



El más grande
avance
hasta ahora
en sistemas
sísmicos
de campo

GEO SPACE HA TOMADO UN AVANZADO DISEÑO DE UN SISTEMA DE GRABACION CON GANACIA BINARIA Y HA REDUCIDO SU TAMAÑO PARA HACER LO VERDADERAMENTE PORTATIL. NO SOLAMENTE ESO, EL SISTEMA 1700 TIENE CARACTERISTICAS QUE CONTRIBUYEN A SU PRECISION, CONFIABILIDAD Y FACILIDAD DE OPERACION, TALES COMO: CONSUMO TOTAL DE POTENCIA MENOR DE 400 WATTS; DIFERENTES FORMAS DE OPERACION AUTOMATICA; INSTALACION DE CAMPO SIMPLIFICADA; EXTENSOS MEDIOS PARA PRUEBAS DE CAMPO PARA VERIFICACION INMEDIATA DE LOS RESULTADOS DE CAMPO; RANGO DE 90 DBs. DE GANANCIA BINARIA; CONFIGURACION EN FORMATO A O² B, CON CONVERSION DE CAMPO; EXTENDIBLE A 36, 48, 60 O MAS CANALES. PARA OPERACIONES TERRESTRES O MARINAS, EL SISTEMA GEO SPACE 1700 PUEDE ABRIR NUEVAS AREAS QUE DEPENDAN DE LA GRABACION DIGITAL DE LOS DATOS.



Leads the way in complete seismic instrumentation

5803 Glenmont Drive • Houston, Texas 77036
Telephone: 713/666-1611 • Cable GEOSPA
Telex: 077-374

GeoSpace 1700



CONSULTORES Y CONTRATISTAS
DE
GEOLOGIA Y GEOFISICA

Compañía Mexicana de Exploraciones, S. A.

RIO BALSAS 101 8º PISO APDO. POSTAL 5-255

MEXICO 5, D. F.

TELS. 28-83-90 14-44-02

COMPAÑIA MEXICANA AEROFOTO, S. A.



ESPECIALIDADES

Cartografía
Catastro urbano y rural.
Cálculo electrónico.
Diseño fotogramétrico electrónico de obras de Ingeniería.
Estudios preliminares.
Fotointerpretación.
Fotografía aérea: pancromática, Infrarroja y a color.
Fotografía comercial aérea
Fotomurales.
Levantamientos fotogramétricos.
Localización de obras.
Mosaicos fotográficos.
Programación electrónica.
Topografía

132 empleados especializados.

EQUIPO

1 Avión Queen Air A-80 Mat. XB-XAK
1 Avión Riley Rocket. Mat. XB-SAR
1 Avión Beech Craft Mat. XB-VIG
2 Aviones Piper Astec Mat. XB-MOJ y NOO
1 Avión Cessna 185 Mat. XB-TIS
Unidad Central de Proceso IBM. 1131
Lectora-perforadora de tarjetas IBM. 1442
Unidad Impresora. IBM. 1132
1 Cámara Fotogramétrica Zeiss MRK-A
1 Cámara Fotogramétrica Wild RC-9
1 Cámara Fotogramétrica Wild RC-8
1 Cámara Fotogramétrica Wild RC-5
3 Cámaras Fairchild
4 Cámaras para fotografía oblicua
6 Cámaras Rectificadoras

4 Cámaras de Reproducción
3 Unidades de Telurómetro MRA-2
4 Teodolitos Wild T-2
2 Niveles automáticos Wild NAK-2
4 Camionetas doble tracción
2 Autógrafos Wild A-7 con Registradora de coordenadas
1 Estéreo cartógrafo Wild A-8
1 Autógrafo Wild A-9
4 Autógrafos Wild B-8
1 Balplex 760, de 7 proyectores
2 Kelsh K-3, de 4 proyectores c.u.
3 Kelsh K-1, de 2 proyectores c.u.
2 Multiplex de 8 proyectores c.u.

DIRECCION

Av. Obrero Mundial Núm. 338 esq. con Pastolassi.
Teléfonos: 43-38-30 con tres líneas directas y 19-87-45.
Cable: AEROFOTO, MEXICO MEXICO 12, D. F.
Servicios Aéreos: Ave. Santos Dumont Núm. 212.

SCHLUMBERGER

SCHLUMBERGER SURENCO, S. A.

AGENCIA EN MEXICO

Av. Morelos 98, Desp. 306

Tels.: 46-85-25 y 46-13-85

MEXICO 6, D. F.

**GEOFISICOS CONSULTORES PARA
PETROLEOS MEXICANOS**



*Seismograph Service Corporation
of Mexico*

**AVE. JUAREZ 95-207 • MEXICO I, D.F.
TELEFONOS : 18-27-25 • 18-56-33**

**SUBSIDIARIA DE
SEISMOGRAPH SERVICE CORPORATION
6200 East 41st. St. • Box 1590 • Tulsa, Oklahoma, U.S.A.**

ESPECIALIZADOS EN :

**SERVICIO DE
GEOFISICA**

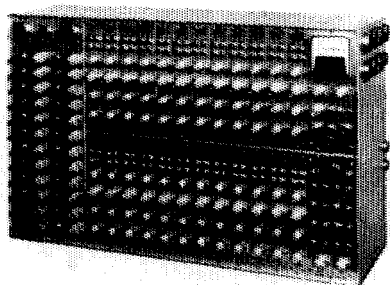
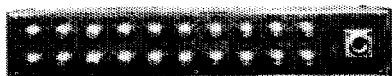
- Levantamientos :**
- Sismológicos
 - Gravimetricos
 - Magnetométricos
 - Procesado de Datos Magnéticos
 - LORAC - Levantamiento Electrónico

**SERVICIO DE
REGISTRO DE POZOS**

- Registros para Evaluación de Formaciones
- Registros de Pozos de Producción
- Servicio de Terminación Permanente
- Registro Continuo de Velocidad

INSTRUMENTAL GEOFISICO

**DA MEJOR
RENDIMIENTO,
MAYOR DURACION
Y A UN COSTO MENOR**



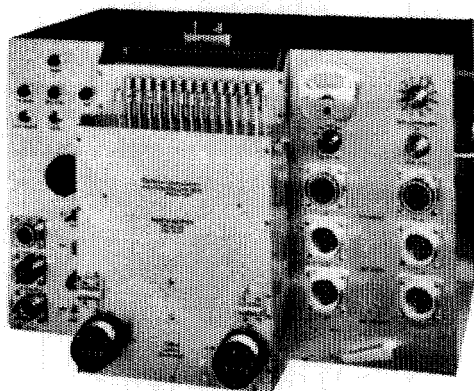
FORTUNE T-1. SISTEMA DE AMPLIFICADORES SISMICOS TRANSISTORIZADOS PARA TRABAJOS DE REFLEXION Y REFRACCION.

BAJO COSTO — El modelo T-1 es el amplificador transistorizado más barato en el mercado.

POCO PESO Y TAMAÑO REDUCIDO — El equipo T-1 de 24 canales, completo, pesa únicamente 73 libras (33.1 Kgs.) y está contenido en una sola caja, cuyas dimensiones son: 25 3/8" de largo, 15 3/4" de alto y 8" de fondo.

ALTA SENSIBILIDAD — Como el ruido propio del equipo es muy bajo, es posible operarlo con altas ganancias. La relación de señal a ruido, en los amplificadores, es de 20 db a 0.5 microvolts de entrada.

POTENCIA REQUERIDA — 2 amperes, a 12 volts de corriente directa.



FORTUNE DC-2B. SISTEMA DIRECTO DE GRABACION Y REPRODUCCION. COMPLETAMENTE TRANSISTORIZADO

El equipo DC-2B es capaz de aplicar, simultáneamente, correcciones estáticas y dinámicas a 24 trazas o más, empleando cintas normales de 6 1/2 ó 7" de ancho. Las correcciones dinámicas se aplican mediante una leva acoplada a la flecha del tambor y que puede ser referida a él. También es posible obtener levas previamente calibradas y ajustadas a determinada función analítica.

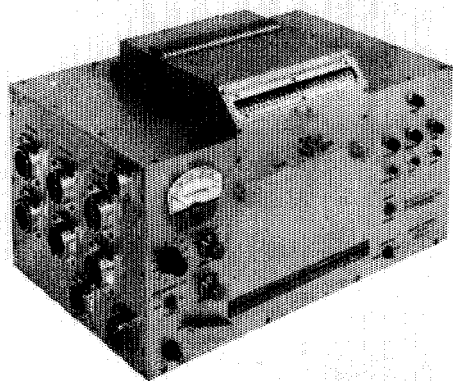
SE AJUSTA A CUALQUIER SISTEMA DE TIRO — No importa el sistema de tiro empleado, ya que mediante una barra universal de tendidos y gracias a medidores ajustables (calibrados en por ciento), es posible aplicar a cada traza la corrección dinámica adecuada.

ESPECIFICACIONES DEL MODELO DC-2B.

Transportador de la cinta. Mediante tambor, cuyo diámetro es de 7.5".
Número de canales. 24 sísmicos, 2 ó 4 auxiliares.
Tamaño de la cinta. 6 1/2 ó 7" de ancho por 24 1/2" de largo.
Distancia entre pistas. 1/4" (de centro a centro).
Velocidad de la cinta. 3.59"/segundo.
Tiempo útil de grabación. 6 seg. (el tambor da una vuelta completa en 6.6 seg.).
Corrección dinámica máxima. 150 miliseg.
Característica del motor. De histéresis de 400 ciclos.
Corrección máxima. Acoplado al tambor.
Rango de corrección estática. 700 miliseg/segundo.
Polarización (bias). ± 50 miliseg.
Respuesta. 8 miliamperes a 11 Kilociclos.
Relación de señal a ruido. De 5 a 200 cps.
Distorsión armónica total (a 100% el nivel de grabación). 50 db RMS a RMS.
Alimentación cruzada (cross feed). 2.5%.
Grado de exactitud del sistema de tiempo. ± 1 miliseg.
Necesidades de entrada (a 100% el nivel de grabación). 50 milivolts a través de 40 ohms.*
Salida (a 100% el nivel de grabación). 100 microvolts a 50 ohms.
Potencia requerida. 0.5 amper en vacío y 14 amperes con carga.
Tamaño del transportador de la cinta. 15 X 18 X 14".
Peso. 90 libras (40 823 Kgs.).

* Al ordenar un equipo, las necesidades de entrada pueden ser cambiadas al gusto del cliente. Esto puede hacerse sin cambiar las demás especificaciones.

....DE "FORTUNE ELECTRONICS"



FORTUNE SR-5. SISTEMA DE GRABACION DIRECTA EN UNA UNIDAD "BUFFERLESS" (DE MENOR AMORTIGUAMIENTO).

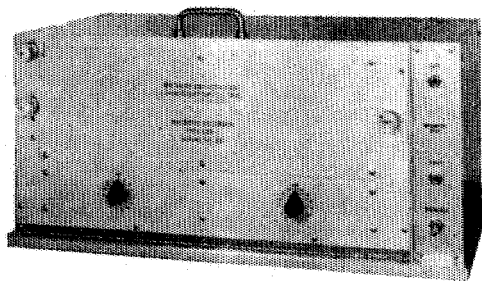
TOTALMENTE TRANSISTORIZADO — La grabadora SR - 5 ofrece los últimos adelantos en sencillez de manejo, presentando características iguales a las de sistemas más costosos y complicados.

PRECISION Y SENCILLEZ — Durante el proceso de grabación, las cabezas magnéticas están gobernadas desde la salida de los amplificadores sísmicos. Para las reproducciones, las cabezas son conectadas directamente a la entrada de los amplificadores. La reproducción queda compensada mediante una red pasiva. La ventaja de todo este tipo de operación es que se obtienen resultados con un mínimo de complicaciones y conexiones.

UN SISTEMA COMPLETO — El modelo SR - 5 está equipado con sistemas Fortune de polarización y manejo, los cuales han sido probados cientos de veces en diferentes partes del Mundo. La unidad contiene los amplificadores necesarios para grabar instante de explosión, tiempo vertical y escala de tiempo. Tiene conexiones exteriores para diversos circuitos, tales como la acción de la supresión a partir del instante de tiro, el arranque de la cámara, etc., todo ello a base de levas. Para acoplar el SR-5 a un equipo convencional, lo único que se requiere es un juego de cables interconectores.

ESPECIFICACIONES DEL MODELO SR-5.

Transporte de la cinta. Mediante tambor, cuyo diámetro es de 7.5".
 Número de canales. 24 sísmicos y 2 ó 4 auxiliares.
 Tamaño de la cinta. 6 1/2 ó 7" de ancho por 24 1/2" de largo.
 Velocidad de la cinta. 3.59"/segundo.
 Tiempo útil de grabación. 6 seg. (el tambor da una vuelta completa en 6.6 seg.)
 Características del motor. De histéresis de 400 ciclos. Acoplado al tambor.
 Polarización (bias). 8 miliamperes a 5 kilociclos.
 Respuesta. De 5 a 200 cps.
 Correcciones estáticas (opcional) ± 100 miliseg.
 Relación de señal a ruido 50 db RMS a RMS.
 Distorsión armónica total. (A 100% el nivel de grabación. 2.5%
 Alimentación cruzada. (Cross feed). Con entrada de 100%. —36 db a 10 cps.
 Nivel de grabación. 50 milivolts a través de 40 ohms.
 Potencia requerida. 0.5 amper en vacío y 6.5 amperes con carga.
 Medida del transportador de la cinta. 11 x 18 1/2 x 11 1/4".
 Peso. 53 libras (24.040 kgs.).



FORTUNE — LDR.

MICROPISTA - 1 (UNIDAD DE DOS TAMBORES)

PARA USARSE EN OFICINAS O EN EL CAMPO La serie LDR se obtiene en uno, dos o tres tambores. También existe el tipo de un solo tambor ancho, con 54 cabezas de micropista, capaz de manejar, simultáneamente, una cinta ancha o dos cintas angostas.

Cada cabeza de micropista graba sobre un ancho de 0.006", teniendo para su control lateral hasta 20 posiciones, en forma manual o automática.

Actualmente los modelos LDR llevan 15, 12 y 6 pasos, pudiendo instalarse cabezas de doble micropista, para grabación simple o doble.

Si se desean combinar los resultados de diferentes pozos de tiro, para puntos de reflexión común (common depth point), es posible agregarle al equipo conexiones programadas y amplificadores de transcripción.

Para el sistema anterior (de punto común) o trabajos de caídas de peso (weight drop), pueden combinarse los modelos LDR-1 y DC-2B, obteniendo así un equipo sísmico completísimo.

*Fortune
Electronics, Inc.*

H. H. HAPPEL — H. H. HAPPEL, Jr.
2505 SOUTH BOULEVARD, HOUSTON, TEXAS

Representante en Europa:

Techmation

113 Rue Lamarck, París, Francia.

Carlos Alemán A.

EXPLORACION

y

PERFORACION

Iturbide No. 36 Desp. 201. Tel. 10-15-64

MEXICO 1, D. F.

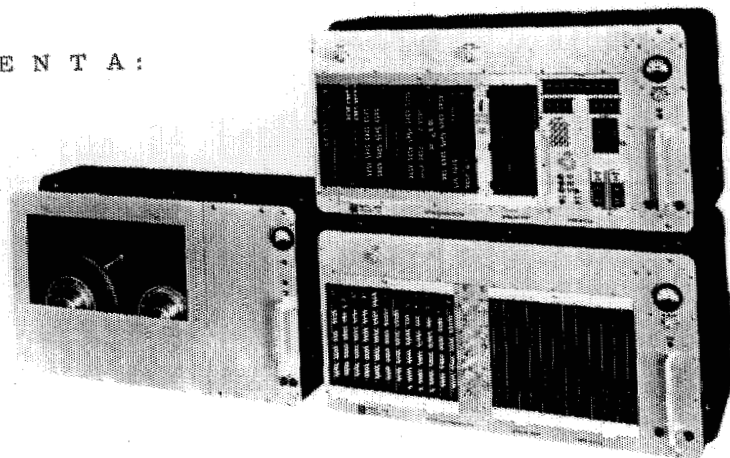
ALSINA INSTRUMENTS & SALES

P. O. BOX 203

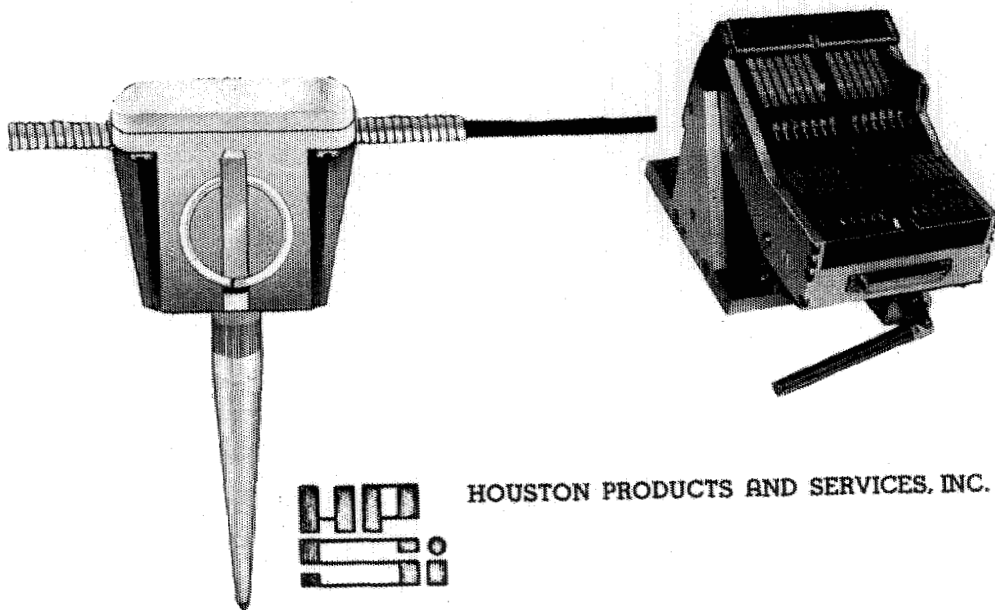
ALIEF, TEXAS 77411

PHONE (713) 498-6064

R E P R E S E N T A :



DIGITAL DATA SYSTEMS, INC.



HOUSTON PRODUCTS AND SERVICES, INC.

BOLETIN

de la

Asociación Mexicana de Geofísicos de Exploración

S U M A R I O

INTRODUCCION A LA GRAVIMETRIA (2 a. Parte)

Ing. Manuel Baca U.

ASOCIACION MEXICANA DE GEOFISICOS DE EXPLORACION

MESA DIRECTIVA PARA EL PERIODO 1971-1972

Presidente:	Ing. Antonio C. Limón
Vicepresidente:	Ing. Santiago Gutiérrez
Secretario:	Ing. David Juárez T.
Tesorero:	Ing. Patricio Díaz Frías
Editor:	Ing. Antonio Camargo Z.
Vocales:	Ing. Francisco Tiburcio
	Ing. Raymundo Aguilera
	Ing. Raúl Silva Acosta
	Ing. J. Guadalupe Viveros
	Ing. Felipe Neri España.
Presidente saliente:	Ing. Armando Eguía Huerta.

Este boletín no se hace responsable de las ideas emitidas en los artículos que se publiquen, sino sus respectivos autores.

Este boletín se publica cada tres meses y se distribuye gratuitamente a los socios.

El precio de subscripción para no socios es de \$ 150.00 M. N. al año y de \$ 50.00 M. N. número suelto.

Para todo asunto relacionado con el boletín: manuscritos, asuntos editoriales, subscripciones, descuentos especiales a bibliotecas públicas ó de Universidades, publicaciones, anuncios, etc., dirigirse a:

Ing. ANTONIO CAMARGO
Apdo. 530077
México 17, D. F.

Imprenta LIOSARDEZ

Puente de la Morena 18 - B
México 18, D. F., Tel. 5-15-69-31

INSTRUMENTOS DE MEDICION DE LA GRAVEDAD.

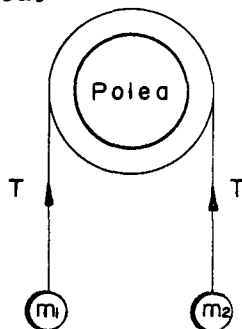
Las mediciones de la aceleración gravitacional de la tierra, se han efectuado desde el siglo pasado. Las primeras mediciones fueron lo suficientemente aproximadas para mostrar la variación de la gravedad con la latitud y con la elevación, sin embargo las necesidades de la exploración gravimétrica requieren mediciones con una exactitud varias veces mas alta que las proporcionadas por los aparatos usados en aquel entonces.

La aceleración g de la gravedad puede medirse por aparatos "Dinámicos" o "estáticos". Los métodos de la medición dinámica de la gravedad, mas importantes son:

I). Medición de la velocidad de la caída de un cuerpo, se ejecuta por medio de:

a) La máquina de Atwood, que consiste en una Polea con una cuerda en los extremos de la cual se encuentran dos cuerpos de masas ligeramente diferentes, de manera que la aceleración efectiva sea una pequeña fracción de g . Las ecuaciones son muy fáciles de establecer si se desprecia la fricción de la cuerda en la polea.

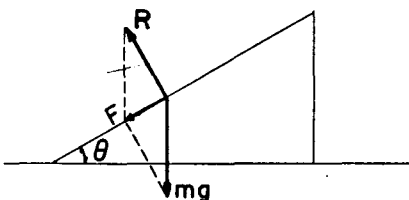
b) El plano inclinado de Galileo, que nos da una manera sencilla de estudiar la gravedad puesto que la aceleración resultante puede reducirse tanto - como se quiera, variando el ángulo de inclinación θ del plano.



De la figura y la 2a. ley de Newton

$$F = ma = mg \cdot \sin \theta$$

para el movimiento en un plano inclinado



nado perfectamente liso la aceleración eliminando m , es:

$$a = g \sin \theta$$

y la reacción en el plano será:

$$R = mg \cos \theta$$

componente que no afecta directamente al movimiento. Para diferentes ángulos θ , a cambia de acuerdo con este, cualidad que se usa para calcular g .

Para

$$\theta = 30^{\circ} \quad a = 490 \text{ cm/seg}^2$$

$$\theta = 5^{\circ} \quad a = 85.5 \text{ cm/seg}^2$$

$$\theta = 1^{\circ} \quad a = 17.2 \text{ cm/seg}^2$$

c) La máquina de Volet.- Este aparato ha sido desarrollado recientemente y se basa en la caída libre de un cuerpo. Consiste en una regla metálica de 2 metros de longitud que tiene varias escalas transparentes espaciadas en tal forma, que cuando la regla cae, las escalas pasan por el eje de una cámara en sincronismo con una fuente de luz intermitente con destellos 10 veces cada segundo. La regla está montada en canales dentro de una cámara de vacío y sus intervalos de escala calibrados con el metro internacional; la frecuencia de la luz está controlada por una señal de frecuencia standard, pudiéndose medir directamente la aceleración

II). Mediciones del período de un cuerpo oscilante bajo la acción de la fuerza de gravedad. En este tipo pueden considerarse; el péndulo simple, el péndulo compuesto de tipo reversible y el variómetro. La descripción de estos aparatos se hace más adelante.

En el grupo de tipo estático se pueden considerar:

- I.- Los instrumentos usando el principio del equilibrio de un resorte y
- II.- Los gravímetros de presión de gas.

En la historia de la exploración gravimétrica mexicana, principalmente en la prospección del petróleo, se han utilizado tres tipos de instrumentos: La Balanza de torsión, el péndulo y el gravímetro.

El primero de estos aparatos tuvo un uso muy amplio a principios del siglo hasta aproximadamente 1935 en que el desarrollo y perfeccionamiento de los gravímetros lo desplazó casi definitivamente.

El péndulo tuvo un uso limitado en la exploración pero actualmente los datos proporcionados por él, solamente se usan y son necesarios para calibrar las lecturas del gravímetro o para tener un valor absoluto de gravedad, al cual referir cualquier área explorada, ya que el gravímetro solamente mide diferencias de gravedad.

El desuso en que ha caído la balanza de torsión nos obliga a eliminarla de estos apuntes, dando solamente una breve descripción de ella y sus aplicaciones.

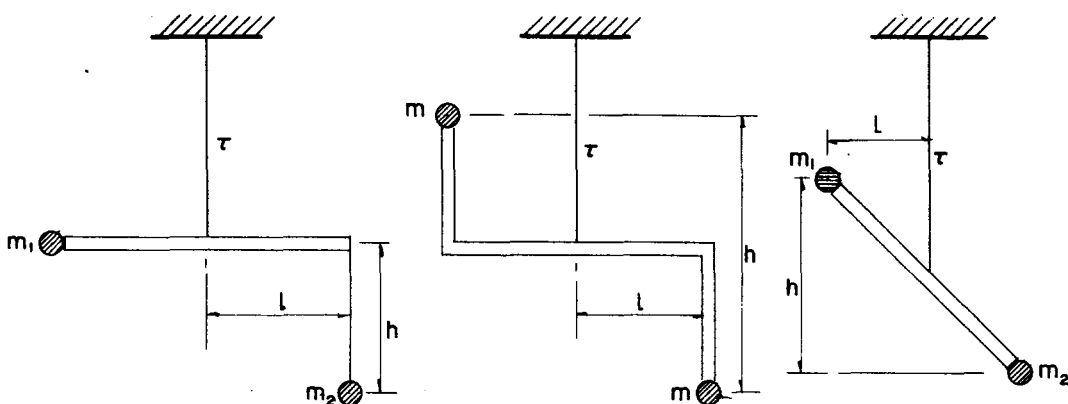
En los apartados correspondientes al gravímetro únicamente explicaremos el funcionamiento del La Coste-Romberg usado para las mediciones por el Instituto de Geofísica de la U.N.A.M. para sus investigaciones y el gravímetro Worden, usado por Petróleos Mexicanos actualmente en sus exploraciones, mencionando únicamente los demás sistemas, cuyo funcionamiento puede -

consultarse en los textos de Heiland, J. Jakosky ó Nettleton indistintamente.

De acuerdo con su desarrollo en la exploración, trataremos en su orden los 3 tipos de aparatos.

BALANZA DE TORSION DE EOTVOS.

La balanza de torsión es un aparato que mide la distorsión del campo gravitacional en lugar de su intensidad tal como la mide el péndulo o el gravímetro, es decir, mide los gradientes y curvaturas, los que muestran disposiciones características cuando se tienen en el subsuelo anomalías de densidad, tales como las causadas por estructuras o Domos salinos.



DIFERENTES TIPOS DE BALANZAS DE TORSION.

Los elementos esenciales de una balanza de torsión son un par de masas m_1 y m_2 , suspendidas por una sensible fibra de torsión de tal manera que se encuentran desplazadas horizontal y verticalmente una de la otra.-Si el campo no es uniforme, deberá existir una ligera diferencia en la dirección de la fuerza gra-

vitacional aplicada a las dos masas.

En principio el instrumento es análogo a la balanza - de Cavendish que se utilizó para establecer la constante universal de gravitación con la diferencia de que las dos masas no están en el mismo plano horizontal, de manera que además de medir la curvatura, poder medir también los gradientes del potencial gravitacional. La barra de la balanza gira únicamente cuando actúa sobre los pesos una fuerza "diferencial" horizontal, es decir, cuando la componente horizontal gravitatoria es diferente en cada uno de los extremos de la barra; la magnitud de rotación depende de la magnitud de esta fuerza horizontal y de la rigidez del hilo del soporte, y cuantomayor sea el gradiente mayor será el par que causa la rotación.

Aunque sus partes principales son sencillas, el instrumento en sí es muy preciso. La gran sensibilidad de la fibra de Torsión requiere una protección especial de las irregularidades de la temperatura, que deben producir corrientes de aire en el - interior del aparato de suficiente magnitud para provocar dis-- turbios. Por esta razón el equipo se construye comunmente con tres cajas de metal separadas y aisladas térmicamente una de la otra, para asegurar la uniformidad de la temperatura en su inte-- rior.

Aunque con la balanza se tiene una gran precisión en terrenos planos, las razones principales que contribuyeron a su sustitución fueron: La lentitud en su operación y su gran sensibilidad a los efectos gravitacionales causados por la topografía del terreno, muy difíciles de corregir exactamente.

PENDULOS.

El péndulo físico, una barra rígida que puede oscilar en torno a un punto de suspensión cercano a uno de sus extremos, se ha considerado el instrumento clásico para medir la gravedad absoluta. Las mediciones de gravedad con un péndulo descansan en el hecho de que el período de un péndulo oscilando libremente es inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la aceleración gravitacional.

El péndulo reversible de Kater fue el prototipo de varios instrumentos ideados para medir la gravedad con una precisión cercana a 1 parte en un millón, pero los aparatos de este tipo requieren tal cantidad de control que no se pueden utilizar para medidas en el terreno.

Si las dimensiones físicas de un péndulo se mantienen constantes y se mide su período con suficiente aproximación, pequeños cambios en este deben reflejar pequeños cambios en la gravedad. Sin embargo, la medición de la masa, momento de inercia y la distancia entre el punto de soporte y el centro de masa, que son cantidades que intervienen en el cálculo del período no puede hacerse con la suficiente exactitud para tener una gran aproximación como $1/10^6$. El período puede medirse comparando el péndulo con un cronómetro, el cual es independiente de pequeñas variaciones de g .

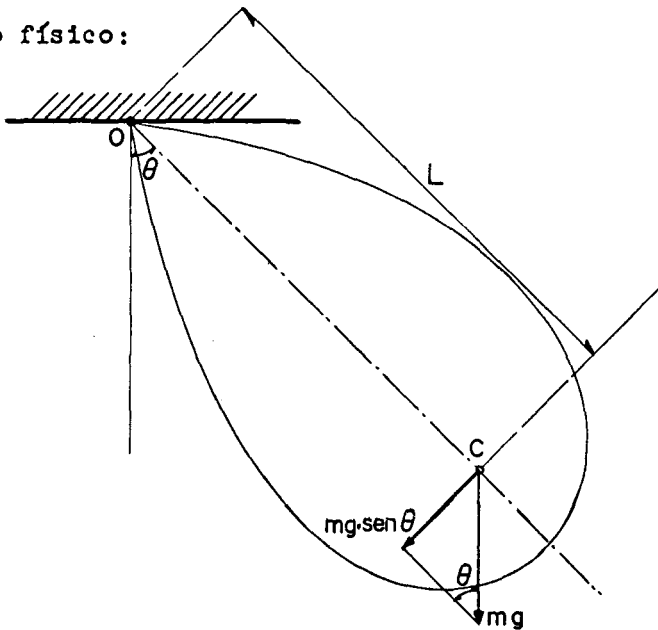
MOVIMIENTO DE UN PENDULO.

La mayoría de los textos derivan primero las ecuaciones del péndulo matemático, un péndulo ficticio que ayuda en el establecimiento de las expresiones para el período de oscila

ción del péndulo real. El péndulo matemático se considera un - punto sin masa colgando de una cuerda sin peso, mientras que el péndulo físico real es la suma de un número infinito de péndulos matemáticos de diferentes longitudes.

Este sistema trae como consecuencia un proceso matemático relativamente largo, ya que se tiene que establecer después de calcular el período de péndulo matemático, la relación con el físico; El desarrollo se puede consultar en el Heiskanen.

Un proceso mas corto es considerar directamente el péndulo físico:



Sea P un péndulo de masa m y con un momento de inercia I alrededor de su punto de suspensión O , siendo L la distancia de este punto al centro de gravedad C .

Denotaremos por θ el desplazamiento angular de la línea OC y por g la aceleración de la gravedad.

Recordemos que la ecuación de movimiento, considerando el péndulo como un cuerpo rígido

$$I_0 \frac{d\omega}{dt} = M_c \quad I_0 = \sum m_i l_i^2$$

en la que I_0 es el momento de inercia con respecto al centro O , ω la velocidad angular y M_c el momento de la fuerza con respecto al eje de rotación O , así pues, en nuestro caso

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} = a \quad y \quad F = mg \cdot \sin \theta$$

sustituyendo tendremos

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} = -mgl \sin \theta \quad \text{-----} \quad (1)$$

Esta ecuación nos dice que la relación de cambio del momento angular alrededor del eje de suspensión, es igual al momento del peso alrededor del mismo eje. Para poder integrar de inmediato, tenemos que multiplicar ambos lados por $d\theta/dt$, y tendremos

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} \cdot \frac{d\theta}{dt} = -mgl \sin \theta \frac{d\theta}{dt}$$

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} \cdot \frac{d\theta}{dt} dt = -mgl \sin \theta d\theta$$

$$I \int_0^\theta \frac{d^2\theta}{dt^2} \frac{d\theta}{dt} dt = -mgl \int_0^\theta \sin \theta d\theta$$

para facilitar la integración y para mayor fluidez hacemos

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega \quad y \quad \frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d\omega}{dt}$$

lo que nos da para el primer miembro

$$I \int_0^\theta \omega \frac{d\omega}{dt} dt = I \left(\frac{1}{2} \omega^2 \right)$$

$$\left[\frac{1}{2} I \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right]_0 - \frac{1}{2} I \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 = mgl (\cos \theta_0 - \cos \theta) \quad \text{--- (2)}$$

o bien ordenando , dejando las condiciones iniciales en el segundo miembro y cambiando signo:

$$\left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 = \frac{2}{I} \left\{ \left[\frac{I}{2} \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right]_0 + mgl (\cos \theta - \cos \theta_0) \right\}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \sqrt{\left[\left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right]_0 + \frac{2mgl}{I} (\cos \theta - \cos \theta_0)}$$

e integrando de nuevo

$$t = \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{d\theta}{\sqrt{\left[\left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right]_0 + \frac{2mgl}{I} (\cos \theta - \cos \theta_0)}} \quad \text{--- (3)}$$

Si para las condiciones iniciales establecemos que cuando

$$t = 0 \quad \theta_0 = 0 \quad \text{y} \quad \left(\frac{d\theta}{dt} \right)_0 = \omega_0$$

obtendremos

$$t = \frac{1}{\omega_0} \int_0^{\theta} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - \frac{2mgl}{\omega_0^2 I} (1 - \cos \theta)}}$$

y haciendo uso de la relación trigonométrica

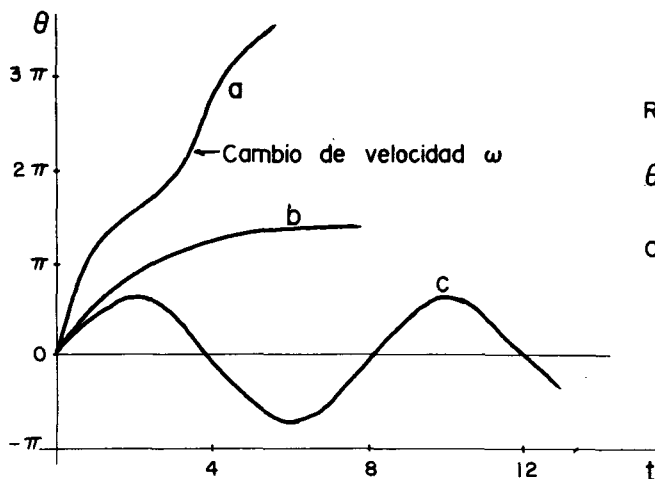
$$2 \operatorname{sen}^2 \frac{A}{2} = 1 - \cos A$$

$$t = \frac{1}{\omega_0} \int_0^{\theta} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - \frac{4mgl}{\omega_0^2 I} \operatorname{sen}^2 \frac{\theta}{2}}} \quad \text{--- (4)}$$

El comportamiento de esta integral está gobernado por el signo del radical, es decir si

$$\frac{4mgl}{\omega_0^2 I} \leq 1$$

Varían las condiciones para cada caso .



Rotación (curva a) $\omega_0 > \sqrt{\frac{4mgL}{I}}$

$\theta \rightarrow 180^\circ$ (curva b) $\omega_0 = \sqrt{\frac{4mgL}{I}}$

Oscilación (curva c) $\omega_0 < \sqrt{\frac{4mgL}{I}}$

Analicemos cada uno de los 3 casos:

Caso a). $\frac{4mgL}{\omega_0^2 I} < 1$, en este caso el ángulo se incrementa indefinidamente debido a que la expresión bajo el radical es siempre positiva. De otra manera, si la velocidad angular inicial es $\omega_0 > \sqrt{\frac{4mgL}{I}}$, el péndulo continúa su movimiento rotacional indefinidamente en una sola dirección, sin regresar, girando el cuerpo con velocidad variable. Esta condición es mas facil de explicar físicamente en la forma:

$$\frac{I \omega_0^2}{2} > 2 mgL$$

Lo que significa que la cantidad de energía cinética disponible es mayor que el trabajo necesario para subir el centro de gravedad de su mas baja a su mas alta posición.

Caso b). $\frac{4mgL}{\omega_0^2 I} = 1$, en este caso el valor de la integral (4) para $\theta = \pi$ en su límite superior es divergente, lo que significa que el péndulo tenderá a la posición mas alta sin alcanzarla en un tiempo finito, y finalmente el caso que nos interesa.

Caso c). $\frac{4mgL}{\omega_0^2 I} > 1$

En este caso la expresión bajo el radical, es real, solamente si el valor de θ varía entre $\pm \alpha$, en donde

$$\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{I \omega_0^2}{4 m g L} \quad \therefore \quad I \omega_0^2 = 4 m g L \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

con lo cual obtendremos un movimiento oscilatorio de amplitud α

Introduciendo $\sin^2 \frac{\alpha}{2}$ en la ecuación (4) tendremos

$$t = \frac{1}{\omega_0} \int_0^{\theta} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - \frac{4 m g L}{4 m g L \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \times \sin^2 \frac{\theta}{2}}}$$

reduciendo

$$t = \frac{1}{\omega_0} \int_0^{\theta} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta / 2}{\sin^2 \alpha / 2}}} \quad \text{-----} \quad (5)$$

La integral (5) extendiéndose de 0 a α da 1/4 del período de la oscilación completa, pero para el cálculo práctico es mas conveniente tener una integral entre 0 y 2π , por lo que transformamos

$$\frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} = \sin \phi \quad \text{-----} \quad (a)$$

$$\text{Diferenciando } \frac{1}{2} \cdot \frac{\cos \frac{\theta}{2} d\theta}{\sin \frac{\alpha}{2}} = \cos \phi d\phi \quad \text{-----} \quad (b)$$

De las condiciones de oscilación

$$\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{I \omega_0^2}{4 m g L} \quad ; \quad \omega_0^2 = \frac{4 m g L \sin^2 \alpha / 2}{I} \quad \therefore$$

$$\frac{1}{\omega_0} = \frac{I}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{I}{m g L}} \quad \text{-----} \quad (c)$$

De la ecuación (a)

$$\sin \frac{\theta}{2} = \sin \phi \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$\sin^2 \frac{\theta}{2} = \sin^2 \phi \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$\cos \frac{\theta}{2} = \sqrt{1 - \sin^2 \frac{\theta}{2}} = \sqrt{1 - \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cdot \sin^2 \phi} \quad \text{de (b)}$$

$$d\theta = \frac{2 \cos \phi \sin \frac{\alpha}{2} d\phi}{\cos \frac{\theta}{2}} = \frac{2 \cos \phi \sin \frac{\alpha}{2} d\phi}{\sqrt{1 - \sin^2 \frac{\alpha}{2} \sin^2 \phi}} \quad \text{--- (d)}$$

sustituyendo en la integral (5) las ecuaciones

a), b), c) y d) tendremos:

$$T = \frac{1}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{I}{mgL}} \int_0^\phi \frac{2 \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \phi d\phi}{\sqrt{1 - \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cdot \sin^2 \phi} \sqrt{1 - \sin^2 \phi}}$$

haciendo las reducciones y recordando que:

$$\cos \phi = \sqrt{1 - \sin^2 \phi}$$

llegamos finalmente a la integral tipo

$$T = \sqrt{\frac{I}{mgL}} \int_0^\phi \frac{d\phi}{\sqrt{1 - \sin^2 \frac{\alpha}{2} \sin^2 \phi}} \quad \text{--- (6)}$$

si comparamos esta integral con la forma standard de la "integral eliptica de primera clase de Legendre",

$$T = A \int_0^\phi \frac{d\phi}{\sqrt{1 - K^2 \sin^2 \phi}} \quad \text{--- (6A)}$$

vemos que $K^2 = \sin^2 \frac{\alpha}{2}$, por lo que no puede resolverse por medio de funciones elementales. Existen tablas para el valor de esta integral en función de la amplitud ϕ y del módulo K . Sin embargo, puesto que nuestro problema implica que α es pequeño, por el uso del teorema del binomio podemos convertir el radical en una serie.

Por otro lado nuestro límite $\theta = \alpha$, corresponde ahora a $\phi = \frac{\pi}{2}$, por lo que un cuarto del período total será -- igual a:

$$\frac{T}{4} = \sqrt{\frac{I}{mgL}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\phi}{\sqrt{1 - \sin^2 \frac{\alpha}{2} \sin^2 \phi}}$$

entonces :

$$(1 - \sin^2 \frac{\alpha}{2} \sin^2 \phi)^{-\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2} \sin^2 \frac{\alpha}{2} \sin^2 \phi + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \sin^4 \frac{\alpha}{2} \sin^4 \phi + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \sin^6 \frac{\alpha}{2} \sin^6 \phi + \dots$$

sustituyendo

$$T = 4 \sqrt{\frac{I}{mgl}} \left\{ \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\phi + \frac{1}{2} \sin^2 \frac{\alpha}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 \phi d\phi + \frac{3}{8} \sin^4 \frac{\alpha}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 \phi d\phi + \right. \\ \left. + \frac{15}{48} \sin^6 \frac{\alpha}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^6 \phi d\phi + \dots \right\}$$

efectuando la integración

$$T = \frac{4\pi}{2} \sqrt{\frac{I}{mgl}} \left\{ 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \left(\frac{3}{8}\right)^2 \sin^4 \frac{\alpha}{2} + \left(\frac{15}{48}\right)^2 \sin^6 \frac{\alpha}{2} + \dots \right\}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}} \left\{ 1 + \left(\frac{1}{4}\right) \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \frac{9}{64} \sin^4 \frac{\alpha}{2} + \dots \right\}$$

y puesto que estamos considerando a α pequeño para las dos primeras aproximaciones, despreciando los términos de la 4a. potencia

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}} \left\{ 1 + \frac{\alpha^2}{16} + \dots \right\}$$

primera aproximación para oscilaciones infinitamente pequeñas

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}} \quad \text{--- (7)}$$

y el período es independiente de la amplitud α

La segunda aproximación da

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}} \left[1 + \frac{\alpha^2}{16} \right] \quad \text{--- (8)}$$

de (8) se puede calcular el período de oscilación T del período observado T_0 .

$$T = T_0 \left[1 + \frac{\alpha^2}{16} \right] = T_0 + T_0 \frac{\alpha^2}{16}$$

El término $\left[-T_0 \frac{\alpha^2}{16} \right]$ es la reducción por arco, la que es muy pequeña en los péndulos usados en la práctica, por lo que casi -

siempre no se toma en consideración y se usa el valor observado.

EXPLORACION GRAVIMETRICA, CON PENDULO.

En exploración, cuando se utiliza péndulo, normalmente se usa un péndulo Base y un péndulo de campo, estando los dos péndulos en comunicación por radio.

Cuando se usan dos péndulos de longitudes L_1 y L_2 es fácil demostrar que las longitudes de los péndulos son proporcionales a los cuadrados de los períodos T_1 y T_2 .

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{T_1^2}{T_2^2}$$

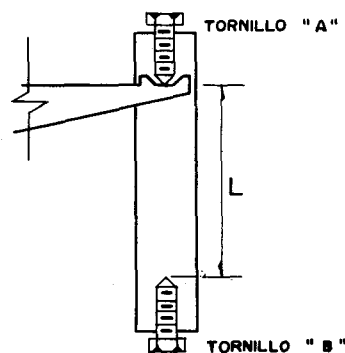
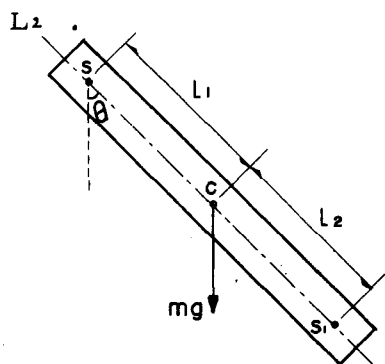
Si se usa el mismo péndulo en la estación base y el campo y se asume que no hay cambios de longitud se puede establecer que

$$\frac{g_1}{g_2} = \frac{T_1^2}{T_2^2} \quad \text{-----} \quad (9)$$

La ecuación (9) es la fórmula fundamental para las mediciones de gravedad hechas por péndulo.

PENDULO COMPUESTO TIPO REVERSIBLE.

En cada péndulo existen 2 ejes, S y S', separados una distancia L, en las que el tiempo de oscilación es el mismo, pero sus distancias al centro de gravedad son diferentes L_1 y L_2 y



Este es el principio que se usa en el péndulo reversible, el cual es muy usado para mediciones de gravedad absoluta, y con el que se han conseguido los mejores resultados.

La mayor dificultad que presentan, es guardar la distan

cia entre los ejes S y S_1 exactamente igual a L .

En la figura se presenta un péndulo reversible, como un cuerpo rígido que puede tener cualquier forma, suspendido de un eje horizontal y oscilando con un ángulo pequeño. El momento gravitacional tendiente a girar el péndulo alrededor de S será: $mgL \cdot \sin \theta$ y su aceleración $\frac{d^2\theta}{dt^2}$ por lo que podemos establecer el mismo desarrollo que para el péndulo físico.

El principio del método de Kater para la determinación de la distancia L entre los dos ejes S y S_1 se ilustra en la figura y consiste simplemente en ajustar los dos pesos A y B hasta que el período de oscilación es el mismo cuando el péndulo se hace oscilar alrededor de S y S_1 ; cuando esto se logra se tiene la longitud del péndulo físico, que puede medirse con la mayor exactitud, con esta y el período se puede calcular el valor absoluto de g .

CORRECCIONES A LAS OBSERVACIONES DE PENDULO.

En las observaciones de péndulo normalmente se aplican 5 correcciones que mencionaremos a continuación:

- 1.- Corrección barométrica, o reducción al vacío.
- 2.- Efecto de flexión del soporte.
- 3.- Corrección por temperatura.
- 4.- Variación del reloj y
- 5.- Corrección de arco.

Haremos un pequeño apunte de cada una de ellas.

- 1.- La presión del aire afecta la medición de 3 maneras:
 - a).- Disminuye el peso del péndulo de acuerdo con el principio de Arquímedes y causa un ligero incremento en L .
 - b).- El péndulo arrastra una pequeña cantidad de aire con él, incrementando su masa y
 - c).- la fricción entre el péndulo y el aire disminuye el ángulo de oscilación. Estos efectos se pueden eliminar,

haciendo las mediciones en cámaras de vacío.

- 2.- La flexión del soporte causa que la oscilación no sea completamente libre, Así que si no se evita por medios mecánicos. La ecuación (1) no es válida y debe reemplazarse por la fórmula de oscilaciones forzadas

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} + \frac{mgL}{I} \sin \theta + \frac{1}{L} \cdot \frac{d^2f}{dt^2} = 0$$

en donde $\frac{d^2f}{dt^2}$ es la aceleración horizontal del punto de suspensión del péndulo.

La mejor manera de eliminar el efecto de flexión, es un par de péndulos con las mismas constantes físicas oscilando en el mismo plano, pero 180° fuera de fase.

- 3.- La corrección por temperatura es obvio que se refiere al cambio de L con el cambio de ésta.
- 4.- Las observaciones de péndulo toman un largo tiempo debido a que hay que considerar la razón de variación del reloj. Los métodos modernos usan señales radiadas cada segundo por radio-emisoras especiales.
- 5.- La corrección de arco ya fue mencionada, y casi siempre se elimina en péndulos pequeños, usados en exploración.

La descripción de algunos péndulos principalmente el péndulo mínimo de Gulf se encuentra en cualquier libro de Geofísica.

GRAVIMETROS.

El gravímetro es un instrumento con el cual valores relativos de la fuerza de gravedad pueden medirse directamente, mide pequeñas variaciones en la componente vertical de la gra-

vedad de un punto a otro.

En principio el gravímetro es un dinamómetro extremadamente sensible para medir un peso; es decir, los gravímetros -- mas comunes consisten en un resorte, del que está suspendida una masa. El peso o fuerza de atracción gravitacional de esta masa constante debe variar con cualquier variación en el campo gravitacional, de manera que la sensibilidad de un gravímetro depende de los medios que se usen para detectar estos pequeños cambios.

El peso es igual al producto de la masa m que permanece constante por la aceleración de la gravedad g .

Así pues las determinaciones de la gravedad relativa -- consisten en pesar el mismo objeto con una gran precisión en -- las diferentes estaciones, estos valores de gravedad obtenidos están relacionados a una estación Base, normalmente de péndulo.

La aceleración g varía con la densidad de los materiales de la corteza de la tierra, así pues, el peso de una masa constante m en cualquier punto de observación está afectado por la naturaleza de los materiales del subsuelo. Los cambios en peso son muy pequeños del orden de 1 parte en 10^7 del -- valor total de la gravedad.

Parece muy simple colgar una masa de un resorte y medir los cambios en peso producidos por las variaciones de g , pero -- se tienen que considerar los requerimientos en la sensibilidad.

Para que un gravímetro sea útil en exploración geofísica es necesario detectar diferencias en la gravedad de 0.1 ó -- unos centésimos de miligal; medir esta diferencia de gravedad -- significa medir una parte en 10 millones de la gravedad total.

Muchas dificultades instrumentales se presentaron en el desarrollo de los gravímetros. El problema principal consiste en la medición de los desplazamientos de orden infinitesimal que ocurren en la masa, seguido por la variación en el desplazamiento del sistema del resorte, debido a cambios en la temperatura; esta variación está causada primordialmente por la expansión térmica y cambios en la elasticidad del material del resorte.

Los efectos de temperatura se pueden reducir por varios métodos, de los cuales los principales son:

a). Compensación por uso de materiales bimetálicos, b) Mantener la temperatura constante por medio de termostatos eléctricos y c) Utilización de materiales de muy bajo coeficiente térmico. El mas usado y mas efectivo es el segundo método usando cajas aisladas, las que con un buen control pueden llegar a controlarse dentro de 0.01°C .

El problema mas difícil de vencer ha sido la imperfecta elasticidad que exhiben la mayoría de los materiales, esta imperfección se manifiesta principalmente en la "fatiga" y en el "retrazo elástico"; este último impide la rápida recuperación de un resorte a su longitud original después de su desplazamiento, el retorno gradual a su condición original depende de la cantidad de desplazamiento. y del tiempo en que ha estado sometido a éste.

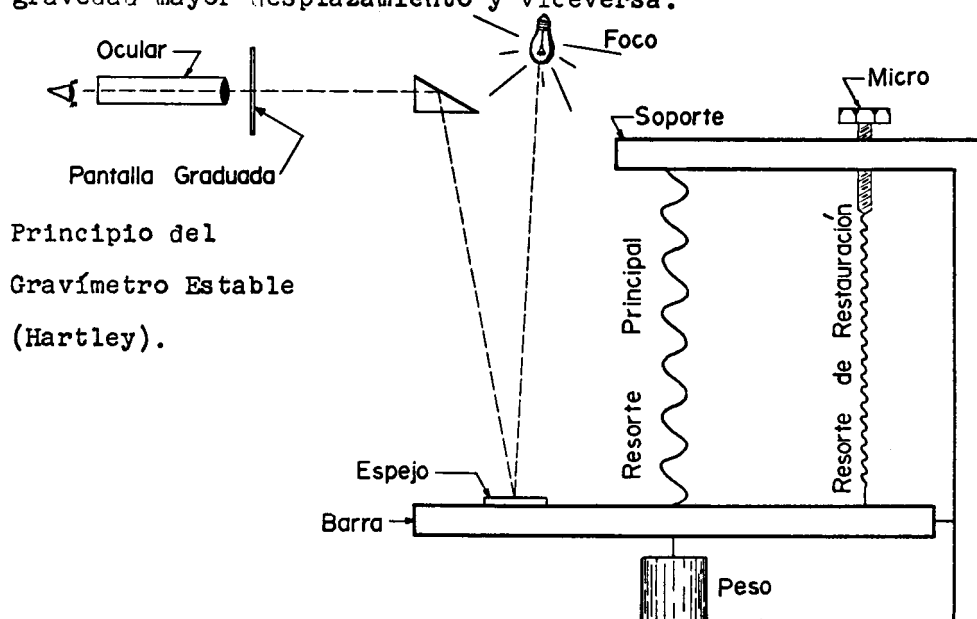
Aunque existen muchas variaciones en la construcción de los diferentes tipos de gravímetros, fundamentalmente se pueden reducir a dos tipos principales:

Gravímetros estables y

Gravímetros inestables o astáticos.

GRAVIMETROS TIPO ESTABLE.

El gravímetro estable tiene un elemento sensible que tiene un desplazamiento de la posición de equilibrio que es proporcional al cambio en el valor de la gravedad. A mayor gravedad mayor desplazamiento y viceversa.



Principio del
Gravímetro Estable
(Hartley).

Ya que los desplazamientos son extremadamente pequeños, deben amplificarse por medios ópticos, eléctricos o mecánicos. Usualmente los instrumentos de tipo estable dan lecturas que varían linealmente con la gravedad en un rango muy amplio.

Si un resorte helicoidal es extendido o comprimido con respecto a su longitud normal, se encuentra experimentalmente que la fuerza necesaria para mantenerlo en equilibrio es proporcional al aumento o disminución de su longitud.

$$F = K x$$

en donde X es el cambio de longitud y el factor de proporcio

nalidad K se llama fuerza por unidad de elongación o "coeficiente de rigidez."

De la tercera ley del movimiento se deduce que el resorte ejerce una fuerza $-Kx$ igual y opuesta a la que mantiene al resorte en equilibrio.

$$F = -Kx$$

Si suspendemos un cuerpo de masa m , el resorte asumirá una posición de equilibrio, con una longitud que llamaremos normal. La ecuación(a) se conoce como la Ley de Hooke para el movimiento unidimensional. Cuando un cuerpo elástico se ve separado de su posición de equilibrio estable sigue la ley de Hooke. Aplicando la 2a. ley de Newton, y si además recordamos que para un movimiento armónico simple, la aceleración

$$g = -\omega^2 r$$

en donde ω es la velocidad angular y r es el radio, tendremos

$$F = -Kx = mg = -m\omega^2 x \quad \text{-----} \quad (a)$$

por otro lado

$$f = \text{frecuencia (c.p.s.)}$$

$$-Kx = -m\omega^2 x$$

$$K = m\omega^2 \quad \therefore \quad \omega^2 = \frac{K}{m}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = 2\pi f ; \text{ La frecuencia estará dada por :}$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}} \quad \text{y el Periodo} \quad f = \frac{1}{T} \quad \text{será :}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$$

de modo que la frecuencia y el período del movimiento dependen

den únicamente del coeficiente de rigidez K y de la masa, -
mas no de la amplitud.

Combinando las ecuaciones a) y b)

$$\frac{T^2 K}{4 \pi^2} = m$$

y usando la fuerza de equilibrio

$$F = K x \quad x = \frac{g T^2}{4 \pi^2}$$

la elongación ΔX debido a un cambio en la gravedad ΔG es:

$$\Delta X = \Delta G \frac{T^2}{4 \pi^2} \quad \text{---} \quad (d)$$

así pues, para un gravímetro estable la sensibilidad es pro-
porcional al cuadrado del período.

Dentro de la clasificación de estable . se pueden --
considerar los gravímetros de gas, cuyo "resorte" lo forma un
volumen de gas comprimido por el peso de una columna de mercurio.

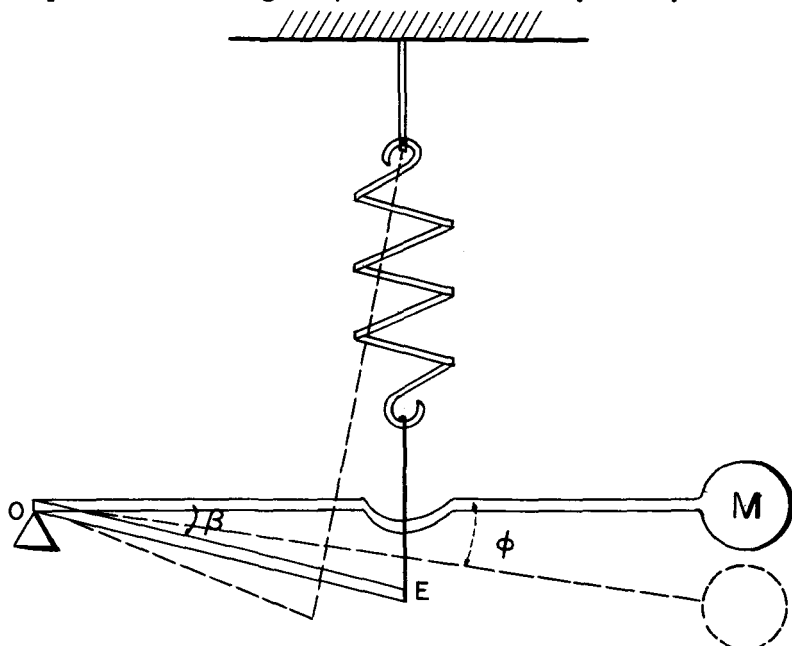
GRAVIMETROS DE TIPO INESTABLE.

Estos aparatos están contruídos de tal manera que cual-
quier cambio en la gravedad desde su valor de equilibrio des-
encadena la actuación de otras fuerzas que aumentan el despla-
zamiento que causaría solamente el cambio Δg . El tipo --
inestable usa un sistema móvil que tiende a un punto de inesta-
bilidad de manera que cambios pequeños de Δg producen movi-
mientos relativamente grandes, pudiéndoseles aplicar también -
la consideración de que la sensibilidad es proporcional al cua-
drado del período.

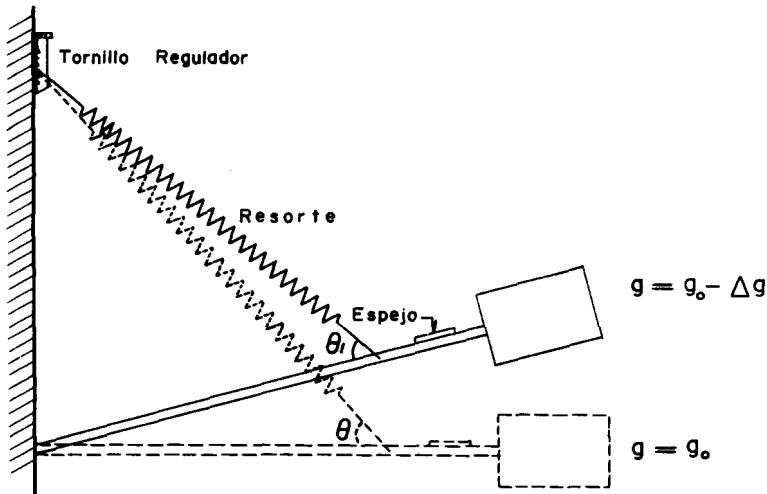
El principio de este tipo de gravímetros se ilustra en .
la siguiente figura, la fuerza de gravedad se mantiene en equi-
librio inestable con la fuerza de restauración por una tercera

fuerza que aumenta el efecto de cualquier cambio de g .

El sistema móvil tiene un brazo apoyado en un extremo y un peso M en el otro, si el resorte se fijara al brazo OM sería de tipo estable, pero en realidad se fija a una palanca OE que hace un ángulo β con el brazo principal.



El principio de la inestabilidad se usa en un gran número de gravímetros, algunos operando de la misma manera que el tipo de sismógrafo diseñado por La Coste Jr. El gravímetro y el sismógrafo son aparatos sensibles a la aceleración y los dos tienen un gran período. El sismógrafo de La Coste puede convertirse con gran facilidad en gravímetro.

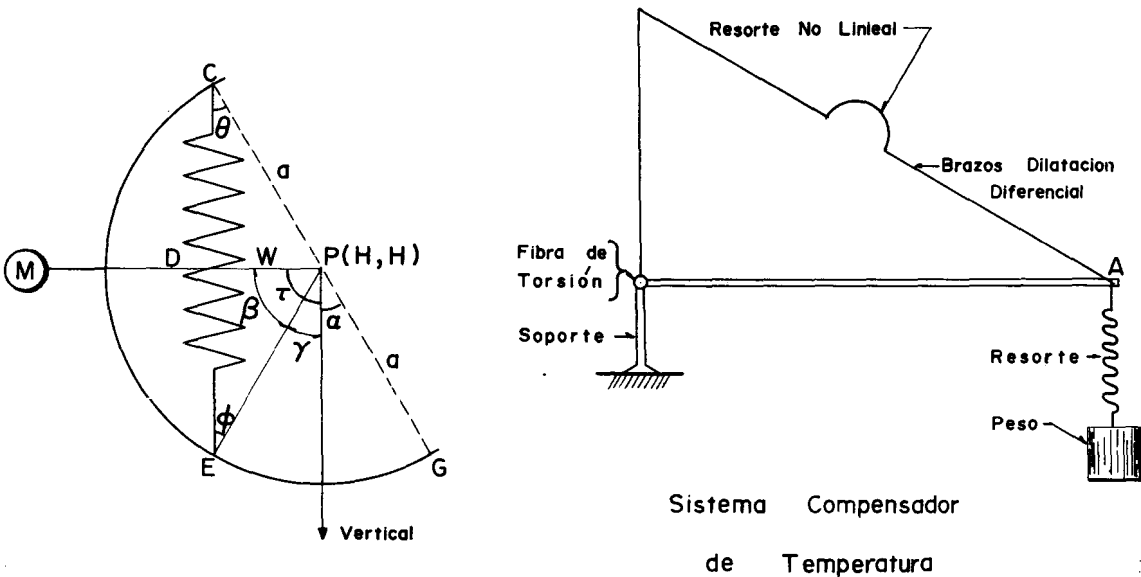


Gravímetro La Coste - Romberg.

En la figura anterior se muestra el funcionamiento del gravímetro La Coste. El peso colocado en un extremo de una barra se contrarresta por el muelle principal; cualquier pequeño movimiento hará variar el ángulo θ y el momento del muelle sobre el brazo variará en el mismo sentido que g .

El cambio de gravedad se mide por medio de un tornillo regulador, al restaurar el brazo a su posición inicial.

GRAVIMETRO WORDEN.



En el diseño de los gravímetros es difícil combinar el rango con la sensibilidad de 0.1 mg. así la mayoría de los gravímetros tiene gran sensibilidad y poco rango del orden de 200 mg. aunque para levantamientos locales estos es suficiente, no lo es para mediciones geodésicas. Sin embargo, el gravímetro Worden combina gran sensibilidad con bastante rango lo que lo hace superior a otros gravímetros.

El gravímetro Worden se ha usado ampliamente en trabajos geodésicos conectando estaciones de gravedad en diferentes continentes o islas, tiene una aproximación hasta de 0.01 mg. con rangos que varían desde 60 hasta 5500 mg. dependiendo de su uso todos sus elementos son de cuarzo y de muy ligero peso la masa básica pesa solo 5 mg.

La compensación de temperatura se consigue por medio de un par térmico. Los dos brazos están contruidos de materiales con diferentes coeficientes de dilatación, unidos en un extremo por una barra separadora; cuando la temperatura varía el extremo A sube o baja de manera de compensar los efectos de su temperatura en el resorte medidor de "longitud cero", llamado así porque el desplazamiento del muelle de la posición de equilibrio del brazo estando este en su posición cero, se contrarresta por la tensión en sentido opuesto, dando incrementos proporcionales a la fuerza de gravedad aplicada.

La demostración del período infinito del sistema es como sigue: El peso M está sujeto al brazo W que pivotea en el gozne HH. El brazo PE que soporta el resorte está rígidamente unido a la palanca W, al cual hace un ángulo γ con la vertical.

El peso que produce M es:

$$T_m = - MW \text{ sen } \gamma$$

El signo es negativo porque se opone a la acción del resorte, cuyo par usa

$$T_s = K \overline{CE} \cdot \overline{PD}$$

Aquí K es la constante del resorte y \overline{PD} el brazo del momento.

$$\phi = \theta$$

$$\overline{PD} = a \cdot \text{sen } \theta$$

$$\overline{CE} = 2 a \cdot \cos \theta$$

así que:

$$T_s = K \cdot a^2 \cdot \text{sen } 2\theta$$

y puesto que se trata de un círculo

$$\theta = \frac{1}{2} (\alpha + \gamma)$$

pero

$$\beta = \alpha$$

$$\theta = \frac{1}{2} (\beta + \gamma) = \frac{1}{2} \gamma$$

$$T_s = K \cdot a^2 \cdot \text{sen } \gamma$$

El par total será

$$T_s + T_m = (K \cdot a^2 - mw) \text{ sen } \gamma$$

$$\text{Si } mw = K a^2 \quad \therefore$$

El par total será cero, luego el período será infinito, así que puesto que el período depende del par total, -- puede ajustarse cambiando ligeramente el valor del par.

El sistema elástico en estos instrumentos se construye de cuarzo fundido lo que los hace muy resistentes al choque y fatigas y completamente libres de efectos magnéticos.

Además de los tipos de gravímetros expuestos aquí, se -
han desarrollado gravímetros especiales para medición en las
plataformas continentales de profundidades hasta de 200 metros.

ISOSTASIA: (isos, igual - statikos, estable)

El método gravimétrico, como todos los de campo potencial está basado en comparar los valores observados con los calculados teóricamente para cada punto y ésta diferencia es la base de su interpretación.

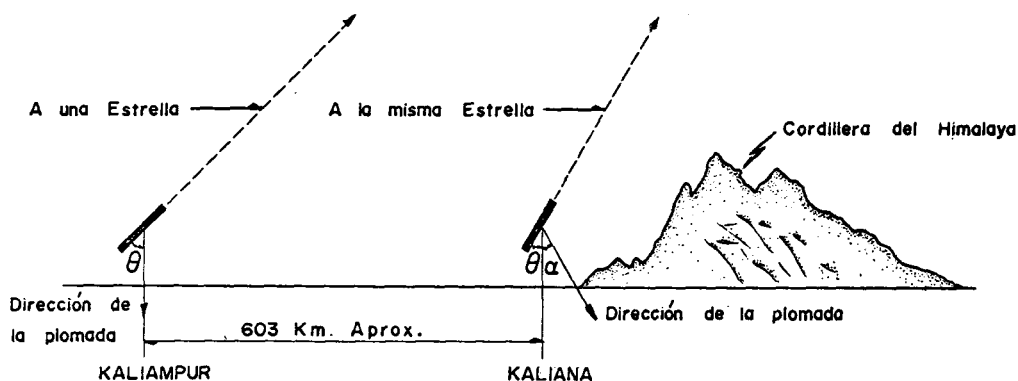
Para calcular los valores tenemos que suponer un medio homogéneo indefinido y la anomalía en un punto será la consecuencia de todas las irregularidades en la densidad que se tengan en la tierra; sin embargo, por el principio de la aproximación, el cual dice, que: "Las acciones provenientes de puntos suficientemente alejados, se pueden despreciar", se toma la anomalía como resultado de las irregularidades de la densidad situadas alrededor del punto con un radio que aún no se ha definido bien.

Si se comparan las anomalías de Bouguer, conocidas mundialmente, se comprueba que existe una relación sistemática entre la altura media de una región y la gravedad calculada.

En las regiones altas la gravedad es menor a la normal, es decir, casi por lo general son negativas; en las costas la anomalía es cercana a cero y en las áreas oceánicas, la gravedad es casi siempre mayor dando por resultado anomalías positivas.

Similares discrepancias se encuentran en las desviaciones de la dirección de la plomada con respecto a la vertical en un lugar, es decir que una cadena de montañas ejerce una atracción sobre una plomada menor de la que sería de esperarse dada la masa visible de las montañas. Este efecto se explica únicamente suponiendo que en las cordilleras las rocas

subyacentes tienen densidades menores, así pues se producirá una anomalía regional en las vertientes de las cordilleras, la que disminuirá con la distancia al eje de la misma, en una forma cuya cuantía se puede calcular. Esta anomalía isostática producirá, superpuesta a la local un efecto de desplazamiento de las curvas isoanómalas en dirección perpendicular al eje de la cordillera, y que por ser mayor o menor según la topografía y la distancia a cada estación de observación, desfigurará completamente las anomalías locales, efecto que se puede corregir, pero muy difícil por los procedimientos normales. En la mayoría de los casos la corrección isostática, sobre todo en exploración petrolera, traería complicaciones inútiles, pero esto no es pretexto para su olvido en casos en que si es necesaria.



En 1850 en la India, al hacer mas mediciones de muy alta precisión, se encontró una discrepancia de 5" (1.50 m.) en la separación entre Kaliana y Kaliampur, separadas 603.37 Km. en una línea N-S. Aunque esta diferencia es pequeña el trabajo era de tal precisión que no se podía atribuir al trabajo Geodesico.

Tratando de explicar esto J. Pratt concibió la idea de que el Himalaya tendería a desviar de la vertical la plomada -

pero mas en Kaliana, produciendo errores en las observaciones astronómicas. Calculando la distancia que debería desviarse la plomada encontró 15' en lugar de los 5' medidos.

De esta discrepancia surgió la hipótesis de la Isostasia ya perfectamente confirmada, y que se ha convertido en una ley geológica fundamental, la que explícitamente podría decir: "Todas las grandes masas de la superficie terrestre poseen una tendencia a hundirse o emerger de manera que, con el tiempo necesario para que se produzca el reajuste, sus masas se mantienen en equilibrio hidrostáticamente desde abajo, excepto en el caso que se tengan esfuerzos locales que perturben el equilibrio". El término Isostasia se refiere a ese estado de equilibrio que en realidad no se logra nunca completamente.

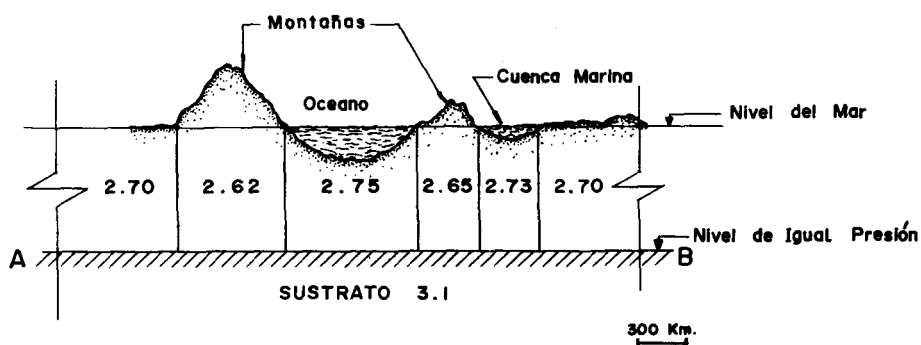
La isostasia propugna que las desigualdades de elevación en la tierra corresponden a desigualdades internas de densidad de tal forma que todo "flota" en un medio subcortical plástico, ~~compensandose los~~ excesos de masa por déficits en la densidad, o sea que a un cierto nivel el peso total por unidad de superficie es igual para todo el planeta, es decir, que se tiene un cierto nivel de compensación. Aunque se han formulado varias teorías en lo único que difieren unas de otras, es en fijar dicho nivel de compensación, tanto en su forma como a la profundidad que debe encontrarse.

Las principales teorías y sistemas mas extensamente usadas en estudios gravimétricos son tres:

- 1.- Pratt, desarrollado mas tarde por Hayford.
- 2.- Airy - apoyándose en la cual Heiskanen desarrolló su método de cálculo y
- 3.- El sistema de Vening-Meinesz.

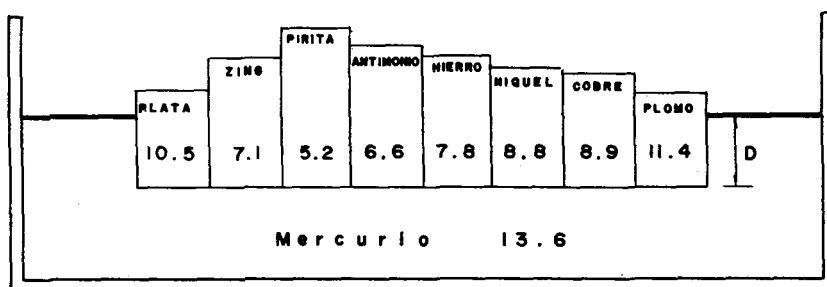
1.- HIPOTESIS DE PRATT.

Pratt admite que el exceso de masa en las montañas por encima del nivel del mar debe estar compensado por un déficit de masa debajo de dicho nivel pero con un nivel de compensación paralelo a este nivel.



NOTA : Los números indican las densidades

Compensación de Pratt (peso de cada columna igual en A-B); a mayor altura de las montañas más pequeña la densidad de la corteza y a mayor profundidad oceánica mas alta densidad. La siguiente figura ilustra muy claramente su teoría, (fue interpretada por Bowie.)



NOTA : Los numeros indican las densidades.

Si columnas de diferentes metales flotan en mercurio,

de tal manera que sus porciones sumergidas estén a la misma - profundidad D entonces a mas pequeña densidad mayor altura de berá tener la columna.

El sistema de Pratt puede condensarse como sigue:

- a) La compensación isostática es uniforme. La densidad bajo las montañas es uniformemente mas pequeña que bajo las - tierras a nivel.
- b) La capa de compensación está localizada directamente bajo las montañas y tiene una profundidad D en donde el equilibrio prevalece.
- c) La densidad $\Delta \rho'$ de la compensación negativa (por defecto de masa), correspondiente a una elevación h y la den--sidad ρ de la topografía guardan la relación

$$\Delta \rho' = - \frac{h}{D} \rho \quad \text{—————} \quad (1)$$

- d) Hayford para facilitar las fórmulas de cálculo, agregó que la profundidad de compensación es igual cuando se mide de la superficie física de la tierra y no del nivel del mar.

Existen dos maneras esencialmente diferentes de alcan--zar el equilibrio estático; en función de igual presión ó en función de igual masa.

Isostasia significa por definición que debe existir -- cierto equilibrio a una profundidad D no importa que el -- punto esté bajo montaña o bajo nivel del mar con sus pasos in--termedios. Para la suposición de igualdad de masas, la ecua--ción es:

$$\int_{-D}^h \rho \left(1 + \frac{Z}{R}\right)^2 dZ = C \quad \text{—————} \quad (2)$$

y corresponde a las pirámides truncadas de la misma sección,

desde la profundidad D hasta la altura h de la superficie. Los lados laterales de estas 'pirámides coinciden con la dirección de la gravedad por lo que convergen hacia el centro de la tierra.

Para la suposición de igual presión, es decir que siempre existe el mismo peso de material en una columna vertical unitaria de rocas, tendremos:

$$\int_0^R \rho g dh = C \quad \text{—————} \quad (3)$$

en la que R es el radio de la Superficie al centro, ρ la densidad de la roca y g la gravedad, que como sabemos varían en sentido horizontal y vertical.

Si suponemos a la tierra formada por capas concéntricas de composición uniforme a partir de un radio R_c , podemos decir que:

$$\int_{R_c}^R \rho g dh = \int_{-D}^h \rho g dz \quad \text{—————} \quad (4)$$

Las observaciones en las cuales se basa la isostasia no son lo suficientemente buenas para decidir cual ecuación de la(2) y la(4) corresponde mejor con la realidad.

Hayford considera que si R_c y R no son muy diferentes, - la variación de g con la profundidad y la latitud puede despre- ciarse y considerarse a g como constante, o sea que desprecia el pequeño cambio de g con la profundidad D (Las dos variaciones pueden considerarse dentro del 0.5%) En resumen sí ρ_t es la densidad de la masa topográfica.

$$\int_{-D}^h \rho dz = \rho_t D \quad \text{—————} \quad (5)$$

sobre esta base cada columna de roca puede considerarse formada

por material de densidad uniforme igual a la media ponderal de las densidades de las rocas hasta el nivel de compensación, y será inversamente proporcional a la altura de la columna sobre el nivel de compensación; tomando en cuenta (1)

$$\rho = \frac{D}{D + h} \rho' \quad (6)$$

ρ es la densidad de cualquier columna con una altura h sobre el nivel del mar y ρ' es la densidad de otra que únicamente llegue al nivel del mar y, como siempre $D \gg h$, ρ por (1) y (6), tendrá muy poca variación.

Para calcular el efecto de la topografía y su correspondiente compensación Hayford introdujo un sistema de zonas circulares cuyos radios y zonas se dan en la Tabla II. Para cada zona calculó la atracción vertical ejercida por la topografía y la compensación isostática, empezando por las zonas cerca de la estación, de acuerdo con las fórmulas (1) y (3) para un cilindro vertical, tomando como radios r_1 y r_2 y profundidades h y h_1 . Para el fondo y el alto del cilindro tendremos las fórmulas para la determinación de la influencia G_{zt} de la masa topográfica y G_{zc} de la deficiencia de masa dentro del cilindro circular.

$$G_{zt} = 2\pi\gamma\rho (\sqrt{r_1^2 + h^2} - \sqrt{r_1^2 + h_1^2} - \sqrt{r_2^2 + h^2} + \sqrt{r_2^2 + h_1^2}) \quad (7)$$

$$G_{zc} = 2\pi\gamma\rho \frac{h}{D} (\sqrt{r_1^2 + D^2} - \sqrt{r_1^2 + D^2} - \sqrt{r_2^2 + D^2} + \sqrt{r_2^2 + h_1^2}) \quad (7a)$$

si asumimos que el efecto de compensación comienza en la superficie física de la tierra y puesto que h_1 en las proximidades de la estación es generalmente pequeña, comparada con r_2 ($h_1 \ll r_2$) -- podemos hacer $h_1 = 0$ sin cometer errores apreciables.

T A B L A IIZONAS DE HAYFORD

ZONA	RADIO EXTERIOR(m)	NUMERO DIVISIONES
A	2	1
B	68	4
C	230	4
D	590	6
E	1280	8
F	2290	10
G	3520	12
H	5240	16
I	8440	20
J	12400	16
K	18800	20
L	28800	24
M	58800	14
N	99000	16
O	166700	28

(1° 30")

$$g_{zt} = 2\pi\gamma\rho(\sqrt{r_1^2 + h^2} - \sqrt{r_2^2 + h^2} - r_1 + r_2) \quad \text{--- (8)}$$

$$g_{zc} = 2\pi\gamma\rho\frac{h}{D}(\sqrt{r_1^2 + D^2} - \sqrt{r_2^2 + D^2} - r_1 + r_2) \quad \text{--- (8a)}$$

existen tablas en las que se tabula el error que proviene de -- eliminar h . Para determinar la elevación topográfica cada zona se divide en sectores o compartimientos (ver plantilla de corrección cartográfica y tabla II) y se estima la altura de -- cada compartimiento ya que las tablas de Hayford dan la correc-- ción isostática y los efectos topográficos en su función de és-- tas.

Para el oceano con una profundidad h' deberá tomarse en cuenta la influencia negativa de la deficiencia de masa del -- agua y la positiva del exceso de masa compensante abajo del -- oceano.

El efecto topográfico es por supuesto dominante en las cercanías de la estación y decrece con la distancia.

Examinando la Tabla II, vemos que hasta 30 Km el efecto de curvatura es despreciable, de 30 a 170 es pequeño y se tiene -- tabulado, pero de $1^\circ 30'$ a 180° en que están dados los radios de los siguientes compartimientos se necesita emplear fórmulas es-- féricas, debido a que es necesario tomar en cuenta la curvatura de la tierra, ya que para 170 Km. un punto se encuentra, por este efecto, aproximadamente 1370 m. abajo del plano horizontal de la estación.

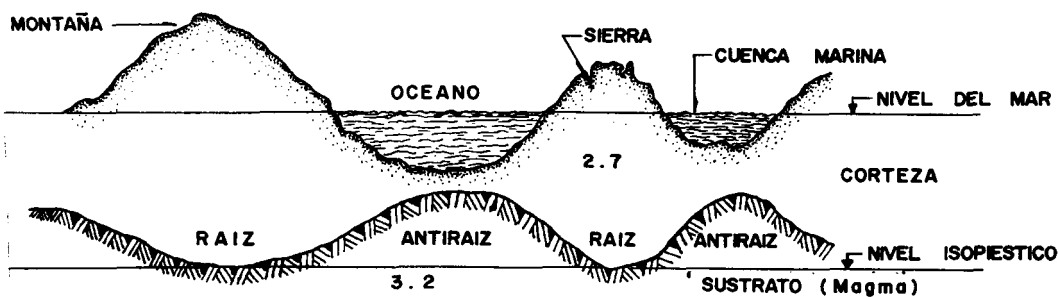
La hipótesis de que la densidad es uniforme en cualquier columna por encima del nivel de compensación lógicamente es solo una burda aproximación, puesto que la geología y la sismología --

indican una distribución muy compleja de las rocas y así debe considerarse la teoría de Pratt.

HIPOTESIS DE AIRY.

Esta teoría se diferencia de la de Pratt en que la profundidad del nivel de compensación varía, de acuerdo con la región que se considere.

Airy propuso una solución al problema de la isostasia, diciendo que la corteza terrestre, es una capa rígida que flota en un sustrato plástico (magma) de mayor densidad, es decir, que las rocas superficiales de la tierra podrían compararse a una serie de troncos de distinto diámetro pero de igual densidad flotando en el agua, si un tronco sobresale, profundizará también más que los demás, ó sea que por debajo de las montañas la base de la corteza habrá penetrado más en el sustrato que una llanura cercana al nivel del mar; las ligeras raíces en los continentes y las pesadas antirraíces en los océanos compensan las masas topográficas.



El peso del bloque por encima del nivel del mar es compensado por el empuje ascendente de una base que se extiende por debajo de la columna de baja densidad.

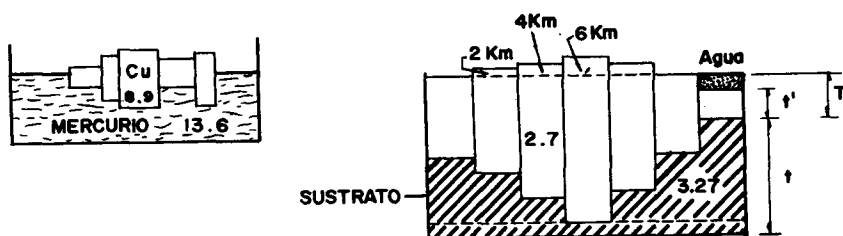
Más tarde Heiskanen abordó el problema desde el mismo punto de vista haciendo pequeñas modificaciones y calculando otras Tablas para la reducción isostática.

La hipótesis de Airy puede resumirse como sigue:

1).- La compensación es local.

2).- La densidad de la corteza es constante e igual a 2.67.

3).- La densidad del sustrato es igual y constante y - de un valor de 3.27, mayor en 0.6 que la corteza.



Heiskanen - Airy

De la misma manera que en el sistema Pratt-Hayford, el sistema Airy-Heiskanen hace uso de fórmulas planas para el cálculo de las zonas cercanas a la estación considerada; zonas A hasta O. Volvemos a nuestras fórmulas de cilindro vertical y hacemos algunas consideraciones.

La capa de compensación bajo la zona continental comienza a la profundidad T y termina en $T + t$; bajo las zonas oceánicas comienza a la profundidad $T + t'$ y termina a la profundidad T , t será el espesor de la raíz de la zona continental y t' el espesor de la anti-raíz de la cuenca oceánica.

Las fórmulas para calcular el efecto de la compensación isostática para las zonas continentales y oceánicas serán:

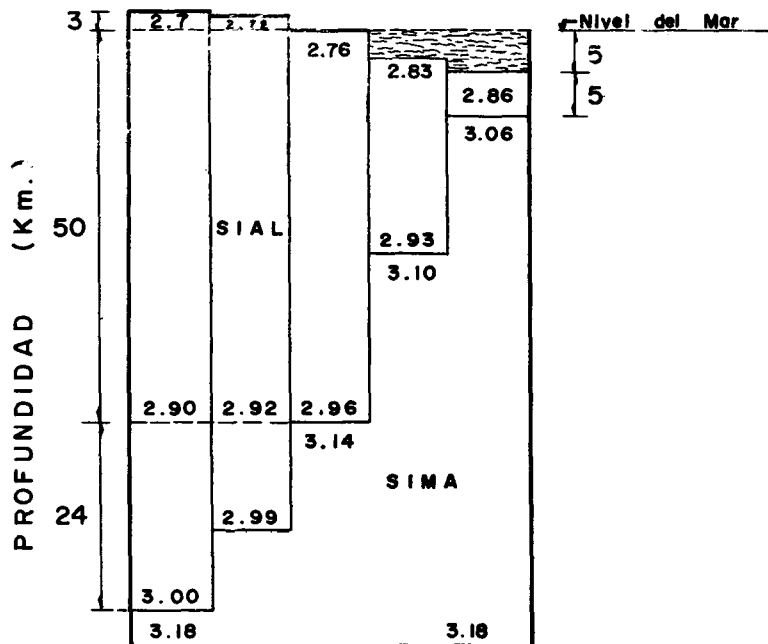
$$Z_c = 2\pi\gamma\Delta\rho \left[\sqrt{r_1^2 + (T+t)^2} - \sqrt{r_1^2 + t^2} + \sqrt{r_2^2 + t^2} - \sqrt{r_2^2 + (T+t)^2} \right] \quad (9)$$

$$Z_o = 2\pi\gamma\Delta\rho \left[\sqrt{r_1^2 + t^2} - \sqrt{r_1^2 + (T-t')^2} + \sqrt{r_2^2 + (T+t')^2} - \sqrt{r_2^2 + t^2} \right] \quad (9a)$$

En general la anomalía isostática en cada lugar será -- distinta según se establezcan las suposiciones del cálculo. Estas suposiciones pueden incluso variarse al calcular las - anomalías y los que den el menor valor de estas serán los mas probables.

Hayford al ensayar algunos valores de profundidad del - nivel de compensación partiendo de la teoría de Pratt, encontró un valor de 113.7 Km. y sin embargo, Heiskanen, partiendo de la teoría de Airy encontró un espesor de la corteza entre 30 y 40 Km cerca del nivel del mar, lo que está mas de acuerdo con los datos sismológicos disponibles.

Entre los métodos mas modernos se encuentra el desarro-- llado por Heiskanen, el cual es una derivación de los métodos de Airy y Pratt combinados; admite la existencia de Bloques de distinta densidad y longitud, tomando en cuenta la variación de la densidad con la profundidad.



Se supone que la densidad superficial varía con la altura disminuyendo desde 2.76 gr/cm^3 , a nivel del mar, hasta 2.70 gr/cm^3 a 3 Km de altura.

En cualquier columna se supone que la densidad aumenta hacia abajo en 0.004 gr/cm^3 por cada km. de profundidad, en las rocas de la superficie y la mitad de este valor en el material mas denso. Se obtienen anomalías menores que con la distribución de densidad de Airy.

Desde el punto de vista geológico este modelo es el mas apegado a la realidad, puesto que se funda en las variaciones de densidad con la profundidad que se obtiene independientemente de las mediciones de la gravedad. No existe una distribución única de masa, sino que existe un número infinito de distribuciones posibles y por lo tanto de densidad también.

Cualquier anomalía isostática que no pueda interpretarse por distribuciones razonables de densidad, constituye una desviación de la tierra del equilibrio hidrostático.

En las regiones en donde es frecuente y normal la actividad tectónica, como lo atestiguan la actividad volcánica y los temblores, casi siempre se tienen anomalías de gran intensidad, lo que sugiere que las fuerzas tectónicas son capaces de romper el equilibrio isostático.

En el método de zonas circulares, descrito anteriormente, las elevaciones y profundidades de las zonas se estiman de mapas topográficos e hidrográficos y el efecto de cada zona se busca en tabulaciones para la reducción, siendo un proceso demasiado lento, por lo que se ha buscado desarrollar métodos que sean útiles en su aplicación, utilizando computadoras elec-

trónicas, entre ellos el método de la línea-masa que ofrece grandes posibilidades. Este método sustituye las zonas circulares -- por trapezoides esféricos de 5'x5', 10'x10', 1°x1°, etc. La estimación de las elevaciones y profundidades toma también mucho tiempo pero sólo se hace una vez; cuando se tienen listos mapas de -- esas dos cantidades, se pueden usar para cualquier reducción isostática, así como para otros propósitos.

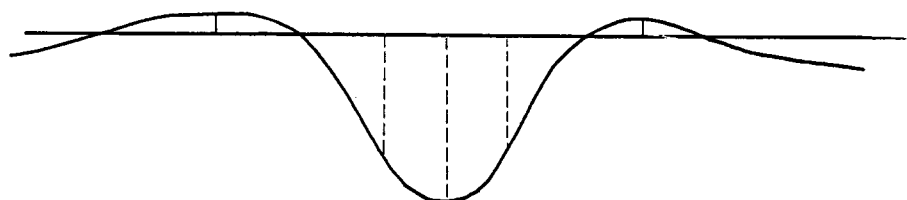
En el método de la línea-masa, para calcular la atracción vertical se usan prismas de compensación cuyas secciones son trapezoides esféricos, los que, debido a la convergencia de los -- radios terrestres disminuyen hacia el centro de la tierra. Como la integración de la atracción vertical de tales prismas en el -- punto de cálculo es demasiado difícil, se calcula la atracción vertical como si toda la masa del prisma estuviera condensada en el eje del mismo.

Aún continúa el desarrollo de nuevos métodos e hipótesis que se ajusten más a la realidad, tendiendo cada vez más a la automatización, de los cálculos; por lo que son de esperarse avances de consideración sobre este punto.

HIPOTESIS DE VENING-MEINESZ.-

El método de Vening-Meinesz considera que en la gran -- mayoría de los casos, la compensación isostática no puede ser enteramente local. Pequeñas masas topográficas no deben compensarse, mientras que los grandes accidentes sí. Tomando esto en cuenta, Vening-Meinesz, estableció su teoría de compensación isostática regional, derivada de la hipótesis de Airy.

Asume que la corteza se comporta elásticamente y que -- es lo suficientemente fuerte para resistir los esfuerzos cortantes causados por la carga flotante.



curva de Vening-Meinesz

Las cargas de las masas topográficas causan que la corteza se deflexione hasta que el equilibrio prevalece.

ANOMALIA RESIDUAL.

Un plano de anomalías de Bouguer, es decir una configuración de valores gravimétricos corregidos ya por los métodos - descritos anteriormente, solo dará información útil sobre geología del subsuelo, después de que se interprete correctamente; si dicha configuración se pretende analizar como equivalente a un plano estructural, las conclusiones serán mas que erróneas. Partiendo únicamente de los datos gravimétricos sin recurrir a otra fuente de información es mas que difícil interpretar correctamente la geología del área y es necesario tener en mente que la solución que se da a un problema no es única sino que - está sujeta a numerosas limitaciones, que disminuyen a medida que se cuenta con mas fuentes de información.

El cuadro que generalmente se presenta después de hacer -- las correcciones para llegar a la anomalía de Bouguer es uno - que muestra la superposición de efectos con una gran diferencia en su intensidad. Los disturbios grandes se muestran como -- "Trends" que se continúan suavemente sobre áreas de amplitud considerable y superpuestos a ellos y frecuentemente enmascarados por los mismos se encuentran disturbios mas pequeños de carácter local que son secundarios en medida, pero de gran importancia en la exploración petrolera, o sea que los rasgos estructurales profundos causan variaciones de la gravedad en superficies mucho mayores que las superficies afectadas por las estructuras que tienen interés para la exploración, como anticlinales, domos salinos o ígneos, etc. Estas dan lugar a las llamadas "Anomalías Residuales" que pueden dar una evidencia directa de estructuras o núcleos minerales.

Como regla general se sigue que los disturbios mas pequeños

proviene de irregularidades locales cercanas a la superficie y afectan comunmente áreas pequeñas.

Los disturbios grandes provienen de irregularidades en la densidad a mucha mayor profundidad y es de presumirse que la mayor contribución se debe al basamento abajo de la sección sedimentaria. Estos efectos son comunmente llamados "Efecto Regional" y su estimación y desaparición son deseables, para lo cual se emplean diferentes medios.

En algunos aspectos, el problema de separar los efectos de las anomalías pequeñas, de los efectos de las regionales, puede compararse a un filtrado, con la diferencia que aquí se aprovecha el "residuo" o "ruido" para los siguientes análisis. Así -- pues los métodos normales de filtrado matemático, como promedios etc., fallan en dar la mejor solución, debido a que se ignora la estructura del campo residual, que usualmente es errático.

Así pues, el problema regional-residual es necesariamente de interpretación, dando énfasis, como regla general, a la definición de aspecto y forma de los efectos residuales.

Existen varios métodos para eliminar la gravedad regional, pero pueden sintetizarse en dos grupos; que a su vez pueden clasificarse en varias modalidades.

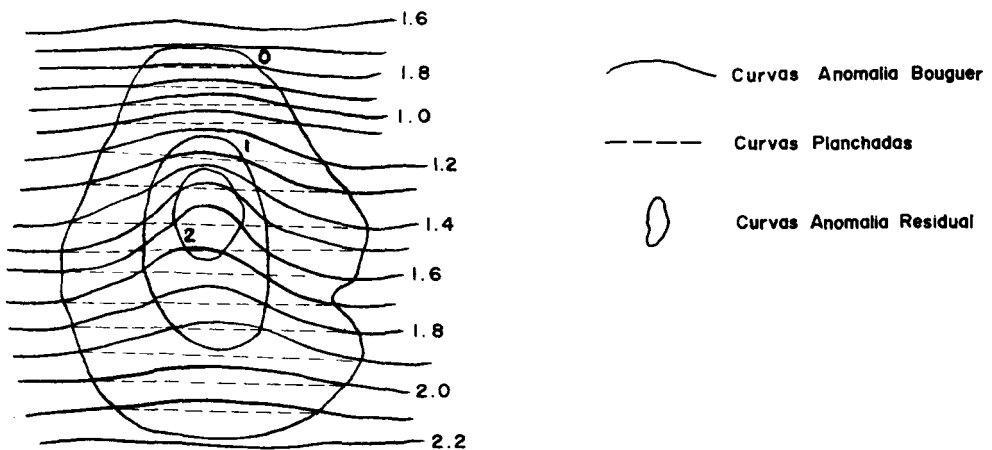
Gráficos: { Alisado de curvas
Perfiles.

Analíticos { Calculos directos
Segunda Derivada
Continuación de campo

MÉTODOS GRÁFICOS.

Los métodos gráficos tienen la ventaja de que para deducir la gravedad regional se puede utilizar toda la información geológica disponible, pero tiene la desventaja de que el personal por muy preparado y entrenado que esté puede cometer errores de -- juicio en los conceptos geológicos referentes a una área.

En el procedimiento gráfico el efecto regional se debe deducir de la configuración de anomalía de Bouguer, Las curvas regionales se interpretan mas o menos arbitrariamente y se superponen a las primeras; después se resta el campo regional del -- campo observado, dando como residuo el valor de anomalía buscado. Para una buena interpretación, es necesario tener conoci--- mientos geológicos previos del área en estudio y así tener idea de que clase de anomalías pueden esperarse.



a) Alisado de curvas.

Uno de los métodos tradicionales mas viejos es hacer la separación por "alisado" visual. Cuando a cierta distancia de una anomalía local, los contornos son suficientemente regu

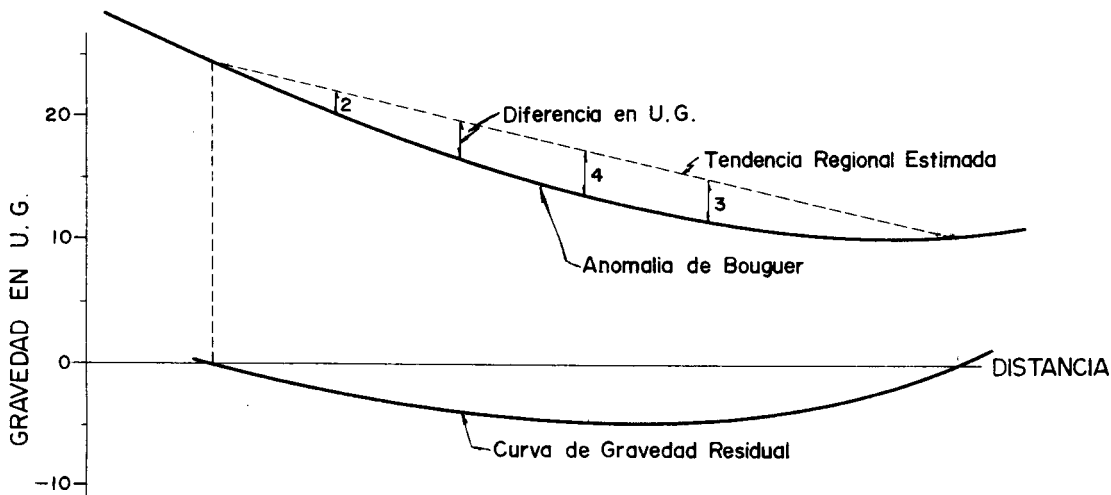
lares, se puede trazar la tendencia regional dibujando líneas regulares que unan los contornos sin influencia de la anomalía local, fuera del área afectada por esta. Los puntos en que se cruzan estas líneas ficticias con los reales, se señalan anotando el valor de la diferencia entre los dos y uniendo después diferencias iguales, consiguiendo así la representación en un plano de las anomalías residuales.

En la figura puede verse como una anomalía en forma de nariz y se transforma un pequeño máximo cerrado de tipo local dando idea de una estructura en las formaciones subyacentes.

En general los contornos de una configuración presentan muchas mas complicaciones como para tener buenos resultados con este método.

METODO DE PERFILES.

Un método de encontrar la gravedad regional en un área, es hacer uso de perfiles de gravedad "media" a lo largo de secciones en la localidad que se investiga, el proceso involucra aproximaciones sucesivas hasta obtener el resultado mas de acuerdo con la geología regional, que se conozca.



como primer paso se planea una red de secciones arbitraria, generalmente de acuerdo con el tamaño de las anomalías y por comodidad siguiendo el sistema de coordenadas cartesianas en uso.

Después de trazados los perfiles se estima su tendencia regional, ajustando los valores de los perfiles que se cortan para que sean iguales, teniendo así un control adicional y un amarre entre secciones paralelas. Este control si bien es arbitrario es de mucha ayuda cuando las anomalías residuales son de poco relieve. El proceso puede continuarse hasta obtener una gravedad regional aceptable.

Este método tiene la ventaja de ser altamente flexible ya que permite al interpretador incorporar en el proceso su Juicio y apreciación personal en la forma de las anomalías obtenidas. El uso de este factor personal es subjetivo, pero enteramente razonable, puesto que se basa en la experiencia con anomalías de estructuras conocidas y del conocimiento directo de la geología local, puesto que un cambio de densidad en las formaciones y aún en el basamento puede dar cabida a una anomalía, pero en las formaciones someras puede dar origen a anomalías que -- pueden confundirse, por lo que en áreas en que geológicamente se pueda tener dicha característica, no debe olvidarse al hacer la interpretación.

Existen algunas circunstancias en los cuales los métodos gráficos no deben usarse:

- 1) Cuando el terreno es muy accidentado y los materiales de la superficie no son homogéneos, la densidad de Boguer debe variar y es de esperarse que las anomalías residuales se deban a la topografía en lugar de estructuras del subsuelo.
- 2) Si el efecto regional es muy fuerte, las anomalías residuales se pierden fácilmente por métodos visuales.

- 3) Cuando las anomalías residuales son muy amplias, las tendencias regionales se distinguen difícilmente.

MÉTODOS ANALÍTICOS.

Cuando se emplean los métodos analíticos para determinar la gravedad residual, los datos observados combinados con operaciones matemáticas de rutina permiten aislar las anomalías sin necesidad de tener un conocimiento profundo del problema, puesto que la técnica en la mayor parte de los casos es demasiado mecánica, lo cual puede tener como principal consecuencia que se pasen por alto factores geológicos conocidos que pueden afectar en mucho la interpretación. En el método gravitacional se tienen varias causas que pueden afectar en mucho la interpretación. En la gravedad regional se tienen muchos motivos que pueden influir en su variación como estructuras geológicas de gran tamaño, variaciones laterales de la densidad ocasionadas por cambios litológicos dentro de las rocas, o bien variaciones isostáticas con frecuencia indeterminadas. Independientemente de todo esto el criterio básico para separar el residual del regional es de acuerdo con el área, (que se supone que se conoce geológicamente), que cubre cada una de estas anomalías.

Las técnicas analíticas se han simplificado de tal manera que personal con poca experiencia y usando plantillas pueden ejecutar las operaciones necesarias. Las técnicas analíticas más usadas y de uso más corriente pueden sintetizarse en: método directo, de segunda derivada y proyección descendente del campo potencial gravitatorio, este último transforma el campo gravitacional medido en la superficie, en el campo que sería observado en un plano horizontal a la profundidad que se desee.

METODO DIRECTO.

El cálculo de anomalía residual involucra la separación de las anomalías regionales que las enmascaran. Esta separación se complementa con la construcción de un plano mostrando solamente el campo gravitacional debido a la estructura local.

Si expresamos esto matemáticamente.

$$\Delta g = g(e) - g(r)$$

En la que

Δg es la gravedad residual

$g(e)$ es el valor de la gravedad en la estación considerada
y

$g(r)$ es el valor medio de la gravedad dentro de un radio r ,
y está expresado por la integral

$$g(r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} g(r, \theta) d\theta$$

que nos representa el valor promedio obtenido en un círculo con centro en la estación $g(e)$ en incrementos de $d\theta$

En general, no se conoce una forma integrable de $g(r, \theta)$ obteniéndose aproximaciones aceptables con un número finito de lecturas, sobre el círculo; para una serie de n puntos:

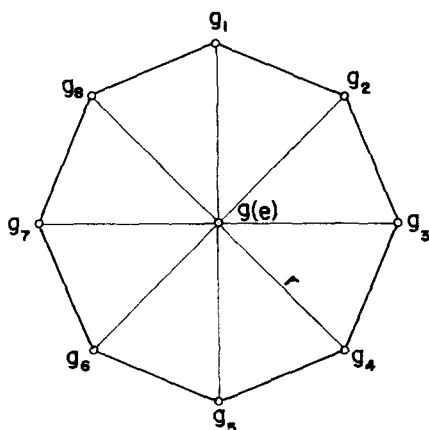
$$g(r) = \frac{[g_1(r) + g_2(r) + g_3(r) + \dots + g_n(r)]}{n}$$

Se toma n como cualquier número entero, siendo el problema principal la elección del radio del círculo, que tiene que ser lo bastante grande para que la anomalía quede encerrada dentro de la circunferencia, pero sin incluir valores afectados por otras anomalías. Griffin aplica un poliedro regular de 8 lados inscrito en un círculo cuyo centro está en la estación por calcular, dibujado en una plantilla (transparente).

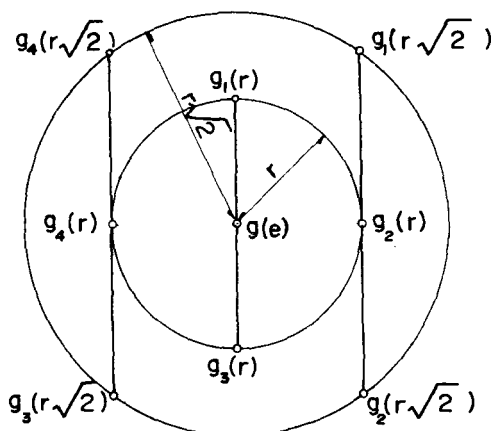
El método conocido como "promedio de los 9 puntos" es una variante del método de Griffin empleando dos círculos en lugar de uno, con radios r y $r\sqrt{2}$, y tomando 4 lecturas en cada uno de ellos. La expresión para la gravedad promedio:

$$\Delta g = g(e) - \frac{g(e) + \sum_1^4 g(r) + \sum_1^4 g(r\sqrt{2})}{9}$$

Las figuras ilustran los dos métodos descritos.



Método de Griffin



Promedio 9 puntos.

El método del promedio equivale a tener un valor medio local de la gravedad de Bouguer, como una aproximación al valor regional, y por supuesto hay una gran arbitrariedad en

la selección de los radios que afectan profundamente el resultado de los cálculos.

Una vez que se aplicó la corrección regional, se tiene un plano de anomalía residual, el que presumiblemente representa el "residuo geológico" del cuadro total gravimétrico y que debe constituir el material básico para la interpretación geofísica.

Segunda Derivada.

Cuando por alguna razón la separación del efecto regional-residual es difícil de llevar a cabo por los métodos anteriores, se tiene el método de derivada vertical, el que algunas veces es efectivo. Sin embargo en la elección de las técnicas es importante tener en cuenta la densidad de observaciones y la precisión con que se efectuaron y calcularon éstas; cuando se tiene un espaciamiento pequeño en las lecturas y precisión elevada, el método de derivada vertical es particularmente apropiado para acentuar las anomalías en extensiones superficiales de poca magnitud.

La segunda derivada vertical, es decir "La relación - del cambio vertical de variación de la gravedad con la profundidad", aumenta el efecto de las estructuras pequeñas y someras con respecto a los efectos mayores de masas grandes a mayor profundidad, acentuando el efecto de las estructuras geológicas de más interés en la exploración, a expensas de la tectónica regional. O de otra manera, se hace uso del hecho de que fuentes cercanas aunque sean pequeñas tienen una mayor influencia sobre los gradientes gravitacionales que sobre la gravedad misma; en-

tonces las cualidades locales se deben mostrar con más intensidad en el plano de 2a. derivada de Δg que en el de Δg . se ha encontrado que este método es particularmente útil en separar anomalías residuales que se traslapen, caso en el que los otros métodos fallan.

En concreto, la segunda derivada es propiamente la segunda derivada de la componente vertical de la gravedad, (g_v) - ya que ésta es la que medimos con péndulos y gravímetros. Si designamos al eje vertical hacia abajo como Z , como la gravedad depende de la distribución de masa bajo la superficie, la primera y segunda derivadas estarán dadas por:

$$\frac{\partial g_v}{\partial Z} \quad \text{a) Variación de densidad respecto a la profundidad } Z).$$

$$\frac{\partial^2 g_v}{\partial Z^2} \quad \text{b) Variación de la densidad respecto a un área.}$$

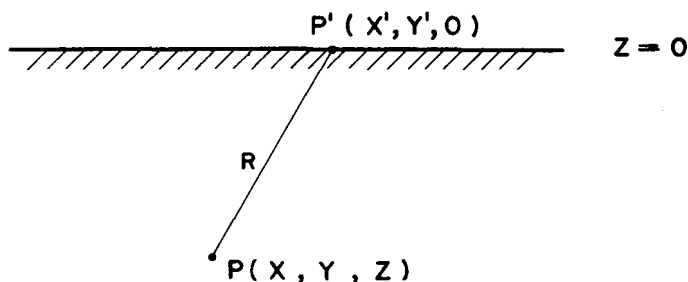
Es importante hacer notar que el gradiente de una anomalía está dado por la primera derivada de g_v con respecto a x .

$$\frac{\partial g_v}{\partial x} \quad \text{Variación a lo largo de la superficie en distancia.}$$

Por lo que se debe evitar confundir una con la otra.

Puesto que conocemos la componente vertical del campo gravitacional sobre una superficie horizontal, teóricamente se podrán calcular las otras componentes por medio de la integral de superficie, ya que las derivadas del potencial dependen unas de las otras.

Consideremos un plano horizontal infinito en el que se conocen los valores de gravedad en todos sus puntos.



Sean (X, Y, Z) las coordenadas de un punto fuera de el plano y $(X', Y', 0)$ las coordenadas de uno en el plano.

Si $U(X, Y, Z)$ es el valor del potencial gravitacional escalar en el punto $P(X, Y, Z)$ entonces.

$$\frac{\partial U}{\partial Z}(X', Y', 0) = g(X', Y', 0)$$

Será el valor de la gravedad en el punto $P'(X', Y', 0)$

El tipo mas sencillo de campo vectorial es el de un vector $g(X, Y, Z)$ que es irrotacional solenoidal, contínuo y derivable. Si es irrotacional, existe un potencial tal que

$$\vec{g} = \nabla U$$

y puesto que lo consideramos Solenoidal continuo y derivable deberá satisfacer la ecuación de Laplace

$$\nabla^2 U = \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} = 0$$

en la que cualquier solución se llama "función armónica", y $\nabla^2 U$ es la divergencia del gradiente de U (si el Laplaciano $\nabla^2 U = 0$, \vec{g} forzosamente será Solenoidal)

$$\text{grad. } U = \frac{\partial U}{\partial X} \vec{i} + \frac{\partial U}{\partial Y} \vec{j} + \frac{\partial U}{\partial Z} \vec{k}$$

El gradiente de una función escalar U es una función vectorial de posición \vec{g} que se puede expresar como:

$$\nabla U = \text{grad. } U = \vec{G} = G_x \vec{i} + G_y \vec{j} + G_z \vec{k} \quad (3)$$

en la que, G_x , G_y , G_z son funciones escalares de posición.

Un campo vectorial dado \vec{G} se puede representar como el gradiente de una función escalar siempre que:

$$\text{Rot. } \vec{G} = \nabla \times \vec{G} = 0 \quad (4)$$

y si se cumple (3), un campo de fuerza \vec{G} que tiene una función potencial U se dice que es conservativo, (al conservar su energía constante), y por la misma condición será Solenoidal.

La fuerza de gravedad \vec{G} en un instante dado en los diferentes puntos del sistema solar, incluyendo la tierra, es una función vectorial de posición, luego entonces el potencial gravitacional U , es una función escalar monovalente de posición puesto que para cada punto tenemos un solo valor además de ser armónico en las regiones que no contienen materia, y si tenemos que U es armónico, sus derivadas parciales lo serán también.

Recordemos también que la ecuación de Laplace

$$\nabla^2 U = 0 \quad (5)$$

se satisface por el potencial gravitacional en la ausencia de masa (función armónica) y la ecuación de Poisson:

$$\nabla^2 U = f(x, y, z) \quad (5a)$$

en donde $f(x, y, z)$, es una función conocida, se satisface por el potencial gravitacional en la presencia de distribución de materia, sin embargo, si esta distribución es uniforme, la ecuación de Laplace se puede tomar como caso particular, ya --

que la solución de (5A) es un problema no homogéneo y su solución bastante complicada, sería por medio de la "función generalizada de Green".

El campo de atracción gravitatoria debido a una masa situada en el origen puede representarse mediante un campo vectorial de acuerdo con el enunciado de la Ley de gravitación de Newton. Si tomamos

$$-\left[\gamma \frac{M}{r}\right] \vec{r} = \vec{G} \quad (\vec{r} \text{ vector de posición})$$

se puede demostrar que:

$$\text{div. } \vec{G} = 0$$

en todas partes menos en el origen, ya que los tubos de campo deben de salir y terminar en este.

En la gravitación encontramos que

$$\nabla U = -\frac{\gamma M}{r^2} \vec{r} \quad (\vec{r} \text{ vector de posición})$$

o sea que el potencial debido a una masa M es

$$\frac{\gamma M}{r}$$

evidentemente el potencial debido a una distribución de volumen de densidad σ , con una densidad de masas ρ , será:

$$U = \int_V \frac{\rho dV}{r} = \int_S \frac{\sigma dS}{r'}$$

(por el Teorema de Gauss)

tomando esto en cuenta el potencial de \vec{G} será

$$U = \int \frac{\rho dV}{r} \quad \text{---} \quad (6)$$

ρ representa la densidad de distribución del volumen de fuentes.

o sea
$$U(X', Y', Z') = \iiint \frac{\rho(X, Y, Z) dX dY dZ}{\sqrt{(X'-X)^2 + (Y'-Y)^2 + (Z'-Z)^2}} \quad (6A)$$

y el vector \vec{G} sera por consiguiente:

$$\vec{G} = \nabla \left[\int \frac{\rho dV}{r} \right] = \nabla U$$

Recordemos ahora el teorema de Green en el espacio, llamado - algunas veces de la divergencia o de Ostrogradsky, el que dice:

"La integral de superficie de una función \vec{F} sobre el contorno de una superficie cerrada, es igual a la integral de la divergencia de \vec{F} sobre el volumen limitado por la superficie."

$$\int_s \vec{F} \cdot \vec{dS} = \int_v \nabla \cdot \vec{F} dV \quad (7)$$

del que puede derivarse que:

$$\int_v \nabla U dV = \int_s U \vec{n} dS$$

es decir que la integral de volumen del gradiente de una función escalar se puede expresar en términos de los valores adquiridos por la función sobre el contorno superficial de la región, o lo que es lo mismo:

$$\iiint \left[\frac{\partial F_x}{\partial X} + \frac{\partial F_y}{\partial Y} + \frac{\partial F_z}{\partial Z} \right] dx dy dz = \iint_s \left[F_x dy dz + F_y dx dz + F_z dx dy \right] \quad (7A)$$

En todas las fórmulas anteriores

$$\nabla \cdot \vec{F} = \left(\frac{\partial}{\partial X} i + \frac{\partial}{\partial Y} j + \frac{\partial}{\partial Z} k \right) \cdot (F_x i + F_y j + F_z k)$$

$$= \frac{\partial F_x}{\partial X} + \frac{\partial F_y}{\partial Y} + \frac{\partial F_z}{\partial Z}$$

$$\nabla U = \left(\frac{\partial}{\partial X} i + \frac{\partial}{\partial Y} j + \frac{\partial}{\partial Z} k \right) U = G(X, Y, Z)$$

$$\nabla \cdot \nabla U = \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} = \nabla^2 U$$

apliquemos ahora el teorema de la divergencia al caso particular de que el vector sea el gradiente de U ; entonces de acuerdo con lo que hemos visto:

$$\vec{G} = \nabla U \quad \nabla \cdot \vec{G} = \nabla \cdot \nabla U = \nabla^2 U ; \quad \nabla U \cdot ds = \frac{dU}{dn} ds$$

y la ecuación (6)

$$\iiint_V \nabla^2 U dv = \iint_S \frac{dU}{dn} ds \quad \text{--- (8)}$$

Esta ecuación establece que:

"La integral del Laplaciano de un escalar U extendida al volumen V es igual al flujo total del gradiente de U .

a través de S "

$$\iiint_V \left[\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right] dx dy dz = \iint_S \left[\frac{\partial U}{\partial x} \cos \alpha + \frac{\partial U}{\partial y} \cos \beta + \frac{\partial U}{\partial z} \cos \gamma \right] dS$$

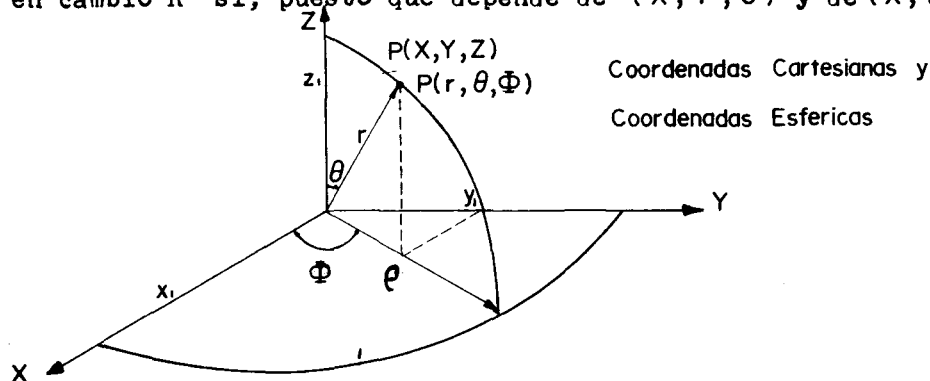
volviendo a nuestra ecuación (1) y de acuerdo con nuestras anteriores consideraciones, en un intervalo cerrado

$$U(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \int \frac{1}{R} \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right) (x', y', 0) ds \quad \text{--- (9)}$$

y diferenciando con respecto a z

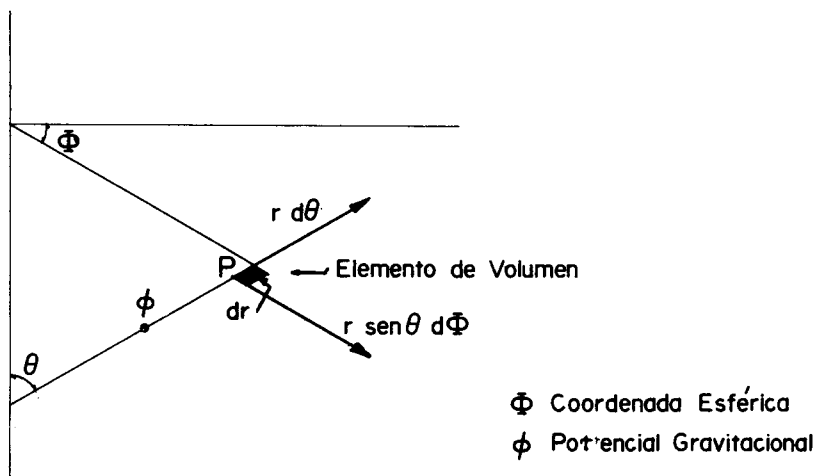
$$g(x, y, z) = \frac{\partial U}{\partial z}(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \int \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{R} \right) g(x', y', 0) ds \quad \text{--- (10)}$$

así pues $g(x', y', 0)$ que representa el valor observado de la gravedad, no es una variable para propósitos de diferenciación y en cambio R sí, puesto que depende de $(x', y', 0)$ y de (x, y, z)



Una aplicación muy importante de los teoremas anteriores es la determinación de la distribución de masa sobre una superficie, que produce un campo dado en todos los puntos fuera de la superficie; el caso mas simple ocurre cuando la superficie es un plano horizontal infinito entre el observador y las masas de atracción.

La forma esferoidal de la tierra permite el uso de coordenadas esféricas, para muchas aplicaciones, en lugar de coordenadas cartesianas.



Fourier demostró que cualquier función definida en el intervalo 0 a 2π que satisface ciertas condiciones puede expresarse como una serie infinita de funciones trigonométricas.

Si la tierra es una esfera, el campo gravitacional puede derivarse de una función potencial ϕ que satisfaga la ecuación de Laplace y que puede representarse como una serie de armónicas.

Las componentes de fuerza en las tres direcciones per-

pendiculares son los gradientes de U

$$\frac{\partial U}{\partial r}, \quad \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta} \quad \text{y} \quad \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial U}{\partial \Phi}$$

Un cubo elemental en P tiene como lados dr , $r d\theta$ y $r \sin \theta d\Phi$ por el Teorema de la divergencia

$$\sin \theta \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \frac{\partial U}{\partial r}) + \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \frac{\partial U}{\partial \theta}) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial^2 U}{\partial \Phi^2} = 0$$

lo que es lo mismo

$$\frac{\partial}{\partial r} (r^2 \frac{\partial U}{\partial r}) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 U}{\partial \Phi^2} + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \frac{\partial U}{\partial \theta}) = 0 \quad \text{--- (11)}$$

que nos representa la ecuación de Laplace en tres dimensiones, si substituímos $R(r) \Theta(\theta) \Phi(\phi) = U$

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dr} (r^2 \frac{dR}{dr}) + \frac{1}{\Theta \sin \theta} \frac{d}{d\theta} (\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta}) + \frac{1}{\Phi \sin^2 \theta} \frac{d^2 \Phi}{d\Phi^2} = 0 \quad \text{--- (12)}$$

El único término que contiene r es el primero, y debe de ser una constante, que podemos decir que sea $n(n+1)$ por lo que

$$\frac{d}{dr} (r^2 \frac{dR}{dr}) - n(n+1)R = 0 \quad \text{--- (12)}$$

cuya solución

$$R = Ar^n + Br^{-(n+1)} \quad \text{--- (A)}$$

El último término multiplicado por $\sin^2 \theta$, quedará únicamente en función de Φ , y será constante.

$$\frac{1}{\Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\Phi^2} = -m^2 \quad \therefore \quad \frac{d^2 \Phi}{d\Phi^2} = -m^2 \Phi$$

por lo que Φ deberá ser de la forma:

$$\phi = a_m \cos m\Phi + b_m \sin m\Phi \quad \text{--- (B)}$$

en la que a_m y b_m son constantes y m es un entero. Con estas substituciones en la ecuación (11A) reducimos a la

forma más simple para \textcircled{B} .

$$\frac{d}{d \cos \theta} \left[(1 - \cos^2 \theta) \frac{d \textcircled{B}}{d \cos \theta} \right] + \left[n(n+1) - \frac{m^2}{1 - \cos^2 \theta} \right] \textcircled{B} = 0$$

La cual es una ecuación asociada de Legendre, cuyas soluciones son funciones del tipo:

$$P_{n,m}(\cos \theta) = \frac{(n-m)!}{2^n (n!)^2} \sin^m \theta \left[\frac{d}{d \cos \theta} \right]^{n+m} (\cos^2 \theta - 1)^n \quad \text{--- (C)}$$

La solución general de la ecuación de Laplace es entonces

$$\nabla^2 U = \sum_{n,m} (A_n r^n + B_n r^{-(n+1)}) (a_m \cos m\Phi + b_m \sin m\Phi) P_{n,m}(\cos \theta) \quad \text{--- (13)}$$

la cual es una armónica esférica de grado n , y se puede demostrar que combinando tales soluciones en series infinitas, es fácil encontrar una solución que tome cualquier valor deseado sobre la esfera unitaria y que convenga para cualquier punto que se considere.

El escoger cualquier solución para un problema particular, depende si el potencial permanece finito en el origen o nó. De importancia particular es el caso cuando U es independiente de ϕ o sea que $m=0$ y n es un entero, ya que la ecuación para \textcircled{B} es soluble en función del polinomio de Legendre.

$$P_n(\cos \theta) = \sum_{k=0}^{\frac{n}{2}} \frac{1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2n-2k-1)}{2^k k! (n-2k)!} (-1)^k \cos^{n-2k} \theta \quad \text{--- (14)}$$

Como el potencial U de cualquier distribución de materia atrayendo de acuerdo con la inversa del cuadrado de la distancia, satisface la ecuación de Laplace en todos los puntos exteriores a la masa; el potencial de cualquier masa simétrica con respecto al eje polar $\theta = 0$, se puede fácilmente expresar si se conoce su expresión sobre puntos en el eje.

Las funciones $P_{n,m}(\cos \theta)$ para valores bajos de m y n son

$$\begin{aligned} P_1(\cos \theta) &= \cos \theta \\ P_1'(\cos \theta) &= \sin \theta \\ P_2(\cos \theta) &= \frac{1}{2}(3 \cos^2 \theta - 1) \\ P_2'(\cos \theta) &= 3 \sin \theta \cos \theta \\ P_2^2(\cos \theta) &= 3 \sin^2 \theta \end{aligned} \quad \text{————— (15)}$$

Existen varios procedimientos semi-gráficos para convertir un mapa de gravedad observada en uno de segundas derivadas, todos basados en el hecho de que la anomalía gravimétrica satisface la ecuación de Laplace, y el Teorema de la Divergencia, en una superficie, por lo que es posible su expansión en series, y que la segunda derivada vertical en un punto P es la pendiente en el origen, de una curva construida proyectando el valor medio de la gravedad medida a lo largo de una serie de círculos concéntricos con centro en P , contra el cuadrado del radio del círculo. Para esto se hace uso del método del coeficiente numérico que implica el empleo de plantillas perforadas con orificios en círculos de radios S , $S\sqrt{2}$, $S\sqrt{5}$, etc siendo S una distancia arbitraria de acuerdo con la escala del mapa y el tamaño de las anomalías.

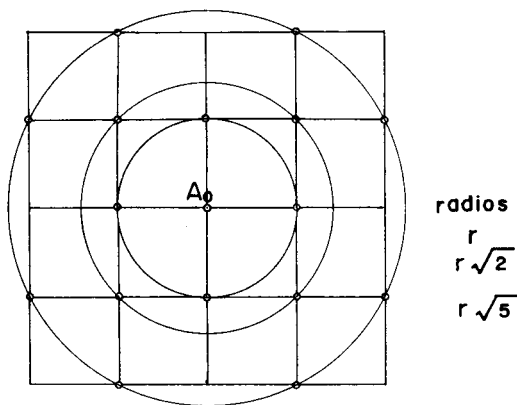
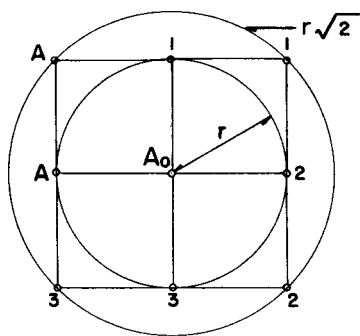
Henderson usa la ecuación

$$\frac{\partial^2 G}{\partial Z^2} = \frac{1}{3r^2} [8A_0 - 4A(r) - 4A(r\sqrt{2})] \quad \text{————— (16)}$$

Elkins usa

$$\frac{\partial^2 G}{\partial Z^2} = \frac{1}{62r^2} [44A_0 + 4\sum A(r) - 3\sum A(r\sqrt{2}) - 6\sum A(r\sqrt{5})] \quad \text{— (17)}$$

Las siguientes figuras dan idea de las plantillas usadas en cada caso:



HENDERSON

Hay que tomar en cuenta que el espaciamento de la cuadrícula y el número de anillos, elegidos empíricamente, ejercen considerable influencia en el resultado final; el efecto de emplear diferentes espaciamentos es comparable al empleo de diferentes filtros eléctricos que dejan pasar unas frecuencias y eliminan otras. También es necesario hacer notar que las cantidades resultantes ya NO están en unidades gravimétricas, sino en $(\text{cm}^{-1} \text{ seg}^{-2})$ y por lo tanto no se pueden usar perfiles de estructuras modelos en la interpretación de mapas de segunda derivada; sin embargo, si es posible calcular perfiles de segunda derivada para formas simples y aplicar estos a la interpretación.

ELKINS

El método de segunda derivada debe limitarse a casos en donde se tenga una adecuada distribución de estaciones con valores de anomalía de muy alta aproximación, si las estaciones no están bien distribuidas en el área no es posible hacer el cálculo con precisión.

Método de continuación del campo.

L.J. Peters demostró que un campo potencial medido en la superficie puede proyectarse hacia arriba o abajo, transforman

dolo matemáticamente en lo que se mediría en el plano escogido arriba de la superficie ó en el interior de la tierra. El procedimiento de cálculo es semejante al de Segunda Derivada superponiendo a una cuadrícula de valores de gravedad una serie de círculos con ventanas uniformemente espaciadas y -- aplicando coeficientes de ponderación apropiados de acuerdo -- con la fórmula de segunda derivada:

$$D = \frac{C}{S} (W_0 g_0 + W_1 g_1 + W_2 g_2 + \dots) \quad \text{—————} \quad (18)$$

en las que los W_n son factores de ponderación y las g representan los valores medios de gravedad en los círculos considerados.

BIBLIOGRAFIA

GEOLOGIA

Chariguin M. Geología General

Lowell and Flint. Geología Física

MATEMATICAS

Bidwell W. E. Advanced calculus.

Sokolnikof. Higher Mathematics for Engineers and Physicists.

Terrazas G. Cálculo vectorial.

GEOFISICA

Dobrin M. B. - Introducción a la prospección Geofísica.

Grant and West. Interpretation theory in applied, Geophysics.

Heiskanen. The Earth and its gravity field.

Howell. Introducción a la Geofísica.

Jakosky. Exploration Geophysics.

Nettleton. Geophysical prospecting for oil.

Morones L. Boletín Vol. VI. No. 4, 1965. A. M. G. E.

FABRIMEX, S. A. DE C. V.

Con los SELLOS DE TEFLON colocados en el interior de los coples API de las tuberías de producción se eliminan, en su totalidad, las fugas de fluidos.

Con los Barrenos FABRIMEX (Tipo Williams) se obtienen más metros perforados y menores costos de perforación.

EVITE problemas en las cementaciones primarias utilizando CENTRADORES, RASPADORES Y COLLARINES TOPE TIPO FABRIMEX.



Los PRODUCTOS QUÍMICOS FABRI-NUTRO son una garantía para evitar los problemas de corrosión, para afinamiento, incrustaciones de carbonatos, etc.

Las JUNTAS FABRI-GRIFIN "DS" están diseñadas para terminaciones múltiples y el sello de teflón les permite operar con gran eficiencia en pozos de alta presión.



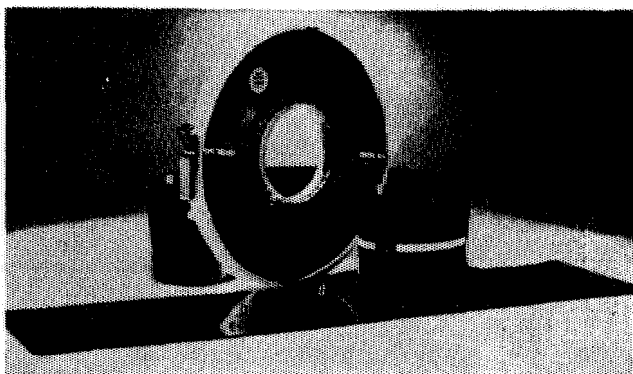
Estamos para servirle.

FABRIMEX
S.A. DE C.V.

Pco. Novoa 106, México 14, D.F. Tel. 5-77-33-22

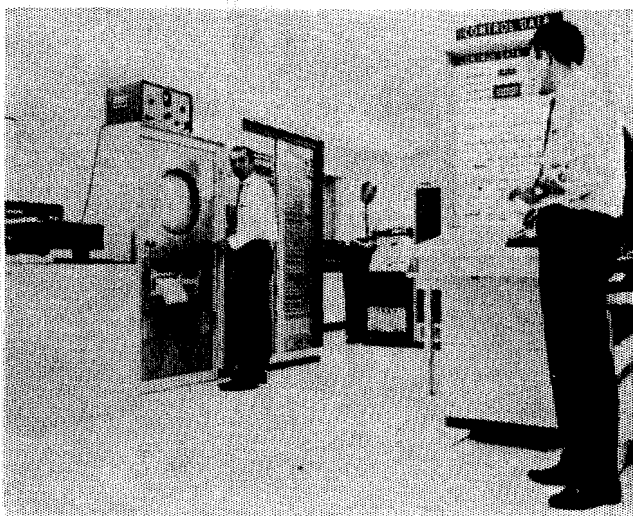
Petty procesa cintas como estas

(Grabaciones Sismológicas,
analógicas o digitales hechas
por usted o por Petty)



en estas computadoras

(El muy completo centro de
Proceso de Petty en San Antonio,
Texas, incluye un sistema de
Computación CDC, asociado con
equipo de conversión ADA, de
máxima capacidad sísmica
y un grupo experimentado de
programación Geofísica)



con

programas sofisticados

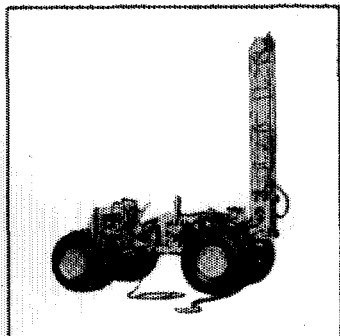
(Punto Común de Reflexión,
apilamiento, deconvolución
de reverberación filtrado de
fase 0, etc.)

Para encontrar más aceite, lo
invitamos a usar los 40 años de
experiencia de Petty,
en Exploración Geofísica.



HOME OFFICE: TOWER LIFE BUILDING
SAN ANTONIO, TEXAS, U.S.A. — TEL: 512 CA 6-1393

PETTY GEOPHYSICAL ENGINEERING CO. DE MEXICO, S. A. DE C. V.
Av. Juárez 97 — Desp. 405-406 — Tel. 21-08-34 — México 1, D.F.



LA UTILIDAD DEL TRANSPORTADOR FLOTANTE "CAREY"
EN ACCION EN EL AREA MAR DEL NORTE.

"TRANSPORTADOR FLOTANTE CAREY"

Considere estas ventajas cuando usted planee su próximo trabajo:

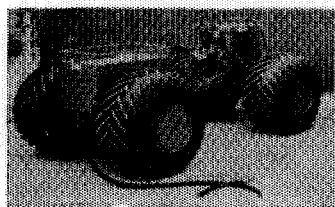
ROBUSTEZ.—Eje de Conducción Planetario (standard en todos los "transportadores flotantes" CAREY) elimina rompimientos del eje y diferencial.

SEGURIDAD.—Es fácilmente obtenible un servicio de campo completo y garantiza un máximo de eficiencia. Todos los "transportadores flotantes", utilizan máquina de encendido automático, dirección de poder, y en la parte trasera tiene un cabrestante o malacate. Es aprovechable para 24 hrs. de servicio.

VERSATILIDAD.—Los "transportadores flotantes" vienen equipados, con equipo de perforación, tanques de agua, cabina de instrumentos, soportes, y son completamente anfibios para todas las operaciones. Dependiendo del terreno, son opcionales las llantas de tierra firme o llantas de agricultura.

Permita que CAREY trabaje con usted para sus diseños en áreas difíciles o pantanosas según sea su aplicación específica. Se puede tener rentado o comprado.


Llame o escriba a CAREY MACHINE & SUPPLY CO., 5810 South Rice Ave., Houston, Texas 77036. Teléfono 713 Mo 7-5695 o en México a Distribuidores Industriales. Lafragua No. 13-201, México 1, D. F., Tel. 35-24-07.



VEHICULO ANFIBIO CAREY
ROBUSTEZ - SEGURIDAD - ECONOMIA



REPRESENTANTES EN MEXICO:
DISTRIBUIDORES INDUSTRIALES, S. A
Lafragua No. 13 - 201



**Vector
Fabrica Cables
para todo
uso en
Geofísica**

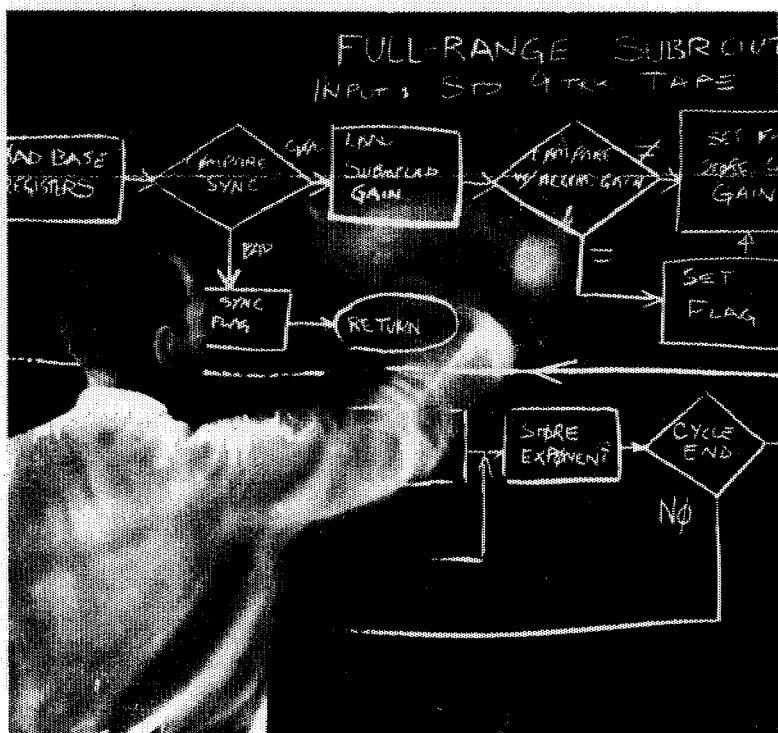
Vector Cable Company

5616 Lawndale
Houston, Texas
Phone — 713-926 8821
TWX — 713-571 1492

WESTERN

SIEMPRE **EN MARCHA**

desde la programación de rango completo producida por amplificadores de incremento binario, hasta los nuevos conceptos sobre orígenes sísmicos.



933 North La Brea Avenue • Los Angeles, California 90038, E.U.A.
520 North Market Street • Shreveport, Louisiana 71107, E.U.A.

WESTERN
GEOPHYSICAL 
DIVISION OF LITTON INDUSTRIES

PERFORACIONES, S. A.

**CONTRATISTA DE PERFORACION
EXPLORATORIA DESDE 1950 PARA**

PETROLEOS MEXICANOS

SECRETARIA DE MARINA

CONSTRUCTORA MALTA, S. A.

NATIONAL SOIL SERVICES, CO.

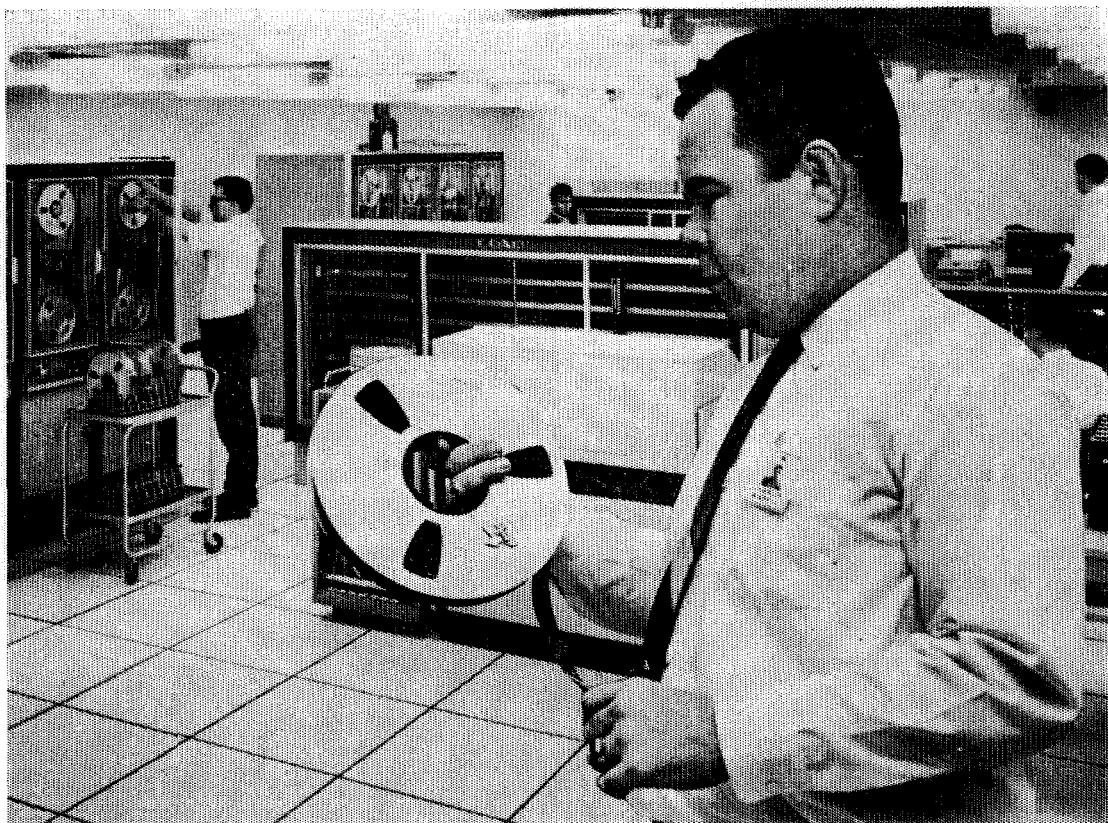
**CIA. FUNDIDORA DE FIERRO Y
ACERO DE MONTERREY, S. A.**

Y PARTICULARES

AVENIDA JUAREZ No. 119 - 5o. PISO

Teléfonos: 21-37-25 y 21-36-42

MEXICO 1, D. F.



Su trabajo: PRODUCCION SISMICA!

Procesos solicitados: PROGRAMAS AEN-O, DCN-1, DPG-O

La cinta que Carlos Bissell se prepara a montar en un centro GSI de procesamiento, contiene registros de una de las líneas principales de su levantamiento marino. La oficina de interpretación necesita una sección después de que los sismogramas han sido editados (eliminadas trazas ruidosas, cambio de polaridad, etc.), corregidos por desplazamiento horizontal, deconvueltos y reunidas las trazas de profundidad común. Usted tiene prisa por ver los resultados en el informe semanal. Ahora es el momento en que Carlos tiene que producir.

¿Qué le ayuda a Carlos a producir? Primero, él conoce su trabajo. Ha sido entrenado para ello y tiene más de cinco años de experiencia en producción sísmica, 12 meses de esta aquí mismo, en este centro. Segundo, trabaja con equipo digital de alta velocidad, probado en producción y específicamente diseñado para procesar datos sísmicos. Tercero, tiene a su mando una biblioteca completa de alta eficiencia, programas de producción para aprovechar la potencia elaboradora del TIAC. Sobre todo, él está respaldado por hombres de la mayor, experiencia digital en producción sísmica—

Programadores, geofísicos de área, sismólogos investigadores y gerentes de operaciones.

Con todo este apoyo, Carlos tiene que producir. Es su levantamiento y Ud. quiere su información geofísica libre de ruido y múltiples, y deconvuelta.

GSI está entregando producción sísmica digital en todo el mundo. Carlos podría hacer este mismo trabajo al igual que otros en centros de procesamiento sísmica digital pertenecientes a GSI en Dallas, Nueva Orleans, Midland, Houston, Londres, Calgary y en otros que se abrirán próximamente.

GSI significa producción geofísica, sísmica digital o analógica, gravimetría, magnetometría, acumulación de datos de campo, procesamiento e interpretación.

Estamos obligados a ello. Es nuestro trabajo.

GSI

de Mexico S. A. de C. V.

AVENIDA JUAREZ 119. DESPACHO 42,

MEXICO 1, D.F.





Du Pont, S.A. de C.V.

Av. Juárez No. 117-5o. Piso
México 1, D. F. Tel. 5 46 90 20

DEPARTAMENTO DE EXPLOSIVOS

**Fábrica Ubicada en:
DINAMITA DURANGO**

**DINAMITAS
GEOMEX* 60% (Gelatina Sismográfica)
SUPER MEXAMON*
TOVEX* EXTRA
DETOMEX*
FULMINANTES
ESTOPINES ELECTRICOS
ESTOPINES SISMOGRAFICOS "SSS"**

ACCESORIOS DEL RAMO

OFICINAS EN: TORREON, COAH.
Edificio Banco de México Desp. 305 Tel. 2 09 55

REPRESENTANTE EN: GUADALAJARA, JAL
Juan Manuel No. 1184 Tels: 25 56 82 y 25 56 08

* MARCA REGISTRADA DE DU PONT



THOMPSON BUILDING
TULSA, OKLAHOMA 74103

CONSULTORES INTERNACIONALES DE
GEOLOGIA Y GEOFISICA

Ben. F. Rummerfield.- Presidente

Norman S. Morrissey.- Vice-Presidente

John Rice.- Jefe de Geofisicos