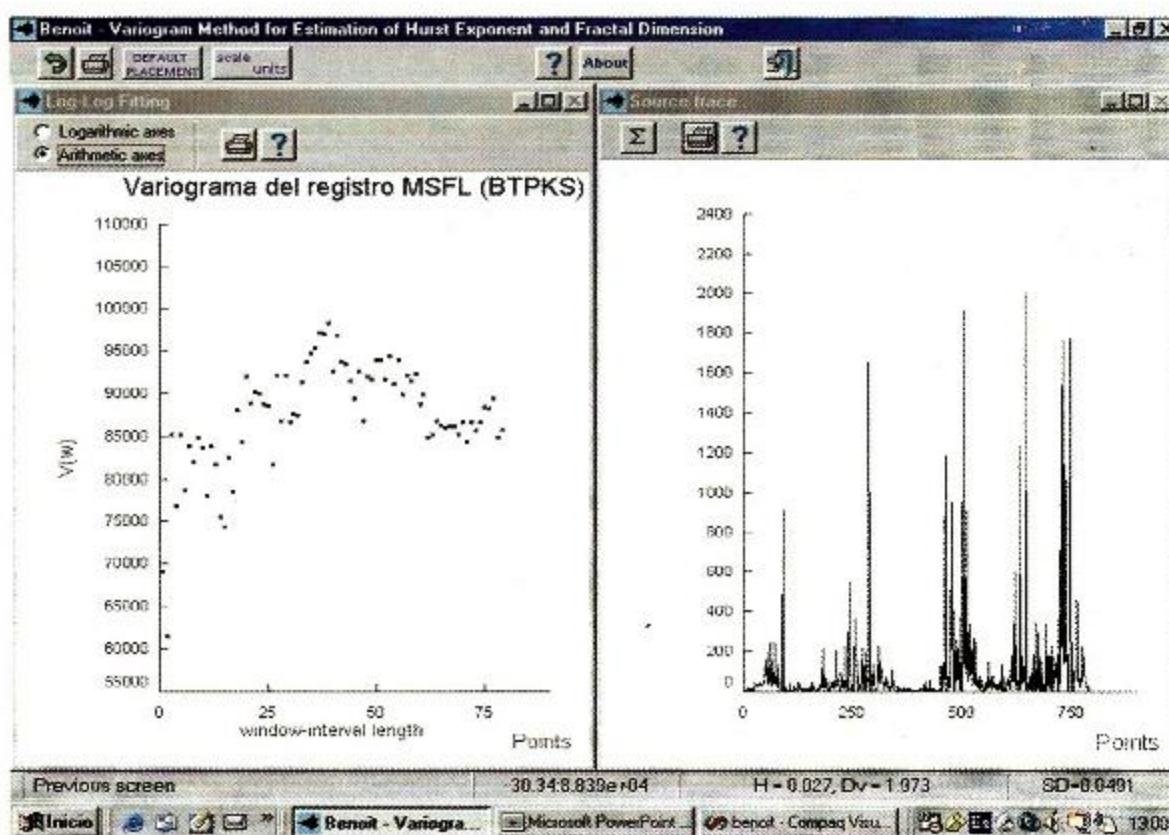
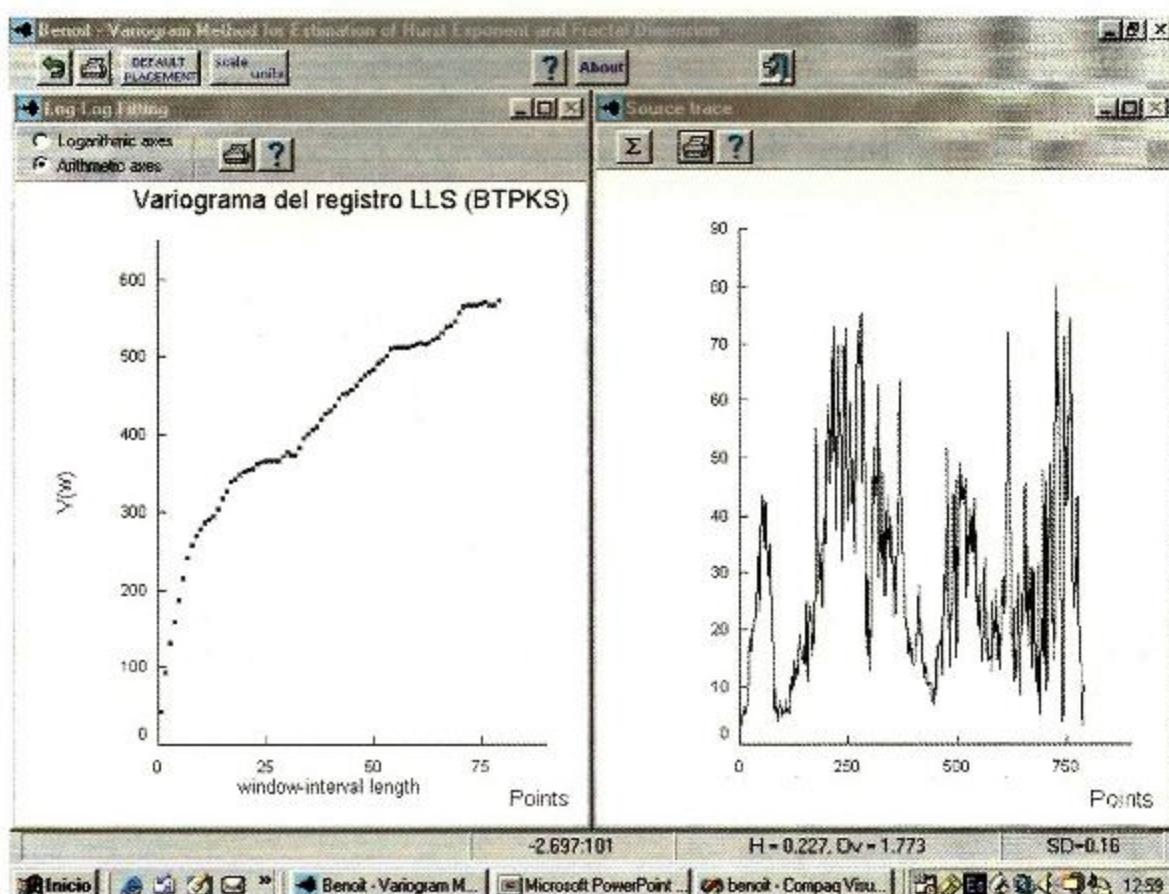
Registro	Modelo	Co	Co + C	Ao	r2	Dv	Hv	SD
NPHI	Exponencial	10.18	31.9	13.0	0.902	1.838	0.162	0.114
RHOB	Exponencial	7×10^{-4}	0.008	3.10	0.311	1.902	0.098	0.171
CGR	Gaussiano	37.1	113.7	76.3	0.989	1.872	0.128	0.227
LLS	Esférico	102.1	314.5	35.1	0.720	1.773	0.227	0.16
MSFL	Esférico	200.0	43070	5.0	0.057	1.973	0.027	0.049
GR	Esférico	88.1	320.5	84.8	0.990	1.848	0.152	0.059
SP	Gaussiano	40.5	285.3	112.9	0.933	1.684	0.316	0.179
PEF	Exponencial	0.246	2.086	4.20	0.550	1.815	0.185	0.1558
POTA	Gaussiano	10^{-5}	3×10^{-5}	96.9	0.984			
THOR	Gaussiano	0.43	0.933	77.10	0.977			
URAN	Exponencial	0.488	2.992	55.10	0.980			
LLD	Exponencial	3.0×10^{-5}	6.7×10^{-5}	11.90	0.356	1.944	0.056	0.0696

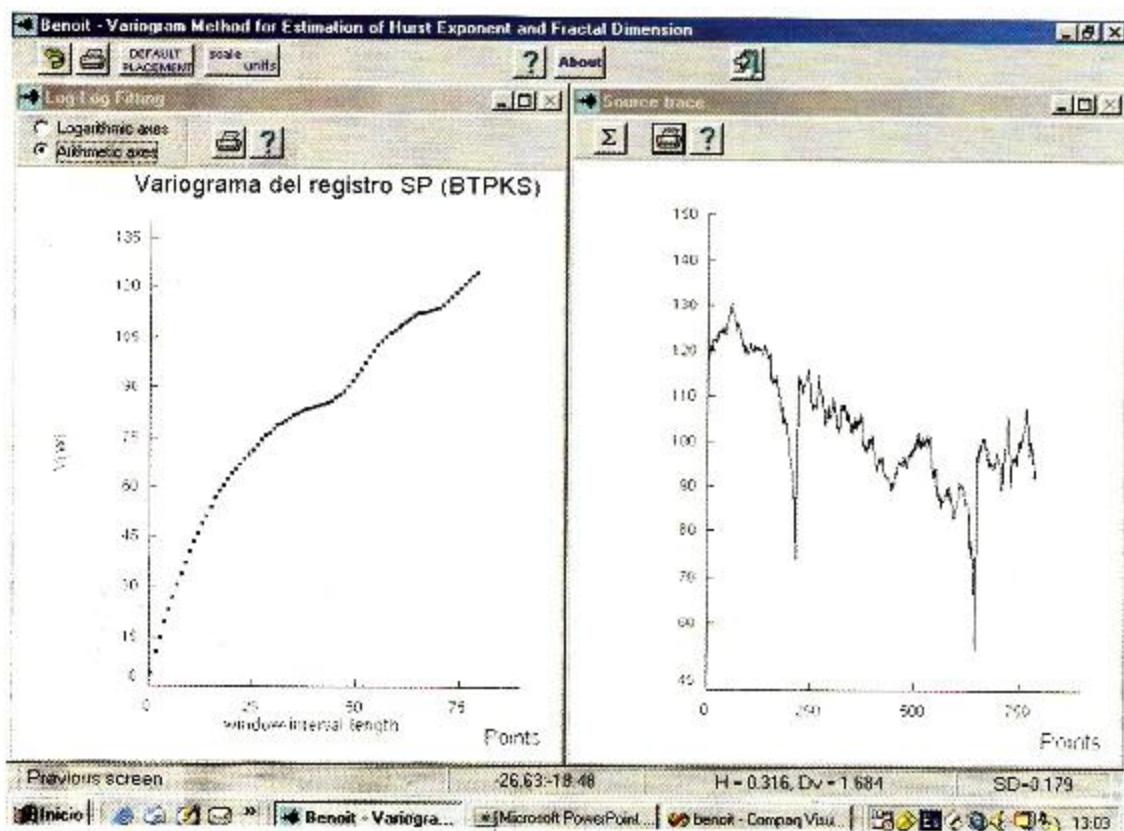
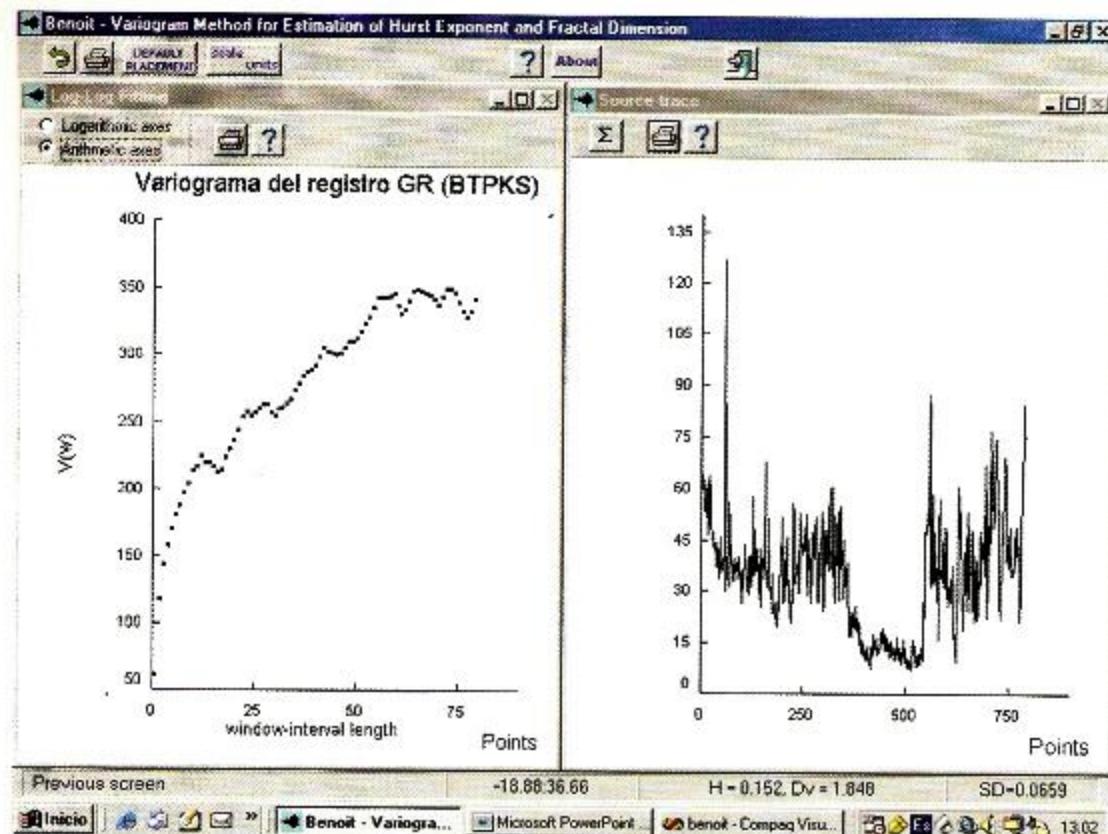
Tabla 2. Modelos de variograma (software GS+) y Dimensión fractal (método del variograma software BENOUIT) para los registros de pozo de la Brecha (BTPKS)

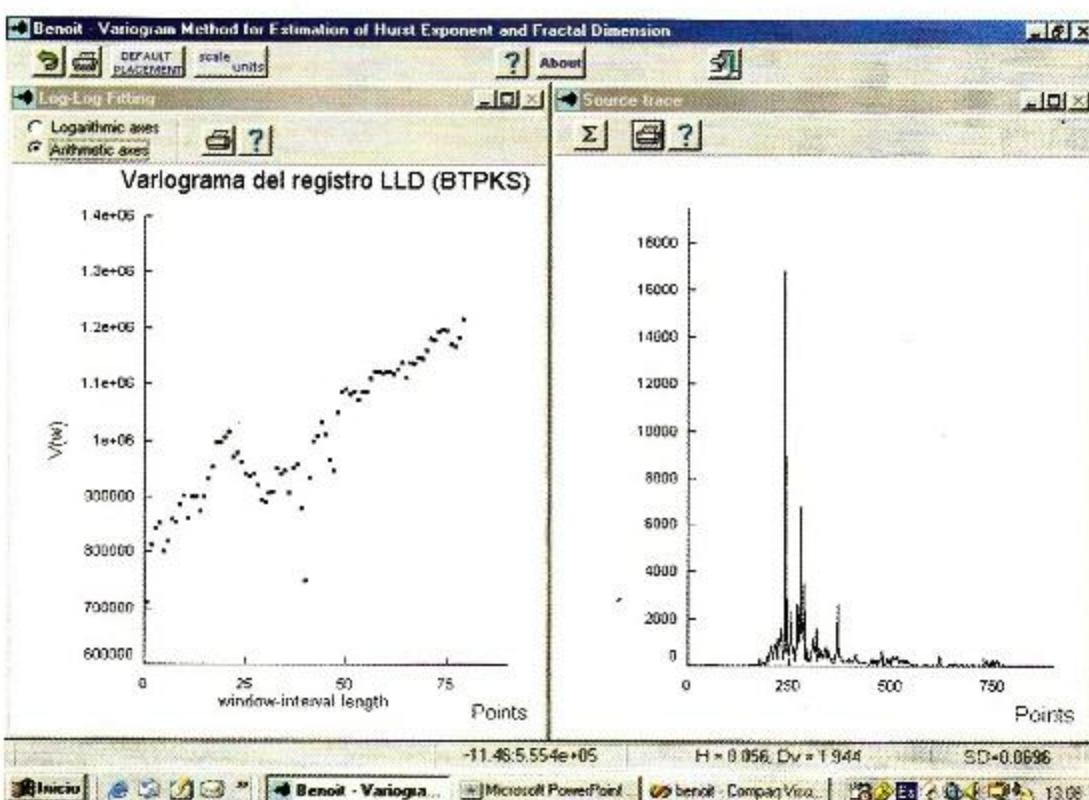
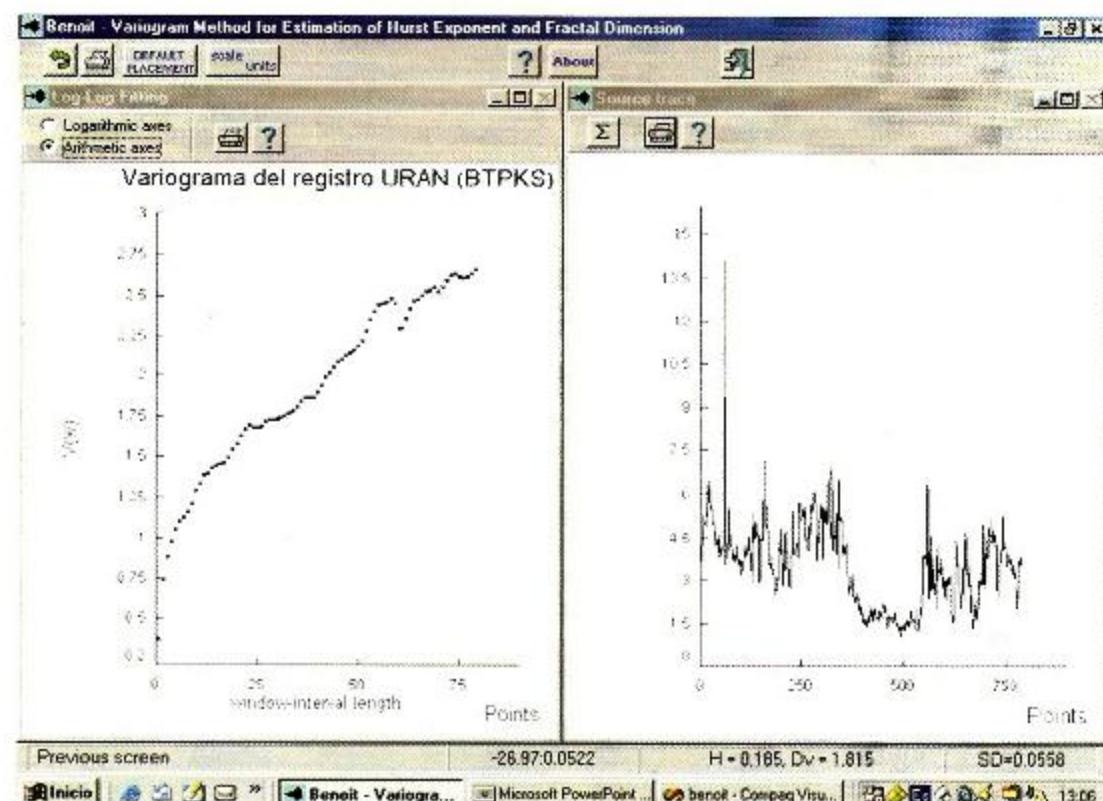
Los registros de pozo del yacimiento de Cantarell se estimaron por medio de variogramas los parámetros fractales los diferentes registros empleados: NPHI, RHOB, CGR, LLS, MSFL, CGR, SP, URA y LLD. Al existir el variograma de todos los registros de campo se garantiza la estacionariedad de segundo orden ó momento (wss). El valor promedio del exponente de Hurst (H) es menor ($H < 0.5$) esto indica que los registros se comportan de una subdifusiva. Los rangos de valores son el mínimo 0.098 asociado al registro de la densidad (RHOB) el máximo 0.316 pertenece al potencial espontáneo (SP) y el valor promedio de los registros es 0.161, es muy cercano al valor del registro de porosidad (NPHI) de 0.162 lo que se infiere que la porosidad es una de las principales propiedades petrofísicas del yacimiento.











Conclusiones

1. Los exponentes de Hurst (H) de las tres trazas sintéticas a través de sumas aleatorias sucesivas es 0.382, por medio de series de Fourier 0.258 y por ondículas (wavelets) 0.214, en todos los casos los valores del exponente de Hurst son menores a $H < 0.5$. Lo que se interpreta que las trazas sintéticas fractales presentan subdifusión. Para el caso de los registros de pozo el variograma existe y garantiza la estacionaridad de segundo orden el valor promedio de todos los registros de pozo es también menor a $H < 0.5$, esto se interpreta también como un sistema subdifusivo.
2. La correlación de los registros de pozo que presentan mayor correlación utilizando la técnica multivariable del Dendrogram, teniendo las siguientes porcentajes de pares de correlaciones; (CGR-POTA) 94%, (GR-URAN) 89.8%, (POTA-THOR) 78.9% y (RHOP-LLD) 68.9%, se puede interpretar que los registros radioactividad natural están asociados a la porosidad de la roca y los registros de densidad (RHOP) y el eléctrico (DLL) sugiere que la densidad de roca esta asociada a los contenidos de fluidos de la roca productora.
3. Finalmente realizando el análisis multivariable de componentes principales del ensamble de los registros de pozo, se infiere estadísticamente que los 6 registros de pozos (NPHI, RHOP, CGR, LLS, MSFL Y GR) contiene el 93 % del peso total de los 14 registros pozo analizados.

Nomenclatura

$\mu(t) = E\{X_t\}$	Media:
$\sigma^2(t) = \text{Var}(X_t)$	Varianza:
$C(s,r) = \text{Cov}(X_s, X_r)$	Covarianza
$\rho(k) = \text{Cor}(X_t+k, X_t)$	Correlación
$\gamma(k) = 1/2 \text{Var}[Z(X_i) - Z(X_i + k)]$	Semi-Variograma

Bibliografía

- Anderson, T.W., 1971. The statistical analysis of time series. Ed. John Wiley. New York. 15 p.
- Bendat, J.S. & Piersol, A.G., 1958. Measurement and analysis of random data. Ed. John Wiley & Sons, Inc. 260 p.
- BENOIT, 1999. Benoit Fractal Analysis Systems. Version 1.2. Trusoft International Inc. <http://www.trusoft-international.com>
- Chilès, J.-P., & Delfiner, P., 1999. Geostatistics. Modeling Spatial Uncertainty. John Wiley & Sons, Inc. Wiley Series in Probability and Statistics.
- Davis J.C., 1973., Statistics and data analysis in Geology. Ed. John Wiley and Son, N.Y., 230 p.
- Flores Ruiz, J.H., 1997. Estructura cortical en el centro de México derivada del análisis de anomalías gravimétricas regionales. Tesis Doctoral. Instituto de Geofísica, UNAM., 150 p.
- Flores Ruiz, J.H., Marines Campos R., Hernández Quintero J.E., Campos Enríquez J.O. y Urrutia Fucugauchi J., 2000., Evaluación geoestadística de la red de estaciones magnéticas de la República Mexicana., Rev. Geofísica del IPGH., Nº 52-53.,p. 107-122.
- Flores Ruiz, J.H., Mejía Ramírez A., Urrutia Fucugauchi J., Hernández Quintero J.E., and Domínguez Zacarías G., 2004., Geostatistical Model for total petroleum hydrocarbons (TPH) in Santa Alejandrina porous media, Veracruz (México)., Neuchatel, Switzerland 13-15 October Gamma statistics, 2004. <http://www.gammadesign.com>)
- Martínez, R., 1999. Estudio de inclusiones fluidas en dolomita asociada a emplazamiento de hidrocarburos: parte sur del campo Cantarell, zona marina-Campeche. Tesis Maestría. Posgrado en Ciencias de la Tierra, UNAM. 90 p.
- Matheron, G., 1965. Les variables regionalisées et leur estimation. Ecole de Mines de Paris. Centre de la Géostatistique. p.305.
- Matheron, G., 1971. La théorie des fonctions aléatoires intrinseqües généralisées. Ecole de Mines de Paris. Centre de la Géostatistique. p. 211.
- Papoulis, A., 1965. Probability, Random Variables, and Stochastic Processes. McGraw-Hill Book Company. N.Y. 583 p.
- R A language and environment for statistical computing, R Development Core Team, R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2004, <http://www.R-project.org>
- Santiago, J., Carrillo-Bravo, J. Y Martell-Andrade, B., 1984. Geología Petrolera de México. En Evaluación de Formaciones en México. Editado por Schlumberger, p. 1-36.
- Seffens, 1999. Order from chaos. Techsighting software. Science. 285, 5431, 1228.
- Tran, T.T., 1994. Improving variogram reproduction on dense simulation grids. Computers and Geosciences., v.20, N. 7/8, p. 1161-1168.

Recuperación secundaria del campo Agua Fría, Chicontepec por medio del Modelo del Elemento Finito

¹ Flores Ruiz J. H., ² Urrutia Fucugauchi J., ¹Balcázar García M.,
³ Hernández. Avila L., ³Marines Campos R., ¹Peña García P.
y ²Juárez Sánchez F.

J. Hernán Flores Ruiz

Resumen

El origen del Paleocanal de Chicontepec se presentó a fines del Paleoceno y principios del Eoceno, a consecuencia de la erosión por corrientes submarinas de los mismos sedimentos del Paleoceno, Cretácico y Jurásico. Posteriormente el canal fue llenado por sedimentos arcillosos y arenosos en forma alternada, cubriendo un área aproximadamente de 123 km de longitud por 25 km de amplitud, lo que dió lugar a trampas estratigráficas localizadas a profundidades que varían desde 800 m en la porción norte, hasta 2500 m en la zona cercana a Tecolutla con un espesor neto de las formaciones productoras desde 400 m hasta unos pocos centímetros. Debido a las dimensiones de paleocanal, existe una amplia variación de propiedades de la roca y fluidos del yacimiento, la densidad del aceite fluctúa de 18° en la parte sureste hasta 49° API en la parte norte. El mecanismo de empuje predominante es por gas en solución.

¹ Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares, ININ.

² Instituto de Geofísica, UNAM.

³ Instituto Mexicano del Petróleo, IMP.

El campo de Agua Fría, corresponde a una secuencia sedimentaria marina, turbidítica de ambiente nerítico externo y batial depositada en forma de lóbulos y abanicos submarinos de edad Paleoceno-Eoceno Inferior Temprano que en algunos lugares rebasa los 1700 m de espesor. La roca generadora presenta facies arcillo-carbonatadas de Jurásico Superior (Formaciones Santiago, Tamán y Pimienta) La roca almacenadora corresponde areniscas de grano medio a fino con porosidades promedio de 12 %.

El modelo de recuperación secundaria por inyección de agua sea hace por medio de métodos variacionales usando Galerkin, en dos dimensiones para flujo en dos fases (mojado y no-mojado), en el medio poroso, tomado en cuenta las fuerzas capilares y gravitacionales

La sección horizontal de yacimiento tiene unas dimensiones de 250 x 250 x 5 m y un volumen de poro de 3,750 m³. La porosidad es 12 % y la permeabilidad absoluta de 2.0 Darcys.

Las $\rho_{ac} = 800 \text{ Kg/m}^3$, $\rho_{ag} = 1000 \text{ Kg/m}^3$, $\mu_{ac} = 4 \text{ centipoises}$ y $\mu_{ag} = 1 \text{ centipoises}$ son los valores de las densidades y viscosidades del aceite y agua respectivamente.

La simulación en el primer caso es de 12 días con un volumen de poro (1.34 % V.P.) y en el segundo caso es de 150 días (16.06 % V.P.) la relación entre los volúmenes de poros es de 1 a 12 veces.

El aceite recuperado para el primer ejemplo es 1629.40 m³ y para el segundo fue de 15645.60 m³ existiendo una relación de recuperación secundaria de 1 a 9.6 respectivamente.

Introducción

En la industria petrolera el flujo de fluidos en el medio poroso se realiza a través de ecuaciones parciales no-lineales que son comúnmente resueltas por diferencias finitas.

El uso de métodos variacionales (Cavendish et al, 1969, Douglas and Dupont, 1970; Michael and Thomas, 1973), como el de Galerkin para resolver estas ecuaciones, ofrecen una ventaja potencial en un alto orden de precisión, pero presenta ciertas desventajas, tales como un esfuerzo computacional y de programación, el cual es usualmente muy grande comparado con los esquemas de diferencias finitas.

Se simula en dos dimensiones un modelo de flujo en dos fases inmiscibles. Este modelo se basa en el método de Galerkin para sistemas incompresibles. En el cual son considerados la capilaridad y los efectos de gravedad. La discretización espacial es obtenida a través de elementos finitos triangulares expresado en forma analítica, mientras que la integración en el tiempo se hace por medio de diferencias finitas usando el método de Crank-Nikolson.

El programa puede ser usado para simular el procesos de desplazamiento entre dos fluidos inmiscibles en un medio poroso, particularmente se simula inyección de agua en geometrías planas.

Para modelos de simulación de yacimientos por métodos variacionales existen algunas publicaciones clásicas (Young, 1981; Lewis and Whites, 1978; Lewis et al, 1975; Neuman and Narashimha, 1977; Spivak et al, 1977). Se conoce generalmente que los métodos variacionales se pueden justificarse implementando esta técnica usando el método de Galerkin, en dos dimensiones para flujos en dos fases (mojado y no-mojado), en el medio poroso. Las fuerzas capilares y las gravitacionales son consideradas en este trabajo.



El programa resuelve para la fase no-mojada el potencial de aceite y la fase mojada para la saturación en el dominio del flujo. La discretización espacial es obtenida usando elemento finito lineal por medio de triángulos (Connors and Brebbia, 1976), mientras que los esquemas de diferencias finitas son usados para discretizar el tiempo. La discretización en espacio y en tiempo de ecuaciones diferenciales parciales no-lineales, las cuales simulan el sistema físico, por medio de ecuaciones algebraicas cuasilineales, las que tienen que ser resueltas por medio de ensayo y error. El uso de elementos finitos triangulares admite la integración originada por el método de Galerkin expresado en forma cerrada.

La formulación es escrita en notación por índices mientras que las cantidades de un sólo índice representan un vector, y las cantidades de dos índices son componentes de matrices de segundo orden o tensor. La siguiente expresión es igual $x_i y_i = \sum x_i y_i$. Las coordenadas Cartesianas x,y, z serán indicadas por x_1, x_2, x_3 ó más aún por x_i .

Modelo Físico

Las ecuaciones de balance de masa para las fases mojadas y no-mojadas, se indican respectivamente por los subíndices "w" y "o", son expresadas por (Peaceman, 1977; Aziz and Settari, 1979):

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_i} (h K_{ij}^l / \mu_w) K_{ij} & \quad \partial \Psi_w / \partial x_j) - h q_w^* - \frac{\partial}{\partial t} (h \phi S_w) \\ \frac{\partial}{\partial x_i} (h K_{ij}^l / \mu_o) K_{ij} & \quad \partial \Psi_o / \partial x_j) - h q_o^* - \frac{\partial}{\partial t} (h \phi S_o) \end{aligned} \quad (1)$$

Donde Ψ_w y Ψ_o son respectivamente la fase mojada (usualmente agua) y la fase no-mojada (usualmente de aceite) la velocidad potencial se define como:

$$\begin{aligned} \Psi_w &= P_w + p_w g D \\ \Psi_o &= P_o + p_o g D \end{aligned} \quad (2)$$

Donde $S_o, S_w, P_o, P_w, p_o, p_w, \mu_o$ y μ_w indican respectivamente las saturaciones, presiones, densidades y viscosidades de las dos fases. Los q_o^* , q_w^* son los flujos de los puntos de fuente y sumidero (los flujos que dejan al sistema son positivos). Donde K^l es un tensor definido positivo de permeabilidades absolutas del medio poroso, la porosidad es ϕ , mientras que K_o^l, K_w^l son las permeabilidades relativas de las dos fases, las cuales son funciones de la saturación y del medio poroso ($0 < K_o^l \leq 1, 0 < K_w^l \leq 1$), h es el espesor del elemento finito, D es la elevación medida desde un plano dado y g es la constante de gravedad.

Para completar la formulación del modelo, la ecuación de continuidad para las saturaciones es:

$$S_o + S_w = 1 \quad (3)$$

Y la presión capilar:

$$P_c = P_o - P_w = P_c(S_w) \quad (4)$$

Son requeridas, las condiciones iniciales y de frontera del modelo.

Usando las ecuaciones (2), (3) y (4) es posible expresar la ecuación (1) como funciones de Ψ_o y S_w de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_i} [h \lambda_w K_{ij} (\partial \Psi_o / \partial x_j + d \partial D / \partial x_j - P_c \partial S_w / \partial x_j)] - h q_w^* - h \phi \partial S_w / \partial t &= 0 \quad (5) \\ \frac{\partial}{\partial x_i} (h \lambda_o K_{ij} \partial \Psi_o / \partial x_j) - h q_o^* - h \phi \partial S_o / \partial t &= 0 \end{aligned}$$

Donde

$$\lambda_w = K'_w / \mu_w, \lambda_o = h K'_o / \mu_o$$

$$d = g (p_w - p_0), P_c = \partial P_c / \partial S_w$$

La solución del conjunto de ecuaciones diferenciales parciales no-lineales (5) describen el sistema físico a simular basado en el método de Galerkin de elemento finito (Connor and Brebia, 1976; Douglas and Dupond, 1970). Con este método las ecuaciones diferenciales parciales (5) son transformadas a ecuaciones integrales aproximadamente las cuales son resultas usando el método de elemento finito. En esta aproximación las variables dependientes Ψ_o y S_w son aproximadamente continua a pedazos usando polinomios (interpolación de funciones) y el problema se reduce a determinar los coeficientes de estos polinomios.

Modelo de Elemento Finito

Se suponen la aproximación lineal de las cantidades Ψ_o , S_w , λ_o , λ_w , P_c , h y D en cada elemento y aplicando la condición de ortogonalidad (Mikhilin, 1964) se obtiene el residual por sustitución lineal aproximando las variables de la ecuación (5) y aplicando una tolerancia aproximada (Neuman, 1973; Lewis and Roberts, 1984) para la derivada de la saturación del agua con respecto al tiempo, la siguiente conjunto de ecuaciones cuasilineales diferenciales son obtenidas (Gottardi and Mesini, 1984) con $n, m = n, p, q$.

$$A^e_{nm} \Psi_{om} + B^e_{nm} S_{wm} + C^e_{nm} S_{wn} = Q^e_{wn} + D^e_n \quad (6)$$

$$H^e_{nm} \Psi_{om} - C^e_{nm} S_{wm} = Q^e_{on}$$

Donde los subíndices n, p, q son las tres esquinas de cada elemento triangular.

En las ecuaciones (6), las A^e_{nm} y H^e_{nm} son las matrices de conductancia, B^e_{nm} es una matriz simétrica de las fuerzas capilares, C^e_{nm} es una matriz diagonal de almacenamiento, Q^e_{wn} y Q^e_{on} son los vectores de fuerza, mientras que el vector D^e_n cuantifica el efecto gravitacional.

La estructura elemental de matrices de la ecuaciones (6) representa un área geométrica bidimensional horizontal (plano x_1, x_2) es decir:

$$A^e_{nm} = \int h_k N^e_k \lambda_{wl} N^e_l K_{ij} \frac{\partial N^e_m}{\partial x_j} \frac{\partial N^e_n}{\partial x_i} d\Omega \quad (7)$$

$$B^e_{nm} = - \int h_k N^e_k \lambda_{wl} N^e_l K_{ij} f_t N^e_t \frac{\partial N^e_m}{\partial x_j} \frac{\partial N^e_n}{\partial x_i} d\Omega \quad (8)$$

$$C^e_{nm} = \int \phi h_k N^e_k N^e_n d\Omega \quad (9)$$

$$D^e_n = - \int h_k N^e_k \lambda_{wl} N^e_l K_{ij} dD_t \frac{\partial N^e_t}{\partial x_j} \frac{\partial N^e_{4n}}{\partial x_i} d\Omega \quad (10)$$

$$H^e_{nm} = \int h_k N^e_k \lambda_{ol} N^e_l K_{ij} \frac{\partial N^e_m}{\partial x_j} \frac{\partial N^e_n}{\partial x_i} d\Omega \quad (11)$$



$$Q_{wn}^e = \int h_k N_{nk}^e q_w^* N_n^e d\Omega - \int h_k N_{nk}^e q_w^* N_n^e d\Gamma \quad (12)$$

$$Q_{on}^e = \int h_k N_{nk}^e q_o^* N_n^e d\Omega - \int h_k N_{nk}^e q_o^* N_n^e d\Gamma \quad (13)$$

Para la geometría bidimensional de la sección transversal la elevación D es medida en la dirección x3 (en particular $D = x_3$) y el espesor medido en la dirección x_2 , que es $h = h(x_1, x_3)$. Por lo tanto, la estructura elemental de las matrices es formalmente las mismas como su situación horizontal, excepto para el vector de gravedad D_n , la estructura es:

$$D_n^e = - \int h_k N_{nk}^e \lambda_{wk} N_n^e K_{ij} d \partial x_3 / \partial x_j \partial N_n^e / \partial x_i d\Omega \quad (14)$$

En la formulación el área del triángulo elemental (Ω^e), λ_{wk} , λ_{nk} , f_k , D_k y h_k indican los respectivos valores para el nodo k ($k = n, p, q$) de cada elemento triangular de la movilidad de la fase mojada y no-mojada, por la derivada de la presión capilar, por la elevación del plano de referencia y por el espesor.

Las q_o^* y q_w^* indican el tipo de flujo específico sobre la frontera T e del elemento finito, en el cual fluye según el sufijo.

Para integrar en el tiempo el conjunto de ecuaciones algebraicas diferenciales resultado de la suma de contribuciones de todos los elementos (ensamblados), en el cual la región de flujo fue subdividida y el dominio del tiempo es discretizado dentro de una secuencia de intervalos finitos y las derivadas de tiempo de S_w son remplazadas por diferencias finitas.

Se han tenido buenos resultados empleando el esquema de Crank-Nicolson (Rosemberg, 1969), para las ecuaciones (6) resultando un sistema algebraico cuasi-lineal de ecuaciones donde se desconoce las secuencias $\{\Psi_0\}^{k+1}$ y $\{S_w\}^{k+1}$, y se resuelve con un algoritmo eficiente para valores en todos los nodos. Debido a la naturaleza no-lineal de estas ecuaciones estos resultados deben ser mejorados para cada proceso de iteración.

Datos del Medio Poroso

Se ilustra un ejemplo de recuperación secundaria por inyección de agua simulada por medio de una computadora. La sección horizontal es una cuarto quintas partes de un yacimiento homogéneo hipotéticamente isotrópico. La red de elemento finito es un cuadrado (36 nodos y 25 elementos) que han sido usados para la simulación; las dimensiones son: 250x250x5 m y un volumen de poro (P.V.) de 93,750 m³. La porosidad y la permeabilidad absoluta de la roca es 0.3 (30%) y 2.0 Darcy respectivamente.

Las $\rho_o = 800 \text{ kg/m}^3$, $\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\mu_o = 4 \text{ centipoises}$ y $\mu_w = 1 \text{ centipoises}$ son valores supuestos para las densidades y las viscosidades del aceite y del agua respectivamente. A continuación se muestran la tabla 1 y 2.

La tabla 1. Permeabilidades relativas vs Saturación de agua.

S_w	K_o	K_w
0.20	0.00	0.60
0.25	0.02	0.47
0.30	0.04	0.38
0.35	0.07	0.31
0.40	0.09	0.25
0.45	0.13	0.18
0.50	0.17	0.13
0.55	0.22	0.09
0.60	0.28	0.05
0.65	0.35	0.02
0.70	0.45	0.00

La tabla 2. Presión capilar vs Saturación de agua.

S_w	P_c [kPa]
0.200	10.0
0.225	8.3
0.250	7.1
0.300	5.8
0.350	4.9
0.400	4.2
0.500	3.3
0.650	2.5
0.800	2.0
0.900	1.4
0.950	1.0
0.975	0.5
1.000	0.0

Con un flujo de agua de 100 m³/día (equivalente a 2.7 % P.V. de un solo bloque) en la inyección de pozo, mientras que la condición del pozo de producción son; $\Psi_o = \text{constante} = 19.5 \text{ Mpa}$.

Simulación del Medio Poroso

Los valores de Ψ_o y S_w en el tiempo corresponde a una inyección de agua de 1.34 y 16.06 % del volumen de poro (P.V.), son presentados, mientras que las figuras 1,2,3 y 4 son mapas de líneas de contorno de la saturación del agua y mapas potenciales de aceite son representados gráficamente en el plano.

En las figuras 5 y 6, se representan en tercera dimensión 3D, el punto A indica el pozo inyector y el B es pozo productor, se puede ver el avance del frente de agua y el desplazamiento del aceite en las figuras 7 y 8 respectivamente.

Resultados

Los 4 ejemplos de simulación bidimensional de flujo en dos fases de la inyección de agua en el punto **A** y el punto **B** es productor de aceite. Se puede ver en el frente de avance de agua en las figuras (1, 3, 5 y 6) y el desplazamiento de aceite en las figuras (2, 4). El tamaño del yacimiento simulado es de 250 m en la dirección "X" y de 250 m en la dirección "Y" y tiene un espesor de 5 m, con un volumen de poro de 93,750 m³. La porosidad es de 0.3 (30%) y la permeabilidad de 2.0 Darcys. La discretización de la región es de 36 nodos y 25 elementos. La simulación en el primer caso es de 12 días con un volumen de poro (1.34 % P.V.) y el segundo caso es de 150 días (16.06 P.V.) la relación entre los dos casos de 12 veces.

Para el ejemplo uno el volumen acumulado a los 12 días (1.34% P.V.) de inyección de agua es 1260 m³, la producción de agua es de 3.44 m³ y de aceite producido de 1629.40 m³y para el otro ejemplo el volumen acumulado a los 150 días (16.06% P.V.) de inyección de agua es 15060 m³, la producción de agua es de 52.40 m³ y de aceite producido de 15645.60 m³.

La figura 1 se simuló en el punto **A** la inyección de agua con un valor de saturación de 70 % y el punto **B** tiene una saturación de 20 %. Se puede observar las isolíneas del frente de avance del agua (1.34 % P.V.) a los 12 días.

La figura 2 se muestra un mapa de distribución del aceite (MPa), después de la inyección de agua (1.34 % P.V.), el valor máximo es de 22.4 en el punto A y el mínimo es de 19.2, se ubica en el punto B, a los 12días.

La figura 3 se observa el mapa de distribución del frente de agua de saturación (16.06 % P.V.) con saturación del 65 % en el punto A y de 15 % en el punto B, a los 150 días.

En figura 4 se ve la distribución del aceite (MPa), después de la inyección de agua (16.06 % P.V.), el máximo es de 21.6 en A y el mínimo es de 19.4 en B, a los 150 días.

Las figuras 5 y 6 son las representaciones del frente de avance en superficies de relieve de la saturación de agua para 12 días (1.34 % P.V.) y de 150 días (16.01 % P.V.) respectivamente.

Las figuras 5 y 6 son las representaciones del frente de avance en superficies de relieve del aceite para 12 días (1.34 % P.V.) y de 150 días (16.01 % P.V.) respectivamente

Conclusiones

- a). Para el primer ejemplo se concluye para la simulación acumulada de 12 días, con un volumen de poro (1.34 %P.V.), la recuperación secundaria por medio de inyección de agua aplicada en el punto A, ver figuras (1 y 5) y el desplazamiento de aceite al punto B, ver figura (2 y 7). Con inyección de agua de 1260 m³ y una producción estimada de aceite de 1629.40 m³.
- b). En el segundo ejemplo la simulación acumulada es a los 150 días, con un volumen de poro asociado (16.01 %P.V.), la inyección de agua en el punto A, ver figuras (3 y 6) y el desplazamiento de aceite en B, ver figura (4 y 8). Se inyecta de agua del orden de 15060 m³ y una producción aproximada de aceite es 15645.60 m³.
- c). Se puede inferir de los dos ejemplos simulados las relaciones que guardan entre los dos eventos en el tiempo es de 12 veces, las inyecciones de agua entre ellas es de 12 veces y la producción de aceite entre ambas es 9.6.

Bibliografía

- Aziz, K and Settari, A., 1979., Petroleum reservoir simulation: Appl. Sci., London, 476 p.
- Cavendish J.C., Price H.S and Vargas R.S., 1969., Galerkin methods for the numerical solution of boundary value problems: Jour. Soc. Pet. Eng., v.9., p. 204-220.
- Connors J.J and Brebia C.A., 1976., Finite element techniques for fluid flow: Newnes-Butterworths, London 310 p.
- Douglas, J and Dupont, T., 1970, Galerkin methods for parabolic equations: SIAM Journal on Num. Analysis, v.7, N° 4., p.575-626.
- Gottardi G and Mesini, E., 1984., Aplicazione del metodo di Galerkin alla simulazione di giacimenti di idrocarburi: Inter. Rept. Mining Sci. Inst. Univ. Bologna. N° 84-15, 28p.
- Lewis R.W and Roberts P.M., 1984., The finite element method in porous media flow . Nijhoff Publishers, Dordrecht, p. 805-897.
- Lewis R.W and White L.R., 1978., A starting algorithm for the numerical simulation of two-phase problems: Intern. Jour. Num. Meth. Eng. v.12, p319-329.
- Lewis R.W and Worner E.A and Zienkiewicz O.C., 1975., The finite element approach to two-phase flow problems in porous media.s: John Wiley & Sons, v.2, chap. 9, p. 159-177.
- Micheal C.L and Thomas G.W., 1973., Reservoir simulation by Garlerkin's methods: Jour. Soc. Pet. Eng. v.13, p.125-138.
- Mikhin S.G., 1964., Variational methods in mathematical physics: Perg. Press, N. Y. 583 p.
- Neuman S. P., 1973., Galerkin approach to saturated-unsaturated flow in porous media, in Finite elements in fluids: John Wiley & Sons, London, v.1, p 201-217.
- Neuman S. P and Narashimhan T.N., 1977., Mixed explicit-implicit iterative finite element scheme for diffusion type problem I theory: Intern. Jour. Num. Meth. Eng. v.11, p.309-323.
- Peaceman D.W., 1977., Fundamentals of numerical reservoir simulation: Else., Ams. 176p.
- Rosemberg, D.U., 1969., Methods for numerical solution of partial differential equations: Elsevier, New York., 129 p.
- Spivak,A., Price H.S and Settari., 1977., Solutions of the equations for multidimentional two-phase immiscible flow by variational methods: Jour. Soc. Pet. Eng. v.17, p27-41.
- Young L.C., 1981., A finite element methods for reservoir simulation: Jour. Soc. Pet. Eng. v.21, p. 115-128.

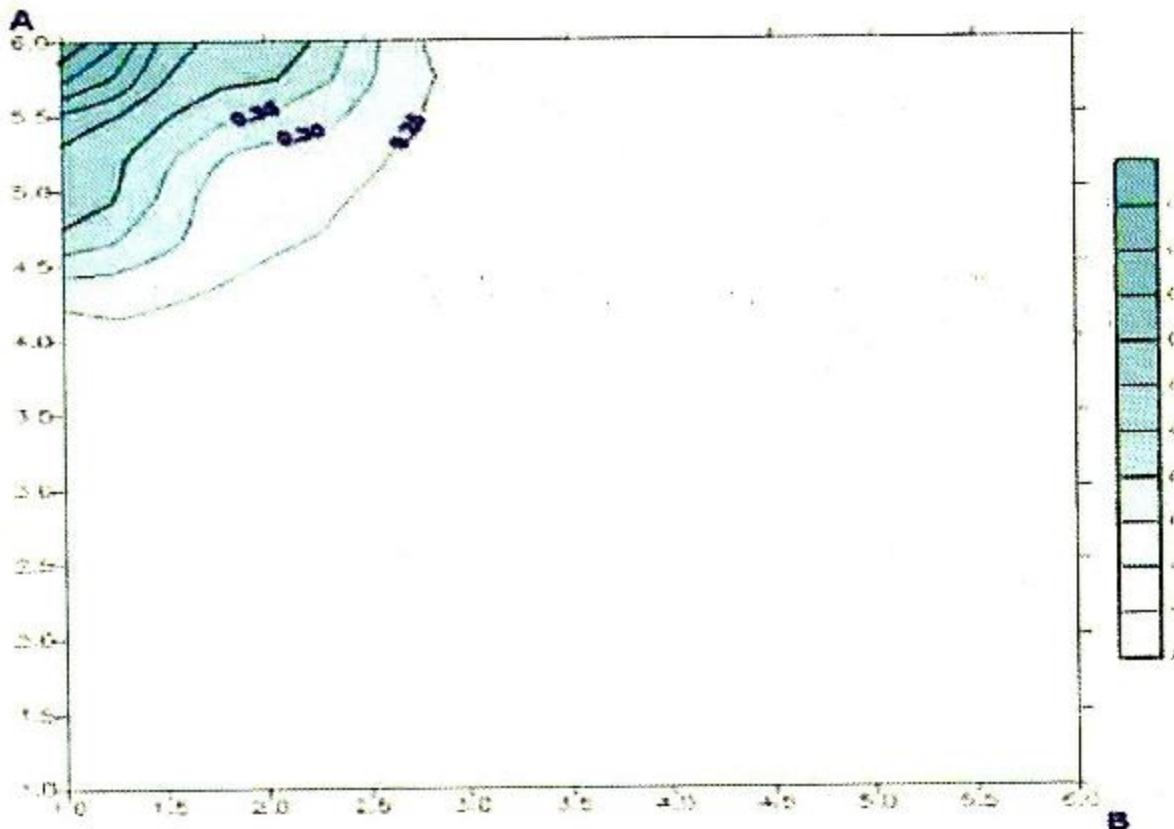


Fig 1. Mapa de Saturación de Agua (1.34% P.V., 12 días). El Pozo A es inyector y el pozo B Productor

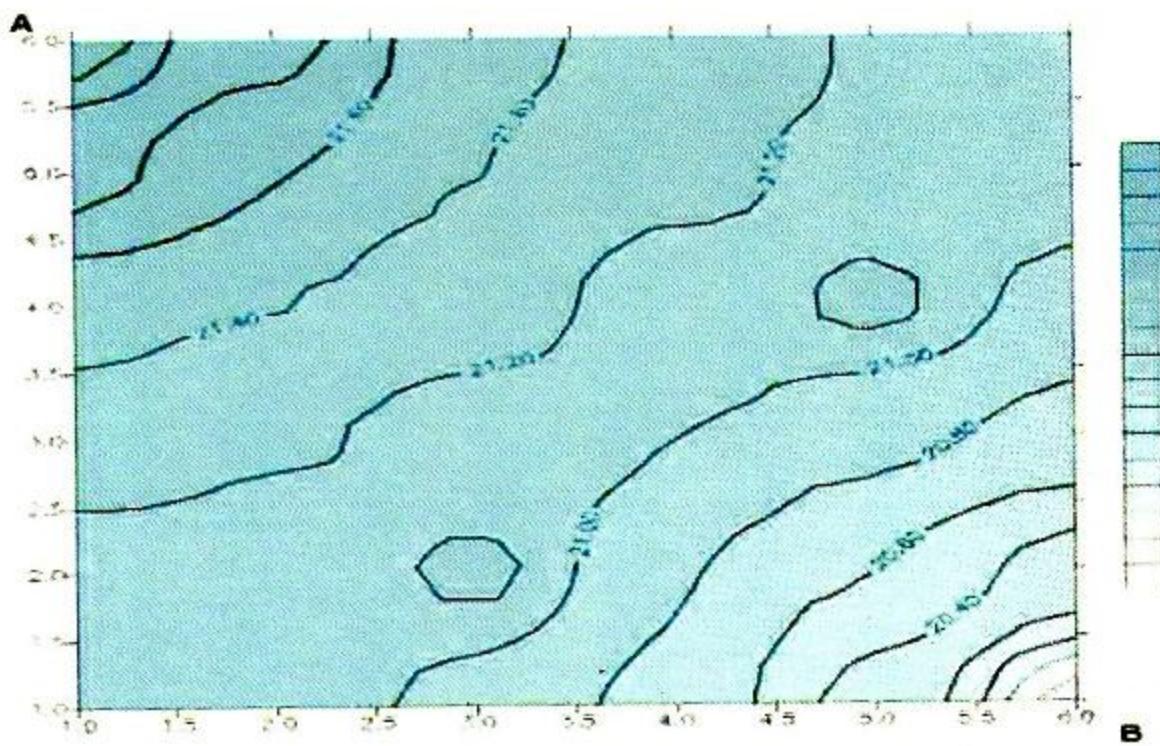
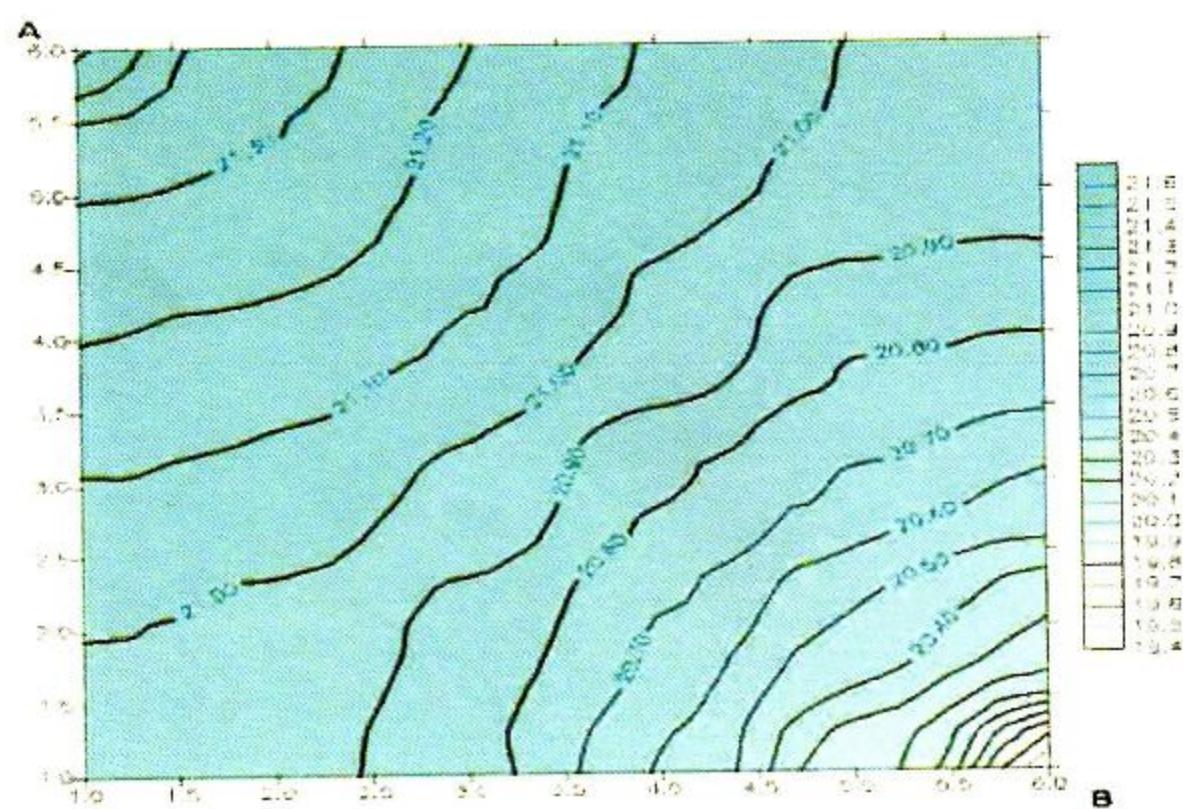
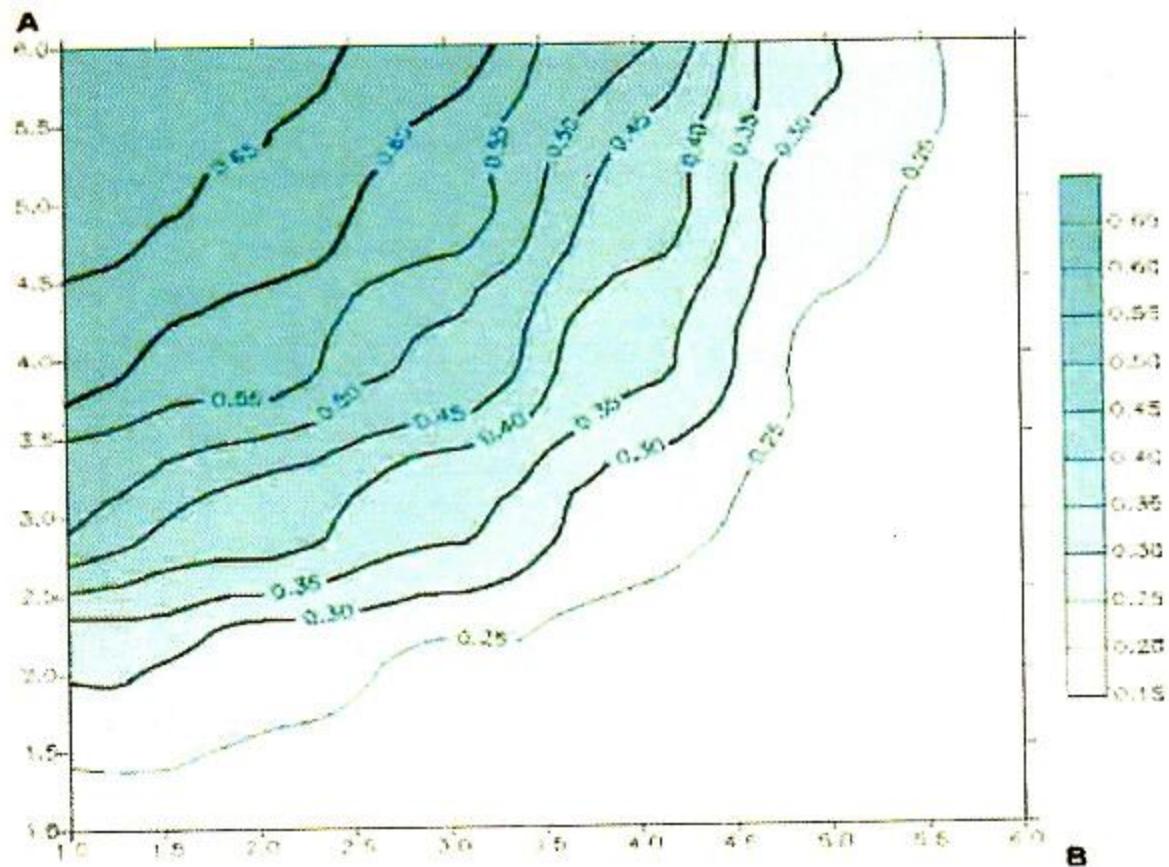


Fig 2. Mapa de Distribución de Aceite (1.34% P.V., 12 días). El Pozo A es inyector y el pozo B Productor



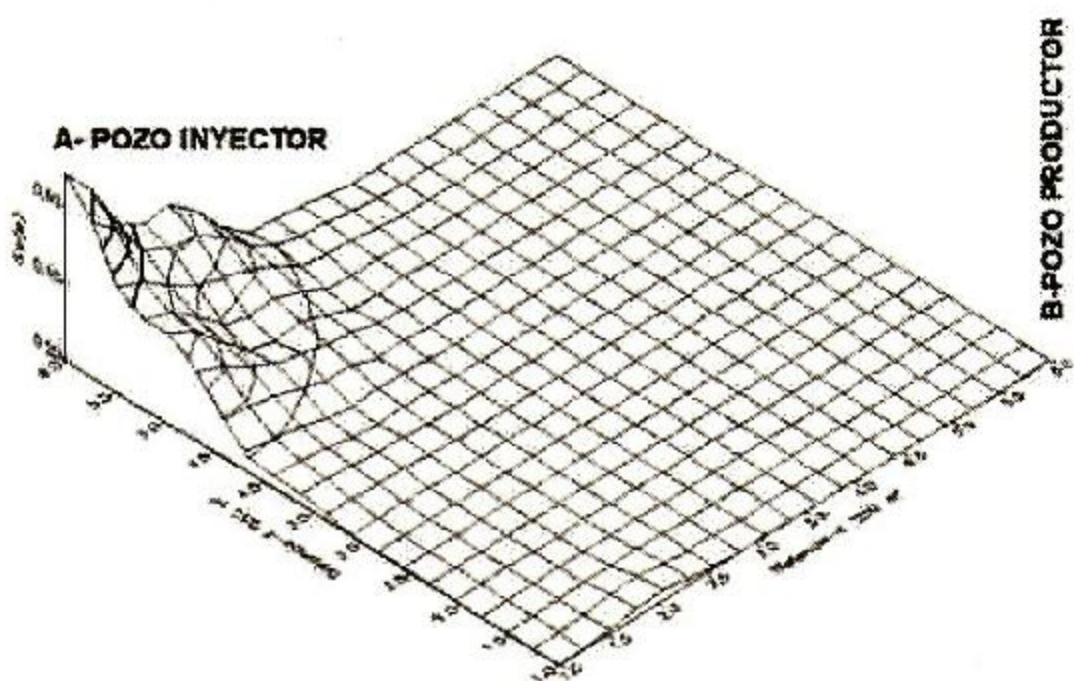


Fig 5. Superficie de Saturación de Agua (1.34% P.V.)

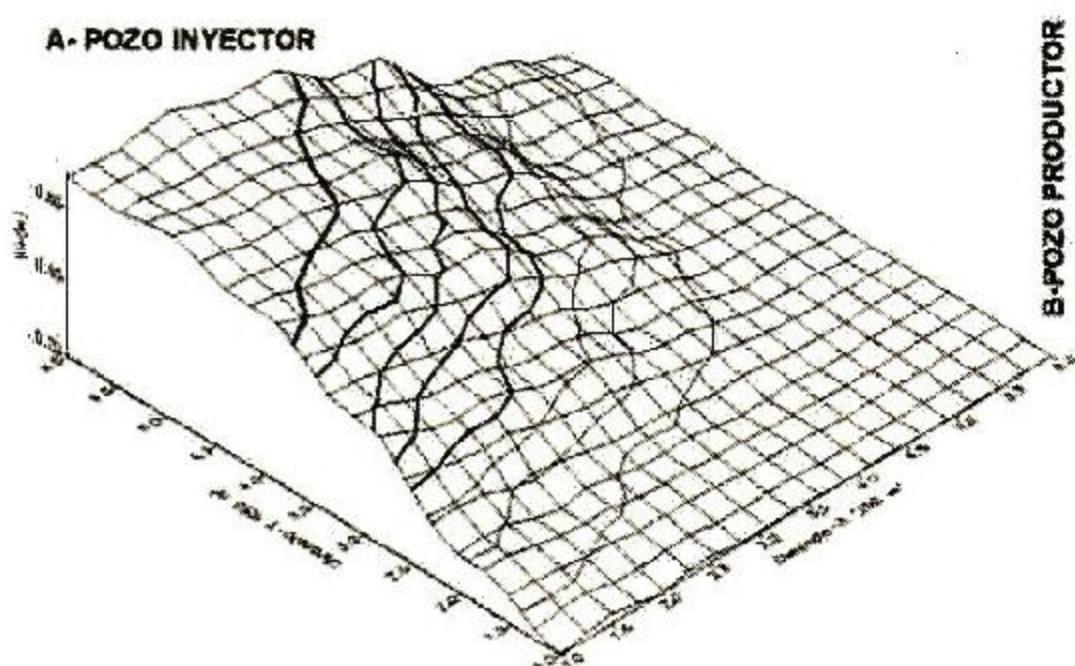


Fig 6. Superficie de Saturación de Agua (18.06% P.V.)

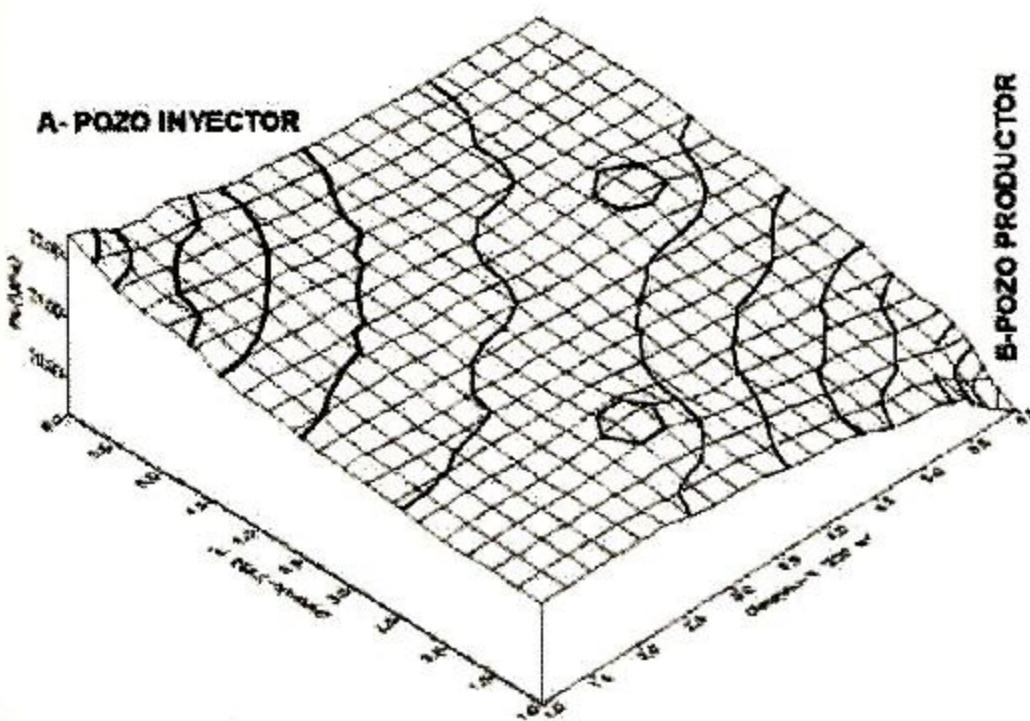


Fig7. Superficie de Aceite (1.34% P.V.)

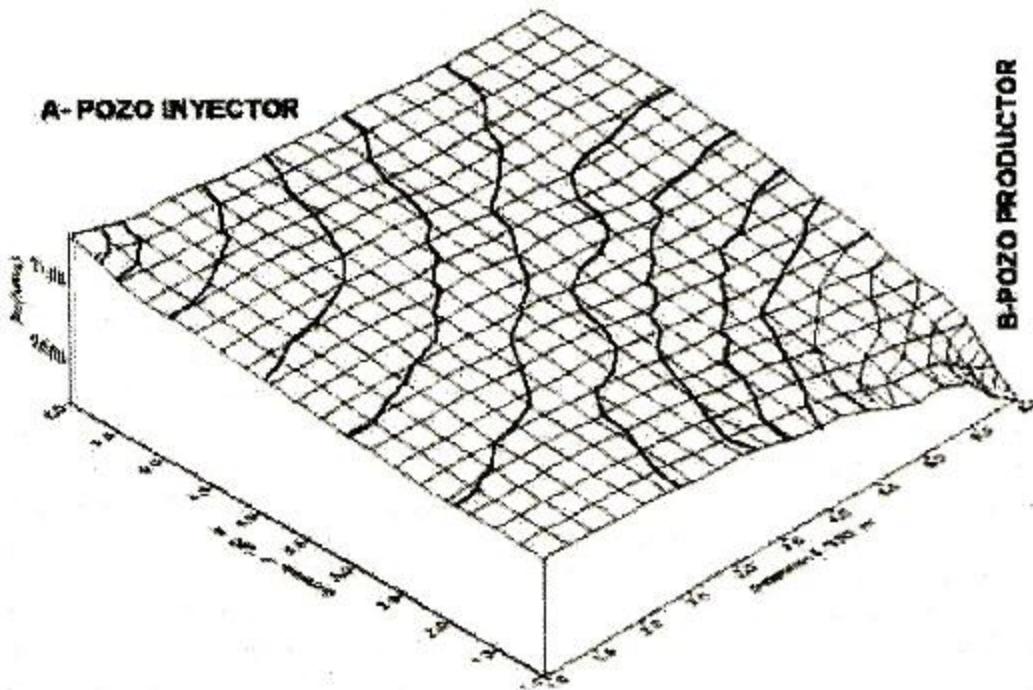


Fig 8. Superficie de Aceite

Applied Geostadistics to well Logs at the Cantarell Carbonate Reservoir in the Gulf of Mexico

¹Flores Ruiz J.H., ²Darío Arizabalo R., ²Lozada Zumaeta M.,
²Ronquillo Jarillo G. y ³Urrutia Fucugauchi J.

J. Hernán Flores Ruiz

Summary

Well logs from the Cantarell reservoir in the southwestern Gulf of Mexico were analyzed. The geologic units considered belong Upper Cretaceous Tertiary brechia (UPTKB). The work was begun by first generating 14 synthetic random logs by means of three techniques: successive random summations, wavelets, and Fourier series with fractal type properties. The other group of 14 wells (ensemble) are: porosity (NPHI), density (RHOB), natural radioactivity (GR, CGR, POTA, URAN THOR), and resistivity (MSFL, LLS, LLD). Applying variogram techniques to the synthetic logs, their variograms do not appear to have boundaries and their variance is infinite, however, their variograms exists and the well log ensemble definitely has does have variograms with boundaries asymptotic. Both programs appear to be in a second order steady state condition (wss). Later on, the multivariable correlation for both ensembles was estimated (synthetic and for wells) by means of dendrograms. The outcome from this analysis was that synthetic logs have a correlation of less than 70%, from this conclusion it is inferred that these vectors are linearly independent.

¹ Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares, ININ, ap. 18-1027, D.F. 11801 México.

² Instituto Mexicano del Petróleo, IMP, L. Cárdenas #152, Gustavo A. Madero, 07730.

³ Instituto de Geofísica, IGEF, Universidad Nacional Autónoma de México, CU, Coyoacán, 04510

On the other hand, field logs present a greater CGR-POTA correlation (94.4%), GR-URAN (89.8%), POTA-THOR (78.9%) and RHOB-LLD (68.9%), which shows that natural radio activity is associated to good porosity in the reservoir rock.

Analyses were performed on the main components or the field ensemble. It turns out that the first 6 well logs (NPHI, RHOB, CGR, LLS, MSFL and GR), comprise 93% of all the cumulative weight out of the 14 logs analyzed. What is now suggested for future analyses of fields in the hydrocarbon reservoirs of our country, is the application of this work methodology in order to achieve a higher resolution of the petrophysical properties of the reservoir to be assessed.

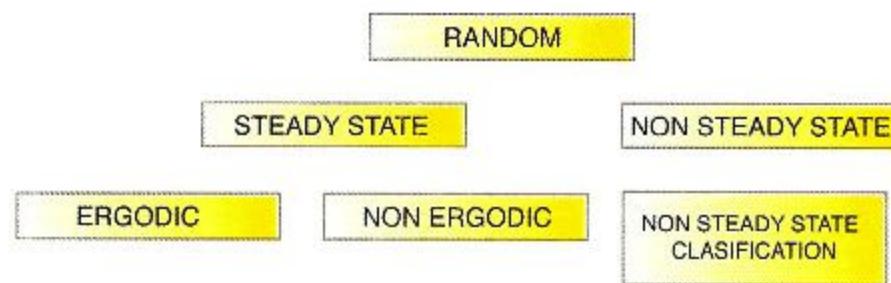
Introduction

The Cantarell carbonate reservoir petrophysical properties, have been extensively studied during the last few decades, due to the importance that this reservoir represents for the Mexican oil industry, as it is well known, the Cantarell reservoir is located in the Gulf of Mexico. One of the main study methods is the analysis of geophysical well logs, which together with seismic and core images make up the essential methodologies used in oil exploration today. An alternate approximation to the study of time series, is made up by the geostatistical analysis of geophysical traces.

Stochastic or random date classification

The representation of random physical phenomena can not be described by a simple mathematical relationship, because each observation of a particular phenomena is unique. This means that any observation represents one out of numerous possible outcomes that might have occurred. An individual log represents a random phenomena known as sample function. The whole set of sample functions that the phenomena might have caused, is known as a random or stochastic process.

Random processes may be subdivided into steady state or non steady state. Steady state processes may be broken down in turn into ergodic and non ergodic. The non steady state process on the other hand is defined in specific terms of the property type which are non steady states. (Bendant & Piersol, 1958)



According to the previous figure, a random process is ergotic if it is steady state and also if there is also, if there is a mean and autocorrelation and these two later factors do not differ when applied to different functions of the random process. This happen when the value of the mean in time and that of the autocorrelation function are the same as the average matching values of the ensemble or set.

The random process is not steady state, when the mean and the autocorrelation are functions that generally varies in time and may be determined only by establishing instantaneous averages over the ensemble or set of functions that make up the process.

One of the targets in geophysical, geological o geochemical exploration is the mapping of certain parameters of interest over the earth surface that may be physical, chemical or biological. The random variables regionalization theory provides the basis for carrying out for optimal mapping of regions. According to the theory, the special dependency of a parameter under study is quantitatively expressed by means of variograms in form of orthogonal directions. (Matheron, 1965, 1971).

Generally, in exploration surveys the accuracy of the sampling scheme has to be estimated after the fact, regarding which some degree of control may be applied.

In geostatistics it is considered that each sample value (measured) at any point within a given region, represents the manifestation of a random variable. Each one of these variables would have a distribution function associated with it. According to classic statistics all the values taken from one sampling come from the same distribution. On the other hand, in geostatistics, due to the fact that the geostatistical variables are distributed in space, they are known as random regionalized variables and the phenomena they represent is known as regionalization.

A statistical process, (X_t) is steady state if its statistical properties do not change in time (Papoulis, 1965). In other words, probability distributions of processes are temporarily non-varying. In the case of geophysical traces a much more broader definition of the steady state condition is used, known as second order or weak steady state condition. If $E(\cdot)$ denotes the expected value from a random process mean, variance and covariance are defined as follows:

Mean: $\mu(t) = E\{X_t\}$,

Variance: $\sigma^2(t) = \text{Var}(X_t) = E\{(X_t - \mu(t))^2\}$, y

Covariance: $C(s,r) = \text{Cov}(X_s, X_r) = E\{(X_s - \mu(s))(X_r - \mu(r))\}$.

In the case of geophysical traces the constrain of steady state condition in strict sense (SSS), must be expanded so as to allow the second order steady state or weak condition to fit in (WSS) in a broad sense. This later factor makes it possible for a time series to satisfy the following conditions:

- (a) $\mu(t) = \mu$, and also, $\sigma^2(t) = \sigma^2$ for any time given, and
- (b) $C(s,r)$ is a function of $(s-r)$ only

Another relevant consequence of the steady state condition lies in the fact that the covariance $\text{Cov}(X_s, X_r)$ of a steady state process depends fully on the differences $(s-r)$, which makes possible the definition of two essential amounts from the time series analysis: the covariance $C(k)$ and the correlation function $p(k)$. The first of these is defined as:

$$C(k) = \text{Cov}(X_{t+k}, X_t) = E\{(X_{t+k} - \mu)(X_t - \mu)\}$$



and the correlation function.

$$r(k) = \text{Cor}(X_{i+k}, X_i) = \frac{\text{Cov}(X_{i+k}, X_i)}{\sqrt{\text{Var}(X_{i+k}) \cdot \text{Var}(X_i)}} = \frac{C(k)}{C(0)}$$

which satisfies the following properties:

$$r(k) = r(-k), r(0) = 1, \text{ also } |r(k)| \leq 1.$$

The variogram is defined as the variance of the difference between two random variables which have been regionalized as can be seen in the following equation:

$$g(k) = 1/2 \text{Var} [Z(X_i) - Z(X_i + k)]$$

Where $g(k)$ is the semi-variogram, k is the sample separation vector, Var is the variance operator, $Z(X_i)$ is the variable value in the position X_i and $Z(X_i + k)$ is the value of the variable in the position $X_i + k$.

On the other hand the variograms has a close relationship with the second order steady state condition (wss) as follows:

$$\begin{aligned} g(k) &= C(k) - C(0) && \text{As a function of the covariance between two random variables} \\ (k) &= C(0)(1 + r(k)) && \text{As a function of the covariance and the correlation coefficient of variables} \end{aligned}$$

Where the variogram contains all the necessary structure information concerning the regionalized variable: size of zone of influence surrounding the sample, anisotropic nature and degree of continuity of the variable through space.

The variogram reproduces the dependence of a number of factors: grid size, range of variograms model, the size of the simulation grid and the search distance between offsets (Tran, 1994).

On the other hand, if we compare the variograms and the covariance according to the steady state conditions hypothesis, we see that the variograms turns out to be the same as the variance minus the covariance. However, in case the mean varies in an "unknown" manner, the variograms is independent from the local value of previously mentioned mean, whereas the covariance must be estimated. This introduces a bias in the calculation of the covariance function (Anderson, 1971). In this regard, the variogram is a statistical concept which is more convenient than the covariance, for those functions whose mean varies rather slowly.

In case of functions having no boundaries with an infinite variance, that is to say "non steady state", the covariance is not defined at the origin. In practice when the variance is large, the covariance is poorly defined close to the origin (Flores et al, 2000).

Geological Aspects

At the Cantarell reservoir, the Upper Cretaceous Tertiary brechia is considered as the unit of greatest interest as far as oil is concerned, it is extensively dolomitized and the deposition environment is outer slope towards the Yucatan carbonate shelf. The Cretaceous is made up of carbonate rocks whose origin is associated to halo chemical origin of the platform. It is mostly represented by bioclastic wackestones. The presence of fractures is associated to rock dolomitization. The Jurassic rocks are shale, limestone, dolomitized limestone and dolomites (Upper Part). the Lower Portion are evaporates and clastic rocks (Martinez, 1999). On the other hand, Santiago et al (1984) consider that the shaly rocks come from the Tertiary reservoir.

Methodology

A multiple variable analysis was performed in order to obtain the correlation matrix on the ensembles or sets. The first one, was made up of well logs and the second produced by means of synthetic traces generated by way of the successive random summation, wavelets and Fourier. Later on, a geostatistical analysis was performed to determine whether the traces are steady state or no steady state regarding the application of variograms to random processes.

Another type of multiple analysis by means of the dendrogram (Davis, J. C. 1973) was applied to obtain the correlation of well logs calculated out each pair from the 14 field logs and observe the degree of similarity or correlation between them.

Later on an analysis of the main components, of the previous ensemble or set was performed. (Davis, J. C. 1973) in order to find out which among the logs have the greatest cumulative weight and infer, statistically which are the most important logs in the area to be assessed.

The aforementioned procedure leads us to discern among of all of the ensemble logs which ones have the greatest weight in the resolution of the petrophysical properties of the reservoir under assessment.

Results

Generation of fractal traces

A set of 14 fractal traces was generated having the same fractal size $D = 1.673$ ($H = 0.327$) measuring 790 data each by means of mathematical methods: (a) Successive random summation, (b) Wavelets and (c) Fourier, using BENOT (Sefens, 1999). The above mentioned fractal dimension is obtained for the neutron porosity log in the Brecha and was chosen as a reference parameter.

Fractal analysis of the Synthetic traces trace Variogram

Fractal analysis of the Synthetic traces trace variogram was carried out with the method used to obtain the estimation of the Hurst exponent and the fractal dimension by mean of the variograms, using the BENOT (Sefens, 1999) commercial software (Figure 1). In the case DV (random1) = 1.618; Dv (fourier)=1.742; and Dv(wavelets 1) = 1.7786. The Hurst exponents are. 0.382, 0.258 AND 0.214 respectively, all of them are less than $H < 0.5$, the fractal traces are interpreted as sub diffusive.

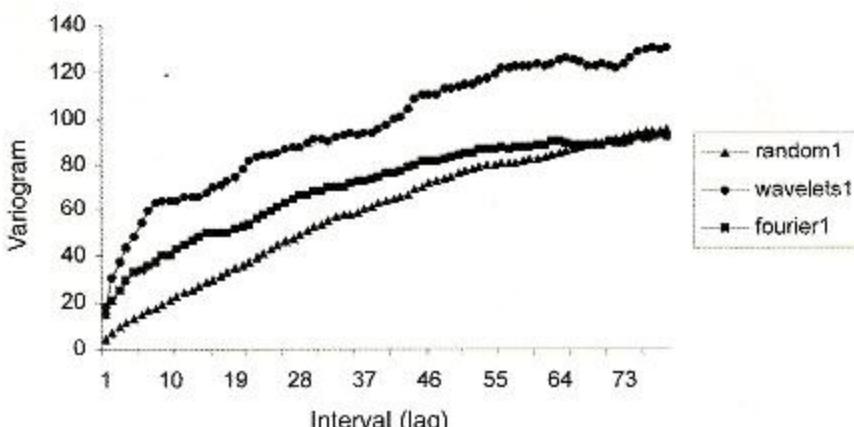


Figure 1: Fractale Trace Variograms. Generated by random methods, wavelets and Fourier.

Well logs

Analysis of the 14 well logs by mean of dendograms establishes the multiple variable correlation between the pairs of logs, the largest correlation are the radio active logs (CGR-POTA) 94.40%, (GR-URAN) 89.85 % (POTA-THOR) 78.92% and the smallest correlation is (RHOB-LLD) 68.90% between the density and the resistivity log.

From the analysis of the main components from the well log set, it turns out that the first six logs (NPHI, RHOB, CGR, LLS, MSFL and CR) give 93 % out of the 14 logs, and if we add the SP log, the final total sum is 95.81%

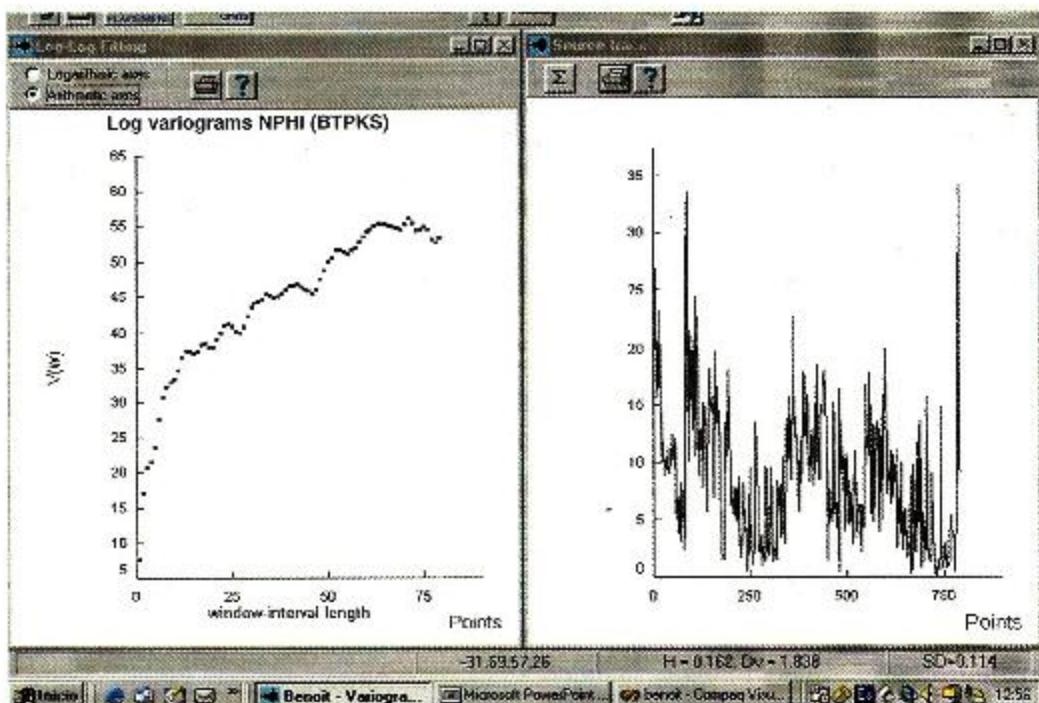
Well log variogram

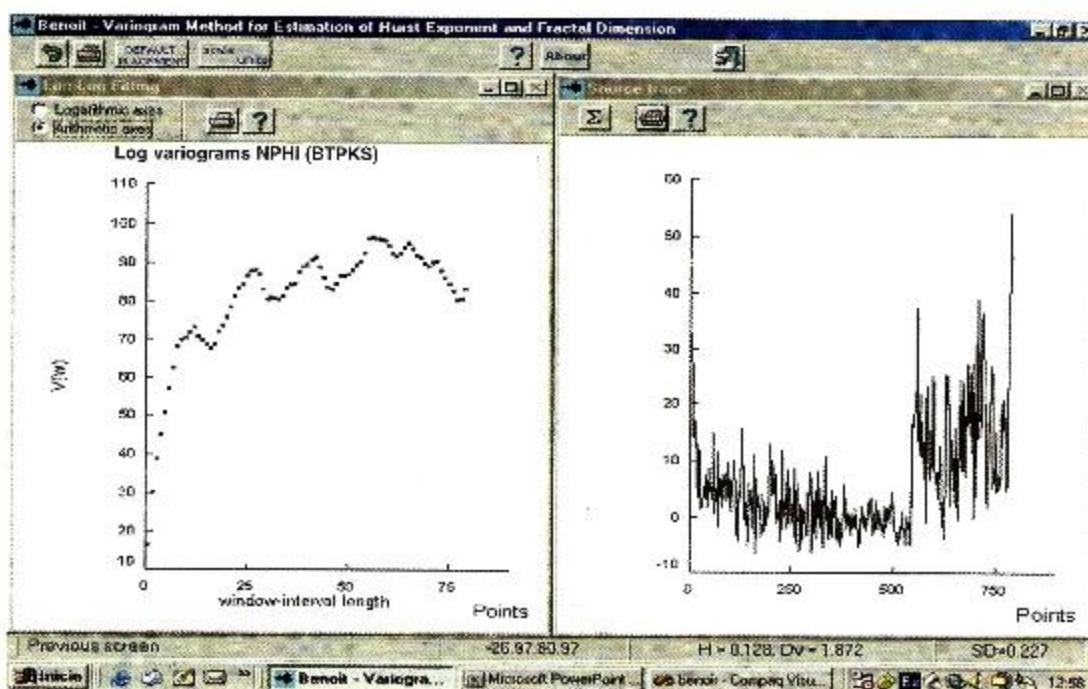
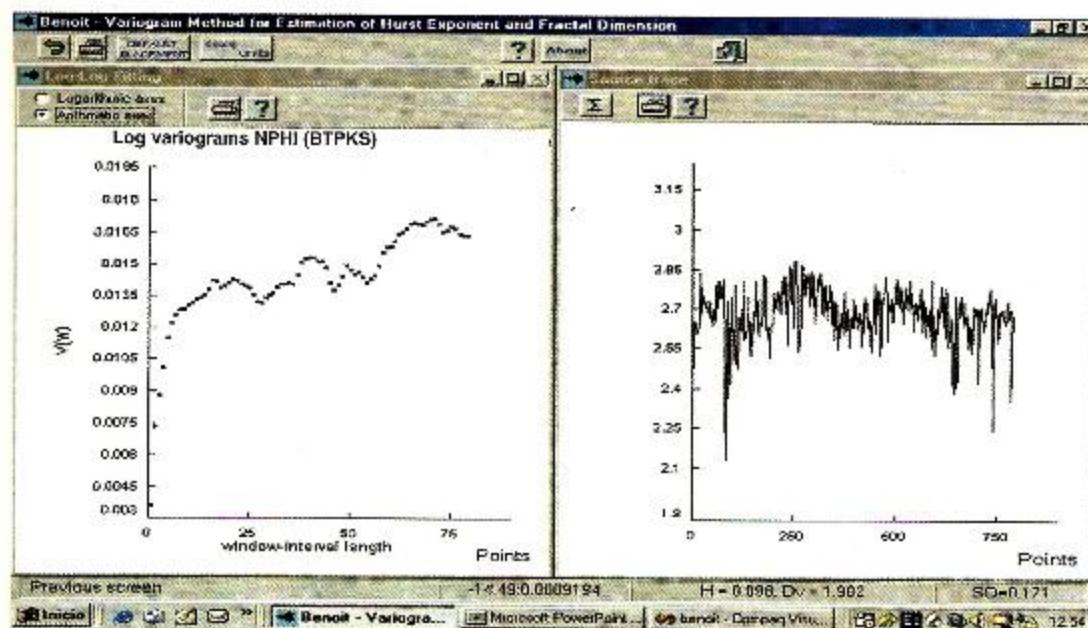
There are different models for matching variograms, among them some of the most used are the following: Linear, Gaussian, Spherical and Exponential (Chilès, J. P. & Delfiner, P., 1999). The GS+ (Gamma, 2004) commercial software allow us to calculate the right model for each log, its characteristic parameters and its intrinsic fractal dimension, based precisely on the variogram. Method. Analysis results are shown for the Upper Cretaceous Brecha. The following Table 2, refers to the Middle and Lower Cretaceous, Upper Jurassic, Upper Tithonian and Upper Kimeridgian Jurassic geologic units respectively .

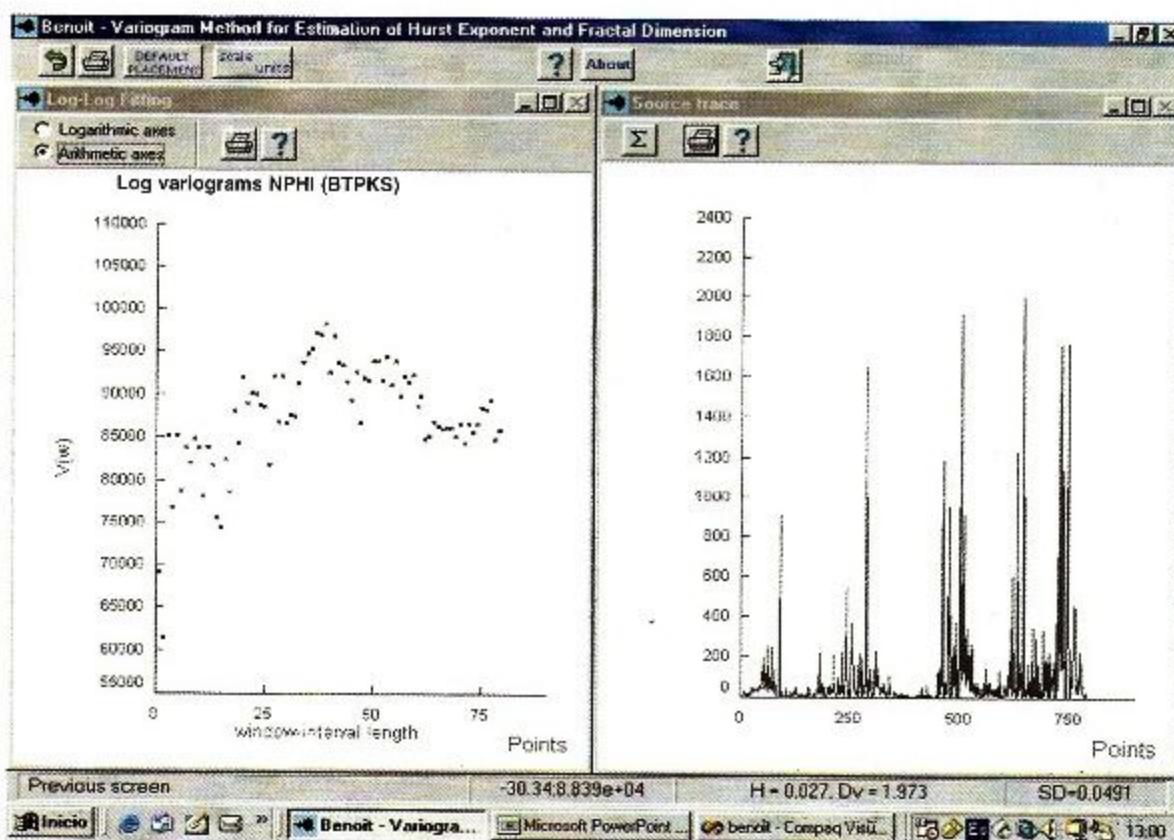
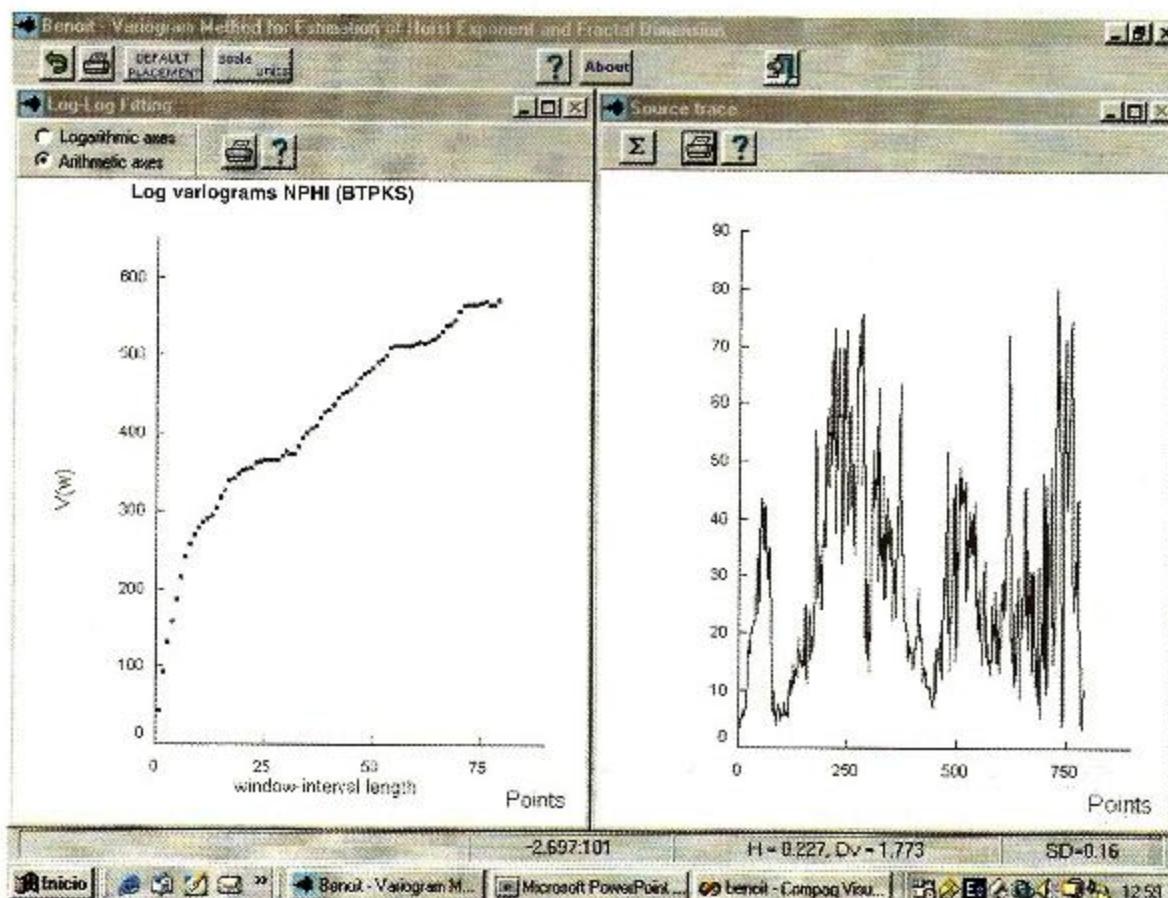
Registro	Modelo	Co	Co + C	Ao	r2	Dv	Hv	SD
NPHI	Exponencial	10.18	31.9	13.0	0.902	1.838	0.162	0.114
RHOB	Exponencial	7x10 ⁻⁴	0.008	3.10	0.311	1.902	0.098	0.171
CGR	Gaussiano	37.1	113.7	76.3	0.989	1.872	0.128	0.227
LLS	Esférico	102.1	314.5	35.1	0.720	1.773	0.227	0.16
MSFL	Esférico	200.0	43070	5.0	0.057	1.973	0.027	0.049
GR	Esférico	88.1	320.5	84.8	0.990	1.848	0.152	0.059
SP	Gaussiano	40.5	285.3	112.9	0.933	1.684	0.316	0.179
PEF	Exponencial	0.246	2.086	4.20	0.550	1.815	0.185	0.1558
POTA	Gaussiano	10 ⁻⁵	3x10 ⁻⁵	96.9	0.984			
THOR	Gaussiano	0.43	0.933	77.10	0.977			
URAN	Exponencial	0.488	2.992	55.10	0.980			
LLD	Exponencial	3.0x10 ⁵	6.7x10 ⁵	11.90	0.356	1.944	0.056	0.0696

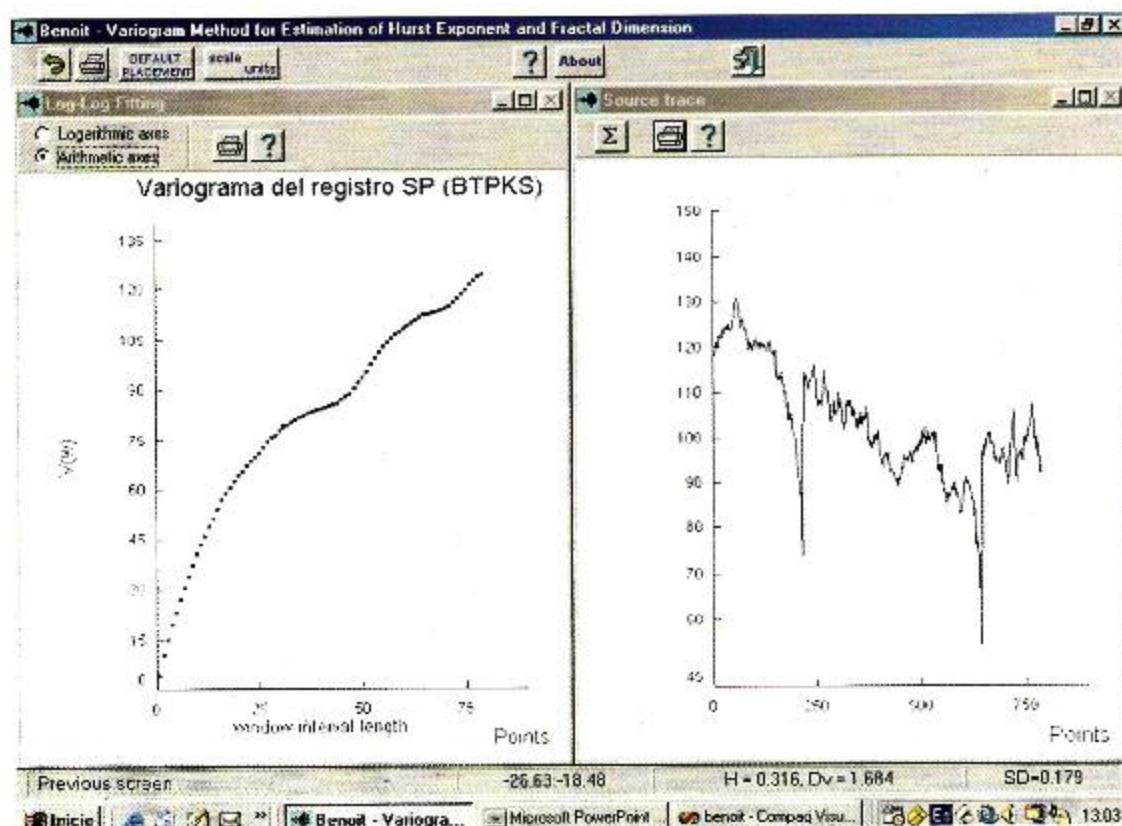
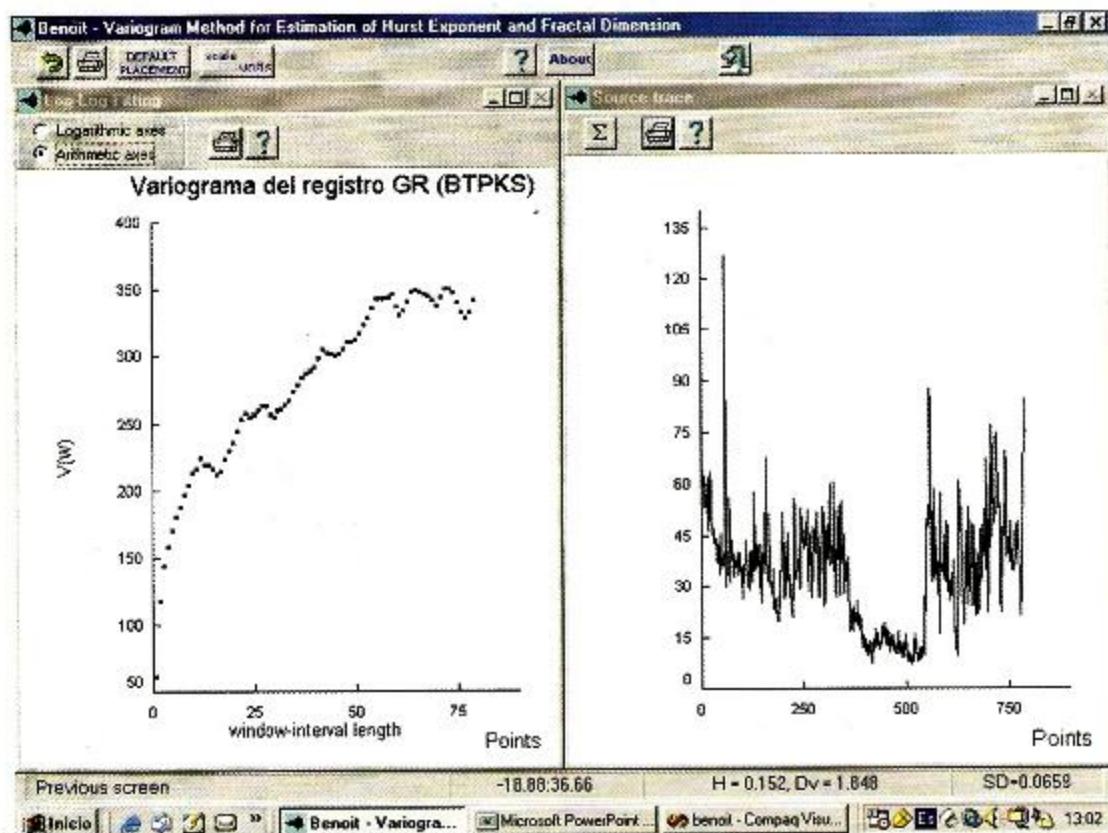
Table 2. Variogram models (software GS+) and fractal dimension (variable method BENOTT), for the next Brocha wells (BTPKS)

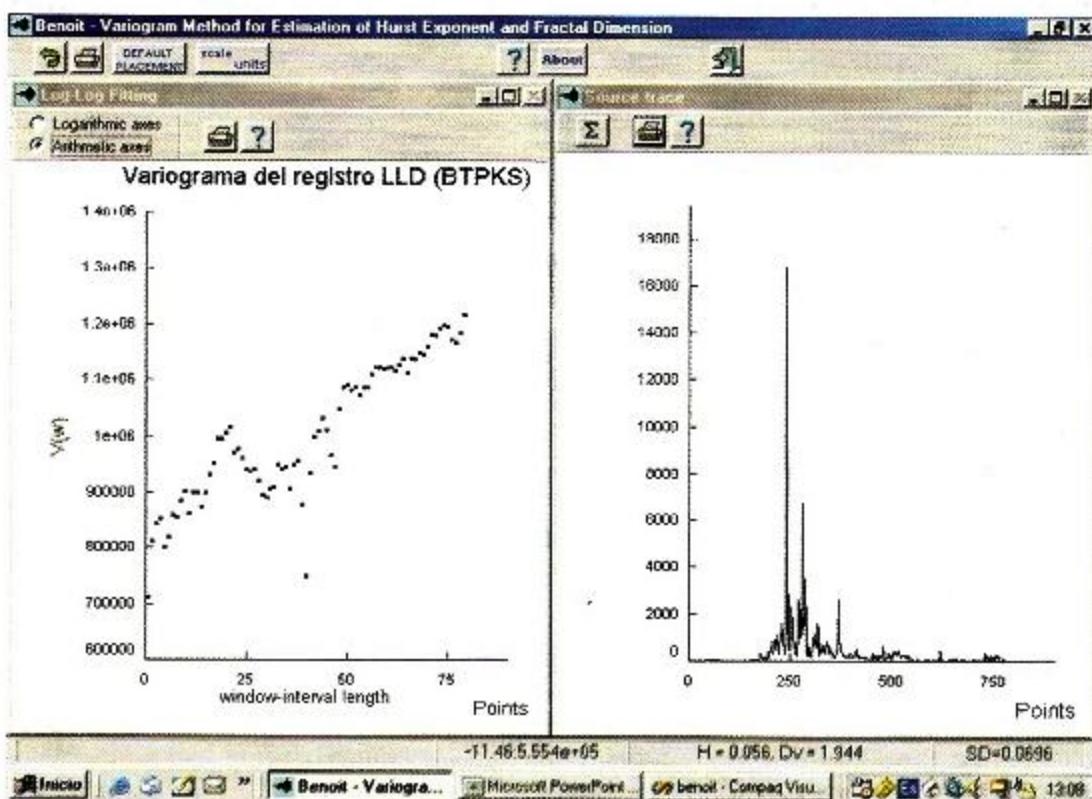
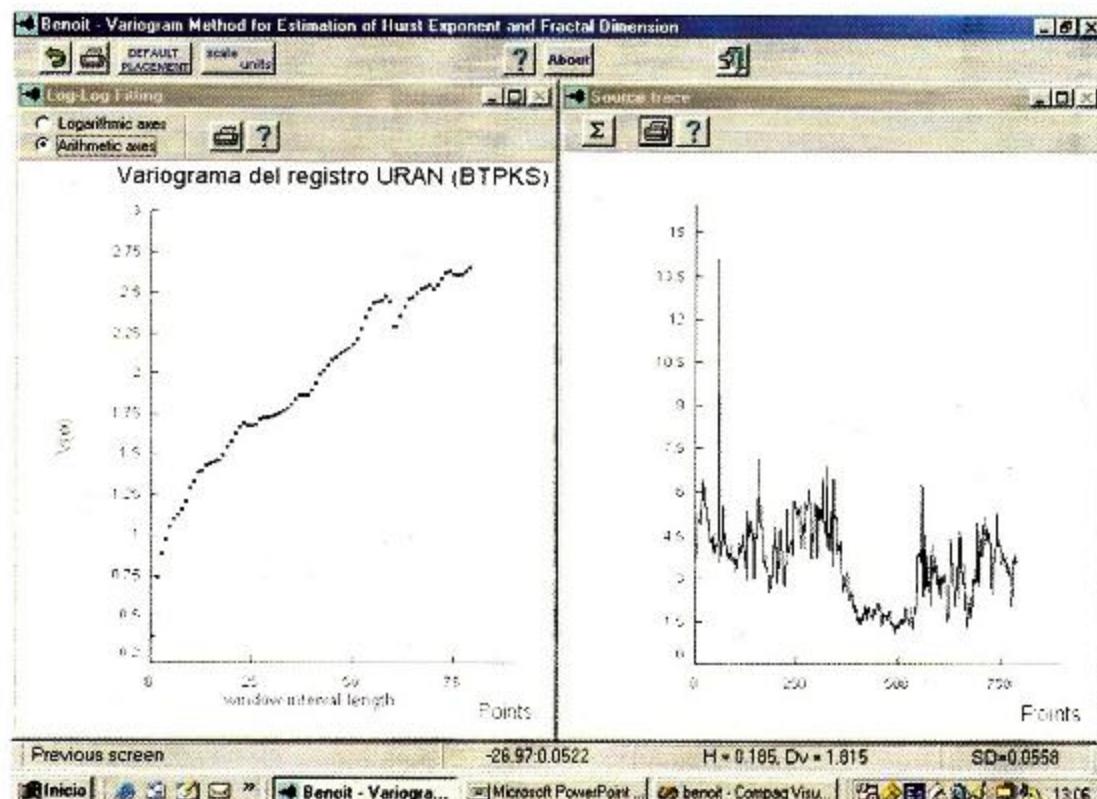
The Cantarell reservoir well logs were estimated by means of variograms fractal parameters and various types of other logs used: NPHI, RHOB, CGR, LLS, MSFL, CGR, SP, URA and LLD. By having the variograms from all the field logs the second order steady state condition or moment is guaranteed (wss). The average value of the Hurst (H), is less than ($H < 0.5$) This shows that the logs behave in accordance with a subdiffusive, the range values are the minimum 0.098 associated to the density log (RHOB), the maximum 0.316 for spontaneous potential (SP) and the average log value is 0.161, very close to the porosity value (NPHI) of 0.162, it is thus inferred that porosity is one of the main reservoir petrophysical properties.











Conclusions

1. The Hurst (H) exponents from the three synthetic traces through successive random summations give a value of 0.382, by means of Fourier series 0.259 and wavelets 0.214 in all cases the Hurst exponent values are less than $H < 0.5$. From the afore mentioned it may be interpreted that the fractile synthetic show subdiffusion. In the case of well logs the variogram is available and assures the second order steady state condition, the average value from all the well logs is also less than $H < 0.5$, this is also interpreted as a subdiffusive system.
2. The well log correlation of the wells show a greater correlation using the Dendrogram multiple variable technique, and having the following percentages of pairs of correlations; (CGR-POTA) 94%, (GR-URAN) 89.8%, (POTA-THOR) 78.9%, and (RHOP-LLD) 68.9%, may lead us to interpret that the natural radioactivity logs are associated to rock porosity and the density (RHOP) and electric logs (DLL) suggest that the rock density is associated to the fluid contents of the producing rock.
3. Finally, by performing the multiple variable analysis of the main components from the well log set it is statistically inferred that the six well logs (NPHI, RHOP, CGR, LLS, MSFL and GR) contain 93% of the total weight out of the fourteen well analyzed.

Nomenclature

$\mu(t) = E\{X_t\}$	Media:
$\sigma^2(t) = \text{Var}(X_t)$	Varance:
$C(s,r) = \text{Cov}(X_s, X_r)$	Covariance
$\rho(k) = \text{Cor}(X_{t+k}, X_t)$	Correlation
$\gamma(k) = 1/2 \text{Var}[Z(X_i) - Z(X_i + k)]$	Semi-Variograma

Bibliography

- Anderson, T.W., 1971. The statistical analysis of time series. Ed. John Wiley. New York. 15 p.
- Bendat, J.S. & Piersol, A.G., 1958. Measurement and analysis of random data. Ed. John Wiley & Sons, Inc. 260 p.
- BENOIT, 1999. Benoit Fractal Analysis Systems. Version 1.2. Trusoft International Inc. <http://www.trusoft-international.com>
- Chilès, J.-P., & Delfiner, P., 1999. Geostatistics. Modeling Spatial Uncertainty. John Wiley & Sons, Inc. Wiley Series in Probability and Statistics.
- Davis J.C., 1973., Statistics and data analysis in Geology. Ed. John Wiley and Son, N.Y., 230 p.
- Flores Ruiz, J.H., 1997. Cortical structure in central Mexico derived from the analysis of regional gravity anomalies. PHD Thesis Instituto de Geofísica , UNAM, 150 p
- Flores Ruiz, J.H., Marines Campos R., Hernandez Quintero J.E., Campos Enriquez J.O., and Urrutia Fucugauchi J., 2000. Geostatistical assessment of the magnetic stations network in Mexico, Rev. Geofísica del IPGH., No.52-53.,p. 107-122
- Flores Ruiz, J.H., Mejía Ramírez A., Urrutia Fucugauchi J., Hernández Quintero J.E., and Domínguez Zacarías G., 2004., Geostatistical Model for total petroleum hydrocarbons (TPH) in Santa Alejandrina porous media, Veracruz (México), Neuchatel, Switzerland 13-15 October Gamma statistics, 2004. <http://www.gammadesign.com>)
- Martinez R., 1999. Study on fluid inclusions in dolomite associated to hydrocarbon's emplacement Southern part of Cantarell field, Campeche offshore area. Ms. Thesis.,Postgraduate in Earth Sciences, UNAM.,90 p
- Matheron, G., 1965. Regional variables and their estimation., Ecole de Mines de Paris. Centre de la Geostatistique, p. 305..
- Matheron, G., 1971. La théorie des fonctions aléatoires intrinseqües généralisées. Ecole de Mines de Paris. Centre de la Géostatistique. p. 211.
- Papoulis, A., 1965. Probability, Random Variables, and Stochastic Processes. McGraw-Hill Book Company. N.Y. 583 p.
- R A language and environment for statistical computing, R Development Core Team, R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2004, <http://www.R-project.org>
- Santiago. J., Carrillo Bravo, J. Y. Martell-Andrade, B., 1984. Petroleum Geology of Mexico . In Mexican Formation Evaluation. published by Schlumberger
- Seffens, 1999. Order from chaos. Techsighting software. Science. 285, 5431, 1228.
- Tran, T.T., 1994. Improving variogram reproduction on dense simulation grids. Computers and Geosciences., v.20, N. 7/8, p. 1161-1168.

Secondary Recovery at Agua Fria Field, Chicontepec by Means of the finite Element Model

¹ Flores Ruiz J. H., ² Urrutia Fucugauchi J., ¹Balcázar García M.,
³ Hernández. Avila L., ³Marines Campos R., ¹Peña García P.
y ²Juárez Sánchez F.

J. Hernán Flores Ruiz

Summary

The origin of the Chicontepec Paleocanal took place and the end of the Paleocene and the beginning of the Eocene, due to the erosion of Paleocene, Cretaceous and Jurassic sediments caused by submarine currents. Later on, the Paleocanal was filled alternatively by shally and sandy sediments, covering an area approximately 1.23 km in length by 25 km in width. This gave rise to the formation of stratigraphic traps located at depths ranging from 800 m in the North, up to 2500 m. in the area close to Tecolutla, with a net thickness ranging from a few centimeters to 400m in the producing formations, due to the paleocanal 993 dimensions there is a wide variation in rock properties and reservoir fluids, oil density varies from 18o in the Southwest to 49o API in the North. The dominant drive mechanism is by gas in solution.

¹ Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares, ININ.

² Instituto de Geofísica, UNAM.

³ Instituto Mexicano del Petróleo, IMP.

The Agua Fria field corresponds to a turbidite, outer neritic and bathyal environment marine sedimentary sequence, deposited as lobes and submarine fans dating from the Paleocene and Lower Early Eocene, which in some places are more than 1700 m. thick. The source rock shows Upper Jurassic shally and carbonate facies (Santiago, Taman and Pimienta Formations). The storage rocks corresponds to sandstones varying from middle to fine grain with porosities which average about 12%.

The secondary recovery model by water flooding is performed by applying variation methods and applying Galerkin, in two dimensions for two phase flow (wetting and non wetting), in the porous medium, considering the capillary and gravity forces.

The horizontal section of the reservoir has the following dimensions: 250 x 250 x 5m, and a pore volume of 3.750 m³. Porosity is 12% and absolute permeability of 2.0 Darcys.

$\rho_{ac} = 800 \text{ Kg/m}^3$, $\rho_{ag} = 1000 \text{ Kg/m}^3$, $\mu_{ac} = 1 \text{ centipoises}$ y $\mu_{ag} = 1 \text{ centipoises}$ are the viscosity and density values for water and oil respectively.

Simulation in the first case is 12 days with a pore volume (1.34% V.P.) and in the second case, 150 days (16.06% V.P) the pore volume ratio ranges from one to 12 times..

The oil recovered for the first example is 1629.40 m³ and in the second case was of 15645.60 m³ with a secondary recovery relationship ranging from 1 to 9.6 respectively.

Introduction

In the oil industry the flow of fluids through the porous medium is performed by means of non linear partial equations which are commonly solved by way of finite differences.

The use of variation methods (Cavendish et al, 1969, Douglas and DuPont, 1970; Michel and Thomas, 1973) like the Galerkin method to solve this equations, offer a potential advantage with a high degree of accuracy, however, they do have their limitations, such as considerable computer and programming work, as compared to the finite schemes.

Simulations are done in two dimensions within a flow model with two non miscible faces. This method is based on the Galerkin model for non compressible systems, in which capillarity and gravity effects are considered. Spatial discretization is obtained by means of triangular finite elements analytically expressed, whereas, time integration is done by way of finite differences using the Crank-Nikolson method.

The program may be used to simulate the displacement process between two non miscible fluids in a porous media, in particular water flooding is simulated in flat geometries

For reservoir simulation models with variations there are some classical publications (Young, 1981); Lewis and Whites, 1978; Lewis et al, 1975, Neuman and Narashimaha, 1977; Spivak et al, 1977). It is generally known that methods with variations may be justified implementing this technique by way of the Galerkin method, in two dimension for two phase flow (wetted and non wetted), in the porous medium. Capillary and gravity forces are considered in this paper.

The program solves the oil potential for the non wetted phase and the wetted phase for the saturation in the fluid domain. Spatial discretization is obtained using linear finite elements by means of triangles. (Connors and Brebbia, 1976), whereas, the finite difference schemes are used to discretize time. Discretization in space and time of partial differential non linear equations, which simulate the physical system by means of quasilinear algebraic equations must be solved by trial and error. The use of triangular finite elements allows the integration obtained by the Galerkin method expressed in closed fashion.

The formulation is written in notation by indices whereas the amounts for one single index, are represented by a vector, and the amounts for two indices are second order or tensor matrix components. The following expression is equal to:

X₁, X₂, X₃ and even more so by X_i.

Physical Model

The mass balance equations for the wetting and non wetting phases, are indicated respectively by the "w" and "o" sub indices are expressed by (Paceman, 1977; Azis and Settari, 1979):

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_i} (hK_w/\mu_w K_{ij}) & \quad \frac{\partial \Psi_w}{\partial x_j} - hq_w^* - \frac{\partial}{\partial t}(h\phi S_w) \\ \frac{\partial}{\partial x_i} (hK_o/\mu_o K_{ij}) & \quad \frac{\partial \Psi_o}{\partial x_j} - hq_o^* - \frac{\partial}{\partial t}(h\phi S_o) \end{aligned} \quad (1)$$

Where Ψ_w y Ψ_o they are respectively the wetted phase (usually water) and the non wetted phase (usually oil), potential velocity is defined as

$$\begin{aligned} \Psi_w &= P_w + p_w g D \\ \Psi_o &= P_o + p_o g D \end{aligned} \quad (2)$$

Where S_o , S_w , P_o , P_w , p_o , p_w , μ_o y μ_w indicate respectively, saturations, pressures, densities and viscosities of the two phases. The q_o^* , q_w^* are the fluids at the source point and the pit (the fluids leaving the system are positive). Where K_{ij} is a positive defined tensor with absolute permeabilities in the porous medium, porosity is ϕ , where as K_o , K_w are the relative permeabilities of the two phases, which are saturation and porous medium functions ($0 \leq K_o \leq 1$, $0 \leq K_w \leq 1$), h is the finite element thickness, D is the elevation measured from a given plane, and g is the gravity constant.

To complete the model formulation, the continuity equation for the saturations is:

$$S_o + S_w = 1 \quad (3)$$

And the capillary pressure:

$$P_c = P_o - P_w = P_c(S_w) \quad (4)$$

Initial conditions and the model boundaries are required

Using equations (2), (3), and (4) it is possible to express the equation (1) as functions of Ψ_o and S_w in the following manner:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_i} [h\lambda_w K_{ij} (\partial \Psi_o / \partial x_j + d \partial D / \partial x_j - P_c \partial S_w / \partial x_j)] - hq_w^* - h\phi \partial S_w / \partial t &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial x_i} (h\lambda_o K_{ij} \partial \Psi_o / \partial x_j) - hq_o^* - h\phi \partial S_o / \partial t &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Wheas:

$$\lambda_w = Kr_w/\mu_w, \lambda_o = hKr_o/\mu_o$$

$$d = g(p_w - p_o), P_c = \partial P_c / \partial S_w$$

The solution of the partial differential non linear set of equations (5) describes the physical system to be simulated based on the Galerkin finite element method (Connor and Brebia, 1976; Douglas and Dupond, 1970). Through this method the differential partial equations (5) are transformed into integral equations in an approximate manner. These equations are solved by using the finite element method. In this approximation the dependant variables Ψ_o and S_w Approximately continuous by segments by using polynomials (interpolation of functions) and the problem is reduced to the determination of the coefficients of these polynomials.

Finete Element Model

The linear approximation of the amounts Ψ_o , S_w , λ_o , λ_w , P_c , h and D in each element is assumed and by applying the orthogonality condition (Mikhilin, 1964), the residual is obtained through linear substitution, approximating the equation variables (5) and applying and approximate tolerance (Neuman, 1973); Lewis and Roberts, 1984) for the water saturation derivative with respect to time, the following set of differential quasilinear equations is obtained (Gottardi and Mesini, 1984) with an $n, m = n, p, q$.

$$A^e_{nm} \Psi_{om} + B^e_{nm} S_{wm} + C^e_{nm} S_{wn} = Q^e_{wn} + D^e_n \quad (6)$$

$$H^e_{nm} \Psi_{om} - C^e_{nm} S_{wm} = Q^e_{on}$$

Where the n, p, q subindices are the corners of each triangular element.

The equations (6), A^e_{nm} y H^e_{nm} are the conductance matrices, B^e_{nm} s a symmetrical matrix of capillary force, C^e_{nm} s a diagonal storage matrix,, Q^e_{wn} and Q^e_{on} are the force vectors. Whereas the D^e_n vector quantifies the gravity effect.

The elemental matrix structure of the equations (6) represents a horizontal two dimension area (plano x_1, x_2) that is to say:

$$A^e_{nm} = \int h_k N^e_k \lambda_{wl} N^e_l K_{ij} \partial N^e_m / \partial x_j \partial N^e_n / \partial x_i d\Omega \quad (7)$$

$$B^e_{nm} = - \int h_k N^e_k \lambda_{wl} N^e_l K_{ij} f_t N^e_t \partial N^e_m / \partial x_j \partial N^e_n / \partial x_i d\Omega \quad (8)$$

$$C^e_{nm} = \int \phi h_k N^e_k N^e_n d\Omega \quad (9)$$

$$D^e_n = - \int h_k N^e_k \lambda_{wl} N^e_l K_{ij} dD_t \partial N^e_t / \partial x_j \partial N^e_{4n} / \partial x_i d\Omega \quad (10)$$

$$H^e_{nm} = \int h_k N^e_k \lambda_{ol} N^e_l K_{ij} \partial N^e_m / \partial x_j \partial N^e_n / \partial x_i d\Omega \quad (11)$$

$$Q_{wn}^e = \int h_k N_{nk}^e q_w^* N_{nn}^e d\Omega - \int h_k N_{nk}^e q_w^* N_{nn}^e d\Gamma \quad (12)$$

$$Q_{on}^e = \int h_k N_{nk}^e q_o^* N_{nn}^e d\Omega - \int h_k N_{nk}^e q_o^* N_{nn}^e d\Gamma \quad (13)$$

For the bidirectional geometry of the cross section, the D elevation is measured in direction (in particular $D = x_3$) and the measured thickness in the x_2 , which is $h=h(x_1, x_3)$. Therefore, the elemental structure of the matrices is formally the same as their horizontal location, with the exception of the D_n , the structure is:

$$D_n^e = - \int h_k N_{nk}^e \lambda_{wk} N_{nl}^e K_{lj} d \partial x_3 / \partial x_j \partial N_{nl}^e / \partial x_j d\Omega \quad (14)$$

The formulation for elemental triangle area (Ω^e), λ_{wk} , λ_{ok} , f_k , D_k y h_k indicates the respective values for the k node ($k = n, p, q$) of each triangular element of the mobility for the wetted and non wetted phases, of the capillary pressure derivative, by the datum elevation and by the thickness.

The q_o^* y q_w^* indicates the type of specific flow over the Γ^e boundary of the finite element, through which it flows according to the suffix.

To integrate into the time the set of algebraic partial equations, which is the result from the contributions of the elements (assembled), where the flow region was subdivided and the time domain is discretized within a finite interval sequence and the time derivatives are replaced with finite differences.

Good results have been obtained by using the Crank-Nicolson (Rosemberg, 1969), for equation (6), giving as a result an algebraic quasi-linear equation's system where the sequences $\{\Psi_0\}^{k+1}$ and $\{S_w\}^{k+1}$ are not considered, and the solution is achieved by an efficient algorithm for all nodes. Due to the non linear of these equations, these results must be improved for every iteration process.

Porous Medium Data

A secondary recovery case is illustrated by means of water flooding with a computer simulation. The horizontal section is fourth fifths of a homogeneous hypothetic isotropic reservoir. The finite element network is a square (36 nodes and 25 elements) which have been used for the simulation; the dimensions are; 250x250x5m and a pore volume of (P:V:) de 93,750 m³. Rock porosity and absolute permeability are 0.3 (30%) and 2.0 Darcy respectively.

The $\rho_0 = 800$ kg/m³, $\rho_w = 1000$ kg/m³, $\mu_0 = 4$ centipoises y $\mu_w = 1$ centipoises centipoises are assumed values for water and oil densities and viscosities. These values are shown in the following tables 1 and 2:

Table 1. Relative permeability vs water saturation.

S_w	K_r^o	K_r^w
0.0	0.0000	1.0000
0.2	0.0000	0.9999
0.4	0.0000	0.9998
0.6	0.0000	0.9997
0.8	0.0000	0.9996
1.0	0.0000	0.9995
1.2	0.0000	0.9994
1.4	0.0000	0.9993
1.6	0.0000	0.9992
1.8	0.0000	0.9991
2.0	0.0000	0.9990
2.2	0.0000	0.9989
2.4	0.0000	0.9988
2.6	0.0000	0.9987
2.8	0.0000	0.9986
3.0	0.0000	0.9985
3.2	0.0000	0.9984
3.4	0.0000	0.9983
3.6	0.0000	0.9982
3.8	0.0000	0.9981
4.0	0.0000	0.9980
4.2	0.0000	0.9979
4.4	0.0000	0.9978
4.6	0.0000	0.9977
4.8	0.0000	0.9976
5.0	0.0000	0.9975
5.2	0.0000	0.9974
5.4	0.0000	0.9973
5.6	0.0000	0.9972
5.8	0.0000	0.9971
6.0	0.0000	0.9970
6.2	0.0000	0.9969
6.4	0.0000	0.9968
6.6	0.0000	0.9967
6.8	0.0000	0.9966
7.0	0.0000	0.9965
7.2	0.0000	0.9964
7.4	0.0000	0.9963
7.6	0.0000	0.9962
7.8	0.0000	0.9961
8.0	0.0000	0.9960
8.2	0.0000	0.9959
8.4	0.0000	0.9958
8.6	0.0000	0.9957
8.8	0.0000	0.9956
9.0	0.0000	0.9955
9.2	0.0000	0.9954
9.4	0.0000	0.9953
9.6	0.0000	0.9952
9.8	0.0000	0.9951
10.0	0.0000	0.9950

Table 2. Capillary pressure vs water saturation

S_w	Kr_o	Kr_w
0.20	0.00	0.60
0.25	0.02	0.47
0.30	0.04	0.38
0.35	0.07	0.31
0.40	0.09	0.25
0.45	0.13	0.18
0.50	0.17	0.13
0.55	0.22	0.09
0.60	0.28	0.05
0.65	0.35	0.02
0.70	0.45	0.00

S_w	P_c [kPa]
0.200	10.0
0.225	8.3
0.250	7.1
0.300	5.8
0.350	4.9
0.400	4.2
0.500	3.3
0.650	2.5
0.800	2.0
0.900	1.4
0.950	1.0
0.975	0.5
1.000	0.0

With a water flow of 100 m³ per day (equivalent to 2.7 % P.V. for a single block) in well injection, whereas the producer well conditions are: $\Psi_0 = \text{constant} = 19.5$ Mpa.

Porous Medium Simulation

The values of Ψ_0 and S_w values in time, corresponds to a water flood of 1.34 and 16.06% of the pore volume (P.V.) are shown, whereas figures 1,2,3, and 4 are contour line maps for water saturation and oil potential maps are graphically represented on the plane.

Figures 5 an 6 are 3D representations, point A indicates the injection well and B is the producer, the advance of the water front and the oil displacement, 7 and 8 can be seen respectively.

Results

The four bidirectional two phase simulation examples for water injection at point A and point B which is oil producing, are shown. The water front advance can be seen in figures (1,3, 5 and 6) and the oil displacement in figures (2 , 4). The size of the simulated reservoir is 250m in the "X" direction and of 250 m in the "Y" direction, with a thickness of five meters, with a pore volume of 93, 750 m³. Porosity is 0.3 (30%) and permeability is 2.0 Darcys. Discretization in the region is 36 nodes and 25 elements. Simulation of the first case is 12 days with a pore volume of (1.34% P.V.) for the second case the simulation is 150 days (16.06 P:V:) and the ratio between the two cases is of 12 to one times.

For example number one the cumulative volume after twelve days (1.34% P.V:) of water flooding is of 1260 m³ , water production is 3,44 m³ , and the oil produced is 1629.40m³ . For the other example, the cumulative volume after 150 days (16.06% P:V: of water flooding is of 15060 m³ , water production is 52.40 m³ and oil production is 15645 m³ .

In figure 1 water flooding was simulated at point A, with a saturation value of 70%, point B was a 20% saturation. The isolines of the water front advancing can be observed (1.34 % P:V:) within 12 days.

An oil distribution map is show (MPa), after water flooding (1.34% P:V:) the maximum value is 22.4 at point A, and the minimum is 19.2 and is located at point B after 12 days.

In figure 3, the distribution map for the water saturation front can be seen (16.06% P:V) with a 65% water saturation at point A and 15% at point B, after 150 days.

Figure 4 shows the oil distribution (MPa),after water flooding (16.06% P:V:), the maximum is 21.6 at point A and the minimum is 19.4 at point B, after 150 days.

Figures 5 and 6 are representations of the advancing front in oil relief surfaces for 12 days (1.34% and 150 days (16.01 P.V.) respectively.

Conclusions

- a) For the first example for the cumulative 12 days simulation, the conclusion is as follows: with a pore volume of (1.35% P:V), secondary recovery by means of water flooding applied at point A, (see figures 1 and 5) and oil displacement at point B, (see figures 2 and 7). With a water flood of 1260 m³ and an estimated oil production of 1629.40 m³.
- b) In the second example the cumulative simulation is for 150 days, with an associated pore volume of (16.01% P.V.) water injection at point A, see figures (3 and 6) and for oil displacement at point B see figures (4 and 8). Water injection is approximately 15060m³ and the approximate oil production is 15645.60 m³.
- c) Out of the 2 simulated examples the relationships between the two events in time may be inferred , this relationship or ratio is 12 to 1, in other words, the ratio of proportion of water injection between the first and second example is 1 to 12 and the oil production ratio is 9.6 times, between the first and the second examples



Bibliography

- Aziz, K and Settari, A., 1979., Petroleum reservoir simulation: Appl. Sci., London, 476 p.
- Cavendish J.C., Price H.S and Vargas R.S., 1969., Galerkin methods for the numerical solution of boundary value problems: Jour. Soc. Pet. Eng., v.9., p. 204-220.
- Connors J.J and Brebia C.A., 1976., Finite element techniques for fluid flow: Newnes-Butterworths, London 310 p.
- Douglas, J and Dupont, T., 1970, Galerkin methods for parabolic equations: SIAM Journal on Num. Analysis, v.7, N° 4., p.575-626.
- Gottardi G and Mesini, E., 1984., Aplicazione del metodo di Galerkin alla simulazione di giacimenti di idrocarburi: Inter. Rept. Mining Sci. Inst. Univ. Bologna. N° 84-15, 28p.
- Lewis R.W and Roberts P.M., 1984., The finite element method in porous media flow . Nijhoff Publishers, Dordrecht, p. 805-897.
- Lewis R.W and White L.R., 1978., A starting algorithm for the numerical simulation of two-phase problems: Intern. Jour. Num. Meth. Eng. v.12, p319-329.
- Lewis R.W and Werner E.A and Zienkiewicz O.C., 1975., The finite element approach to two-phase flow problems in porous media.s: John Wiley & Sons, v.2, chap. 9, p. 159-177.
- Micheal C.L and Thomas G.W., 1973., Reservoir simulation by Garlerkin's methods: Jour. Soc. Pet. Eng. v.13, p.125-138.
- Mikhin S.G., 1964., Variational methods in mathematical physics: Perg. Press, N. Y. 583 p.
- Neuman S. P., 1973., Galerkin approach to saturated-unsaturated flow in porous media, in Finite elements in fluids: John Wiley & Sons, London, v.1, p 201-217.
- Neuman S. P and Narashimhan T.N., 1977., Mixed explicit-implicit iterative finite element scheme for diffusion type problem I theory: Intern. Jour. Num. Meth. Eng. v.11, p.309-323.
- Peaceman D.W., 1977., Fundamentals of numerical reservoir simulation: Else., Ams. 176p.
- Rosemberg, D.U., 1969., Methods for numerical solution of partial differential equations: Elsevier, New.York., 129 p.
- Spivak,A., Price H.S and Settari., 1977., Solutions of the equations for multidimensional two-phase immiscible flow by variational methods: Jour. Soc. Pet. Eng. v.17, p27-41.
- Young L.C., 1981., A finite element methods for reservoir simulation: Jour. Soc. Pet. Eng. v.21, p. 115-128.

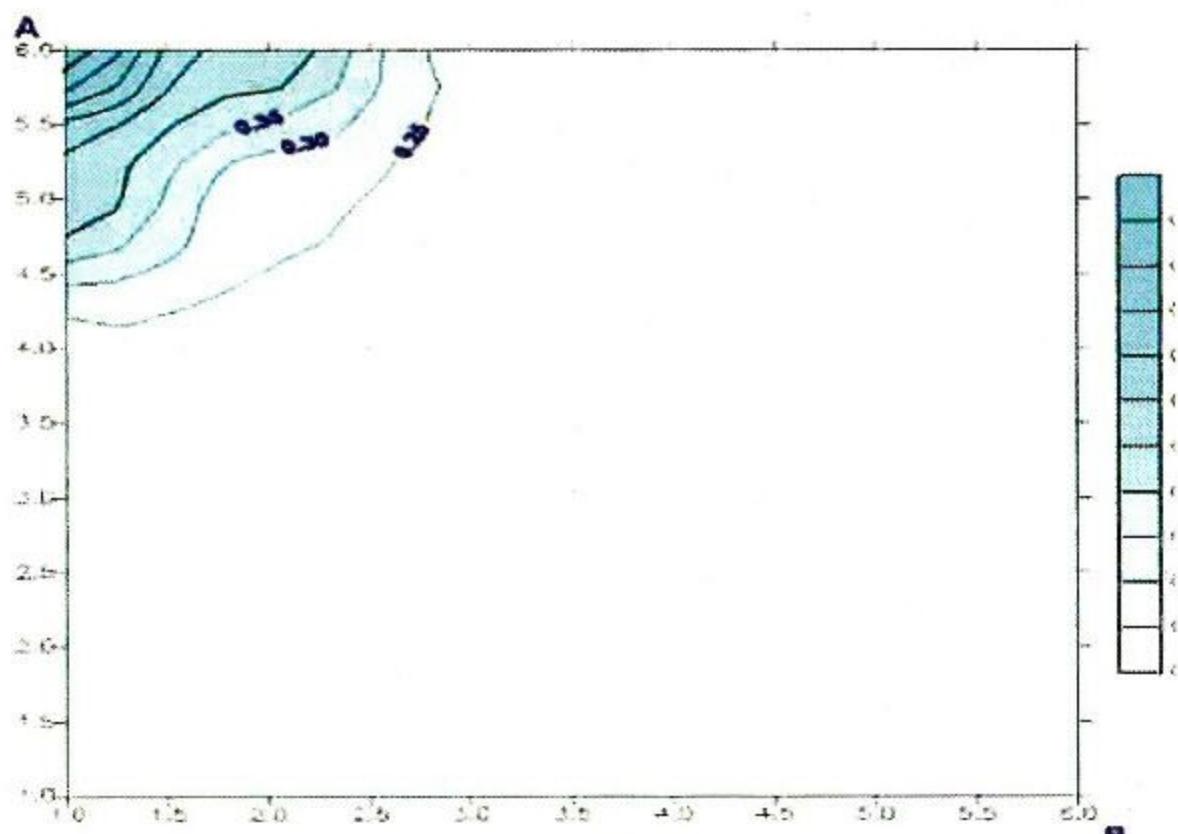


Fig 1. Water saturation Map (1.34% P.V., 12 días). A is the Injection point, B is the producer

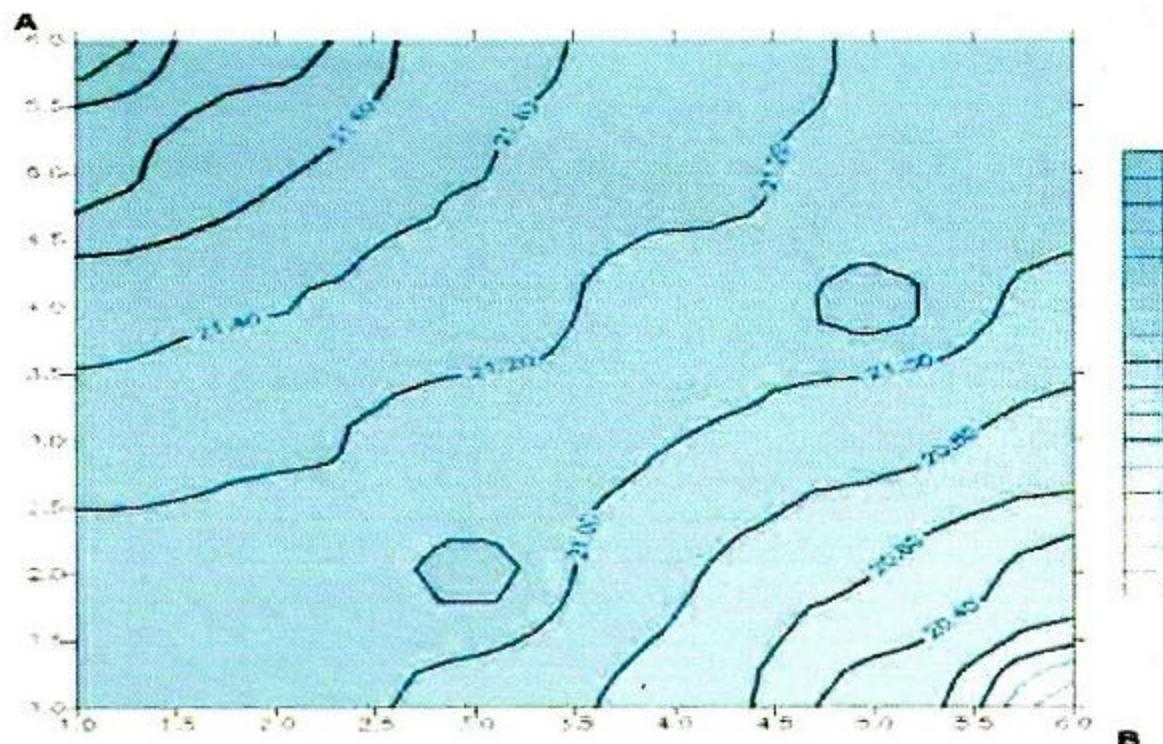


Fig 2. Oil distribution Map (1.34% P.V., 12 días). A is the Injection point, B is the producer

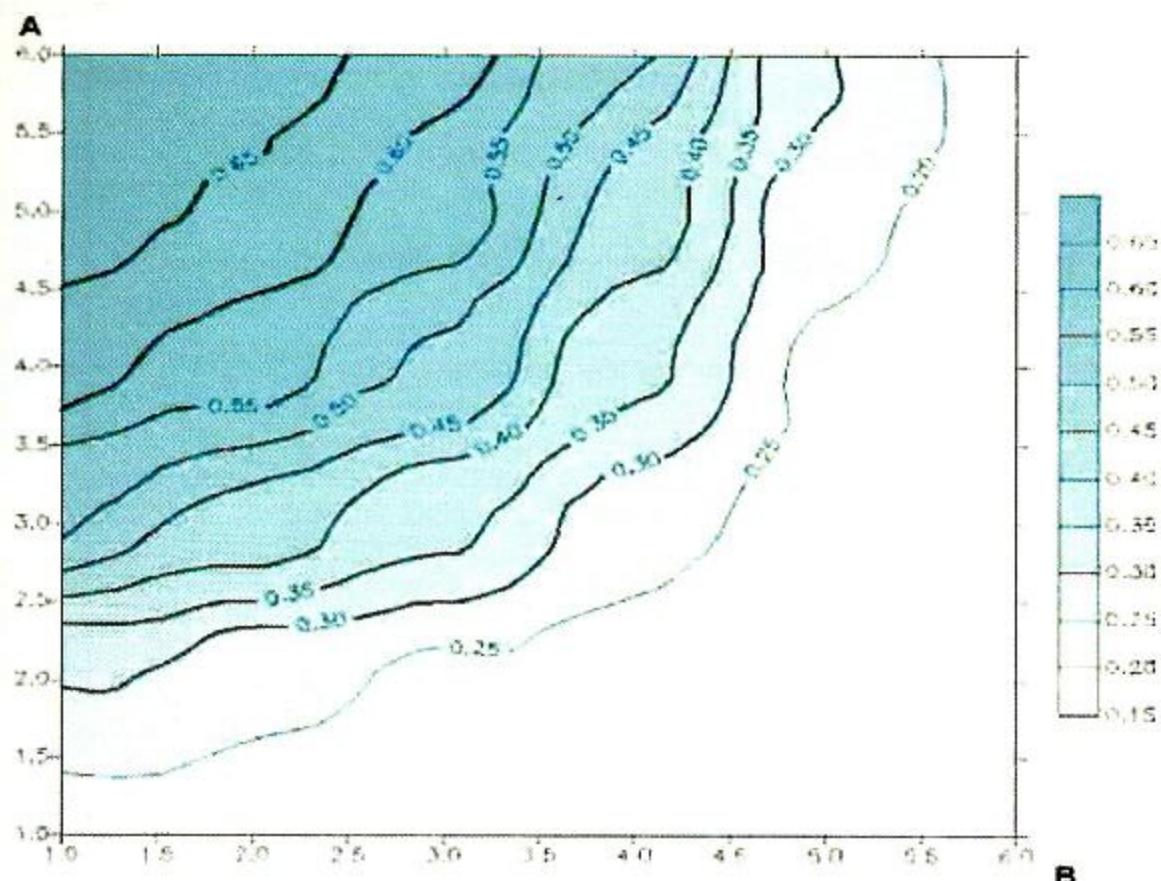


Fig 3. Water Saturation Map (16.06% P.V., 150 días). A is injection, B is the producer

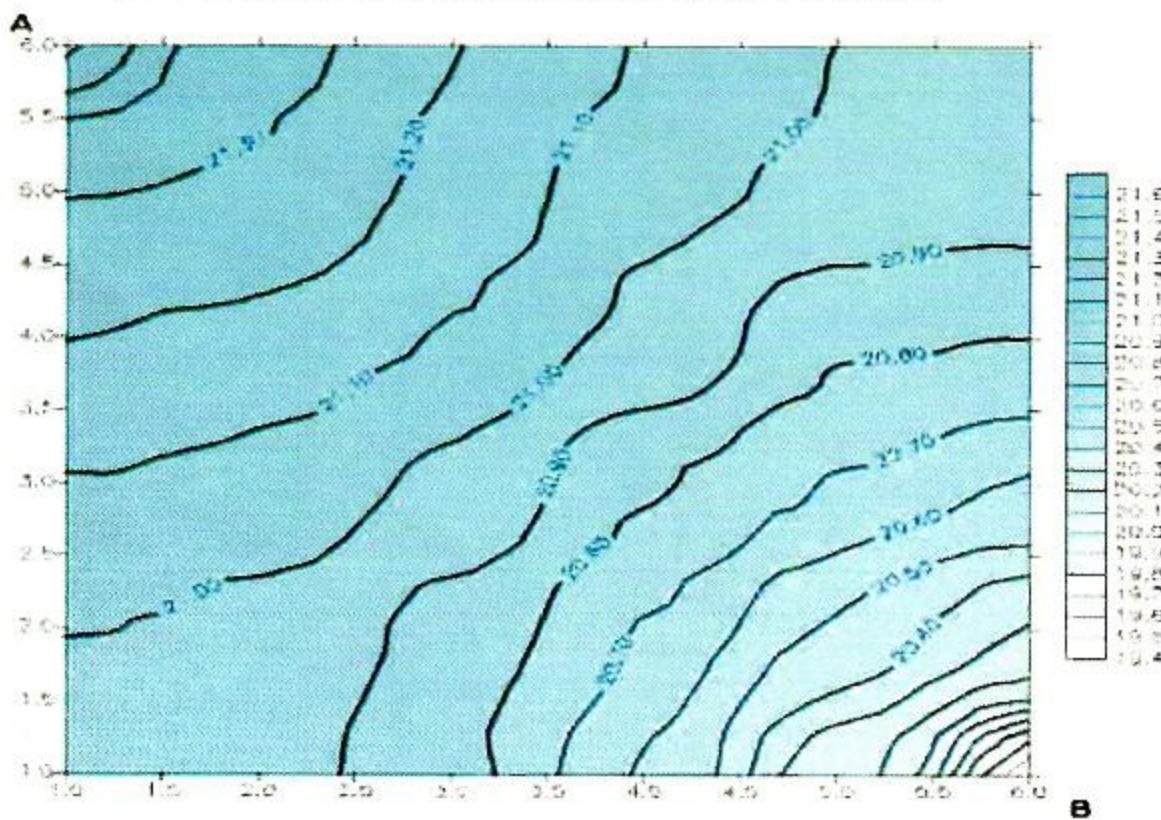


Fig 4. Oil distribution map (16.06% P.V., 150 días). A is injection, B is the producer

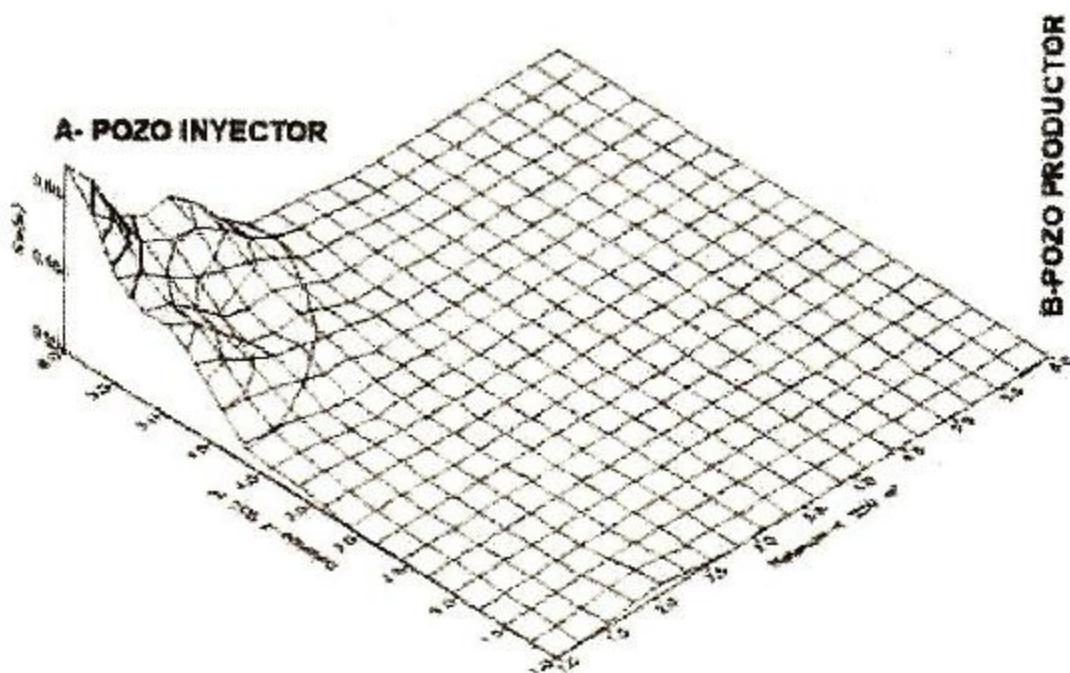


Fig 5. Water saturation surface (1.34% P.V.)

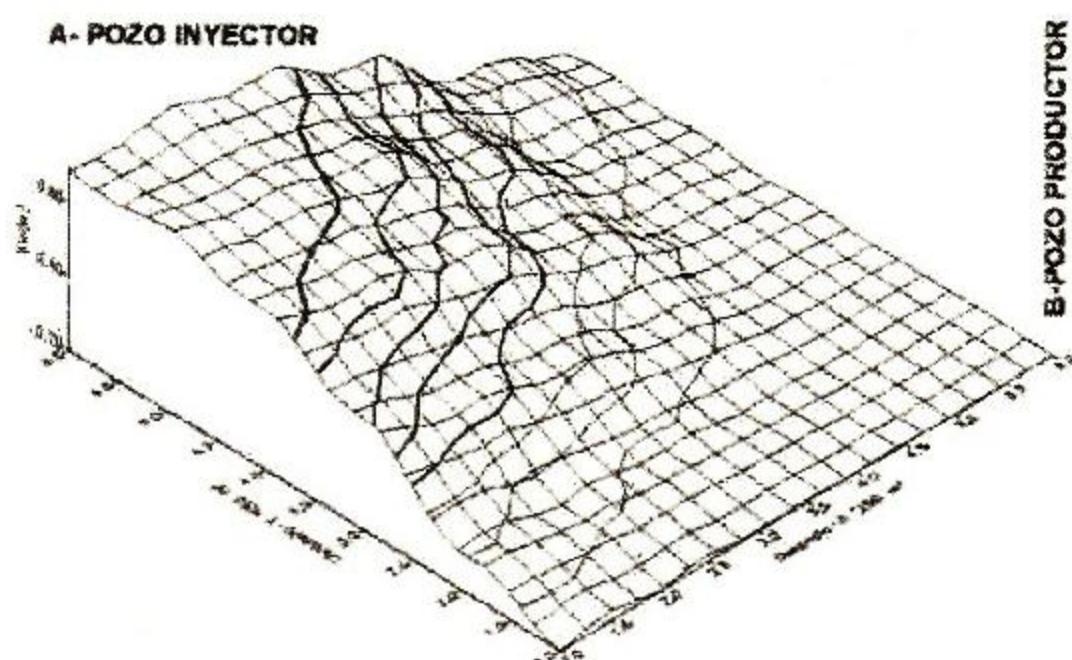


Fig 6. Water saturation surface (18.06% P.V.)

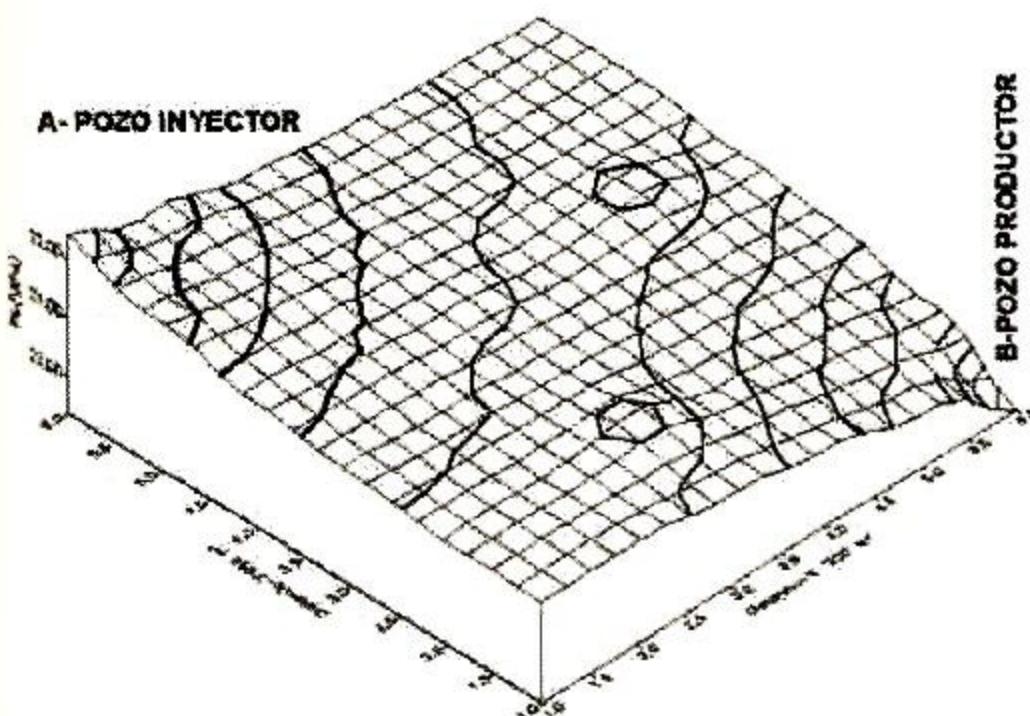


Fig 7. Oil surface (1.34% P.V.)

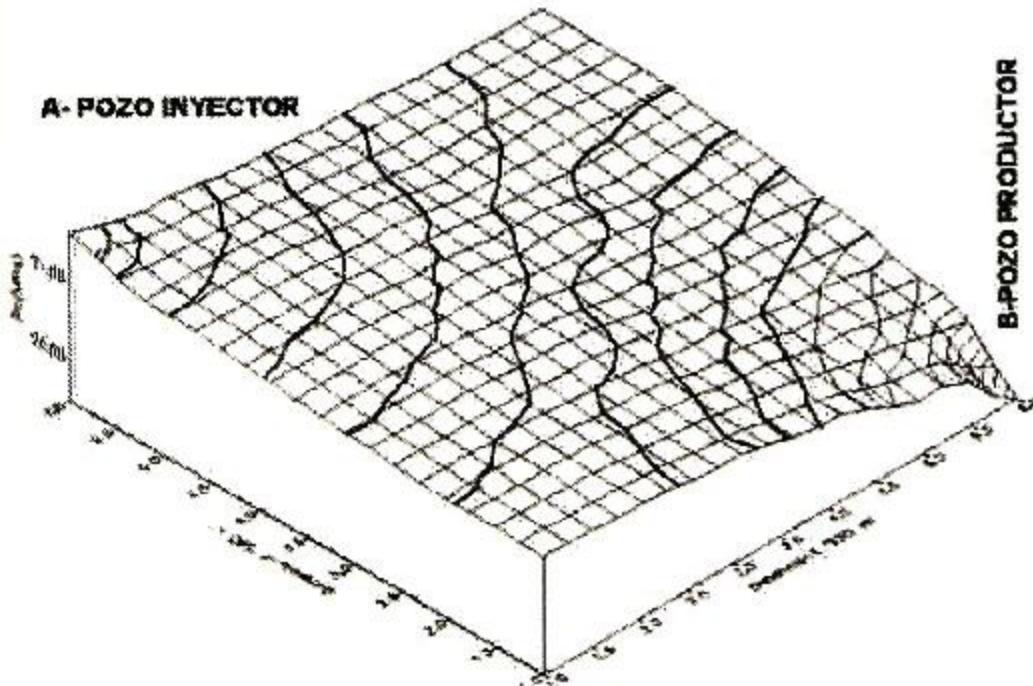


Fig 8. Oil surface (1.34% P.V.)

II Congreso Internacional de Geociencias para la Industria Petrolera

Hoteles SEDE



Cenote Loltún



ASOCIACIÓN MEXICANA DE
GEOFÍSICOS DE EXPLORACIÓN, A.C.

www.amge.org.mx
Piñón, 129 altos
Col. Nueva Santa María
Delegación Azcapotzalco
México, D.F.
C.P. 02800



CONGRESOS Y CONVENCIONES
