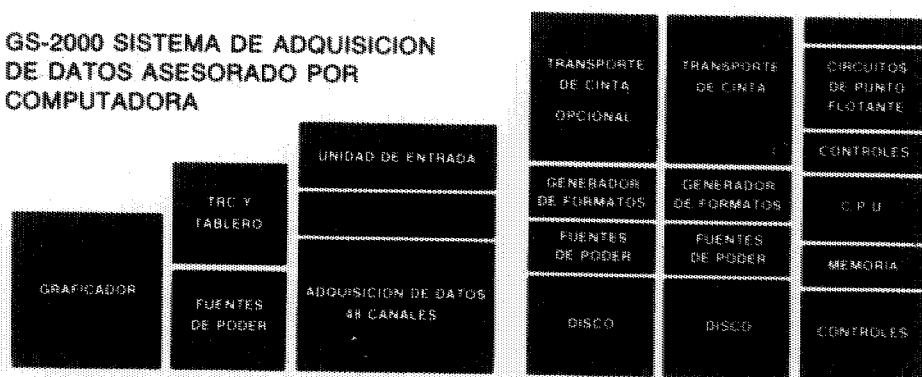


# Una Nueva Dimensión Para Geofísica GS-2000

Diseñado para ayudar al  
observador en la adquisición  
de datos de alta calidad.

**GS-2000 SISTEMA DE ADQUISICION  
DE DATOS ASESORADO POR  
COMPUTADORA**

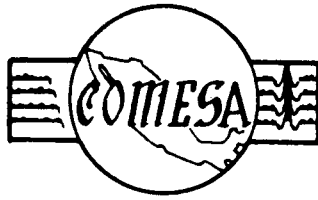


**Mejores Datos a Costo más Bajo**



P. O. Box 36374 Houston, Texas 77036  
5803 Glenmont Telephone 713/666-1611  
Cable: GEOSPA Telex: 762-903

ONE OF THE *AMC* COMPANIES  
APPLIED MAGNETICS CORPORATION



**CONSULTORES Y CONTRATISTAS  
DE  
GEOLOGIA Y GEOFISICA**

*Compañía Mexicana de Exploraciones, S. A.*

**RIO BALSAS 101 8º. PISO APDO. POSTAL 5-255**

**MEXICO 5, D. F.**

**TELS. 528-83-90 514-44-02**

# COMPañIA MEXICANA AEROFOTO, S. A.



## ESPECIALIDADES

Cartografía  
 Catastro urbano y rural.  
 Cálculo electrónico.  
 Diseño fotogramétrico electrónico  
 de obras de Ingeniería.  
 Estudios preliminares.  
 Fotointerpretación.  
 Fotografía aérea: pancromática,  
 Infrarroja y a color.  
 Fotografía comercial aérea  
 Fotomurales.  
 Levantamientos fotogramétricos.  
 Localización de obras.  
 Mosaicos fotográficos.  
 Programación electrónica.  
 Topografía

132 empleados especializados.

## EQUIPO

1 Avion Queen Air A-80 Mat. XB-XAX  
 1 Avion Riley Rocket, Mat. XB-SAR  
 1 Avion Beech Craft Mat. XB-VIG  
 2 Aviones Piper Aztec Mat. XB-MOJ y NOO  
 1 Avion Cessna 185 Mat. XB-TIS  
 Unidad Central de Proceso IBM, 1131  
 Lectora-perforadora de tarjetas IBM, 1442  
 Unidad Impresora, IBM, 1132  
 1 Cámara Fotogramétrica Zeiss MRK-A  
 1 Cámara Fotogramétrica Wild RC-9  
 1 Cámara Fotogramétrica Wild RC-8  
 1 Cámara Fotogramétrica Wild RC-5  
 3 Cámaras Fairchild  
 4 Cámaras para fotografía oblicua  
 6 Cámaras Rectificadoras

4 Cámaras de Reproducción  
 3 Unidades de Telurómetro MRA-3  
 4 Teodolitos Wild T-2  
 2 Niveles automáticos Wild NAK-2  
 4 Camionetas doble tracción  
 2 Autógrafos Wild A-7 con Registradora de  
 coordenadas  
 1 Estéreo cartógrafo Wild A-8  
 1 Autógrafo Wild A-5  
 4 Autógrafos Wild B-8  
 1 Balplex 760, de 7 proyectores  
 2 Kelsh K-5, de 4 proyectores c. u.  
 3 Kelsh K-1, de 2 proyectores c. u.  
 2 Múltiplex de 8 proyectores c. u.

## DIRECCION

Av. Obrero Mundial Núm. 338 esq. con Pestalozzi.  
 Telefonos: 43-38-30 con tres líneas directas y 19-87-45.  
 Cable: AEROFOTO, MEXICO. MEXICO 12, D. F.  
 Servicios Aéreos: Ave. Santos Dumont Núm. 212

Schlumberger

# SCHLUMBERGER SURENCO, S. A.

## AGENCIA EN MEXICO

Av. Morelos 98, Desp. 306

Tel. 566-81-22

MEXICO 6, D. F.

**GEOFISICOS CONSULTORES PARA  
PETROLEOS MEXICANOS**



***Seismograph Service Corporation  
of Mexico***

**AVE. JUAREZ 95 - 207 • MEXICO 1, D.F.  
TELEFONOS : 18-27-25 • 18-56-33**

**SUBSIDIARIA DE  
SEISMOGRAPH SERVICE CORPORATION  
6200 East 41st. St. • Box 1590 • Tulsa, Oklahoma, U.S.A.**

**ESPECIALIZADOS EN :**

**SERVICIO DE  
GEOFISICA**

- Levantamientos :**
- Sismológicos
  - Gravimétricos
  - Magnetométricos
  - Procesado de Datos Magnéticos
  - LORAC - Levantamiento Electrónico

**SERVICIO DE  
REGISTRO DE POZOS**

- Registros para Evaluación de Formaciones
- Registros de Pozos de Producción
- Servicio de Terminación Permanente
- Registro Continuo de Velocidad

Carlos Alemán A.

**EXPLORACION**

**y**

**PERFORACION**

**Iturbide No. 36 Desp. 201.      Tel. 10-15-64**

**MEXICO 1, D. F.**

# **PERFORACIONES, S. A.**

**CONTRATISTA DE PERFORACION  
EXPLORATORIA DESDE 1950 PARA**

**PETROLEOS MEXICANOS**

**SECRETARIA DE MARINA**

**CONSTRUCTORA MALTA, S. A.**

**NATIONAL SOIL SERVICES, CO.**

**CIA. FUNDIDORA DE FIERRO Y  
ACERO DE MONTERREY, S. A.**

**Y PARTICULARES**

**AVENIDA JUAREZ No. 119 - 5o. PISO**

**TEL. 566-44-11 CON 2 LINEAS**

**MEXICO 1, D. F.**

# BOLETIN

de la

Asociación Mexicana de Geofísicos de Exploración

## S U M A R I O

DISEÑO Y APLICACION DE FILTROS RECURSIVOS.

Por: Ing. Jaime Martínez Ramos.

ELIMINACION DE ECOS EN LA TRANSMISION POR  
TRAYECTORIAS MULTIPLES.

Por: Ing. Antonio Roldan G.

# ASOCIACION MEXICANA DE GEOFISICOS DE EXPLORACION

## MESA DIRECTIVA PARA EL PERIODO 1971-1972

Presidente:	Ing. Antonio C. Limón
Vicepresidente:	Ing. Santiago Gutierrez
Secretario:	Ing. David Juárez T.
Tesorero:	Ing. Patricio Díaz Frías
Editor:	Ing. Antonio Roldán G.
Vocales	Ing. Fabián C. Chavira
	Ing. Raymundo Aguilera
	Ing. Luis Madrigal
	Ing. Rafael Chávez Bravo
	Ing. Felipe Neri España

Presidente saliente: Ing. Armando Eguía Huerta.

---

Este boletín no se hace responsable de las ideas emitidas en los artículos que se publiquen, sino sus respectivos autores.

---

Este boletín se publica cada tres meses y se distribuye gratuitamente a los socios.

El precio de subscripción para no socios es de \$ 150.00 M. N. al año y de \$ 50.00 M. N. número suelto.

---

Para todo asunto relacionado con el boletín: manuscritos, - asuntos editoriales, subscripciones, descuentos especiales a bibliotecas públicas o de Universidades, publicaciones, anuncios, etc., - dirigirse a:

ING. ANTONIO ROLDAN G.  
Apdo. Postal 53-077  
México 17, D. F.

Imprenta LIOSARDEZ  
Puente de la Morena 18-B  
México 18, D. F., Tel. 515-69-31



# DISEÑO Y APLICACION DE FILTROS RECURSIVOS

Por: Ing. Jaime Martínez Ramos \*

## I N T R O D U C C I O N

El uso de las computadoras digitales para procesar datos sísmicos ya está bien establecido; una traza sísmica o algún otro registro geofísico continuo, pueden convertirse en una secuencia de números representado por una lectura o amplitud de la traza a un tiempo especificado. Los tiempos generalmente se escogen en forma equiespaciada.

El filtrado convencional se efectúa por medio de circuitos eléctricos, mientras que el filtrado digital, por otra parte a menudo se aplica convolviendo los datos registrados con la respuesta impulsiva unitaria, o función de peso del filtro. Una de las ventajas de los filtros digitales de banda angosta de pasa-banda sobre los analógicos, es su flexibilidad en el diseño y aplicación, así como su mayor rango dinámico.

Debido al gran número de operaciones involucradas en el cálculo de la salida, el proceso de filtrado puede consumir un tiempo considerable en la computadora, la ventaja de las técnicas de filtrado recursivo, es que ciertas operaciones pueden efectuarse más rápidamente que por medio de convoluciones.

El problema principal en el diseño consiste en asignarle valores-

\* I M P - Centro de Procesamiento Geofísico.

apropiados a los coeficientes de las ecuaciones del filtro, para obtener la respuesta de las frecuencias adecuadas. Es más conveniente diseñar estas ecuaciones usando la teoría y técnicas de la transformada Z. Un filtro recursivo puede expresarse como una relación de dos polinomios en la transformada Z, por lo tanto podemos diseñar filtros especificando las raíces de los polinomios, o podemos usar la relación entre la transformada de Laplace y transformada Z, para convertir un filtro analógico en su equivalente digital; otra posibilidad es de establecer de alguna manera un criterio para la localización de los polos y ceros en el plano Z y el resto del problema es directo. Para relacionar la localización de los polos y ceros, deben imponerse dos limitaciones.

1).- Los polos y los ceros deben ser ya sea reales o deben de aparecer en forma de complejos conjugados, para poder tener valores reales de los coeficientes.

2).- Los polos deben estar fuera del círculo unitario para filtros estables. Los ceros dentro del círculo deben evitarse ya que dan lugar a sistemas de fase no mínima.

#### FUNCION DISCRETA EN EL TIEMPO Y DEFINICION DE LA TRANSFORMADA Z.

El método de la transformada Z, constituye uno de los métodos de transformadas que puede aplicarse a la solución de ecuaciones diferenciales lineales (Jury, 1964). Reduce las soluciones de las ecuaciones diferenciales en soluciones de ecuaciones algebraicas.

En los sistemas digitizados las señales se consideran que fluyen-

para valores discretos de  $t$ , normalmente para  $n\Delta t$ , donde  $n=0,1,2,\dots$  y  $\Delta t$  es un número positivo fijo normalmente referido como el intervalo de muestreo.

El estudio de estos sistemas digitizados, puede llevarse a cabo usando el método de la transformada Z.

Sea  $\Delta t$  un número positivo fijo (el cual puede tomarse como la unidad) y sea  $f(t)$  definida para  $t \geq 0$ . La transformada Z de  $f(t)$  es la

$$\text{función} \quad Z[f] = F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} f(n\Delta t)z^n \quad \text{para } |z| < \rho \quad (1)$$

donde  $\rho$  = radio de convergencia de la serie y Z es la variable compleja.

#### PROPIEDADES DE LA TRANSFORMADA Z.

A continuación vamos a mostrar algunas propiedades y teoremas relacionados con la transformada Z, los cuales nos serán de utilidad en el desarrollo del presente trabajo:

#### Linealidad de la Transformada Z.

Si  $C_1$  y  $C_2$  son dos constantes, la siguiente propiedad se cumple -

$$Z(c_1 f_1 + c_2 f_2) = c_1 Z[f_1] + c_2 Z[f_2] \quad (2)$$

Por lo tanto Z es un operador lineal en el espacio lineal de todas las funciones  $f(t)$  Z-transformables.  $f(t) \quad t > 0$

#### Teorema del Desplazamiento.

$$\text{Si} \quad Z[f] = F(z)$$

$$Z[f(t + \Delta t)] = z^{-1} [F(z) - f(0)] \quad (3)$$

En general podemos extender el proceso para cualquier número entero positivo  $m$ .

$$Z[f(t + m\Delta t)] = z^{-m} \left[ F(z) - \sum_{k=0}^{m-1} f(k\Delta t) z^k \right] \quad (4)$$

#### Multiplicación Compleja.

Si  $f_1$  y  $f_2$  tiene las transformadas  $F_1(z)$  y  $F_2(z)$  entonces

$$F_1(z)F_2(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \sum_{k=0}^{\infty} f_1(k\Delta t) f_2[(n-k)\Delta t] \right] z^n \quad (5)$$

#### Transformada inversa.

La función digital de tiempo para  $t = n\Delta t$  ó  $f(n\Delta t)$  puede obtenerse a partir de  $F(z)$  por medio de un proceso llamado transformada inversa de  $Z$ .

Este proceso está denotado simbólicamente como

$$f(n\Delta t) = Z^{-1}[F(z)] \quad (6)$$

donde  $F(z)$  es la transformada  $Z$  de  $f(t)$  ó  $f(n\Delta t)$

#### Método de Serie de Potencias.

Cuando se dá  $F(z)$  como una función analítica para  $|z| < \rho$ , el valor de  $f(n\Delta t)$  puede obtenerse rápidamente como los coeficientes de  $z^n$  en el desarrollo de serie de potencias de  $F(z)$ .

De la ecuación (1) se observa que

$$F(z) = f(0\Delta t) + f(1\Delta t)z + \dots + f(n\Delta t)z^n + \dots \quad (7)$$

Aquí notamos de  $F(n\Delta t)$  puede obtenerse como el coeficiente de  $Z^n$ .

Si  $F(Z)$  es dado como una relación de dos polinomios en  $Z$

$$F(z) = \frac{a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \dots + a_n z^n}{b_0 + b_1 z + b_2 z^2 + \dots + b_n z^n} \quad (8)$$

Los coeficientes  $f(0\Delta t)$ ,  $f(1\Delta t)$ , ...,  $f(n\Delta t)$  pueden obtenerse de las ecuaciones simultáneas

$$a_0 = f(0\Delta t)b_0$$

$$a_1 = f(1\Delta t)b_0 + f(0\Delta t)b_1$$

$$\begin{aligned} a_2 &= f(2\Delta t)b_0 + f(1\Delta t)b_1 + f(0\Delta t)b_2 \\ &\vdots \\ a_n &= f(n\Delta t)b_0 + f[(n-1)\Delta t]b_1 + \dots + f(0\Delta t)b_n \end{aligned} \quad (9)$$

Se observa también que  $f(n\Delta t)$  puede obtenerse por medio de -- una división sintética del numerador entre el denominador de la ecuación (8)

#### Desarrollo Fraccional Parcial.

Si  $F(z)$  es una función racional de  $z$  analítica a  $\infty$ , puede expresarse como un desarrollo fraccional parcial

$$F(z) = F_1(z) + F_2(z) + F_3(z) + \dots \quad (10)$$

El inverso de esta ecuación  $f(n\Delta t)$  puede obtenerse como los -- inversos individuales obtenidos del desarrollo o sea

$$f(n\Delta t) = Z^{-1}F(z) = Z^{-1}[F_1(z)] + Z^{-1}[F_2(z)] + \dots \quad (11)$$

LA TRANSFORMADA Z LA ECUACION DIFERENCIAL

Supongamos que una función de tiempo  $f(t)$  sea muestreada en el intervalo de 0 a  $\infty$ , y representemos la función muestreada como  $\tilde{f}(t)$  la cual podemos escribir como

$$\tilde{f}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} f(n\Delta t) \delta(t - n\Delta t) \quad (12)$$

Sabemos que

$$\mathcal{L}[\delta(t - n\Delta t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t - n\Delta t) e^{-st} dt = e^{-sn\Delta t} \quad (13)$$

Tomando la transformada de Laplace de (12), obtenemos

$$\tilde{F}(s) \triangleq \mathcal{L}[\tilde{f}(t)] = \sum_{n=0}^{\infty} f(n\Delta t) e^{-sn\Delta t} = \sum_{n=0}^{\infty} f(n\Delta t) z^n \quad (14)$$

donde

$$z = e^{-s\Delta t} \quad (15)$$

Si suponemos que la salida del filtro  $\tilde{F}(s)$  es  $\tilde{f}(t)$  cuando la entrada es  $S(t)$ , entonces la respuesta impulsiva del filtro es

$$\tilde{f}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} f(n\Delta t) \delta(t - n\Delta t) \quad (16)$$

$$\text{y} \quad \hat{F}(s) = \sum_{n=0}^{\infty} f(n\Delta t) e^{-sn\Delta t} = \sum_{n=0}^{\infty} f(n\Delta t) z^n \triangleq F(z). \quad (17)$$

Es bien sabido que la transformada de Laplace de la salida de un sistema lineal, es el producto de transformada de la función de entrada y la transformada de la respuesta impulsiva del sistema. Si llamamos  $X(t)$  la función de salida correspondiente entonces

$$\tilde{Y}(s) = \tilde{F}(s)\tilde{X}(s) = F(z)X(z) \triangleq Y(z) \quad (18)$$

A menudo  $F(Z)$  se aproxima como la relación entre dos polinomios como se muestra (Shanks, 1967)

$$F(z) = \frac{a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \dots + a_k z^k}{1 + b_1 z + b_2 z^2 + \dots + b_m z^m} \quad (19)$$

Las raíces del denominador se les llaman polos de la función y a las del numerador ceros.

De la ecuación (18) obtenemos:

$$Y(z) = \sum_{n=0}^{\infty} y(n\Delta t) z^n = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \dots + a_k z^k}{1 + b_1 z + b_2 z^2 + \dots + b_m z^m} x(n\Delta t) z^n \quad (20)$$

$$\left[ \sum_{n=0}^{\infty} y(n\Delta t) z^n \right] (1 + b_1 z + \dots + b_m z^m) = \left[ \sum_{n=0}^{\infty} x(n\Delta t) z^n \right] (a_0 + a_1 z + \dots + a_k z^k) \quad (21)$$

Para cada  $n$  los coeficientes de  $Z$  de cada lado de la ecuación (21) son iguales, por lo tanto:

$$\begin{aligned} & y(n\Delta t) + b_1 y[(n-1)\Delta t] + b_2 y[(n-2)\Delta t] + \dots + b_m y[(n-m)\Delta t] \\ &= a_0 x(n\Delta t) + a_1 x[(n-1)\Delta t] + \dots + a_k x[(n-k)\Delta t] \end{aligned} \quad (22)$$

En otras palabras, la ecuación diferencial que da el  $n$ -simo coeficiente en el desarrollo de la serie  $Y(z)$  es:

$$y_n = a_0 x_n + a_1 x_{n-1} + \dots + a_k x_{n-k} - b_1 y_{n-1} - \dots - b_m y_{n-m} \quad (23)$$

La ecuación (23) puede usarse para encontrar la salida del filtro  $F(z)$ .  $F(z)$  puede escribirse como la suma de fracciones parciales

$$F(z) = \sum_{n=1}^N F_n(z) \quad (24)$$

Y el filtro completo puede visualizarse como una conexión en paralelo de los filtros simples  $F_n(Z)$  de menor orden. En este caso, se dice que el filtro se está realizando en forma paralela. Análogamente, si  $F(Z)$  se

escribe como un producto de factores

$$F(z) = \prod_{n=1}^N G_n(z) \quad (25)$$

El filtro puede visualizarse como una cascada de filtros de menor orden y el filtro original se dice que está realizado en forma de cascada.

Los filtros realizados en forma de paralelo han sido estudiados-- en forma extensiva (knowles, 1965, Lien y Kaneks, 1964) y los errores que implican este tipo de filtros, tienen particular importancia cuando se diseñan filtros angostos de pasa-banda. Algunos autores sugieren (Golden y Kaiser, 1964) cuando se apliquen filtros recursivos de orden alto, se expresan los polinomios de ecuación (19) en factores cuadráticos y se use la forma de cascada o paralelo de combinaciones de filtros de dos polos.

#### FILTROS DE ATENUACION DE UNA SOLA FRECUENCIA.

Si queremos diseñar un filtro recursivo digital que atenúe una frecuencia,  $f_0$  situamos un polo y un cero sobre la línea que va del origen - al punto donde está localizada la frecuencia  $f_0$

El cero debe situarse sobre el círculo unitario y el polo ligeramente fuera.

Para hacer los resultados aplicables, generalmente es deseable -- cualquier frecuencia proporcional a la frecuencia de Nyquist,

$$\omega \Delta t = 2\pi f \Delta t \left( \frac{180^\circ}{\pi} \right)$$



Supongamos, por ejemplo que deseamos atenuar la interferencia de 60 cps de los datos registrados muestreados a un intervalo de un milisegundo. Los puntos en el plano Z que corresponden a 60 cps ocurren en el círculo unitario a ángulos  $\pm 21.6^\circ$ : por lo tanto podemos diseñar el filtro con ceros en  $R_o = 1.0$  y los polos fuera del círculo unitario cerca de los ceros. En el presente trabajo situamos los polos con radios de  $R_p = 1.005, 1.009, 1.01, 1.03, 1.05$  y  $1.08$ .  $R_o$  representa el radio de los ceros y  $R_p$  el radio de los polos.

Si llamamos  $X_n$  la función de entrada y  $Y_n$  la función de salida, los métodos utilizados para desarrollar la ecuación (23) muestra que la ecuación recursiva tiene la forma siguiente

$$y_n = x_n - a_1 x_{n-1} + a_2 x_{n-2} + b_1 y_{n-1} - b_2 y_{n-2} \quad (26)$$

$$\text{donde } a_1 = \frac{2\text{Re}[z_o]}{|z_o|^2}, \quad a_2 = \frac{1}{|z_o|^2}, \quad b_1 = \frac{2\text{Re}[z_p]}{|z_p|^2}, \quad b_2 = \frac{1}{|z_p|^2}$$

$\text{Re}(z_o)$  es la parte real de la posición del cero y  $\text{Re}(z_p)$  es la parte real de la posición del polo.

En la figura 1 están graficados los polos y los ceros de este filtro en particular.

La figura 2 muestra la amplitud y la fase característica de este filtro de atenuación de una sola frecuencia.

Al situar los polos en diferentes radios notamos que cuando los polos se sitúan muy cerca del círculo unitario la atenuación se hace casi perfecta; pero las pendientes se hacen menos agudas perturbando las frecuencias adyacentes a la frecuencia de atenuación, por otra parte si los polos

se sitúan lejos del círculo unitario las pendientes se agudizan; pero la -  
atenuación de la frecuencia es menos severa.

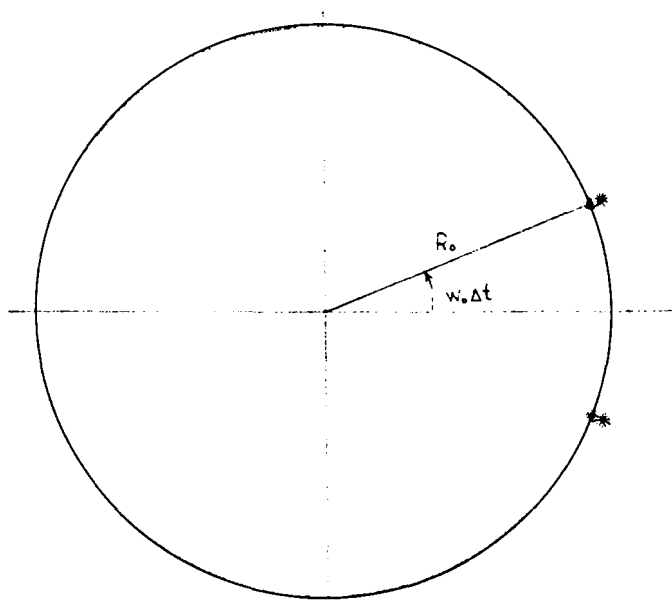
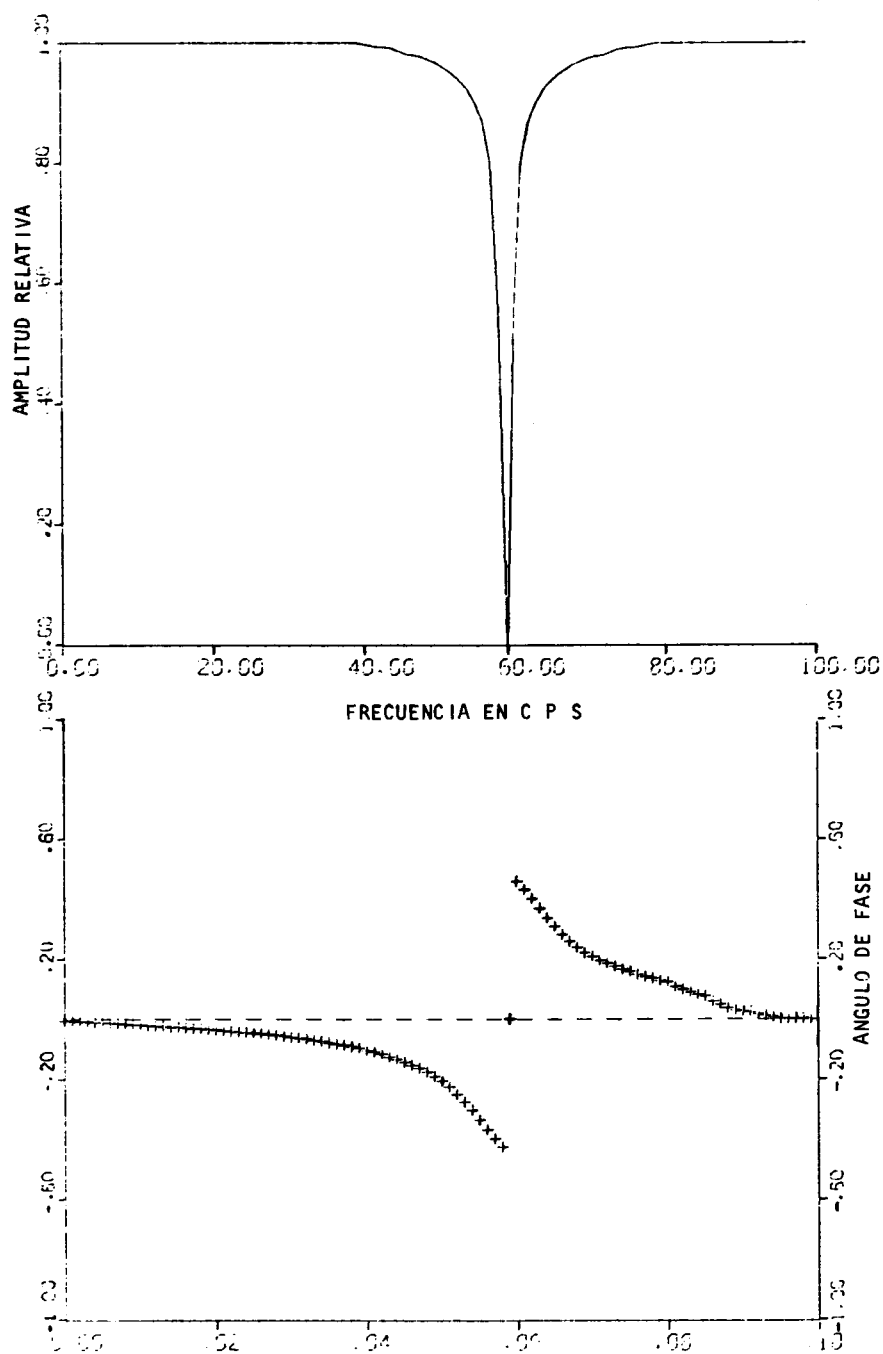


Figura 1. Gráfica en el plano Z de los polos ceros del filtro de -  
atenuación de 60 cps usando un intervalo de muestreo de un milisegundo.

Los métodos gráficos pueden utilizarse usando el plano Z para ha-  
cer una evaluación rápida de la amplitud y fase de la respuesta del filtro  
cuyos polos y ceros ya son conocidos.



### Filtros Recursivos de Pasabanda con ocho polos en el Plano Z.

El propósito de esta sección y de las siguientes es mostrar que se pueden diseñar ciertas clases de filtros recursivos digitales en una forma muy simple, casi en forma intuitiva, basándonos en la relación entre la respuesta y la localización de los polos y ceros de la función de transferencia. El principal problema es de establecer un criterio para localizar las posiciones de los polos y los ceros en el plano Z.

Supongamos por el momento, que deseamos diseñar un filtro recursivo digital de pasabanda, con frecuencias de corte baja y alta de  $f_1$  y  $f_2$  -- respectivamente y que tenga ocho polos en el plano Z (cuatro pares de polos conjugados), además queremos que tenga una atenuación máxima fuera del paso de banda y que la respuesta dentro de ella sea constante.

De acuerdo con artículos recientes (Golden, 1968, Mooney, 1967) -- sugieren algunos métodos para el diseño de filtros recursivos digitales. Uno de los métodos para diseñar filtros de pasabanda consiste en situar -- polos y ceros equiespaciados entre las frecuencias de corte  $f_1$  y  $f_2$  y sugieren intervalos de  $0.5^\circ$  y  $1^\circ$ ; por lo tanto si  $f_1 = 20$  cps y  $f_2 = 40$  cps tenemos que

$$w_1 \Delta t = 2\pi f_1 \Delta t \left( \frac{180^\circ}{\pi} \right) = 7.2^\circ \quad w_2 \Delta t = 2\pi f_2 \Delta t \left( \frac{180^\circ}{\pi} \right) = 14.4^\circ$$

Por lo que serán necesarios 32 polos y 32 ceros cuando el intervalo sea de  $0.5^\circ$  y 16 polos y ceros cuando el intervalo sea de  $1^\circ$ .

Como podemos ver por este método la única posibilidad de tener frecuencias de corte de 20 cps y 40 cps sería situar los polos con un intervalo de  $2^\circ$  lo que nos dió un resultado no satisfactorio en la amplitud y la -- fase, pues en lugar de tener una respuesta constante dentro del pasabanda,

se obtuvo un pico indeseable y la atenuación característica fuera del pasabanda no fué satisfactoria, por lo que se abandonó este tipo de diseño de filtros.

Trabajando en el plano  $Z$  nuestro primer ensayo fué de situar los polos dentro del intervalo  $w_1\Delta t$  espaciados de tal manera que formarán un círculo con centro cerca o en el punto de intersección del radio correspondiente a la frecuencia central y el círculo unitario. Cuatro polos se colocaron en  $Z=1$  y los otros cuatro en  $Z=-1$ . La figura 3 muestra la posición de los polos y los ceros en el plano  $Z$ .

La figura 4, muestra la amplitud y la fase obtenidas por este método. Las respuestas impulsivas de este filtro está graficado en la figura 5.

Antes de usar este tipo de filtros debemos conocer los efectos que se producen cuando cambiamos los parámetros que determinan las posiciones de los polos, o sea el pequeño radio del círculo donde se encuentran localizados los polos así como el intervalo entre ellos. Lo primero que notamos fue que a medida que acercamos el pequeño círculo unitario en el plano  $Z$ , la atenuación fuera del pasabanda aumenta; pero se produce un pico indeseable dentro del pasabanda. Por otra parte cuando retiramos el pequeño círculo a lo largo del radio correspondiente a la frecuencia central del círculo unitario, obtenemos una respuesta constante dentro del pasabanda; pero la atenuación fuera de ésta es muy pobre.

Si los polos se distribuyen en una forma simétrica con respecto a la frecuencia central (línea a  $(w_1+w_2)\Delta t/2$ ), la respuesta de frecuencias será simétrica. Si los polos se mueven hacia un lado sobre el pequeño círculo más

cerca del círculo unitario la pendiente de corte en el dominio de frecuencia será más grande ese lado.

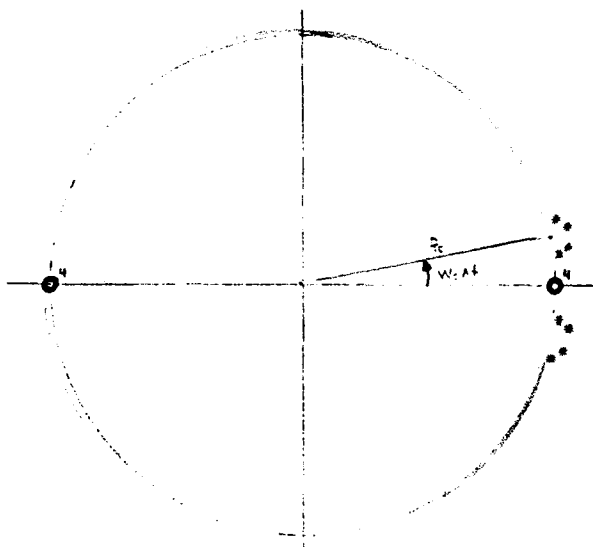


Figura 3. Diagrama de la posición de los polos y ceros del filtro de pasabanda de octavo orden.  $R_o = 1.0$  Caso circular.

Nótese que el filtro debe aproximarse satisfactoriamente con aproximadamente de 150 a 200 términos a intervalos de un milisegundo. Por lo tanto el método convencional de convolución necesitará de 150 a 200 multiplicaciones por cada punto de salida, mientras que las ecuaciones recursivas necesitan solamente 8 multiplicaciones por punto de salida.

El segundo ensayo para el diseño de los filtros recursivos digitales de pasabanda fue el de situar los polos en el intervalo entre  $w_1 \Delta t$  y  $w_2 \Delta t$ ; pero ahora formando una pequeña elipse con focos en o cerca del radio correspondiente a la frecuencia central. Como antes se colocaron cuatro ceros en  $z=1.0$  y los otros cuatro en  $z = -1.0$ . La figura 6 muestra la posición de los polos y ceros en el plano  $z$ .

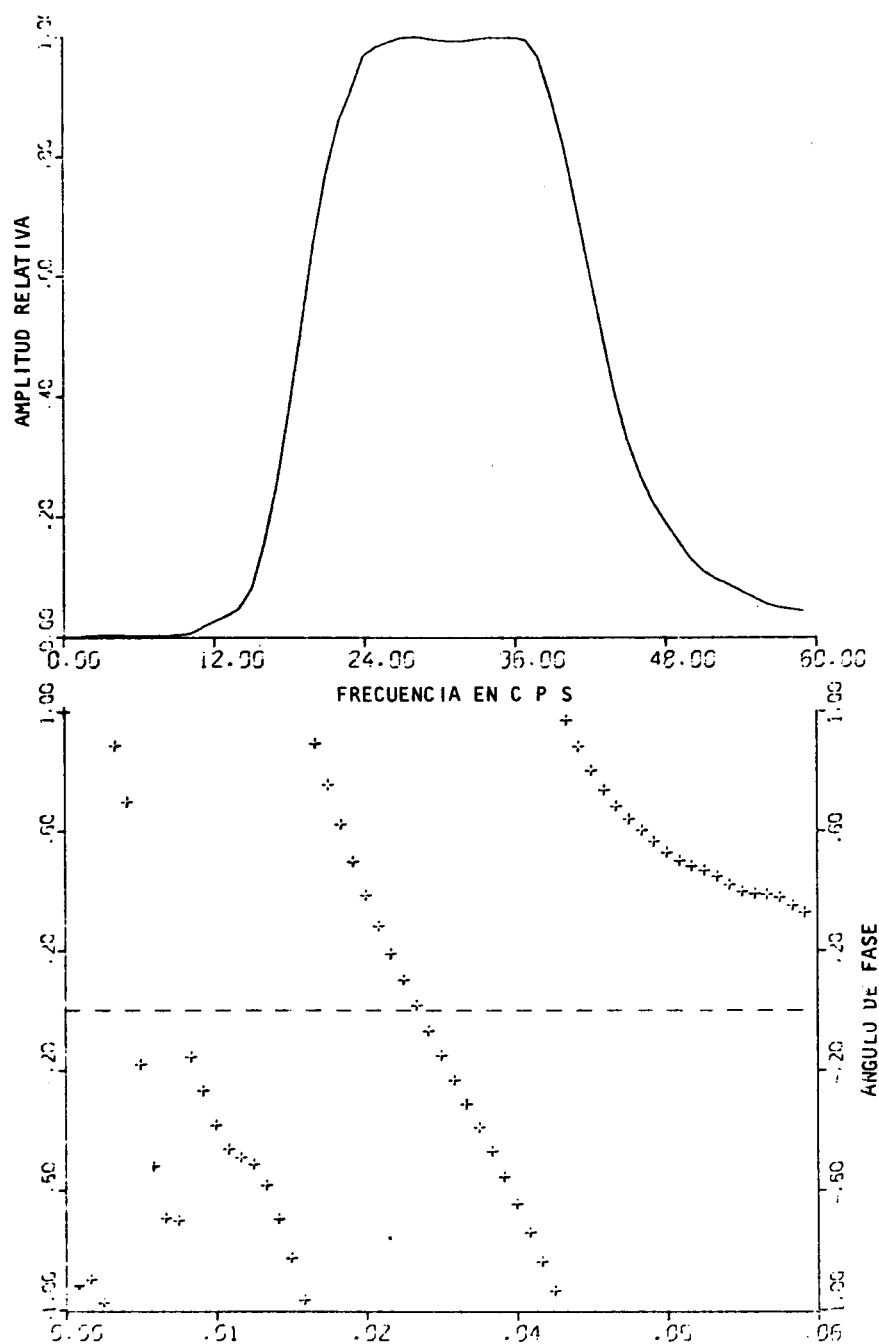


Figura 4. Amplitud y fase del filtro de pasabanda representado en la figura 3. Configuración Circular.

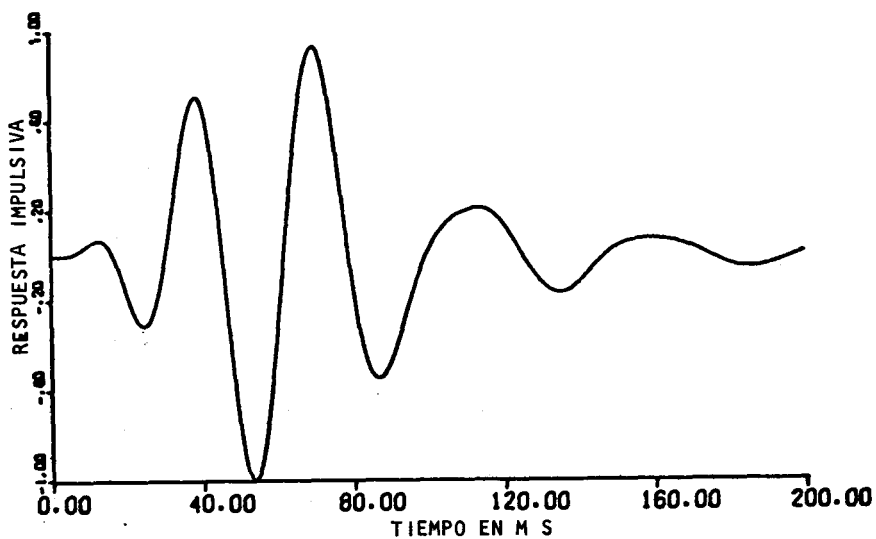


Figura 5

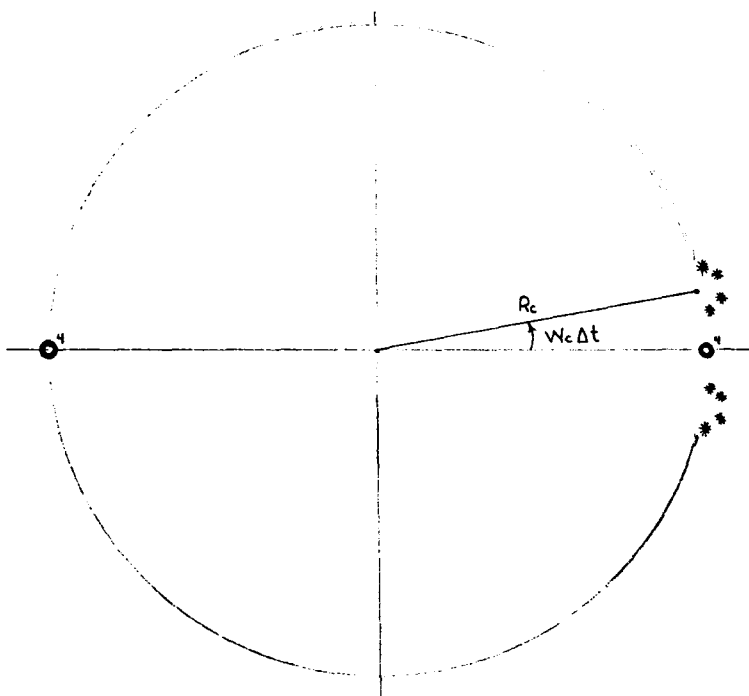


Figura 6. Diagrama de la posición de polos y ceros del filtro de pasabanda, forma elíptica  $R_c = 0.95 W$ ,  $T = 7$ ;  $W_2 = 14$ .



La amplitud y la fase de este filtro están graficadas en la figura 7. Notamos que en general los resultados fueron mejores utilizando la configuración elíptica que la circular, la atenuación es más severa fuera de la banda de paso y dentro de ella la respuesta es más constante.

Como antes notamos que a medida que acercamos la elipse al círculo unitario, se produce mayor atenuación fuera del paso de banda; pero como antes se produce una respuesta menos constante dentro de ella.

Como vemos el principal problema en el diseño de este tipo de filtros es el de ajustar los parámetros en el plano  $Z$ , de tal forma que obten~~ga~~mos la amplitud y la fase deseadas. Aún queda mucho por hacerse dentro del tema, ensayar otras formas diferentes de diseño, para lograr mejores resultados que los presentados en este trabajo.

Es de notarse al diseñarse las diferentes configuraciones la gran importancia de la localización de los polos en el plano  $Z$  pues algunas veces un pequeño error produce resultados fatales como inestabilidad del filtro, convergencia muy lenta de la respuesta impulsiva, así como amplitudes indeseables.

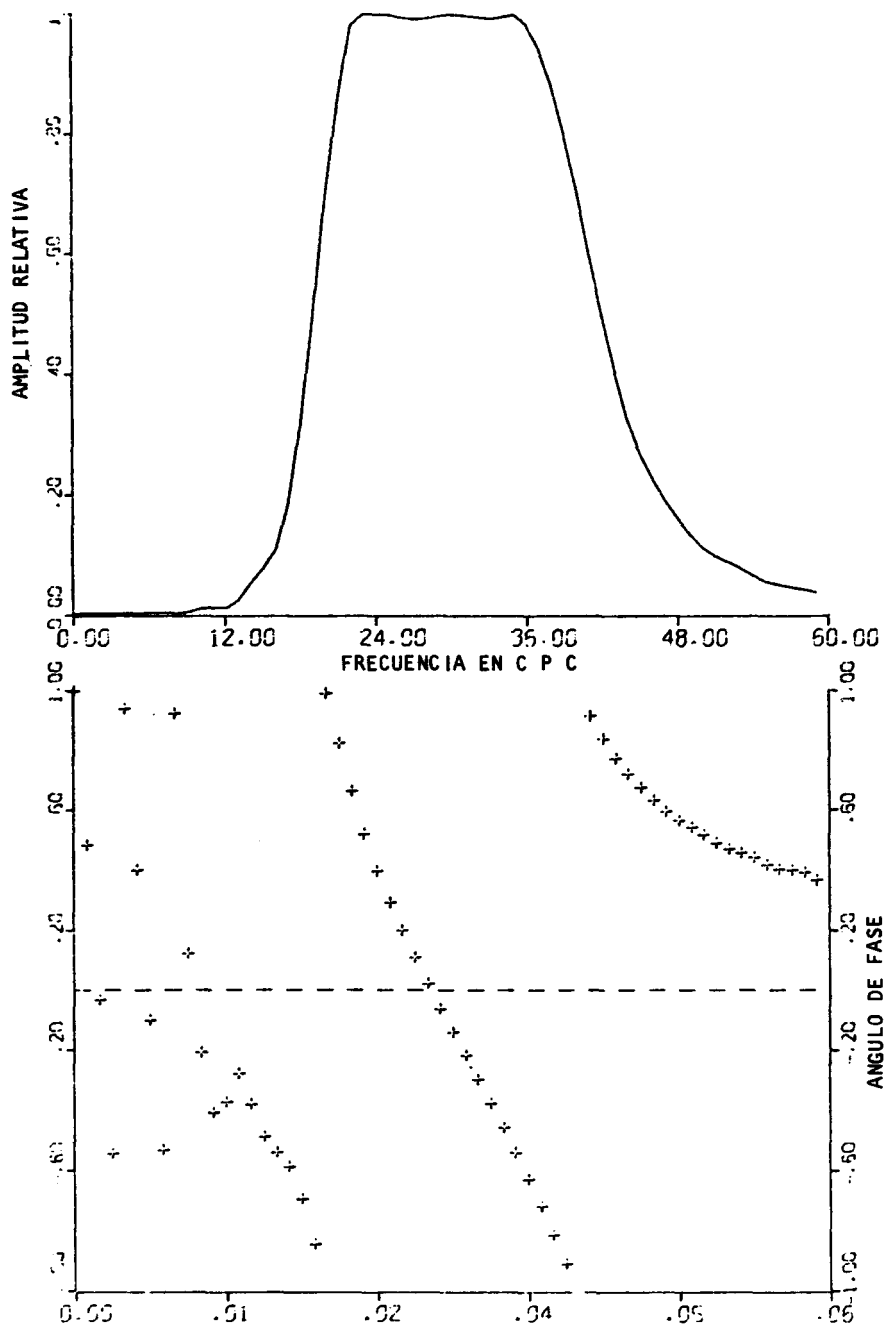


Figura 7. Amplitud y Fase del filtro de pasabanda representado en la Figura 6 Configuración Elíptica.

Diseño en forma de paralelo

Los filtros recursivos digitales de pasabanda, pueden aplicarse en forma de paralelo o en forma de cascada. En la Figura 9 se muestra el diagrama de bloques para la realización del filtro en forma de paralelo. La forma de paralelo se puede obtener haciendo un desarrollo fraccional parcial de la ecuación (19)

$$F(z) = \frac{k_1}{1 - z/z_1} + \frac{k_1^*}{1 - z/z_1^*} + \dots + \frac{k_N}{1 - z/z_N} \quad (27)$$

$$F(z) = \frac{a_1 + a_2 z}{1 + b_1 z + b_2 z^2} + \frac{a_3 + a_4 z}{1 + b_3 z + b_4 z^2} + \dots + \frac{a_7 + a_8 z}{1 + b_7 z + b_8 z^2}$$

donde  $z^*$  es el complejo conjugado de  $z$ .

La aplicación del filtro de ocho polos puede realizarse con cuatro diagramas de bloque paralelo como podemos ver en la Figura 9, donde  $X_n$  representa la función de entrada y  $Y_n$  la función de salida del filtro.

Las ecuaciones recursivas para este filtro en paralelo son:

$$\begin{aligned} c_n &= x_n - b_1 c_{n-1} - b_2 c_{n-2} & e_n &= x_n - b_3 e_{n-1} - b_4 e_{n-2} \\ d_n &= x_n - b_5 d_{n-1} - b_6 d_{n-2} & f_n &= x_n - b_7 f_{n-1} - b_8 f_{n-2} \\ Y_n &= a_1 c_n + a_2 c_{n-1} + a_3 d_n + a_4 d_{n-1} + a_5 e_n + a_6 e_{n-1} + a_7 f_n + a_8 f_{n-1} \end{aligned} \quad (28)$$

Diseño en Forma de Cascada

El diseño del filtro en forma de cascada puede llevarse a cabo factorizando el denominador de (19) en factores cuadráticos. En la Figura 10 se muestra el diagrama de bloques de este filtro, en el cual vemos que las operaciones recursivas se efectúan en forma sucesiva.

La función del sistema para la configuración circular y elíptica - puede quedar de la siguiente forma.

$$F(z) = \frac{(1 - z^2)^4}{B_1(z)B_2(z)B_3(z)B_4(z)} \quad (29)$$

donde  $F_n(z)$   $n = 1, 2, 3, 4$  son los factores cuadráticos.

Si llamamos  $Z_{0n}$  la posición del enésimo cero,  $Z_{pn}$  la posición del enésimo polo y  $Z_{0n}, Z_{pn}$  sus complejos conjugados, entonces  $F_n(z)$  puede -- escribirse de la siguiente manera

$$B_n(z) = 1 - \frac{Z_{0n} + Z_{0n}^*}{Z_{pn} Z_{pn}^*} z + \frac{1}{Z_{pn} Z_{pn}^*} z^2 \quad \text{para } n=1,2,3,4 \quad (30)$$

$$F(z) = \frac{(1 - z^2)^4}{(1 - a_1 z + b_1 z^2)(1 - a_2 z + b_2 z^2)(1 - a_3 z + b_3 z^2)(1 - a_4 z + b_4 z^2)} \quad (31)$$

donde  $a_n = \frac{2\text{Re}[Z_{pn}]}{|Z_{pn}|^2}$  y  $b_n = \frac{1}{|Z_{pn}|^2}$

Si llamamos como antes  $X_n$  a la función de entrada y  $Y_n$  la función de salida del filtro, las ecuaciones recursivas tienen la forma

$$\begin{aligned} c_n &= x_n - x_{n-2} + a_1 c_{n-1} - b_1 c_{n-2} \\ d_n &= c_n - c_{n-2} + a_2 d_{n-1} - b_2 d_{n-2} \\ e_n &= d_n - d_{n-2} + a_3 e_{n-1} - b_3 e_{n-2} \\ y_n &= e_n - e_{n-2} + a_4 y_{n-1} - b_4 y_{n-2} \end{aligned} \quad (32)$$

El cálculo de las ecuaciones (31) (en forma de cascada) utilizan - aproximadamente dos tercios del tiempo de computación que requieren las - ecuaciones diseñadas en forma de paralelo.

La respuesta impulsiva del filtro recursivo descrito por las ecuaciones (32) está representado en la figura 8. Notamos como antes que el -

filtro que debe aproximarse en forma satisfactoria con 180 términos.

Siguiendo este mismo procedimiento se pueden diseñar filtros recursivos digitales con seis, diez, doce y más polos en el plano  $Z$ , dependiendo del ancho de banda y de la exactitud que deseemos del filtro. Un hecho importante se nota al diseñar estos filtros, que al aumentar el número de polos, aumenta la atenuación fuera del paso de banda y además es más constante dentro de ella o sea que en general aumenta la efectividad del filtro, la única desventaja es que también aumentan el número de operaciones y la complejidad de las ecuaciones.

### Filtro Recursivo Digital de Pasa Altos

#### Diseño en forma de cascada

Supongamos que ahora queremos construir un filtro de pasa altos para atenuar el ruido superficial para todas las frecuencias iguales o menores de 20 cps. Este filtro puede realizarse situando polos y ceros en el plano  $Z$  a intervalos iguales. Todos los ceros se sitúan sobre el círculo unitario ( $r_0 = 1.0$ ). Una aproximación satisfactoria para un muestreo de un milisegundo será el de tomar polos y ceros a intervalos de  $0.5$  ó  $1^\circ$  de  $0^\circ$  a  $7^\circ$ .

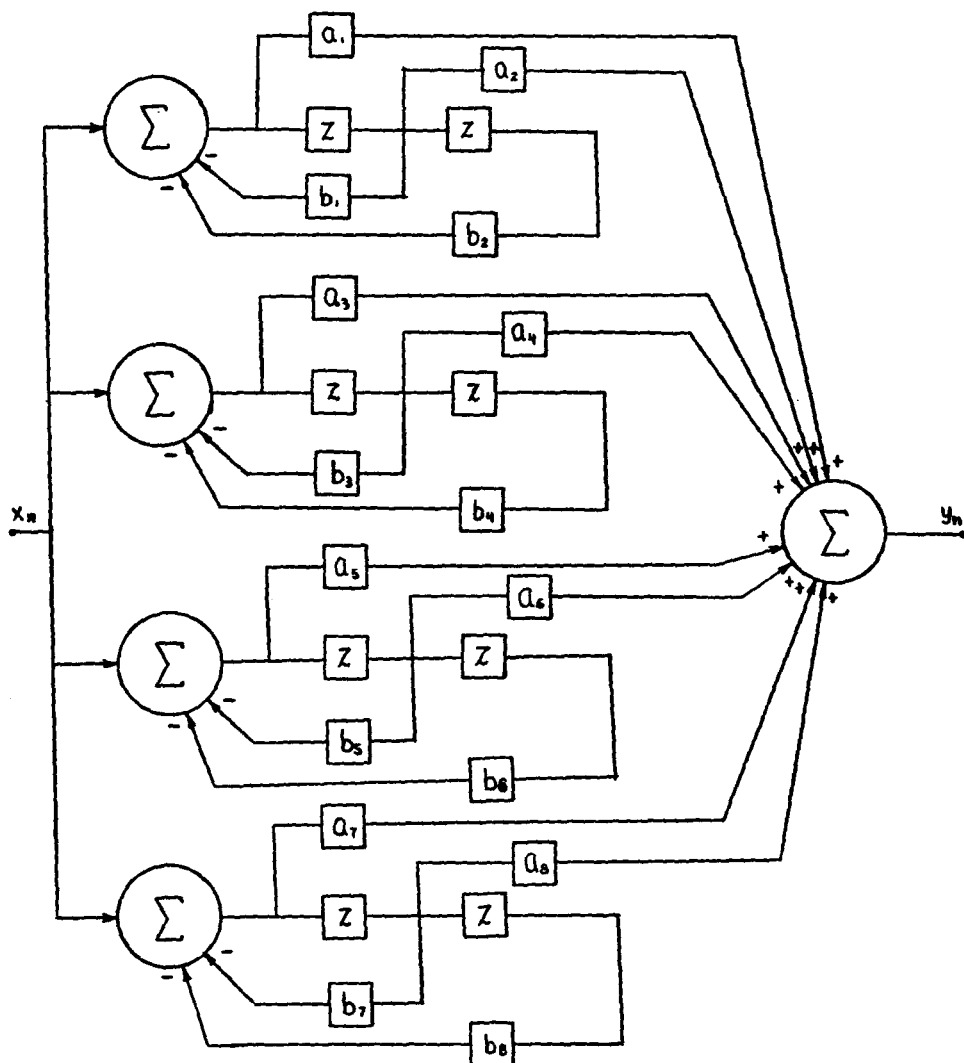


Figura 9. Diagrama de bloques del filtro recursivo digital con ocho polos en el plano Z, realizado en forma de paralelo.

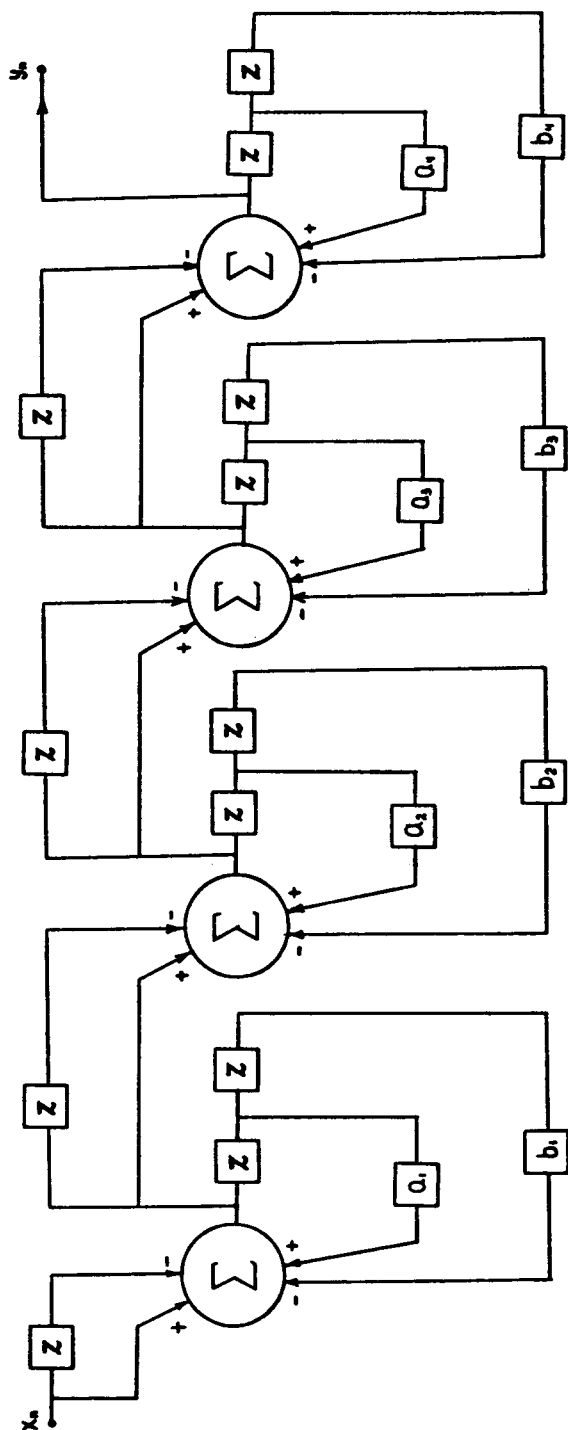


Figura 10. Diagrama de bloques del filtro de pasabanda con ocho polos en el plazo  $z$ , realizado en forma de cascada.

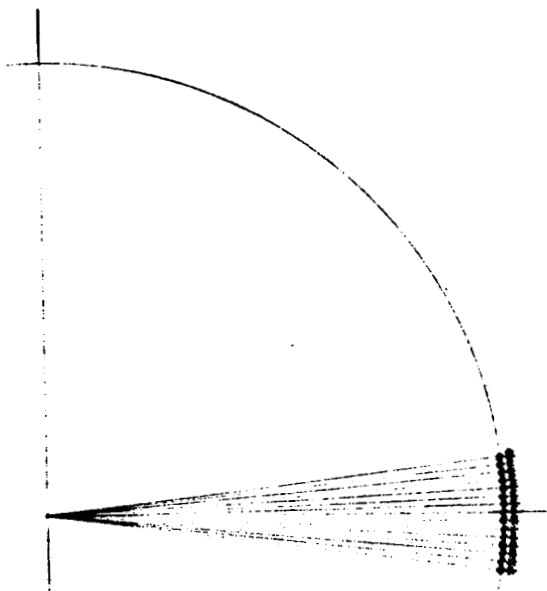


Figura 11. Diagrama de polos y ceros del filtro recursivo digital de Pasa Altos.

Si llamamos  $z_{pn}$  la posición de los polos y  $z_{on}$  la posición de los ceros en el plano  $z$  y expresamos el filtro como una relación de productos de polinomios de segundo orden en  $z$ ; o sea  $F_n(z) = \frac{A_n(z)}{B_n(z)}$  (33)

$$A_n(z) = 1 - a_{n1}z + b_{n1}z^2 \quad B_n(z) = 1 - a_{n2}z + b_{n2}z^2 \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

donde

$$A_0(z) = 1 - z$$

$$B_0(z) = 1 - a_{02}z$$

$$a_{n1} = \frac{2 \operatorname{Re}[z_{on}]}{|z_{on}|^2}$$

$$b_{n1} = \frac{1}{|z_{on}|^2}$$

$$a_{n2} = \frac{2 \operatorname{Re}[z_{pn}]}{|z_{pn}|^2}$$

$$b_{n2} = \frac{1}{|z_{pn}|^2}$$

$$a_{02} = \frac{R_o}{R_p}$$

$$n = 1, 2, 3, \dots, 7$$

quedando el filtro de la forma

$$F(z) = \prod_{n=1}^8 F_n(z)$$



Las ecuaciones recursivas del filtro dado por la ecuación (33) tienen la siguiente forma

$$\begin{aligned}
 c_n &= x_n - a_{11}x_{n-1} + b_{11}x_{n-2} + a_{12}c_{n-1} - b_{12}c_{n-2} \\
 d_n &= c_n - a_{21}c_{n-1} + b_{21}c_{n-2} + a_{22}d_{n-1} - b_{22}d_{n-2} \\
 e_n &= d_n - a_{31}d_{n-1} + b_{31}d_{n-2} + a_{32}e_{n-1} - b_{32}e_{n-2} \\
 f_n &= e_n - a_{41}e_{n-1} + b_{41}e_{n-2} + a_{42}f_{n-1} - b_{42}f_{n-2} \\
 g_n &= f_n - a_{51}f_{n-1} + b_{51}f_{n-2} + a_{52}g_{n-1} - b_{52}g_{n-2} \\
 r_n &= g_n - a_{61}g_{n-1} + b_{61}g_{n-2} + a_{62}r_{n-1} - b_{62}r_{n-2} \\
 s_n &= r_n - a_{71}r_{n-1} + b_{71}r_{n-2} + a_{72}s_{n-1} - b_{72}s_{n-2} \\
 y_n &= s_n - s_{n-1} + a_{82}y_{n-2}
 \end{aligned} \tag{34}$$

Los polos se pueden situar fuera del círculo unitario con un mismo ra dio o con varios diferentes. En la Figura 12 están graficados tres filtros para tres diferentes radios.

Notamos en estos filtros que a medida que movelos los polos cerca del círculo unitario la pendiente de la frecuencia de corte se hace más aguda; pero la atenuación dentro de la banda de rechazo es menor, por otra parte - a medida que alejamos los polos del círculo unitario, la atenuación dentro de la banda es mayor; pero la pendiente de la frecuencia de corte es menos aguda. Tomando en cuenta estos resultados podemos diseñar filtros que ten gan buena atenuación en la banda de rechazo y una pendiente aguda en la -- frecuencia de corte, acercando los polos de los extremos y alejando los po los de la parte central, al círculo unitario.

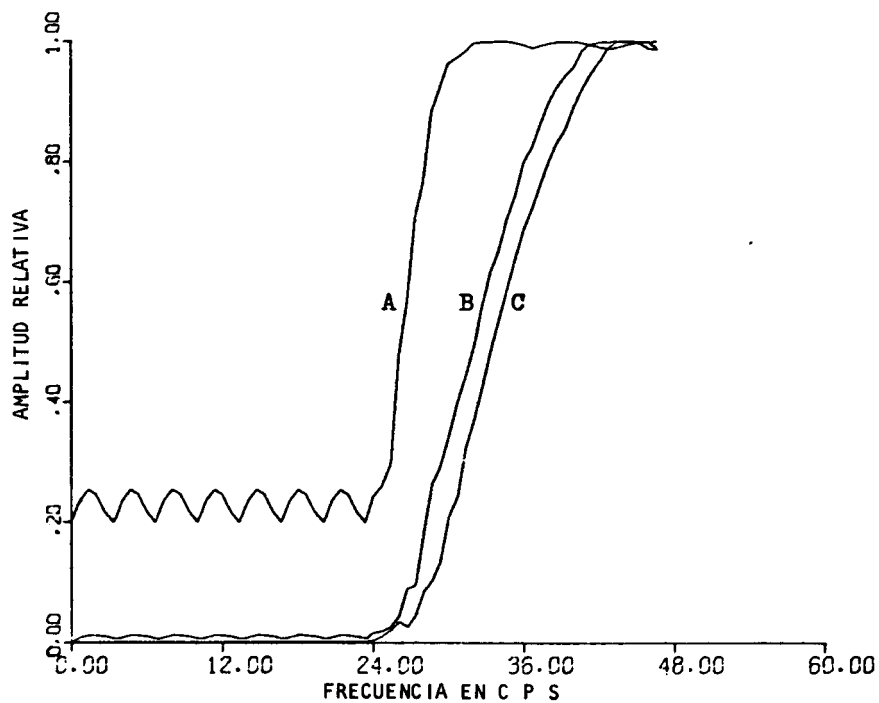


Figura 12. Respuestas de amplitudes de filtros recursivos digitales de pasa altos. (A)  $R_p = 1.003$ , (B)  $R_p = 1.05$  (C)  $R_p = 1.12$ .

Filtros Recursivos Digitales de Banda de Atenuación.

Si deseamos diseñar un filtro recursivo que atenúe todas las frecuencias entre  $f_1$  y  $f_2$ , debemos tener mucho cuidado de la forma de aplicación, dependiendo generalmente de la complejidad de la función del filtro. Generalmente, la simulación del filtro en forma de paralelo requiere más exactitud en la determinación de los parámetros, debido a que los errores son acumulativos por su forma de aplicación.

Si expresamos el filtro como una relación de dos polinomios, debe tenerse mucho cuidado en el cálculo de la posición de los polos y los ceros, pues su cálculo relaciona restos de números aproximadamente iguales. Otra forma de diseñar estos filtros, será el de situar los polos y ceros en el plano  $Z$  en los lugares adecuados de acuerdo con las ideas ya expuestas.

Si queremos aplicar el filtro en forma de paralelo debemos expresar  $F(Z)$  como un desarrollo de fracciones parciales.

$$F(Z) = \sum_{n=1}^N \frac{a_{0n} + a_{1n}Z}{1 + b_{1n}Z + b_{2n}Z^2} \quad (35)$$

Cada término de la función del filtro, puede sintetizarse, como una estructura recursiva como la que se muestra en la Figura 13. Este diagrama de la figura 13, utiliza únicamente dos corrimientos (representados por  $Z$  en el diagrama) y cinco sumas. El diseño completo del filtro está representado en la Figura 14.

Como un ejemplo consideremos el diseño de un filtro de banda de atenuación el cual tenga frecuencia de corte de 30 cps y 330 cps y que atenúe al menos en 75 db en dicha banda.

Siguiendo las ideas anteriores situamos los polos y los ceros para la función de transferencia de este filtro a intervalos iguales como lo muestra la Tabla I que está a continuación.

---

**Poles**

$$R_p = 1.03$$

$$w_{\Delta t} = 10.8 \quad 21.6 \quad 32.4 \quad 43.2 \quad 54.0$$

$$64.8 \quad 75.6 \quad 86.4 \quad 97.2 \quad 108.0 \quad 118.8$$

**ceros**

$$R_o = 1.0$$

$$w_{\Delta t} = 10.8 \quad 21.6 \quad 32.4 \quad 43.2 \quad 54.0$$

$$64.8 \quad 75.6 \quad 86.4 \quad 97.2 \quad 108.0 \quad 118.8$$


---

Tabla 1

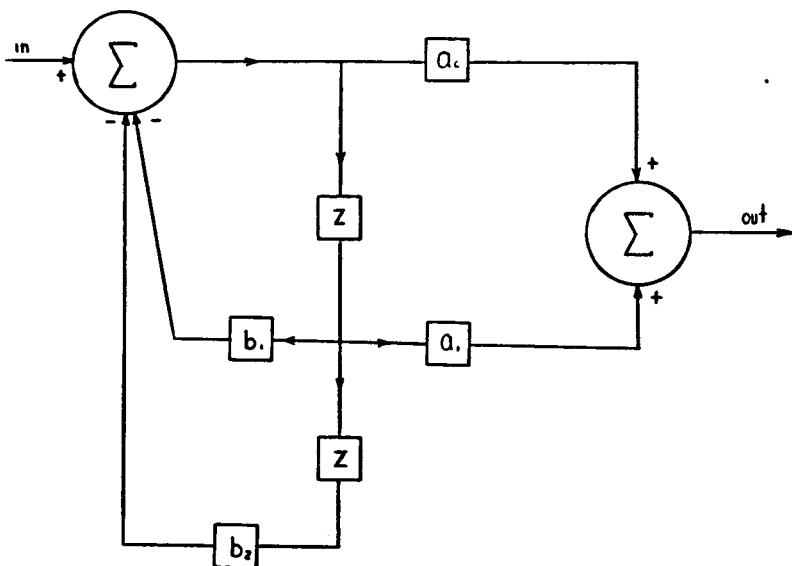


Figura 13. Diagrama de bloques de un término del desarrollo del filtro (35)

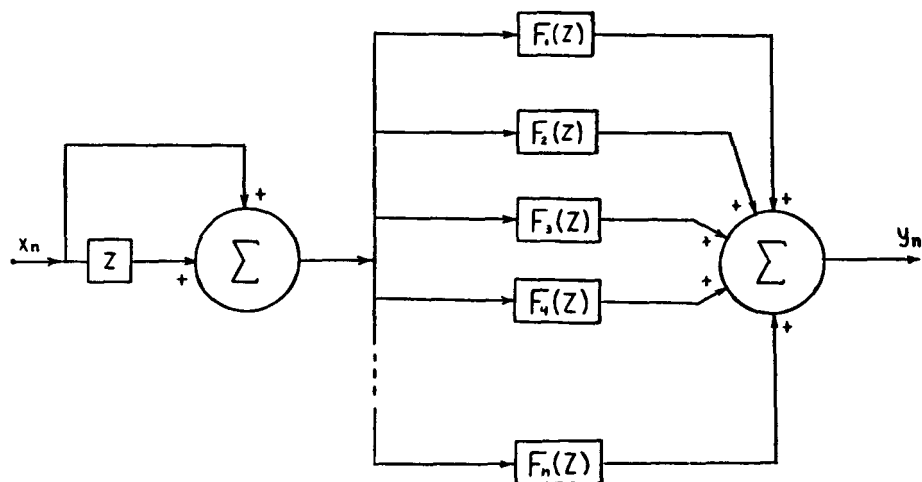


Figura 14. Diagrama de bloques del filtro recursivo de banda de atenuación realizado en forma de paralelo.

Usando los polos y ceros de la Tabla I en la ecuación (35), obtenemos la respuesta de amplitudes dada en la Figura 15.

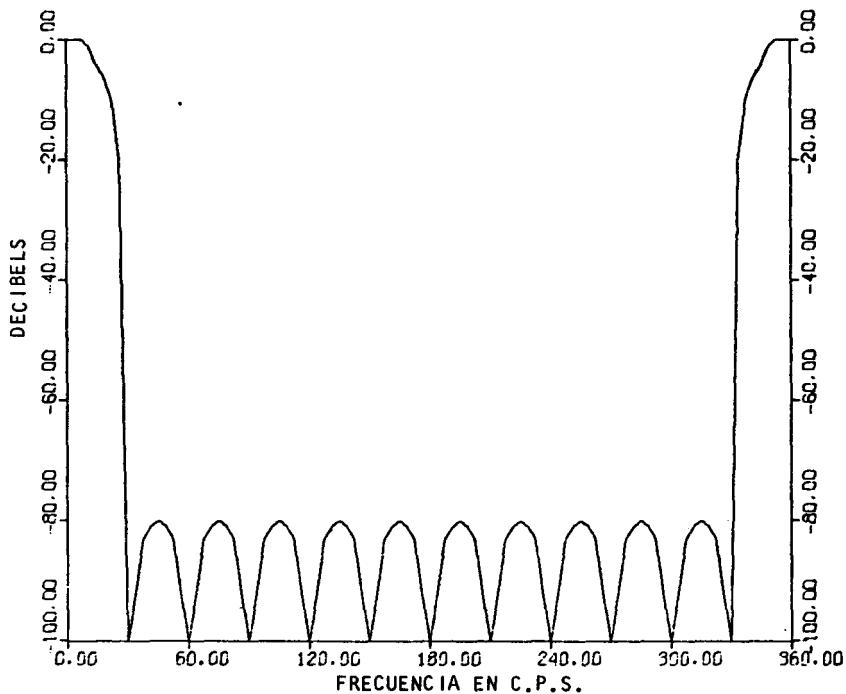


Figura 15. Respuesta de frecuencias características del filtro recursivo -- de la banda de atenuación.

### Respuesta de Fases

Consideraremos ahora las características de las fases de los filtros recursivos. En general estos filtros no tienen un espectro cero ni lineal, sin embargo, una de las ventajas radica en la posibilidad de desarrollar - las operaciones de filtrado con un corrimiento cero en la fase, si la longitud de la serie es finita en longitud. Dos técnicos se emplean en estos filtros para producir una fase cero.

La primer técnica consiste en filtrar la entrada con ul filtro recursivo  $F(Z)$ , en su forma normal para producir la primer salida, Esta salida se invierte en el tiempo y es filtrada con el mismo filtro recursivo para producir la segunda salida. Esta segunda salida es invertida en el tiempo para producir la salida final. La respuesta de fases de esta operación de filtrado es cero para todas las frecuencias, mientras que el espectro de amplitudes es el cuadrado del espectro de  $F(Z)$ .

La operación de inversión en el tiempo no es realmente necesaria para obtener el filtrado inverso en el tiempo, pues una inversión en el tiempo de la función de entrada, es equivalente a reemplazar  $Z$  en  $F(Z)$  por  $1/Z$ . Por lo tanto, la operación de filtrado descrita arriba puede efectuarse, pasando la señal de entrada por el filtro  $F(Z)$  y luego pasando la salida de esta función por un filtro de la forma  $F(1/Z)$ .

La segunda técnica consiste en filtrar la función de entrada con el filtro  $F(Z)$  y sumarle a esta salida, la entrada filtrada separadamente con el filtro inverso  $F(1/Z)$ .

Consideremos un ejemplo y tomemos el filtro dado por la ecuación

$$F(z) = \frac{(1 - z^4)^4}{B_1(z)B_2(z)B_3(z)B_4(z)} \quad (29)$$

Substituyendo  $Z$  por  $1/Z$  obtenemos

$$F(1/z) = \frac{[1 - (1/z)^4]^4}{B_1(1/z)B_2(1/z)B_3(1/z)B_4(1/z)} \quad (36)$$

Si llamamos  $x(z)$  la señal de entrada y  $Y(z)$  la salida del filtro.

$$Y(z) = F(1/z)X(z)$$

Como  $1/Z$  representa un avance en el tiempo, podemos usar el mismo argumento como lo hicimos en las ecuaciones (32), para escribir las ecuaciones recursivas

$$\begin{aligned} c_n &= x_n - x_{n+2} + a_1 c_{n+1} - b_1 c_{n+2} \\ d_n &= c_n - c_{n+2} + a_2 d_{n+1} - b_2 d_{n+2} \\ e_n &= d_n - d_{n+2} + a_3 e_{n+1} - b_3 e_{n+2} \end{aligned} \quad (37)$$

Si utilizamos el diseño de la configuración elíptica, para la localización de los polos y ceros obtenemos como resultado las gráficas de la --  
Figura 16.

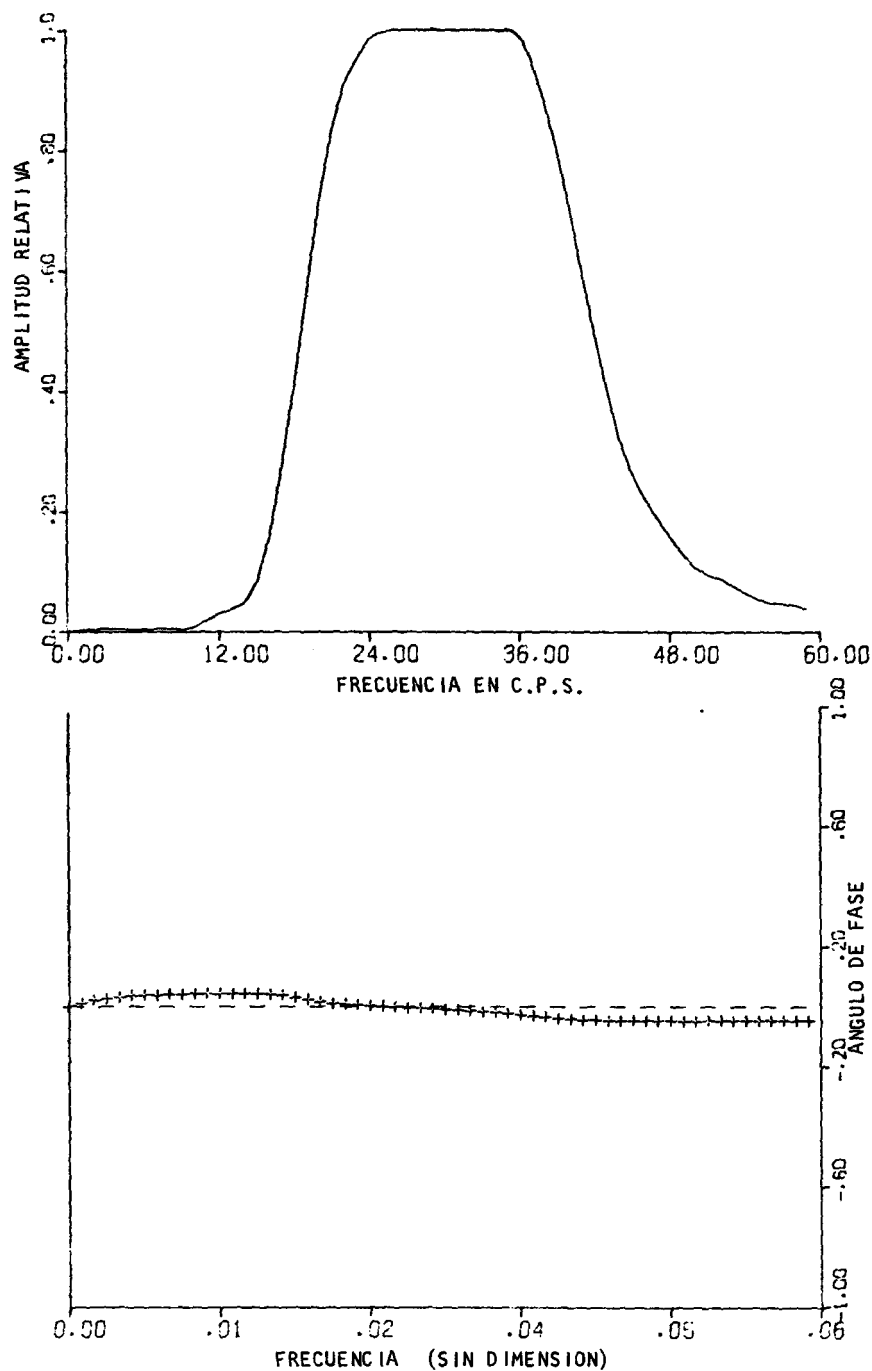


Figura 16. Diagrama de Amplitud y fase de un filtro de pasabanda de - fase cero.



### Aplicación de los filtros recursivos a sismología.

El objetivo del procesamiento de datos geofísicos es mejorar la información que ha sido registrada. Es importante notar que las técnicas de procesamiento no pueden añadir información a los datos registrados.

El proceso de filtrado debe de diseñarse para las características de la señal y el ruido registrados en la información sísmica, este diseño envuelve el uso del espectro de frecuencias para describir la señal y el ruido. Una vez determinadas las frecuencias de la señal y del ruido se procede a diseñar el filtro.

En este trabajo se procedió de la siguiente forma: se analizaron los espectros de frecuencias de diferentes ondas sísmicas y se obtuvo el rango de frecuencias para la señal. Las frecuencias de los principales reflectores tenían una frecuencia de 25 cps, no se detectó ruido superficial en los registros.

Calculado el espectro de frecuencias de la señal y del ruido se procedió a diseñar los diferentes filtros para mejorar la información. Las frecuencias de corte de los filtros de pasabanda se diseñaron entre 18 cps y 36 cps para filtros de ocho, diez y doce polos en el plano Z y se aplicaron a una sección sísmica de cincuenta puntos de tiro, registrados por el departamento de Geofísica de Colorado School of Mines en South Park, Colorado.

El tiempo de ejecución de estos filtros fué aproximadamente 6 veces más rápido que los filtros normales de convolución.

La figura 17 muestra una porción de la traza sísmica sin filtrar y la figura 18 muestra esta misma porción ya filtrada.

## BIBLIOGRAFIA

- Dean, W., 1958, Frequency analysis for gravity and magnetic interpretation: Geophysics, v. 23, p. 97-127.
- Golden, R.M., 1968, Digital filter synthesis by sampled-data transformation: Proc. IEEE, v. AU-16, p. 321-329.
- Golden, R. M., and Kaiser, J.F., 1964, Design of wideband sampled-data filters: Bell. Sys. Tech. J., v. 48, p. 1633-1546.
- Hadsell, F.A., 1968, An introduction to the theory of linear data processing: Colorado School of Mines Foundation.
- Holtz, H., and Leonides, C. T., 1966, The synthesis of recursive digital filters: Jour. ACM, v. 13, p. 262-280.
- Jury, E.I., 1964, Theory and application of the z-transform method: New York, John Wiley and Sons, 330 p.
- Knowles, J. B., and Edwards, R., 1965, Effect of finite word-length computer in a sampled-data feedback system: Proc. IEEE, v. 112, p. 1197-1207.
- Lien, B., and Kaneko, T., 1969, Error analysis of digital filters realized with floating-point arithmetic: Proc. IEEE, v. 57, p. 1735-2747.
- Mooney, H.M., 1968, Pole-and-zero design of digital filters: Geophysics, v. 33, p. 354-360.
- Shanks, J., 1967, Recursion filters for digital processing: Geophysics, v. 32, p. 33-51.
- Wilts, H.M., 1960, Principles of feedback control: Addison Wesley, p. - - 197-207.

# ELIMINACION DE ECOS EN LA TRANSMISION POR TRAYECTORIAS MULTIPLES.

A  
Antonio Roldan G.

## Resumen

Se presenta una posible solución al problema de eliminación de ecos mediante la aplicación de un tipo especial de operadores lineales. Los aquí usados son discretos, estructurados por "ventanas" y tienen un tiempo de resolución finito. Tales operadores se caracterizan por una distribución en tiempo de un número finito de impulsos. En general dicha operación de eliminación, es ejecutada en forma muy aproximada; y se dan normas para aumentar a voluntad el grado de la aproximación.

Se proponen aquí métodos de síntesis o de construcción de estos operadores. Teóricamente la síntesis aquí dada es general y se aplica con facilidad al proceso digital.

Se ilustra el método de la eliminación de ecos para casos específicos de multitransmisión usando señales de variadas formas de onda.

1.0 - En la teoría general de la comunicación se encuentra un problema clásico, el del envío simultáneo entre dos puntos de una señal, a través de canales múltiples, por ejem. medios estratificados. La señal de llegada, está integrada por la suma de cada una de las señales transmitidas por cada uno de los canales. En este trabajo se considera que los canales forman un sistema de transmisión cuyas características son tales que la señal  $h(t)$  que llega al receptor está dada por

$$h(t) = k_0 f(t-T_0) + k_1 f(t-T_1) + \dots + k_n f(t-T_n) \quad (1.0)$$

$$f(t-T_j) = 0, \quad t < T_j, \quad j=0,1,2,\dots,n$$

Siendo  $f(t)$  la señal transmitida. Los coeficientes  $k$ 's y los retrasos  $T$ 's, son constantes que dependen del medio en cada canal y de su longitud. La solución matemática del problema clásico antes mencionado consiste en extraer, o aislar la señal original  $f(t)$  de la señal recibida (1.1).

2.0 - Aquí se presenta una solución al problema de extracción de  $f(t)$  mediante el uso de operadores lineales específicos.

Sea  $P$  el operador lineal que logra ésta separación. Formalmente se tiene

$$P[h(t)] = f(t) \quad (2.0-1)$$

Dar solución matemática a éste problema, es equivalente a construir tal - operador.

Entre los distintos operadores lineales posibles, elegimos, por su sencillez, los operadores definidos en el "espacio de los Procesos". En este espacio, las coordenadas del operador, están constituidas por sus momentos. Cada operador es un vector en el espacio funcional.+ Los vectores de base correspondientes son

$$[1, 0, 0, \dots, 0, \dots], [0, 1, 0, \dots, 0, \dots], [0, 0, 1, \dots, 0, \dots] \dots$$

Estos operadores pueden ser continuos o discretos, nosotros usaremos los discretos, por la simplicidad de su estructura y la facilidad de su síntesis mediante computadora.

2.1 - Los operadores discretos aquí tratados están definidos en un subespacio de  $(m + 1)$  dimensiones en el espacio de los procesos. En este subespacio cada operador es un vector cuyas  $(m+1)$  coordenadas -- son:

$$y_0, y_1, y_2, \dots, y_m$$

3.0 - Estos operadores discretos están caracterizados por una distribución de impulsos. Aquí se considera que esta distribución está en el tiempo fig. 1.

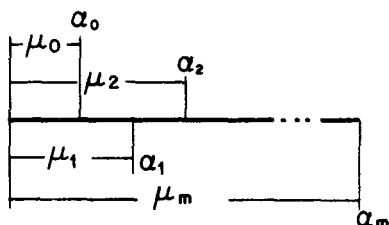


FIG. 1 DISTRIBUCION DE IMPULSOS DE TIEMPO.

Las  $\mu$ 's son las distancias en tiempo que separa un pulso dado del origen. Las rayas verticales simbolizan los impulsos y las  $\alpha$ 's indican su medida. A todo operador se le asocia además de los elementos anteriores: a) su orden, indicado por  $m$  y b) su tiempo de resolución. El orden, es el número de impulso menos uno. Su tiempo resolución es  $\mu_m$ . Estos operadores procesan una señal para valores mayores que el tiempo de resolución. Los resultados del proceso para tiempos menores que el de resolución, tienen carácter transitorio. No pertenecen a la solución.

3.1 - En ésta distribución se tiene la condición necesaria.

$$\mu_0 < \mu_1 < \mu_2 < \dots < \mu_m$$

En muchos problemas prácticos los impulsos pueden quedar, por simple conveniencia igualmente espaciados. En este caso se elige

$$\mu_j = (j + 1) \delta \quad (3.1-1)$$

$\delta$  es el espaciamiento.

Los momentos sucesivos del operador, hasta el  $m$ , son los momentos de la distribución.

$$\begin{aligned}
 y_0 &= \alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_m \\
 y_1 &= \alpha_0 \mu_0 + \alpha_1 \mu_1 + \alpha_2 \mu_2 + \dots + \alpha_m \mu_m \\
 y_2 &= \alpha_0 \mu_0^2 + \alpha_1 \mu_1^2 + \alpha_2 \mu_2^2 + \dots + \alpha_m \mu_m^2 \\
 &\vdots \\
 y_m &= \alpha_0 \mu_0^m + \alpha_1 \mu_1^m + \alpha_2 \mu_2^m + \dots + \alpha_m \mu_m^m
 \end{aligned} \tag{3.1-1}$$

Sintetizar un operador, es determinar el sistema de medias que corresponde a una distribución previamente elegida. Esto requiere invertir el sistema de ecuaciones (3. 1-2). El inverso existe porque el determinante -- que ahí aparece (Van der Monde) es necesariamente distinto de cero, bajo la condición (3. 1-1).

El sistema inverso es:

$$\alpha_j = \frac{\sum_{k=0}^m y_k S_{m-k}^{(j)}}{\prod_p (\mu_j - \mu_p)} ; j = 0, 1, 2, \dots, m$$

Las  $S$ 's simbolizan las funciones simétricas de la distribución, como sigue:

$$\begin{aligned}
 S_0^{(j)} &= 1 \\
 S_1^{(j)} &= -[\mu_0 + \mu_1 + \mu_2 + \dots + \mu_m] \\
 S_2^{(j)} &= [\mu_0 \mu_1 + \mu_0 \mu_2 + \dots + \mu_0 \mu_{j-1} + \mu_0 \mu_{j+1} + \dots + \mu_0 \mu_m + \mu_1 \mu_2 + \dots + \mu_1 \mu_{j-1} + \mu_1 \mu_{j+1} + \dots + \mu_1 \mu_m + \dots + \mu_{m-1} \mu_m] \\
 S_3^{(j)} &= -[\mu_0 \mu_1 \mu_2 + \mu_0 \mu_1 \mu_3 + \mu_0 \mu_1 \mu_4 + \dots + \mu_0 \mu_1 \mu_{j-1} + \mu_0 \mu_1 \mu_{j+1} + \dots + \mu_{m-2} \mu_{m-1} \mu_m] \\
 S_m^{(j)} &= (-1)^m [\mu_0 \mu_1 \mu_2 \dots \mu_{j-1} \mu_{j+2} \dots \mu_m]
 \end{aligned}$$

Nótese que para la construcción de las funciones simétricas correspondientes a  $\alpha_j$  intervienen solamente  $\mu_0 \mu_1 \dots \mu_{j-1} \mu_{j+1} \dots \mu_m$ ,  $\mu_j$  está omitida.

El denominador indica los productos de los términos de la forma  $\mu_j - \mu_p$ , el acento indica que  $p$  puede ser diferente de  $j$ .

4.0 - Como ilustración del proceso de síntesis de un operador, damos los siguientes ejemplos sencillos.

Transmisión pura:  $Y_0 = 1, y_1 = 0, y_2 = 0, \dots, y_n = 0$ , es decir, el vector tiene componentes  $[1, 0, 0, \dots, 0]$ . Transmisión retrasada un tiempo

$T, [1, T, T^2, T^3, \dots, T^m]$ .

Transmisión adelantada (operador de predicción,  $[1, -T, T, -T, \dots, (-1)^m T^m]$ )  
 $\nu$ -sima derivada.

$$[0, 0, 0, \dots, y_\nu = (-1)^\nu \nu! \quad 0, \dots, 0]$$

Para conservar este artículo dentro de los límites de extensión fijada -- omitiremos consignar tablas de valores de las alfas correspondientes a -- los operadores elegidos en tales ejemplos. El lector interesado los puede encontrar en las referencias citadas.

5.0 - Un operador  $P$  de orden  $m$  y tiempo de resolución  $\mu_m$  tiene -- las siguientes propiedades.

a).- Operando sobre una función continua produce

$$P[g(t)] = \alpha_0 g(t - \mu_0) + \alpha_1 g(t - \mu_1) + \dots + \alpha_m g(t - \mu_m) \quad (5.0-1)$$

b) - Existe un isomorfismo entre un operador dado por sus momentos

$$(y_0, y_1, y_2, \dots, y_m)$$

y un polinomio de grado  $m$  como sigue:

$$P(\theta) = y - \frac{y_1}{1!} \theta + \frac{y_2}{2!} \theta^2 + \dots + \frac{(-1)^m}{m!} y_m \theta^m \quad (5.0-2)$$

Este isomorfismo permite encontrar muchas propiedades de los operadores -- aquí considerados.

c).- Si  $f(t)$  es un polinomio cualquiera de grado  $m$ , el operador produce resultados exactos.

d).- Si la función  $f(t)$  en un intervalo  $\mu_m$  estuviera representada por un polinomio de grado mayor que el  $m$  por ejem.

$m+1$  entonces el operador así elegido, producirá soluciones aproximadas cuando se aplica a funciones cuyo módulo de oscilación en cualquier intervalo  $\mu_m$  sea suficientemente pequeño.++

6.- Se procederá aquí a sintetizar el operador (2.1) que extrae la señal  $f(t)$  de la señal recibida (1.1).

Este proceso consta de tres partes, la primera consiste en calcular los -- momentos de un operador que equivale al sistema. Se denotará a este operador por  $P_s$ . Sea  $f(t)$  la señal originalmente transmitida; el operador  $P_s$  actuando en representación del sistema producirá la señal de llegada 1.1. Es decir:

$$P_s [f(t)] = K_0 f(t - T_0) + K_1 f(t - T_1) + \dots + K_n f(t - T_n)$$

Los momentos de este operador son  $y_0, y_1, y_2 \dots y_m$  y sus valores están dados por:

$$y_0 = k_0 + k_1 + k_2 + \dots + k_n$$

$$y_1 = k_0 T_0 + k_1 T_1 + k_2 T_2 + \dots + k_n T_n$$

$$y_2 = k_0 T_0^2 + k_1 T_1^2 + k_2 T_2^2 + \dots + k_n T_n^2$$

Nótese que éstos momentos son independientes de la forma de la función  $f(t)$  y son funciones de los coeficientes de transmisión cada canal y de sus retrasos respectivos. El orden en que aparecen los términos de (6.01) está de acuerdo con la condición creciente de los retrasos, es - decir:

$$T_0 < T_1 < T_2 < \dots < T_n < 1$$

La condición  $T_n < 1$  implica que los momentos superiores al orden  $m$  es decir  $(m+1)$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots$  tienden rápidamente a cero con  $l$ , - asegurando de esta manera la rápida convergencia del operador. El paso - que corresponde a la segunda parte de la síntesis es el siguiente: De (2.1) y (6.1) se obtiene:

$$f(t) = P[h(t)] = P\{P_s[f(t)]\} = P \cdot P_s[f(t)]$$

lo cual indica que el producto  $PP_s$  representa al operador unidad, y este operador es claramente el operador de transmisión pura de orden  $m = 0$  cuyos momentos son  $1, 0, 0, \dots, 0$ .

Sean  $y, y_1, y_2 \dots y_m$  los momentos del operador  $P$  buscado. El producto - de estos operadores está dado por:

$$1 = Y_0 y_0$$

$$0 = Y_0 y_1 + Y_1 y_0$$

$$0 = Y_0 y_2 + 2Y_1 y_1 + Y_2 y_0$$

$$0 = Y_0 y_3 + 3Y_1 y_2 + 3Y_2 y_1 + Y_3 y_0$$

$$0 = Y_0 y_4 + 4Y_1 y_3 + 6Y_2 y_2 + Y_3 y_1 + Y_4 y_0$$

$$0 = \binom{m}{0} Y_0 y_m + \binom{m}{1} Y_1 y_{m-1} + \dots + \binom{m}{j} Y_j y_{m-j} + \dots + \binom{m}{n} Y_n y_0$$

Nótese que los primeros miembros de (6.5) representan respectivamente los momentos del operador de transmisión pura. Además, el sistema tiene solución con tal de que  $Y_0$  sea diferente de cero. En tales condiciones pueden calcularse los  $y'$  que son los momentos del operador buscado.

El paso tercero consiste en calcular las  $a'_s$  de estos momentos siguiendo las ecuaciones (3.2-3). Para calcular éstas  $a'_s$  hay que fijarnos de antemano las distancias al origen de los impulsos. Con esto termina el proceso de síntesis

Dada una distribución de  $\mu'_s$  y obtenidas las  $\alpha'_s$  como se indica en el punto anterior, se tiene finalmente:

$$f(t) = P[h(t)] = \alpha_0 h(t - \mu_0) + \alpha_1 h(t - \mu_1) + \dots + \alpha_m h(t - \mu_m) \quad (7.1)$$

con lo que queda terminada la síntesis del operador, mediante la computadora.

8.0 - Ejemplo.- Tomaremos por ejemplo un caso sencillo para ilustrar el proceso de síntesis.

$$h(t) = f(t) + K_1 f(t - T_1)$$

$$T_0 = 0, \quad K_0 = 1, \quad K_1 = -\frac{1}{2},$$

Para sintetizar el operador  $P$  elegiremos  $m = 2$  y los impulsos igualmente espaciados a una  $\delta$  es decir:

$$\mu_0 = \delta, \quad \mu_1 = 2\delta, \quad \mu_2 = 3\delta$$

Los momentos del operador  $P_s$  serán:

$$Y_0 = \frac{1}{2}, \quad Y_1 = -\frac{T_1}{2}, \quad Y_2 = -\frac{T_1^2}{2},$$



El sistema de ecuaciones para calcular  $y'_s$  es:

$$\begin{aligned} 1 &= \frac{1}{2} y_0 \\ 0 &= \frac{1}{2} y_1 - \frac{T_1}{2} y_0 \\ 0 &= \frac{1}{2} y_2 - \frac{T_1}{2} y_1 - 1 T_1 y_0 \end{aligned}$$

de donde las  $y'_s$  son:

$$y_0 = 2,$$

$$y_1 = 2T_1,$$

$$y_2 = 6T_1^2$$

y los valores de las  $\alpha'_s$  correspondientes son:

$$\alpha_0 = 6 - 5 \left( \frac{T_1}{\delta} \right) + 3 \left( \frac{T_1}{\delta} \right)^2$$

$$\alpha_1 = -6 + 8 \left( \frac{T_1}{\delta} \right) - 6 \left( \frac{T_1}{\delta} \right)^2$$

$$\alpha_2 = 2 - 3 \left( \frac{T_1}{\delta} \right) + 3 \left( \frac{T_1}{\delta} \right)^2$$

Finalmente se tiene:

$$f(t) = \alpha_0 h(t - \delta) + \alpha_1 h(t - 2\delta) + \alpha_2 h(t - 3\delta)$$

La tabla uno muestra los resultados que se obtienen cuando  $f(t) = e^{t T_1} = 3$  y  $T_1 = 0.003$ . Las tablas 2, 3, 4, 5, 6, 7, contienen los resultados - que se obtuvieron al aplicar el mismo operador a diferentes funciones. Los parámetros que se emplearon se mencionan con cada tabla.

9.0 - Como un último ejemplo se escogió:

$$h(t) = k_0 f(t-T_0) + k_1 f(t-T_1)$$

$$k_0 = 0.7 \quad k_1 = -0.5$$

$$T_0 = 0.001 \quad T_1 = 0.002$$

Los momentos de  $P_s$  son, para  $m=4$

$$Y_0 = 0.2, \quad Y_1 = -0.3 \times 10^{-3}, \quad Y_2 = -0.13 \times 10^{-5}$$

$$Y_3 = -0.33 \times 10^{-8}, \quad Y_4 = -0.73 \times 10^{-11}$$

Los momentos de  $P$  son:

$$Y_0 = 5, \quad Y_1 = 0.75 \times 10^{-2}, \quad Y_2 = 0.55 \times 10^{-4}$$

$$Y_3 = 0.48 \times 10^{-6}, \quad Y_4 = 0.57 \times 10^{-8}$$

y los valores de las correspondientes son:  $\alpha_0 = 98.4375$ ,  $\alpha_1 = -371.8750$ ,  
 $\alpha_2 = 568.7500$ ,  $\alpha_3 = -398.1250$ ,  $\alpha_4 = 107.8125$

En la tabla ocho se consignan los resultados de la aplicación de este operador a la función  $e^t$ .

Estos operadores funcionan igualmente bien cuando  $f(t)$  representa varias funciones; como es evidente de los ejemplos presentados. En todos estos casos se recuperó la señal con gran aproximación. Los errores cometidos en la recuperación cambian, naturalmente, con el tipo de función empleada, pero siempre se conserva debajo del orden de  $10^{-5}$ .

10.0 - Conclusiones.- Los operadores presentados en este artículo son de fácil manejo matemático, tanto en su síntesis como en el cálculo del proceso del operador.

Tiene limitaciones serias debidas a la condición de que los momentos del operador decrezcan con suficiente rapidez después del momento  $(m+1)$ . Para que verifique esta condición es necesario que los retrasos de las señales sean muy pequeños, tal como se ha establecido en los ejemplos presentados. Al aumentar estos retrasos los errores cometidos en la recuperación de la señal se vuelven cada vez mayores. Por ejem. Se pueden elegir retrasos de tal manera que el error sea superior a la magnitud de la señal recuperada.

$t$	$h(t)$	$f(t)$	$f'(t)=p$	$h(t)$	$E(t)=f(t)-f^*(t)$ $\times 10^{-9}$
0.006	0.504515784	1.006018036	1.006018044		- 8.0
0.007	0.505020552	1.007024557	1.007024612		- 5.5
0.008	0.505525825	1.008032086	1.008032112		- 2.6
0.009	0.506031604	1.009040622	1.009040658		- 3.6
0.010	0.506537888	1.010050167	1.01050212		- 4.5
0.011	0.507044680	1.011060722	1.011060740		- 1.8
0.012	0.507551978	1.012072289	1.012072352		- 6.3
0.013	0.508059784	1.013084867	1.013084884		- 1.7
0.014	0.508568098	1.014098459	1.014098504		- 4.5
0.015	0.509076920	1.015113065	1.015113100		- 3.5

TABLA 2

$t$	$h(t)$	$f(t)$	$f^*(t) = P$	$h(t)$	$E(t) = f(t) - f^*(t) \times 10^{-8}$
0.063	0.033475446	0.062958334	0.062958254		8.0
0.064	0.033974315	0.063956318	0.063956620		9.8
0.065	0.034473150	0.064954239	0.064954124		1.2
0.066	0.034971951	0.065952094	0.065951998		9.6
0.067	0.035470717	0.066949884	0.066949804		8.0
0.068	0.035969448	0.067947607	0.067947508		9.9
0.069	0.036468142	0.068945262	0.068945180		8.2
0.070	0.036966800	0.069942847	0.069942714		1.3
0.071	0.037465421	0.070940363	0.070940284		7.9
0.072	0.037964005	0.071937808	0.071937710		9.8

t	h(t)	f(t)	$f^*(t)=P$ h(t)	$E(t)=f(t)-f^*(t)$ $\times 10^{-7}$
1.83	0.766252377	1.521835224	1.521854690	5.3
1.84	0.768839785	1.527115717	1.527115202	5.2
1.85	0.771405669	1.532333281	1.532333285	5.0
1.86	0.773950005	1.537507863	1.537507378	4.9
1.87	0.776472766	1.542639407	1.542638954	4.5
1.88	0.778973931	1.547727862	1.547727410	4.5
1.89	0.781453477	1.552773180	1.552772764	4.2
1.90	0.783911383	1.557775314	1.557774910	4.0
1.91	0.786347629	1.562734219	1.562733834	4.0
1.92	0.788762198	1.567649855	1.567649486	3.7

TABLA 4

t	h(t)	f(t)	f*(t)=P h(t)	E(t)=f(t)-f*(t) x10-8
2.003	0.348572717	0.694646057	0.694646062	- 0.5
2.004	0.348821655	0.695145183	0.695145242	- 5.9
2.005	0.349070470	0.695644061	0.695644056	0.5
2.006	0.349319162	0.696142690	0.696142794	- 10.4
2.007	0.349567729	0.696641070	0.696641162	- 9.2
2.008	0.349816174	0.697139202	0.697139172	3.0
2.009	0.350064494	0.697637086	0.697637224	- 13.8
2.010	0.350312692	0.698134722	0.698134678	+ 4.4
2.011	0.350560766	0.698632111	0.698632236	- 12.5
1.012	0.350808717	0.699129252	0.699129252	0.0

TABLE 1.

t	h(t)	f(t)	$f^*(t)=P(t)$	$E(t)=f(t)-f^*(t) \times 10^{-5}$
1.23	0.108359546	0.248548381	0.248596578	- 4.8
1.24	0.105579016	0.242484438	0.242519398	- 3.5
1.25	0.102848949	0.236521122	0.236543254	- 2.2
1.26	0.1001691457	0.230658328	0.230667140	- 0.9
1.27	0.097539363	0.224895875	0.224893028	0.3
1.28	0.094959342	0.219233532	0.219218346	1.5
1.29	0.092428798	0.213671015	0.213644034	2.7
1.30	0.089947426	0.208207987	0.208169522	3.8
1.31	0.087514898	0.202844062	0.202794492	5.0
1.32	0.085130867	0.197578805	0.197518348	6.0

TABLA 6

t	h(t)	f(t)	$f^*(t) = P \cdot h(t)$	$E(t) = f(t) - f^*(t)$ $\times 10^{-8}$
9.003	1.500666634	3.000499958	3.000500054	- 9.6
9.004	1.500749928	3.000666593	3.000666512	8.1
9.005	1.500833218	3.000333218	3.000833256	- 3.8
9.006	1.500916502	3.000999833	3.000999868	- 3.5
9.007	1.500999782	3.001166440	3.001166360	8.0
9.008	1.501083058	3.001333037	3.001333076	- 3.9
9.009	1.501166329	3.001499625	3.001499660	- 3.5
9.010	1.501249595	3.001666204	3.001666180	2.4
9.011	1.505332857	3.001832773	3.001832752	2.1
9.012	1.501416114	3.001999334	3.001999370	- 3.6



TABLA 7

t	h(t)	f(t)	$f''(t) = p \cdot h(t)$	$E(t) = f(t) - f''(t) \times 10^{-5}$
0.903	0.569100295	1.126701652	1.126734648	- 3.3
0.904	0.570394521	1.129034903	1.129068694	- 3.4
0.905	0.571494964	1.131379721	1.131414364	- 3.5
0.906	0.572701729	1.133736295	1.133771838	- 3.6
0.907	0.573914922	1.136104817	1.136141202	- 3.7
0.908	0.575134656	1.138485482	1.138522836	- 3.7
0.909	0.576361043	1.140878495	1.140916982	- 3.9
0.910	0.577594201	1.143284062	1.143323476	- 3.9
0.911	0.578834250	1.145702398	1.145742940	- 4.1
0.912	0.580081314	1.148133722	1.148175350	- 4.2

TABLA 8

$t$	$h(t)$	$f(t)$	$f''(t) = P \cdot h(t)$	$E(t) = f(t) - f^*(t) \times 10^{-7}$
0.007	0.201706365	1.007024557	1.007024265	- 2.9
0.008	0.201908172	1.008032086	1.008032284	- 2.0
0.009	0.202110181	1.009040622	1.00904430	1.9
0.010	0.202312393	1.010050167	1.010050357	- 1.9
0.011	0.202514806	1.011060722	1.011060715	- 0.1
0.012	0.202717422	1.012072289	1.012072010	2.8
0.013	0.202920241	1.013084867	1.013085248	- 3.8
0.014	0.203123263	1.014098459	1.014098255	2.0
0.015	0.203326488	1.015113065	1.015113073	- 7.5
0.016	0.203529916	1.016128685	1.016128690	- 5.2
0.017	0.203733547	1.017145322	1.017145323	- 1.0

### Notas

+ Para las definiciones y caracterización de los operadores en este espacio, véase M. Cerrillo V., On the mode of convergence (apéndice) technical report No. 269 Research Laboratory of Electronics M.I.T.

++ Para una discusión relativa a los errores, véanse las referencias 1 y 2, así como las conferencias sobre operadores dictadas en la Ge-rencia de Exploración de Petróleos Mexicanos por el Dr. Manuel Cerrillo V. (inéditas).

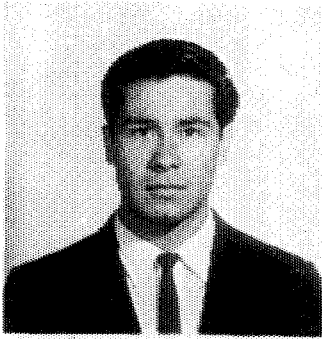
### Referencias

- 1.- Manuel Cerrillo V., "On the mode of convergence and its correction by linear summability", Technical report No. 269 Research Laboratory of Electronics M.I.T.

Sobre la síntesis de sistemas lineales para la transmisión sin retraso, retrasada y predicción lineal de señales 1, 11, Revista Mexicana de Física Vols. IV. 2 y V. 3, 1955.

- 2.- Manuel Cerrillo V. y E.F. Bolinder, on basic Existence Theorems in -- Network synthesis, IV Transmission of pulses. Technical report No. 246, 1952. Research Laboratory of Electronics M.I.T.

## AUTORES



LIC. FIS. MAT.

JAIME MARTINEZ RAMOS.

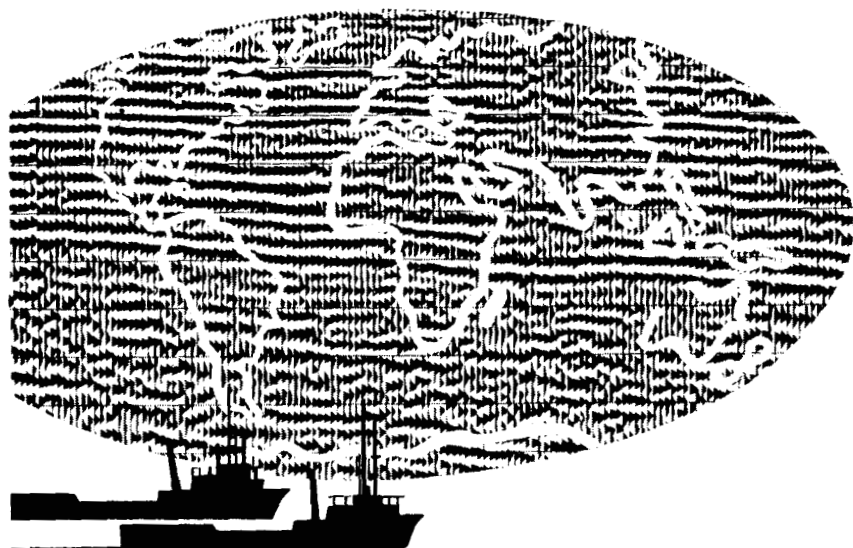
Originario de Villanueva Zacatecas. Obtuvo el grado de Lic. en Física y Matemáticas del Instituto Politécnico Nacional en el año de 1965, Pasante de la Maestría en Física en la misma escuela. Ingresó al Departamento de Geofísica de la Subdirección de Tecnología de Exploración del I.M.P., en el año de 1968, realizando estudios de sismología y gravimetría. En 1969 fué becado por el I.M.P., para realizar estudios de postgrado en Colorado School of Mines donde obtuvo el grado de Maestro en Ciencias en Geofísica en 1971. Actualmente pertenece al Departamento de Procesamiento Geofísico. Miembro de la S.E.G.



ING. ANTONIO ROLDAN.

El Físico Antonio Roldán G. se graduó de Físico en la escuela de Física de la Universidad Autónoma de Puebla en 1959, trabajó como espectroscopista de Rayos X y Emisión en el Consejo de Recursos no Renovables de 1959 a 1962. En 1963 ingresó a Petróleos Mexicanos donde llegó a desempeñar el cargo de Análisis Matemático de Modelos para Geofísica. Actualmente está comisionado por PEMEX en el IMP donde desempeña el cargo de Jefe de la Sección de Programación del Centro de Procesamiento Geofísico. Es Socio Activo y Editor de la Asociación Mexicana de Geofísicos de Exploración.

# NUESTRO "SIS" ES MUNDIAL



La Petty Geophysical Engineering Company está creciendo. La demanda constante por más y más productos derivados del petróleo y la consiguiente búsqueda de reservas, dan la oportunidad de crecer. Lo demás es cosa nuestra. La respuesta, creemos, es obtener resultados positivos para Ud. a través de nuestra experiencia, conocimientos, habilidades y creatividad. No es por accidente que las cuadrillas de la Petty están formadas por gente que ha tomado parte en el desarrollo de métodos nuevos—aceptados por toda la industria. Como líder en la exploración geofísica, la Petty minimiza sus riesgos exploratorios con los datos más precisos disponibles.

97 Avenida Juárez, Desp. 405, Mexico 1, DF  
Tel. 521-08-34



*"Desde 1925, Progreso por Excelencia"*

El equipo digital de campo SUM-IT VII es un sistema completo para emplearse en el registro sísmico de datos con cualquier técnica de campo: Vibroseis, Dinoseis, Dinamita y otros generadores de energía. El formato empleado es SEG-A de 9 pistas -- en cinta de  $\frac{1}{4}$ ".

# SUM-IT VII



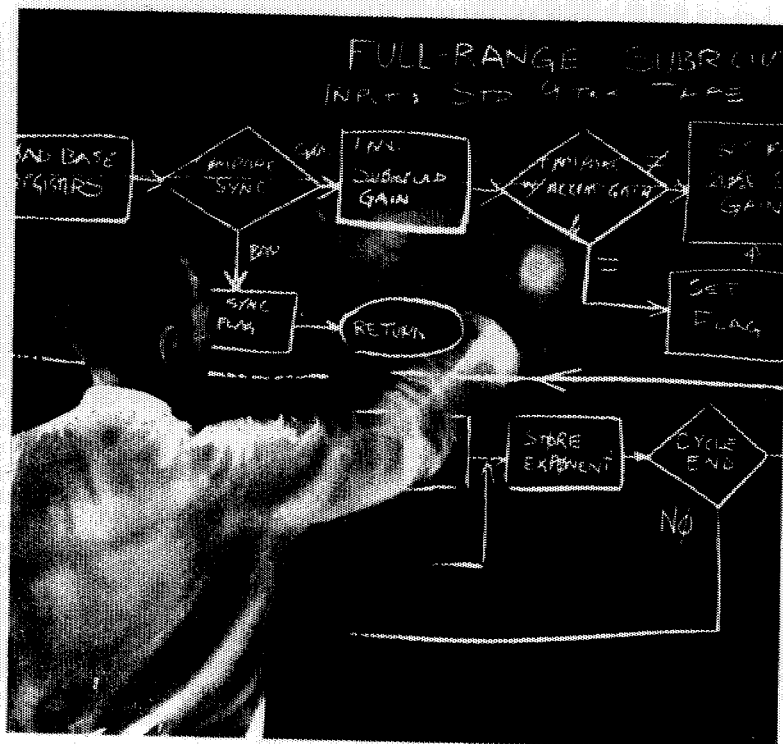
Para mayor información dirigirse a : Electro -  
Technical Labs Div. , Mandrel Industries, Inc.  
P. O. Box 36306, Houston, Texas 77036

 **ETL**  
ELECTRO-TECHNICAL LABS

# WESTERN

## SIEMPRE **EN MARCHA**

desde la programación de rango completo producida por amplificadores de incremento binario, hasta los nuevos conceptos sobre orígenes sísmicos.



933 North La Brea Avenue • Los Angeles, California 90038, E.U.A.  
 520 North Market Street • Shreveport, Louisiana 71107, E.U.A.

**WESTERN**  
**GEOPHYSICAL**  
 DIVISION OF HITTON INDUSTRIES



**Su trabajo: PRODUCCION SISMICA!**

**Procesos solicitados: PROGRAMAS AEN-O, DCN-1, DPG-O**

La cinta que Carlos Bissell se prepara a montar en un centro GSI de procesamiento, contiene registros de una de las líneas principales de su levantamiento marino. La oficina de interpretación necesita una sección después de que los sismogramas han sido editados (eliminadas trazas ruidosas, cambio de polaridad, etc.), corregidos por desplazamiento horizontal, deconvueltos y reunidas las trazas de profundidad común. Usted tiene prisa por ver los resultados en el informe semanal. Ahora es el momento en que Carlos tiene que producir.

¿Qué le ayuda a Carlos a producir? Primero, él conoce su trabajo. Ha sido entrenado para ello y tiene más de cinco años de experiencia en producción sísmica, 12 meses de esta aquí mismo, en este centro. Segundo, trabaja con equipo digital de alta velocidad, probado en producción y específicamente diseñado para procesar datos sísmicos. Tercero, tiene a su mando una biblioteca completa de alta eficiencia, programas de producción para aprovechar la potencia elaboradora del TIAC. Sobre todo, él está respaldado por hombres de la mayor, experiencia digital en producción sísmica—

Programadores, geofísicos de área, sismólogos, investigadores y gerentes de operaciones.

Con todo este apoyo, Carlos tiene que producir. Es su levantamiento y Ud. quiere su información geofísica libre de ruido y múltiples, y deconvuelta.

GSI está entregando producción sísmica digital en todo el mundo. Carlos podría hacer este mismo trabajo al igual que otros en centros de procesamiento sísmica digital pertenecientes a GSI en Dallas, Nueva Orleans, Midland, Houston, Londres, Calgary y en otros que se abrirán próximamente.

GSI significa producción geofísica, sísmica digital o analógica, gravimetría, magnetometría, acumulación de datos de campo, procesamiento o interpretación.

Estamos obligados a ello. Es nuestro trabajo.

**GSI**

**de Mexico S. A. de C. V.**

AVENIDA JUAREZ 119. DESPACHO 42.

MEXICO 1, D.F.







THOMPSON BUILDING  
TULSA, OKLAHOMA 74103

CONSULTORES INTERNACIONALES DE  
GEOLOGIA Y GEOFISICA

Ben. F. Rummerfield.- Presidente

Norman S. Morrissey.- Vice-Presidente

John Rice.- Jefe de Geofisicos

# Operación con unidades Vibroseis\*

Aplicada a la tecnología de campo

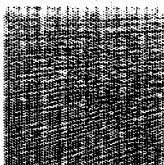


- Diseño de vehículo adaptado al terreno.
- Correlación digital de campo,
- Diseño específico de campo.

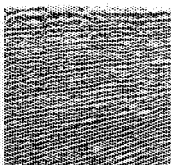
## Adecuada para el proceso de datos

### TVAC

Normal correlation and deconvolution



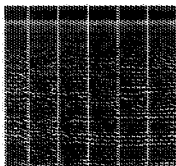
Adaptive correlation



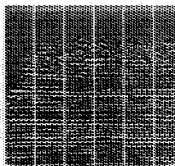
- Técnica de pulsos compresionales para el contenido de información traza por traza.
- Deconvolución apropiada a la mezcla de fases, característica del Vibroseis.
- Apilamiento vertical con la consiguiente supresión de ruido de gran amplitud.

### ANSAC

computed statics



ANSAC statics



Esta técnica está diseñada para determinar y aplicar correcciones estáticas inherentes al sistema CDP basada en las siguientes consideraciones.

- Correcciones por fuente de energía.
- Correcciones por detección
- Echado
- Dinámicas residuales

La técnica de Vibroseis requiere de una continua evaluación de los parámetros de campo y su relación con una cuidadosa planeación del proceso de datos. Y esta es la función del Seiscom/Delta en

las operaciones Vibroseis. Eficiencia en el trabajo de campo, calidad en el centro de proceso. Mayor información con el representante Seiscom/Delta.



Seismic Computing Corp.

P. O. Box 36789



Delta Exploration Company Inc.

Houston, Texas 77036 713/785-4060

\*Registered trademark and service mark of Continental Oil Company

## NOTA ACLARATORIA

En el número anterior se publicó el artículo "UNA EVALUACION DE LOS PATRONES PESADOS por el Sr. W. -- Harry Mayne, habiendo sido hecha la traducción al español por -- el Físico David Osorno Góngora del cuerpo de investigadores -- del Centro de Procesamiento Geofísico del Instituto Mexicano -- del Petróleo.

  
El editor  
ING. ANTONIO ROLDAN G.

# La Competencia en Exploración Geofísica Total en Telédyne Incluye

**Adquisición de Datos** • Completa y moderna instrumentación y técnicas • Operaciones mundiales • Terrestres y marinas • Explosivos sísmicos convencionales • VIBROSEIS\* • DINOSEIS\* • Pistola de aire • Alambre detonante • Sparkers • Gravimetría • Magnetometría

**Procesado de Datos** • Estado al día en el arte de computación digital • Serie completa de avanzados programas para mejoración de datos • Determinación automática de velocidad • Análisis de espectro • Programas especiales

**Interpretación • Investigación • Problemas Especiales • Datos Mas Significativos**

\*Marca de Fábrica y Uso de Continental Oil Company

†Marca de Fábrica de Atlantic-Richfield Company

## TELEDYNE EXPLORATION

5826 Chimney Rock Road, P. O. Box 36269

Houston, Texas 77038

Oficinas: Midland/New Orleans/Calgary/The Hague

