



CONSULTORES Y CONTRATISTAS DE EXPLORACIONES GEOFISICAS

•

PETROLEO

MINERALES

AGUA SUBTERRANEA

Y

APLICACION A LA INGENIERIA CIVIL

•

SERVICIOS GEOFISICOS, S. A. DE C. V.

AV. JUAREZ 97 DESPACHO 302

TELS.: 18 - 41 - 41 Y 12 - 89 - 70

MEXICO 1, D. F.

COMPAÑIA MEXICANA AEROFOTO, S. A.



ESPECIALIDADES

Cartografía
Catastro urbano y rural.
Cálculo electrónico.
Diseño fotogramétrico electrónico
de obras de Ingeniería.
Estudios preliminares.
Fotointerpretación.
Fotografía aérea: pancromática,
Infrarroja y a color.
Fotografía comercial aérea
Fotomurales.
Levantamientos fotogramétricos.
Localización de obras
Mosaicos fotográficos.
Programación electrónica.
Topografía

132 empleados especializados.

EQUIPO

- | | |
|---|--|
| 1 Avion Queen Air A-80 Mat. XB-XAK | 4 Cámaras de Reproducción |
| 1 Avion Riley Rocket, Mat. XB-SAR | 3 Unidades de Telurómetro MRA-3 |
| 1 Avion Beech Craft Mat. XB-VIG | 4 Teodolitos Wild T-2 |
| 2 Aviones Piper Aztec Mat. XB-MOJ y NOO | 2 Niveles automaticos Wild NAK-2 |
| 1 Avion Cessna 185 Mat. XB-TIS | 4 Camionetas doble tracción |
| Unidad Central de Proceso IBM, 1131 | 2 Autógrafos Wild A-7 con Registradora de
coordenadas |
| Lectora-perforadora de tarjetas IBM, 1442 | 1 Estéreo cartógrafo Wild A-8 |
| Unidad Impresora, IBM, 1132 | 1 Autógrafo Wild A-9 |
| 1 Cámara Fotogramétrica Zeiss MRK-A | 4 Aviágrafos Wild B-8 |
| 1 Cámara Fotogramétrica Wild RC-9 | 1 Bolexplex 760, de 7 proyectores |
| 1 Cámara Fotogramétrica Wild RC-8 | 2 Kelish K-5, de 4 proyectores c.u. |
| 1 Cámara Fotogramétrica Wild RC-5 | 3 Kelish K-5, de 2 proyectores c.u. |
| 2 Cámaras Fairchild | 2 Multiplex de 8 proyectores c.u. |
| 4 Cámaras para fotografía oblicua | |
| 5 Cámaras Rectificadoras | |

DIRECCION

Av. Obrero Mundial Núm. 598 esq. con Postaleros
Teléfonos: 43-38-30 con tres líneas directas y 19-87-45
Cable AEROFOTO, MEXICO MEXICO 12, D. F.
Servicios Aéreos: Ave. Santos Dumont Núm. 212

SCHLUMBERGER

SCHLUMBERGER SURENCO, S. A.

AGENCIA EN MEXICO

Av. Morelos 98, Desp. 306

Tels.: 46-85-25 y 46-13-85

MEXICO 6, D. F.

**GEOFISICOS CONSULTORES PARA
PETROLEOS MEXICANOS**



*Seismograph Service Corporation
of Mexico*

**AVE. JUAREZ 95 - 207 • MEXICO 1, D.F.
TELEFONOS : 18 - 27 - 25 • 18 - 56 - 33**

**SUBSIDIARIA DE
SEISMOGRAPH SERVICE CORPORATION
6200 East 41st. St. • Box 1590 • Tulsa, Oklahoma, U.S.A.**

ESPECIALIZADOS EN :

**SERVICIO DE
GEOFISICA**

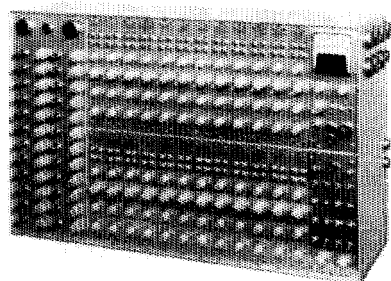
- Levantamientos :**
- Sismológicos
 - Gravimetricos
 - Magnetométricos
 - Procesado de Datos Magnéticos
 - LORAC - Levantamiento Electrónico

**SERVICIO DE
REGISTRO DE POZOS**

- Registros para Evaluación de Formaciones
- Registros de Pozos de Producción
- Servicio de Terminación Permanente
- Registro Continuo de Velocidad

INSTRUMENTAL GEOFISICO

DA MEJOR
RENDIMIENTO,
MAYOR DURACION
Y A UN COSTO MENOR



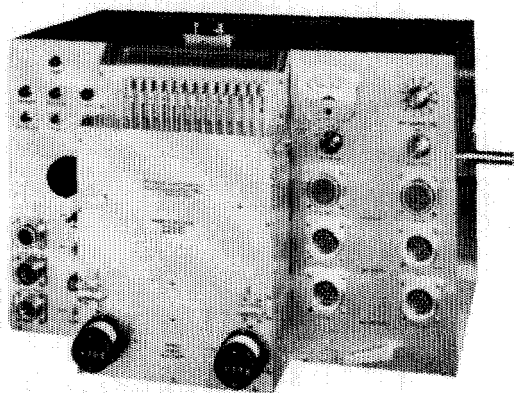
FORTUNE T-1. SISTEMA DE AMPLIFICADORES SISMICOS TRANSISTORIZADOS PARA TRABAJOS DE REFLEXION Y REFRACCION.

BAJO COSTO — El modelo T-1 es el amplificador transistorizado más barato en el mercado.

POCO PESO Y TAMAÑO REDUCIDO — El equipo T-1 de 24 canales, completo, pesa únicamente 73 libras (33.1 Kgs.) y está contenido en una sola caja, cuyas dimensiones son: 25 3/8" de largo, 15 3/4" de alto y 8" de fondo.

ALTA SENSIBILIDAD — Como el ruido propio del equipo es muy bajo, es posible operar con altas ganancias. La relación de señal a ruido, en los amplificadores, es de 20 db a 0.5 microvolts de entrada.

POTENCIA REQUERIDA — 2 amperes, a 12 volts de corriente directa.



FORTUNE DC-2B.

SISTEMA DIRECTO DE GRABACION Y REPRODUCCION. COMPLETAMENTE TRANSISTORIZADO

El equipo DC-2B es capaz de aplicar, simultáneamente, correcciones estáticas y dinámicas a 24 trazas o más, empleando cintas normales de 6 1/2 ó 7" de ancho. Las correcciones dinámicas se aplican mediante una leva acoplada a la flecha del tambor y que puede ser referida a él. También es posible obtener levas previamente calibradas y ajustadas a determinada función analítica.

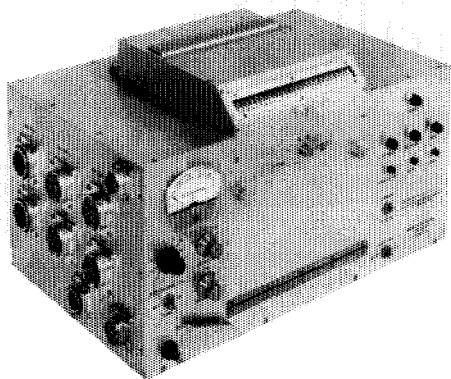
SE AJUSTA A CUALQUIER SISTEMA DE TIRO — No importa el sistema de tiro empleado, ya que mediante una barra universal de tendidos y gracias a medidores ajustables (calibrados en por ciento), es posible aplicar a cada traza la corrección dinámica adecuada.

ESPECIFICACIONES DEL MODELO DC-2B.

Transportador de la cinta. Mediante tambor, cuyo diámetro es de 7.5".
Número de canales. 24 sísmicos, 2 ó 4 auxiliares.
Tamaño de la cinta. 6 1/2 ó 7" de ancho por 24 1/2" de largo.
Distancia entre pistas. 1/4" (de centro a centro).
Velocidad de la cinta. 3.59"/segundo.
Tiempo útil de grabación. 5 seg. (el tambor da una vuelta completa en 6.6 seg.).
Corrección dinámica máxima. 150 miliseq.
Característica del motor. De histéresis de 400 ciclos.
Corrección máxima. Acoplado al tambor.
Rango de corrección estática. 700 miliseq/segundo.
Polarización (bias). ± 50 miliseq.
Respuesta. 8 miliamperes a 11 Kilociclos.
Relación de señal a ruido. De 5 a 200 cps.
Distorsión armónica total (a 100% el nivel de grabación). 50 db RMS a RMS.
Alimentación cruzada (cross feed). 2.5%.
Grado de exactitud del sistema de tiempo. ± 1 miliseq.
Necesidades de entrada (a 100% el nivel de grabación). 50 milivolts a través de 40 ohms.*
Salida (a 100% el nivel de grabación). 100 microvolts a 50 ohms.
Potencia requerida. 0.5 amper en vacío y 14 amperes con carga.
Tamaño del transportador de la cinta. 15 X 18 X 14".
Peso. 30 libras (40.823 Kgs.).

* Al ordenar un equipo, las necesidades de entrada pueden ser cambiadas al gusto del cliente. Esto puede hacerse sin cambiar las demás especificaciones.

....DE "FORTUNE ELECTRONICS"



FORTUNE SR-5. SISTEMA DE GRABACION DIRECTA EN UNA UNIDAD "BUFFERLESS" (DE MENOR AMORTIGUAMIENTO).

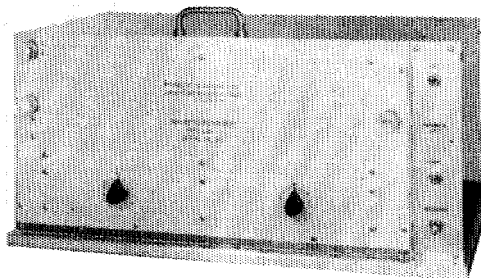
TOTALMENTE TRANSISTORIZADO — La grabadora SR - 5 ofrece los últimos adelantos en sencillez de manejo, presentando características iguales a las de sistemas más costosos y complicados.

PRECISION Y SENCILLEZ — Durante el proceso de grabación, las cabezas magnéticas están gobernadas desde la salida de los amplificadores sismicos. Para las reproducciones, las cabezas son conectadas directamente a la entrada de los amplificadores. La reproducción queda compensada mediante una red pasiva. La ventaja de todo este tipo de operación es que se obtienen resultados con un mínimo de complicaciones y conexiones.

UN SISTEMA COMPLETO — El modelo SR - 5 está equipado con sistemas Fortune de polarización y manejo, los cuales han sido probados cientos de veces en diferentes partes del Mundo. La unidad contiene los amplificadores necesarios para grabar instante de explosión, tiempo vertical y escala de tiempo. Tiene conexiones exteriores para diversos circuitos, tales como la acción de la supresión a partir del instante de tiro, el arranque de la cámara, etc., todo ello a base de levas. Para acoplar el SR - 5 a un equipo convencional, lo único que se requiere es un juego de cables interconectores.

ESPECIFICACIONES DEL MODELO SR-5.

Transporte de la cinta. Mediante tambor, cuyo diámetro es de 7.5".
 Número de canales. 24 sismicos y 2 ó 4 auxiliares.
 Tamaño de la cinta. 6 1/2 ó 7" de ancho por 24 1/2" de largo.
 Velocidad de la cinta. 3.59"/segundo.
 Tiempo útil de grabación. 5 seg. (el tambor da una vuelta completa en 6.6 seg.)
 Características del motor. De histéresis de 400 ciclos. Acoplado al tambor.
 Polarización (bias). 8 miliamperes a 6 kilociclos.
 Respuesta. De 5 a 200 cps.
 Correcciones estáticas (opcional) \pm 100 miliseg.
 Relación de señal a ruido. 50 db RMS a RMS.
 Distorsión armónica total. (A 100% el nivel de grabación. 2.5%)
 Alimentación cruzada. (Cross feed). Con entrada de 100%. —36 db a 10 cps.
 Nivel de grabación. 50 milivoltios a través de 40 ohms.
 Potencia requerida. 0.5 amper en vacío y 6.5 amperes con carga.
 Medida del transportador de la cinta. 11 \times 18 1/2 \times 11 1/4".
 Peso. 53 libras (24.040 kgs.).



FORTUNE — LDR.

MICROPISTA - 1 (UNIDAD DE DOS TAMBORES)

PARA USARSE EN OFICINAS O EN EL CAMPO La serie LDR se obtiene en uno, dos o tres tambores. También existe el tipo de un solo tambor ancho, con 54 cabezas de micropista, capaz de manejar, simultáneamente, una cinta ancha o dos cintas angostas.

Cada cabeza de micropista graba sobre un ancho de 0.006", teniendo para su control lateral hasta 20 posiciones, en forma manual o automática.

Actualmente los modelos LDR llevan 15, 12 y 6 pasos, pudiendo instalarles cabezas de doble micropista, para grabación simple o doble.

Si se desean combinar los resultados de diferentes pozos de tiro, para puntos de reflexión común (common depth point), es posible agregarle al equipo conexiones programadas y amplificadores de transcripción.

Para el sistema anterior (de punto común) o trabajos de caídas de peso (weight drop), pueden combinarse los modelos LDR - 1 y DC - 2B, obteniendo así un equipo sísmico completísimo.

*Fortune
Electronics, Inc.*

H. H. HAPPEL - H. H. HAPPEL, Jr.

2505 SOUTH BOULEVARD, HOUSTON, TEXAS

Representante en Europa:

Techmation

113 Rue Lamarck, Paris, Francia.

Carlos Alemán A.

EXPLORACION

y

PERFORACION

Iturbide No. 36 Desp. 201.

Tel. 10-15-64

MEXICO 1, D. F.

BOLETIN

de la

Asociación Mexicana de Geofísicos de Exploración

S U M A R I O

Sobre la Respuesta de Filtros Sísmicos, por *A. J. Hermont.*

Salutación de la Nueva Mesa Directiva a los Miembros de la A. M. G. E.

Indice General.

ASOCIACION MEXICANA DE GEOFISICOS DE EXPLORACION

MESA DIRECTIVA PARA EL PERIODO 1967 - 1968

Presidente: Ing. Jesús Basurto García.

Vice-Presidente: Ing. José Coffín Otero.

Secretario: Ing. Martín Cordero Baca.

Tesorero: Ing. Raúl Silva Acosta.

Editor: Ing. Antonio Cordero Limón.

Vocales:

Ing. Raymundo Acosta Ojinaga.

Ing. Héctor Larraga Nadal.

Ing. Miguel Salmón Herrera.

Ing. Alfonso Muriedas Pavón.

Ing. Roberto Hernández Maldonado.

Ing. Fabián Castillo Chavira.

Vice-Presidente Especial para la IV

Convención Nacional: Ing. Roberto Gutiérrez Gíl.

Presidente Saliente: Ing. Alfonso Cornejo Toledo.

Este Boletín se publica cada tres meses y se distribuye gratuitamente a los socios.

El precio de subscripción para no socios es de \$ 150.00 m/n al año y
de \$ 50.00 m/n número suelto.

Para todo asunto relacionado con el Boletín: manuscritos, asuntos editoriales, subscripciones, descuentos especiales a bibliotecas públicas o de Universidades, publicaciones, anuncios, etc., dirigirse a:

ING. ANTONIO CORDERO LIMON

Av. Juárez No. 97, Despacho 302 - B.

Teléfono: 12-41-47.

México 1, D. F.

Impreso por Abastecedora de Impresos, S. A. — Dr. Jiménez No. 352 — México 7, D. F.
Teléfono 19-56-75 con 3 líneas.

SOBRE LA RESPUESTA DE FILTROS SISMICOS

Por A. J. HERMONT*

PROLOGO:

La abundancia de publicaciones sobre filtros en general y filtros sísmicos en particular, limita nuestro esfuerzo para arrojar alguna luz adicional sobre esta área de actividades que nos ocupa. Por otra parte el campo es formidable y, hablando en términos generales admite las categorías de diseño, análisis y síntesis.

Este trabajo trata de análisis.

La única justificación de su existencia radica en el hecho de que el autor, después de décadas de haberse ocupado de estos dispositivos y habiendo asimilado la filosofía básica, todavía tiene de vez en cuando dudas con respecto al significado preciso de algunos de los conceptos. Por lo tanto, es razonable suponer que otras personas pueden tener experiencias semejantes.

Con objeto de satisfacer las necesidades de aquéllos que prefieren un enfoque teórico y también las de aquéllos para quienes sólo la experimentación es válida, se establecen modelos matemáticos de los filtros representativos.

Se investiga un filtro de banda de transmisión y además una determinada clase de filtros de banda de absorción, y una selección definida de coeficientes proporciona valores numéricos fijos. También estos filtros, siendo realizables, han sido construídos y en esta forma proporcionan las bases que se necesitan para su confirmación experimental.

Las ecuaciones que rigen el funcionamiento, es decir las funciones de transferencia del sistema, se establecen a partir del análisis de circuitos, y la respuesta teórica para un paso unitario y para un impulso unitario, se obtienen

* Shell Development Company (A Division of Shell Oil Co.) Exploration and Production Research Division, Houston, Texas — (Publication No. 433).

Traducción por la Srita. Guadalupe Pérez Ruiz.

Revisión por el Ing. Armando Egufá Huerta.

formalmente, aplicando la teoría de las transformadas de Laplace. Con excepción de los casos más simples, resulta que, por regla general el cálculo de estas ecuaciones es desesperantemente tedioso y por lo tanto nada atractivo.

Con el advenimiento de las computadoras ha cambiado esta situación: la evaluación numérica, aún para los arreglos más complejos, ya no constituye un obstáculo en el camino hacia la meta. Las computadoras proporcionan casi sin esfuerzo tanto la respuesta en el estado permanente (steady state), como la respuesta a un pulso unitario, y estos resultados pueden compararse con los experimentales. Es de sorprender que en algunos puntos la concordancia no sea tan buena como era de esperarse, y esto a causa de la naturaleza no lineal de uno de los componentes del filtro: la inductancia. Sin embargo se cree que la concordancia global es suficiente para garantizar la confianza que se requiere para los estudios posteriores.

El aspecto más importante en las aplicaciones prácticas de predecir en general la magnitud de la respuesta del estado permanente, a partir de la respuesta a la función unitaria, se trata en detalle como una aplicación directa del teorema de la superposición. La ambigüedad de fase 2π , de la respuesta de fase, se investiga por el estudio de la relación entre fase y atenuación, para una importante categoría de redes.

Se subraya la existencia de una distorsión de fases, y se discute en relación con el estado permanente. Su ingerencia para el estado transitorio proporciona una apreciación de los esfuerzos de la linearización de fase —un tema que de por sí pertenece al dominio de la síntesis—.

Finalmente un tipo especial de pulso elemental, que se supone tiene suficiente flexibilidad en sus parámetros, cuya función analítica es simple y cuya apariencia se asemeja mucho a las reflexiones observadas en el campo, se introduce matemáticamente como la función de entrada y se busca la respuesta. Este problema a menos que se maneje experimentalmente, generando este tipo particular de pulso, hubiera sido prácticamente imposible sin la ayuda de las computadoras. De acuerdo a ésto, la evaluación numérica de la integral de convolución, es una mera rutina.

El pulso de salida, y su espectro de frecuencias, puede compararse con los existentes en la entrada y estudiarse en general todos los cambios.

Se tiene la esperanza de que este trabajo pueda proporcionar una información adicional respecto a varios aspectos del análisis de filtros. Además, puesto que no se marca limitación en cuanto a la complejidad del pulso de entrada, la discusión puede estimular investigaciones ulteriores en este capítulo.

SOBRE LA RESPUESTA DE FILTROS SISMICOS

Por A. J. HERMONT*

La abundancia de publicaciones sobre filtros en general y sobre filtros sísmicos en particular, limita nuestro esfuerzo para arrojar alguna luz adicional sobre esta área de actividades que nos ocupa. Por otra parte el campo es formidable y, hablando en términos generales admite las categorías de diseño, análisis y síntesis.

Este trabajo trata de análisis.

La única justificación de su existencia, radica en el hecho de que el autor después de décadas de haberse ocupado de estos dispositivos y habiendo asimilado la filosofía básica, todavía tiene de vez en cuando dudas con respecto al significado preciso de algunos de los conceptos. Por lo tanto, es razonable suponer, que otras personas puedan tener experiencias semejantes.

A medida que nos introducimos hacia conceptos de filtros más complejos: por ejemplo, filtrado digital y filtrado inverso, los cuales después de todo, aún obedecen las leyes ya establecidas de los filtros, parece que vale la pena hacer una pausa y asegurarnos de que estas leyes ya se han dominado totalmente.

Con objeto de satisfacer las necesidades de aquéllos que prefieren un enfoque matemático, así como para aquéllos quienes la experimentación lo es todo; se presentan modelos matemáticos de un filtro patrón. De la gran variedad de los filtros que se encuentran en la práctica sísmica, se propone selec-

* Shell Development Company (A Division of Shell Oil Co.) Exploration and Production Research Division, Houston, Texas — (Publication No. 433).

cionar dos tipos particulares, tomándolos como tipos representativos para la exploración: un filtro que pertenece a la banda de transmisión y otro que pertenece a la categoría de banda de absorción.

En lugar de batallar con generalidades, se propone estudiar además ejemplos numéricos en particular. De esta manera, la información aunque particular, es sin embargo lo suficientemente conceptual en sentido general, como para que tenga significado en lo que se refiere a toda la familia de filtros que se encuentran en sismología. Se escoge este camino, más bien que el abstracto, puesto que se supone que no existe sustituto, por lo que respecta a claridad, para el estudio y comprensión de un ejemplo numérico. La experiencia así obtenida y las conclusiones derivadas ponen todo el problema sobre bases firmes y, el siguiente paso, o sea la generalización, es casi inmediata.

La respuesta teórica basada en las transformadas de Laplace, aparece como una ecuación compacta. Sin embargo hasta el advenimiento de la computadora, la solución era desesperadamente tediosa y por lo tanto nada atractiva. La computadora ha cambiado esta situación y la evaluación numérica se consigue sin esfuerzo.

En este sentido la solución de la computadora es equivalente a un experimento, con el beneficio adicional de estar en la posición de reconocer tendencias en términos de parámetros.

Los elementos componentes de los filtros se escogen de manera que estén disponibles físicamente. Esto permite la realización de los filtros y la verificación experimental de algunos de los resultados.

Puesto que esto no es un estudio de diseño, la manera por la cual se obtienen los componentes o el desarrollo de la estructura en sí, no son de interés inmediato.

En lo sucesivo el filtro de banda de transmisión siempre precederá al filtro de banda de absorción.

FUNCION DE TRANSFERENCIA DE LOS FILTROS

La tarea inmediata es el desarrollo de la forma analítica de la función de transferencia de los filtros, es decir de las ecuaciones que rigen la trans-

misión de la energía de la entrada a la salida —la función del sistema del circuito—. La última se supone conocida tanto en lo que se refiere a la disposición, como a los componentes especificados.

El filtro de banda de transmisión que se muestra en la figura 1, se ve que consiste en una cascada de dos secciones T formando la porción del paso-alto (atenuación de baja frecuencia) y una sola sección π formando el paso-bajo (atenuación de alta frecuencia). El diseño es tal, que todos los filtros están determinados con la impedancia característica correcta, suponiéndose aquí el valor R_0 .

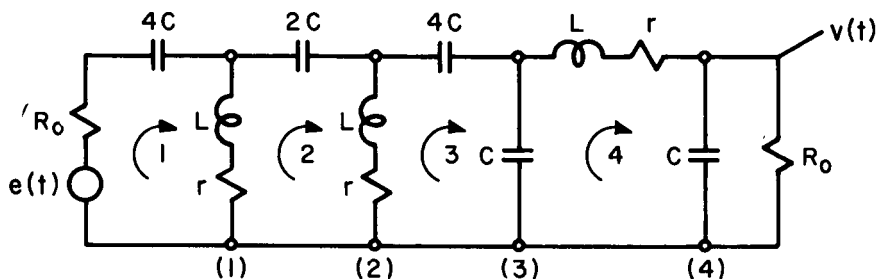


Fig. 1.- Diagrama del filtro de banda de transmisión

Se trata de un circuito de cuatro mallas y el valor de la reactancia en cada malla, proporciona el número de raíces en el denominador de la función de transferencia y por lo tanto, el número de transitorios involucrados en la solución completa del transitorio y el orden de la ecuación diferencial que describe la función de transferencia; cada malla indica dos reactancias independientes, por lo tanto la situación involucra ocho raíces.

Aún cuando es absolutamente posible desarrollar la función de transferencia por el método de determinantes, se hace una advertencia: En un caso tan relativamente simple hay mucho lugar para errores. Se recomienda insistentemente en esta situación, un método nuevo y que llama la atención que se use tan raramente. Un nuevo término —la reductancia— se define como el producto de la admitancia en paralelo presente, entre la fuente y la carga, y la

impedancia en serie, presente, entre la admitancia y la siguiente admitancia adyacente más próxima a la fuente. El teorema estipula entonces, que la razón entre los voltajes de entrada y los voltajes de salida, es igual a uno, más la suma de las reductancias obtenidas al abrir todas las admitancias en paralelo, menos una, hasta que se hallen incluídas todas, más la suma de los productos de las reductancias obtenidas al abrir todas las admitancias en paralelo, menos dos, hasta que todas las combinaciones se hallan agotado, más la suma de los productos de las reductancias sin abrir ninguna de las admitancias en paralelo.

Haciendo $R_n \triangleq$ reductancias para n admitancias en paralelo siendo operantes a un tiempo y $\Sigma \pi R_n \triangleq$ suma de los productos de las reductancias, es posible escribir directamente, las reductancias por la inspección de la figura 1. En los desarrollos siguientes, las ramas aparentes de admitancia están marcadas y corresponden a las de la figura 1.

$$\Sigma R_1 = (R_0 + \frac{1}{4sC}) (\frac{1}{r+sL}) \quad \text{ramas (1)}$$

$$+ (R_0 + \frac{3}{4sC}) (\frac{1}{r+sL}) \quad \text{ramas (2)}$$

$$+ (R_0 + \frac{4}{4sC}) (sC) \quad \text{ramas (3)}$$

$$+ (R_0 + r + sL + \frac{4}{4sC}) (\frac{1+sCR_0}{R_0}) \quad \text{ramas (4)}$$

$$\Sigma \pi R_2 = [(R_0 + \frac{1}{4sC}) (\frac{1}{r+sL})] [(\frac{1}{2sC}) (\frac{1}{r+sL})] \text{ ramas (1) y (2)}$$

$$+ [(R_0 + \frac{1}{4sC}) (\frac{1}{r+sL})] [(\frac{3}{4sL}) (sC)] \quad \text{ramas (1) y (3)}$$

$$+ [(R_0 + \frac{1}{4sC}) (\frac{1}{r+sL})] [(r+sL + \frac{3}{4sC}) (\frac{1+sCR_0}{R_0})]$$

ramas (1) y (4)

$$+ [(R_0 + \frac{3}{4sC}) (\frac{1}{r+sL})] [(\frac{1}{4sC}) (sC)]$$

ramas (2) y (3)

$$+ [(R_0 + \frac{3}{4sC}) (\frac{1}{r+sL})] [(r+sL + \frac{1}{4sC}) (\frac{1+sCR_0}{R_0})]$$

ramas (2) y (4)

$$+ [(R_0 + \frac{4}{4sC}) (sC)] [(r+sL) (\frac{1+sCR_0}{R_0})]$$

ramas (3) y (4)

$$\Sigma \pi R_3 = [(R_0 + \frac{1}{4sC}) (\frac{1}{r+sL})] [(\frac{1}{2sC}) (\frac{1}{r+sL})]$$

$$[(\frac{1}{4sC}) (sC)]$$

ramas (1), (2) y (3)

$$+ [(R_0 + \frac{1}{4sC}) (\frac{1}{r+sL})] [(\frac{1}{2sC}) (\frac{1}{r+sL})]$$

$$[(r+sL + \frac{1}{4sC}) (\frac{1+sCR_0}{R_0})]$$

ramas (1), (2) y (4)

$$+ [(R_0 + \frac{3}{4sC}) (\frac{1}{r+sL})] [(\frac{1}{4sC}) (sC)]$$

$$[(r+sL) (\frac{1+sCR_0}{R_0})]$$

ramas (2), (3) y (4)

$$\Sigma \pi R_4 = [(R_0 + \frac{1}{4sC}) (\frac{1}{r+sL})] [(\frac{1}{2sC}) (\frac{1}{r+sL})]$$

$$[(\frac{1}{4sC}) (sC)] [(r+sL) (\frac{1+sCR_0}{R_0})].$$

En esta etapa no es recomendable continuar en términos de los parámetros de los circuitos C, L, R₀, r. Mas tan pronto como se llegue a una decisión numérica, se evaluarán coeficientes de la serie de potencias. La evolución hacia la función del sistema es muy laboriosa y solamente se indica en forma simbólica.

$$\Sigma R_1 = \frac{1}{4 s C R_0 (r + s L)} \left\{ k_{41} s^4 + k_{31} s^3 + k_{21} s^2 + k_{11} s + k_{01} \right\}$$

$$\Sigma \pi R_2 = \frac{1}{16 s^2 C^2 R_0 (r + s L)^2} \left\{ k_{72} s^7 + \dots k_{02} \right\}$$

$$\Sigma \pi R_3 = \frac{1}{32 s^3 C^3 R_0 (r + s L)^2} \left\{ k_{63} s^6 + \dots k_{03} \right\}$$

$$\Sigma \pi R_4 = \frac{1}{32 s^3 C^3 R_0 (r + s L)^2} \left\{ k_{44} s^4 + \dots k_{04} \right\}$$

así pues:

$$\begin{aligned} \Sigma (\Sigma \pi R_n) = & \frac{1}{32 s^3 C^3 R_0 (r + s L)^2} \left\{ (k'_{71} s^7 + \dots k'_{01}) + \right. \\ & \left. + (k'_{82} s^8 + \dots k'_{02}) + (k_{63} s^6 + \dots k_{03}) + (k_{44} s^4 + \dots k_{04}) \right\} \end{aligned}$$

entonces:

$$\frac{E(s)}{V(s)} = 1 + \Sigma (\Sigma \pi R_n) = \frac{k_8 s^8 + \dots k_0}{32 s^3 C^3 R_0 (r + s L)^2}$$

y por lo tanto la función de transferencia es de la forma:

$$G(s) = \frac{V(s)}{E(s)} =$$

$$= C \frac{s^3 (a_2 s^2 + a_1 s + 1)}{s^8 + b_7 s^7 + b_6 s^6 + b_5 s^5 + b_4 s^4 + b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0} =$$

$$= C \frac{A(s)}{B(s)} \dots \dots \dots (1)$$

Este polinomio, como representa una razón de voltajes, es adimensional. Cada término en el denominador de la ecuación (1) tiene la dimensión T^{-8} . Puesto que la expresión en el numerador es adimensional y (s) igual a T^{-1} (o sea: la dimensión de s es recíproca a la dimensión del tiempo), se sigue que $[c] = T^{-5}$. Verificación de (c). Es claro que:

$$G(s) = 32 C^3 R_0 \frac{s^3 (r + s L)^2}{k_8 s^8 + \dots k_0} = \frac{32 C^3 R_0 r^2}{k_8} \cdot \frac{s^3 (a_2 s^2 + a_1 s + 1)}{s^8 + \dots b_0}$$

pero:

$$k_8 = k_{1s2}^1 = 2 s C k_{72}.$$

Con fundamento en el sexto término de $\Sigma \pi R_2$ que está en la página 9, el coeficiente de s^4 es $C^3 L R_0^2$ con denominador $4sCR_0$ o sea que, el coeficiente de s^7 en $\Sigma \pi R_2$ de la página 10 es $16 C^4 L^3 R_0^2 = k_{72}$. Por lo tanto:

$$C = \frac{r^2}{(C L)^2 L R_0}.$$

Tomando la dimensión auxiliar Ω para la resistencia,

$$[CL] = T^2; [L] = \Omega T$$

y:

$$[C] = \frac{\Omega^2}{T^4 (\Omega T) \Omega} = T^{-5},$$

lo cual es correcto.

Para el filtro de banda de absorción se considera el diagrama mostrado en la figura 2. Se trata de un circuito en forma T Puenteado, que se conduce desde una impedancia cero hasta una impedancia infinita. Estas son condiciones que pueden ser aproximadas en la práctica. El método de determinantes es satisfactorio para este circuito de dos mallas.

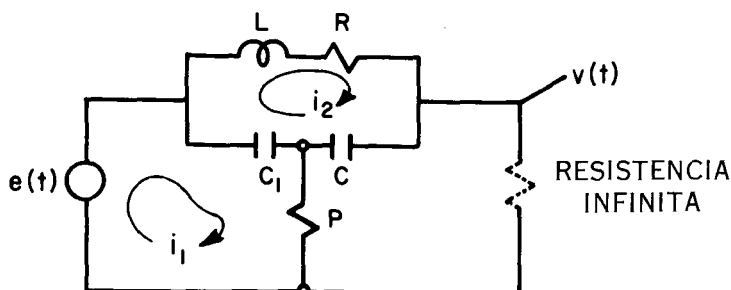


Fig. 2.- Diagrama del filtro de banda de absorción

El número de reactancias —una reactancia en la malla 1, dos reactancias en la malla dos— revelan un problema de tres raíces. El determinante del sistema es:

$$\Delta = \begin{vmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{vmatrix} = Z_{11} Z_{22} - Z_{12}^2$$

se convierte en:

$$\Delta = (P + \frac{1}{s C_1}) (R + s L + \frac{1}{s C_1} + \frac{1}{s C}) - (\frac{1}{s C_1})^2$$

$$V(s) = E(s) \left\{ i_1 P + i_2 \frac{1}{s C} \right\} = E(s) \left\{ \frac{Z_{11}}{\Delta} P + \frac{Z_{12}}{\Delta} \frac{1}{s C} \right\}$$

la función del sistema por lo tanto es:

$$G(s) = \frac{s^3 L P C_1 C + s^2 R P C_1 C + s P (C_1 + C) + 1}{s^3 L P C_1 C + s^2 (P R C_1 C + L C) + s (R C + P C_1 + P C) + 1}$$

como anteriormente, esta expresión debe ser adimensional. Por ejemplo, el coeficiente de s^2 en el denominador debe tener la dimensión T^2 . De hecho, $[C] = T \Omega^{-1}$ tenemos: $[P R C_1 C + L C] = \Omega^2 T^2 \Omega^{-2} + T^2 = T^2$.

La función del sistema se utilizará en la forma siguiente:

$$G(s) = \frac{S^3 + A_2 S^2 + A_1 S + b_0}{S^3 + b_2 S^2 + b_1 S + b_0} = \frac{A(s)}{B(s)} \dots \dots \dots (2)$$

DETERMINACION NUMERICA DE LAS CONSTANTES

Para proceder con el estudio de la respuesta ahora que los "modelos" se han establecido matemáticamente, es necesario especificar las constantes, es decir, los coeficientes de la serie de potencia en s .

Para el filtro de banda de transmisión, la inductancia seleccionada tiene las medidas características ilustradas en la figura 3, que proporciona el comportamiento de la inductancia L en el estado permanente en función de la frecuencia, la resistencia efectiva en serie r y el factor $Q = (\omega L/R)$. Se ve que L cae rápidamente, aproximadamente a 100 cps. y que la resistencia efectiva no es ni siquiera aproximadamente constante. Esto es el primer indicio de la incompatibilidad que existe con la realidad, es decir, de la imposibilidad de describir los fenómenos mediante ecuaciones diferenciales de coeficientes constantes; la transformada inversa de Laplace de la ecuación (1) no es válida, cuando los coeficientes no son constantes. En esta situación aparentemente sin salida, la selección de $L = 4.2 \text{ hy} = \text{constante}$ y $r = 200 \Omega = \text{constante}$, no son más que un compromiso y queda por verificar qué tan bien o qué tan mal describe la situación real el modelo matemático. Cabe la posibilidad de que existan desacuerdos, por lo que se proyectó investigar, qué tan serios eran dichos desacuerdos, se introdujo al efecto una componente ideal cuya $Q \rightarrow \infty$ cuando $\omega \rightarrow \infty$, mientras que en realidad $Q \rightarrow 0$ cuando $\omega \rightarrow \infty$. Los componentes restantes son ideales dentro del rango de frecuencias sísmicas. Estos componentes son: $R_0 = 1000 \Omega$; $C = 2 \times 10^{-6}$ farads. Esto es suficiente para establecer todos los coeficientes de la ecuación (1) como sigue:

$$\begin{aligned}
 c &= 0.134975 \times 10^{12} & b_7 &= 0.164286 \times 10^4 & b_3 &= 0.353962 \times 10^{14} \\
 a_2 &= 0.441000 \times 10^{-3} & b_6 &= 0.121216 \times 10^7 & b_2 &= 0.448685 \times 10^{16} \\
 a_1 &= 0.420000 \times 10^{-1} & b_5 &= 0.571926 \times 10^9 & b_1 &= 0.353254 \times 10^{18} \\
 & & b_4 &= 0.177392 \times 10^{12} & b_0 &= 0.131811 \times 10^{20}
 \end{aligned}$$

Para el filtro de banda de absorción las características medidas de la inductancia se ilustran en la figura 4. La inductancia seleccionada es $L = 500 \text{ hy} = \text{constante}$. La capacitancia $C_1 = 0.5 \times 10^{-6}$ farads, se supone. La resistencia en serie R , se supone que incluye la pérdida por resistencia efectiva de la inductancia y su selección controla la anchura de la banda de absorción. Este modelo en particular, representa un filtro que produce un mínimo de transmisión a 27 cps. con cierto ancho de banda especificado. En este caso

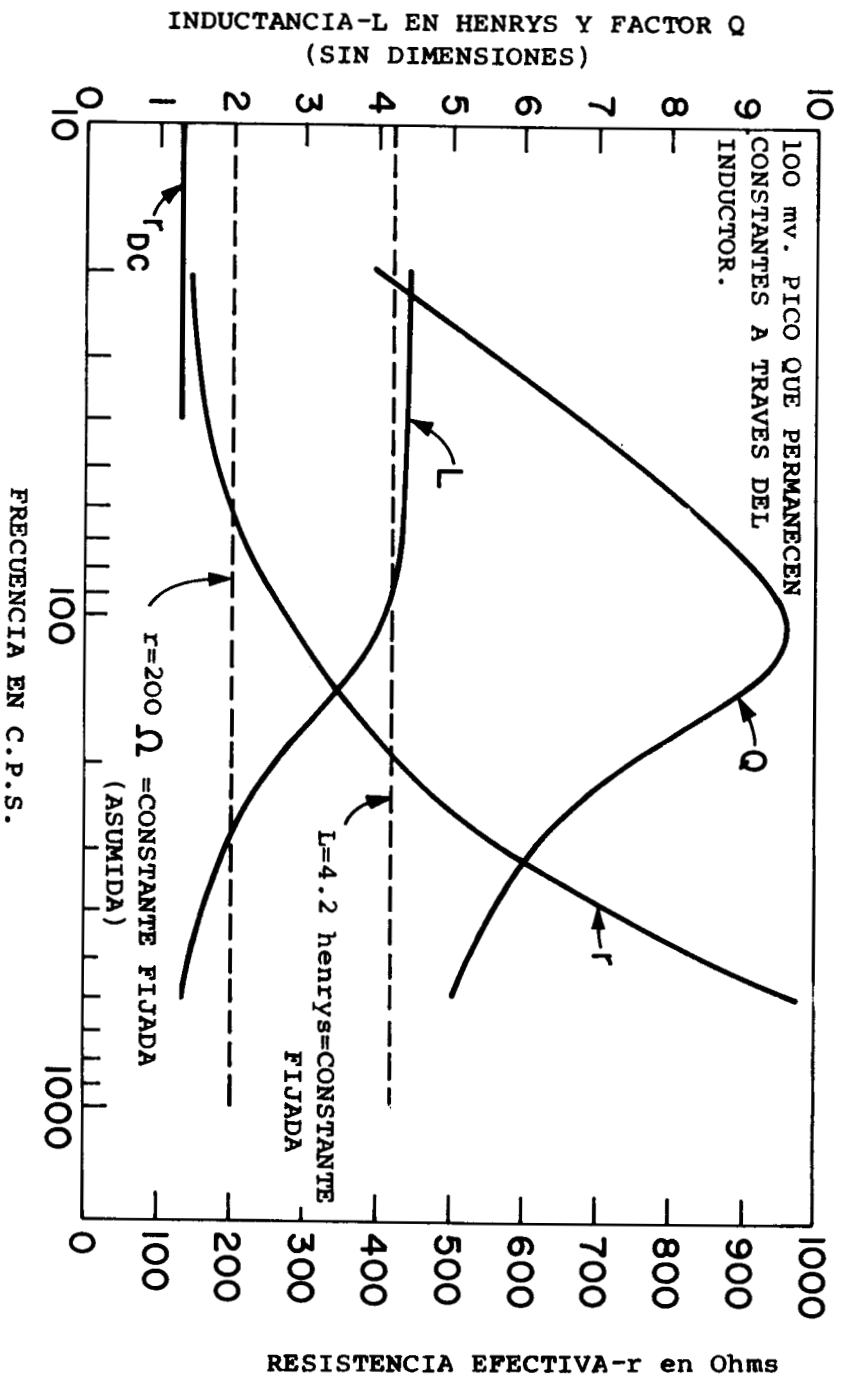


Fig. 3 - Características del inductor para el filtro banda de transmisión.

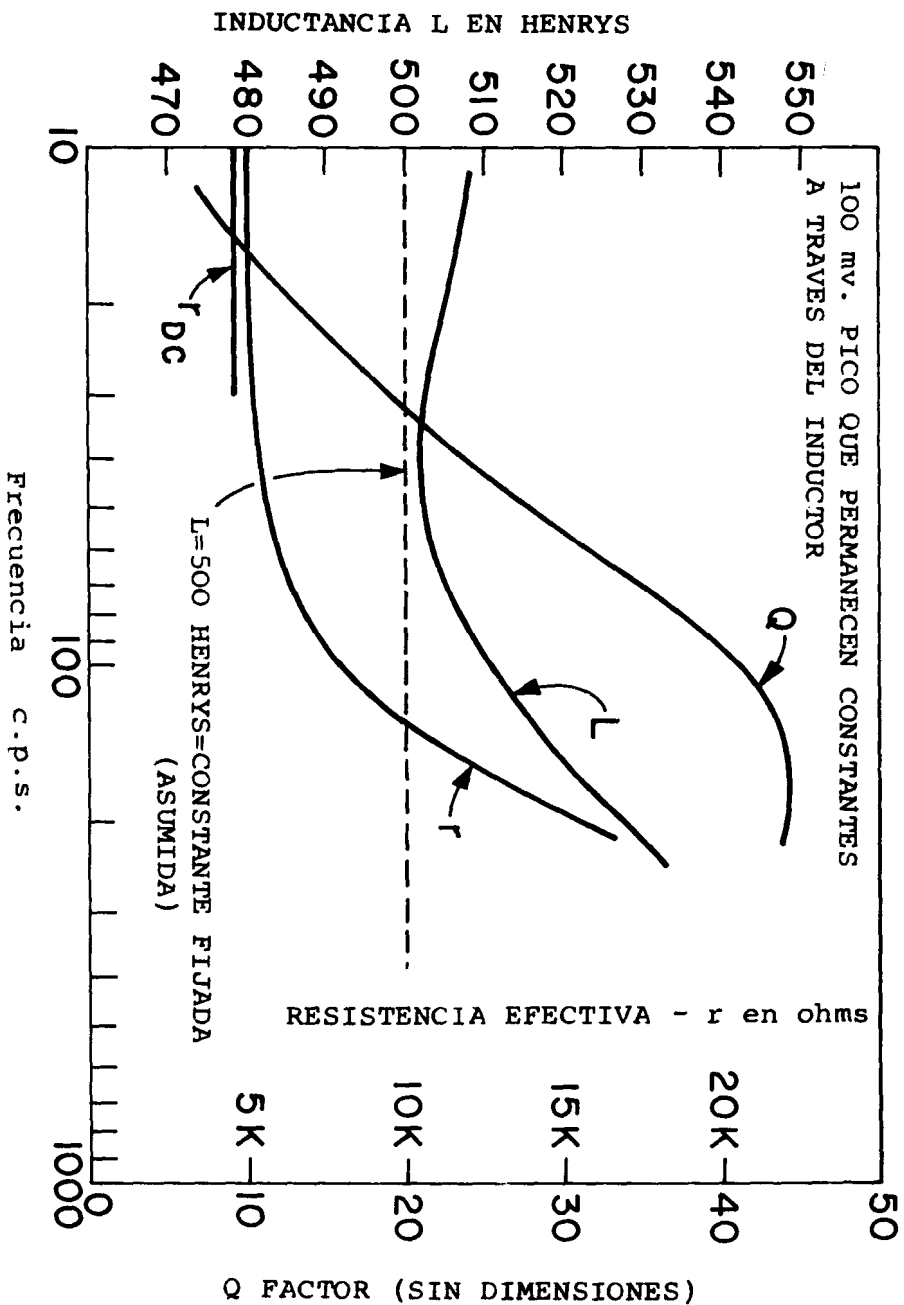


Fig. 4 - Características del inductor para el filtro de banda de absorción.

la transmisión mínima sería de 0.0178 y 0.1 para un 7.5% de aumento de la frecuencia crítica. Sobre esta base se calcula $C = 0.0777 \times 10^{-6}$ farads, $R = 0.1099 \times 10^6 \Omega$ y $P = 8.3 \times 10^3 \Omega$. La forma correcta de llegar a estos valores pertenece al dominio del diseño, pasándose por alto por ahora. Teniendo presentes estos componentes, los coeficientes de la ecuación (2) son:

$$a_2 = 0.219800 \times 10^3 \quad b_2 = 0.460764 \times 10^3$$

$$a_1 = 0.297400 \times 10^5 \quad b_1 = 0.827039 \times 10^5$$

$$b_0 = 0.620241 \times 10^7$$

RESPUESTA AL ESTADO PERMANENTE

Es interesante hacer un estudio preliminar de la ecuación (1) para investigar si de hecho esta ecuación representa un filtro deseable. El método usado tiene la finalidad de obtener la representación gráfica asintótica de la magnitud de la transmisión contra el logaritmo de la frecuencia*. La ecuación (1) puede ser escrita de nuevo como:

$$G (s) = C \frac{s^3 \left(\frac{s}{2/a_1} + 1 \right)^2}{(s - s_1) (s - s_2) \dots \dots \dots (s - s_8)}$$

en donde $s_1, s_2, \dots, s_8 =$ a raíces de $B (s) = 0$. La experiencia nos enseña, que las ocho raíces están distribuidas como dos números reales negativos y tres pares de números complejos conjugados con partes reales negativas. Haciendo que las raíces sean:

$$s_1 = -\gamma_1 ; s_2 = -\gamma_2 ; s_{3,4} = -\gamma_4 \pm j\omega_4 ; s_{5,6} = -\gamma_6 \pm j\omega_6 ; s_{7,8} = -\gamma_8 \pm j\omega_8.$$

* Ver por ejem: J. G. Truxal "Automatic Feedback Control Synthesi", McGraw-Hill (1955).

formando $G(j\omega)$ se llega a la siguiente expresión:

$$G(j\omega) = \frac{c \omega_0^3}{\gamma_1 \gamma_2 \pi_K (\gamma_K^2 + \omega_K^2)} \cdot \frac{\left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^3 \left(j \frac{\omega}{2/a_1} + 1\right)^2}{\left(j \frac{\omega}{\gamma_1} + 1\right) \left(j \frac{\omega}{\gamma_2} + 1\right) \pi_K \left(j \frac{\omega}{\gamma_K \mp j\omega_K} + 1\right)} \dots\dots (3)$$

en donde π_K = producto de los términos indicados para $k = 4, 6, 8$, y donde ω_0 está arbitrariamente, asociado con la frecuencia de corte teórica para la sección de paso alto del filtro.

Introduciendo

$$\zeta_K \triangleq \frac{\gamma_K^2 + \omega_K^2}{\gamma_K} \quad ; \quad \xi_K \triangleq \frac{\gamma_K^2 + \omega_K^2}{\omega_K}$$

y considerando los logaritmos de los diversos términos y definiendo $M = 20 \log |G(j\omega)|$ para la magnitud de transmisión en decibels se obtiene:

$$M = 20 \log \frac{C \omega_0^3}{\gamma_1 \gamma_2 \pi_K (\gamma_K^2 + \omega_K^2)} + 60 \log \left| j \frac{\omega}{\omega_0} \right| + 40 \log \left| j \frac{\omega}{2/a_1} + 1 \right| \\ - 20 \log \left| j \frac{\omega}{\gamma_1} + 1 \right| - 20 \log \left| j \frac{\omega}{\gamma_2} + 1 \right| - 20 \sum_K \log \left| j \frac{\omega}{\zeta_K} + \left(1 \mp \frac{\omega}{\xi_K}\right) \right|.$$

Es fácil obtener valores aproximados para las dos raíces reales con substituciones de ensayo y error dentro de $B(s) = 0$ de la ecuación (1). Por lo tanto, con errores suficientemente pequeños, $\gamma_1 = 110$ y $\gamma_2 = 600$. Supongamos en seguida que tanto ω_4 como ω_6 están vinculados con la fre-

cuencia de corte de la sección de paso alto, es decir, con ω_0 . De las consideraciones del diseño $\omega_4 = \omega_6 = 120$. Posteriormente, supóngase que ω_8 está asociado con la frecuencia de corte de paso bajo: $\omega_8 = 480$. Las porciones de atenuación de las raíces complejas, se hayan basadas, en la distribución de las dos raíces reales y parece razonable suponer que $\gamma_4 = 600$, $\gamma_6 = 100$, y para la última raíz, un valor intermedio, $\gamma_8 = 200$.

El suponer estos puntos da como resultado que $\zeta_4 = 624$, $\xi_4 = 3120$; $\zeta_6 = 244$; $\xi_6 = 203$; $\zeta_8 = 1350$; $\xi_8 = 563$. La parte constante de la ecuación da aproximadamente -57 db. El término $60 \log (j (\omega/120) + 1)$ tiene una pendiente asintótica de + 18 db/oct. y los valores para $\omega < 120$ son negativos, aquellos para $\omega > 120$ son positivos. El término $40 \log |j \omega/47.6 + 1|$ tiene una pendiente asintótica de 12 db/oct. empezando aproximadamente en $\omega = 48$, mientras que la pendiente asintótica, se supone ser cero para $\omega < 48$. Los términos $-20 \log |j \omega/110 + 1|$ y $-20 \log |j \omega/600 + 1|$ tienen pendientes asintóticas de - 6 db/oct. empezando en $\omega = 110$ y $\omega = 600$ respectivamente. Los términos $-20 \log |j \omega/\zeta_k + (1 \mp \omega/\xi_k)|$ deben ser estudiados individualmente. Resulta que para $k = 4$, ambos términos pueden ser aproximados mediante una pendiente asintótica de - 6 db/oct. empezando en $\omega = 600$ y siendo cero para $\omega > 600$, ambos términos combinados así, producen una pendiente de -12 db/oct. Similarmente, para $k = 6$ la pendiente es de -12 db/oct. a $\omega = 150$, para $k = 8$ la aproximación da -12 db/oct. a $\omega = 400$. Estas pendientes y su suma se hayan en la figura cinco. La función $M(\omega)$ revela una pérdida por inserción de 12 db., una meseta de transmisión a partir de 64 - 100 cps., un rango de corte de alta frecuencia, máxima, de - 18 db/oct., un rango de corte, de baja frecuencia, máxima, de - 30 db/oct. y un rango de corte, de baja frecuencia, última, de - 18 db/oct. Una simple inspección de la figura 1 confirma estos rangos, las características de banda de transmisión del filtro se revelan, y la pérdida de inserción parece razonable en vista de las libertades tomadas por el uso de la representación asintótica. Por lo tanto la ecuación (1) sí describe un fenómeno deseable.

La situación de las fases, también puede deducirse en una forma preliminar, que indique la trayectoria que toma la fase. Arreglando la ecuación (3) para indicar la fase, se puede escribir:

$$G(j\omega) = M_1(\omega) \frac{e^{j3\varphi_1} \cdot e^{j2\varphi_2}}{e^{j\psi_1} \cdot e^{j\psi_2} \cdot \dots \cdot e^{j\psi_8}}$$

en donde $M_1(\omega)$ representa la relación de las magnitudes. Por lo tanto la función total de fase $\phi(\omega) = 3\varphi_1 + 2\varphi_2 - (\psi_1 + \psi_2 + \dots + \psi_8)$. Recordando que j representa la fase $\pi/2$, $3\varphi_1 = 270^\circ$; Además:

$$\varphi_2 = \tan^{-1} \frac{\omega}{2/a_1} \quad , \quad \psi_1 = \tan^{-1} \frac{\omega}{\gamma_1} \quad , \quad \psi_2 = \tan^{-1} \frac{\omega}{\gamma_2}$$

y

$$\psi_K = 4, 6, 3 = \tan^{-1} \frac{\omega / \xi_K}{1 \mp \omega / \xi_K} .$$

La evaluación a $\omega = 0,500.\infty$ revela $\phi = 270$, i.e. -270 , lo cual, es suficiente por ahora y está dibujada en esa forma en la figura cinco. La forma precisa requiere mucho cálculo; pero el hallazgo de que la fase cero, que corresponde con la magnitud de la meseta cheque con la experiencia, mientras que la fase en los extremos de la frecuencia puede deducirse de la figura (1) por inspección:

A. $\omega = 0$, por ejemplo, existe un defasamiento de $+\pi/2$ asociado con cada condensador en serie en las mallas 1, 2 y 3, dando defasamiento total de $+270^\circ$. Hay ciertos indicios de que, para alguna baja frecuencia el efecto de las inductancias pueda producir un defasamiento que exceda $+270^\circ$. Puesto que $\omega \rightarrow \infty$, ambos condensadores, lo mismo que la inductancia de la malla 4, tiene cada uno un defasamiento de $+\pi/2$, dando como resultado un total de -270° .

La labor real del cálculo la efectúa la máquina, que está programada para manejar la ecuación (1) en la forma:

$$\left. \begin{aligned} G(j\omega) &= C \frac{A(j\omega)}{B(j\omega)} = \pm \operatorname{Re}(\omega) \pm \operatorname{Im}(\omega) \\ M(\omega) &= \left| G(j\omega) \right| = \left\{ \operatorname{Re}^2(\omega) + \operatorname{Im}^2(\omega) \right\}^{1/2} \\ \phi(\omega) &= \tan^{-1} \frac{\pm \operatorname{Im}(\omega)}{\pm \operatorname{Re}(\omega)} \end{aligned} \right\}$$

Esto se hace para un conjunto prescrito de valores de ω ; y $M(\omega)$ se convierte a decibeles, mientras que la fase es guiada por el análisis preliminar que se acaba de describir; también la frecuencia circular es convertida a frecuencia en cps. Los resultados se muestran en la figura 6. Tanto M como ϕ se ajustan en general a las predicciones de la figura 5. Mucho más importante, es la comparación de los resultados teóricos con aquéllos basados en medidas reales, también asentados en la figura 6. Globalmente la concordancia es satisfactoria. Existen, desde luego, algunas desviaciones debidas a lo que se ha aceptado, sin ajustarse a la realidad, respecto de la inductancia, y lo cual parece dar como resultado efectos de tipo resonancia en la región del máximo de transmisión. Sin embargo no hay duda de la capacidad de la ecuación (1) para describir la respuesta de estado permanente.

Por lo que concierne a la respuesta de fase experimental y en el caso de que no se encuentre disponible ninguna expresión analítica para la función de transferencia, existe una ambigüedad de fase (2π), en otras palabras, la medición del estado permanente, no suministra indicio alguno respecto de si la fase es ϕ o $(\phi + n2\pi)$. Por lo tanto, es interesante estudiar la correlación entre fase y magnitud, para cierta clase de circuitos, o sea las llamadas redes de defasamiento mínimo.* La definición es: una función de transferencia que tiene ceros de multiplicidad (n_1 y n_2) a frecuencias cero e infinito respectivamente, es de tipo de defasamiento mínimo, sí y sólo sí, el defasamiento neto entre cero e infinito es de $(n_1 + n_2) (\pi/2)$. (Esto ha sido cambiado a "ceros" en vez de "polos" porque Bode consideró que la función de transferencia representa entrada/salida más bien, que la recíproca convencional). De la ecuación (1) deducimos la existencia, para $s = 0$, de un cero de multiplicidad 3 y, para $s \rightarrow \infty$, un cero de multiplicidad 3. El defasamiento neto debe ser por lo tanto de 3π , lo cual es evidente. La integral de fase de Bode es por lo tanto aplicable y se presenta en la forma*

$$\phi_c = \frac{\pi}{12} \left(\frac{da}{du} \right)_c + \frac{1}{6\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\left(\frac{da}{du} \right) - \left(\frac{da}{du} \right) \right] \ln \coth \left| \frac{u}{2} \right| du$$

* H. W. Bode, "Network Analysis and Feedback Amplifier Design" D. Van Nostrand (1945) p. 242.

* S. Goldman "Transformation Calculus and Electrical Transients" Prentice Hall (1949) p. 245.

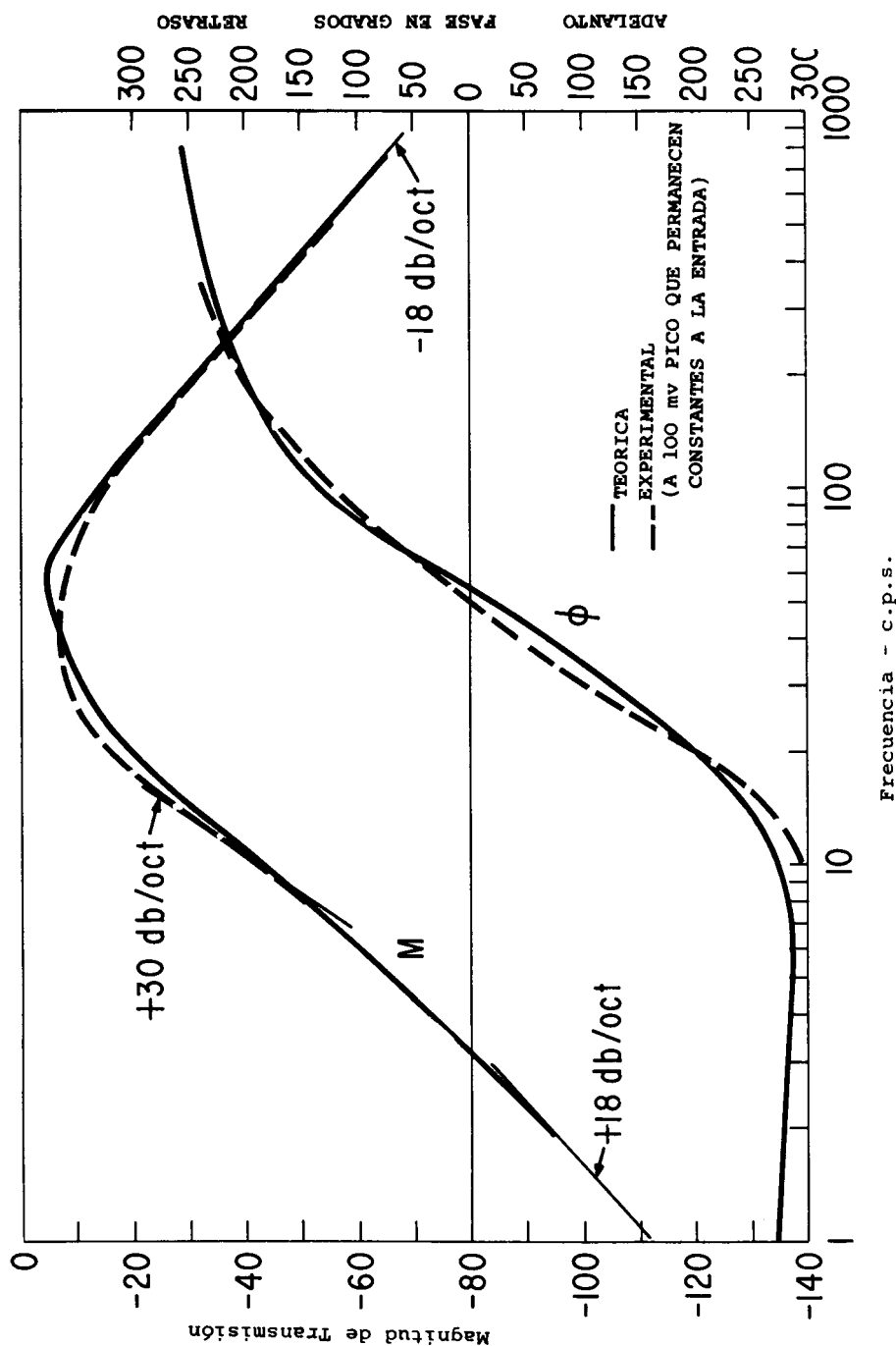


Fig. 6 - Respuesta al estado permanente de un filtro de banda de transmisión.

en donde $u \triangleq \ln (\omega/\omega_c) \phi_c =$ fase medida en radianes a una frecuencia ω_c y $(da/du) =$ pendiente de la función, de magnitud en db/oct. Esta ecuación expresa que si el rango de atenuación ω_c es 12 db/oct. la fase debe ser de 180° debido solamente a la rapidez de atenuación. Además, existe una contribución "ponderada" dependiente de la magnitud de la respuesta total.

$$\text{Es "ponderada" a causa de: } \ln \coth \left| \frac{u}{2} \right| = \ln \left| \frac{\omega + \omega_c}{\omega - \omega_c} \right|$$

cotejamos, por medio de integración gráfica, la fase teórica a $f = 15$ cps. a partir de los datos experimentales de transmisión en la figura 6. Para fin de simular la integración desde $u = -\infty$ hasta $u = +\infty$ es necesario ir más allá de los datos experimentales, suponiendo correctos los rangos finales. La investigación efectuada a partir de $f = 1 - 10,000$ cps., se ilustra en la figura 7: las pendientes en db/oct. fueron medidas a partir de la figura 6 y el exceso sobre $(da/du)_c = 25.5$ fue determinado; se calculó la función de poderación y se trazó el integrando; el área comprendida bajo el integrando se determinó y se convirtió en radianes. Que ésta es la dimensión de la integral, puede ser comprobado al considerar la integral definida:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \ln \coth \left| \frac{u}{2} \right| du = 2 \int_0^{\infty} \left| \ln \frac{e^{\frac{u}{2}} + e^{\frac{u}{2}}}{e^{\frac{u}{2}} - e^{\frac{u}{2}}} \right| du = 2$$

$$\int_0^{\infty} \left| \ln \frac{1 + e^{-u}}{1 - e^{-u}} \right| du = \frac{\pi^2}{2} *$$

con la contribución de la integral calculada a -38.6 rad.^2 , se tiene $\phi_c = 266^\circ$ en adelante, obteniéndose una notable semejanza con el 258° del experimental.

Refiriéndonos ahora al filtro de banda de absorción, pueden distinguirse dos tipos. Si se pide que $G(j\omega) = 0$ para una frecuencia crítica ω_n

* Biernes de Hoan, "Nouvelle Tables d'Integrales Definies", Tabla 256.

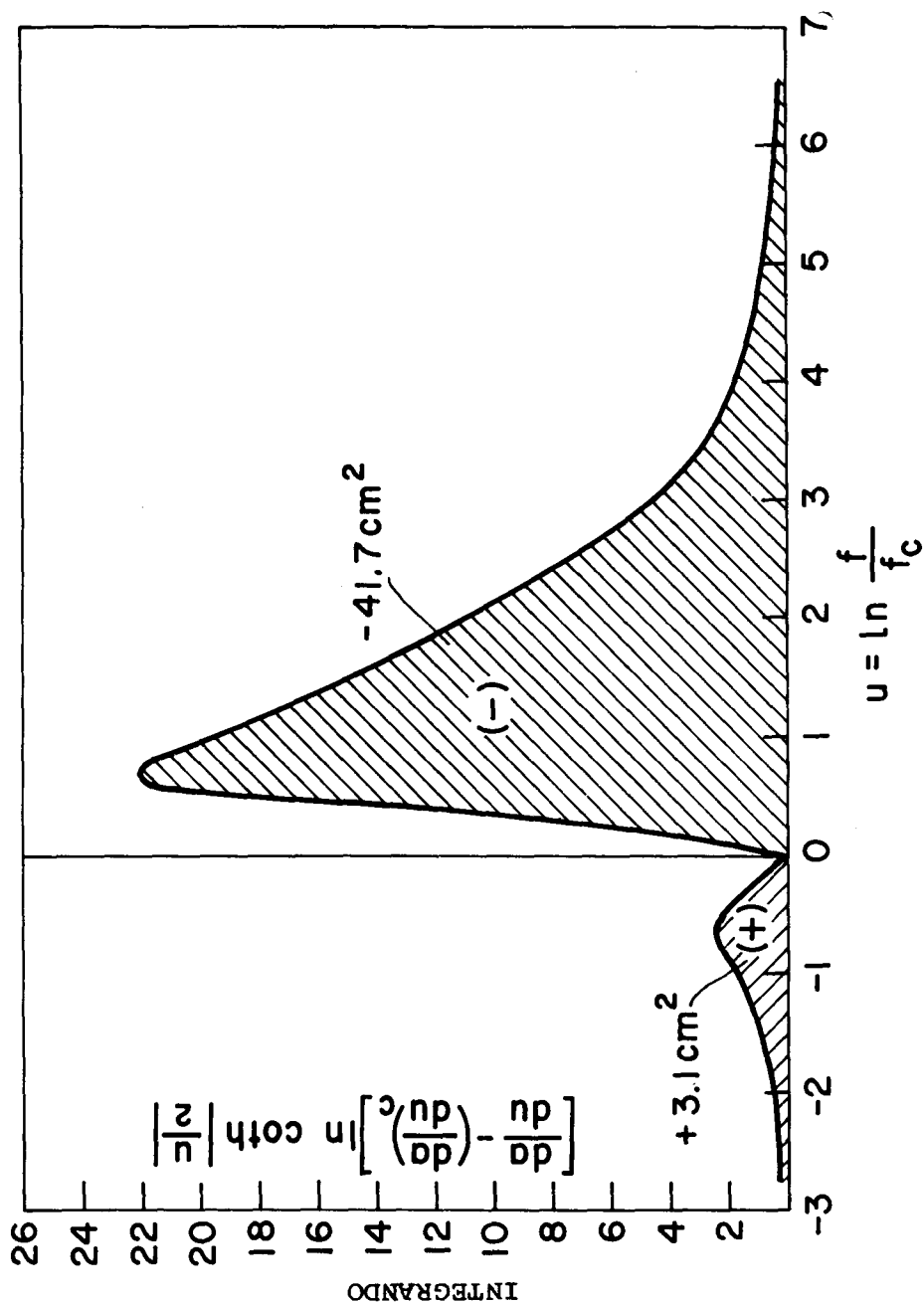


Fig. 7 - Evaluación de la integral de la fase para un filtro de banda de transmisión a una $f_c = 15$ cps.

(nula), entonces las condiciones se obtienen mediante el requisito de que el numerador de la ecuación (2) desaparezca al substituir $s = j\omega$. Esto proporciona las condiciones

$$\omega_n^2 = a_1 = \frac{1}{L \left(\frac{C_1 C_n}{C_1 + C_n} \right)}$$

y

$$\omega_n^2 = \frac{b_0}{a_2} = \frac{1}{R_n P_n C_1 C_n}.$$

Sin embargo, nos interesa más el caso general en que $G(j\omega) \neq 0 = G_m$, es decir, cuando la transmisión indica un mínimo más bien que un nulo. En este caso la ecuación (2) proporciona:

$$\omega_m^2 = \frac{b_0 (1 - G_m)}{a_2 - b_2 G_m}$$

y

$$\omega_m^2 = \frac{(a_1 - b_1 G_m)}{(1 - G_m)}.$$

Generalmente ω_m y G_m son conocidas y el problema consiste en determinar tres parámetros: R_m , P_m y C_m de las dos ecuaciones anteriores. Esta situación, que parece subdimensionada, por otra parte queda rectificada mediante la disponibilidad de una tercera ecuación:

$$\left[\frac{d M(\omega)}{d \omega} \right]_{\omega = \omega_m} = 0.$$

La forma más correcta de determinar los componentes, son cuestiones de diseño y se pasa por alto aquí.

La situación magnitud-frecuencia para este filtro, está bastante bien establecida y sólo se necesitan unas cuantas observaciones. Para $s = j\omega_m$, y utilizando las condiciones para ω_m de la página 26, la ecuación (2) toma la forma:

$$G (j\omega_m) = \frac{[b_0 - \frac{b_0(1 - G_m)a_2}{a_2 - b_2 G_m}] - j\omega_m [\frac{a_1 - b_1 G_m}{1 - G_m} - a_1]}{[b_0 - \frac{b_0(1 - G_m)b_2}{a_2 - b_2 G_m}] - j\omega_m [\frac{a_1 - b_1 G_m}{1 - G_m} - b_1]} = G_m < 1$$

indicando que la transmisión en ω_m tiene lugar con un defasamiento cero. Además la ecuación (2) proporciona 1 para $s = 0$ y $s \rightarrow \infty$, es decir, queda asegurada una transmisión completa en las frecuencias límites, lo que revela el carácter de banda de absorción descrito por la ecuación (2).

La situación de la fase no es tan clara, excepto por lo que toca a la realización de la fase cero en las frecuencias límites. Resulta que en la vecindad de ω_m la fase se aproxima, pero no iguala, a $\pm \pi/2$. La prueba es laboriosa. Sin embargo, un análisis ilustrativo es posible para el caso nulo.

Escribiendo la ecuación (2) en la forma:

$$G (j \omega) = \frac{(b_0 - a_2 \omega^2) - j \omega (\omega^2 - a_1)}{(b_0 - b_2 \omega^2) - j \omega (\omega^2 - b_1)} = M (\omega) e^{j (\phi_1 - \phi_2)} \dots \dots \dots (4)$$

e introduciendo las condiciones nulas dadas en la página 26, se tiene:

$$\tan \phi_1 = \frac{-\omega (\omega^2 - \omega_n^2)}{b_0 - \frac{b_0 \omega}{\omega_n^2}} = \frac{\omega_n^2 \omega (\omega_n^2 - \omega^2)}{b_0 (\omega_n^2 - \omega^2)} .$$

Puesto que ésta, para $\omega = \omega_n$, está indeterminada, introducimos $\omega = \omega_n + \epsilon$ y diferenciamos numerador y denominador con respecto a ϵ dejando $\epsilon \rightarrow 0$.

El resultado:

$$\tan \phi_1 = \omega_n \frac{a_1}{b_0}$$

Por otra parte:

$$\operatorname{tg} \phi_2 = - \frac{a_1}{b_2} \frac{1}{\omega_n} \frac{\left(1 - \frac{b_1}{a_1}\right)}{\left(\frac{a_2}{b_2} - 1\right)}$$

Ahora bien, se tiene la intuición de que $\phi = \pm \pi/2$. Si ésto es cierto, entonces $(\phi_1 - \phi_2) = \pm \pi$ y ésto requiere que $\tan \phi_1 \tan \phi_2 = -1$. De hecho ésto resulta verdadero, si se introducen las relaciones paramétricas para ω_n^2 (véase la pág. 26). Así pues, mediante una demostración indirecta, se dá uno cuenta de que la fase da un salto discontinuo de $-\pi/2 + \pi/2$ en ω_n . Verdaderamente, la magnitud es cero. De todas formas, para evitar esta discontinuidad de fase, el caso general, es decir $G \neq 0$, parece más atractivo.

Como se hizo previamente, se utiliza la máquina computadora para calcular la ecuación (4) y se programa en la forma siguiente:

$$\left. \begin{aligned} M(\omega) &= |G(j\omega)| = \left\{ \frac{(b_0 - a_2 \omega^2)^2 + \omega^2 (\omega^2 - a_1)^2}{(b_0 - a_2 \omega^2)^2 + \omega^2 (\omega^2 - b_1)^2} \right\} \\ \phi(\omega) &= \phi_1(\omega) - \phi_2(\omega) = \tan^{-1} \frac{\omega (\omega^2 - a_1)}{(b_0 - a_2 \omega^2)} - \tan^{-1} \frac{\omega (\omega^2 - b_1)}{(b_0 - b_2 \omega^2)} \end{aligned} \right\}$$

Los coeficientes son los listados en la página 17 y los valores de ω se seleccionan, la densidad de los puntos calculados es máxima cerca de la frecuencia crítica. Los datos teóricos y el estado permanente experimental, se presentan en las figuras 8 y 9, y nuestras conjeturas preliminares quedan con-

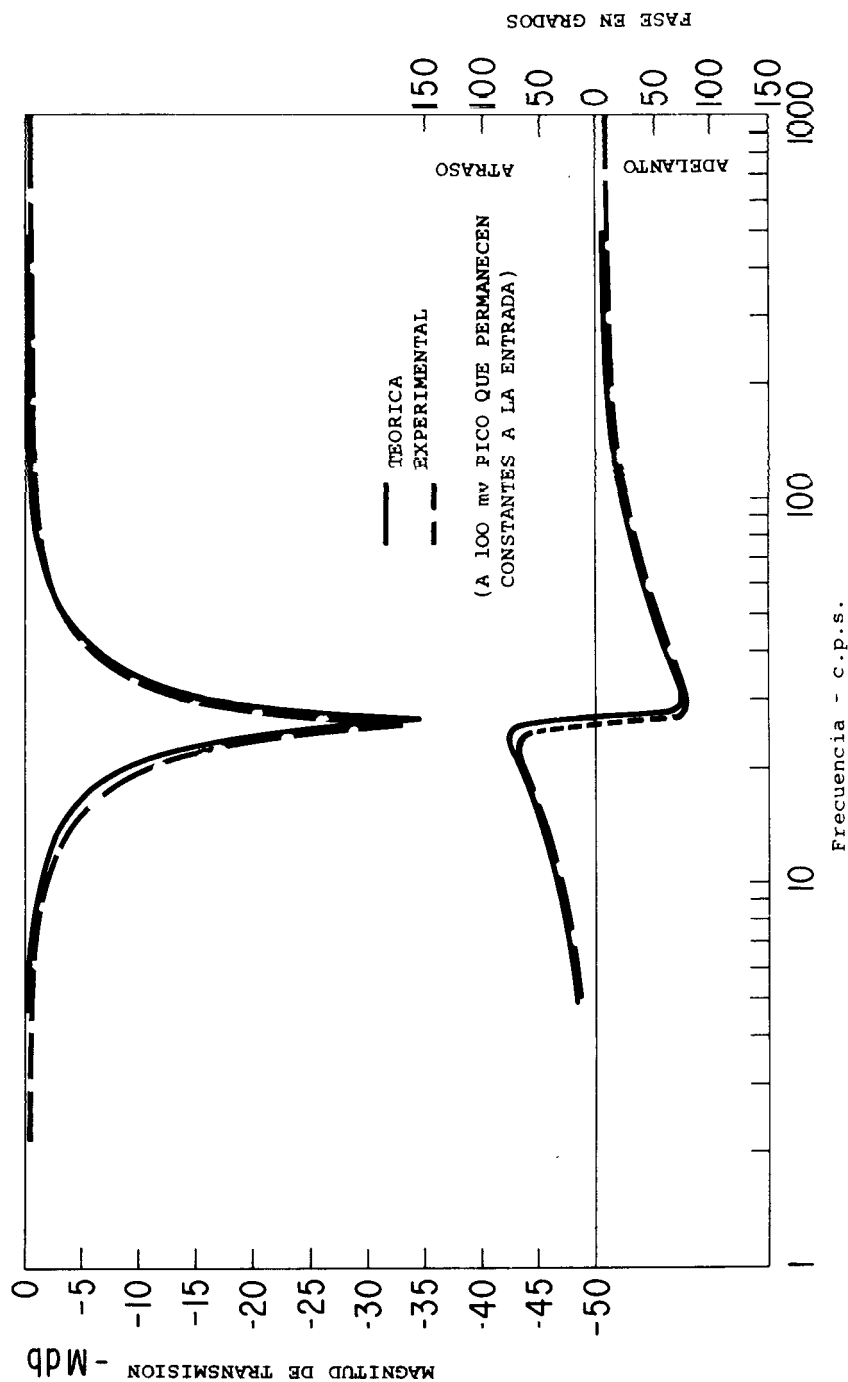


Fig. 8 - Respuesta al estado permanente de un filtro de banda de absorción.

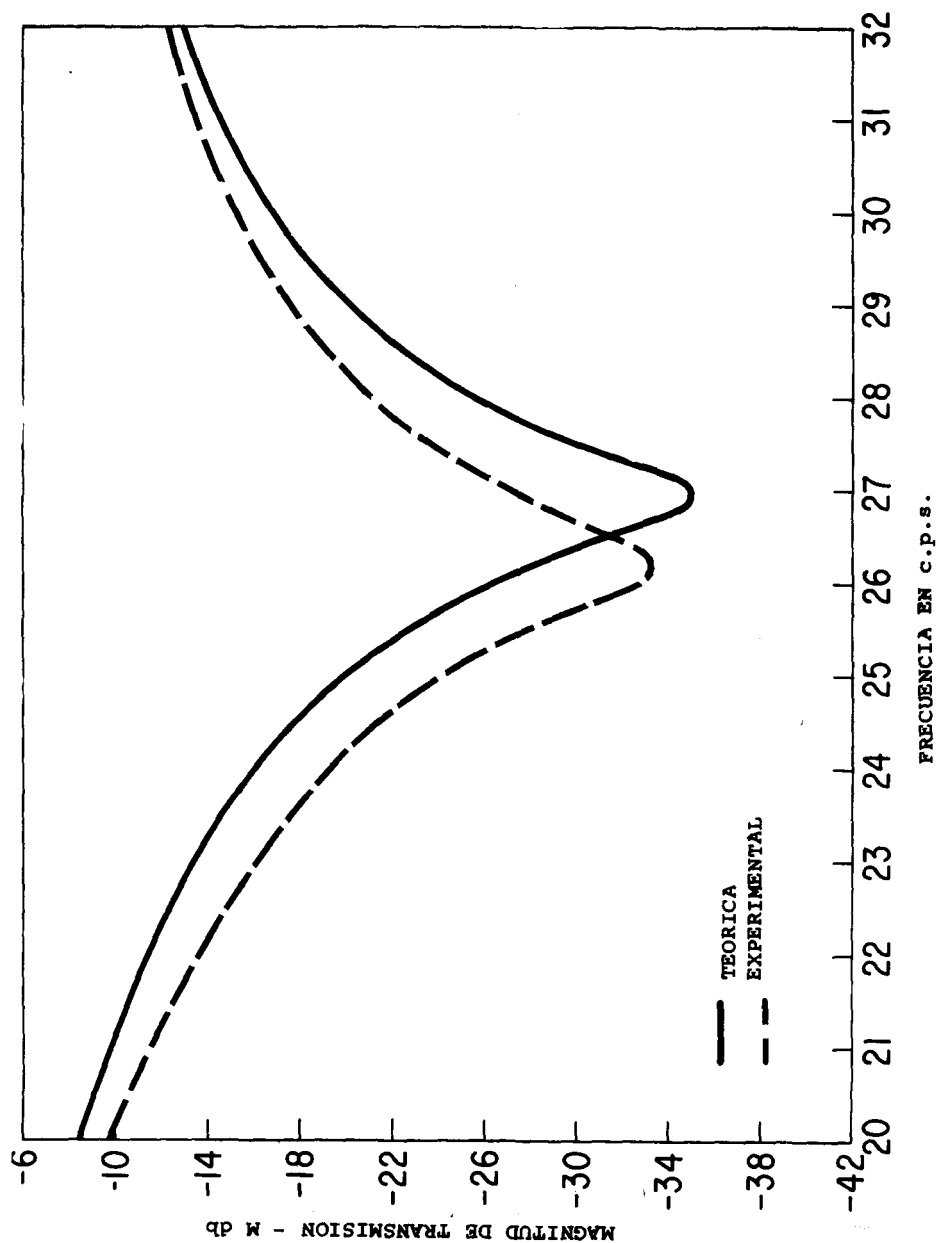


Fig. 9 - Respuesta de la magnitud a estado permanente de un filtro de banda de absorción en la región crítica.

firmadas plenamente. Además, la concordancia entre la teoría y el experimento es notable y, considerando la dificultad que hay en la selección de los componentes, este acuerdo puede ser considerado como perfecto. Esto muestra elocuentemente, que la razón para las discrepancias en el filtro de banda de transmisión, radica en la no linealidad de las inductancias, puesto que en la presente situación, el efecto de la pérdida de resistencia, queda sobrecompensado por la alta resistencia en serie utilizada en el circuito. Por lo que respecta a la determinación de fase llevada a cabo mediante la Integral de Fase, a primera vista se puede pensar que este circuito queda descartado, puesto que dicho circuito, básicamente, constituye un puente y, por regla general, los puentes no tienen una fase mínima. Sin embargo, un examen de la ecuación (2) no revela ceros en $s = 0$, ni tampoco en $s \rightarrow \infty$ de modo que el defasamiento neto se espera que también sea cero, como es: por lo tanto, el circuito constituye un defasamiento mínimo y la Integral de Fase es aplicable. En efecto, no hay dificultad para la evaluación gráfica de la integral, siempre y cuando, las pendientes se midan a partir del trazo de frecuencia lineal de la figura 9 y se llega a la conclusión de que:

$$\zeta b/\text{oct} = (\zeta b \text{ por fracción de octava}) \times \frac{\log^2}{\log \left(\frac{\omega}{\omega_B} \right)}$$

en donde ω_B = frecuencia base.

Se puede demostrar que la concordancia entre la fase determinada así y el experimento, es excelente.

LA RESPUESTA TRANSITORIA UNITARIA

Designaremos por lo tanto la respuesta a una función escalón unitaria y a un impulso unitario, como respuesta transitoria unitaria.

Si la función de excitación es $E(s)$ y la función de respuesta es $H(s)$, la relación general para la respuesta de una función de sistema $G(s)$

es $H(s) = E(s) G(s)$.* Para la función escalón unitaria $E(s) = 1/s$ y la respuesta a nuestro filtro de banda de transmisión se convierte, por la ecuación (1) en:

$$H_1(s) = C \frac{-s^2 (a_2 s^2 + a_1 s + 1)}{B(s)} = C \frac{A_1(s)}{B(s)}$$

Con base en el teorema de valor inicial $\lim_{s \rightarrow \infty} sH_1(s) = \lim_{t \rightarrow 0} h_1(t) = 0$.

Con base en el teorema de valor final $\lim_{s \rightarrow 0} sH_1(s) = \lim_{t \rightarrow \infty} h_1(t) = 0$.

Por lo tanto, en el dominio del tiempo, la respuesta empieza y termina con cero. La transformada inversa de Laplace se convierte en:

$$h_1(t) = C \sum_K \frac{A_1(s_K)}{B'(s_K)} e^{s_K t}, \quad K = 1, 2, \dots, 8$$

donde s_K son las ocho raíces.

Considérese uno de los pares conjugados de raíz compleja definidos en la página 17; por ejemplo $s_{3,4} = -(\gamma_4 \mp j\omega_4)$, y defínase

$$\frac{A_1(s_{3,4})}{B'(s_{3,4})} = \Delta \pm R_4 \pm j\omega_4 P_4.$$

entonces

* Para la teoría de la transformada de Laplace, consulte por ejem.: M. F. Gardner y J. L. Barnes, "Transients in Linear Systems", John Wiley (1957).

$$\sum_{K=3,4} \frac{A_1(s_{3,4})}{B^1(s_{3,4})} e^{s_{3,4}t} = I_m \left\{ (2j) (\pm R_4 \pm j \omega_4 P_4) e^{(-\gamma_4 + j \omega_4)t} \right\}$$

$$= 2e^{-\gamma_4 t} \cdot \sqrt{R_4^2 + \omega_4^2 P_4^2} \left\{ \mp \sin \omega_4 t \cos \zeta_4 \pm \cos \omega_4 t \sin \zeta_4 \right\}$$

$$\text{con } \tan \zeta_4 = \frac{|R_4|}{|\omega_4 P_4|}.$$

La solución final en el dominio del tiempo puede ser traducida a la forma:

$$h_1(t) = c \left\{ \pm \sum_{K=1,2} R_K e^{-\gamma_K t} (\pm) 2 \sum_{K=4,6,8} \sqrt{R_K^2 + \omega_K^2 P_K^2} e^{-\gamma_K t} \sin(\omega_K t \pm \zeta_K) \right\}$$

donde

$$\left\{ \begin{array}{l} \left\{ \frac{A_1(s_K)}{B^1(s_K)} \Delta \pm R_K \right\}_{K=1,2} ; \quad \left\{ \frac{A_1(s_K)}{B^1(s_K)} \Delta \pm R_K \pm j \omega_K P_K \right\}_{K=4,6,8} \end{array} \right\} \quad 5$$

$$\text{y } \left\{ \zeta_K \Delta \tan^{-1} \frac{|R_K|}{|\omega_K P_K|} \right\}_{K=4,6,8}$$

las reglas de los signos para senoide son:

para $K = 4, 6, 8$: $R_K > 0, P_K > 0$: Amplitud negativa. fase negativa

$R_K < 0, P_K < 0$: .. positiva

$R_K > 0, P_K < 0$: .. negativa .. positiva

$R_K < 0, P_K > 0$: .. positiva .. positiva

Los coeficientes originales se dieron en la página 14. Escribiendo

$$B^1(s) = b^1_7 s^7 + b^1_6 s^6 + b^1_5 s^5 + b^1_4 s^4 + b^1_3 s^3 + b^1_2 s^2 + b^1_1 s + b^1_0$$

resultan los siguientes coeficientes adicionales:

$$b^1_7 = 0.800000 \times 10^{-1} \quad b^1_3 = 0.709567 \times 10^{12}$$

$$b^1_6 = 0.115000 \times 10^{-5} \quad b^1_2 = 0.106189 \times 10^{15}$$

$$b^1_5 = 0.727296 \times 10^{-7} \quad b^1_1 = 0.897370 \times 10^{16}$$

$$b^1_4 = 0.285963 \times 10^{10} \quad b^1_0 = 0.353254 \times 10^{18}$$

La computadora está programada para calcular primeramente las raíces:

$$s_1 = -0.114282 \times 10^3 \quad s_{3,4} = -0.233493 \times 10^3 \pm j .766733 \times 10^2$$

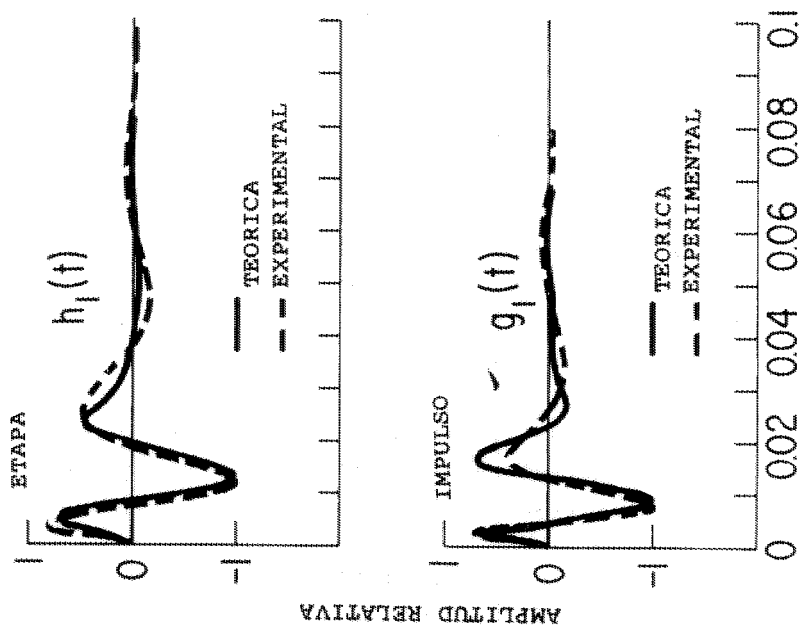
$$s_2 = -0.649142 \times 10^3 \quad s_{5,6} = -0.649784 \times 10^2 \pm j .119842 \times 10^3$$

$$s_{7,8} = -0.141244 \times 10^3 \pm j .371946 \times 10^3$$

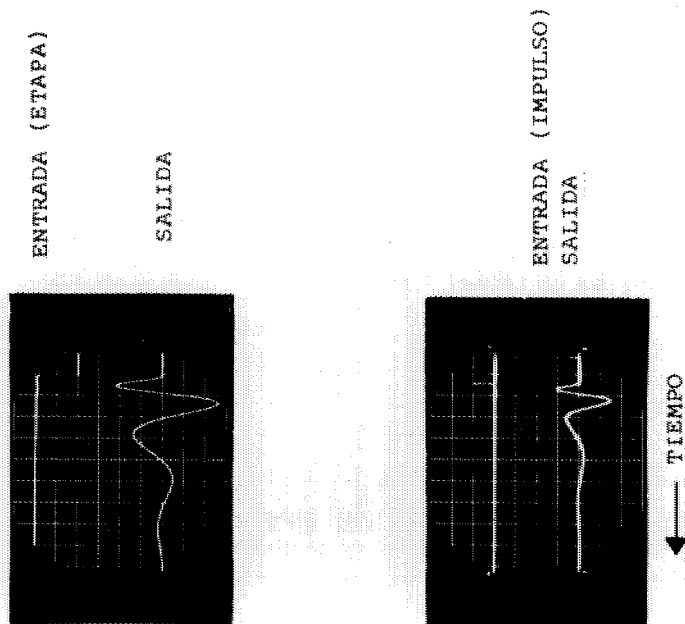
y posteriormente para calcular toda la ecuación (5) en etapas de 0.001 seg.: por cierto, se ve que, con excepción de $s_{3,4}$, las raíces seleccionadas en la página 17 para una investigación exploratoria del estado permanente, concuerdan bastante bien con las raíces efectivass y que la suposición equivocada de la parte real de:

$$s_{3,4} = - (T_4 \mp j \omega_4)$$

no afectó en grado significativo al análisis. Los resultados de la computadora han sido normalizados mediante el artificio de asignar el valor unidad a la primera onda negativa y se muestran, juntamente con la respuesta experimental, en la figura 10.



TIEMPO EN Seg.



ESCALA DE TIEMPO: 0.01 Seg./cm.

Fig. 10 - Respuesta a un pulso unitario para un filtro de banda de transmisión.

Para el impulso unitario (función delta), $E(s) = 1$ y la ecuación (1) suministra la respuesta

$$G_1(s) = G(s) = c \frac{A(s)}{B(s)}$$

Los teoremas del valor inicial y del valor final producen $g_1(0) = g_1(\infty) = 0$ y la transformada inversa de Laplace suministra

$$q_1(t) = c \sum_K \frac{A(s_K)}{B'(s_K)} e^{s_K t}$$

El resultado en el dominio del tiempo es análogo al que acabamos de dar y es:

$$q_1(t) = c \left\{ \pm \sum_{K=1,2} r_K e^{-\gamma_K t} (\pm) \sum_{K=4,6,8} \sqrt{r_K^2 + \omega_K^2 \rho_K^2} e^{-\gamma_K t} \sin(\omega_K t \pm \varphi_K) \right\}$$

$$\text{donde } \left\{ \frac{A(s_K)}{B'(s_K)} \triangleq \pm r_K \right\}_{K=1,2} : \left\{ \frac{A(s_K)}{B'(s_K)} \triangleq \pm r_K \pm j \omega_K \rho_K \right\}_{K=4,6,8}$$

$$\text{y } \left\{ \varphi_K \triangleq \tan^{-1} \frac{|r_K|}{|\omega_K \rho_K|} \right\}_{K=4,6,8} \dots\dots\dots (6)$$

Tanto el resultado calculado con computadora como los datos experimentales reales, se encuentran anotados en la figura 10, y están normalizados para que la primera onda negativa sea igual a la unidad.

La primera impresión global desanima un poco. Pero un estudio más cuidadoso, revela el hecho de que la desviación no radica sobre la tendencia

principal, sino sólo en los detalles. Cuando se consideran los parámetros constantes que describen la inductancia, el tratamiento matemático puede, cuando mucho, constituir una aproximación. Además, cuando se da uno cuenta de que un impulso unitario es solamente un concepto matemático, no realizable en la práctica, la concordancia en el último análisis es suficientemente satisfactorio y queda establecida la confianza tanto en lo que respecta al modelo, como por lo que se refiere al tratamiento.

Ahora como se mencionó anteriormente

$$H_1(s) = \frac{1}{s} \quad G_1(s) = \frac{1}{s} \quad G_1(s)$$

de modo que $G_1(s) = sH_1(s)$, es decir, la diferenciación de la respuesta a la función unitaria debe corresponder a la respuesta de impulso unitario. De hecho, examinando los resultados teóricos de la figura 10 observamos que siempre que $h_1(t)$ tiene un máximo, $g_1(t) \rightarrow 0$ y siempre que $h_1(t) = 0$, $g_1(t) \rightarrow \pm$ máximo. Por lo que respecta a los experimentos, esto aparece menos evidente, ya que en primer lugar, la evaluación a partir de las fotografías es inexacta y, en segundo lugar, el impulso generado es solamente un impulso "prácticamente unitario".

Una vez que está disponible la respuesta del pulso unitario, la respuesta a cualquier función en un sistema lineal, se llega a conocer mediante uno de los más útiles teoremas en el análisis de transitorios, el teorema de la Superposición, el cual está dado en dos formas:*

$$\left. \begin{aligned} h(t) &= f(0) h_1(t) + \int_0^t f'(\lambda) h_1(t - \lambda) d\lambda \\ y \\ h(t) &= f(t) h_1(0) + \int_t^t f(\lambda) q_1(t - \lambda) d\lambda \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &(I) \\ &(II) \end{aligned}$$

* Ver por ejem.: S. Goldman (Loc. cit.).

Estos serán examinados en una forma indirecta. Los teoremas son válidos para cualquier $f(t)$, por lo tanto son válidos para $f(t) = u_1(t)$, es decir, el impulso unitario.

En este caso II da:

$$h(t) = \int_{\epsilon}^t u_1(\lambda) q_1(t - \lambda) dt.$$

Recordando el Teorema de multiplicación Compleja o de Convolution Real:

$$\int_0^t f_1(\lambda) f_2(t - \lambda) d\lambda = F_1(s) F_2(s)$$

Tenemos inmediatamente que $H(s) = U_1(s) G_1(s)$. Pero para el impulso unitario, $U_1(s) = 1$; por lo tanto $h(t) = g_1(t)$, es decir, la respuesta a un impulso unitario es la unidad de respuesta a un impulso. Con fundamento en la forma I;

$$h(t) = u_1(0) h_1(t) + \int_0^t u_1'(\lambda) h_1(t - \lambda) d\lambda.$$

Por lo tanto:

$$H(s) = u_1(0) H_1(s) + \mathcal{L} \left[u_1'(t) \right] H_1(s).$$

Pero, por el Teorema de Diferenciación Real: $\mathcal{L} \left[f'(t) \right] = s F(s) - f(0)$,

$$\begin{aligned} H(s) &= u_1(0) H_1(s) + \left[s U_1(s) - u_1(0) \right] H_1(s) = U(s) H_1(s) = s H_1(s) \\ &= G_1(s). \quad h(t) = q_1(t), \end{aligned}$$

como anteriormente.

Un aspecto muy útil y de gran ilustración de la respuesta del pulso unitario, radica en su capacidad teórica para predecir la respuesta del estado permanente. Considerando la forma I del Teorema de Superposición, que debe ser igualmente válido para $f(t) = \sin \omega t =$ al estado permanente, tenemos:

$$h(t) = \omega \int_0^t \cos \omega \lambda h_1(t - \lambda) d\lambda = \omega J.$$

El significado de $h_1(t - \lambda)$ se vuelve evidente si nos damos cuenta de que para $\lambda = t$, $h_1(t - \lambda) = h_1(0)$, y para $\lambda = 0$, $h_1(t - \lambda) = h_1(t)$, de modo que $h_1(t - \lambda)$ es simplemente $h_1(t)$ simétricamente invertido con respecto a la ordenada localizada en $\lambda = t$. Ahora, $h_1(t)$, como hemos visto, es una suma de términos exponenciales tales como $e^{-\gamma t}$, donde γ puede ser compleja. Por lo tanto, un término de la integral es:

$$J_1 = e^{-\gamma t} \int_0^t e^{\gamma \lambda} \cos \omega \lambda d\lambda = \frac{1}{\gamma^2 + \omega^2} \left\{ \gamma \cos \omega t + \omega \sin \omega t - \gamma e^{-\gamma t} \right\}$$

que, para el estado permanente (ss), es decir, para $t \rightarrow \infty$, se convierte en $J_{ss} =$ senoide. Así pues, si estamos interesados en la amplitud del estado permanente, nos interesará a su vez conocer ωJ máx. Pero esto puede obtenerse gráficamente.

Antes de seguir más adelante debemos sacar algunas conclusiones de la naturaleza de $h_1(t)$ para la transmisión completa en los límites de la banda de frecuencia. Para $\omega = 0$, supóngase $f(t) = k =$ constante. Entonces en virtud de I (pág. 37), $h(t) = kh_1(t)$ de manera que $h_{ss} = [kh_1(t)]_{t \rightarrow \infty}$ y la condición de $h_1(t)$ es que incluya una componente constante para que la frecuencia 0 se transmita. Para $\omega \rightarrow \infty$, haciendo que $f(t) = \sin \omega t$, tenemos que en virtud de II (pág. 37)

$$h(t) = h_1(0) \sin \omega t + \int_0^t \sin \omega \lambda q_1(t - \lambda) d\lambda.$$

Puede mostrarse que cuando $t \rightarrow \infty$ y $\omega \rightarrow \infty$ la contribución de la integral se anula, de modo que $h_{ss} = [h_1(0) \sin \omega t]_{\omega \rightarrow \infty}$. La condición que se impone sobre $h_1(t)$ es la de que $h_1(0) \neq 0$, con el fin de que la frecuencia infinita se transmita.

Volviendo al poderoso método para determinar la respuesta del estado permanente a partir de la respuesta a la función unitaria,* considérese la respuesta experimental del estado permanente de nuestro filtro de banda de transmisión (fig. 6) y la respuesta experimental a una función unitaria (fig. 10). En la figura 11 la situación se ilustra para una frecuencia de 13 cps. Por lo tanto, $\cos \omega \lambda$ se traza para un período $T = 0.0769$ seg., la respuesta a la función unitaria invertida, representando $h_1(t - \lambda)$, se traza originalmente respecto de la escala de tiempo de la figura 11 en un papel transparente y se desplaza (para tiempos suficientemente largos) a una posición tal que, visualmente garantizaría un área máxima bajo el producto $\cos \omega \lambda \cdot h_1(t - \lambda)$. Con alguna experiencia éste puede lograrse bastante bien. Por ahora, puesto que el objetivo es la demostración de un método, se aprovecha el conocimiento de la fase que es 275° de adelanto \equiv a 85° de retardo, correspondiendo a 0.01816 segundos. Debe recordarse que esta fase debe contarse a partir de un tiempo, en el que $\sin \omega \lambda = 1$, es decir, a partir de $\lambda = 0.09615$ seg., por ejemplo: $h_1(t - \lambda)$ está localizado en $\lambda = 0.09615 + 0.01816 = 0.11431$ seg. En seguida, el integrando, es decir, el producto $\cos \omega \lambda \cdot h_1(t - \lambda)$ se forma y se grafica, después de lo cual, se calcula el área bajo la curva. El área positiva en exceso, adecuadamente interpretada según las escalas utilizadas, evalúa la integral: $J_{13} = 0.002374$. Por lo tanto, $\omega_{13} J_{13} = 0.1940$. Esto en sí, no quiere decir nada. Sin embargo, si se aplica el mismo procedimiento a otra frecuencia, la atenuación relativa entre las dos frecuencias puede ser determinada. Tomando $f = 50$ cps. dentro de la región plana, suponiendo un defasamiento cero y procediendo como antes, obtenemos $\omega_{50} J_{50} = 2.7067$. Por lo tanto, la transmisión a $f = 13$ cps. se baja a 0.07167 comparada con la transmisión a $f = 50$ cps. Esto asciende a 22.9 db. El examen de la figura 6 es confirmativo, indicando 23.5 db. Si la posición correcta de $h_1(t - \lambda)$ se establece por el método de tanteos, del ensayo y del error, entonces la fase

* El Dr. E. Marken llamó la atención sobre este punto.

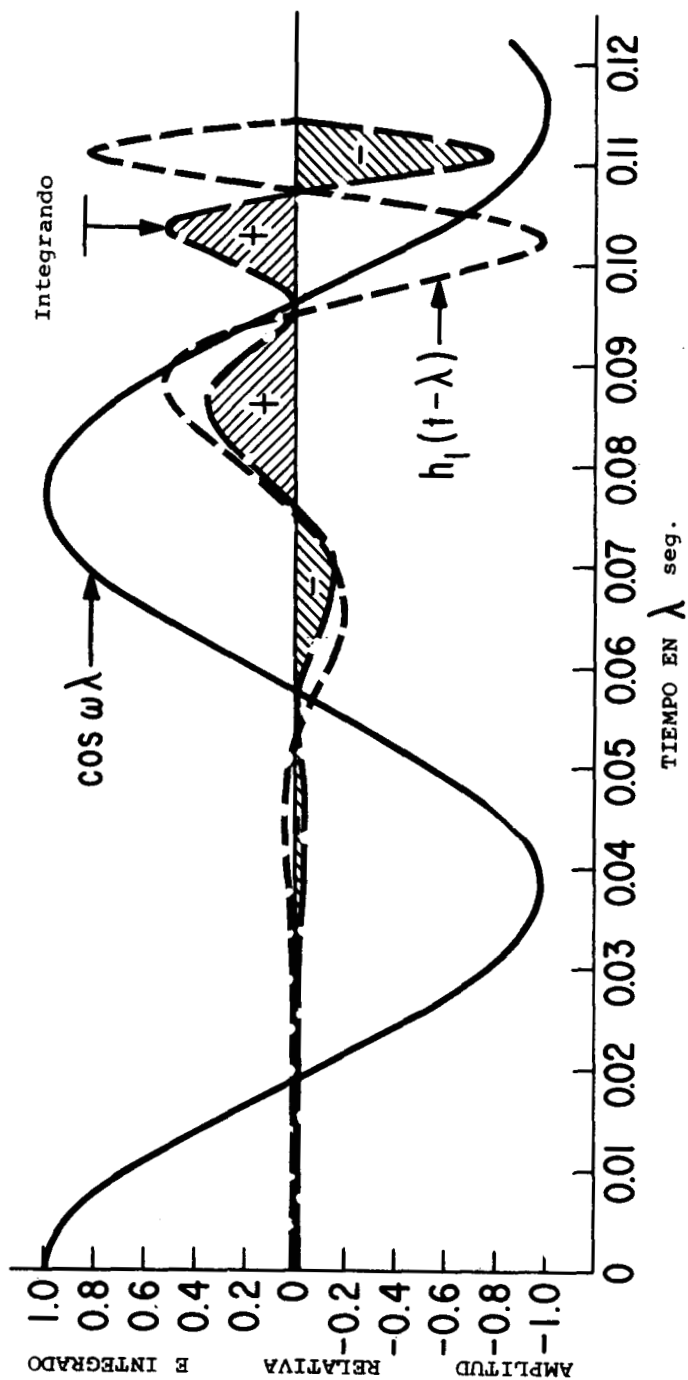


Fig. 11 - Respuesta al estado permanente a una frecuencia $f=13$ c.p.s. a partir de la respuesta de una etapa experimental para un filtro de banda de transmisión.

del estado permanente también queda establecida. Lo poderoso de este método, radica en la posibilidad de juzgar, en forma cualitativa, la respuesta a cualquier frecuencia, mediante el manejo de la respuesta a la función unidad solamente, la cual es una cantidad fácilmente obtenible en la práctica. Por lo que respecta al trabajo cuantitativo, se encontró que cuando la atenuación excede de 10 db. en grado considerable, la cancelación de las áreas positivas y negativas es tan acentuada, que los errores de cálculo hacen que los resultados se pongan en tela de duda.

Para el filtro de banda de absorción y considerando la ecuación (2) la respuesta a la función unidad es:

$$H_1 (s) = \frac{1}{s} \frac{A (s)}{B (s)}$$

para la cual $h_1 (0) = h_1 (\infty) = 1$ por aplicación de los teoremas de valor inicial y de valor final. La transformada inversa de Laplace da:

$$h_1 (t) = 1 + \sum_{K=1,2,3} \frac{A (s_K)}{s_K B^1 (s_K)} e^{s_K t}$$

la solución $B (s) = 0$ produce las tres raíces:

$$s_1 = -\gamma_1 = - \cdot 20482810^3 ;$$

$$s_{2,3} = -\gamma_2 \pm j \omega_2 = -12796810^3 \pm j \cdot 1179210^3$$

Los coeficientes originales se citaron en la página 14. Además

$$B^1 (s) = b^1_2 s^2 + b^1_1 s + b^1_0 ,$$

donde

$$b^1_2 = 0.300000 \times 10^1$$

$$b^1_1 = 0.921528 \times 10^3$$

$$b^1_0 = 0.827039 \times 10^5$$

Procediendo de manera análoga el caso precedente, se tiene en el dominio del tiempo:

$$\left. \begin{aligned} h_1(t) &= \left| \pm R_1 e^{-\gamma_1 t} (\pm) 2 \sqrt{R_2^2 + \omega_2^2 \rho_2^2} e^{-\gamma_2 t} \sin(\omega_2 t \pm \theta_2) \right. \\ \text{donde } \frac{A(s_1)}{s_1 B^1(s_1)} \Delta \pm R_1 ; \frac{A(s_{2,3})}{s_{2,3} B^1(s_{2,3})} \Delta \pm R_2 \pm j \omega_2 \rho_2 \\ \text{y } \theta_2 \Delta \tan^{-1} \frac{|R_2|}{|\omega_2 \rho_2|} . \end{aligned} \right\} \dots (7)$$

La regla de los signos es la misma que para la ecuación (5) y la ecuación (6). El cálculo con computadora de la ecuación (7) se hace para $0 \geq t$ y se efectúa en pasos de 0.001 segundos, hasta que el valor se aproxima a la unidad en un grado suficiente.

Para el impulso unitario, representando la ecuación (2) una fracción impropia, el cociente debe ser escrito en la forma equivalente.

$$G(s) = G_1(s) = 1 - \frac{S^2 C_1 - S C_0}{S^3 S^2 b_2 S b_1 b_0} = 1 - \frac{A_1(s)}{B(s)}$$

donde

$$C_1 = b_2 - a_2 = 0.240964 \times 10^3$$

$$C_0 = b_1 - a_1 = 0.529639 \times 10^5$$

Se ve que los valores inicial y final en el dominio del tiempo, son $G_1(0) \rightarrow \infty$; $g_1(\infty) = 0$. La transformada inversa da:

$$q_1(t) = u_1(t) - \sum_{K=1,2,3} \frac{A_1(s_K)}{B^1(s_K)} e^{s_K t}$$

donde $u_1(t)$, o sea el impulso unitario, hace una aparición como la transformada inversa de la unidad. El tratamiento siguiente de la ecuación anterior da como resultado, la forma:

$$q_1(t) = u_1(t) - \left\{ (\pm) r_1 e^{-\gamma_1 t} (\pm) 2 \sqrt{r_2^2 + \omega_2^2 \rho_2^2} e^{-\gamma_2 t} \sin(\omega_2 t \pm \varphi_2) \right\}$$

$$\text{donde } \frac{A_1(s_1)}{B^1(s_1)} \triangleq r_1 ; \frac{A_1(s_{2,3})}{B^1(s_{2,3})} \triangleq \pm r_2 \pm j \omega_2 \rho_2$$

$$\text{y } \varphi_2 \triangleq \tan^{-1} \frac{|r_2|}{|\omega_2 \rho_2|} \dots \dots \dots (8)$$

Puesto que $u_1(t)$ existe solamente en $t = 0$, esta ecuación se calcula para $0 < t$, es decir, para todos los valores positivos de t con exclusión de $t = 0$. En esta forma no hay problema con la función de impulso unitario. El cálculo de la ecuación (8) con la computadora, se hace en etapas de 0.001 seg., y se termina cuando $g_1(t) \rightarrow 0$. Los resultados, teórico y experimental para el filtro de banda de absorción, se presentan en la figura 12 después de la normalización usual. La concordancia es notable. Nótese en la fotografía la existencia de $u_1(t)$ en la salida, cuando la sensibilidad del registro se redujo suficientemente.

El uso de la respuesta a una función escalón unitaria en la determinación del estado permanente, será demostrado también para este filtro. Para $f = 26.2$ cps. existe un mínimo experimental a la fase cero. Por lo tanto en la figura 13, se traza $\cos \omega \lambda$ para $\omega = 164.615$ ($T = 0.0382$ seg.). La expresión experimental $h_1(t - \lambda)$ de la figura 12, adecuadamente invertida y adaptada a la escala de la figura 13, se coloca a $t = 0.08607$ seg., siendo entonces: $\omega \lambda = 1$. Obsérvese el mecanismo mediante el cual se produce atenuación máxima a una frecuencia particular: la constitución del transitorio debe ser tal, que asegure una cancelación acentuada de las áreas positiva y negativa a esta frecuencia. En este caso encontramos $J_{26.2} = 0.000196$, de modo

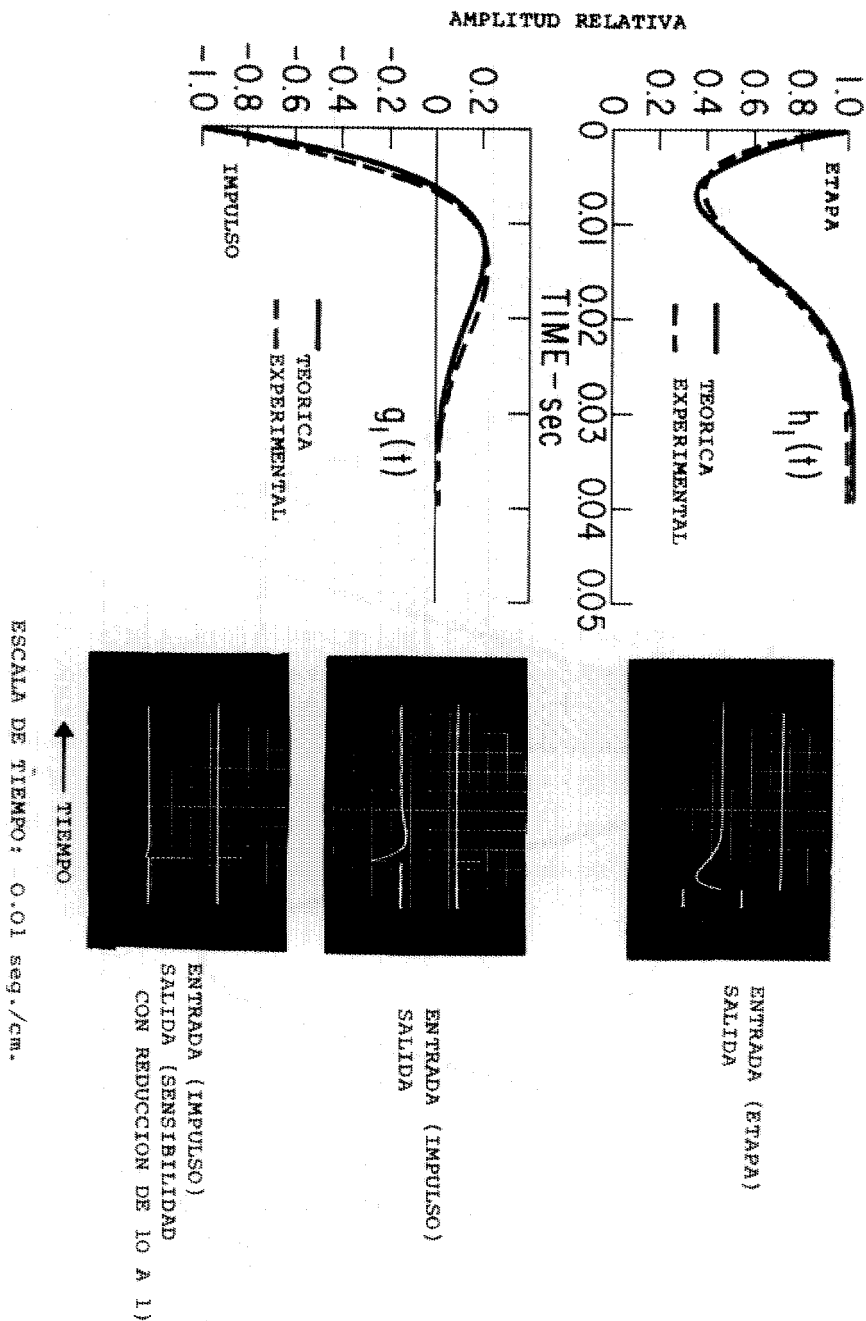


Fig. 12. Respuesta de un filtro de banda de absorción a un impulso unitario.

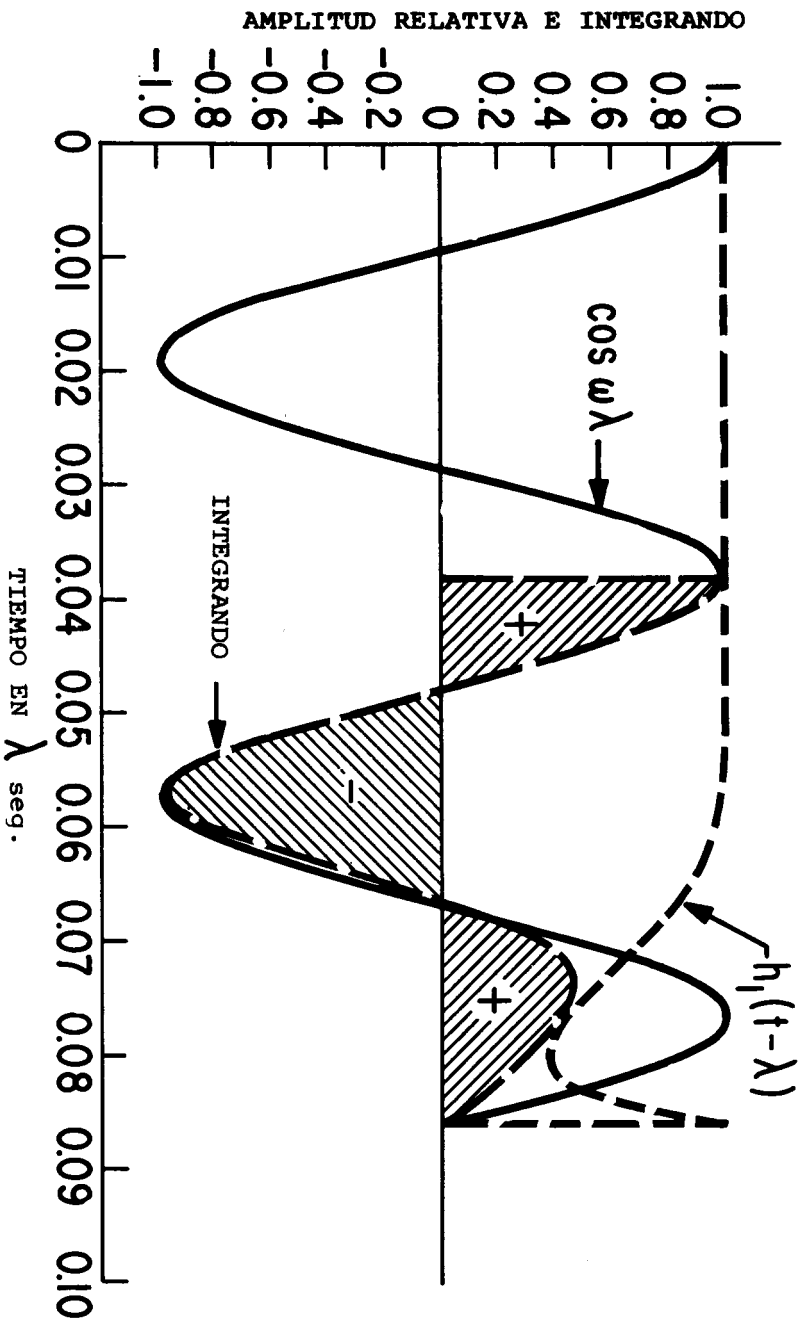


Fig. 13 - Respuesta al estado permanente a una frecuencia $f = 26.2$ c.p.s. a partir de la respuesta de una etapa experimental para un filtro de banda de absorción.

que $\omega_{26.2} J_{26.2} = 0.03226$. Si el mismo procedimiento se repite para, digamos $f = 20$ cps., colocando un retraso de $h_1 (t - \lambda) 63^\circ$ con respecto a $\lambda = 0.1125$ seg. es decir, a $t = 0.1125 + 0.00875 = 0.12125$ seg., obtenemos $J_{20} = 0.003136$ y $\omega_{20} J_{20} = 0.3941$. Esto predice un factor de transmisión de 0.08186 con respecto a la transmisión a $f = 20$ cps., indicando una caída de 21.7 db: Estos queda suficientemente confirmado con la figura 9, que indica 23.5 db.

LA RESPUESTA A UN PULSO SISMICO

Como se mencionó en la página 37 el teorema de Superposición garantiza la respuesta a una función arbitraria cuando se conoce la respuesta del pulso unitario. Ricker* introdujo el concepto de "pulso", el cual está basado en varios parámetros sísmicos. Puesto que él demostró que los verdaderos pulsos sísmicos se vuelven simétricos para trayectorias suficientemente largas, aquí se propone otro pulso simétrico, el cual tiene las ventajas de su flexibilidad y simplicidad y, que además, se parece muchísimo al pulso de Ricker, por lo que los resultados se consideran igualmente significativos.

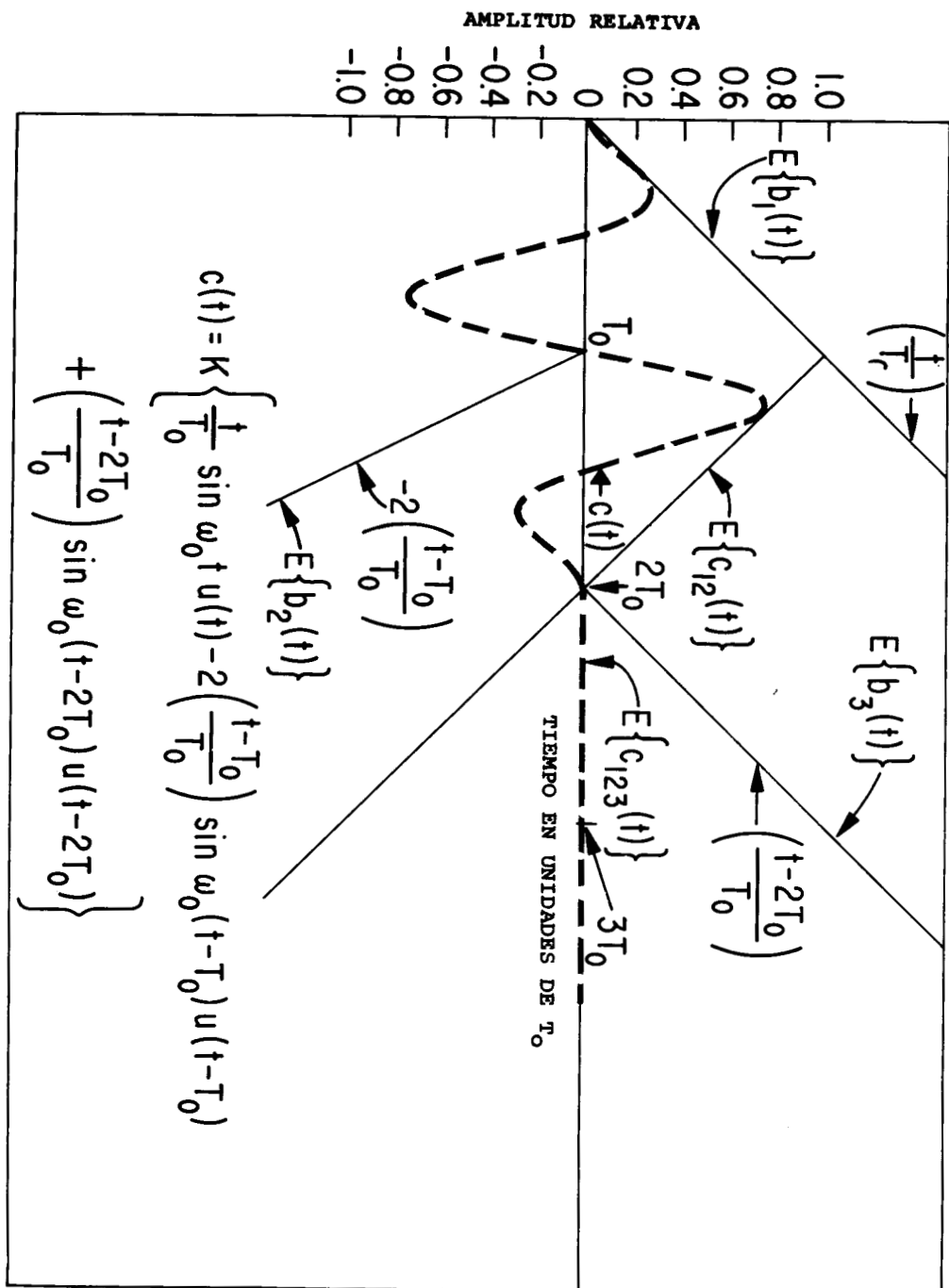
Consideremos una función $a(t)$ con periodicidad T_0 tal que $a(t) \triangleq a(t - T_0) \triangleq a(t - 2T_0)$. Consideremos otra función definida como $b_1(t) \triangleq \left(\frac{t}{T_0}\right) a(t) u(t)$, $t \geq 0$, donde $u(t)$ es la función unitaria. Esta función se inicia bruscamente en $t = 0$ y su envolvente $E\{b_1(t)\}$ crece con una pendiente (t/T_0) , véase la fig. 14.

Definiendo:

$$b_2(t) \triangleq -2 \left(\frac{t - T_0}{T_0}\right) a(t - T_0) u(t - T_0), t \geq T_0$$

* M. Ricker, "The Computation of Output Disturbances from Amplifiers for the true Wavelet Inputs Vol. 10 (1945) pp. 207-220.

The Form Laws of Propagation of Seismic Wavelets", Geophysics, Vol. 18-1 (1953) pp. 10-40.

Fig. 14 - Construcción de la forma de onda $c(t)$.

la envolvente $E \{ b_2 (t) \}$ cae con una velocidad dos veces mayor a la velocidad con que crece $E \{ b_1 (t) \}$. Por lo tanto la función $C_{12} (t) \equiv b_1 (t) + b_2 (t)$ tendría la envolvente decreciente $E \{ C_{12} (t) \}$ iniciándose con $t = T_0$. Para asegurarse que el pulso termina en $t = 2 T_0$. necesitamos una tercera función

$$b_3 (t) \triangleq \left(\frac{t - 2 T_0}{T_0} \right) a (t - 2 T_0) u (t - 2 T_0), t \geq 2 T_0$$

cuya envolvente $E \{ b_3 (t) \}$ crece con la misma velocidad que $E \{ b_1 (t) \}$, iniciándose en $t = 2T_0$. Así se ha generado una función $c (t) \equiv b_1 (t) + b_2 (t) + b_3 (t)$. En particular, si $a (t) = \text{Sen } \omega_0 t$ tenemos

$$C (t) = f (t) = K \left\{ \frac{t}{T_0} \text{sen } \omega_0 t u (t) - 2 \left(\frac{t - T_0}{T_0} \right) \text{sen } \omega_0 (t - T_0) u (t - T_0) + \left(\frac{t - 2 T_0}{T_0} \right) \text{sen } \omega_0 (t - 2 T_0) u (t - 2 T_0) \right\} \dots \dots \dots (9)$$

donde k es una constante que transforma a $f (t)$ a la dimensión apropiada (o sea, voltaje).

No existe restricción alguna con respecto a la relación T_0 a ω_0 , puesto que pudimos haber escrito, más generalmente, T_1 en lugar de T_0 , donde $T_1 \triangleq \kappa T_0$, κ entero. Así el pulso podría ser tan oscilante como se necesite. Tampoco hay restricciones con respecto a ω_0 , por lo que la frecuencia dominante siempre puede satisfacer las necesidades. Posteriormente discutiremos el caso $T_1 = T_0$.

Es deseable e instructivo, desarrollar el espectro de las frecuencias de este pulso. La función en el dominio del tiempo $f (t)$ tiene una transformada $F (j \omega)$ en el dominio de la frecuencia, tal que $F (j \omega) = A (\omega)$

$e^{j\varphi}(\omega)$ donde $A(\omega) = |F(j\omega)|$ amplitud del espectro* y $P(\omega) =$ fase del espectro. O, introduciendo $\zeta = (\omega/\omega_0)$, como se desea determinar las funciones genéricas $A(\zeta)$ y $P(\zeta)$. Para transformar cada término de la ecuación (9) al dominio s , hacemos uso del teorema de Translación Real $f(t - a) = e^{-as} F(s)$. Así se obtiene la transformada de Laplace de la ecuación (9):

$$F(s) = K \left\{ \frac{1}{T_0} \frac{2\omega_0 s}{(s^2 + \omega_0^2)^2} - \frac{2}{T_0} \frac{2\omega_0 s}{(s^2 + \omega_0^2)^2} e^{-T_0 s} + \frac{1}{T_0} \frac{2\omega_0 s}{(s^2 + \omega_0^2)^2} e^{-2T_0 s} \right\}$$

Por lo tanto:

$$F(j\omega) = \frac{K}{T_0} \frac{j 2 \omega_0 \omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2} (1 - 2e^{-j\omega T_0} + e^{-j 2 \omega T_0})$$

Pero

$$\begin{aligned} (1 - 2e^{-j\omega T_0} + e^{-j 2 \omega T_0}) &= (1 - 2 \cos \omega T_0 + \cos 2 \omega T_0) \\ &\quad + j(2 \sin \omega T_0 - \sin 2 \omega T_0) \\ &= 2(\cos \omega T_0 - 1)(\cos \omega T_0 - j \sin \omega T_0) = -4 \sin^2 \left(\frac{\omega T_0}{2} \right) e^{-j\omega T_0} \end{aligned}$$

* Ver por ejemplo: J. G. Truxal, loc. cit.

y puesto que $-j = e^{-j(\pi/2)}$

$$F(j\omega) = \frac{8k}{T_0} \frac{\omega_0 \omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2} \sin^2\left(\frac{\omega T_0}{2}\right) e^{-j(\omega T_0 + \frac{\pi}{2})}$$

Así

$$A(\zeta) = \frac{2kT_0}{\pi^2} \frac{\zeta \sin \zeta \pi}{(1 - \zeta^2)^2}; \quad \rho(\zeta) = -(2\pi\zeta + \frac{\pi}{2})$$

Para $\zeta = 1$, la doble diferenciación del numerador y denominador de $A(\zeta)$ con respecto a ζ nos da:

$$A(1) = \frac{1}{2} kT_0$$

Para el filtro de banda de transmisión, primero seleccionamos la frecuencia de un pulso básico, la cual está muy cerca a la meseta de transmisión, digamos $f_0 = 40$ cps. ($T_0 = 0.025$ seg.), véase la figura 6 y la respuesta teórica. Para una elección $k = 1.3333$ volts* se tiene:

$$A(\zeta) = 0.006755 \frac{\zeta \sin^2 \zeta \pi}{(1 - \zeta^2)^2}, \quad A(1) = 0.01666$$

y los ceros ocurren para $\zeta = 0.2, 3, \dots$. El espectro de amplitudes normalizado que transforma a $A(1)$ a la unidad, se designa por $A_n(\zeta)$ y se

* Este fue seleccionado con objeto de normalizar el máximo de $f(t)$ a la unidad. La selección desafortunadamente está equivocada, puesto que actualmente el máximo se alcanza a 1.0145.

muestra en la figura 15. El espectro de fase, siendo lineal no tiene interés particular a este respecto, por lo que se pasará por alto. El espectro de amplitud, indica que la señal contiene otras frecuencias, diferentes a la frecuencia dominante de 40 cps. Si el criterio "riqueza" se usa para corresponder a $An(\xi) \geq 0.5$, entonces la señal puede decirse que es rica en frecuencias en el rango 23-58 cps.

Basándonos en la forma II del teorema de superposición (pág. 37) y con $f(t)$ definida en la ecuación (9) y recordando que $h_1(0) = 0$ (página 32) la respuesta a un pulso es:

$$h(t) = \int_{\epsilon}^t f(\lambda) q_1(t - \lambda) d\lambda$$

Esto se maneja muy fácilmente por medio de la máquina computadora para evaluar $f(t)$ en etapas de 0.001 seg. y para utilizar $g_1(t)$ ya evaluada de la ecuación (6). Esta respuesta a un impulso unitario está correctamente invertida y considerada para iniciarse en un tiempo escogido $\lambda = t$. Se forma el producto $f(\lambda) g_1(t - \lambda)$ y se evalúa la integral mediante el cálculo del área aproximada de cada rectángulo, de ancho $\Delta\lambda$. Si las ordenadas de la función son a_0, a_1, \dots, a_n , la relación

$$h(t) \simeq \frac{\Delta\lambda}{2} (a_0 + 2a_1 + 2a_2 + \dots + 2a_{n-1} + a_n)$$

da el valor de $h(t)$ en el tiempo t . Este proceso se indica en $t = 0.08$ seg. y se sigue hasta $t = 0.001$ seg. en etapas de 0.001 seg. (obviamente la respuesta es cero a $t = 0$). El resultado es el pulso de salida $h_{40}(t)$, cuyo máximo ocurre a $t = 0.039$ y es 0.4478. Esto no es una sorpresa, puesto que la respuesta teórica del estado permanente en esa frecuencia, alcanza una pérdida de ≈ 7 db. (véase la figura 6). Con objeto de normalizar este máximo a la unidad, tenemos que multiplicar todos los valores $h_{40}(t)$ por 2.233, (o sea, que en efecto introducimos una ganancia constante de 2.233). Este pulso nor-

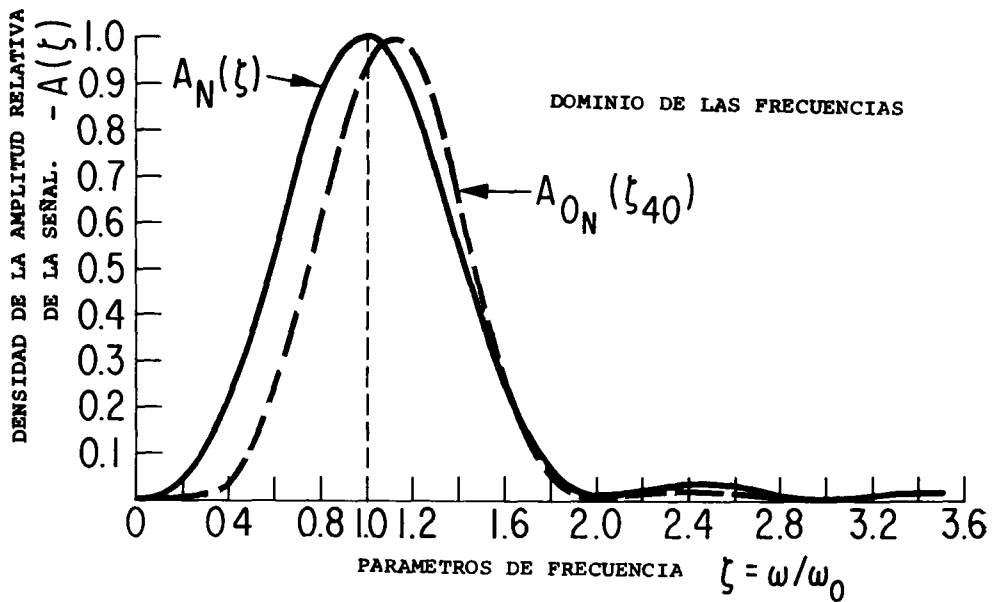
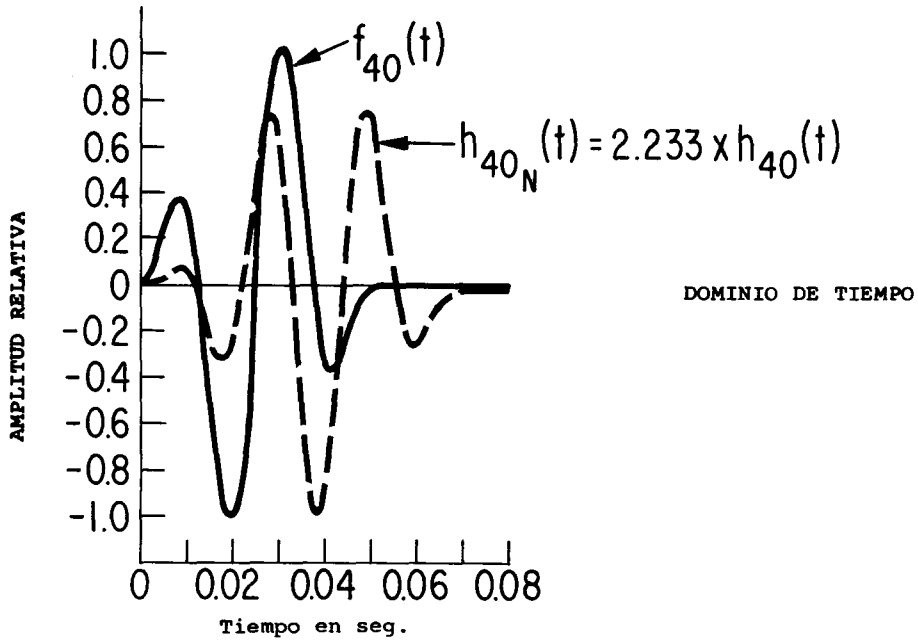


Fig. 15 - Forma de onda de la respuesta de un filtro de banda de transmisión en la región de transmisión.

malizado, $h_{40}(t)$ junto con $f_{40}(t)$ se muestra en la sección del dominio del tiempo de la figura 15. Se han hecho observaciones pertinentes, de que las frecuencias dominantes han quedado ligeramente defasadas hacia frecuencias más altas, que la iniciación del pulso se ha retrasado, que la longitud del pulso se extiende más allá de 0.05 seg., y que, a pesar del hecho de que la frecuencia dominante cae en la banda de paso del filtro, el pulso, aunque es correlacionable, está considerablemente distorsionado. Esta última aseveración debe tomarse como una señal del papel significativo que juega la característica fase-frecuencia del estado permanente.

Este defasamiento de las frecuencias, se explica, si ahora enfocamos nuestra atención sobre el dominio de las frecuencias. Por el teorema de Convulsión Real (pág. 37) la relación del dominio s para el pulso de salida es $H(s) = F(s) G_1(s) = F(s) G(s)$, donde $G(s)$ es la función del sistema y $F(s)$ es la transformada de Laplace de $f(t)$. Por lo tanto $H(j\omega) = F(j\omega) G(j\omega)$ y si $|H(j\omega)| = A_0(\omega) =$ al espectro de amplitud de salida y $|G(j\omega)| = M(\omega) =$ magnitud de la transmisión para el sistema (pág. 21) entonces, puesto que $|F(j\omega)| = A(\omega) =$ al espectro de amplitudes de la señal de entrada (pág. 50) simplemente tenemos:

$$A_0(\omega) = A(\omega) M(\omega)$$

Para el espectro de fase de salida $P_0(\omega)$ es simplemente:

$$P_0(\omega) = P(\omega) + \phi(\omega)$$

La salida normalizada del espectro de amplitudes en función del parámetro ζ se designa como $A_0\zeta(\zeta_{10})$ en la figura 15. Esto muestra que, realmente, existe un defasamiento hacia las altas frecuencias, tal, que la frecuencia dominante corresponde a $\zeta \cong 1.1$, o sea, una frecuencia de 44 cps.

Para nuestro segundo ejemplo, la frecuencia dominante del pulso, se supondrá de 20 cps., el cual, de acuerdo con la figura 6, está definitivamente en la región de atenuación de la transmisión teórica. Los pulsos de entrada y

salida correspondientes, o sea $f_{20}(t)$ y $h_{20N}(t)$ se muestran en la figura 16 junto con el espectro de amplitudes de salida $A_{0N}(\xi_{20})$ y la distribución genérica $A_N(\xi)$ para la señal de entrada. En el dominio del tiempo la amplitud máxima en la salida es ≈ 0.15317 a $t = 0.063$. Con objeto de desarrollar la salida normalizada $h_{20N}(t)$ es por tanto necesario multiplicar todos los valores de $h_{20}(t)$ por 6.529 (o sea, introducir una ganancia constante de 6.529). Esta atenuación aparece razonable, puesto que la figura 6 indica una atenuación en el estado permanente a 20 cps. de 20 db. Como en el ejemplo anterior se observa un retraso inicial y se establece un defasamiento hacia las frecuencias más altas: por ejemplo el segundo medio ciclo negativo (teniendo máxima amplitud) tiene una frecuencia de 26.3 cps. También se nota que el pulso se extiende considerablemente más allá de 0.1 seg. No es posible hablar de correlación con el pulso de entrada, puesto que el nuevo pulso tiene cuatro medios ciclos positivos y cuatro negativos (el pulso de salida del caso anterior tenía tres medios ciclos positivos y tres negativos). Todavía, el pulso tiene suficiente carácter para correlación de canales múltiples. En el dominio de la frecuencia, realmente, el máximo de la amplitud se desplaza considerablemente hacia frecuencias más altas y se desarrolla una "saliente" significativa en la región de la alta frecuencia. La correlación en este dominio es todavía pronunciada.

Para el filtro de banda de absorción, se alcanza la situación más interesante, si uno busca la respuesta para el caso en que la frecuencia dominante del pulso coincide con la frecuencia crítica, o sea, con la frecuencia para la cual $G(j\omega)$ se transforma en G_m (véase la página 27). Así, puesto que en este caso $h_1(0) = 1$ (véase la pág. 42) el teorema II de superposición muestra

$$h(t) = f(t) + \int_{\epsilon}^t f(\lambda) q_1(t - \lambda) d\lambda$$

$f(t)$ se calcula para 27 cps. de la ecuación (9) ($\omega_0 = 169.641$, $T_0 = 0.037073$ seg.) y $g_1(t)$ es el resultado ya calculado de la ecuación (8).

El pulso de entrada $f_{27}(t)$ y el pulso de salida calculado con la computadora $h_{27}(t)$ se muestra en la sección del dominio del tiempo de la

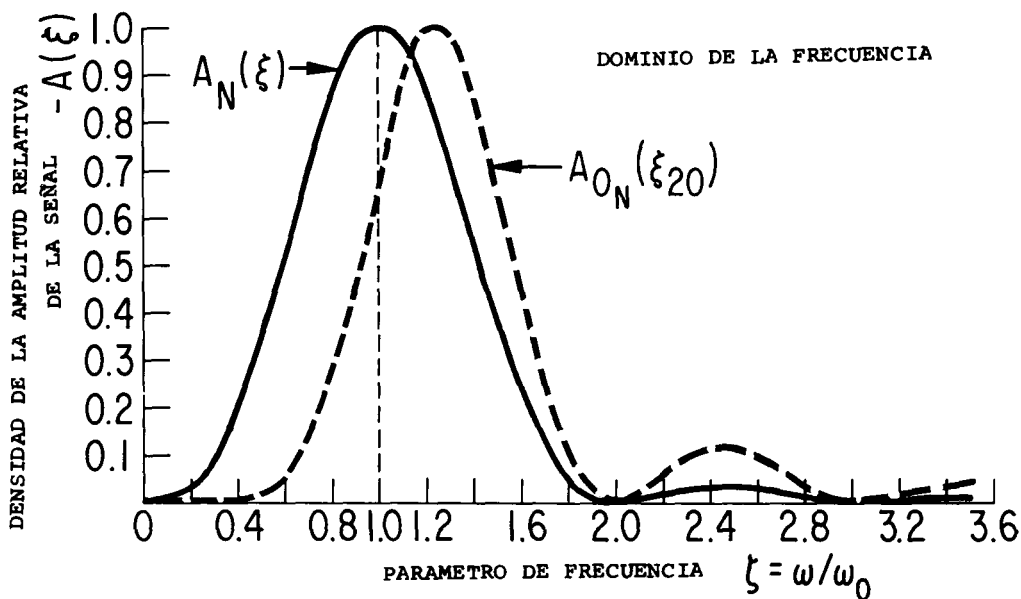
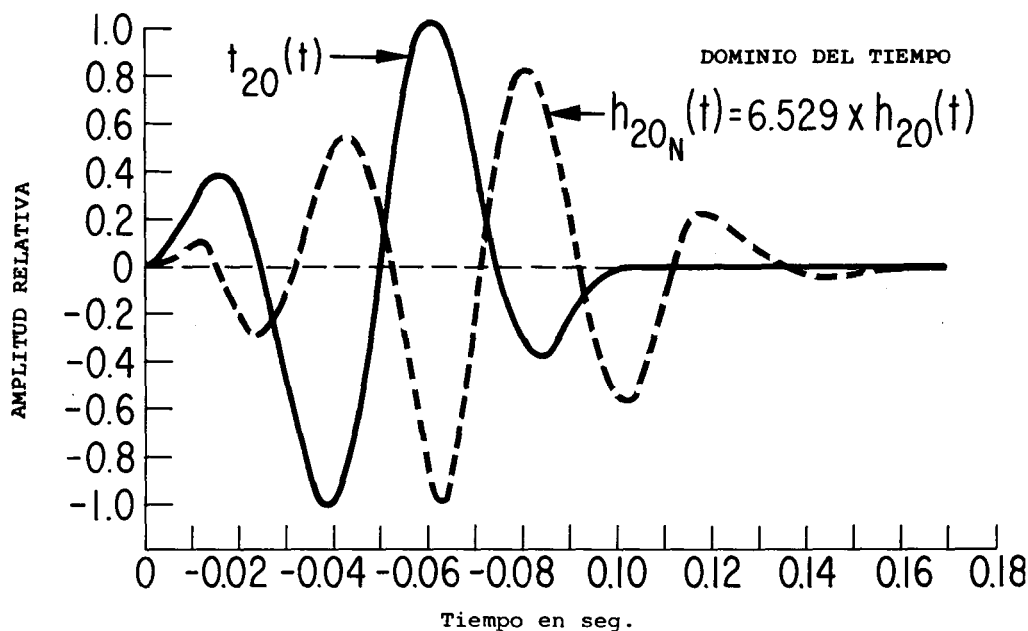


Fig. 16 - Forma de onda para la respuesta de un filtro de banda de transmisión en la región de atenuación.

figura 17, mientras que los espectros de amplitudes normalizadas de las señales de entrada y de salida se muestran en la sección del dominio de la frecuencia. La salida $h_{27}(t)$ deliberadamente no se normaliza, con el fin de mostrar la porción de la energía del transitorio que emerge del filtro. Sorpresivamente, se recupera una gran cantidad de energía. La componente de la frecuencia predominante, aún cuando es difícilmente correlacionable, está contenida en la respuesta. También son evidentes las componentes correspondientes a $\zeta = 1.7, 2.65$ (cima de alta frecuencia), 0.88 y 0.63. Se nota también que, para la frecuencia predominante, el defasamiento, como se predijo teóricamente, es cero. Estos son los resultados interesantes que prueban que la energía de un transitorio de corta duración, no es apreciablemente impedida por una trampa de ondas que elimina la mayor parte de la energía del estado permanente asociada con la frecuencia predominante del transitorio.

DISTORSION DE LA SEÑAL

Estos estudios hacen cada vez más claro que la señal sufre distorsiones al pasar por los filtros. Alguna distorsión es aceptable: En el último análisis, el principal propósito de un filtro es actuar como un sistema discriminatorio sobre la magnitud de las componentes, asociadas con varias frecuencias. Pero se tiene contribución mayor a la distorsión proveniente a la linealidad de la característica fase-frecuencia de la función del sistema.

Supóngase que para un cierto rango de frecuencia, la magnitud de la función del sistema, digamos del filtro de banda de transmisión, permanece constante, tal que $|G(j\omega)| = A_0$ mientras que la función fase-frecuencia se define como $B(\omega) = -B_0\omega$. Esta selección redefine al ángulo de fase, de modo que el retraso es positivo y el adelanto negativo, precisamente es la polaridad usada en las gráficas de las figuras 5, 6, 8. Así $G(j\omega) = A_0 e^{-j\omega B_0}$, en el dominio s , $G(s) = A_0 e^{-sB_0}$. Si la función de excitación es $E(s)$, entonces la función de salida se transforma en $H(s) = E(s)G(s) = A_0 E(s) e^{-sB_0}$. Esto de acuerdo con el teorema de Translación Real (pág. 50), se transforma dentro del dominio del tiempo como $h(t) = A_0 e$

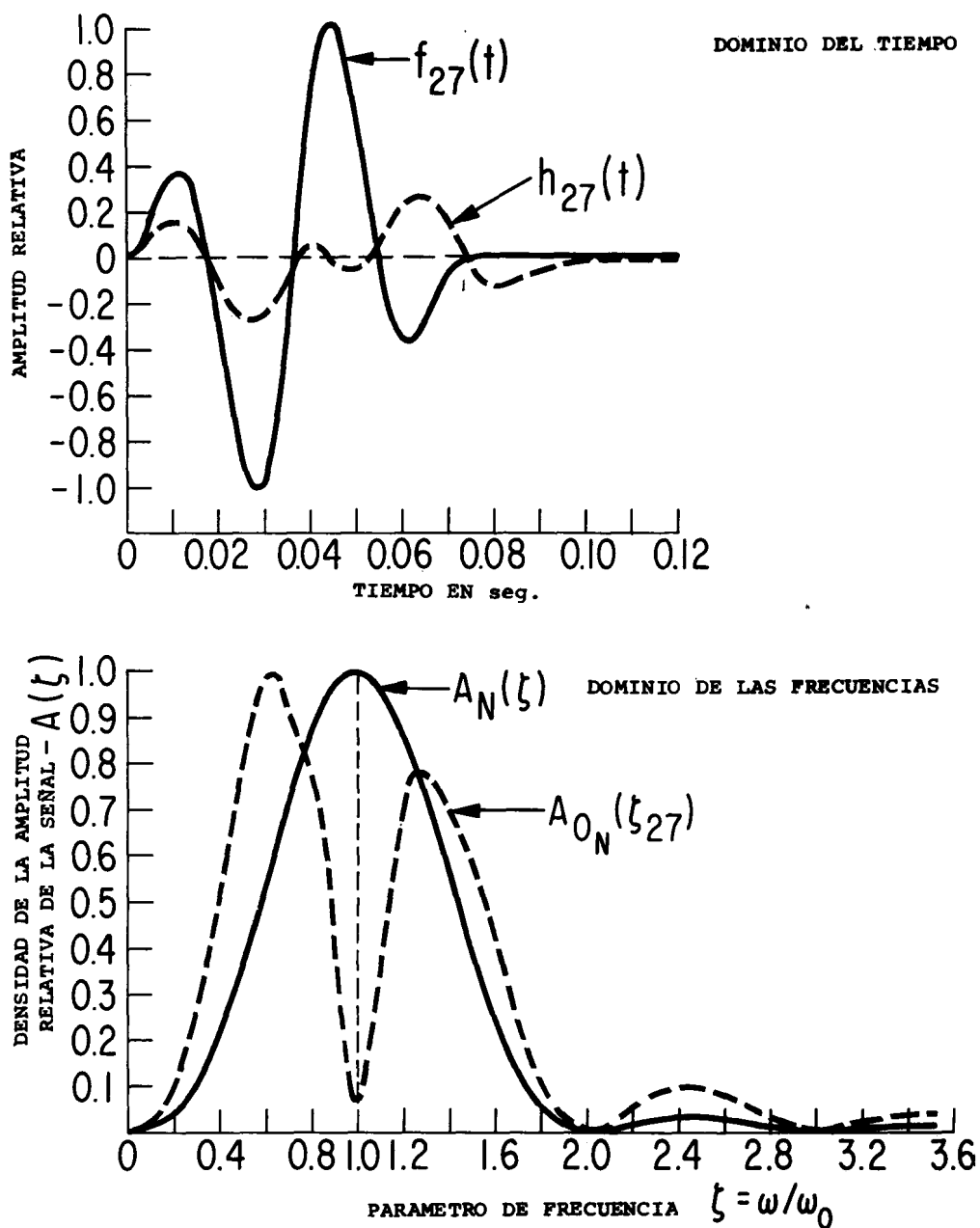


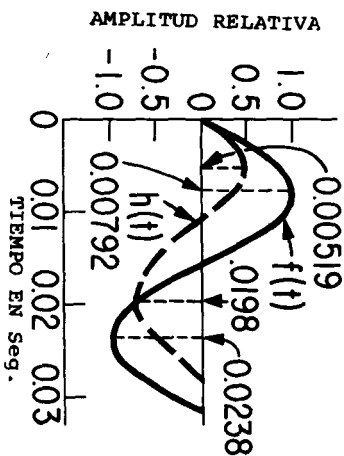
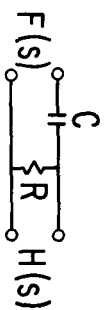
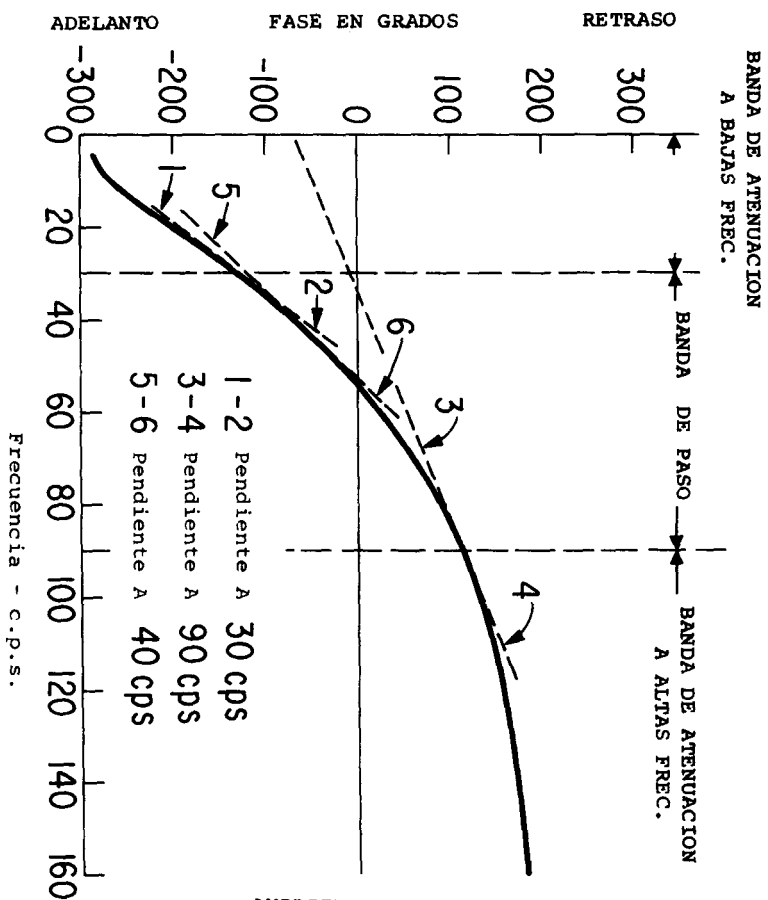
Fig. 17 - Forma de onda para la respuesta de un filtro de banda de absorción en la región crítica.

$(t - B_0)$, lo cual quiere decir que la salida es una réplica exacta de la entrada, excepto para un cambio de escala y un tiempo de retraso $\tau = B_0$: no existe distorsión. Razonando en forma diferente, supongamos que la función de entrada es $f(t) = \sum_K \text{Sen } \omega_K t$. Entonces la función de salida sería $h(t) = A_0 \sum_K \text{Sen } (\omega_K t + \varphi_K)$. Pero en este caso, $\varphi_K = -B_0 \omega_K$ tal que $h(t) = A_0 \sum_K \text{Sen } \omega_K (t - B_0)$, cambiando la escala de tiempo $h(\tau) = A_0 \sum_K \text{Sen } \omega_K \tau$: no hay distorsión. Ahora se ve que $dB(\omega)/d\omega$, o sea, el significado físico de la pendiente de la característica fase-frecuencia es el tiempo de retardo transitorio del sistema.

Aún más, para confirmar este hecho, vamos a trazar la fase teórica de la figura 6, contra una escala lineal de frecuencias fig. 18. Asignando (arbitrariamente) la magnitud de transmisión de -6 db de modo que corresponda a la frecuencia que separa la región de transmisión de la región de absorción, la región de transmisión se extiende aproximadamente de 30-90 cps. y se ve que no existe en la región aproximación lineal de fase, de modo que, no siendo constantes los retrasos en tiempo, debemos esperar distorsión: el tiempo de retraso es $\cong 0.018$ seg., a 30 cps. y $\cong 0.0057$ seg. a 90 cps. Nótese que el tiempo de retraso se aproxima a cero para altas frecuencias, es por esta razón que la respuesta de ese transitorio ha sido vista como una suma de componentes sinusoidales, que disminuyen en forma exponencial y que las componentes de alta frecuencia quedan concentradas en la iniciación del transitorio unitario. Es por lo que los primeros arribos (ricos en componentes de alta frecuencia) llegan adelantados con respecto al resto del tren de ondas).

Considerando la respuesta del transitorio del pulso de la fig. 15, y en particular el segundo medio ciclo positivo el cual está adelantado, en vista del tiempo de retraso, como ya se ha mencionado, lo cual puede parecer confuso y necesita ser aclarado, o sea, relacionar el tiempo de retraso con el defasamiento del sistema. La forma más sencilla de lograrlo, es utilizar un caso elemental. Consideremos la presencia de una senoide actuando en un filtro elemental de baja frecuencia, como el que se muestra en el anexo de la figura 18. Así

$$f(t) = \text{Sen } \omega_0 t \quad u(t) : G(s) = \frac{s}{s + \gamma} : \gamma \triangleq \frac{1}{CR}$$



Entrada y salida para un cambio de senoide, actuando como un filtro elemental de paso alto.

Fig. 18 - Características de fase y frecuencia para un filtro de banda de transmisión.

Por lo tanto

$$H_1(s) = \frac{1}{s + \gamma} ; h_1(t) = e^{-\gamma t} ; h_1(0) = 1 ; G(s) = 1 \frac{\gamma}{s + \gamma} ;$$

$$q_1(t) = u_1(t) - \gamma e^{-\gamma t}$$

Así, por medio del teorema II de superposición (pág. 37)

$$\begin{aligned} h(t) &= f(t) + \int_{\epsilon}^t f(\lambda) q_1(t - \lambda) d\lambda = \sin \omega_0 t - \gamma e^{-\gamma t} \int_{\epsilon}^t e^{\gamma \lambda} \sin \omega_0 \lambda d\lambda \\ &= \sin \omega_0 t - \frac{\gamma}{\gamma^2 + \omega_0^2} (\gamma \sin \omega_0 t - \omega_0 \cos \omega_0 t + \omega_0 e^{-\gamma t}) \\ &= \frac{\omega_0}{\sqrt{\omega_0^2 + \gamma^2}} \sin(\omega_0 t + \varphi_0) - \frac{\gamma \omega_0}{\omega_0^2 + \gamma^2} e^{-\gamma t}, \end{aligned}$$

donde

$$\varphi_0 = \tan^{-1} \frac{|\gamma|}{\omega_0}$$

haciendo $\omega_0 = \gamma = 200$, por ejemplo, φ_0 se hace de 45° y $f(t)$ y $h(t)$ se grafican en el anexo de la figura 18. Ahora para la función del sistema

$$G(j\omega) = \frac{j\omega}{\gamma + j\omega}$$

la función de fase es $\varphi(\omega) = \tan^{-1} \frac{|\gamma|}{\omega}$

y así, por definición, el tiempo de retraso es:

$$\tau = - \frac{d\varphi(\omega)}{d\omega} = \frac{|\gamma|}{\omega^2 + \gamma^2}$$

El cual, para $\omega = \omega_0$ se da de 0.0025 seg. (retardo). El defasamiento para la frecuencia correspondiente a ω_0 es 45° ó 0.00393 (adelanto). La figura 18 (anexo), muestra que, para los picos negativos $h(t)$ adelanta a $f(t)$ por solamente 0.0273 seg.

Para nuestro filtro de baja frecuencia y para el pulso de entrada prevalece un estado similar de condiciones. Nótese en la figura 15, que para los segundos picos del medio ciclo positivo, $h_{40N}(t)$ se indica un adelanto de 0.003 seg. Considerando que la frecuencia será aproximadamente 44 cps. la figura 18 muestra una fase de adelanto de 47° , correspondiente a 0.00297 seg.; verificándose la situación casi de estado permanente. Sin embargo, para los primeros picos positivos de medio ciclo, $h_{40N}(t)$ se retrasa 0.001 seg. Esto aparentemente es generado por un adelanto de 0.00486 seg. (de la figura 18 y para 40 cps. el adelanto de 70° es evidente) y un tiempo de retraso de 0.00586 seg. el cual es el tiempo de retraso efectivo en ese instante. (El tiempo de retraso predicho para la frecuencia dominante, a partir de la pendiente de la característica de fase en la figura 18 es 0.0146 seg.).

Se han propuesto varios dispositivos ingeniosos para la linearización de la respuesta de fase, en la región de transmisión. Puesto que la fase está relacionada con la pendiente de la característica de magnitud (vea la pág. 22) está claro, que si la fase se lineariza, la magnitud queda afectada, posiblemente en una forma indeseable. Estas son cuestiones complicadas de síntesis y están más allá del alcance de este trabajo.

Las ventajas obvias de los filtros de fase sin distorsión, han sido reconocidas por los geofísicos. Este tipo de filtro, ayuda en la correlación, cuando los filtros se varían durante el estudio sísmico y producen formas de onda con distorsión mínima. Mientras que la obtención de la linearidad de fase-frecuencia mediante síntesis, involucra aproximaciones complicadas, el Teorema de Traducción Real (página 50), nos dice, que un defasamiento dentro del

dominio del tiempo, se traduce en una característica de fase lineal en el dominio de la frecuencia. Esto, entonces se convierte en el punto de partida para obtener el filtrado sin distorsión, el principio del cual es como sigue: Se selecciona una respuesta deseable de impulso unitario, que represente el filtro con característica de fase lineal, esta respuesta se aproxima mediante cierto número de impulsos, seleccionados, de polaridad adecuada. La señal que se va a filtrar se registra en una cinta magnética y se reproduce a través de un cierto número (correspondiente al número de impulsos) de cabezas reproductoras equidistantes. Las salidas de éstas se hacen proporcionales a los impulsos seleccionados y se observa la polaridad. Finalmente, las salidas se suman: la señal resultante representa la salida filtrada.

Para completar, la distorsión debe discutirse para el estado permanente, en donde a pesar de ser una idea trivial, se vuelve particularmente ilustrativa. La figura 19 muestra una función conteniendo armónicas. La fundamental es una onda senoidal de 30 cps. La segunda armónica se acepta a 50% y la tercera armónica a 30%. Cada armónica se supone con defasamiento cero. El resultado se designa como $f_1(t)$ = función de entrada. En seguida de la figura 18, se introduce la fase correcta: para 30 cps. la fase es 130° de adelanto, para 60 cps. tiene un retardo de 25° y para 90 cps. es de 115° de retardo. También para que podamos estudiar el efecto debido a la distorsión de fase únicamente, la magnitud debe suponerse constante (lo cual no es completamente cierto de acuerdo con la fig. 6). Esto produce la función de salida $f_0(t)$ de la figura 19 y la distorsión básica es evidente. Ahora, supongamos que fuese posible alterar la característica de fase para que coincidiera con la tangente a 90 cps. (véase la figura 18). Esta tangente, cuando se extiende a la región de atenuación, intercepta la ordenada a un ángulo de adelanto $\varphi_0 = 70^\circ$. Siendo el tiempo de retraso de 0.0057 seg. (pág. 22) si la función de entrada es:

$$f_1(t) = \sum_{H=1,2,3} C_H \text{ Sen } \omega_H t$$

entonces la función de salida es:

$$f_{0 \text{ Lin}}(t) = \sum_{H=1,2,3} C_H \text{ Sen } [\omega_H (t - \bar{c}) + \varphi_0]$$

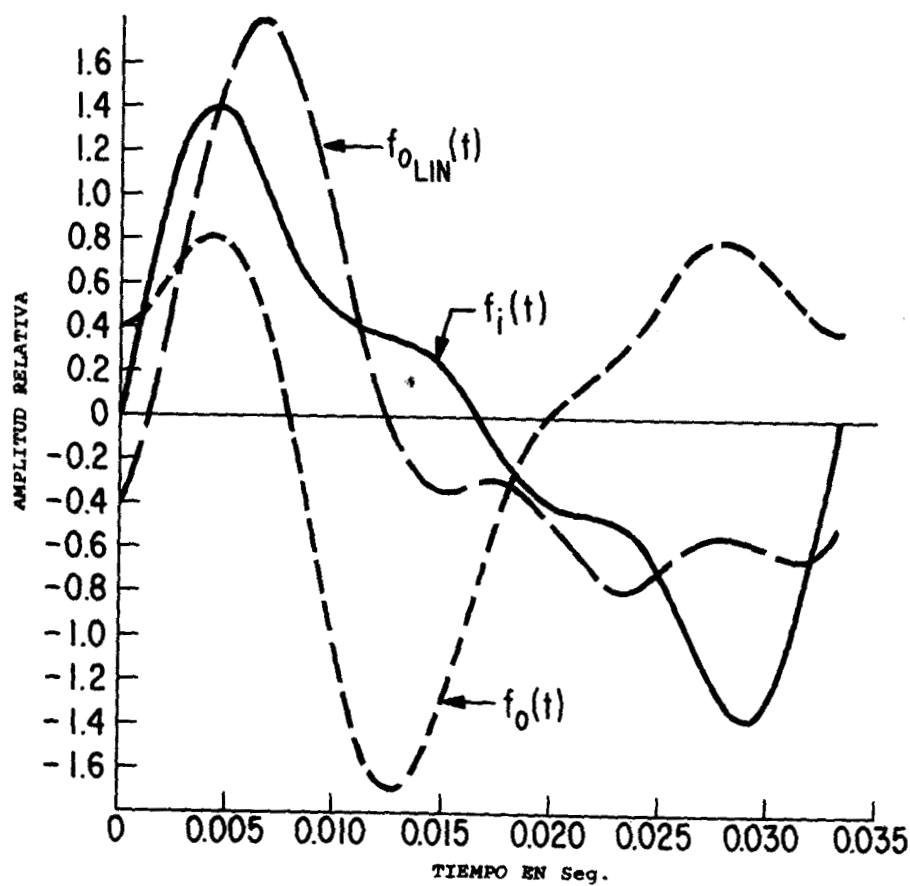


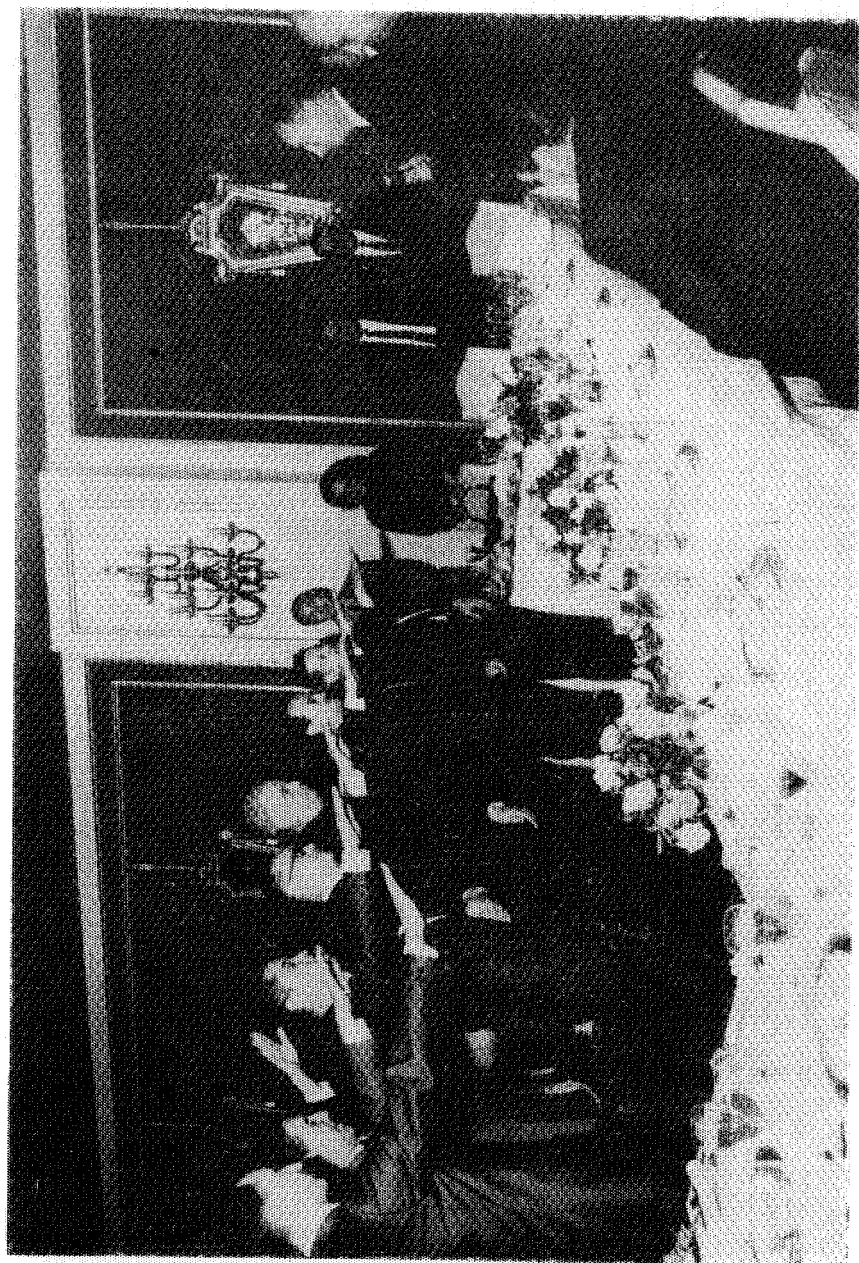
Fig. 19 - Estado permanente para Senusoides que contienen armónica (Filtros de banda de transmisión).

que también se encuentra graficada en la figura 19. Se observa que esta función, está considerablemente distorsionada comparada con $f_i(t)$. Por lo tanto el defasamiento lineal es una condición necesaria, más no suficiente, para la fidelidad de la forma de la onda: debemos también exigir, que la fase lineal intercepte la ordenada a ángulos de fase $\pm K\pi$, $K = 0, 1, 2$.

C O N C L U S I O N

El análisis anterior, que trata de ejemplos concretos de filtros relacionados con situaciones encontradas realmente en sismología, fue hecho con la idea de aclarar ciertos aspectos de la teoría de filtros. Se desea profundamente, que el material presentado, con su énfasis en el detalle, sea útil para aquellas personas, para las cuales la teoría del filtrado es un requisito indispensable para su trabajo y se espera que estimule mayores investigaciones en este campo.

México, D. F., a 18 de julio de 1966.



Toma de Posesión de la Nueva Mesa Directiva para el Bienio 1967 - 1968.

SALUTACION DE LA NUEVA MESA DIRECTIVA

A LOS MIEMBROS DE LA A. M. G. E.

La nueva mesa directiva de la Asociación Mexicana de Geofísicos de Exploración, que acaba de tomar posesión, agradece a todos los socios de la misma la confianza que se ha servido depositar en sus miembros, y manifiesta tener la mejor disposición y buena voluntad de hacer una labor que tienda a la elevación profesional del gremio geofísico.

Todas nuestras buenas intenciones podrán cristalizar en realidades si se cuenta con la participación activa de todos y cada uno de los socios. Deseamos no solamente su colaboración económica, que mucho necesitamos, sino también su entusiasmo para desarrollar actividades técnicas que tiendan a un estudio más concienzudo de los problemas teóricos y prácticos que afronta actualmente la exploración geofísica. Los grandes progresos alcanzados en los últimos diez años en la instrumentación y en el proceso de información, principalmente, han llevado a la necesidad de un estudio más profundo de los fenómenos básicos de la geofísica aplicada. Esto, que principalmente se refiere a los métodos sísmológicos, se aplica en mayor o menor grado a otros métodos que juegan un papel decisivo en la búsqueda de petróleo y yacimientos minerales, así como en otras aplicaciones que incluyen a la localización de acuíferos y a la ayuda que prestan en ciertas obras de ingeniería civil.

Es preocupación importante nuestra, la creación o vigorización de las secciones foráneas de la Asociación ya que es evidente la necesidad de reunir y hacer dinámica a la proporción apreciable de socios que laboran en distintas regiones del país, y cuya aportación de todos órdenes es indispensable para una acción fructífera y coordinada.

Deseamos mantener e incrementar nuestras relaciones profesionales con sociedades afines a la nuestra, en especial con la Asociación Mexicana de Geólogos Petroleros, la Asociación de Ingenieros Petroleros de México y la Sociedad de Geofísicos de Exploración de E. U. (S. E. G.), por la naturaleza misma de sus actividades. Además, estamos interesados en las inquietudes de otras asociaciones e instituciones, tanto nacionales como extranjeras, que tienen como base común a la ciencia y a la ingeniería, en su papel de disciplinas que ayudan a satisfacer las necesidades vitales del hombre.

Como medio para impulsar y dar a conocer las actividades de la Asociación, y los progresos que se van logrando en geofísica, se han realizado varias Convenciones con resultados muy halagadores que nos alientan para continuar por este camino. En tal virtud se están haciendo preparativos para que en el mes de noviembre del presente año, se pueda realizar en la Ciudad de Coatzacoalcos, Ver. nuestra IV Convención Nacional. Esto implica una gran responsabilidad, tanto técnica como financiera, que asumen de hecho todos los miembros de la Asociación. Siendo la presentación de trabajos técnicos la parte medular de dicha Convención, hacemos un llamamiento muy cordial, a la vez que urgente, a los socios para que de inmediato se inicie la labor ardua, pero muy satisfactoria, de preparación de estudios y resul-

tados sobre temas teóricos y de aplicación que merezcan ser leídos y discutidos en tal evento.

Por lo que se refiere a nuestro propio medio de difusión, el Boletín de la Asociación, nos complace constatar que, pese a ciertas vicisitudes típicas de las agrupaciones no lucrativas, ha podido salir a la luz durante siete años consecutivos. Deseamos que en el futuro siga su trayectoria, mejorando tanto la calidad como la cantidad del material editorial, para lo cual se requiere, naturalmente, que los miembros sean más generosos con su tiempo personal para ofrecer sus aportaciones técnicas.

Para finalizar, la mesa directiva que hoy inicia su gestión, desea rendir un tributo de admiración por la fructífera labor desarrollada en el pasado por las mesas directivas presididas, sucesivamente, por los señores ingenieros: Antonio García Rojas, Santos Figueroa Huerta, Guillermo Hernández Moedano y Alfonso Cornejo Toledo.

BOLETIN DE LA ASOCIACION MEXICANA DE GEOFISICOS
DE EXPLORACION

INDICE GENERAL

SISMOLOGIA

CAPTACION DE ENERGIA SISMICA

Algunas perturbaciones que obscurecen los registros sismológicos de exploración. Por: Ings. A. García Rojas, Raúl Ochoa E., E. del Valle y J. Bascueto García. — 1963 — Vol. IV — No. 2 — Pág. 85.

Análisis de ruido en el área Asunción Tuxpan, Ver.—Por Ings. Antonio C. Limón y David Juárez T. — 1963 — Vol. IV — No. 1 — Pág. 31.

Análisis de ruido en el área de San Lorenzo, Tams.—Ing. Antonio Deza Suárez. — 1963 — Vol. IV — No. 1 — Pág. 21.

Aplicación de sismos múltiples en áreas difíciles de la Zona Noreste.—Ing. José Coffin Otero. — 1962 — Vol. III — No. 2 — Pág. 115.

Aspecto sobre el uso de sismodetectores múltiples — Ing. Antonio C. Limón — 1961 — Vol. II — No. 1 — Pág. 3.

Características teóricas de algunos tipos de ruido y métodos para su reconocimiento y eliminación. — Ing. Daniel Gutiérrez G. — 1964 — Vol. V — No. 1 — Pág. 23.

Determinación de la cubierta óptima de sismodetectores múltiples. — Ing. Mariano Hernández Moedano — 1964 — Vol. V — No. 2 — Pág. 143.

Efecto direccional de las cargas distribuidas linealmente y su empleo en la exploración sísmica. — Ing. Daniel Gutiérrez G. — 1963 — Vol. IV — No. 3 — Pág. 105.

El acoplamiento de la energía explosiva a la roca. — Ing. R. Nicholls — 1962 — Vol. IV — No. 3 — Pág. 145.

Fundamentos de la exploración sísmica por el método de reflexión. — Ing. F. Van Goor. — 1962 — Vol. III — No. 4 — Pág. 215.

Las causas de ruido en trabajos sismológicos de reflexión y refracción. — Ing. V. A. Olhovich — 1963 — Vol. IV — No. 4 — Pág. 205.

Método azimutal de observaciones sísmicas. — E. J. Galperin — 1960 — Vol. I — No. 2 — Pág. 89.

Método gráfico para el cálculo de tendidos, en la aplicación de sismo múltiples y/o pozos múltiples en áreas difíciles. — Ings. J. Coffin O. y Juan M. Sarabia — 1966 — Vol. VII — No. 2 — Pág. 99.

Notas sobre dos nuevos métodos de exploración sismológica. — Ing. Santos Figueroa H. — 1961 — Vol. II — No. 2 — Pág. 107.

Notas sobre el empleo de sismodetectores múltiples. — Ing. Antonio García Rojas — 1962 — Vol. III — No. 2 — Pág. 85.

Notas sobre el empleo de sismodetectores múltiples. Segunda Parte — Detectores de diferentes sensibilidades situadas en línea o distribuidos en una área. — Ings. Antonio García Rojas y Jesús Basurto G. — 1963 — Vol. IV — No. 2 — Pág. 47.

Nota sobre la composición de un número de ondas senoidales de igual período y amplitud. — Ing. Daniel Gutiérrez G. — 1963 — Vol. IV — No. 4 — Pág. 263.

Pruebas de pozos múltiples en el área de San Lorenzo, Tams. — Ing. Antonio Deza Suárez — 1963 — Vol. IV — No. 1 — Pág. 3.

Punto de reflexión común. — Técnica de apilar datos horizontales. — W. Harry Mayne — 1966 — Vol. VII — No. 4 — Pág. 205.

Una variante en el diseño de una cubierta de sismodetectores múltiples y como consecuencia de determinación de filtro adecuado para una cubierta ya construída. — Ing. Mariano Hernández Moedano — 1963 — Vol. IV — No. 4 — Pág. 275.

Uso de los detectores múltiples en la exploración sísmológica. — Ing. Jesús Basurto G. — 1964 — Vol. V — No. 3 — Pág. 155.

SISMOLOGIA

I N S T R U M E N T A C I O N

Aparatos sísmológicos con grabación magnética. — Ing. Antonio García Rojas — 1960 — Vol. I — No. 1 — Pág. 7.

Aplicación del registro magnético en sísmología. — Ing. Antonio C. Limón — 1960 — Vol. I — No. 2 — Pág. 186.

Comentarios sobre el uso de filtros. — Ing. V. A. Olhovich — 1962 — Vol. III — No. 4 — Pág. 247.

Desventajas en el empleo de filtros de paso de banda ancha. — Ing. Antonio C. Limón — 1962 — Vol. III — No. 1 — Pág. 61.

Instructivo para observación sísmológica. — Ing. A. C. Limón — 1960 — Vol. I — No. 3 — Pág. 209.

La transformada de Fourier y su aplicación en el estudio de equipos sísmológicos. — Ings. Antonio García Rojas y Daniel Gutiérrez G. — 1964 — Vol. V — No. 4 — Pág. 209.

Normas de operación para trabajos sísmicos marinos. — Ing. Antonio C. Limón — 1965 — Vol. VI — No. 4 — Pág. 239.

Principios teórico-básicos de modernos sistemas de control automático para equipos sísmicos. — Ing. A. H. Hermont — 1965 — Vol. VI — No. 3 — Pág. 145.

Recientes progresos en equipo registrador de datos sísmicos. — Hal J. Jones — 1960 — Vol. I — No. 2 — Pág. 169.

Técnicas de registro sismológico. — Ing. Antonio C. Limón — 1963 — Vol. IV — No. 4 — Pág. 237.

Teoría de los sismodetectores de bobina móvil. — Ing. Antonio García Rojas. — 1961 — Vol. II — No. 3 — Pág. 121.

Un ejemplo de la influencia de los filtros sobre los reflejos sísmicos. — Ing. Francis Van Geor — 1960 — Vol. I — No. 2 — Pág. 200.

Usos y peligro de los filtros de paso de banda angosta. — Ing. Felipe Neri E. — 1961 — Vol. II — No. 3 — Pág. 179.

SISMOLOGIA

MANEJO DE DATOS

Construcción de horizontes de refracción en caso de trayectorias curvilíneas. — Ing. V. A. Olhovich — 1966 — Vol. VII — No. 1 — Pág. 59.

Distancia real observada sobre el horizonte reflejante en las secciones migradas. — Ing. Martín A. Cordero B. — 1962 — Vol. III — No. 3 — Pág. 189.

El teorema de la superposición y el filtrado en el dominio del tiempo. — Ing. Antonio García Rojas — 1965 — Vol. VI — No. 2 — Pág. 113.

Filtrado de línea de retraso. — Ing. Antonio C. Limón — 1960 — Vol. I — No 4 — Pág. 352.

Filtrado de velocidades y frecuencias de datos sísmicos usando luz Laser. — Milton B. Dobrin — Arthur L. Ingalls y James A. Long — 1966 — Vol. VII — No. 3 — Pág. 131.

Método Duyel para migración continua, con tendidos y distribución de velocidades del subsuelo, variables. — Ing. Ernesto Elorduy T. — 1966 — Vol. VII — No. 4 — Pág. 223.

Método general para la construcción de diagramas de trayectorias y frentes de onda para cualquier distribución de velocidades. — Ing. V. A. Olhovich — 1960 — Vol. I — No. 3 — Pág. 274.

Necesidad de refinar el mercado e interpretación del sismograma en sismología de reflexión. — Ing. Mariano Hernández Moedano — 1961 — Vol. II — No. 4 — Pág. 213.

Principios de filtrado digital. — E. A. Robinson y S. Treitel — 1965 — Vol. VI — No. 2 — Pág. 81.

Tiempo de retraso. — Ing. Felipe Neri E. — 1961 — Vol. II — No. 4 — Pág. 231.

SISMOLOGIA

DETERMINACION DE VELOCIDADES

Análisis cualitativo de las velocidades sísmicas y de los registros eléctricos de los pozos Constituciones No. 105 y Limón 191 — 1960 — Vol. I — No. 3 — Pág. 268.

Cálculo matemático de leyes de velocidad. — Método sigma. — Ings. Guadalupe Pérez Ruiz y Ernesto Elorduy T. — 1965 — Vol. VI — No. 1 — Pág. 3.

Explicación del sistema de registro acústico tridimensional para pozos profundos. — Ing. James M. Bird — 1966 — Vol. VII — No. 1 — Pág. 33.

- Método geofísico para analizar registros de velocidad. — C. R. Davis — 1963 — Vol. IV — No. 3 — Pág. 173.
- Notas sobre la ley parabólica del incremento de la velocidad. — Ing. V. A. Olhovich — 1966 — Vol. VII — No. 4 — Pág. 271.
- Registro continuo de velocidades sísmicas y sus aplicaciones al servicio de la industria petrolera. — Ing. R. L. Garduño A. — 1960 — Vol. I — No. 1 — Pág. 38.
- Sismograma sintético del pozo Longa No. 1 — M. Gorodetzky y N. Pauletto — 1966 — Vol. VII — No. 2 — Pág. 69.
- Un criterio a seguir al determinar las velocidades de intervalo. — Ing. Felipe Neri E. — 1962 — Vol. III — No. 4 — Pág. 251.
- Velocidades sísmicas en el área de Tampico. — Ing. Jesús Basurto G. e Ing. Alfonso Muriedas Pavón — 1960 — Vol. I — No. 4 — Pág. 315.

SISMOLOGIA

INTERPRETACION

- Correlación estadística aplicada a la interpretación sísmológica. — Ing. José Luis Orozco J. — 1964 — Vol. V — No. 2 — Pág. 97.
- Determinación de la superficie de contacto de una capa de alta velocidad alrededor de un pozo profundo. — Ing. V. A. Olhovich — 1960 — Vol. I — No. 1 — Pág. 65.
- La difracción como medio de interpretación sísmológica. — Ings. Armando Eguía y J. L. A. Orozco — 1962 — Vol. III — No. 1 — Pág. 45.
- Trampas estratigráficas y sus manifestaciones desde el punto de vista sísmológico. — Ings. Alfonso Muriedas y David Juárez T. — 1962 — Vol. III — No. 3 — Pág. 143.

Un ejemplo de reflejos múltiples. — Mariano Hernández Moedano — 1961 — Vol. II — No. 1 — Pág. 43.

Un método gráfico preciso para interpretación de líneas sísmicas de refracción. — Ing. V. A. Olhovich — 1961 — Vol. II — No. 1 — Pág. 47.

GRAVIMETRIA

El calculador óptico — R. W. Baltosser y S. W. Wilcox — 1961 — Vol. II — No. 4 — Pág. 189.

Influjo de la luna y del sol sobre la pesantez. — Dr. Honorato de Castro — 1961 — Vol. II — No. 2 — Pág. 87.

Interpretaciones gravimétricas. — Ing. V. A. Olhovich — 1960 — Vol. I — No. 4 — Pág. 342.

Nomogramas para el cálculo de la influencia del sol y de la luna en trabajos gravimétricos para la República Mexicana. — Ing. V. A. Olhovich — 1961 — Vol. II — No. 2 — Pág. 103.

Sistematización de la interpretación gravimétrica, haciendo uso de calculadoras electrónicas. — Ing. Luis Morones C. — 1965 — Vol. VI — No. 1 — Pág. 219.

MAGNETOMETRIA

La exploración de áreas nuevas por el método aeromagnético. — Ing. Alfonso Muriedas Pavón — 1966 — Vol. VII — No. 4 — Pág. 245.

Los principios, diseño y operación de un magnetómetro de libre precesión del protón. — W. E. Bell y J. M. Drake — 1962 — Vol. III — No. 1 — Pág. 3.

Principios que se utilizan en el magnetómetro de precesión libre nuclear. — Ing. E. del Valle T. — 1962 — Vol. III — No. 1 — Pág. 25.

HISTORIA DE CAMPOS

Comparación entre trabajos sismológicos antiguos y recientes en el Distrito Noreste. — Afinamiento de las interpretaciones por el uso de técnicas más perfeccionadas y la coordinación de datos sismológicos y geológicos. — Ings. José Coffin O. y Miguel Salmón H. — 1964 — Vol. V — No. 4 — Pág. 247.

Descubrimiento del tercer tramo del arrecife de la Faja de Oro dentro del Golfo de México. — Ing. Santos Figueroa Huerta — 1964 — Vol. V — No. 1 — Pág. 3.

El comportamiento sismológico del atolón conocido con el nombre de Faja de Oro, Edo. de Veracruz, México. — Ings. Armando Eguía H. y Juventino Islas L. — 1961 — Vol. II — No. 1 — Pág. 19.

Historia del campo La Venta. — Ing. A. Villagómez Aguilera — 1961 — Vol. II — No. 3 — Pág. 139.

Historia geofísica y productiva del campo 18 de Marzo en el Noreste de México. — 1966 — Vol. VII — No. 1 — Pág. 3.

Importancia de los horizontes con echado discordante detectados sismológicamente dentro del Terciario en el Noreste de México. — Ing. Miguel Salmón Herrera — 1962 — Vol. III — No. 3 — Pág. 161.

La Geofísica y el descubrimiento de nuevos campos petroleros en la Zona Sur. — Ing. A. Cornejo Toledo — 1962 — Vol. III — No. 4 — Pág. 201.

G E O L O G I A

Correlación sismológica y geología. — Ing. Armando Eguía H. — 1964 — Vol. V — No. 3 — Pág. 187.

Macrosismos y geología. — Ing. Manuel Alvarez Jr. — 1960 — Vol. I — No. 3 — Pág. 287.

Medición continua de echados en pozos petroleros. — Ing. Luis Morones C. —
1960 — Vol. I — No. 4 — Pág. 360.

INGENIERIA CIVIL

Ingeniería Civil, Geología y Geofísica. — Ing. Gustavo Bello Orta — 1963 —
Vol. IV — No. 4 — Pág. 271.

Teoría del nivel. — Dr. Honorato de Castro — 1961 — Vol. II — No. 2 —
Pág. 113.

Una aplicación geofísica a la Ingeniería Civil. — Ing. Gustavo Bello Orta —
1965 — Vol. VI — No. 1 — Pág. 53.

G E O D E S I A

Características físicas del interior de la tierra. — Dr. Honorato de Castro —
1961 — Vol. II — No. 4 — Pág. 227.

Determinación de la latitud por observación de distancias cenitales de la
polar. — Dr. Honorato de Castro — 1960 — Vol. I — No. 1 — Pág. 68.

Desviaciones de la vertical. — Dr. Honorato de Castro — 1960 — Vol. I —
No. 3 — Pág. 299.

Determinación gravimétrica del elipsoide que más se ajusta a la realidad
mexicana. — Dr. Honorato de Castro — 1961 — Vol. II — No. 3 —
Pág. 173.

Instrucciones para determinar la latitud por alturas sucesivas de la polar. —
Dr. Honorato de Castro — 1960 — Vol. I — No. 1 — Pág. 73.

“Isostasia”. — Dr. Honorato de Castro — 1960 — Vol. I — No. 4 — Pág. 329.

Masa y densidad media de la Tierra. — Dr. Honorato de Castro — 1961 —
Vol. II — No. 4 — Pág. 225.

V A R I O S

El método de los mínimos cuadrados. — Ing. Felipe Neri — 1962 — Vol. III —
No. 2 — Pág. 129.

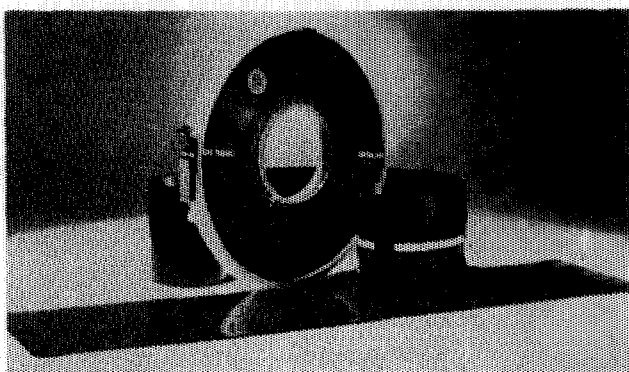
Fórmula aproximada de la función Pi de Gauss válida tanto para números
elevados como pequeños. — Prof. Dr. Hans Ertel — 1961 — Vol. II —
No. 2 — Pág. 69.

Nueva fórmula aproximada para la función Pi de Gauss y aplicación especial
al cálculo de probabilidades — Prof. Hans Ertel — 1961 — Vol. II
— No. 2 — Pág. 77.

Una aplicación ejemplar del álgebra de los sistemas. — Ing. Felipe Neri E. —
1965 — Vol. VI — No. 3 — Pág. 211.

Petty procesa cintas como estas

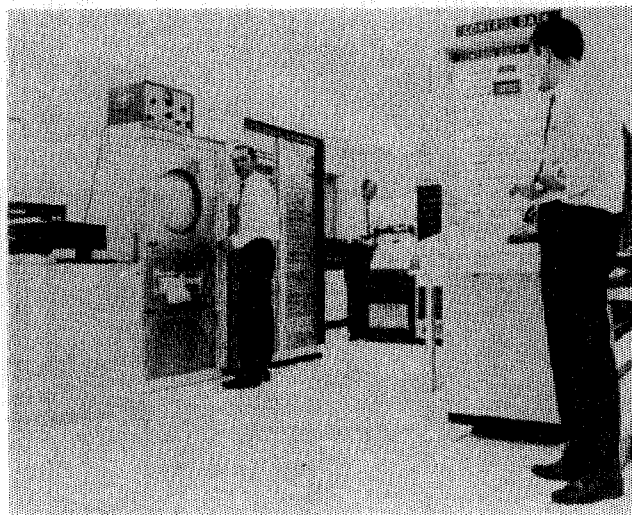
(Grabaciones Sismológicas,
analógicas o digitales hechas
por usted o por Petty)



en estas computadoras

(El muy completo centro de
Proceso de Petty en San Antonio,
Texas, incluye un sistema de

Computación CDC, asociado con
equipo de conversión ADA, de
máxima capacidad sísmica
y un grupo experimentado de
programación Geofísica)



con

programas sofisticados

(Punto Común de Reflexión,
apilamiento, deconvolución
de reverberación filtrado de
face O, etc.)

Para encontrar más aceite, lo
invitamos a usar los 40 años de
experiencia de Petty,
en Exploración Geofísica.



HOME OFFICE: TOWER LIFE BUILDING
SAN ANTONIO, TEXAS, U.S.A. — TEL: 512 CA 6-1393

PETTY GEOPHYSICAL ENGINEERING CO. DE MEXICO, S.A. DE C.V.
Av. Juárez 97 — Desp. 405-406 — Tel. 21-08-34 — Mexico I, D.F.

EXPLORACIONES :

GEOHIDROLOGICAS

PETROLERAS

GEOFISICAS

MINERAS

ESTUDIOS :

CORROSION SUBTERRANEA

MECANICA DE SUELOS

AGUA SUBTERRANEA

REG. ELEC. EN POZOS

TOPOGRAFICOS



FABRICACION Y VENTA DE EQUIPOS:

RELACION DE CAIDAS DE POTENCIALES

REGISTROS ELECTRICOS DE POZOS

RESISTIVIDAD ELECTRICA

POLARIZACION INDUCIDA

SOLICITE INFORMES A: SAN JUAN DE LETRAN 475-B-103

CIUDAD TLATELOLCO — MEXICO 3, D. F.

EXPLORACIONES,

===== S. A. =====



Iturbide No. 36 Desp. 201

Tel. 10-15-64

MEXICO, D. F.

IV CONVENCION

DE LA

ASOCIACION MEXICANA

DE GEOFISICOS

DE EXPLORACION

EN

COATZACOALCOS, VER.

DEL 15 AL 18 DE NOVIEMBRE DE 1967

TEMA CENTRAL: **ANALISIS DE LAS
NUEVAS TECNICAS EN LA
EXPLORACION GEOFISICA**

PERFORACIONES, S. A.

**CONTRATISTA DE PERFORACION
EXPLORATORIA DESDE 1950 PARA**

PETROLEOS MEXICANOS

SECRETARIA DE MARINA

CONSTRUCTORA MALTA, S. A.

NATIONAL SOIL SERVICES, CO.

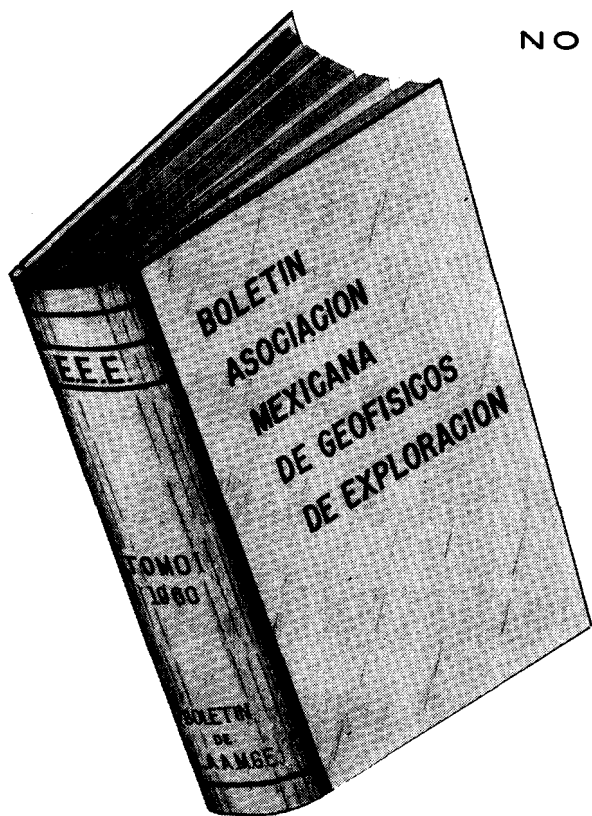
**CIA. FUNDIDORA DE FIERRO Y
ACERO DE MONTERREY, S. A.**

Y PARTICULARES

AVENIDA JUAREZ No. 119 - 5o. PISO

Teléfonos: 21-37-25 y 21-36-42

MEXICO 1, D. F.



S O C I O S

\$100.00

N O S O C I O S

\$150.00

ADQUIERA UD. LOS VOLUMENES NUMEROS I - II - III - IV -
V - VI Y VII CORRESPONDIENTES A LOS AÑOS DE 1960-1961-
1962 - 1963 - 1964 - 1965 Y 1966 EMPASTADOS EN KERATOL
CON SUS INICIALES GRABADAS EN ORO.

PEDIDOS A LA
ASOC. MEX. DE GEOF. DE EXPL.