# GEOEVALUACIONES, S.A.

AV. AMACUZAC 615 Mex. 13, D.F. Tels. 5-32-39-19 6-72-09-92

- Servicics de Gravimetria Terrestre
- Geología Superficial
- Métodos Eléctricos para Geohidrologia y Geotecnia
- Métodos Sismicos para Geohidrología y Geotecnia
- Servicios de Registros Geofísicos para pozos de agua
- Servicios de Interpretación
- Análisis Químicos de agua para fines Geohidrológicos e Industriales.

# perforadata, s. a.

SERVICIOS DE EXPLORACION

- GRAUMETRIA

- SISMOLOGIA

- PERFORACION

- GASOMETRIA

- DELTA CARBONATOS

- POZOS DE AGUA

CON LA EXPERIENCIA DE 32 AÑOS AL SERVICIO DE LA INDUSTRIA PETROLERA MEXICANA.

AV. JUAREZ 117 6o. PISO
MEXICO 1, D.F. TEL. 566-44-11

1er. SIMPOSIUM DE GEOFISICA DE LA ASOCIACION MEXICANA DE GEOFISICOS DE EXPLORACION (24 y 25 de nov. 1983).

---

# CRITERIOS DE CONVERGENCIA EN LA DETERMINACION DEL ERROR MINIMO, APLICADOS AL DISEÑO DE FILTROS OPTIMOS Y VARIABLES CON EL TIEMPO.

M. en C. Rodolfo Marines Campos.
Subdirección de Tecnología de Exploración.
Instituto Mexicano del Petróleo.

RESUMEN.- En el presente trabajo se presentan dos criterios de convergencia aplicados al diseño de filtros óptimos y variables con el tiempo, utilizados en el procesamiento de datos Geofísicos.

En el primero, se desarrolla el método de Berndt-Cooper para determinar la longitud óptima de ventana en funciones miembro de un ensamble, generado por un proceso estocástico no estacionario, al utilizar la ecuación de Wiener-Hopf de segunda clase; aproximando dicho proceso no estacionario, mediante procesos ergódicos para la obtención del FILTRO VARIABLE con EL TIEMPO, con operadores estacionarios.

En el segundo, se presenta un algoritmo que resuelve la ecuación de Wiener-Hopf de primera clase, cuando se diseña el FILTRO OPTIMO en series estacionarias en el tiempo.

Los resultados de este estudio con datos sintéticos, muestran la posibilidad de reducir el tiempo de computadora y aumentar la calidad en el filtrado de datos Geofísicos.

## 1. INTRODUCCION

La Teoría Estadística de señales no considera la señal individual sino que trabaja sobre un conjunto de posibles ondas de mensaje o de ruido generado por fuentes de carácter similar, formando un Ensamble de Funciones -

Aleatorias[3] (Fig. 1). En situaciones prácticas, este ensamble puede obtenerse de una sola fuente, como en el caso de Sismología de Exploración.

El ensamble de todas las posibles señales $\{x(t)\}$ junto con su ley de generación es llamado PROCESO; cualquier señal individual $x(t)$ generada por el proceso es llamada REALIZACION DEL PROCESO[6]. Un proceso es determinístico si no contiene rasgos de eventos fortuitos, de otra forma es llamado PROCESO ESTOCASTICO. Un proceso estocástico es ESTACIONARIO si sus propiedades estadísticas no cambian con el tiempo; si ninguna de las probabilidades que caracterizan al proceso estocástico cambian con el tiempo, entonces se dice que el proceso es estacionario en el sentido estricto. Cuando el promedio estadístico en el tiempo $\overline{f(t)}$ de una función muestra del ensamble es igual al promedio del ensamble $E\{x(t)\}$ entonces el proceso estocástico estacionario será ERGODICO[4] (Fig. 2) y se establece la Hipótesis Ergódica:

$$\lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} f(t)\,dt = \int_{-\infty}^{\infty} x\,P_{\xi}(x)\,dx \qquad (1)$$

en donde $P_{\xi}(x)$ es la densidad de probabilidades de la variable aleatoria continua $\xi$ (Fig. 3).

## 2. FILTRADO DE WIENER VARIABLE CON EL TIEMPO

Si para procesos estocásticos estacionarios ergódicos, se tiene en el filtro óptimo, que tanto la entrada $f_i(t)$ como la salida real $f_o(t)$ y la salida deseada $f_d(t)$ son funciones causales, entonces la integral de Wiener-Hopf de primera clase queda como[3]:

$$\phi_{di}(\tau) = \int_{0}^{\infty} h_{opt}(\sigma)\,\phi_{ii}(\tau-\sigma)\,d\sigma \qquad (2)$$

y una vez que la función respuesta óptima del filtro al impulso unitario $h_{opt}(\sigma)$ es obtenida, entonces la salida real se encuentra a partir de la ecuación de convolución dada por:

$$f_o(t) = \int_{0}^{t} h_{opt}(t-\sigma)\,f_i(\sigma)\,d\sigma \qquad (3)$$

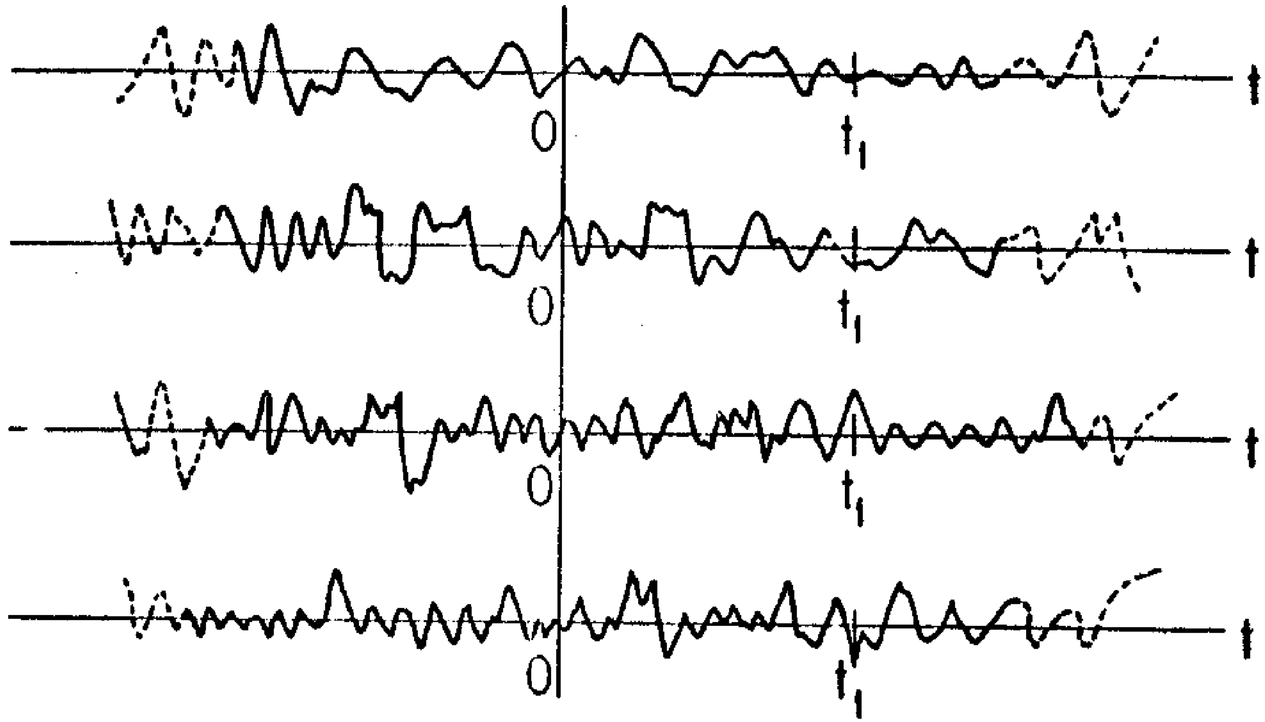
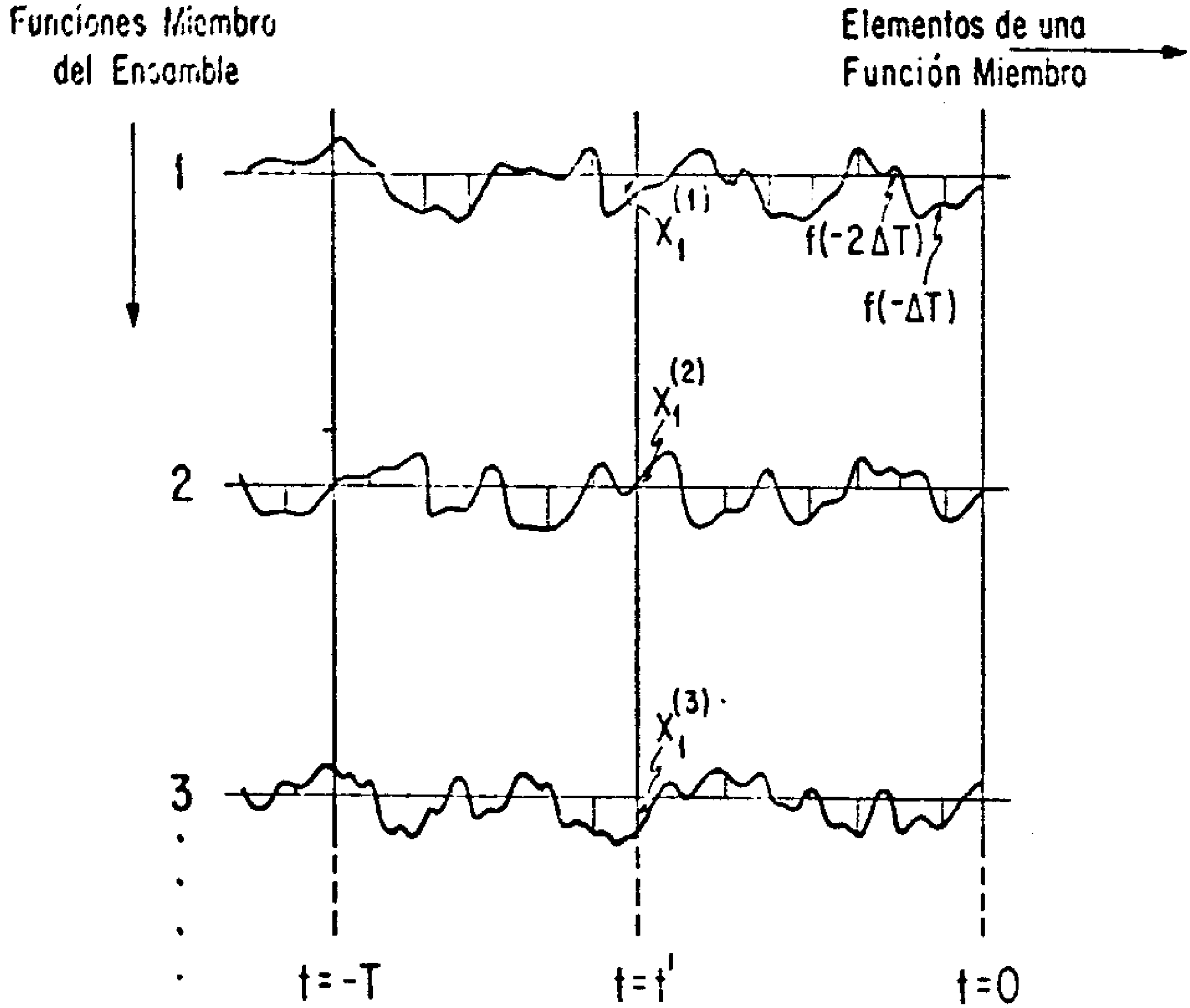


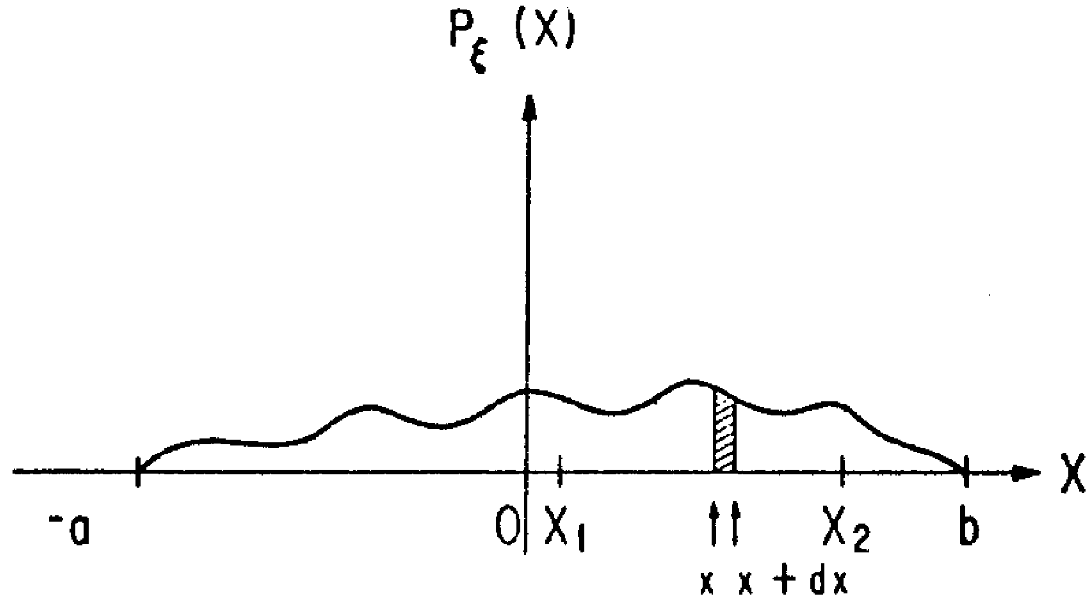

FIG. No. 1.- ENSAMBLE DE FUNCIONES ALEATORIAS




$$\lim_{T-\alpha} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} f(t)\,dt = \int_{-\alpha}^{\alpha} x\, P_{\xi}(x)\,dx$$

FIG. No. 2.- PROCESO ESTOCASTICO ESTACIONARIO

Y ERGODICO




$$P(x<\xi<x+dx = P_\xi^{\cdot}(x)\,dx$$

FIG. No. 3.- DENSIDAD DE PROBABILIDAD

Pero si el proceso estocástico es no estacionario, como el filtrado de Wiener variable con el tiempo, entonces la ecuación de Wiener-Hopf de primera clase no puede utilizarse. Para el diseño de un filtro óptimo cuando el proceso es no estacionario, es necesario tener muy en consideración la variación con respecto a la salida o tiempo de observación de las funciones de correlación, es decir $\phi_{ii}(t,\gamma)$ y $\phi_{id}(t,\gamma)$ dependerán del tiempo de observación $t$. En otras palabras, para un proceso no estacionario, las funciones de correlación dependen de $t$ y $\gamma$, mientras que para un proceso estacionario dependen sólo de la diferencia $\gamma - t = \tau$. La salida real del sistema lineal óptimo, será la convolución entre la entrada y la respuesta al impulso (Fig. 4) dada por[4]:

$$f_o(t) = \int_0^\infty h_{opt}(t,\sigma)\, f_i(\sigma)\, d\sigma \qquad (4)$$

y el error cuadrático medio quedaría como:

$$I(t) = E\left\{\left[f_d(t) - \int_0^\infty h_{opt}(t,\sigma)\, f_i(\sigma)\, d\sigma\right]^2\right\} \qquad (5)$$

minimizando este error con el criterio de mínimos cuadrados, obtenemos la integral de Wiener-Hopf de segunda clase[9] ó integral de Bootom.

$$\phi_{di}(t,\sigma) = \int_0^\infty h_{opt}(t,\gamma)\, \phi_{ii}(\gamma,\sigma)\, d\gamma \qquad (6)$$

en donde:

$$\left.\begin{aligned} \phi_{ii}(\gamma,\sigma) &= E\{[f_i(\gamma)\, f_i(\sigma)]\} \\ \phi_{di}(t,\sigma) &= E\{[f_d(t)\, f_i(\sigma)]\} \\ h_{opt}(t,\gamma) &= \text{Filtro Variable con el Tiempo} \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

La ecuación de Bootom para el filtrado de Wiener variable con el tiempo establece que la croscorrelación variable con el tiempo entre la salida deseada y la función de entrada (proceso no estacionario), es igual a la convolución variable con el tiempo del filtro variable, con la autocorrela-

$$\phi_{di}(\tau) = \int_0 h_{opt}(\sigma)\phi_{ii}(\tau-\sigma)d\sigma \text{ (ECUACION DE WIENER-HOPF DE 1a. CLASE)}$$

$$\phi_{di}(t,\sigma) = \int_0^{\infty} h_{opt}(t,\gamma)\phi_{ii}(\gamma,\sigma)d\gamma \text{ (ECUACION DE WIENER-HOPF DE 2a. CLASE)}$$

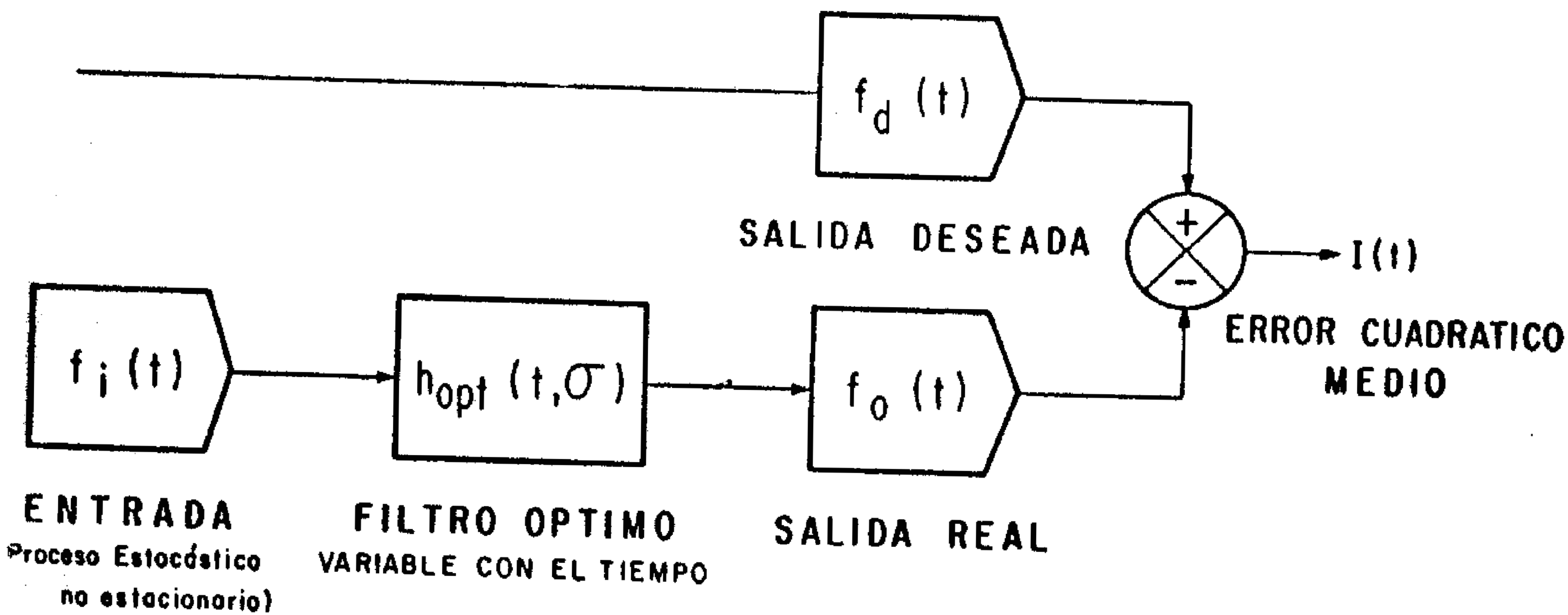



FIG. No. 4.- ELEMENTOS DEL FILTRO DE WIENER VARIABLE CON EL TIEMPO ción variable con el tiempo de la entrada.

## APROXIMACION AL PROCESO NO ESTACIONARIO MEDIANTE PROCESOS ERGODICOS

Hasta ahora no se ha encontrado una solución general a la ecuación de Bootom, por lo tanto, es necesario hacer una aproximación para determinar $h_{opt}(t,\gamma)$, pero el problema principal radica en la obtención de las funciones de correlación variables con el tiempo (Ec. 7), en donde $E[\ ]$ es el promedio del ensamble, pero en este caso tenemos un solo canal (una sola entrada y una salida no estacionaria en el tiempo) por lo tanto resulta imposible calcular $\phi_{ii}(t,\gamma)$ y $\phi_{di}(t,\sigma)$. Wang[9] propone aproximar el proceso no estacionario mediante procesos ergódicos al dividir la entrada $f_i(t)$ y la salida deseada $f_d(t)$ en secciones, las cuales pueden ser consideradas realizaciones de algún proceso estacionario y ergódico (Fig. 5). Si $f_i(t) = x(t)$ y $f_d(t) = z(t)$ entonces el proceso no estacionario quedaría como:

$$X(t) = \sum_{k=1}^{N} X_k(t) \qquad (8)$$

en donde:

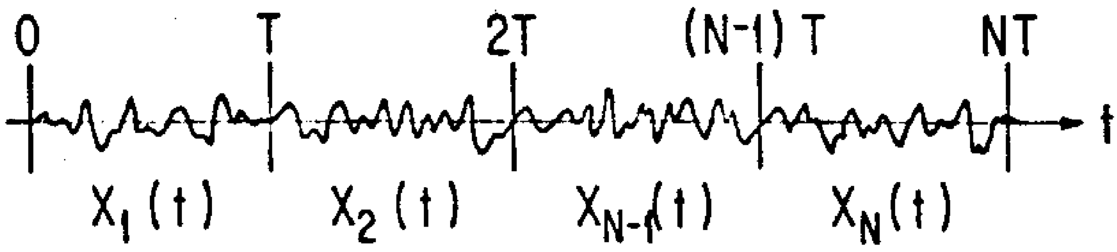
$$X_k(t) = X(t)\left\{u\left[t-(k-1)T\right] - u(t-kT)\right\} \qquad (9)$$

representa a los procesos ergódicos para $K = 1, 2, \ldots, N$ y ya podríamos calcular el promedio del Ensamble (Fig. 6). En forma similar para la salida deseada:

$$Z(t) = \sum_{k=1}^{N} Z_k(t) \qquad (10)$$

y

$$z_k(t) = Z(t)\left\{u\left[t-(k-1)T\right] - u(t-kT)\right\} \qquad (10')$$




$$X(t) = \sum_{k=1}^{N} X_k(t) \quad y \quad X_k(t) = X(t)\left\{U\left[t-(K-1)T\right] - U(t-KT)\right\}$$

FIG. No. 5.- APROXIMACION DEL PROCESO NO ESTACIONARIO MEDIANTE SECCIONES ESTACIONARIAS EN EL TIEMPO

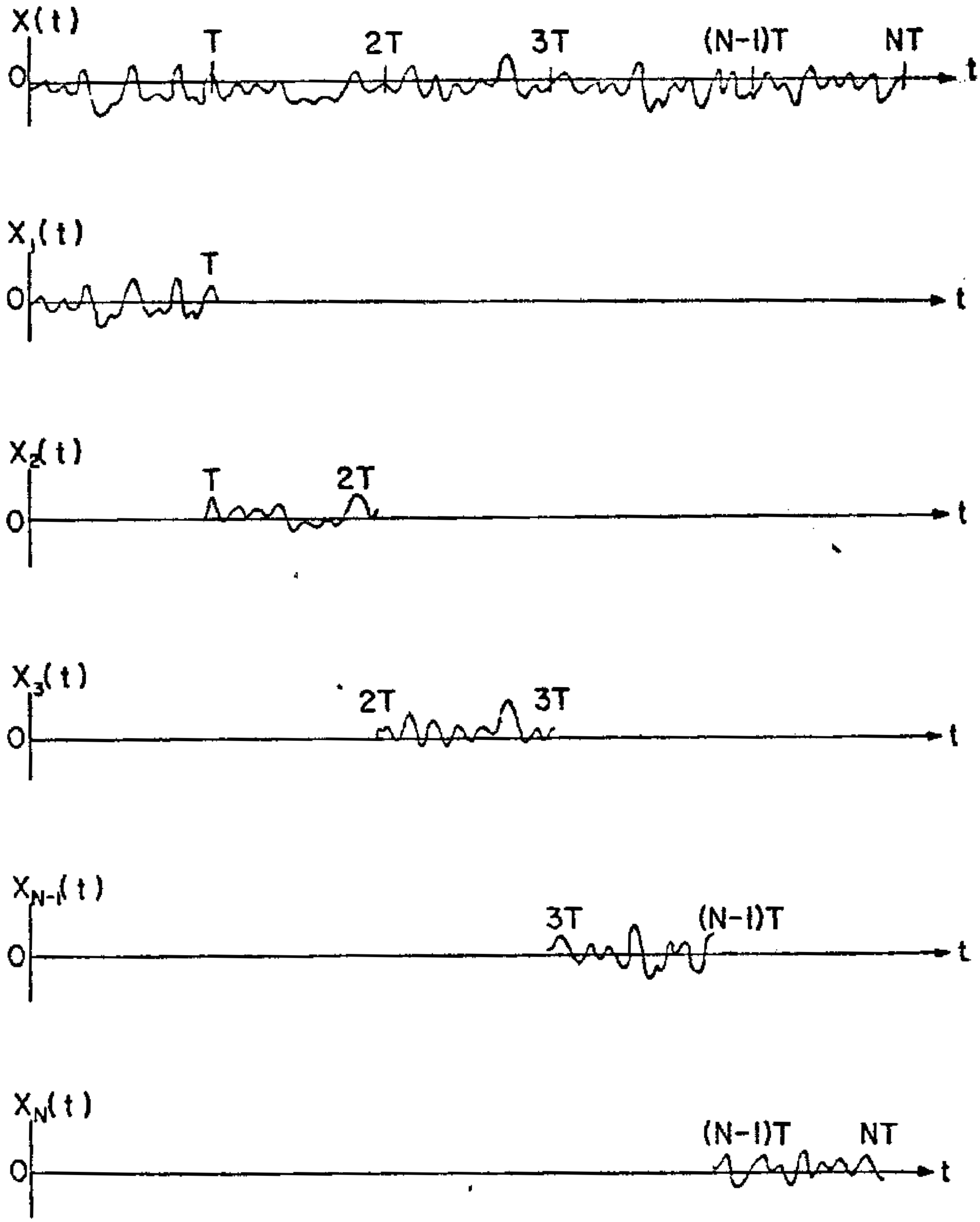



FIG. No. 6.- APROXIMACION DEL PROCESO NO ESTACIONARIO MEDIANTE PROCESOS ERGODICOS.

en donde $T$ es la subdivisión de la traza sísmica y $u(t)$ es la función escalón unitario.

De esta forma, podemos escribir las funciones de correlación[4]

$$\phi_{xx}^{(k)}(\tau) = \frac{1}{T}\int_{(k-1)T}^{kT} X_k(t)\,X_k(t+\tau)\,dt \qquad (12)$$

y

$$\phi_{zx}^{(k)}(\tau) = \frac{1}{T}\int_{(k-1)T}^{kT} Z_k(t)\,X_k(t+\tau)\,dt \qquad (13)$$

y la integral de Bootom se reduce a la siguiente forma:

$$\phi_{zx}^{(k)}(\tau) = \int_{0}^{\infty} g_k(\sigma)\,\phi_{xx}^{(k)}(\tau-\sigma)\,d\sigma \qquad (14)$$

para $k=1,2,3,\ldots,N$ y representa el número de ventana de longitud T.

## METODO DE BERNDT-COOPER PARA LA SELECCION OPTIMA DE T.

La ecuación 14 es una aproximación a la integral de Bootom, al considerar las funciones de correlación variables con el tiempo como procesos ergódicos, dividiendo la traza sísmica en N secciones de longitud T. Esta longitud de ventana puede ser grande o pequeña, dependiendo de las características del ensamble. En un proceso ergódico, la variancia desaparece cuando T tiende al infinito, razón por la cual es deseable hacer T tan grande como sea posible; por otro lado, el error entre las funciones de correlación estimada y verdadera es directamente proporcional a T, por tanto se desea que T sea lo más pequeña posible. Berndt y Cooper proponen un criterio para la selección óptima de T basado en la minimización del error cuadrático medio entre las funciones aproximada y verdadera de correlación variable con el tiempo.

La función de autocorrelación variable con el tiempo puede ser representada como[9] :

$$\phi_{xx}(t,\gamma) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i(t)\,\beta_i(\gamma) \qquad (15)$$

desarrollando $\alpha_i(t)$ en series de Taylor alrededor de $t = t_0$ con $m$ términos, queda como:

$$\alpha_i(t) = \sum_{j=0}^{m} C_{ij}\,(t-t_0)^j \qquad (16)$$

$$i = 1, 2, \ldots, n$$

y los coeficientes de Taylor son:

$$C_{ij} = \frac{1}{j!}\,\alpha_i^{(j)}(t_0) \qquad (17)$$

Ahora si suponemos que ${}^{\circ}\phi_{xx}(t_0,\gamma,T)$ es la función de autocorrelación estimada en $t = t_0$ , Berndt y Cooper[9] demuestran que el error cuadrático medio

$$\xi^2 = E\left\{\left[{}^{\circ}\phi_{xx}(t_0,\gamma,T) - \phi_{xx}(t_0,\gamma)\right]^2\right\} \qquad (18)$$

en donde la función de autocorrelación estimada está dada por:

$${}^{\circ}\phi_{xx}(t_0,\gamma,T) = \frac{1}{T}\sum_{t=-T/2}^{T/2} x(t+t_0+\gamma/2)\,x(t+t_0-\gamma/2) \qquad (19)$$

es minimizado cuando se cumple la relación [4] :

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{p=1}^{\mu}\sum_{q=1}^{\mu} C_{i2p}C_{j2q}\,\frac{(p+q)\,\beta_i(0)\,\beta_j(0)\;T^{2(p+q)+1}}{(2p+1)\,(2q+1)\;2^{2(p+q)}} = \int_{-\infty}^{\infty}\left[\phi_{xx}(t_0,\gamma)\right]^2 d\gamma \tag{20}$$

en donde $n$ es el número de términos usados en la expansión de $\phi_{xx}(t,\gamma)$ y $\mu=\frac{m}{2}$ si $m$ es par o bien $\mu=\frac{m-1}{2}$ si $m$ es impar.

Berndt y Cooper demuestran que con $m=2$ términos en la expansión es suficiente, por tanto $\mu=1$ y la minimización se satisface cuando

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} C_{i2}C_{j2}\,\frac{\beta_i(0)\,\beta_j(0)\;T^5}{72} = \int_{-\infty}^{\infty}\left[\phi_{xx}(t_0,\gamma)\right]^2 d\gamma \tag{21}$$

despejando T (longitud óptima de ventana), tenemos:

$$T = \left[\frac{72\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}\left[\phi_{xx}(t_0,\gamma)\right]^2 d\gamma}{\displaystyle\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} C_{i2}C_{j2}\,\beta_i(0)\,\beta_j(0)}\right]^{1/5} \tag{22}$$

## LONGITUD OPTIMA DE VENTANA EN UNA TRAZA SISMICA.

La ecuación 22 representa el caso generalizado del Método de Berndt y Cooper para la selección óptima de T . Para obtener la longitud óptima de la ventana en el filtrado de Wiener variable con el tiempo de una traza sísmica, Wang[9] propone las funciones:

$$\alpha_i(t) = d_i + e_i(k\tau - t_0) + f_i(k\tau - t_0)^2 \tag{23}$$

y
$$\beta_i(\gamma) = \cos(i-1)\frac{2\pi\gamma}{T} \qquad (24)$$

en donde $k$ representa $k$-ésima sección de longitud $T$ de la traza sísmica (Fig. 7), además, como en la expansión de $\alpha_i(t)$ se utilizan tres términos, cada sección $k$ debe dividirse en tres segmentos iguales y marcar el centro de estas partes con $t_1$, $t_2$ y $t_3$. De esta forma, la función de autocorrelación variable con el tiempo puede aproximarse por tres funciones de autocorrelación estacionarias en el tiempo,

$$\phi_{xx}^{[l]}(\gamma) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i(t_l)\, b_i(\gamma) \qquad l=1,2,3. \qquad (25)$$

en donde:

$$\alpha_i(t_0) = d_i + a_i(kT-t_0) + f_i(kT-t_0)^2 \qquad (26)$$

variando $j$ en la ec. 17 y derivando la ec. 23 se tienen los siguientes coeficientes al poner $t_0 = t_l$.

$$(27)\quad \begin{cases} C_{i0} = \alpha_i^{(0)}(t_l) = d_i + a_i(kT-t_l) + f_i(kT-t_l)^2 \\ C_{i1} = \alpha_i^{(1)}(t_l) = -a_i - 2f_i(kT-t_l) \\ C_{i2} = \frac{1}{2}\alpha_i^{(2)}(t_l) = f_i \qquad \therefore \quad C_{j2} = f_j \\ C_{i3} = C_{i4} = C_{i5} = \cdots = C_{im} = 0 \end{cases}$$

al sustituir $C_{i2}$ y $C_{j2}$ en la ec. 22 y tomando en cuenta que $\beta_i(0) = 1$ de la ec. 24, entonces:

$$T = \left\{ \frac{144 \int_0^{\infty} \left[\Phi_{xx}(t_2,\gamma)\right]^2 d\gamma}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} f_i f_j} \right\}^{1/5} \qquad (28)$$

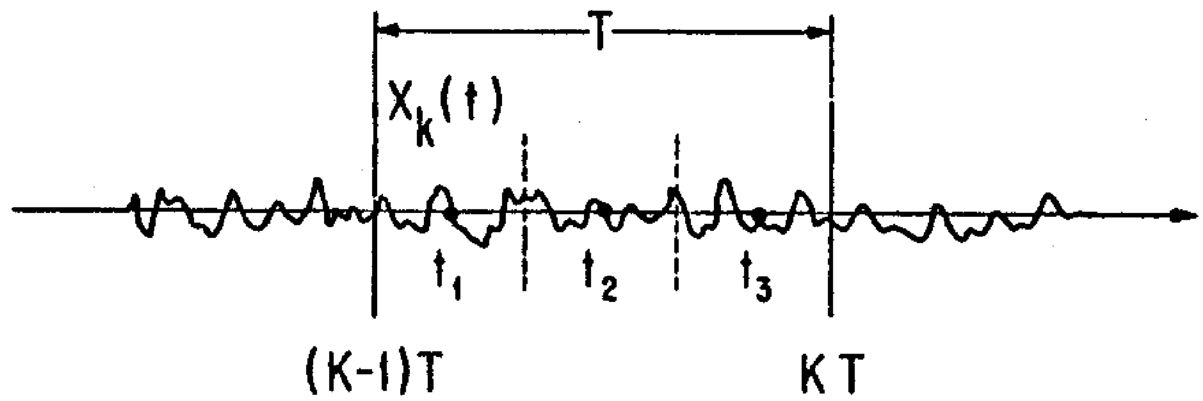



FIG. No. 7.- K - ESIMA SECCION DE UNA TRAZA SISMICA que es el caso particular para las funciones $\alpha_i(t)$ y $\beta_i(\gamma)$ propuestas anteriormente.

Cada traza sísmica debe dividirse en un número determinado de secciones iguales, dependiendo de la elección de $T$; por tanto es necesario indicar mediante $\phi_{xx}(t_k,\gamma)$ y $f_i^k$ a la función de autocorrelación y a los coeficientes de Taylor correspondientes a la K-ésima sección respectivamente de esta forma:

$$\hat{T}_k = \left\{ \frac{144 \sum_{\gamma=0}^{T-1} \left[\phi_{xx}(t_k,\gamma)\right]^2}{\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{k} f_i^k f_j^k} \right\}^{1/5} \qquad (29)$$

el lado derecho de esta ecuación es función de la longitud de ventana $T$ seleccionada, para encontrar la longitud óptima $T_0$ es necesario calcular $T_k$ a partir de la ec. 29 y compararla con la longitud propuesta $T$, si la diferencia excede de un valor tolerable, entonces se propondrá otro valor de $T$ y nuevamente calcularemos $T_k$ y así sucesivamente hasta que

$$\hat{T}_k = \hat{T}_0$$

Para encontrar $T_k$ debemos considerar en la ec. 29 que la función de autocorrelación variable con el tiempo $\phi_{xx}(t_k,\gamma)$ es imposible obtenerla, por tanto debemos hacer una aproximación al tomar en cuenta el promedio en tiempo de la cantidad $[x(t_k)\,x(\gamma)]$ dado por[4]:

$$\phi_{xx}(t_k,\gamma) = \frac{1}{T} \sum_{t=-T/2}^{T/2} x(t+t_k+\gamma/2)\, x(t+t_k-\gamma/2) \qquad (30)$$

por otro lado, para encontrar los coeficientes de Taylor $f_i$ debemos desarrollar la ec. 23 para $\ell = 1, 2, 3$.

$$\left.\begin{aligned} \alpha_i(t_1) &= d_i + a_i(kT-t_1) + f_i(kT-t_1)^2 \\ \alpha_i(t_2) &= d_i + a_i(kT-t_2) + f_i(kT-t_2)^2 \\ \alpha_i(t_3) &= d_i + a_i(kT-t_3) + f_i(kT-t_3)^2 \end{aligned}\right\} \qquad (31)$$

y resolver este sistema de ecuaciones para $f_i$

$$f_i = \frac{1}{\Delta}\begin{vmatrix} 1 & (kT-t_1) & \alpha_i(t_1) \\ 1 & (kT-t_2) & \alpha_i(t_2) \\ 1 & (kT-t_3) & \alpha_i(t_3) \end{vmatrix} \qquad (32)$$

pero como no conocemos $\alpha_i(t_\ell)$, $\ell = 1,2,3$ entonces de la ec. 25 :

$$\phi_{xx}^{[\ell]}(\gamma) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i(t_\ell)\cos(i-1)\frac{2\pi\gamma}{T} \qquad \ell = 1,2,3. \qquad (32)$$

entonces $\alpha_i(t_\ell)$ estará dada por los coeficientes de la transformación en cosenos finitos de $\phi_{xx}^{[\ell]}(\gamma)$ , la cual ya está previamente calculada para $\ell$ = 1,2,3. Se escoje el error cuadrático medio como medida del error para visualizar en qué momento hemos encontrado la longitud óptima de ventana, este error está dado por

$$Q_T = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} \bar{E}_k^2 \qquad (33)$$

en donde $N$ es el número de ventana de longitud $T$ , y

$$E_k = 1 - \frac{\bar{T}_k}{T} \qquad (34)$$

es el error normalizado entre el valor propuesto de $T$ y el calculado $T_k$ por la ec. 29, para todas las ventanas de la traza sísmica desde $K=1$ hasta $N$.

## ENSAYOS DEL METODO CON UNA TRAZA SISMICA SINTETICA.

En la parte (a) de la Fig. 8 se muestra un sismograma impulsional, formado por seis pulsos de Ricker de 25 mseg., teniendo así una señal for-

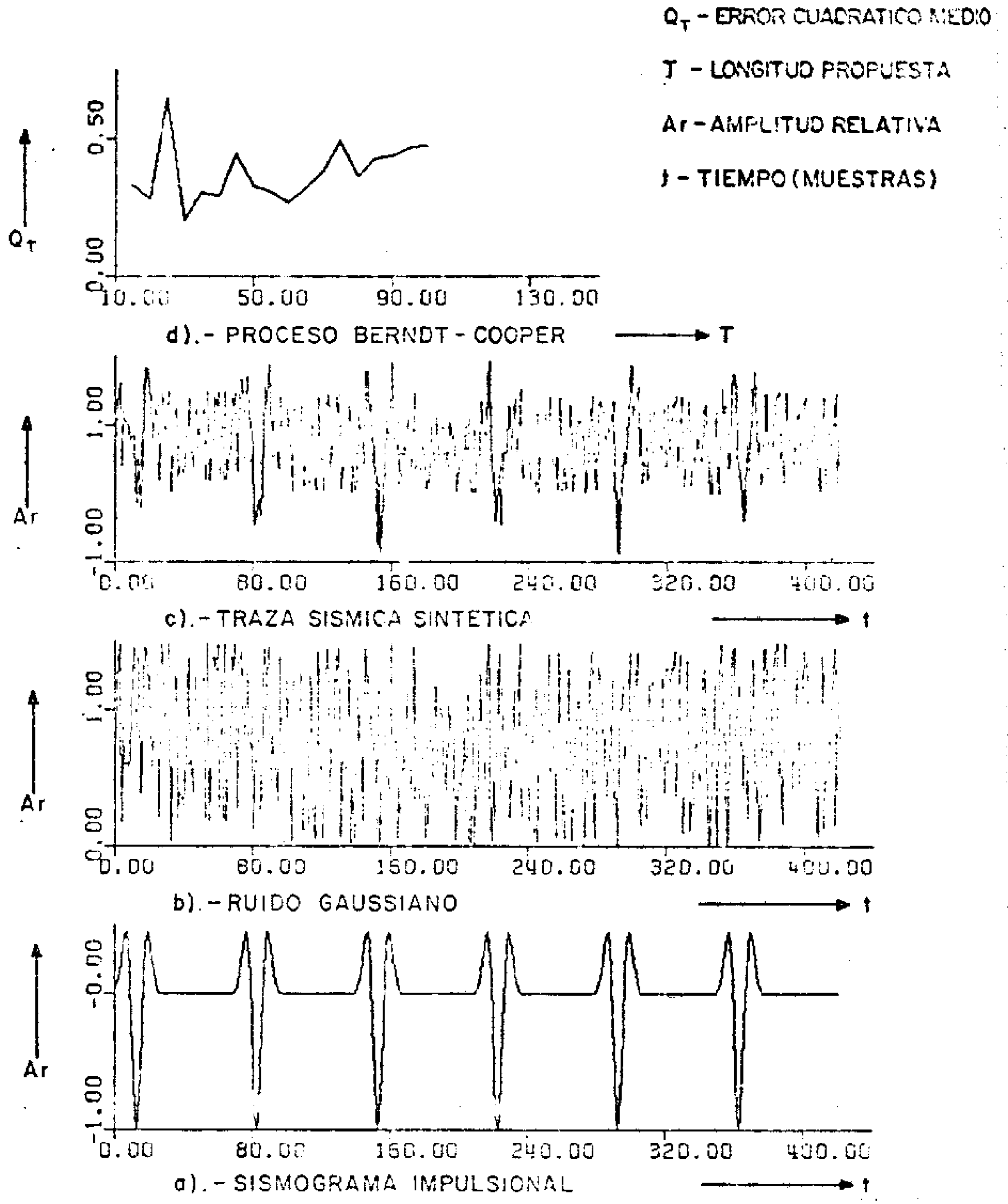



FIG. No. 8 ).- DETERMINACION DE LONGITUD OPTIMA DE VENTANA
(PARA UNA RELACION SEÑAL / RUIDO = 1.0)

mada por ondas básicas variables con el tiempo de 840 mseg. de longitud.- En la parte (b) se genera ruido de distribución Gaussiana[4] que, sumado al sismograma impulsional nos dará como resultado una traza sísmica sintética, en este caso utilizando una relación señal a ruido igual a la unidad, como se muestra en la parte (c), esta señal puede considerarse como no estacionaria en el tiempo y al aplicar el método Berndt y Cooper, encontramos que la longitud óptima de ventana sucede cuando el error cuadrático medio es mínimo; como puede observarse en la parte (d), la ventana óptima para esta traza sintética es de 30 muestras (60 mseg.). Como se mencionó anteriormente, en este proceso se propone una longitud de ventana T y en base a este dato se encuentra $T_k$ que servirá para calcular $\varepsilon_k$ y finalmente $Q_T$, para $K = 1,2,3, \ldots N$, siendo N el número de ventanas de longitud propuesta T. Se aplica el método en forma iterativa para varias proposiciones de T, en este ejemplo T = 15, 20, .... 100 muestras (es decir de 30 mseg. a 200mseg.). En la Fig. 9 se muestra la aplicación del método haciendo variar la relación S/N de la traza sísmica sintética a 0.43, observando en la parte (d) de esta figura algunas diferencias en los errores cuadráticos medios, pero conservando el mismo valor para la longitud óptima de ventana. En la Tabla I se muestran los valores numéricos obtenidos para trazas similares[4], variando la relación S/N.

## 3. FILTRADO OPTIMO EN SERIES ESTACIONARIAS CON EL TIEMPO.

En Sismología de Exploración, se tienen dos tipos de señales: por un lado, la onda básica y por otro las muestras de series estacionarias en el tiempo, y a esta última corresponden los registros sismológicos. Así que un Sismograma no es sino un Ensamble de porciones de Series Estacionarias en el tiempo.

Una característica importante de una onda básica ($b_t$) es su energía dada por:

$$E\left\{b_t^2\right\} = b_0^2 + b_1^2 + \cdots + b_n^2 = \phi_{bb}(0) \qquad (36)$$

Por otro lado, una característica importante de una serie estacionaria en el tiempo ( $S_t$ ) es su potencia.

$$E\left\{S_{t+\tau} S_t\right\} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T+1}\left(S_{-T}^2 + \cdots + S_{-1}^2 + S_0^2 + S_1^2 + \cdots + S_T^2\right) = \phi_{ss}(\tau) \qquad (37)$$

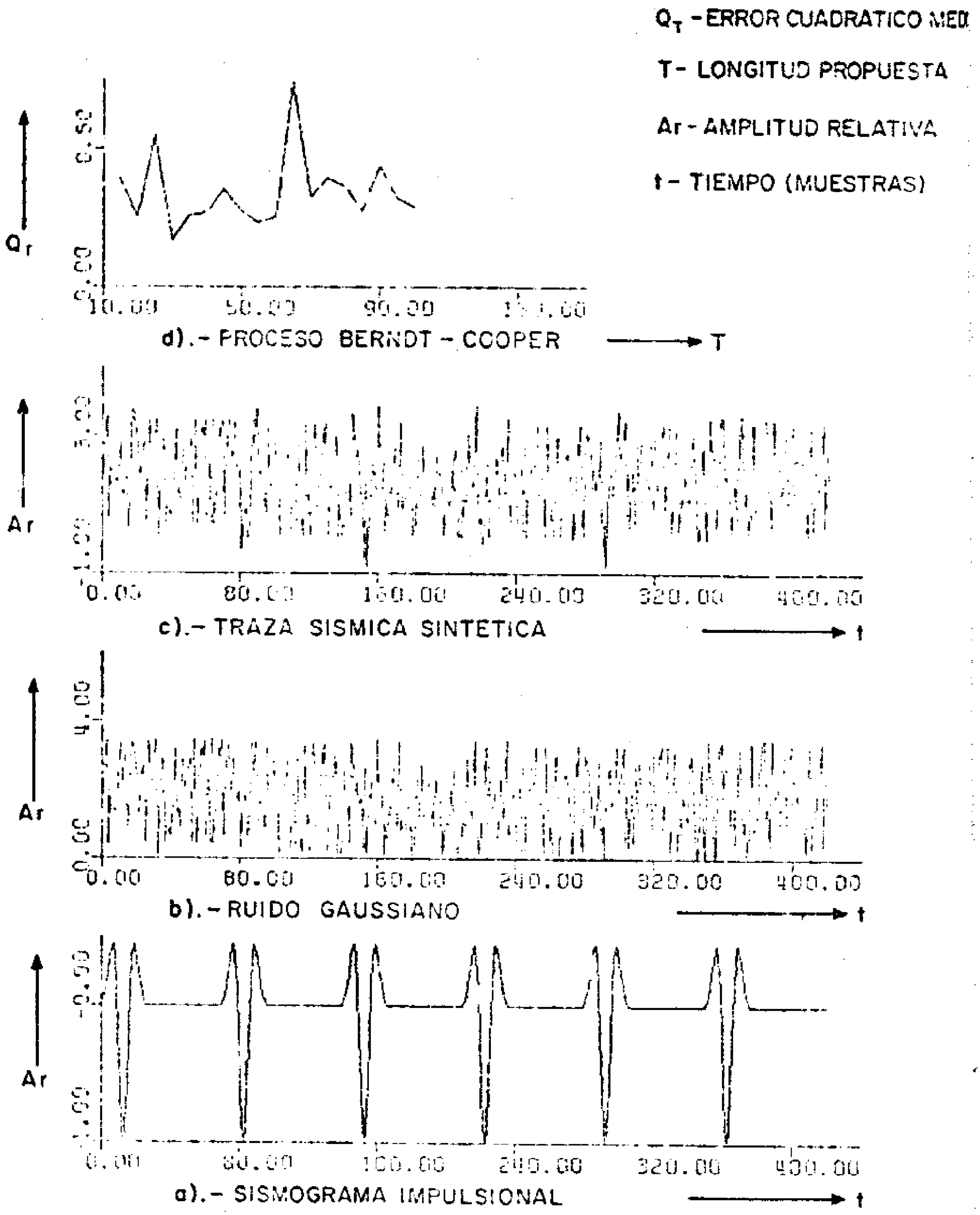



FIG. No. 9). - DETERMINACION DE LONGITUD OPTIMA DE VENTANA
(PARA UNA RELACION SEÑAL / RUIDO = 0.43)

| T | $Q_T$ | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | S/N = 1.0 | S/N = 0.75 | S/N = 0.60 | S/N = 0.45 | S/N = 0.20 |
| 15 | 0.33366 | 0.36530 | 0.54454 | 0.39502 | 0.35339 |
| 20 | 0.28096 | 0.26787 | 0.26293 | 0.25432 | 0.24230 |
| 25 | 0.64855 | 0.68382 | 0.61462 | 0.54976 | 0.53355 |
| 30 | 0.20588 | 0.18762 | 0.17622 | 0.16925 | 0.22112 |
| 35 | 0.30452 | 0.28173 | 0.27184 | 0.25873 | 0.25643 |
| 40 | 0.29649 | 0.29329 | 0.25972 | 0.26869 | 0.29830 |
| 45 | 0.44266 | 0.34997 | 0.35746 | 0.35576 | 0.34080 |
| 50 | 0.33176 | 0.67720 | 0.29216 | 0.27683 | 0.26424 |
| 55 | 0.30852 | 0.28481 | 0.26566 | 0.23446 | 0.33783 |
| 60 | 0.27220 | 0.25064 | 0.26074 | 0.25629 | 0.21664 |
| 65 | 0.31844 | 0.27806 | 0.24797 | 0.74348 | 0.24003 |
| 70 | 0.38596 | 0.35475 | 0.33909 | 0.32686 | 0.32067 |
| 75 | 0.49597 | 0.45306 | 0.42546 | 0.39297 | 0.35014 |
| 80 | 0.36353 | 0.35139 | 0.36846 | 0.36708 | 0.34449 |
| 85 | 0.43053 | 0.39358 | 0.35138 | 0.27445 | 0.22762 |
| 90 | 0.43753 | 0.45356 | 0.45063 | 0.44270 | 0.43040 |
| 95 | 0.47176 | 0.42489 | 0.38472 | 0.32472 | 0.31096 |
| 100 | 0.47596 | 0.40239 | 0.34227 | 0.28915 | 5.72620 |

TABLA I. Resultados obtenidos de la aplicción del método Berndt-Cooper para la determinación de la longitud óptima de ventana en una traza sísmica sintética, variando S/N.

y la correlación cruzada entre una señal de energía ( $b_t$ ) y una señal de potencia ( $S_t$ ) será

$$\phi_{bs}(\tau) = E\{ b_{t+\tau} S_t \} \qquad (38)$$

FILTRO OPTIMO DE WIENER

En el diseño del filtro óptimo, los elementos básicos del modelo son: a) una señal de entrada (de energía o potencia), $b_t$ . b) una señal de salida deseada, $d_t$ . c) una señal de salida real, $a_t$ . Y el problema consiste en encontrar un filtro $f_t$ de tal forma que la salida real $a_t = b_t * f_t$ se parezca a la salida deseada $d_t$ con un error mínimo. Utilizando el criterio de mínimos cuadrados en la minimización del error, obtenemos la ecuación de Wiener-Hopf de primera clase[4] :

$$\sum_{\tau=0}^{n} f_\tau \, \phi_{bb}(j-\tau) = \phi_{db}(\tau) \qquad (39)$$

$$j = 0, 1, 2, \ldots, n$$

que nos conduce a un Sistema de Ecuaciones lineales simultáneas, que en forma matricial sería[8] :

$$(40) \quad \begin{bmatrix} \phi_{bb}(0) & \phi_{bb}(1) & \phi_{bb}(2) & \cdots & \phi_{bb}(n) \\ \phi_{bb}(1) & \phi_{bb}(0) & \phi_{bb}(1) & \cdots & \phi_{bb}(n-1) \\ \phi_{bb}(2) & \phi_{bb}(1) & \phi_{bb}(0) & \cdots & \phi_{bb}(n-2) \\ \vdots & & & & \vdots \\ \phi_{bb}(n) & \phi_{bb}(n-1) & \phi_{bb}(n-2) & \cdots & \phi_{bb}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_0 \\ f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{db}(0) \\ \phi_{db}(1) \\ \phi_{db}(2) \\ \vdots \\ \phi_{db}(n) \end{bmatrix}$$

en donde todos los elementos de la Matríz de Autocorrelación tienen Simetria alrededor de la Diagonal principal. Si usamos notación vectorial[4], lo anterior queda como:

$$[{}^N A]\,{}^N f\downarrow = {}^N C\downarrow \qquad (41)$$

El problema más fuerte que se presenta en el diseño del filtro óptimo es la obtención de sus coeficientes, mediante la solución del Sistema de Ecuaciones, en donde $[{}^N A]$ y ${}^N C\downarrow$ son datos del problema. La solución de dicho sistema se simplifica considerablemente al hacer uso de las propiedades de la matriz de autocorrelación: a) Es una matríz cuadrada, b) Es una matríz simétrica con respecto a sus dos diagonales, c) Tiene estructura Toeplitz, d) Si se suprime el primer renglón y primera columna, se obtiene una matríz de autocorrelación, pero de orden menor. Levinson[9] diseña un algoritmo basado principalmente en la estructura Toeplitz de la matríz y obtiene los coeficientes exactos, sin embargo, para fines prácticos en Geofísica, es probable que con una aproximación de estos coeficientes se obtengan resultados similares en el filtrado de datos.

## DESARROLLO DE METODOS DE GRADIENTE.

Los métodos de Gradiente se basan en la disminución progresiva de una función de error ocasionada por la diferencia entre el valor verdadero ${}^N f\downarrow$ y un valor inicial ${}^N X_0\downarrow$ como primer aproximante a la solución de la Ec. 41, en donde, después de un número mínimo de iteraciones, se obtiene una buena aproximación para ${}^N f\downarrow$ . Recordando el sistema de ecuaciones normales obtenidas del diseño del filtro óptimo:

$[{}^N A]\,{}^N f\downarrow = {}^N C\downarrow$ y suponiendo que ${}^N X_i\downarrow$ sea el iésimo estimado o aproximante del vector solución ${}^N f\downarrow$ , entonces el vector residual será :

$${}^N \gamma_i\downarrow = {}^N C\downarrow - [{}^N A]\,{}^N X_i\downarrow \qquad (42)$$

desde luego que en el momento en que ${}^N X_i\downarrow = {}^N f\downarrow$ , entonces:

$${}^N \gamma_i\downarrow = {}^N C\downarrow - [{}^N A]\,{}^N f\downarrow = \theta \qquad (43)$$

aquí, la ENERGIA (la suma de los cuadrados de los elementos de ${}^N \gamma_i\downarrow$ ) es cero (vector nulo), pero por lo general, la energía será diferente de cero aunque

$${}^N X_i\downarrow \approx {}^N f\downarrow \qquad (44)$$

la idea del método es reducir dicha energía lo más pronto a cero. La energía puede expresarse como:

$$\text{Energía} = {}^N\gamma_i\downarrow \; {}^N\underrightarrow{\gamma_i} \tag{45}$$

en donde ${}^N\underrightarrow{\gamma_i}$ es el vector transpuesto de ${}^N\gamma_i\downarrow$ .

Utilizando la expresión (42) y su transpuesta en (45) tendríamos[4] :

$${}^N\gamma_i\downarrow {}^N\underrightarrow{\gamma_i} = \left\{[{}^NA]^{-1}\,{}^NC\downarrow - {}^NX_i\downarrow\right\}^T [{}^NA]^2 \left\{[{}^NA]^{-1}\,{}^NC\downarrow - {}^NX_i\downarrow\right\} \tag{46}$$

De la cual podría derivarse una técnica para disminuir la energía.

<u>METODO DE FORSYTHE-WASOW</u>

Forsythe y Wasow proponen la función de error $E\{{}^NX_i\downarrow\}$, dada por:

$$E\{{}^NX_i\downarrow\} = {}^N\gamma_i\downarrow\,[{}^NA]^{-1}\,{}^N\underrightarrow{\gamma_i} \tag{47}$$

que tiene una forma real y cuadrática cuyo valor mínimo ocurre cuando ${}^NX_i\downarrow = [{}^NA]^{-1}\,{}^NC\downarrow$ , es decir cuando ${}^NX_i\downarrow = {}^N\xi\downarrow$ . Desarrollando esta función de error[2], tenemos:

$$E\{{}^NX_i\downarrow\} = {}^N\underrightarrow{X_i}\,[{}^NA]\,{}^NX_i\downarrow - 2\,{}^N\underrightarrow{X_i}\,{}^NC\downarrow + {}^N\underrightarrow{C}\,[{}^NA]^{-1}\,{}^NC\downarrow \tag{48}$$

La dirección a lo largo de la cual la función de error disminuye más rapidamente con respecto a un aproximante dado ${}^NX_i\downarrow$ se llama "dirección de máximo descenso", la cual se obtiene a partir del gradiente[9] de $E\{{}^NX_i\downarrow\}$

$$\frac{-\partial\,[E({}^NX_i\downarrow)]}{\partial\,({}^N\underrightarrow{X_i})} = 2\left({}^NC\downarrow - [{}^NA]\,{}^NX_i\downarrow\right) = 2\,{}^N\gamma_i\downarrow \tag{49}$$

Con esto, observamos que la función error disminuye rápidamente en la dirección del vector residual ${}^N\gamma_i\downarrow$ y por esta razón, Forsythe y Wasow[2] escogieron la siguiente iteración para el cálculo de los vectores de aproximación ${}^N X_i\downarrow$

$$ {}^N X_i\downarrow = {}^N X_{i-1}\downarrow + \lambda_{i-1}\,{}^N\gamma_{i-1}\downarrow \qquad (50) $$

entonces, hay que determinar el valor de la constante $\lambda_{i-1}$ de tal forma que la función error $E\{{}^N X_i\downarrow\}$ disminuya para cada iteración. Al derivar parcialmente la función de error con respecto a $\lambda_{i-1}$ e igualando a cero, obtenemos[4] :

$$ \lambda_{i-1} = \frac{{}^N\underrightarrow{\gamma_{i-1}}\;\;{}^N\gamma_{i-1}\downarrow}{{}^N\underrightarrow{\gamma_{i-1}}\;[{}^N A]\;{}^N\gamma_{i-1}\downarrow} \;; \qquad [{}^N A]\,{}^N\gamma_{i-1}\downarrow = {}^N q_{i-1}\downarrow \qquad (51) $$

Con lo que, podríamos escribir el algoritmo, como resultado de este método[4]:

$$ \left.\begin{aligned}
&{}^N\gamma_0\downarrow = {}^N C\downarrow - [{}^N A]\,{}^N X_0\downarrow && (i)\\
&{}^N q_{i-1}\downarrow = [{}^N A]\,{}^N\gamma_{i-1}\downarrow && (ii)\\
&\lambda_{i-1} = \frac{{}^N\underrightarrow{\gamma_{i-1}}\;\;{}^N\gamma_{i-1}\downarrow}{{}^N\underrightarrow{\gamma_{i-1}}\;\;{}^N q_{i-1}\downarrow} && (iii)\\
&{}^N\gamma_{i-1}\downarrow = {}^N\gamma_{i-2}\downarrow - \lambda_{i-2}\,{}^N q_{i-2}\downarrow && (iv)\\
&{}^N X_i\downarrow = {}^N X_{i-1}\downarrow + \lambda_{i-1}\,{}^N\gamma_{i-1}\downarrow && (v)\\
&|{}^N\gamma_i\downarrow| = \left({}^N\underrightarrow{\gamma_i}\;\;{}^N\gamma_i\downarrow\right)^{1/2} && (vi)
\end{aligned}\right\} \qquad (52) $$

## METODO DE HESTENES

En el método de Forsythe-Wasow se llega a una solución "aproximada" en un número $m$ (orden de la matríz de autocorrelación) de iteraciones. En la técnica de Convergencia de Hestenes, se obtiene la solución 'exacta" en $n \leq m$ iteraciones; también se basa en la disminución progresiva de una función error y en las propiedades de la matríz de autocorrelación, sobre todo en que $[{}^N A]$ es una matríz definida positiva y Hermitiana. En este método, los vectores de direccionamiento, los cuales dependen de la elección de la función error, se escogen como un conjunto de vectores ortogonales y uno de esos vectores se genera y almacena para usarse en cada iteración. Hestenes[2] escoge la siguiente función de error:

$$E\{{}^N x_i\downarrow\} = {}^N\gamma_i\downarrow\,[{}^N H]\,{}^N\underrightarrow{\gamma_i} \qquad (53)$$

en donde $[{}^N H]$ es una matriz Hermitiana predeterminada. En un desarrollo similar al método Forsythe-Wasow, Wang y Treitel[9] establecen el algorítmo de convergencia, más eficiente en el que se obtiene la solución del Sistema de Ecuaciones del filtro óptimo con un mínimo de iteraciones; si se escoge un vector inicial aproximadamente adecuado[4] :

$$\left.\begin{array}{lr}
a_{-1} = 1 \qquad {}^N p_{-1}\downarrow = \theta \qquad {}^N x_0\downarrow = \theta & (i) \\
{}^N\gamma_0\downarrow = {}^N c\downarrow - [{}^N A]\,{}^N x_0\downarrow & (ii) \\
a_i = {}^N\gamma_i\downarrow\;{}^N\underrightarrow{\gamma_i} & (iii) \\
b_{i-1} = a_i / a_{i-1} & (iv) \\
{}^N p_i\downarrow = {}^N\gamma_i\downarrow + b_{i-1}\,{}^N p_{i-1}\downarrow & (v) \\
{}^N q_i\downarrow = [{}^N A]\,{}^N p_i\downarrow & (vi) \\
d_i = {}^N\underrightarrow{p_i}\;{}^N q_i\downarrow & (vii) \\
k_i = a_i / d_i & (viii) \\
{}^N x_{i+1}\downarrow = {}^N x_i\downarrow + k_i\,{}^N p_i\downarrow & (ix) \\
{}^N\gamma_{i+1}\downarrow = {}^N\gamma_i\downarrow - k_i\,{}^N q_i\downarrow & (x) \\
\gamma_i = \left({}^N\underrightarrow{\gamma_i}\;{}^N\gamma_i\downarrow\right)^{1/2} & (xi)
\end{array}\right\} \; (54)$$

El error normal residual ${}^{M}\gamma_i = ({}^{M}\gamma_i\downarrow\, {}^{M}\underrightarrow{\gamma_i})^{1/2}$ nos determina la razón de convergencia del vector aproximante ${}^{M}x_i\downarrow$ hacia el valor verdadero ${}^{M}f\downarrow$ Cuando se conoce la solución exacta ${}^{M}f\downarrow$ entonces podríamos utilizar el error cuadrático normalizado, definido por[4] :

$$(ECN)_i = \frac{({}^{M}x_i\downarrow - {}^{M}f\downarrow)^T({}^{M}x_i\downarrow - {}^{M}f\downarrow)}{{}^{M}\underrightarrow{f}\;\; {}^{M}f\downarrow} \qquad (55)$$

en donde $(T)$ indica transposición, el $(ECN)_i$ determina la relación de energías del vector diferencia ${}^{M}x_i\downarrow - {}^{M}f$ y de la solución exacta ${}^{M}f\downarrow$ , es decir el criterio $(ECN)_i$ , mide directamente la desviación entre la solución verdadera y aproximada . Desde luego, cabe aclarar que en situaciones prácticas nunca se va a conocer ${}^{M}f\downarrow$ y por tanto, siempre se utilizará el error residual normalizado $\gamma^{\lambda}_i$ , sin embargo se muestra la comparación de los métodos Forsythe-Wasow y Hestenes con el criterio $(ECN)_i$ para algunos ejemplos numéricos (Fig. 10) que se muestran en el Apéndice I de la referencia número 4.

COMPARACION DE METODOS EN EL FILTRADO OPTIMO .

El algoritmo de Hestenes es de gran utilidad en el cálculo de los coeficientes del filtro de Wiener, sobre todo aplicado en forma iterativa a diferentes trazas sísmicas, dado que pueden utilizarse vectores iniciales aproximantes diferentes de cero. Se propone una traza sísmica sintética (Fig. 11) formada por un evento primario (señal) y una serie de eventos múltiples (ruido coherente) y se aplican los algoritmos de Levinson y Hestenes. En la parte (a) de la figura se muestra la traza sísmica que inicia a 100 ms. compuesta de un evento primario de 32 ms. de duración y 20 ms. de período aparente y 15 múltiplos separados cada 32 ms. y del mismo período que el primario con amplitud alternante progresiva en función cuadrática al anterior. En la parte (b) se muestra la función de autocorrelación, en donde se obtiene la distancia de predicción a partir del "segundo cruce con cero" de la función. En (c) puede observarse el resultado de aplicar el algoritmo de Levinson para un operador de 101 puntos (necesariamente las iteraciones). Y finalmente en (d) se muestra la aplicación del algoritmo de convergencia para un operador de 101 puntos con sólo 14 iteraciones, además de iniciar el cálculo con un vector aproximante nulo. Por otro lado podría observarse que el resultado del filtrado tiene la misma confiabilidad.

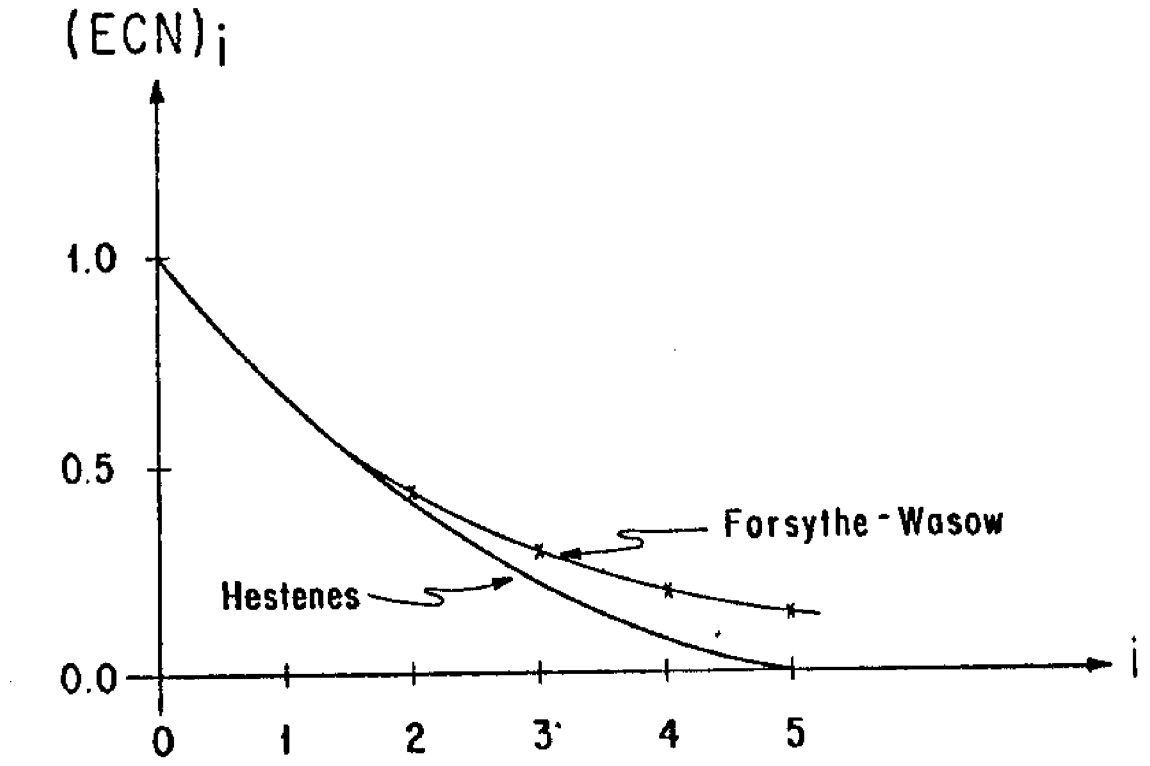



FIG. No. 10. - COMPARACION DE LOS METODOS DE CONVERGENCIA PARA EL FILTRO OPTIMO DE WIENER.

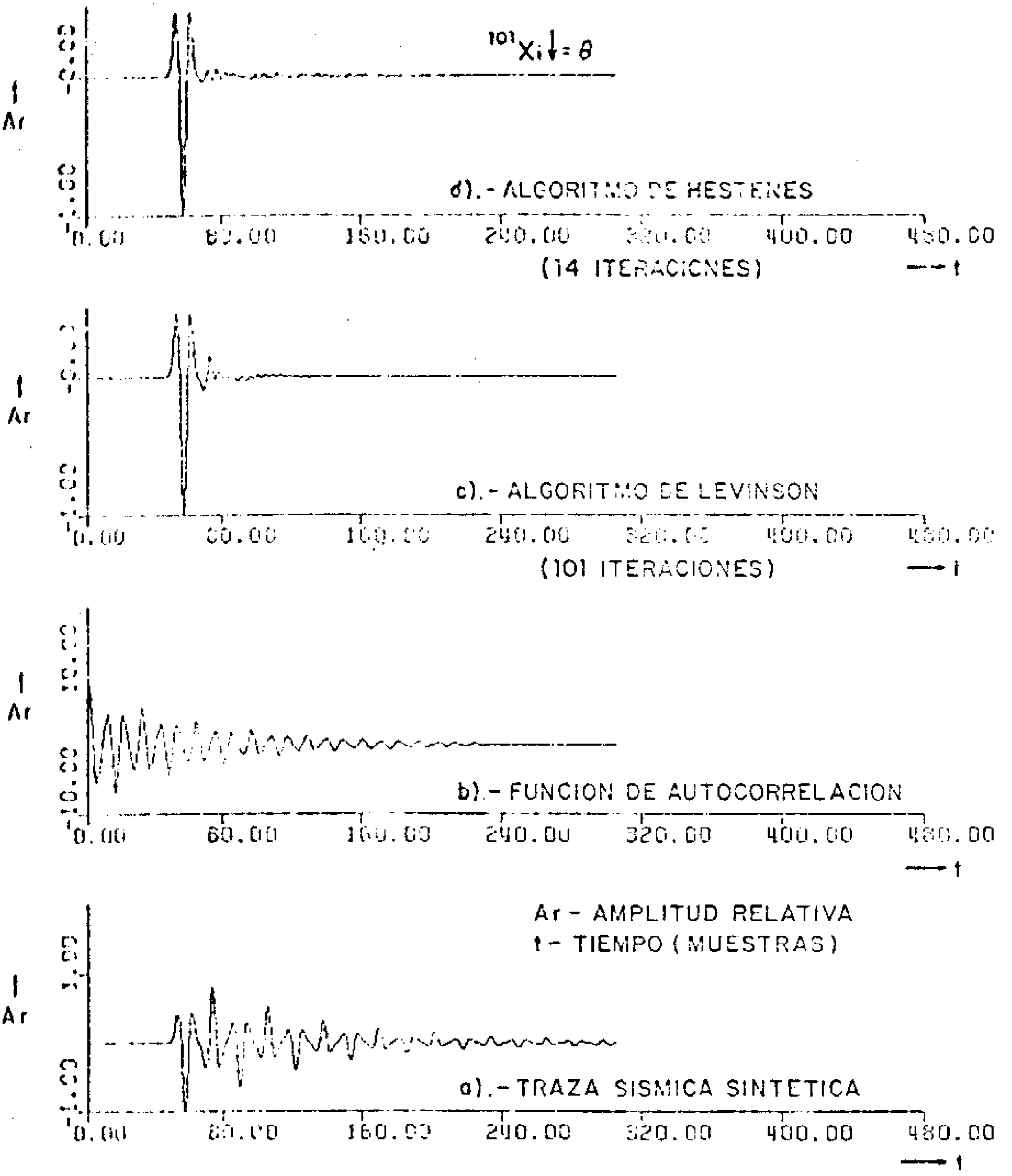



FIG. (1).- COMPARACION DE ALGORITMOS LEVINSON-HESTENES
(OPERADOR DE 101 PUNTOS)

Ahora podríamos utilizar los dos criterios de convergencia (longitud óptima de ventana y algoritmo de Hestenes) en la Deconvolución Predictiva, para modelos Geológicos Sintéticos.

## 4. APLICACION DE LOS CRITERIOS DE CONVERGENCIA EN LA DECONVOLUCION PREDICTIVA.

En el sistema sismológico de reflexión, la forma de onda de la señal de entrada, cambia conforme a su propagación y se genera un proceso estocás tico no estacionario, razón por la cual sería inaplicable la ecuación de Wiener-Hopf de primera clase; sin embargo en la práctica, la deconvolución usual es invariable con el tiempo y además considerada como un caso especial del filtrado óptimo, en donde la salida deseada es una función parecida al impulso unitario y la Ecuación de Wiener-Hopf (40) se modifica en la función de croscorrelación y toma la siguiente forma[5] :

$$\begin{bmatrix} \phi_{bb}(0) & \phi_{bb}(1) & \phi_{bb}(2) & \cdots & \phi_{bb}(n) \\ \phi_{bb}(1) & \phi_{bb}(0) & \phi_{bb}(1) & \cdots & \phi_{bb}(n-1) \\ \phi_{bb}(2) & \phi_{bb}(1) & \phi_{bb}(0) & \cdots & \phi_{bb}(n-2) \\ \vdots & & & & \vdots \\ \phi_{bb}(n) & \phi_{bb}(n-1) & \phi_{bb}(n-2) & \cdots & \phi_{bb}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_0 \\ f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (56)$$

y el filtro calculado (fo, f1, f2 , .. fn) se utilizaría para deconvolver un tren reverberatorio de pulsos, por ejemplo en Sismología Marina, en un impulso unitario. Ahora si deseamos un filtro predictivo de energía coherente para remover eventos repetitivos con una cierta periodicidad, como en el caso de eventos múltiples, la deconvolución será predictiva, el operador de predicción $p_t$ actúa sobre la traza de entrada $b_t$ para darnos una salida $a_t$ que será un estimado de la entrada, a un tiempo $t + \alpha$ es decir, este operador tendrá una distancia de predicción $\alpha$ .- Si en el modelo general del filtrado de Wiener de mínimos cuadrados (EC. 40) cambiamos la notación

$$\left.\begin{array}{l} \varphi_{bb}(\tau) \longrightarrow A_\tau \\ \\ \varphi_{db}(\tau) \longrightarrow C_\tau \\ \\ f_t \longrightarrow p_t \end{array}\right\} \qquad (57)$$

$$\text{para} \quad \tau = 0, 1, 2, \ldots, n.$$

considerando que en la deconvolución predictiva $d_t = b_{t+\alpha}$, entonces la cros correlación entre la salida deseada $d_t$ y la traza de entrada será [4]:

$$C_\tau = \sum_t b_{t+\alpha} b_{t+\tau} = \sum_t b_t b_{t+(\tau+\alpha)} \qquad (58)$$

pero como la autocorrelación de la entrada $b_t$, es :

$$A_\tau = \sum_t b_t b_{t-\tau} \qquad (59)$$

entonces, observando las ecs. (58) y (59), conclu*í*mos que:

$$C_\tau = A_{\tau+\alpha} \qquad (60)$$

y por tanto la Ec. (40) quedar*í*a como:

$$\begin{bmatrix} A_0 & A_1 & A_2 & A_3 & \cdots & A_n \\ A_1 & A_0 & A_1 & A_2 & \cdots & A_{n-1} \\ A_2 & A_1 & A_0 & A_1 & \cdots & A_{n-2} \\ \vdots & & & & & \vdots \\ A_n & A_{n-1} & A_{n-2} & A_{n-3} & \cdots & A_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_\alpha \\ A_{\alpha+1} \\ A_{\alpha+2} \\ \vdots \\ A_{\alpha+n-1} \end{bmatrix} \qquad (61)$$

en donde el vector $^{N}p_{t}$ es el operador de predicción de longitud $n$ y distancia de predicción $\alpha$ .-Si este operador se aplica mediante la convolución a la señal de entrada $b_t$ obtendremos $\hat{b}_{t+\alpha}$ , por tanto existirá un error $\xi_{t+\alpha}$ que representará la parte no predecible de $b_t$ dada por:

$$\xi_{t+\alpha} = b_{t+\alpha} - \sum_{t} b_t p_{\tau-t} \qquad (62)$$

y aplicando la Transformada $Z$ obtendremos:

$$Z^{-\alpha} E(z) = Z^{-\alpha} B(z) - B(z)P(z) \qquad (63)$$

y por tanto:

$$E(z) = B(z)\left[1 - Z^{\alpha} P(z)\right] \qquad (64)$$

en donde la parte en paréntesis representa la transformada $Z$ del operador predictivo de error, es decir, si el operador de predicción está dado por $p_t = (p_0, p_1, p_2, p_3, \ldots, p_{n-1})$ entonces el operador predictivo del error, con distancia de predicción $\alpha$ será $P_t = (1, 0, 0, \ldots 0, -p_0, \ldots -p_{n-1})$ en donde el número de ceros será igual a $\alpha - 1$ . Si una traza sísmica marina es la convolución de una serie incorrelacionable de coeficientes de reflexión con un tren reverberatorio de pulsos (con energía repetitiva), entonces el operador predictivo del error removerá la porción predecible de la traza, es decir, la energía repetitiva en las reverberaciones y dará como salida del filtrado la serie del error $\xi_t$ , es decir una aproximación de los coeficientes de reflexión; otra forma de hacerlo es utilizando el operador de predicción y calcular $\xi_t$ como se indica en (Ec. 62) pero es más laborioso así.

CALCULO DEL OPERADOR PREDICTIVO DEL ERROR.

Para calcular el Operador Predictivo del Error $P_t$ ,es necesario considerar el arreglo matricial (Ec. 61) en la forma de Ecuaciones Simultáneas Heterogéneas, en la que, aumentando algunos términos en ambos lados y tomando en cuenta algunos renglones precedentes, tendríamos[5] :

$$
\begin{bmatrix}
A_0 & A_1 & A_2 & \cdots & A_{\alpha+n-1} \\
A_1 & A_0 & A_1 & \cdots & A_{\alpha+n-2} \\
A_2 & A_1 & A_0 & \cdots & A_{\alpha+n-3} \\
\vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\
A_{\alpha-1} & A_{\alpha-2} & A_{\alpha-3} & \cdots & A_n \\
A_\alpha & A_{\alpha-1} & A_{\alpha-2} & \cdots & A_{n-1} \\
A_{\alpha+1} & A_\alpha & A_{\alpha-1} & \cdots & A_{n-2} \\
\vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\
A_{\alpha+n-1} & A_{\alpha+n-2} & A_{\alpha+n-3} & \cdots & A_0
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ -p_0 \\ -p_1 \\ \vdots \\ -p_{n-1}
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
\rho_0 \\ \rho_1 \\ \rho_2 \\ \vdots \\ \rho_{\alpha-1} \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0
\end{bmatrix}
\qquad (65)
$$

en donde el vector $(1,0,0,\ldots,p_0,-p_1,\ldots -p_{n-1})$ representa al operador predictivo del error como una diferencia entre un impulso unitario y el operador de predicción $^{n}p_t$ desplazado por la distancia de predicción $\alpha$. Si la distancia depredicción $\alpha$ es igual a la unidad, entonces el operador predictivo del error $P_t$ de longitud $n+1$ será igual al operador inverso de mínimos cuadrados[5] $f_t$ de longitud $n+1$, excepto por un factor de escala.

De esta forma, el Filtro Inverso (Ec. 57), el Filtro de Predicción (Ec. 61) y el Filtro Predictivo del Error (Ec. 65), son casos particulares del Filtro de Wiener y por tanto son aplicables los criterios de convergencia mencionados, ya sea que se aplique a la deconvolución usual, o a la deconvolución predictiva. En la eliminación de efectos múltiples en Sismología Marina, los parámetros $\alpha$ (distancia de predicción) y $n$ (longitud del operador) deben ser tales que la Energía de las reverberaciones periódicas sea removida y por tanto la Autocorrelación de la Salida será cero entre $\alpha$ y $\alpha+n-1$.

## REVERBERACIONES DE PRIMER Y SEGUNDO ORDEN.

El problema principal en Sismología Marina consiste en las reflexiones múltiples de energía dentro de la capa de agua. La señal producida en la superficie mediante la explosión de un gas propano – butano en un cañón de caucho en la parte inferior del barco, se propaga por debajo de la superficie y las reflexiones producidas por las capas geológicas son detectadas por sismodetectores que están dentro de un cable que arrastra el barco; la señal propagada es convuelta con la tierra, pero se enmascara por una cantidad tremenda de ruidos incoherentes y coherentes como las reverberaciones o múltiples. La velocidad de propagación en el agua es de – – – 1500 m/s y la densidad es de 1 gr/cm$^3$, en cambio la velocidad de propagación en las rocas debajo del agua es de 2000 m/s ó más, y la densidad es superior a 1 gr/cm$^3$. Esto significa que los coeficientes de reflexión del fondo marino son $\geqslant$ 0.3; por otro lado, debido a que la densidad del aire es muy pequeña, el coeficiente de reflexión en la interfase aire–agua es casi – 1. Las reflexiones del fondo marino llegan a la superficie en un tiempo Tw con amplitud unitaria y en la interfase aire–agua, la energía es totalmente reflejada con polaridad inversa, por tanto de amplitud –1.– Si en el fondo marino un porcentaje $R$ de la energía es reflejada hacia arriba, entonces al tiempo 2Tw registraremos una amplitud –R; este proceso de reflexión en la interfase aire–agua y en el fondo marino continúa indefinidamente, de tal manera que las amplitudes registradas serán $R^2$, $-R^3$, $R^4$, $-R^5$, etc., a los tiempos 3Tw, 4Tw, 5Tw, 6Tw, etc., respectivamente. Si el tiempo de viaje de ida y vuelta a través de la capa de agua es Tw, entonces podemos escribir la respuesta al impulso para las reverberaciones de primer orden, en términos de la transformada Z.

$$\bar{I}_1(z) = 1 - R_1 Z^{Tw} + R_1^2 Z^{2Tw} - R_1^3 Z^{3Tw} + \cdots \qquad (66)$$

multiplicando por $R_1 Z^{Tw}$ obtienen$^{s}$ :

$$R_1 Z^{Tw} I_1(z) = R_1 Z^{Tw} - R_1^2 Z^{2Tw} + R_1^3 Z^{3Tw} - \cdots \qquad (67)$$

Al sumar las Ecs. (66) y (67) y despejando $I_1(z)$, tenemos la Transformada Z de la respuesta al impulso para reverberaciones de primer orden:

$$I_1(z) = \frac{1}{1 + R_1 Z^{Tw}} \qquad (68)$$

Ahora si consideramos una capa de sedimentos por debajo del fondo marino, tendríamos un tercer reflector y el coeficiente de transmisión a lo largo del segundo reflector sería $t_1$ , y se producirían reverberaciones de segundo orden, que similarmente con la Transformada Z, tendríamos su respuesta al impulso dado por:

$$I_2(z) = \frac{1}{(1+R_1 z^{T_w})^2} \qquad (69)$$

Si la traza sísmica sintética se forma mediante la convolución de la onda básica de Ricker con la respuesta al impulso, considerando que el tiempo de propagación a través de la capa de agua es de 60 ms. y el coef. de reflexión $R_1 = 0.8$, para remover el tren reverberatorio de la señal, efectuamos la autocorrelación de la señal de entrada:

$$\left.\begin{array}{ll} \phi_{11}(\tau) = 1 + R_1^2 + R_1^4 + R_1^6 + \cdots & \text{para } \tau = 0 \\ \phi_{11}(\tau) = 0 & \text{para } 0 < \tau < T_w \\ \phi_{11}(\tau) = -R_1(1 + R_1^2 + R_1^4 + \cdots) = -R_1\phi_{11}(0) & ; \ \tau = T_w \end{array}\right\} \quad (70)$$

y así sucesivamente. De la función de autocorrelación se diseña un operador predicitivo de error con distancia predictiva $\alpha$ y posteriormente se convoluciona este operador con la señal sísmica de entrada, para obtener finalmente la señal filtrada (sin tren reverberatorio).

MODELOS GEOLOGICOS SINTETICOS.

En este trabajo se aplica el operador predictivo de error a ciertos modelos geológicos con información sísmica sintética, mediante el algoritmo de convergencia. Es necesario mencionar que la interpretación geológica a partir de una sección sísmica, depende de muchos factores, pero básicamente la interpretación puede hacerse dentro de tres categorías: la primera relaciona la interpretación de estructuras con la velocidad de propagación del frente de onda; la segunda las relaciona con la geometría de los reflectores; y la tercera, con el registro y procesamiento de los datos sísmicos.

Los modelos aquí expuestos están relacionados con la distorsión debida al pulso de entrada, a los efectos múltiples y al enmascaramiento de estructuras geológicas o creación de falsas estructuras por parámetros in-

**correctos en el procesamiento de los datos, aunque se insiste en que sólo son modelos geológicos sintéticos, dado que se desconocen los formatos de información real.**

MODELO 1. Se forma un Sismograma Sintético (Ensamble de Funciones) con 24 trazas sísmicas sintéticas (Miembros del Ensamble) generadas por la misma fuente; cada una de éstas, es la convolución de la onda básica de Ricker con una secuencia de coeficientes. De esta forma, en la Fig. 12 se muestra la simulación de 2 capas reflectoras con efecto de enmascaramiento por trenes de reverberación y en la Fig. 13 el resultado de aplicar un operador de 25 puntos, obtenido con el algoritmo de convergencia, tomando el vector nulo como inicial para la primera ventana y el vector resultante con el algoritmo de Levinson, lo tomamos como vector inicial para la segunda ventana con el algoritmo de Hestenes, y así sucesivamente hasta terminar con la última ventana de la última traza. El número de iteraciones para cada ventana de cada traza, depende de la disminución progresiva del error inicial ( $\gamma_0$ ) hasta llegar a un límite mínimo ( $\gamma_n$ ) que dependerá de la condición que se establezca, en este caso, se escoge

$$\varepsilon_{min} \leq \gamma_0 / 1000 .$$

MODELO 2. Finalmente, se muestra en la Fig. 14 un sinclinal enmascarado por ruido coherente (reverberaciones de periodo corto) y en la Fig. 15 se aplica un operador predictivo de error de 25 puntos con los criterios de convergencia, tema de este trabajo.

## 5. CONCLUSIONES

En el filtrado de Wiener variable con el tiempo, normalmente se usan empíricamente ciertas longitudes de ventana en donde se aplican filtros invariables con el tiempo, dado que se considera a la información sismológica como procesos estocásticos estacionarios. Para procesos no estacionarios, las funciones de correlación varían con el tiempo de observación y por tanto ya no es aplicable la ecuación de Wiener-Hopf de primera clase, se utiliza entonces la integral de Bootom y se hace la aproximación de un proceso no estacionario mediante procesos ergódicos. Se determina la longitud óptima de ventana mediante el método de Berndt-Cooper, para el cual el error cuadrático medio en el filtrado de Wiener es pequeño. Hay que mencionar que el método se deriva de un proceso Gaussiano y las trazas sísmicas reales no son precisamente de estas características, sin embargo, es recomendable que se estudien las ventajas desde el punto de vista práctico, para implementar este método a un paquete de progra-

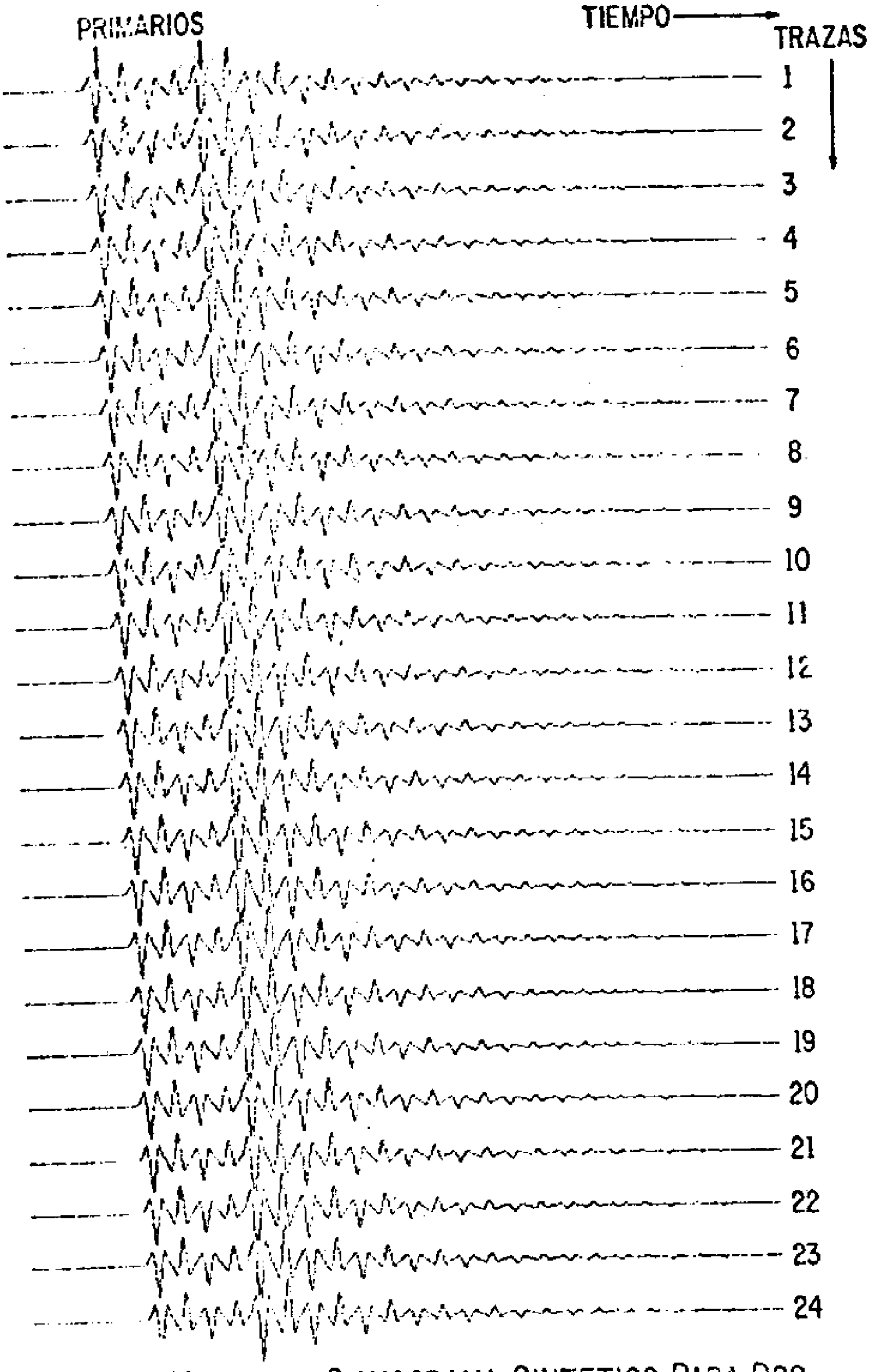



FIG. 12).- MODELO 3, SISMOGRAMA SINTETICO PARA DOS CAPAS REFLECTORAS CON TREN DE REVERBERACIONES.

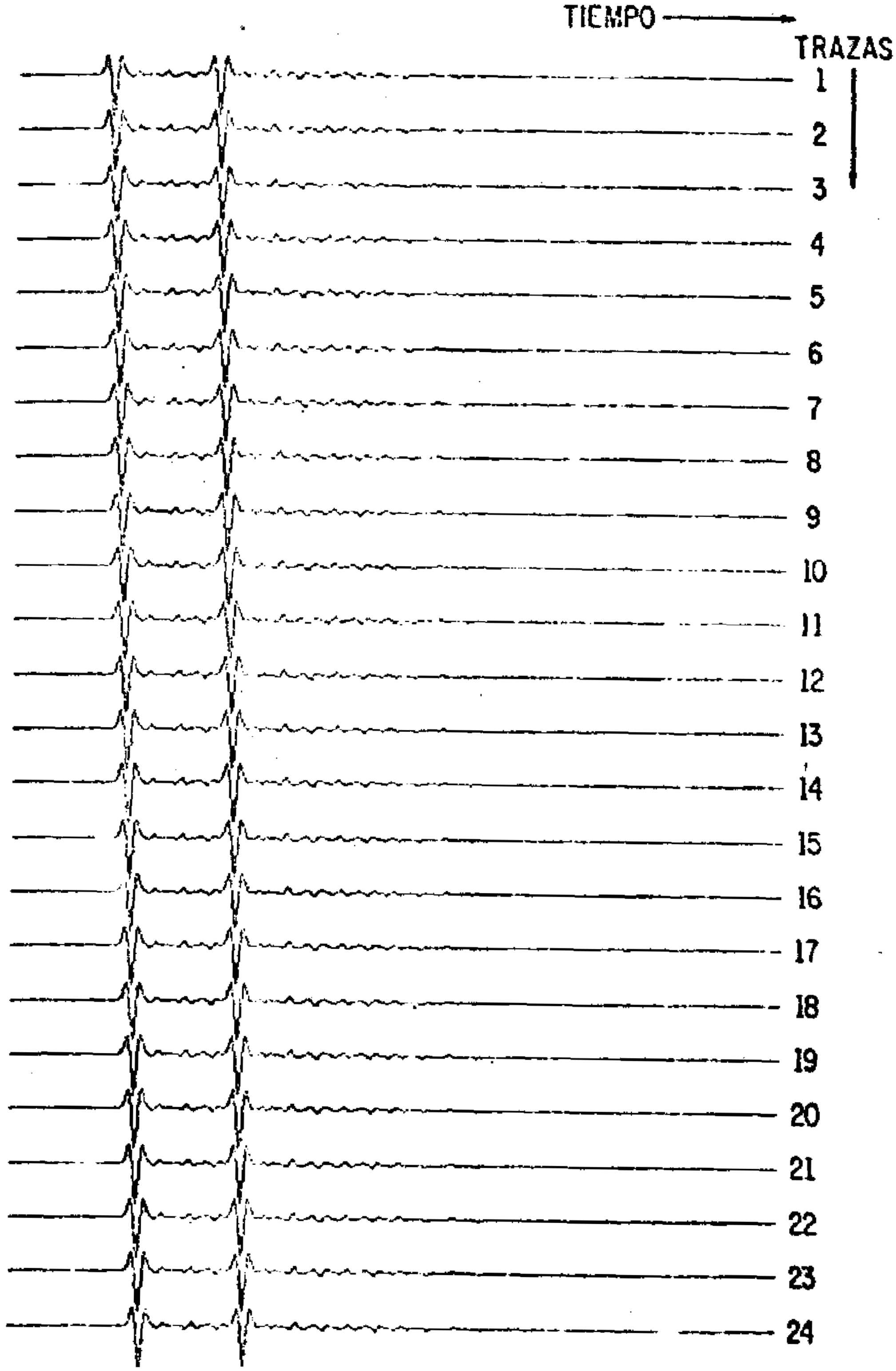



FIG. 13).- MODELO 3, RESULTADO DE APLICAR EL OPERADOR PREDICTIVO DE ERROR CON ALGORITMO DE HESTENES.

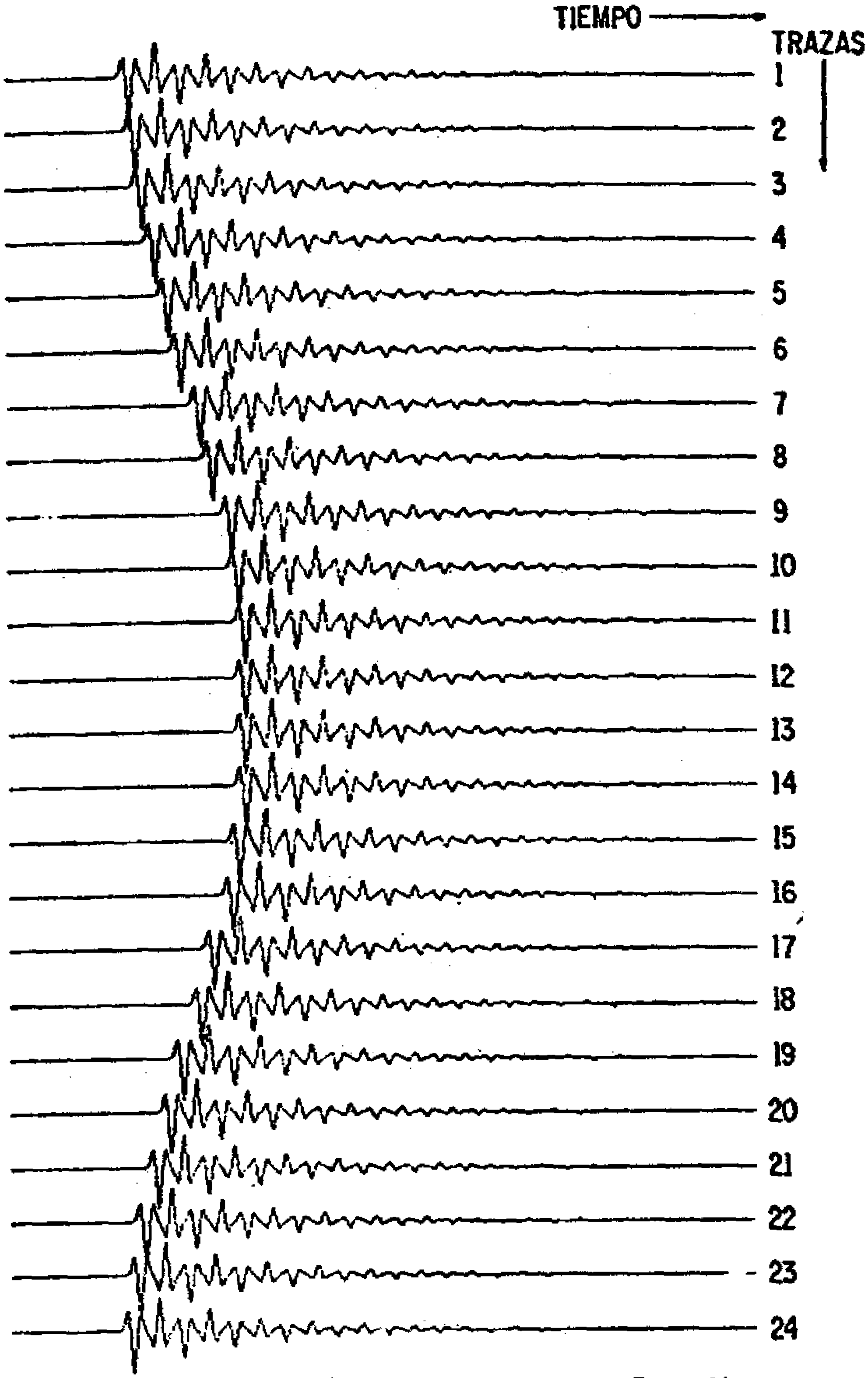



FIG. 14).- MODELO 2, SISMOGRAMA SINTETICO PARA UN SINCLINAL Y EFECTO DE REFLEXIONES MULTIPLES.

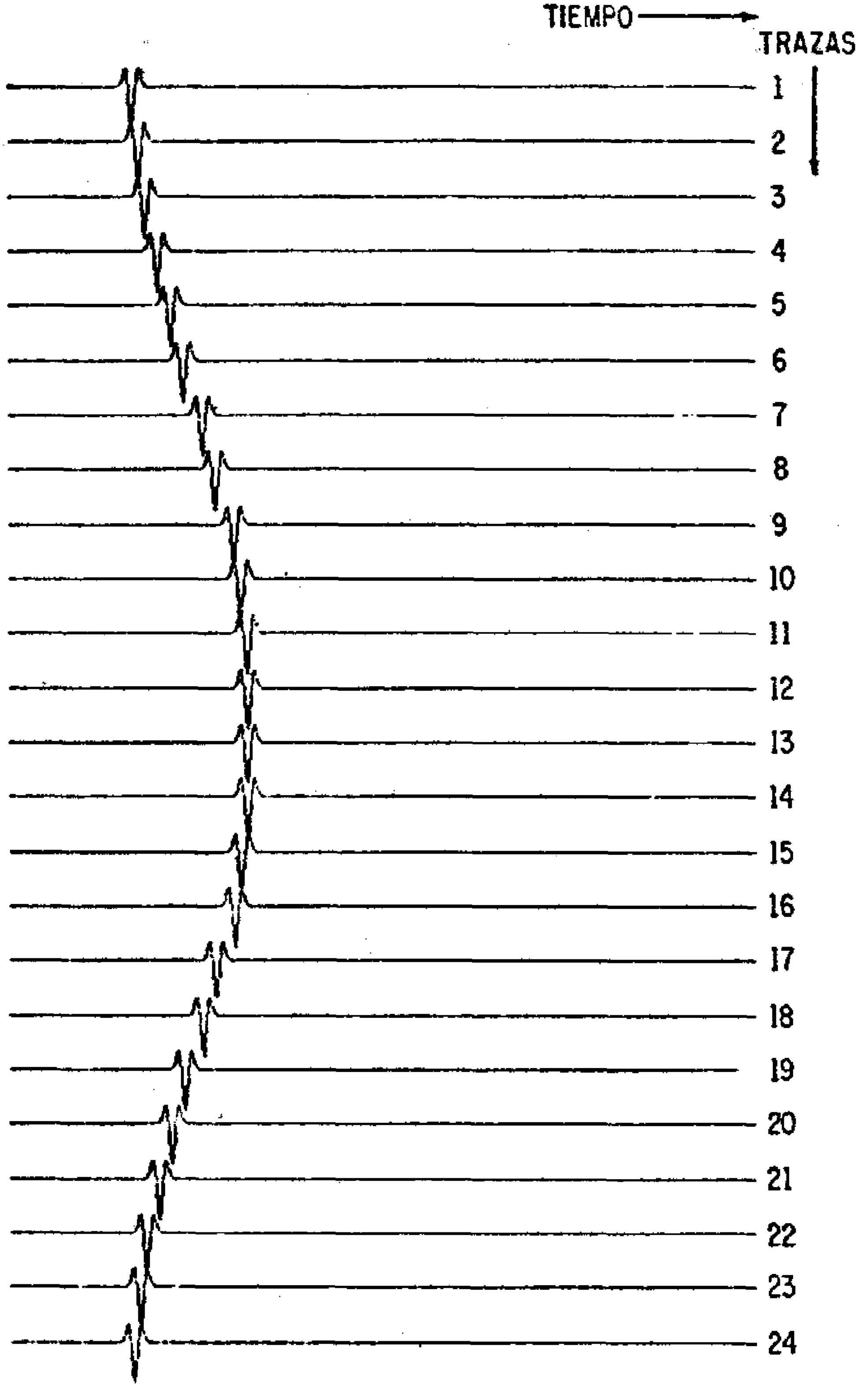



FIG. 15 ).- MODELO 2, RESULTADO DE APLICAR EL OPERADOR PREDICTIVO DE ERROR CON ALGORITMO DE HESTENES.

mas de procesamiento sismológico.

El problema más fuerte que se presenta en el diseño de filtros óptimos es la obtención de sus coeficientes, mediante la solución del sistema de ecuaciones . El algoritmo de Levinson, como un método convencional para la obtención de los coeficientes del filtro, encuentra la solución exacta del sistema de orden N, pero en cada iteración calcula un coeficiente, de tal forma que se requieren N iteraciones y esto aumenta el tiempo de cálculo para cada traza sísmica. La solución de dicho sistema se simplifica considerablemente al hacer uso de las propiedades de la matriz de autocorrelación, que tiene estructura Toeplitz; además de considerar que para fines prácticos es suficiente con un método aproximado pero que reduzca el costo del procesamiento. Los métodos de aproximación estocástica se basan en la disminución progresiva de una función de error, ocasionada por la diferencia entre el valor verdadero y un vector inicial, como primer aproximante a la solución del sistema, lo que nos permite escoger dicho vector inicial con el criterio adecuado en sustitución del vector nulo; razón por la que disminuye considerablemente el número de iteraciones y por tanto el tiempo de cálculo. La ventaja del algoritmo de Hestenes sobre el algoritmo de Levinson radica básicamente en la estructura matemática, la cual es puramente matricial, que nos permite escoger los vectores de direccionamiento como un conjunto de vectores ortogonales, en donde uno de ellos se genera y almacena para usarse en cada iteración, lo que nos permite hacer una programación más eficiente. Es recomendable que se implemente este algoritmo en un sistema computacional que tenga un procesador de arreglos en un punto flotante, ya que de esta forma puede apreciarse realmente la ventaja de este método.

El operador predictivo es una poderosa herramienta para deconvolucionar trazas sísmicas, pero un buen filtrado dependerá del cuidado que se tenga para seleccionar las distancias predictivas. La función de autocorrelación es una magnífica herramienta para el análisis de reverberaciones, dado que por experiencia se ha establecido el segundo cruce con cero para determinar la distancia de predicción. En lo que se refiere a la longitud del operador, debe tomarse muy en cuenta el tiempo de cálculo para definirlo, sobre todo si se usa el operador predictivo en toda una sección sismológica.

La información sismológica tiene una naturaleza muy compleja, cabe aclarar que en este trabajo se emplearon modelos teóricos para mostrar únicamente la aplicación de los métodos expuestos.

## REFERENCIAS


1.- Backus, M.M.; water Reverberations, their Nature and Elimination; Geophysics, v. 24, pp. 233-261. (1959).

2.- Forsythe, G.E. and Wasow, W. R.; Finite Difference Methods for Parcial Differential Equations, New York, John Wiley and Sons.(1960).

3.- Lee, Y.W.; Statistical Theory of Communication, New York, John Wiley and Sons, Inc. (1960).

4.- Marines, C.R.; Criterios de Optimización en el Filtrado de Wiener variable con el tiempo, aplicados a la Deconvolución Predictiva de trazas Sísmicas; Tesis de Maestría, Div. Est. Posgrado, Fac. Ciencias, UNAM. (1982).

5.- Peacock, K.L. and Treitel, S.; Predictive Deconvolution; Geophysics, v. 34, pp. 155-169 (1969).

6.- Robinson, E.A.; Statistical Communication and Detection with special reference to Digital Data Processing of Radar and Seismic Signals, New York, Hofner Publishing Company. (1967).

7.- Robinson, E.A. and Treitel, S; Principles of Digital Filtering, Geophysics, v. 29, pp. 395-404 (1964).

8.- Seismograph Service Corp.; The Robinson - Treitel Reader, S.S.C., Tulsa, (1974).

9.- Wang, R.J., 1969, The determination of optimum gate lenghts for time varying Wiener filtering; Geophysics, v. 34, pp. 683-695.

10- Wang, R. J., and Treitel, S., 1973; The determination of Digital Wiener filters by means of gradient methods, Geophysics, V. 38, pp. 310-326.

# METODO DE DECONVOLUCION DE WERNER EN LA INTERPRETACION MAGNETICA

Lic. en Física y Matemáticas
ROBERTO MORENO CASTILLO
Petróleos Mexicanos
Suptcia. Gral. de Distritos
de Exploración, Zona Sur

# METODO DE DECONVOLUCION DE WERNER EN LA INTERPRETACION MAGNETICA.

*Por: L.F.M. Roberto Moreno Castillo.*

R E S U M E N .

Durante muchos años los Geofísicos han estado interesados en encontrar un método para la solución completa de las anomalías magnéticas en profundidades, susceptibilidades y buzamiento y S. Werner lo consiguió en el año de 1953 al analizar diques mineralizados en su natal Suecia, logrando su identificación completa a partir de la Anomalía Magnética.

En este artículo se da a conocer el proceso de Deconvolución de Werner que es una extensión del método original, como fue utilizado para la interpretación de datos aeromagnéticos de Petróleos Mexicanos.

## 1. INTRODUCCION.

El Método Aeromagnético es una poderosa herramienta geofísica porque permite seleccionar los mejores proyectos, al determinarse el espesor de los sedimentos, con fines económico-petroleros.

La obtención de los datos en forma casi contínua, permite construir los perfiles aeromagnéticos en los que se basa el método de Deconvolución de Werner.

Este método tiene muchas aplicaciones, pero en este artículo se analizará su uso con datos aeromagnéticos digitales, para la exploración petrolera.

Los objetivos principales en tales levantamientos son, generalmente, la determinación de la profundidad y la configuración estructural del Basamento.

El resultado de la deconvolución de Werner es un conjunto de - perfiles Calcomp, denominados perfiles Werner que se grafican a la misma escala que los mapas magnéticos configurados.

Se obtiene normalmente un perfil de Werner para cada línea de vuelo de un levantamiento.

El proceso matemático mediante el cual se calculan los puntos de profundidad, buzamiento y los valores de susceptibilidad a partir del perfil magnético obtenido del campo, es a lo que se ha llamado Deconvolución de Werner.

## II. OPERACION.

El método aeromagñetico es un valioso auxiliar en la prospección. Tiene como aplicaciones principales:

1. Minería.- El descubrimiento de minerales magnéticos como la maqnetita, la pirronita y la cromita entre otros.

2. Petrolero.- Determinación de la profundidad y estructura del Basamento Magnético, cuerpos intrusivos, cuerpos intra basamentales, cambios de susceptibilidad en el basamento, fallas en la columna sedimentaria y en el basamento, etc. (Fig. 1).

La aplicación principal del método es la determinación del espesor de los sedimentos en el Area explorada, dato de gran interés para determinar sus posibilidades económico-petroleras.

El método Aeromagnético generalmente es el primero que se aplica al iniciar la investigación petrolera en áreas vírgenes o - poco conocidas geológicamente.

Los magnetómetros aerotransportados (Fig. 2) que se utilizan - en la prospección son muy sensibles y operan electrónicamente en todas sus partes.

En la actualidad se trabaja con magnetómetros que tienen una - sensibilidad de 0.005 de gamma.

Con este método, al volar a cierta altura, (500 a 3500 m), se elimina el ruido producido por perturbaciones muy locales (vías de ferrocarril, automóviles, rocas volcánicas en la superficie, etc.) que producen anomalías de alta frecuencia y enmascaran - las anomalías de frecuencia media a baja provenientes de fuentes más profundas y del basamento.

La altura de vuelo se escoge de acuerdo con la geología y topografía del Area y objetivos del trabajo.

En los levantamientos aéreos modernos se mide la intensidad -- magnética total del campo, obteniéndose un perfil contínuo del mismo.

Las limitaciones del método provienen del hecho de que un - - sinnúmero de distribuciones de material magnético a profundidades diferentes pueden producir una anomalía dada. Por esta razón, para la obtención de buenos resultados de interpretación, es necesario contar con toda la información geofísica y geológica del Area en cuestión.

La interpretación magnética es la misma tanto para los datos obtenidos con magnetómetros instalados en el avión, helicóptero o barco, o mediciones en tierra.

De los 3 métodos, el áereo es el que ofrece mayores ventajas: es el más rápido y el de cobertura más amplia, además de eliminar los problemas de accesibilidad.

## III. METODO DE DECONVOLUCION DE WERNER.

### III.A GENERALIDADES.

El método de Deconvolución de Werner es un método directo que resuelve anomalía por anomalía de un perfil aeromagnético.

La asociación que hace Werner a la solución de cada anomalía es por figuras geométricas simples bidimensionales como diques, contactos verticales, prismas rectangulares infinitos, etc.

Con el método de Werner se resuelven las anomalías magnéticas en profundidad, buzamiento y en susceptibilidad.

Cada uno de los perfiles calculados (Fig. 3) consiste de lo siguiente:

1. La Anomalía Magnética de Campo total (H) - escala a la izquierda.
2. Gradiente vertical medido - escala a la derecha (opcional).
3. Gradiente horizontal magnético calculado (H) - escala a la derecha.
4. Datos magnéticos de la estación base (variación diurna) -- misma escala que el campo total.
5. Línea del nivel del mar.
6. Perfil topográfico de los datos del altímetro.
7. Puntos de profundidad calculados (escala a la izquierda en cientos de pies o metros bajo el sensor).

   X del campo total
   ' del gradiente vertical (opcional)
   - del gradiente horizontal.

8. Buzamiento calculado y valores de susceptibilidad.
9. Bloques de impresión que muestran los números de contrato, Compañía, número de línea y filtro y espaciamiento del operador de cálculo.
10. Escala horizontal (arriba) mostrando número de puntos de datos -500, 1000, etc.
11. Fiduciales (debajo).

## III.B TEORIA.

El método de Werner evita la ambiguedad en gran parte, por suponer que existe una única fuente geométrica que origina la anomalía magnética (diques, contactos, fallas, prismas, lentes, etc.) (Fig. 4).

Los métodos ya conocidos como el de Vacquier, Sokolov, Peters, Media pendiente y otros, toman en cuenta pocos parámetros de - la anomalía y están sujetos a una gran cantidad de error, que introduce ambiguedad en la interpretación.

La técnica de interpretación de Werner, que aquí se trata, es una generalización de aquella introducida por él, en el año de 1953, cuando hizo el análisis para la identificación de diques mineralizados en Suecia. Su técnica se amplió para ser aplicada a otros cuerpos como contactos y fallas.

En este caso se considerará primero, el caso del dique de la - (Fig. 5).

La ecuación para un dique bidimensional delgado, en el campo - total se puede escribir en la forma:

$$F\ (X) = \frac{A\ (X - Xo) + Bz}{(X - Xo)^2 + Z^2} \qquad (1)$$

donde X = distancia a lo largo del perfil.

F (X) = Intensidad de campo total en X = F

A,B = Funciones de las propiedades magnéticas de la fuente (Susceptibilidad, magnetización remanente, así como de la posición del dique en relación a la dirección del campo de la tierra y también del buzamiento).

Z = Profundidad a la cima del dique.

Xo = Coordenada horizontal en el extremo del dique.

Existen 4 cantidades físicas determinantes en el método de Werner: A, B, Xo y Z.

Cuando las observaciones se hacen en un nivel horizontal y los diques son homogéneos y de longitud y profundidad infinitos y su buzamiento es perpendicular a la dirección del perfil (Fig.6) se satisface la siguiente ecuación:

$$Ao + A_1 X + boF + b_1 X F = X^2 F \qquad (2)$$

donde X y F son iguales que en la primera ecuación (1).

Ahora, sustituyendo (1) en (2), se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} Xo &= 1/2 \; b_1 \\ Z &= \pm \; 1/2 \sqrt{-4bo-b_1^{\,2}} \\ A &= a_1 \\ B &= (2\,a_0 + a_1\,b_1) \;/\; \sqrt{-4bo - b_1^{\,2}} \end{aligned} \qquad (3)$$

Existen 4 incógnitas en la ecuación (2), luego 4 valores diferentes de X y sus correspondientes F(x) llevarán a la solución para ao, al, bo, bl y de la la. Ec. (3) se obtienen los valores de xo, Z, A y B.

Si se admite la posibilidad de la <u>interferencia</u> de otras anomalías, el efecto de éstas se puede representar por un polinomio de primer grado (en la práctica así se toma, aunque es de grado mayor) y se puede sumar a la ecuación (1):

$$F(X) = \frac{A\;(X-Xo) + BZ}{(X-Xo) + Z^2} + Co + C1\;X \qquad (4)$$

Así que suponiendo que siempre existe la interferencia, el método de Deconvolución de Werner requiere de 6 puntos en una anomalía dada, para resolver 6 ecuaciones con 6 incógnitas. Las 2 incógnitas adicionales son Co y C1.

De las ecuaciones (3) se puede observar que los cálculos de la profundidad y de la posición (xo y Z) son independientes de la dirección de magnetización y tampoco se encuentran afectados por la remanencia.

En la exploración petrolera el análisis de las anomalías relacionadas con diques no es suficiente para resolver todos los tipos de problemas específicamente la profundidad del basamento. Por consiguiente, para ser aplicable, la teoría de Werner, debe extenderse a otros tipos de anomalías ocasionadas por contactos y prismas.

Un contacto geológico corresponde a una interfase. Todas las "láminas delgadas" se encuentran limitadas por dos interfases muy cercanas, para que sus anomalías se diferencien una de otra, dando como resultado una sola anomalía, (Fig. 6).

De la investigación de las anomalías para cuerpos diferentes se logró concluir que: la anomalía para un dique es igual a la anomalía de la derivada horizontal de una interfase en igual posición (Fig. 7).

Luego, sí existen anomalías del tipo de interfase en el campo total, ellas pueden convertirse en anomalías del tipo de lámina delgada, solamente calculando la derivada del campo total. Este perfil de la derivada (Fig.6) puede entonces someterse al análisis de Werner y se obtiene, la profundidad calculada, su posición horizontal, susceptibilidad y buzamiento para las interfases.

Combinando los análisis del campo total y gradiente horizontal es posible identificar y calcular los parámetros geológicos de cuerpos del tipo de lámina delgada y también de interfases. Ejemplos de cuerpos de lámina delgada en el mundo de la Geología son: diques, zonas de fallas, fallas de salto (láminas horizontales) y placas del basamento de poco relieve. Ejemplos de interfases, incluyen contactos de buzamiento, cuerpos intrusivos, fallas mayores, cambios de facies, cambios de composición en el basamento y cambios de pendiente de la superficie del basamento.

## III.C DESARROLLO DEL METODO.

En la Deconvolución de Werner automatizada (Fig. 8), la computadora lee el valor del campo total en 6 puntos igualmente espaciados sobre una línea de vuelo de la cinta magnética grabada.

Los datos se utilizan para resolver las 6 ecuaciones simultáneas en ( F y X ) para Xo, Z, A y B (ver Ec. 2 y 3 ). En el siguiente paso del Algoritmo se avanza un espacio y se vuelven a leer otros 6 puntos y se efectúa otro cálculo para Xo, Z, A y B.

En esta forma se obtienen tantas parejas de Xo y Z como existen puntos a lo largo del perfil.

La susceptibilidad y el buzamiento se obtienen de A y B, la inclinación y declinación locales.

Los puntos de profundidad son entonces grabados con sus correspondientes valores de susceptibilidad y buzamiento para su posterior graficación a escala debajo de la anomalía por un graficador automático.

La sensibilidad del arreglo utilizado por el Algoritmo para la detección de una fuente anómala, está relacionada fuertemente con la distancia horizontal utilizada en el arreglo (Fig. 8).

Por esta razón, la secuancia del cálculo descrito arriba se repite 5 veces más con la distancia entre los puntos del arreglo aumentando cada vez. Esto es, si la distancia entre puntos es de 250 m., en su primer paso el operador comprende una distancia horizontal tal, que sólo las anomalías magnéticas provenientes de fuentes geológicas hasta de 1000 m. de profundidad bajo el sensor, son analizadas. El segundo paso cubre un rango de profundidades de 500 a 2000 m., bajo el sensor, el tercer paso de 1000 a 3000 m., bajo el sensor, el cuarto paso de 1500 a 5000 m., el quinto de 3000 a 9000 m. y el sexto, (si es necesario) de 5000 a 15,000 m. Los parámetros de la banda de profundidades ("espaciamiento") para cada paso se muestran en la esquina inferior derecha de cada perfil. Existe una gran cantidad de superposición y ocurre frecuentemente que una - - anomalía es reconocida en dos o más pasos diferentes.

Antes de cada paso los datos originales se suavizan con un filtro de mínimos cuadrados para un polinomio de segundo grado - (paso bajo). Esto se hace para quitar del perfil las anomalías de alta frecuencia, las cuales previamente fueron reconocidas en el paso anterior y si no fuera así, reducen la exactitud -- del reconocimiento.

Cuando se refiere a un paso del operador de 6 puntos, realmente se tienen dos pasos, uno sobre el campo total observado y - otro sobre el gradiente horizontal (primera derivada) calculada del campo total.

Como se ha indicado antes, el análisis por Werner del campo -- total identifica fuentes de láminas delgadas, mientras que el análisis del gradiente horizontal identifica fuentes de interfase.

Los puntos de profundidad se muestran separadamente en los perfiles Calcomp (X para el campo total y líneas para profundidades de gradientes (Fig. 3).

Muchas anomalías por semejanzas matemáticas tienen buenas soluciones por gradiente y por campo total, siendo en general la primera 20% más somera que la última. El intérprete tiene que decidir, en este caso, cual es la profundidad indicada y a que tipo de fuente corresponde (lámina delgada o interfase). El cálculo automático de susceptibilidad y profundidad ayudan en esta decisión, así como también el conocimiento geológico de los tipos de cuerpos que se esperan en el Area.

Pero a través de la Deconvolución de Werner es posible discernir la fuente geológica que ocasiona la anomalía, como se observa en el siguiente ejemplo:

Este perfil magnético (Fig. 9) es un ejemplo real donde las -- anomalías magnéticas y el nivel del basamento se conocen a partir del modelado bidimensional (Talwani-Heirtzler), con una inclinación magnética de 7°E y una dirección del perfil de 330° (izquierda a derecha).

Se aplicó Deconvolución de Werner a este perfil dando como resultado los conjuntos de profundidad que se notan en el perfil.

El campo Total se identifica con una "X" y el gradiente horizontal con una raya ("-") y sus profundidades correspondientes se identifican de la misma forma. En el centro de cada grupo de profundidades existe una única y grande "X" y también una - "-". Si existen 5 o más puntos dentro del grupo de profundidades, se grafica una flecha a partir de este centro en la dirección del buzamiento calculado. La longitud de la flecha es -- proporcinal al Logaritmo de la susceptibilidad calculada - - (1/4" = 0.0001, 1/2" = 0.001, 3/4" = 0.01, 1" = 0.1, etc.). Si existen 10 ó más puntos en un grupo de profundidades, los valores de buzamiento calculados y los de susceptibilidad, se imprimen a la derecha del punto central, en la base de la flecha. En este modelo se indican tres números separados por puntos, el primero es el número de puntos, el segundo el buzamiento calculado en grados del cero (horizontal) a la izquierda y el tercero la susceptibilidad en unidades de $10^{-6}$ emu. Para datos reales, el primer número se elimina.

Nótese primero, que el nivel general de las profundidades - - calculadas está de acuerdo con el nivel del basamento y se nota también que cada conjunto de profundidades calculadas consiste de dos conjuntos de puntos - profundidades de gradiente (someras) y profundidades de campo total (más profundas). Pero, esencialmente para toda anomalía, un grupo de profundidades es correcto y los demás no. La habilidad para identificar la naturaleza de la fuente puede ayudar a una mejor aproximación para la intepretación.

Para referencia, los eventos geológicos individuales que comprenden los cuerpos fuente y sus anomalías respectivas se numeran del 1 al 6.

Existe una gran variedad de fuentes magnéticas en este basamento: diques (1 y 2 ), contactos verticales (3 y 4 ) prismas de verticales (5) y fallas normales (6). Como predice la teoría, las soluciones de gradiente son buenas para contactos (3, 4 y 5) y las del Campo Total son las correctas para láminas delgadas verticales (1 y 2) o láminas horizontales (6).

## IV. BIBLIOGRAFIA.


1. FRIEDBERG, JEFFREY. Comprensión y uso de la Deconvolución de Werner en la Interpretación Aeromagnética; Aeroservice, Junio de 1981.

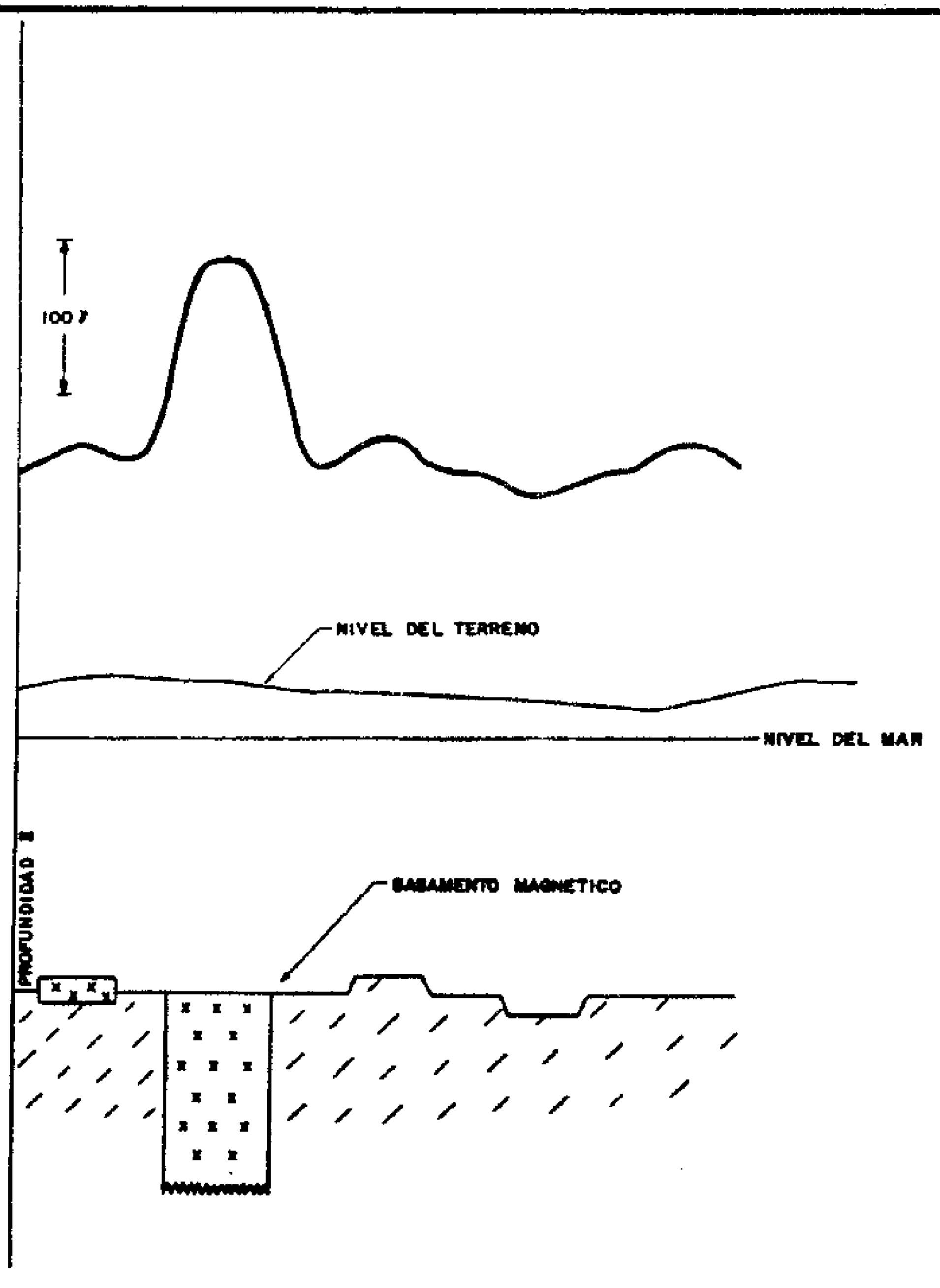
2. WERNER S. Interpretation of Magnetic Anomalies at sheet like bodies. Sveriges Geologiska Undersokning. Estocolmo, Suecia, 1958.

3. DYADURA AND STAROSTENKO. Some new equations for determining the depth to the Center of Gravity and the surplus mass of disturbing bodies from gravity anomalies "Novkova Dumka", Publishers, Kiev, Ukranian, URSS. Noviemore,1970.

4. TELFORD, GELDART, SHERIFF y KEYS. Applied Geophysics. Cambridge University Press, 1976.

5. WATSON AND BROW. Gravity and magnetics Methods of Geophysics. Esso Production Research Company, Agosto 1965.

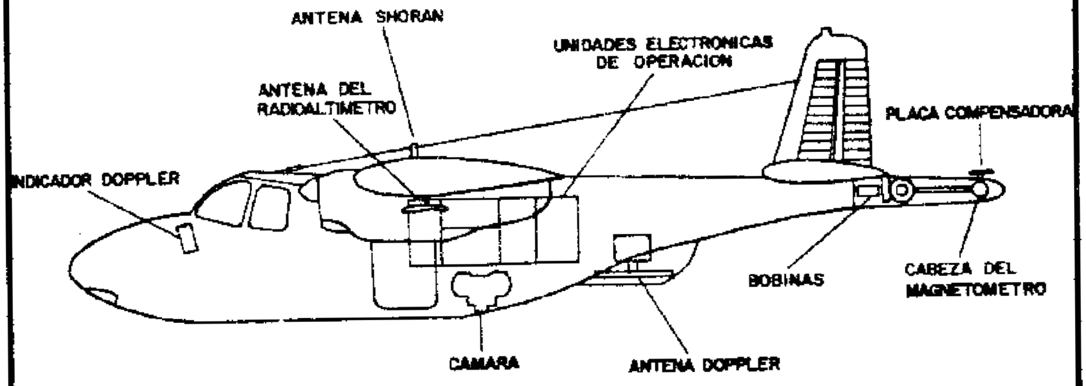
6. GRANT AND WEST. Interpretation Theory in applied Geophysics Mc Graw Hill, 1965.



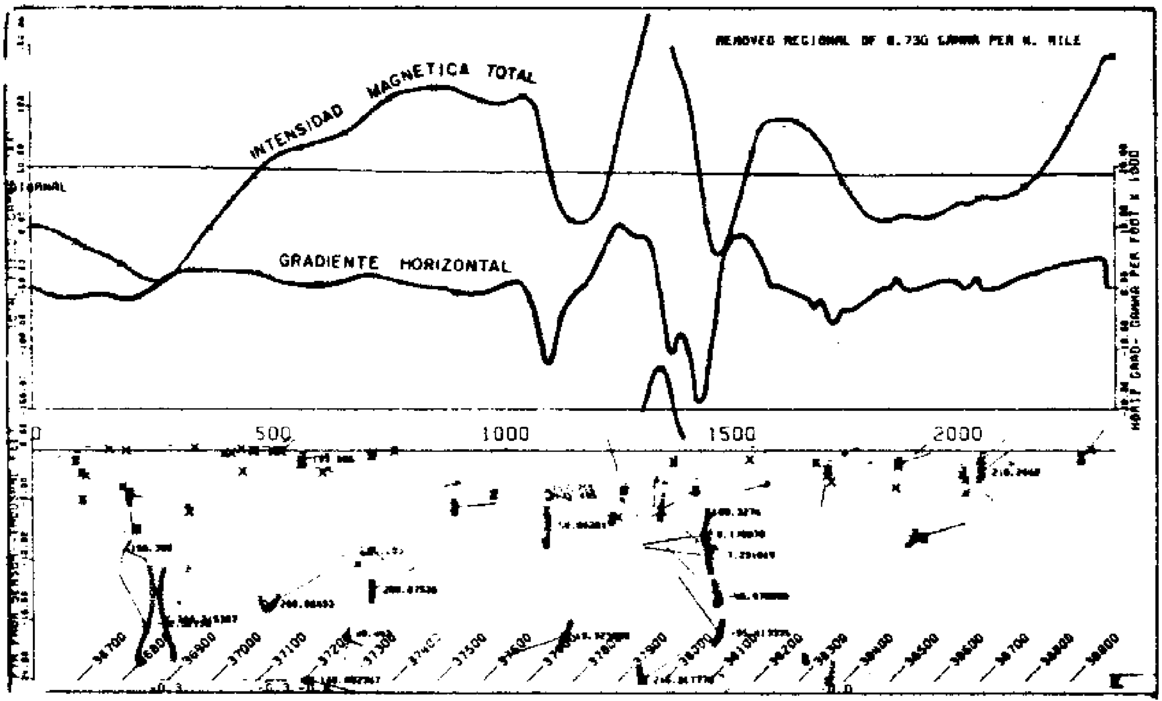

PETROLEOS MEXICANOS

DETERMINACION DE LA ESTRUCTURA Y PROF. DEL BASAMENTO

FIG. No. 1

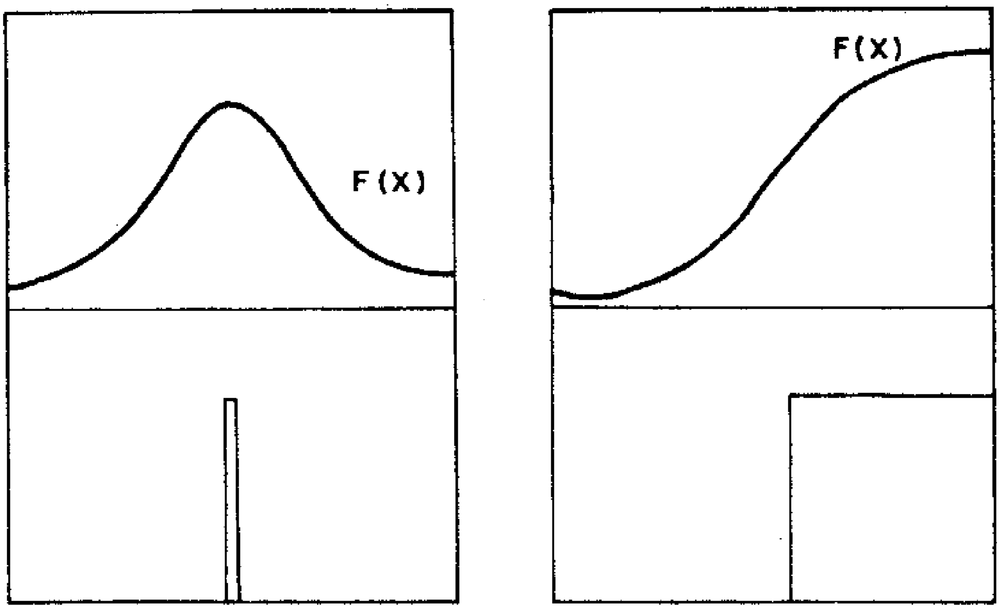



| | |
|---|---|
| PETROLEOS MEXICANOS | |
| AEROMAGNETOMETRO | |
| | FIG. No. 2 |




**PERFIL DE WERNER**

**FIGURA-3**



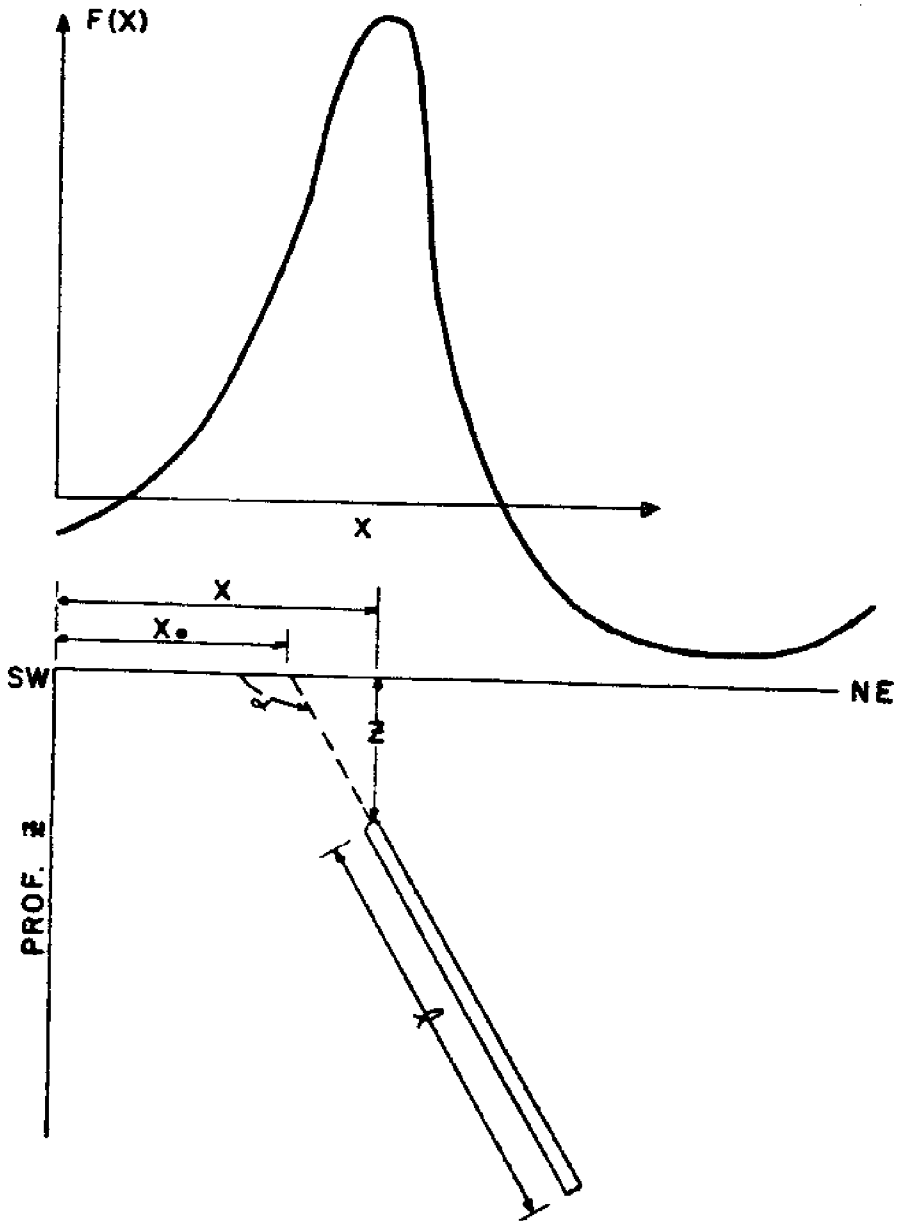

DIQUE VERTICAL

CONTACTO VERTICAL

PETROLEOS MEXICANOS

FUENTE UNICA GEOMETRICA
PERFIL DE WERNER

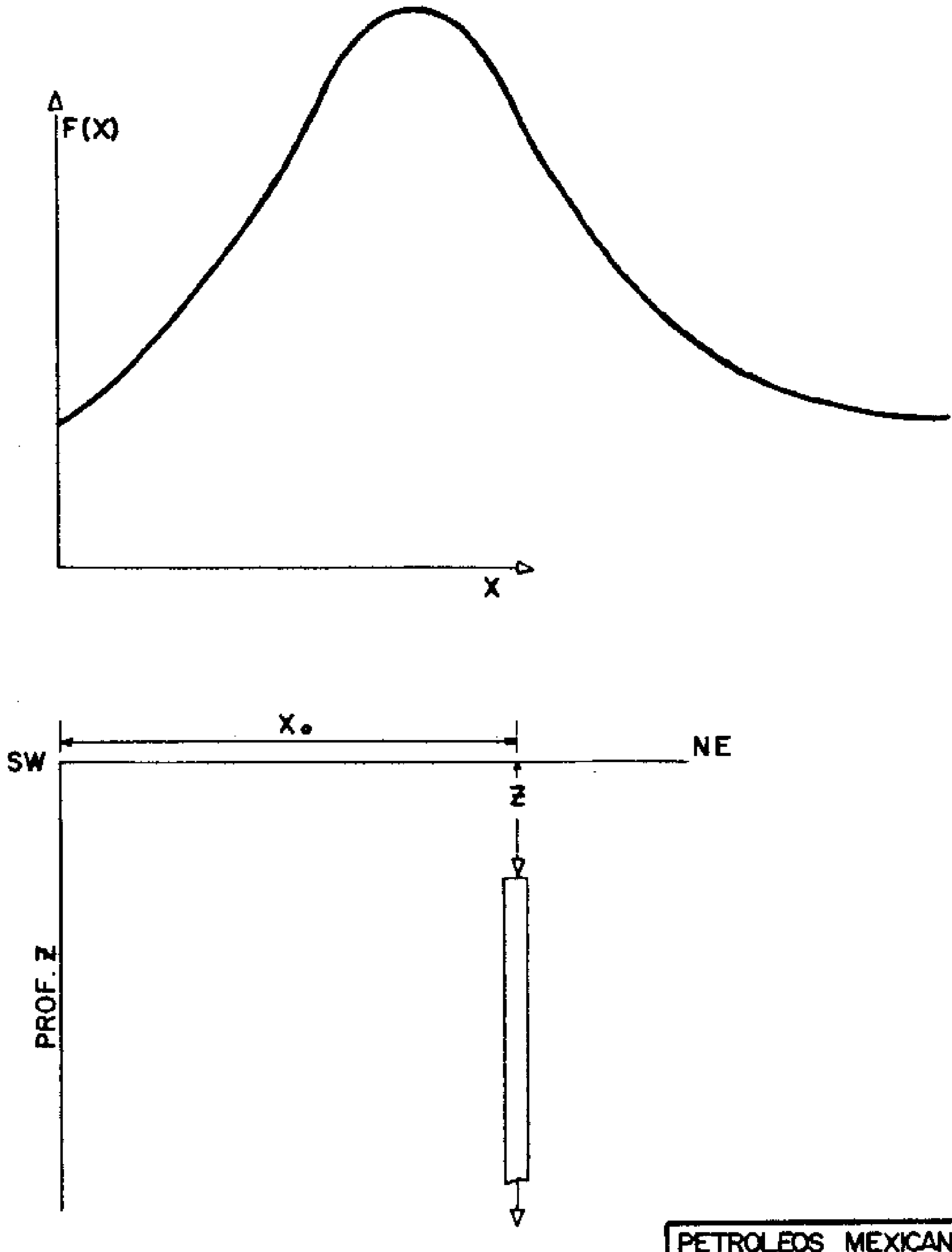
FIG. No. 4




PETROLEOS MEXICANOS

EFECTO MAGNETICO DE UN DIQUE

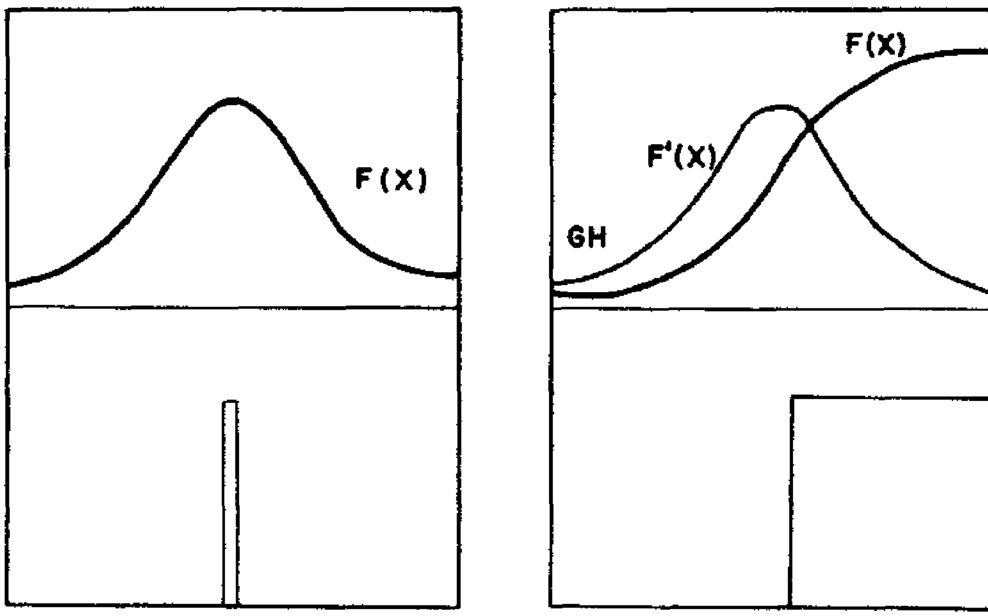
FIG. No. 5




PETROLEOS MEXICANOS

EFECTO MAGNETICO DE UN DIQUE VERTICAL DE LONGITUD INFINITA

FIG. No. 6

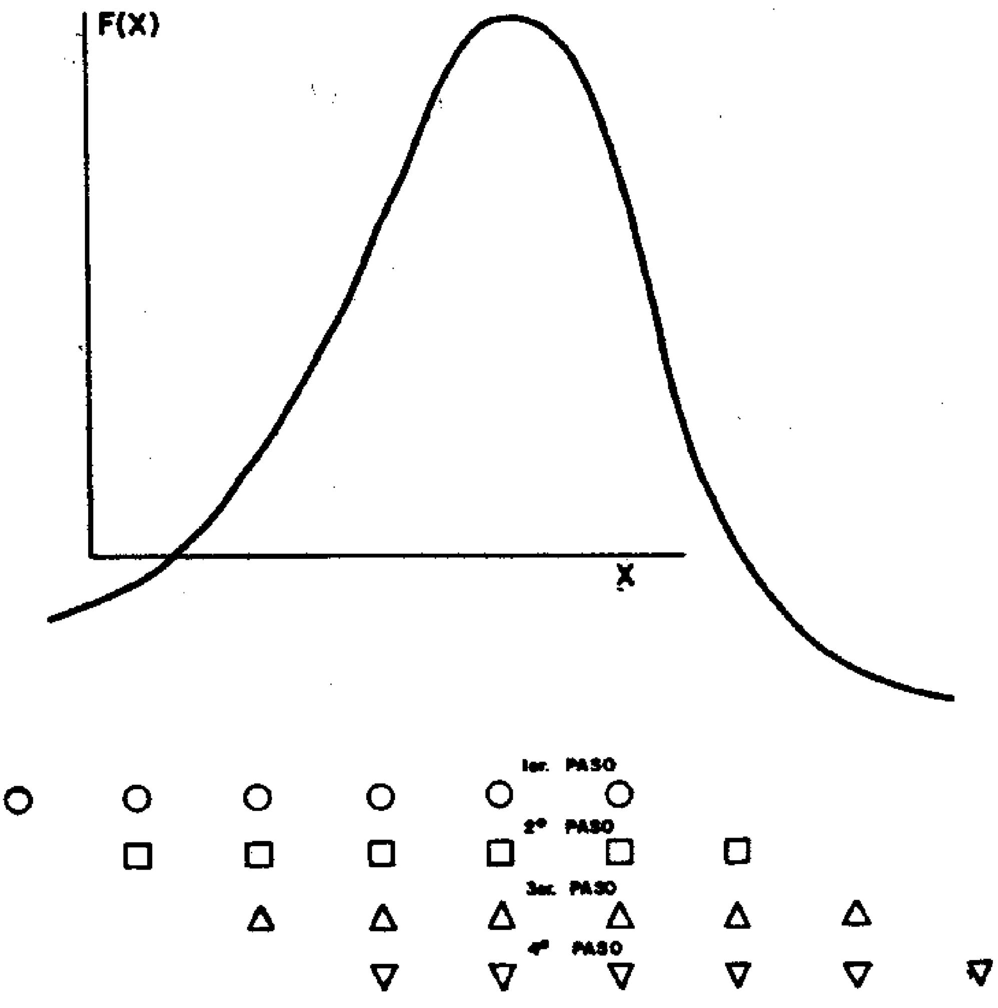



DIQUE VERTICAL        CONTACTO VERTICAL

PETROLEOS MEXICANOS

F (X) PARA UN DIQUE IGUAL A
F'(X) PARA UN CONTACTO

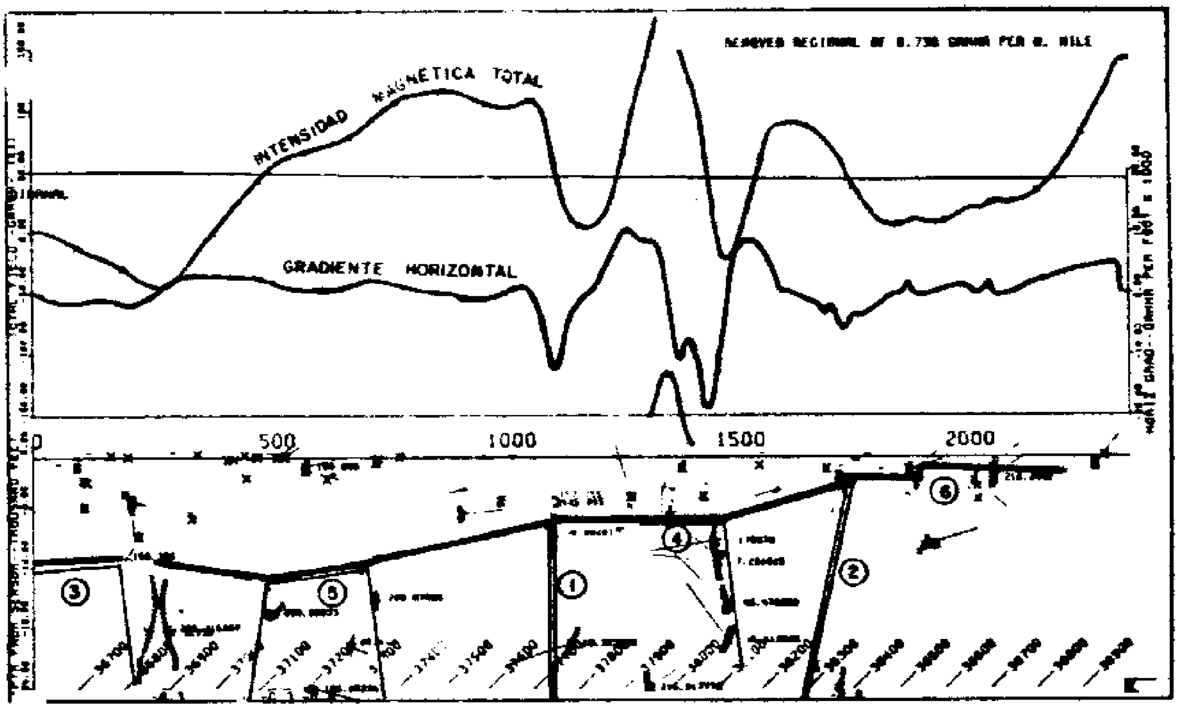
FIG. No. 7




PETROLEOS MEXICANOS

SECUENCIA DE CALCULO
METODO DE DECONVOLUCION
DE WERNER

FIG. No. 6




**INTERPRETACION DEL PERFIL DE WERNER**

**FIGURA-9**

PARTICIPAMOS A TODOS NUESTROS SOCIOS Y ANUNCIANTES, QUE EL NUMERO DE APARTADO POSTAL DE LA ASOCIACION - CAMBIÓ A PARTIR DE ENERO DE 1984.

EL NUMERO ACTUAL ES: APARTADO POSTAL 57-275

ROGAMOS TOMAR NOTA DE ESTE CAMBIO PARA EVITAR QUE - LA CORRESPONDENCIA CON NUESTRA ASOCIACION TENGA PRO BLEMAS PARA SU RECEPCION.

G R A C I A S ,

EL EDITOR.

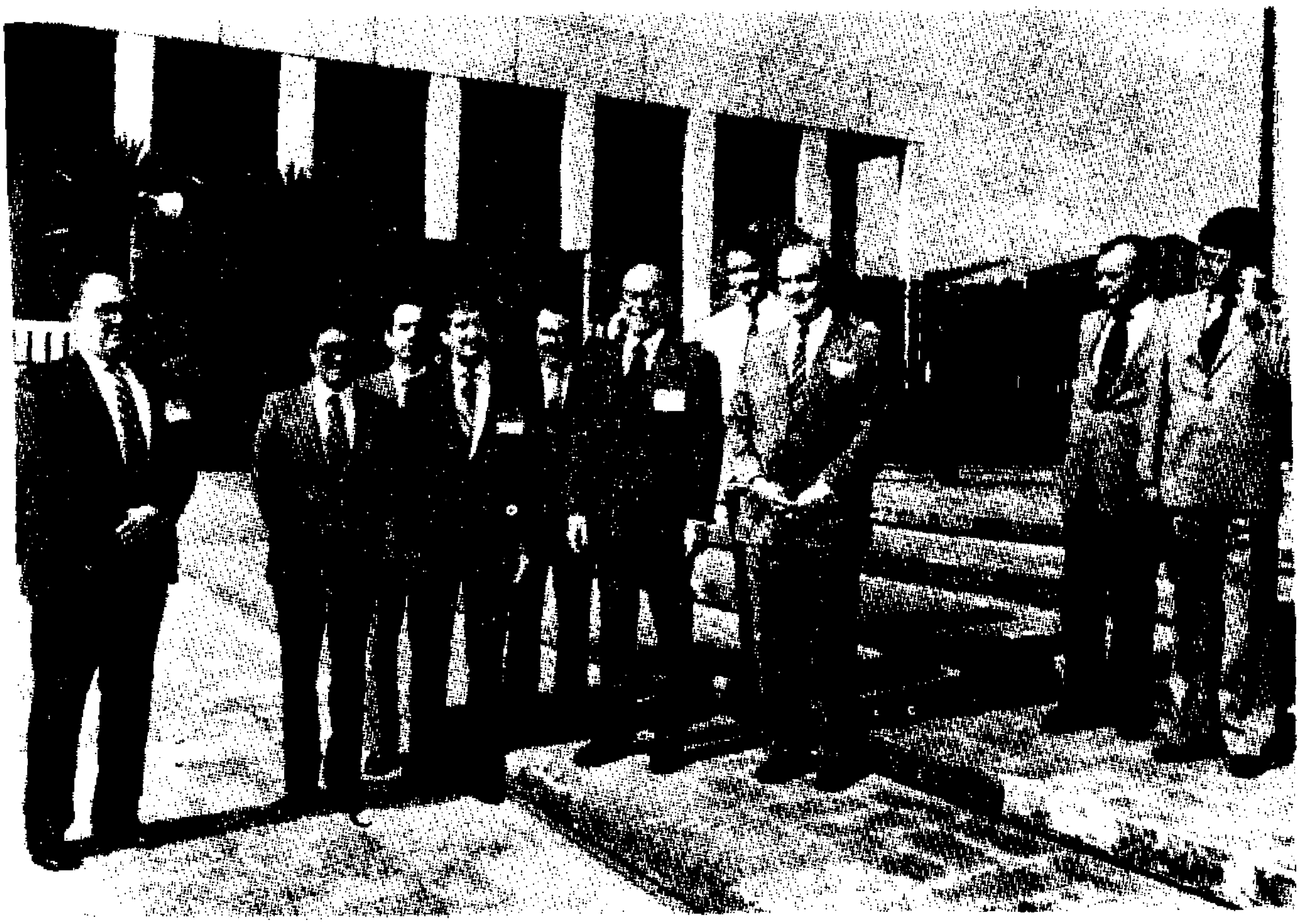
## ECOS DE NUESTRO SIMPOSIUM " XXV ANIVERSARIO ".

Con gran beneplácito para todos nuestros socios asistentes, se efectuó durante los días 24 y 25 de noviembre de 1983, nuestro Simposium de Geofísica para celebrar el XXV Aniversario de la fundación de la Asociación Mexicana de Geofísicos de Exploración, A. C. El acto de inauguración estuvo a cargo del Director General de Petróleos Mexicanos, Sr. Lic. Mario Ramón BETETA, quien acompañado de los invitados de honor, dieron realce a este evento que tuvo lugar en el Auditorio "Bruno Mascanzoni" del Instituto Mexicano del Petróleo.

Es indudable que el beneficio que recibimos todos los miembros de nuestra agrupación a través de este Simposium es invaluable, ya que los trabajos presentados satisfacen ampliamente los requerimientos de actualización profesional que a esa fecha habían sido ya largamente esperados.

Otro motivo de satisfacción, fue el anuncio que escuchamos de parte del Presidente de la A.M.G.E., Ing. Francisco TIBURCIO PEREZ, al hacer la declaratoria de clausura de los trabajos, en el sentido de efectuar un Segundo Simposium en la Cd. de Tampico, Tams., en el año de 1985. Esperamos que en este nuevo Simposium se presenten trabajos con la misma calidad, o superior, a los que presenciamos esta vez, ya que estas experiencias se difunden a través de nuestro Boletín Técnico y son recibidas con mucho entusiasmo por nuestros asociados.

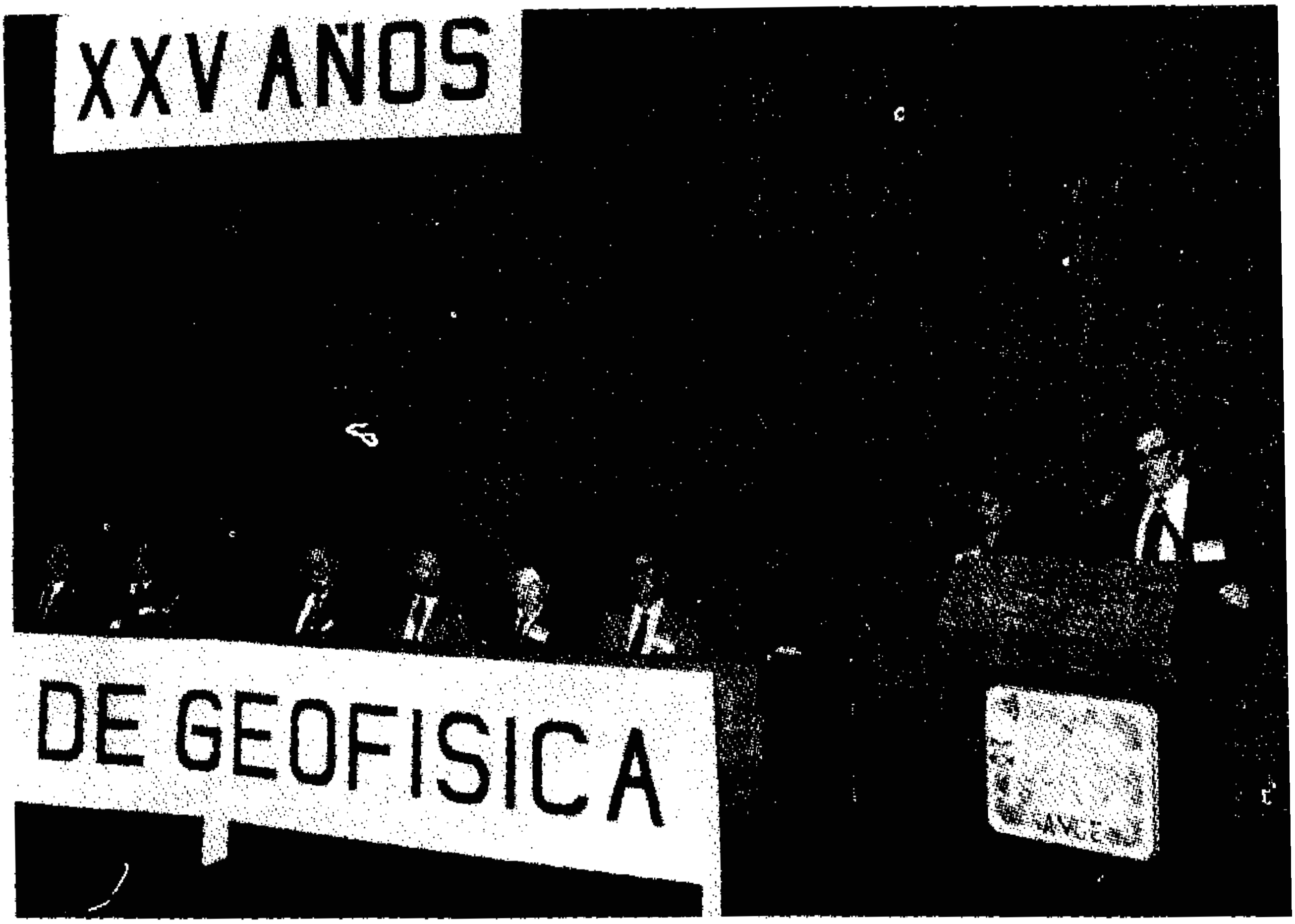
A continuación se presentan algunas fotografías tomadas el día de la inauguración del Simposium en las instalaciones del Instituto Mexicano del Petróleo, el día 24 de noviembre de 1983.



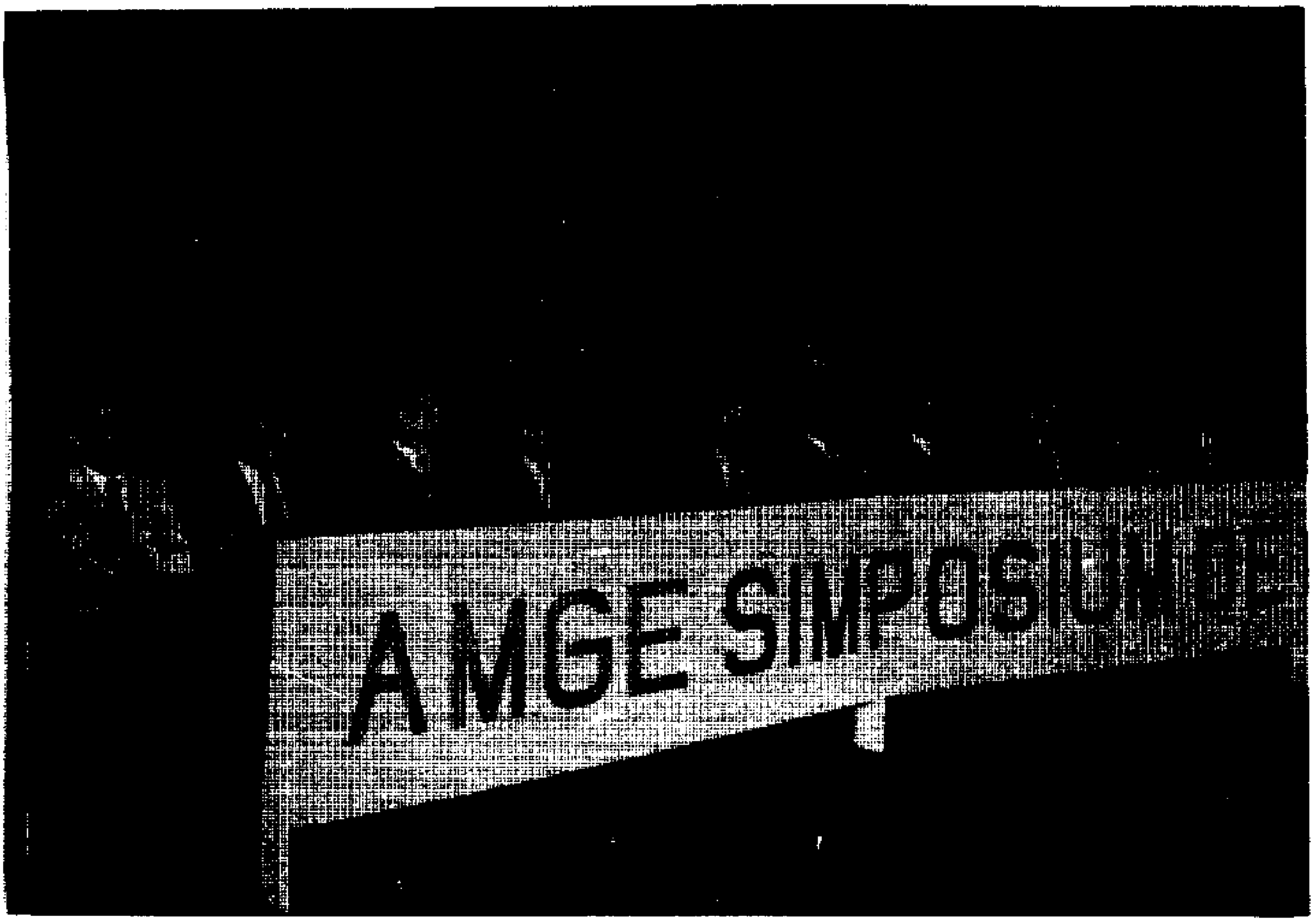
Momento en que el Lic. Mario Ramón BETETA llega a las instalaciones del I.M.P. para hacer la declaratoria inaugural del Simposium de Geofísica. Lo acompañan, de izquierda a derecha, los ingenieros José SANTIAGO ACEVEDO, Miguel A. ZENTENO BASURTO, Dr. Ismael HERRERA REVILLA, Francisco TIBURCIO PEREZ, Salvador HERNANDEZ, Sergio MARISCAL BELLA y José Luis DE LAS FUENTES.

El Lic. Mario Ramón BETETA, haciendo uso de la palabra para dirigir a los asistentes al Simposium, un mensaje de felicitación y una exhortación a la superación.


El Lic. Mario Ramón BETETA, Director General de Petróleos Mexicanos, en el momento de hacer la declaratoria inaugural de nuestro Simposium de Geofísica en el Auditorio "Bruno Mascanzoni" del I.M.P. Lo acompañan, de izquierda a derecha, los ingenieros Luis BRIZUELA, Miguel Angel ZENTENO BASURTO, José Luis DE LAS FUENTES, Francisco TIBURCIO PEREZ, José SANTIAGO ACEVEDO y Vicente VALLE GONZALEZ.




Nuestro Presidente, el Ing. Francisco TIBURCIO PEREZ, en el momento de enviar el saludo de bienvenida a los asistentes al Simposium.




Una vista del Presidium de Honor de nuestro Simposium de Geofísica. De izquierda a derecha, los ingenieros Sergio MARISCAL BELLA, José CARRILLO BRAVO, Dr. Ismael HERRERA REVILLA, Salvador HERNANDEZ, Miguel Angel ZENTENO BASURTO, José Luís DE LAS FUENTES, el Lic. Mario RAMON BETETA, Francisco TIBURCIO PEREZ, José SANTIAGO ACEVEDO y Vicente VALLE GONZALEZ.