Boletín de la

ASOCIACION MEXICANA DE GEOFISICOS DE EXPLORACION

Sumario

Página

- **MODELADO SISMICO EN 3D: UNA SOLUCION PARA AREAS AFECTADAS POR ANOMALIAS DE VELOCIDAD** *1*

  Marcos L. Luckie Pimentel

- **EL MODELADO DIRECTO EN REGISTROS DE INDUCCION UTILIZANDO DIFERENCIAS FINITAS** *23*

  Pedro Anguiano Rojas

- **INVERSION DE REGISTROS DE INDUCCION UTILIZANDO TEORIA DE PERTURBACION** *37*

  Pedro Anguiano Rojas

- **VARIACION DE LAS AMPLITUDES CON RESPECTO A LA DISTANCIA (AVO): TUTORIAL** *53*

  Felipe J. León Islas

VOL. XXXVI · Enero-Diciembre, 1996 · Nos. 1, 2, 3, y 4

ASOCIACION MEXICANA DE GEOFISICOS DE EXPLORACION, A.C
MARINA NANCIONAL 329 TORRE PISO 11
COL. VERONICA ANZURES C.P. 11311
TEL.:531.6313 FAX: 531.6314 E-MAIL: gperez@smx.pep.pemex. com

CONSEJO DIRECTIVO
1997-1998

Presidente	DR. GUILLEMO PEREZ CRUZ
Vicepresidente	ING. CESAR NAVARRO TAFOLLA
Secretario	ING. JOSE MANUEL ABLANEDO AGUIRRE
Tesorero	M.C. RODOLFO MARINES CAMPOS
Protesorero	ING. B. PATRICIA OCEGUERA SERRANO
Editor	M.I. ALEJANDRO SANDOVAL SOLIS
Co-Editor	M.I. GERARDO BASURTO BORBOLLA
Coor. Ayuda Mutua	ING. CARLOS A. VILLEGAS CARRASCO
Sub. Coor. Ayuda Mutua	ING. EDUARDO LEON TAPIA
Coor. Eventos Técnicos	M.C. JORGE A. MENDOZA AMUCHASTEGUI
Coor. Eventos Sociales	ING. JOSE JAIME RUIZ HERNANDEZ
Comité Jubilados	ING. MARIO ROSELLO GUZMAN

CONSEJO DE HONOR Y JUSTICIA

M.C. SALVADOR HERNANDEZ GONZALEZ
ING. JORGE REYES NUÑEZ
M.C. RAYMUNDO AGUILERA IBARRA

PRESIDENTES DELEGACIONALES

Cd. del Carmen	ING. SANTIAGO ARELLANO ISLAS
Coatzacoalcos	ING. RAFAEL CLEMENTE MARTINEZ
Poza Rica	ING. GABRIEL GONZALEZ COVARRUBIAS
Reynosa	ING. ARMANDO CRUZ LOPEZ
Tampico	ING. ENRIQUE DE LA ROSA SANTOSCOY
Villahermosa	ING. JORGE BARRIOS RIVERA
Veracruz	ING. ISIDRO DE LUNA ESQUIVEL

COMITES DE ESPECIALIDAD

Operaciones Geofísicas	ING. ALFONSO ORTEGA LEITE
Procesado Sísmico	ING. CARLOS VELAZQUEZ TAFOYA
Interpretación Geofísica	M.I. ARTURO SOTO CUERVO
Interpretación Interactiva	ING. JOSE MARTINEZ LANDIN
Geofísica de Yacimientos	DR. RUBEN DARIO MARTINEZ
Métodos Potenciales	ING. JULIAN CABRERA SANCHEZ

Para todo asunto relacionado con el Boletín Técnico, como manuscritos, suscripciones, descuentos especiales a bibliotecas públicas o universidades, publicaciones, anuncios, etc., dirigirse a:

M.I. Alejandro Sandoval Solis
Edificio Pirámide PEP 5to. piso
Villahermosa, Tabasco
Tel.: (93) 101853
Fax: (93) 101741

Email: asansol@pep.pemex.com

Las aseveraciones y opiniones expresadas en los escritos en este Boletín, son de la exclusiva responsabilidad de los autores.

Boletín de la Asociación Mexicana de Geofísicos de Exploración. Boletín Trimestral, editado por la Asociación Mexicana de Geofísicos de Exploración, Apartado Postal 57-275, 06500 México, D.F. Solicitada la Autorización como correspondencia de segunda clase en la Administración de Correos, D.F. Solicitada la licitud correspondiente a la Dirección de Publicaciones y Revistas Ilustradas de la Secretaría de Educación Pública. Prohibida su reproducción total o parcial sin la autorización de la AMGE.

EDITORIAL

Este boletín es el primero publicado por el actual Consejo Directivo, con este motivo, aprovechamos la ocasión para enviar un cordial saludo a la membresía de nuestra querida Asociación y, adicionalmente, comunicar algunas reflexiones.

Seguramente muchos de ustedes, en el tiempo que transcurrió desde que recibieron el último se habrán preguntado ¿Qué paso con el boletín? Lo que paso es que por diversas causas, tenemos un atraso de aproximadamente dos años y medio en la edición, ya que el boletín anterior correspondió con los últimos números de 1995, con todas las implicaciones que esto tiene. Es por ello que la Directiva tomo la decisión de hacer un intento de actualizarse, por lo que en este volumen especial se incluyen cuatro artículos que cubren los números 1,2,3 y 4 del Vol. XXXVI del año 1996, quedando pendientes los números correspondientes a 1997 y 1998, los cuales esperamos se entreguen próximamente.

Creemos que fundamentalmente son dos los motivos del atraso:

- lentitud en el proceso de edición.
- escasez de artículos para publicar.

El proceso de edición es lento debido principalmente a que carecemos de instrucciones o normas para la publicación de trabajos, por lo que cada autor envía el material que va a publicar de acuerdo con su muy valioso criterio del orden y forma que tendrá su artículo, el cual generalmente es entregado en un documento impreso en papel, posteriormente el impresor efectúa la captura inicial del texto y las figuras, cuando finaliza, lo devuelve a los editores para su revisión y así sucesivamente hasta que el artículo queda listo para ser publicado, en un proceso que ocasionalmente requiere de hasta 4 o 5 revisiones. Es necesario que este proceso se modernice, para lo cual, la Directiva tiene el compromiso de elaborar las normas para la publicación de trabajos técnicos en nuestro boletín, en espera de ellas se pide a los autores que envíen sus trabajos en formato digital, utilizando paquetes de cómputo comerciales (procesador de texto y alguno para presentaciones).

De acuerdo con la opinión de la mayoría de los asociados, la escasez de artículos se debe fundamentalmente a que el exceso de cargas de trabajo no nos permite dedicar tiempo a su elaboración, lo cual es comprensible, sin embargo, considerando que la geofísica ha tenido un impresionante desarrollo tecnológico en los últimos años, nuestras actividades son cada día más importantes en la exploración de cualquier índole, por lo que es razonable creer que existen muchas y variadas vivencias de trabajo que compartir, razón por la cual hacemos un atento llamado a los asociados para que sacrifiquen un poco de su tiempo libre y hagan un esfuerzo por escribir sus experiencias y aumentar así la cantidad de artículos en espera de publicarse. ¡La Asociación se los agradecerá!

MODELADO SISMICO EN 3D, UNA SOLUCION PARA AREAS AFECTADAS POR ANOMALIAS DE VELOCIDAD

* *Marcos L. Luckie Pimentel*

Introducción

La porción occidental de la Cuenca de Macuspana se caracteriza por contener una gruesa secuencia de rocas terciarias de hasta 8 Km de espesor, subyacida por rocas del Cretácico y Jurásico, en las que se han descubierto importantes acumulaciones de hidrocarburos, representadas por los campos: Luna, Tizón y Costero.

Uno de los factores más importantes de riesgo exploratorio en esta área es la definición de la trampa, ya que la presencia de gruesos cuerpos de arcilla del Mioceno Inferior - Oligoceno, de espesor y geometría variable dificulta, y en algunos casos impide, la obtención de imágenes sísmicas de calidad asociadas a las rocas mesozoicas.

En este trabajo se presentan la metodología y resultados de proceso sísmico, interpretación interactiva y modelado sísmico que permitieron mapear en profundidad con un buen grado de confiabilidad, las estructuras a la cima del Cretácico. Estos resultados al integrarse con información geológica, geofísica y económica fueron de gran valor a PEP para la proposición de localizaciones exploratorias en busca de nuevos campos de hidrocarburos.

Antecedentes

El área de estudio se localiza en la planicie costera de Tabasco y Campeche en el sureste de México, ocupando la porción noroccidental de la provincia geológica conocida como Cuenca de Macuspana (figura 1). En esta región se localizan los campos Luna, Tizón y Costero productores de gas y condensado en rocas fracturadas del Cretácico Medio.

Con los descubrimientos de los campos Cactus y Sitio Grande en 1972, en el área de Chiapas Tabasco, y posteriormente el Campo Luna, surgió un mayor interés en el área para explorar estructuras mesozoicas con características similares a las ya descubiertas. Como resultado de este interés se descubrió el Campo Tizón, productor de gas y condensado de 47°API. Posteriormente, la exploración se extendió hacia el Este, culminando con el descubrimiento del pozo Costero-1, el cual es productor de gas y condensado de 49.5°API en el Cretácico Medio. Adicionalmente, dentro del área de estudio se ha obtenido producción comercial de gas en rocas terciarias en el pozo Espadañal-1.

El problema principal en el área de estudio desde el punto de vista exploratorio, lo constituye la presencia de gruesas capas de arcilla del Mioceno Inferior-Oligoceno que debido a su distribución irregular y baja velocidad dificultan y en algunos casos impiden la obtención de imágenes sísmicas de buena calidad de las rocas cretácicas, siendo la definición de la trampa un factor de alto riesgo.

La imagen sísmica con buenos reflectores por si sola no es la solución completa, más bien ésta debe ser transformada a su posición precisa en profundidad. Los procedimientos de conversión de tiempo a profundidad convencionales pueden proporcionar una solución adecuada en casos de interfases de velocidad planas y horizontales o de estructuras simples. Desafortunadamente, estos procedimientos dan lugar a resultados erróneos cuando la variación lateral de velocidades es marcada. El mayor reto en el área de estudio es no solo obtener imágenes sísmicas de buena calidad de las rocas cretácicas, sino también obtener su posición precisa en profundidad.

Información antecedente

Para realizar el estudio se contó con información sísmica 2D, así como con información geológica y geofísica de pozos exploratorios.

La información sísmica consistió en 153 líneas de longitud variable, haciendo un total de 2200 Km. Las líneas fueron obtenidas en el período de 1972 a 1994 por once diferentes brigadas. Su distribución se muestra en el plano de la figura 2. La información sísmica es muy heterogénea en calidad y despliegue, debido a los diferentes sistemas de grabación, parámetros de campo y proceso sísmico empleados, así como a las diferentes condiciones superficiales del terreno.

* Pemex Exploración Producción. Región Sur.

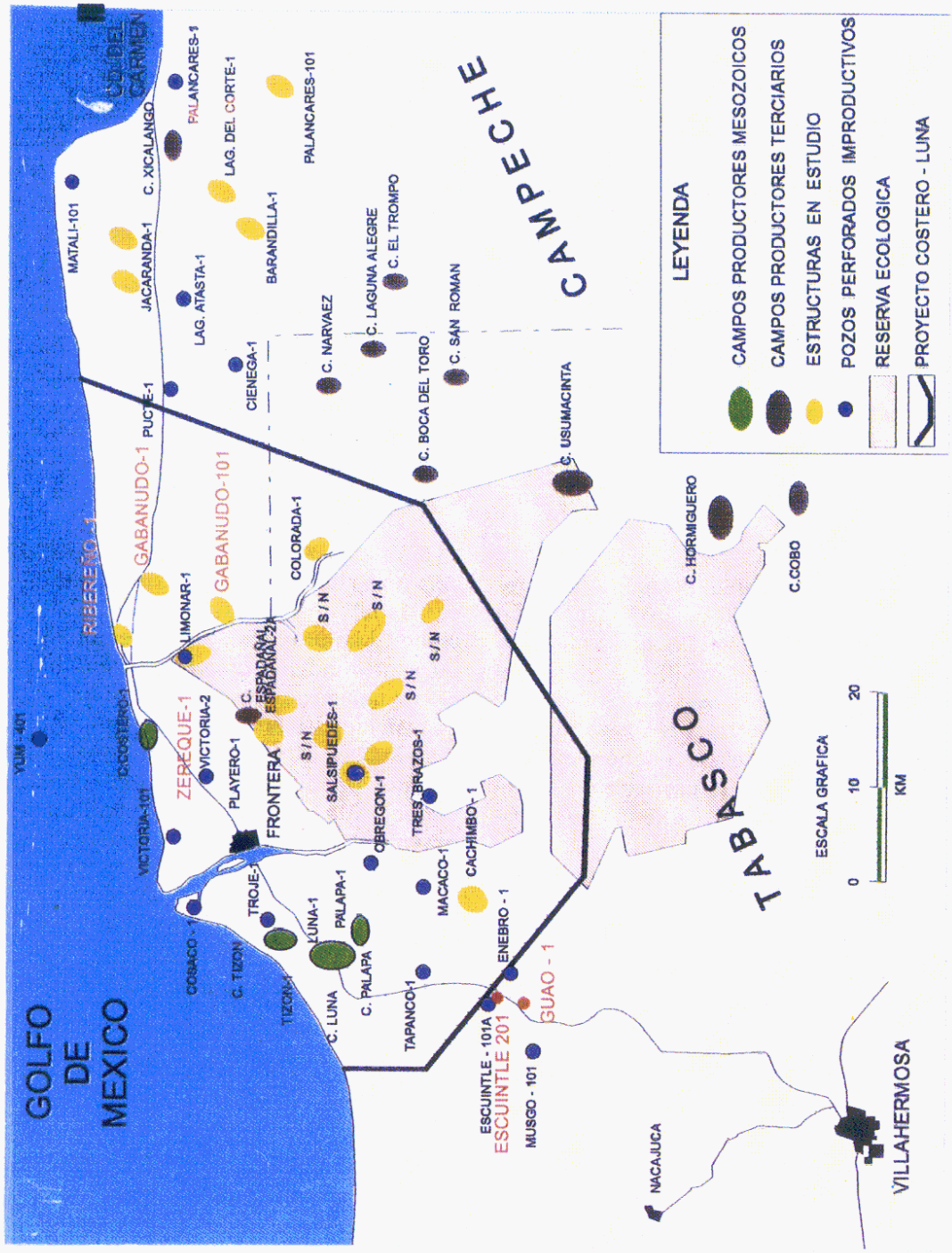


FIG. 1. Ubicación del área de estudio.

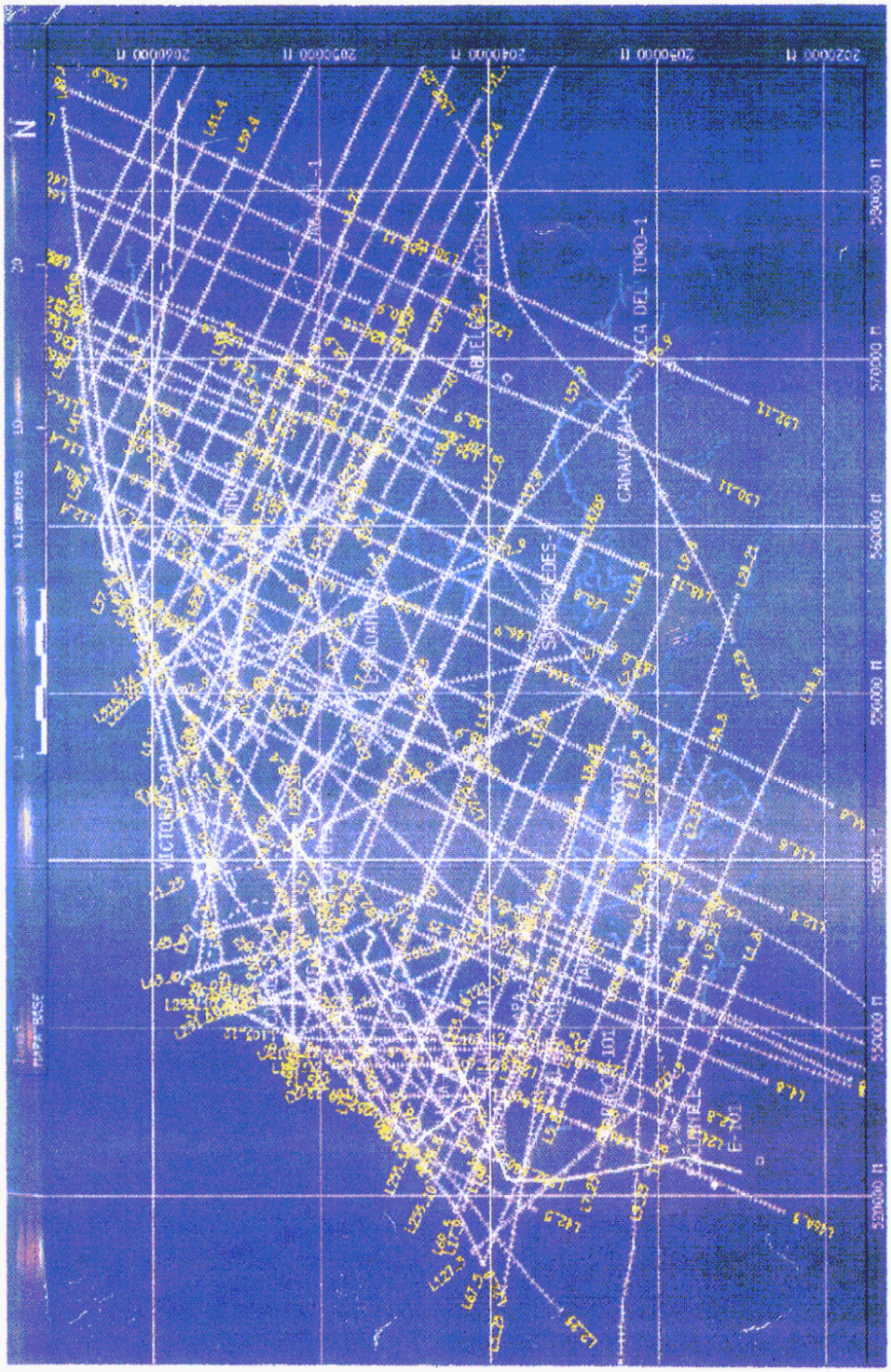


FIG. 2. Distribución de líneas sísmicas en el área de estudio.

Por su parte la información de pozos consistió en columnas geológicas y registros geofísicos (resistividad, densidad, sónico, VSP y tiros de velocidad) de 43 pozos exploratorios. La información de ubicación geográfica de las líneas sísmicas y de los pozos también fue utilizada.

Estrategia

Una solución al problema de imagen sísmica del área podría haber consistido en obtener nueva sísmica 2D y aplicar migración en profundidad antes de apilar. Sin embargo, los costos y tiempos de implementación de este esquema rebasaban los recursos entonces disponibles. Por tal motivo, se adoptó una solución de reproceso y homogenización de la información seguida por la utilización exhaustiva de sistemas de interpretación interactiva. La solución propuesta se basa en la construcción de mapas migrados en profundidad de los horizontes de interés, e incluye: interpretación en tiempo de éstos en toda la malla sísmica, interpretación detallada de velocidades y modelado sísmico interactivo en 3D.

Para implementar esta solución se diseñó la siguiente estrategia:

· Creación de un equipo multidisciplinario de trabajo constituido por analistas de proceso sísmico, intérpretes sísmicos y estratígrafos.

· Designación de en aquel entonces el Centro de Proceso Sísmico de Coatzacoalcos, como Centro dedicado a los requerimientos del proyecto.

· Adquisición de equipo de cómputo y software especializado para apoyar por un lado a los analistas de proceso en la interpretación de velocidades, y por otro, a los intérpretes con herramientas de correlación sísmica y de registros, mapeo, modelado sísmico y migración de mapas en profundidad.

· Contratación de asesoría externa continua que asegurará la cohesión del equipo de trabajo y la aplicación eficiente de las herramientas de interpretación.

Etapas del proyecto

El proyecto se desarrolló en 4 etapas, cada una de ellas incluye lo siguiente:

Etapa 1.
· Compilación de información sísmica y de pozos.
· Digitalización de registros de pozo.
· Procesado y homogenización de información sísmica.
· Construcción del mapa base.

Etapa 2.
· Captura de información a base de datos común.

Etapa 3.
· Generación de sismogramas sintéticos.
· Correlación de horizontes sísmicos.
· Interpretación de velocidades.
· Conversión a profundidad

Etapa 4.
· Modelado sísmico.
· Migración de mapas en profundidad.
· Identificación de áreas prospectivas.

Reproceso sísmico

El reproceso sísmico se realizó con apoyo del Centro de Proceso Sísmico en Coatzacoalcos, Ver. y de todos sus analistas. Los intérpretes del equipo se mantuvieron estrechamente involucrados; así los analistas pudieron sacar provecho de la experiencia de los intérpretes y familiarizarse con el área. Igualmente los intérpretes lograron estar más conscientes de los problemas específicos del proceso sísmico.

Se puso énfasis en la geometría de adquisición y especial cuidado en la revisión y edición los registros de campo. Con el propósito de preservar el carácter sísmico y la información de echados, algunas de las premisas del reproceso fueron: minimizar el uso de filtros f-k, evitar filtros de coherencia y realizar análisis de velocidad lo más cercanamente posibles dentro de los límites de factibilidad técnica y económica. El balanceo de las amplitudes de las diferentes líneas se realizó con base en su distribución estadística. En la figura 3 se muestra el diagrama de flujo de proceso sísmico empleado.

El trabajo en equipo y la estandarización del proceso permitieron obtener un incremento en la productividad de líneas procesadas y mejoramiento (en buena parte del área) de la calidad de la información sísmica a nivel del objetivo geológico. En la figura 4 se muestra una línea sísmica típica del área del proyecto.

Tratamiento de información de pozos

Para tener un buen control geológico y de velocidades en el área de estudio, se recopilaron las cin-

SECUENCIA DE PROCESO

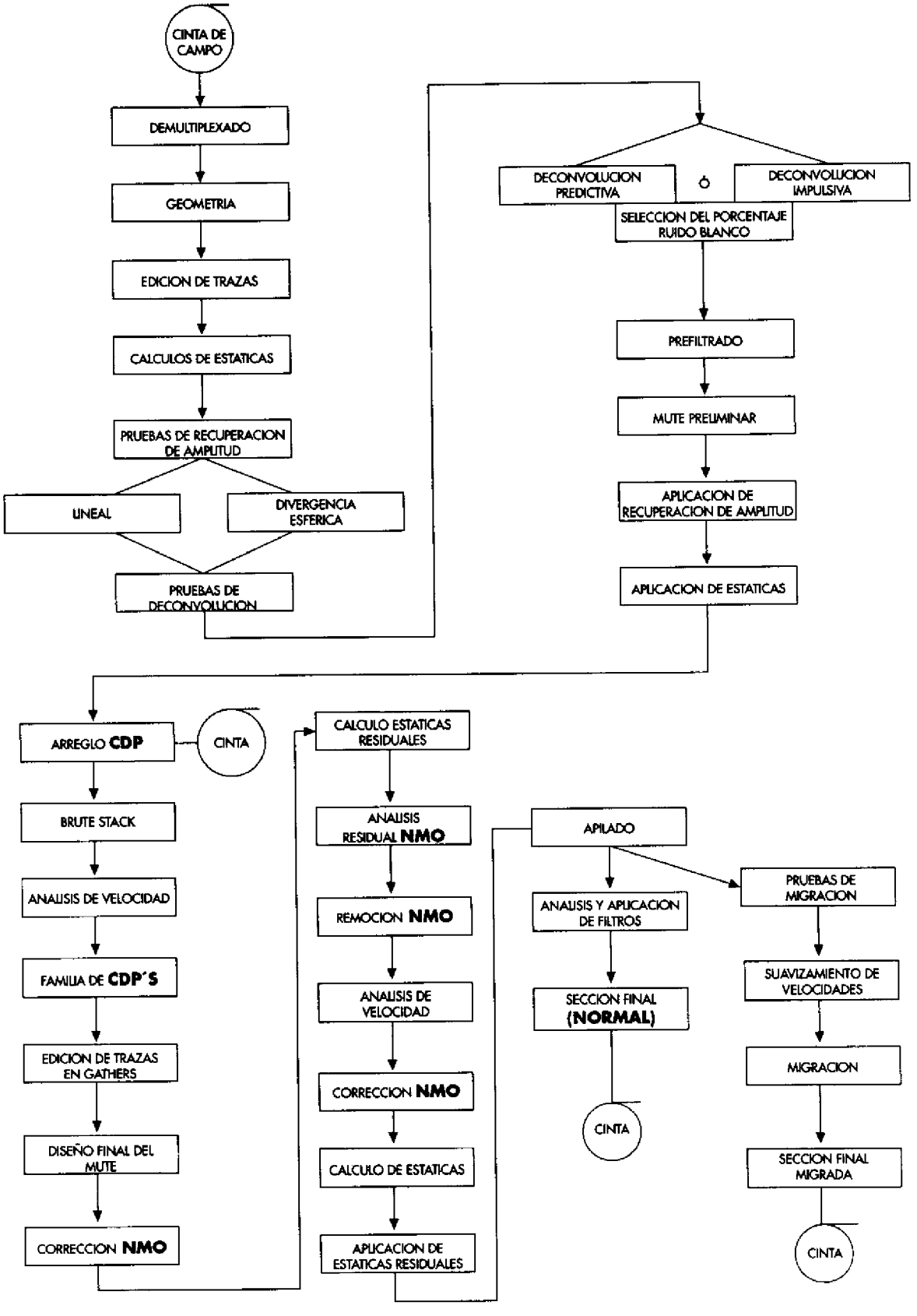


FIG. 3. Diagrama de flujo del proceso sísmico empleado.

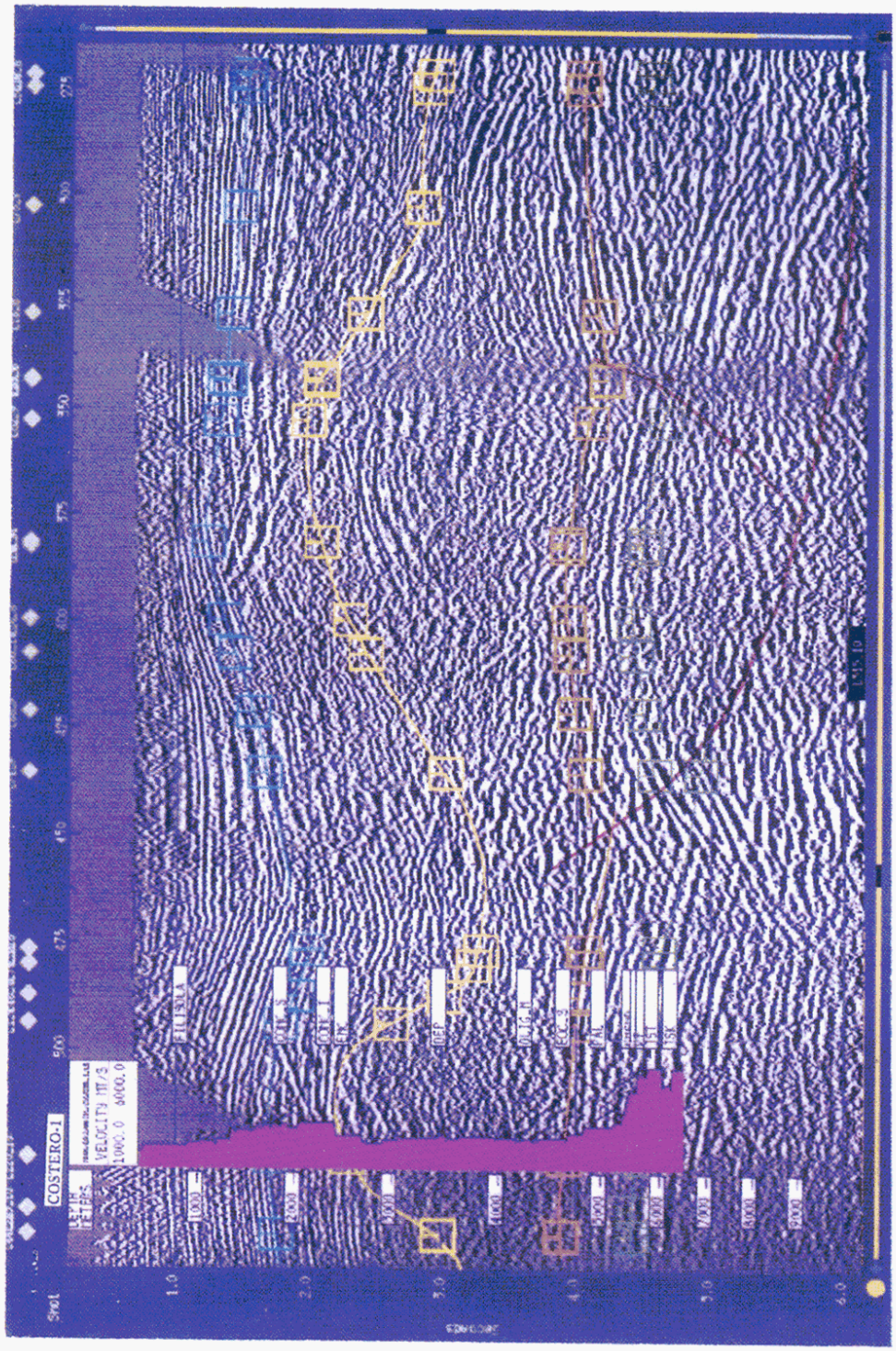


FIG. 4. Línea sísmica típica del área de estudio mostrando los 4 horizontes correlacionados y su calibración con el registro de velocidades del pozo Costero-1.

tas de los registros geofísicos de pozo y se digitalizaron los faltantes usando el sistema Atlantis. Los archivos fueron convertidos al formato LIS y grabados en cintas de 9 pistas.

Fueron cargados un total de 43 pozos a la base de datos. Los registros fueron editados usando el paquete QUICKLOG*. A los registros sónicos se les aplicó un remuestreo para la generación de sismogramas sintéticos.

La información de registros de pozo se integró a la información sísmica y a la de cimas geológicas. La información de los registros de densidad fue integrada con los registros de velocidad derivados del sónico para generar sismogramas sintéticos de 23 pozos exploratorios.

Características del mapa base

A partir de mapas topográficos de PEMEX se digitizó información de línea de costa, ríos tributarios, lagunas, canales, etc. y rasgos culturales, tales como: caminos, ciudades e instalaciones petroleras.

Asimismo se digitizó, de diferentes planos topográficos, la posición de las líneas sísmicas, puntos de tiro y pozos exploratorios. En algunos casos se contó con las coordenadas precisas de los pozos en forma digital. Los cruceros de las líneas y ubicación de pozos con respecto a éstas fueron verificados en forma objetiva sobre el mapa base y también interactivamente.

Interpretación sísmica

La obtención en profundidad de la cima del Cretácico requería no solo de su identificación y correlación en las secciones sísmicas, sino la de otros horizontes inmediatamente arriba y abajo de la cima y la base de las arcillas; de aquí que se correlacionarán tres horizontes más: Concepción Superior, cima de las arcillas y Eoceno.

La calidad de los datos sísmicos correspondientes a los horizontes Concepción Superior y cima de arcillas es buena permitiendo una correlación y mapeos bastante confiables. Mientras que la calidad de la información asociada a los horizontes Eoceno y cima del Cretácico, aún después del reproceso, es regular por lo que su correlación fue más difícil y menos confiable.

Las tareas de correlación y mapeo fueron realizadas interactiva y automáticamente mediante el paquete TWODI*. En las figuras 5, 6, 7, y 8 se muestran los mapas de configuración en tiempo de los cuatro horizontes correlacionados.

Descripción de mapas en tiempo

El mapa de la cima de Concepción Superior de la figura 5 muestra altos y bajos aparentes amplios sin orientación preferencial disectados por fallas de tipo normal. La región más somera (de menor tiempo de reflejo) se localiza en el extremo occidental del mapa, en donde se ubican el campo Luna y los pozos Palapa-1 y Macaco-1. En la parte central del mapa se esbozan algunos altos estructurales menores aparentes, circundados por amplios sinclinales.

El mapa de cima de arcillas (figura 6) muestra rasgos y tendencias bastante interesantes. Se observan una serie de alineamientos casi norte-sur en la parte occidental y central del mapa. Estos alineamientos incluyen en su parte suroccidental algunos de los "domos arcillosos" reportados con anterioridad a este trabajo, en las localidades de los pozos Escuintle-1 y Enebro-1. Mientras que en su parte central en los pozos: Victoria-1, Costero-1, Espadañal-1 y Limonar-1. Como se puede observar en este mapa la morfología aparente de las masas arcillosas en planta está lejos de ser dómica y más bien es alargada con dimensiones de 20 por 3 Km.

El mapa del Eoceno de la figura 7 muestra dos grandes bloques levantados en la porción occidental y central del área disectados por fallas principalmente inversas y separados por un sinclinal amplio. Nuevamente, en el bloque levantado occidental se localizan el Campo Luna al norte y los pozos Escuintle-1 y Enebro-1 al sur. En la parte norte del bloque central se localiza el pozo Costero-1.

El mapa de la cima del Cretácico de la figura 8 es bastante concordante con el del Eoceno, sin observarse dirección preferencial de las estructuras aparentes. En su porción occidental se esbozan las estructuras más someras asociadas con tiempos de reflejo de 3.6 a 3.8 segundos. En el bloque de la parte central se esbozan estructuras subcirculares a tiempos de reflejo de 4.2 a 4.4 segundos.

Interpretación de velocidades

Para crear el campo de velocidades se seleccionaron 70 líneas con sus correspondientes familias de CMP´s y coordenadas precisas. Los análisis de velocidad se efectuaron cada 20 CMP´s y las

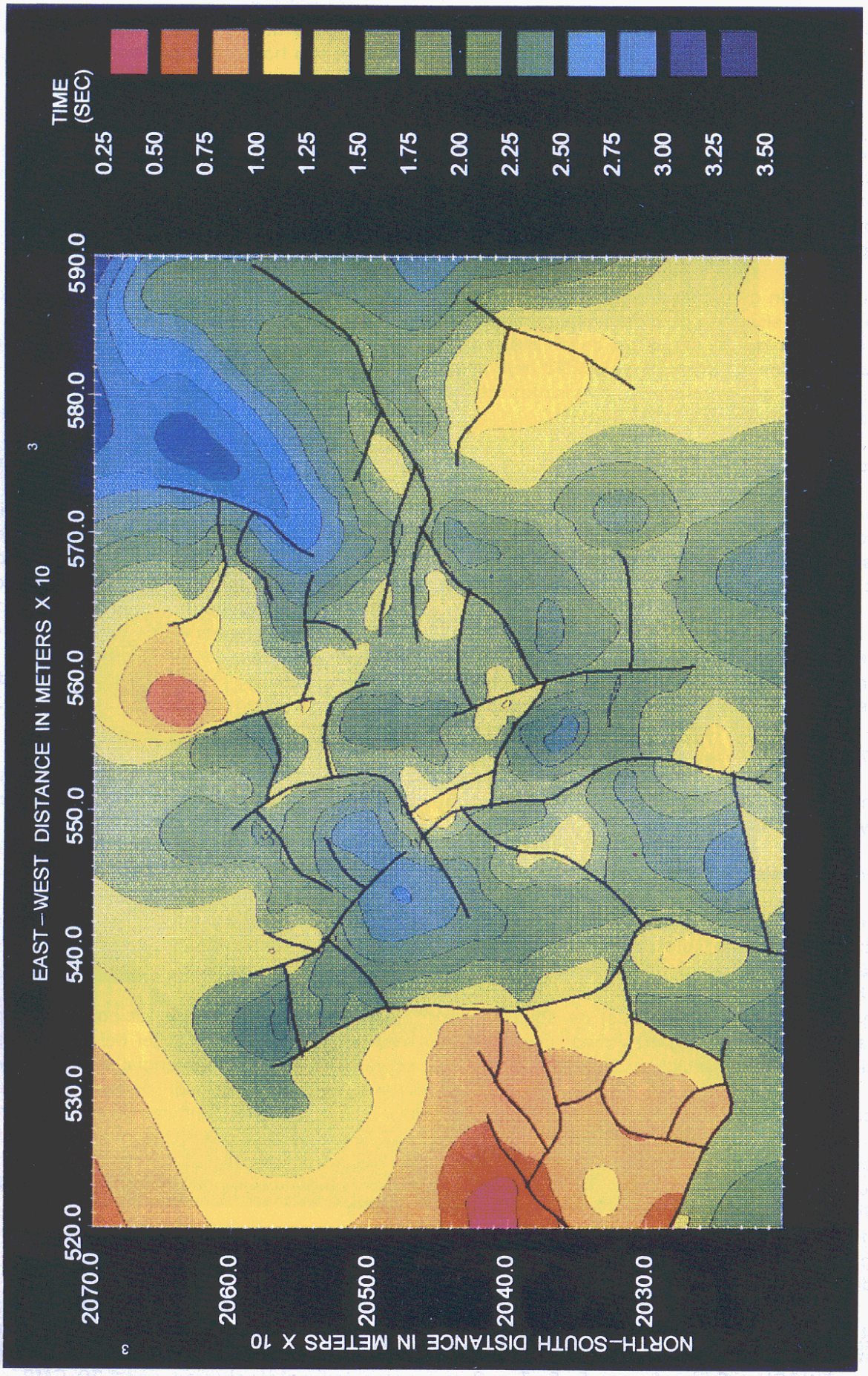


FIG. 5. Mapa en tiempo de la cima de Concepción Superior.

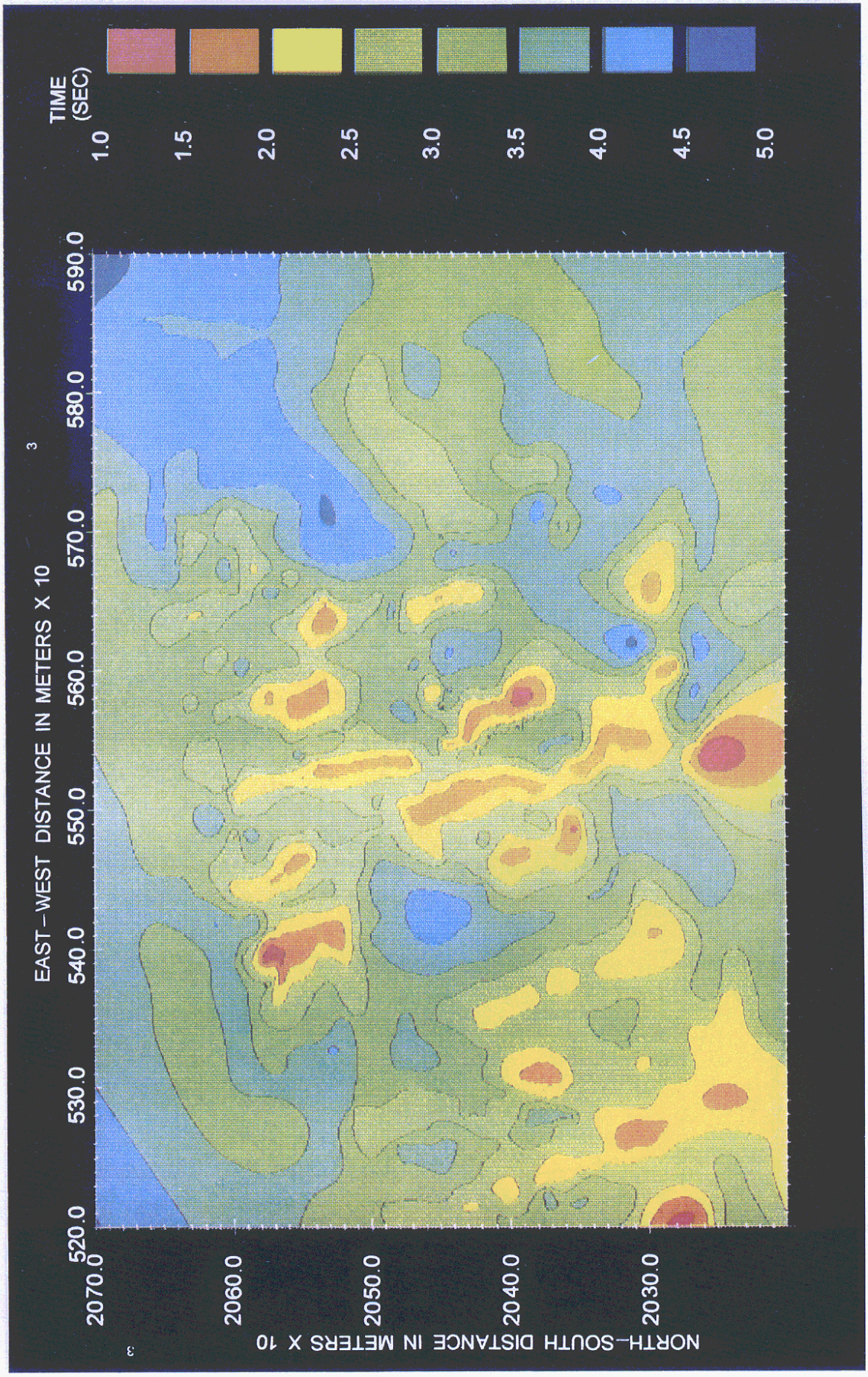


FIG. 6. Mapa en tiempo de la cima de las arcillas.

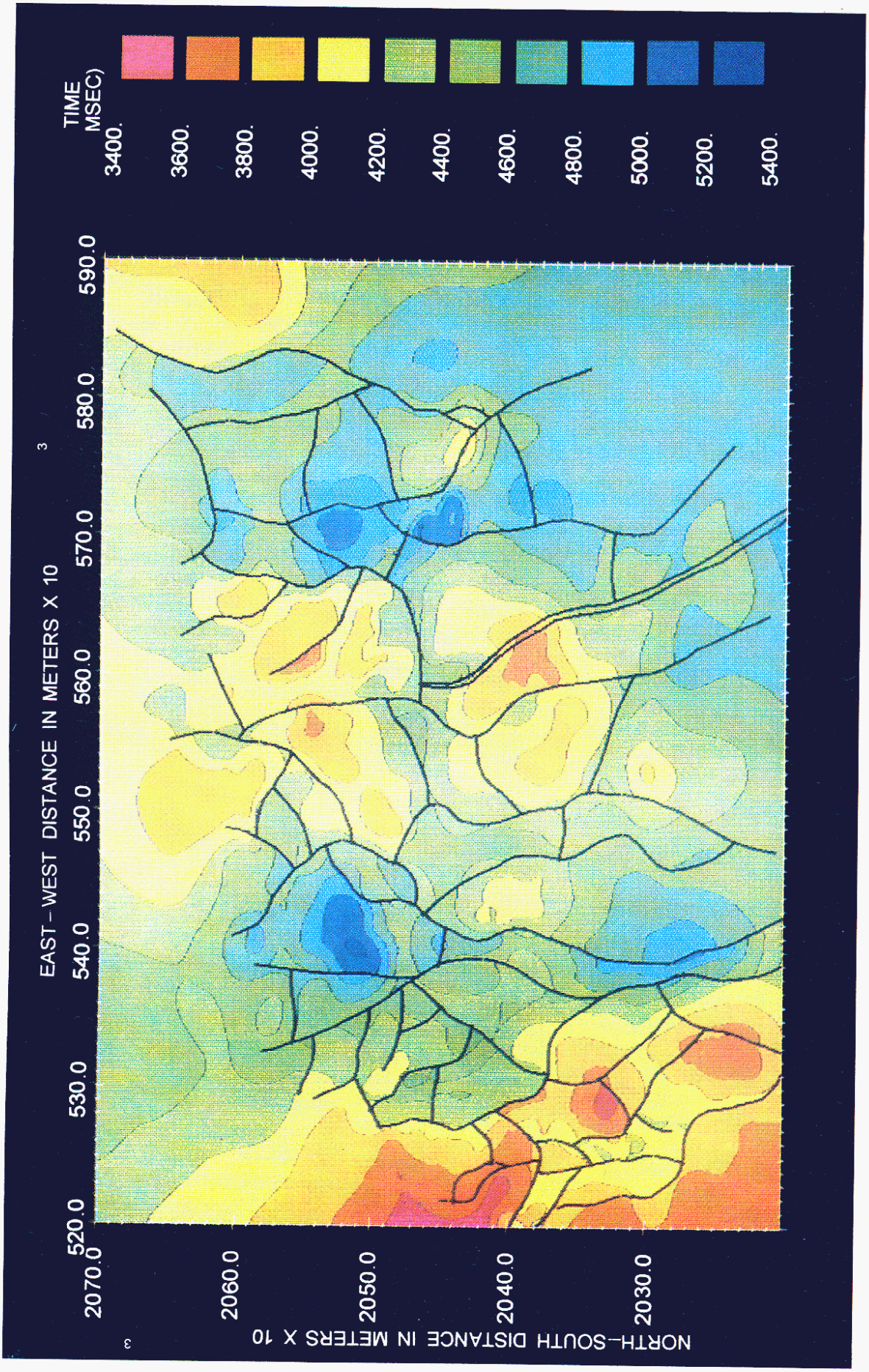


FIG. 7. Mapa en tiempo de la cima del Eoceno.

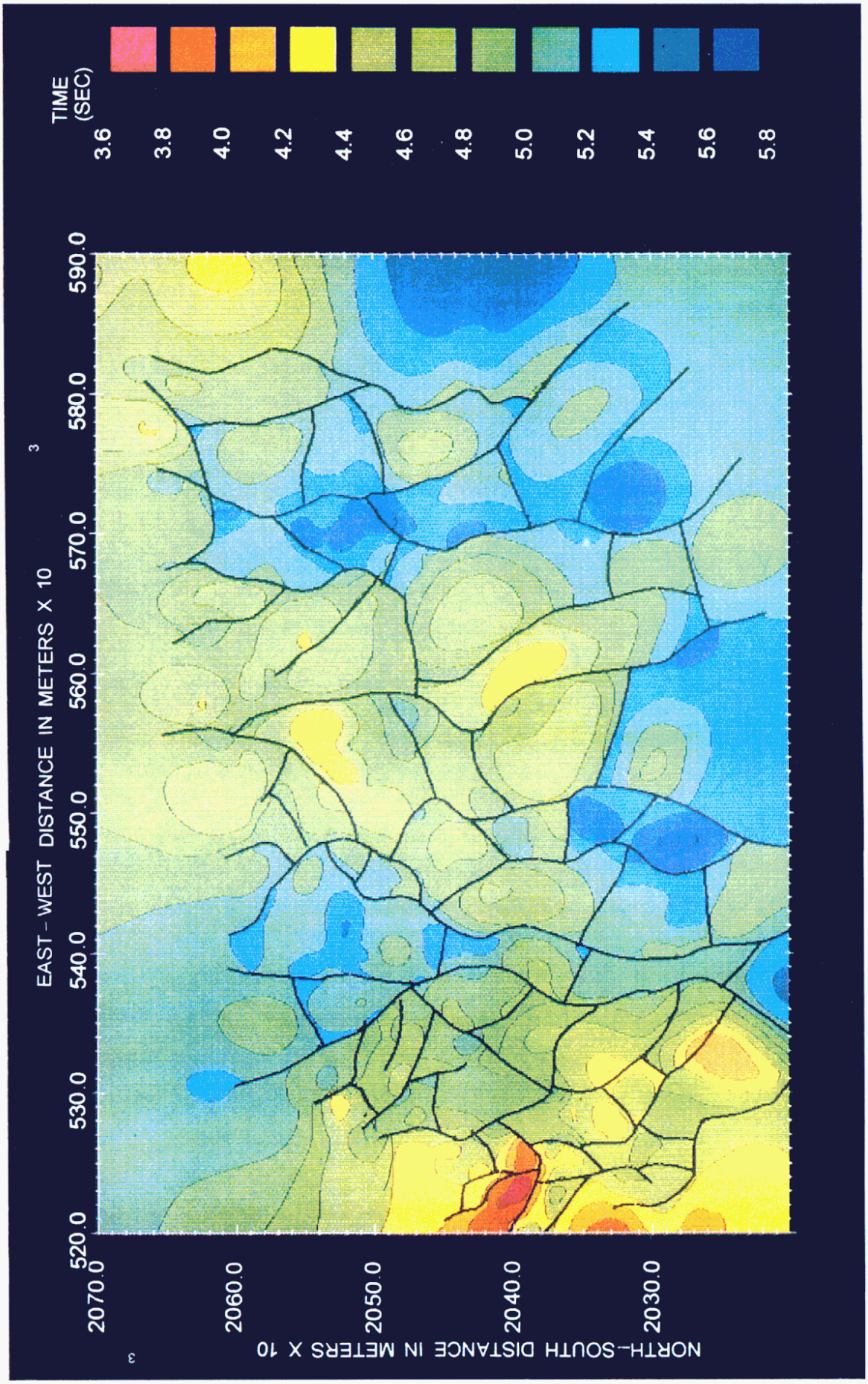


FIG. 8. Mapa en tiempo de la cima del Cretácico.

líneas estuvieron espaciadas aproximadamente cada kilómetro.

De la interpretación de los análisis de velocidad se construyó el campo de velocidades de intervalo, cuyas interfases principales de velocidad corresponden a los horizontes sísmicos previamente interpretados. Para ésto se empleó el paquete SIVA*. En la figura 9 se muestra un espectro de velocidades típico que incluye la interpretación de un CMP.

Conversión a profundidad

Los mapas en tiempo de los horizontes sísmicos fueron editados y digitizados en una rejilla de 501X701 nodos y combinados, en los mismos nodos, con el campo de velocidad para efectuar una conversión vertical de tiempo a profundidad. Lo anterior fue realizado con el paquete MIMIC*.

Como resultado de este procedimiento se generaron cuatro superficies en profundidad correspondientes a la cima de Concepción Superior, cima de las arcillas, Eoceno y cima del Cretácico. En la figura 10 se muestra el comportamiento en profundidad de los cuatro horizontes.

Modelado sísmico y migración de mapas en profundidad

Las superficies en profundidad generadas en el proceso previo fueron utilizadas para generar secciones sísmicas sintéticas y compararlas con las observadas.

Las secciones sísmicas sintéticas son generadas desde la superficie, tomando en cuenta el campo de velocidades de intervalo obtenido mediante SIVA* y la geometría tridimensional de las interfases de velocidad. La comparación entre los datos generados y observados conduce a ajustes en el campo de velocidades o en la geometría tridimensional de las interfases. En la figura 11 se muestra una sección sísmica sintética resultado del modelado sísmico tridimensional correspondiente a la sección sísmica real de la figura 12.

El proceso de comparación y ajuste es un proceso interactivo realizado con ayuda del paquete RAYMAP*. Este paquete usa el método de trazado de rayos en tres dimensiones para ajustar la posición de los puntos de cada una de las interfases de velocidad (figura 13). El trazado de rayos y la migración en profundidad de mapas se aplica de manera escalonada, ya que los ajustes a la posición en profundidad se realizan capa por capa y de arriba hacia abajo.

Resultados de la migración de mapas en profundidad

Los resultados del proceso de migración de mapas se muestran en las figuras 14, 15, 16, y 17. El mapa de Concepción Superior en profundidad (figura 14) refleja en esencia los mismos rasgos estructurales y características que el mapa en tiempo. El mapa de la cima de las arcillas en profundidad (figura 15) muestra los mismos alineamientos que el mapa en tiempo, haciendo más precisa su definición. Los anticlinales se hacen más angostos y los sinclinales más amplios. En el mapa del Eoceno en profundidad las tendencias se mantienen con respecto al mapa en tiempo. Los anticlinales se angostan y se define claramente un sinclinal disectado por fallas inversas que separa a los bloques occidental y central. Finalmente, el mapa del Cretácico en profundidad (figura 17), motivo principal de este proyecto, revela la presencia de estructuras alargadas en el bloque central cuyas culminaciones están entre 5000 y 5250m. Por su parte el bloque occidental muestra un conjunto de estructuras más pronunciadas y más someras, pero con menor cierre estructural que las del bloque occidental.

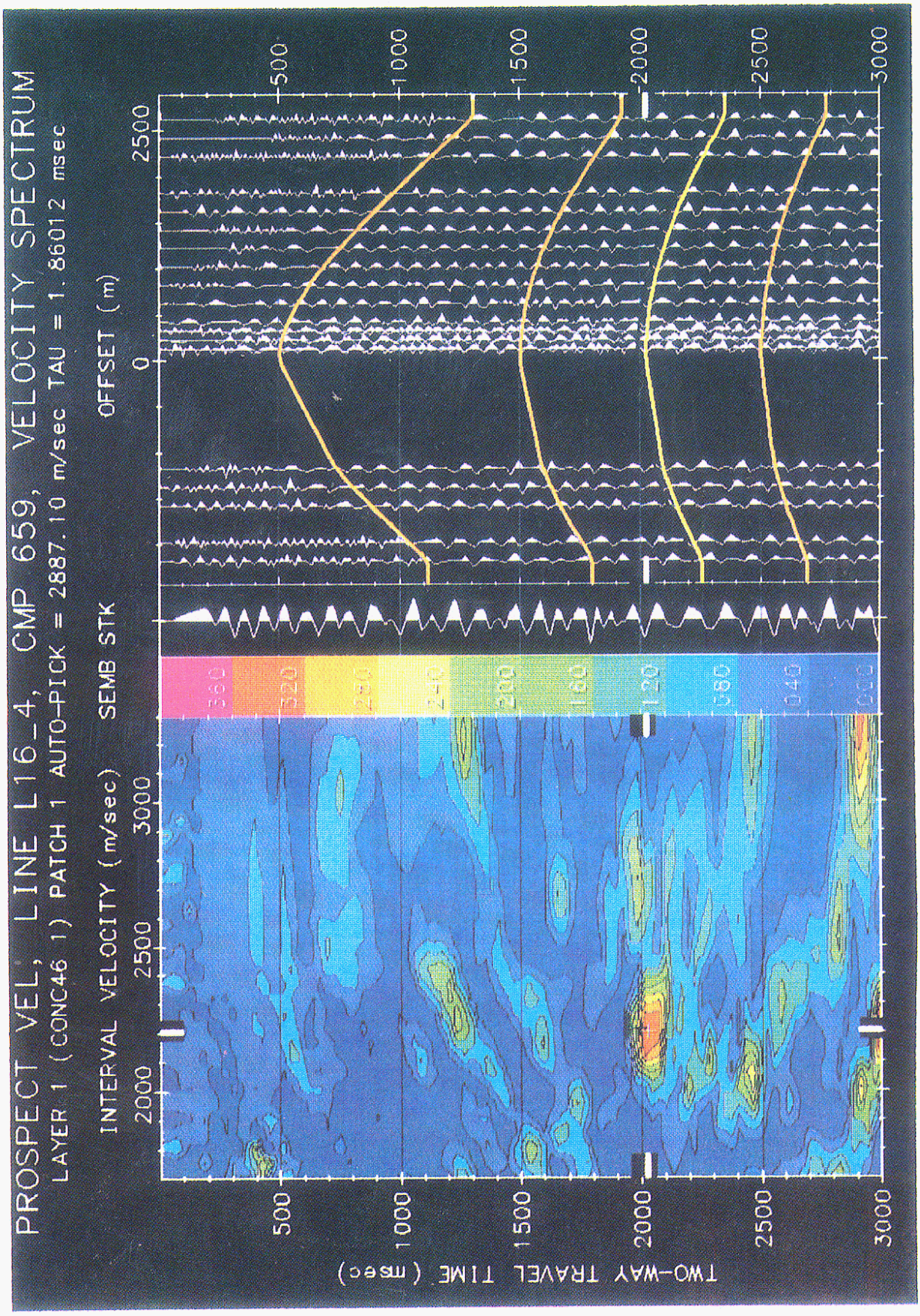


FIG. 9. Espectro de velocidades típico del área de estudio .

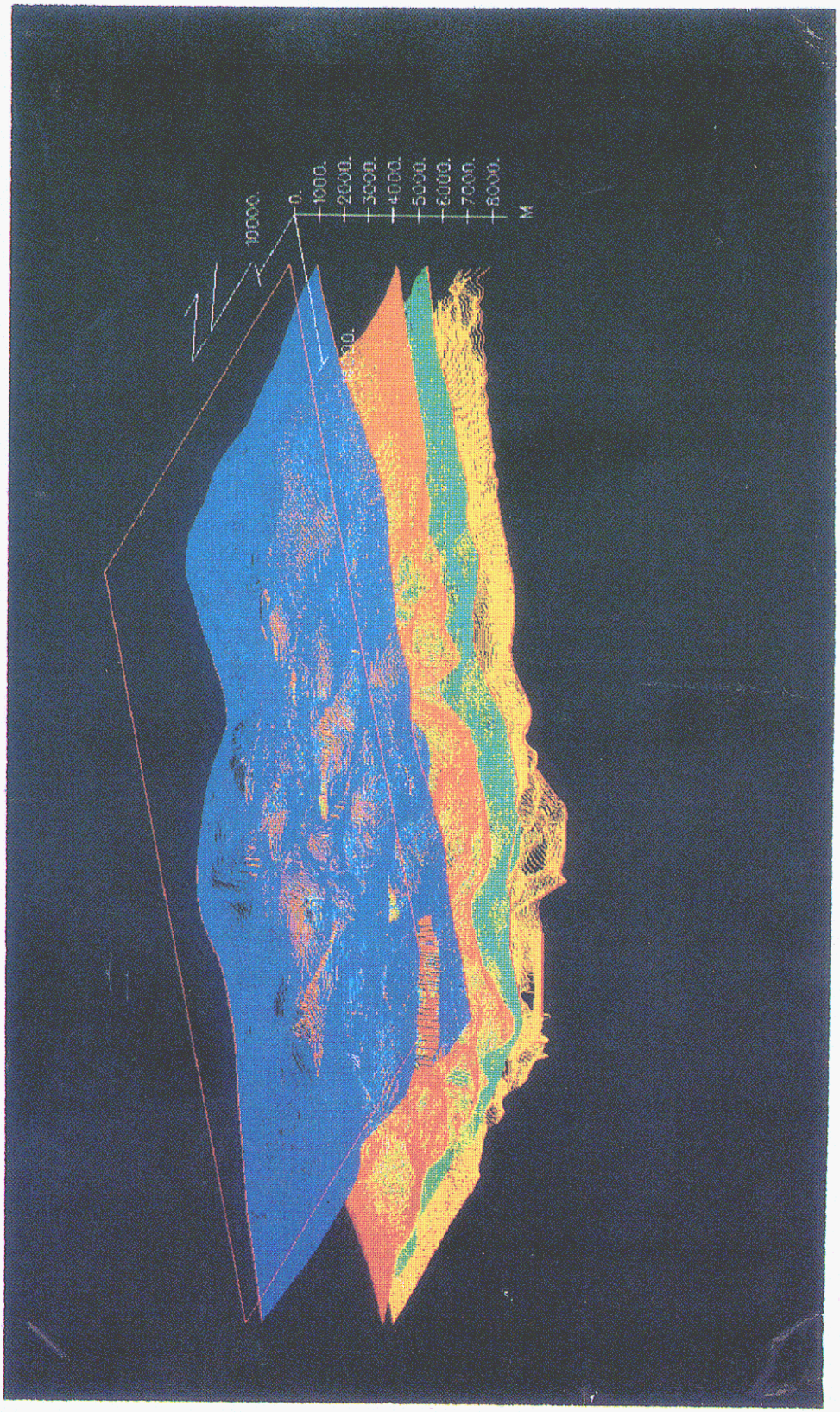


FIG. 10. Representación tridimensional en profundidad de los horizontes configurados. La superficie azul representa la cima de Concepción Superior, la roja la cima de las arcillas, la verde la cima del Eoceno y la amarilla la cima del Cretácico.

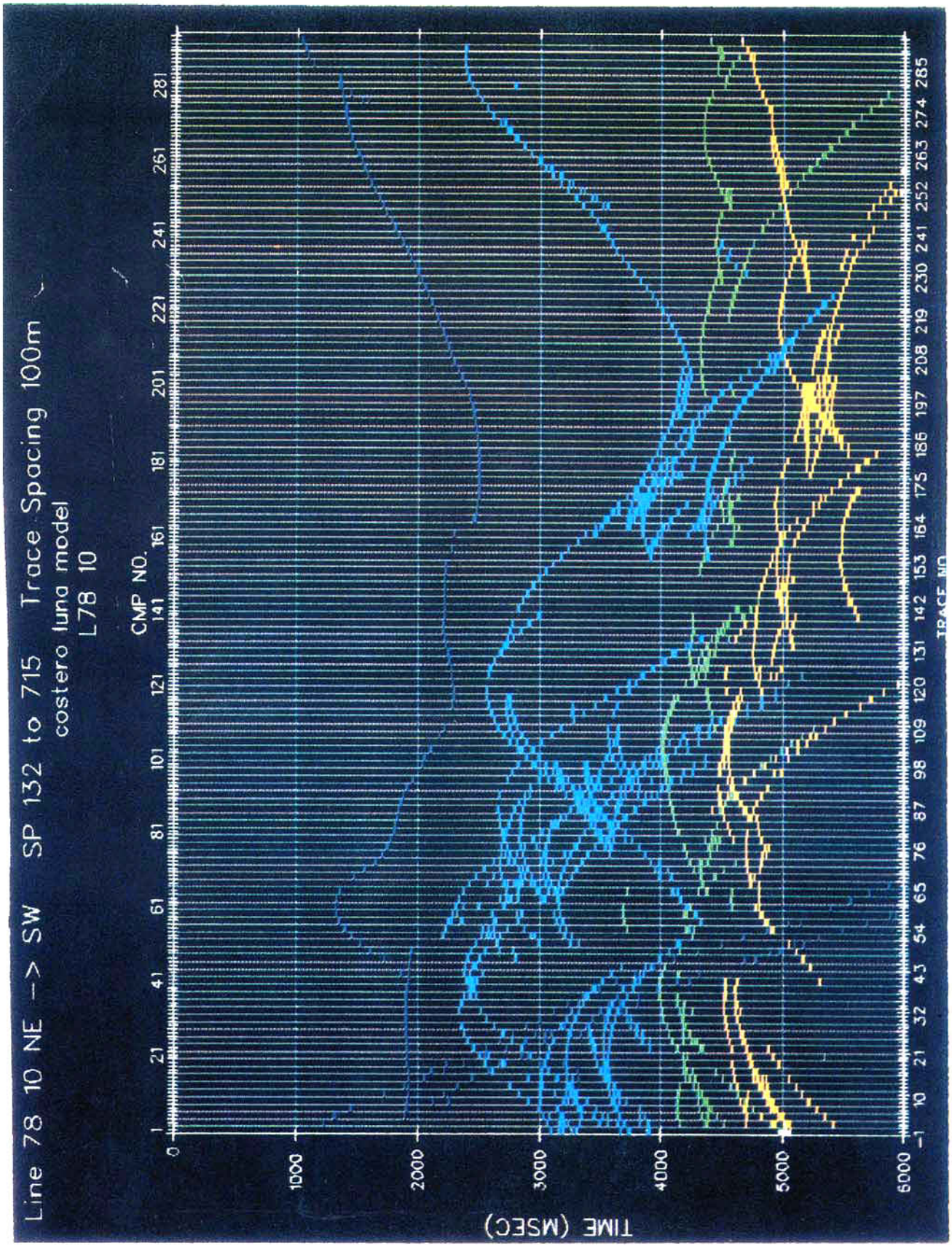


FIG. 11. Sección sísmica sintética generada en el área de estudio. El horizonte azul fuerte representa la cima de Concepción Superior, el azul suave la cima de las arcillas, el verde la cima del Eoceno y el amarillo la cima del Cretácico.

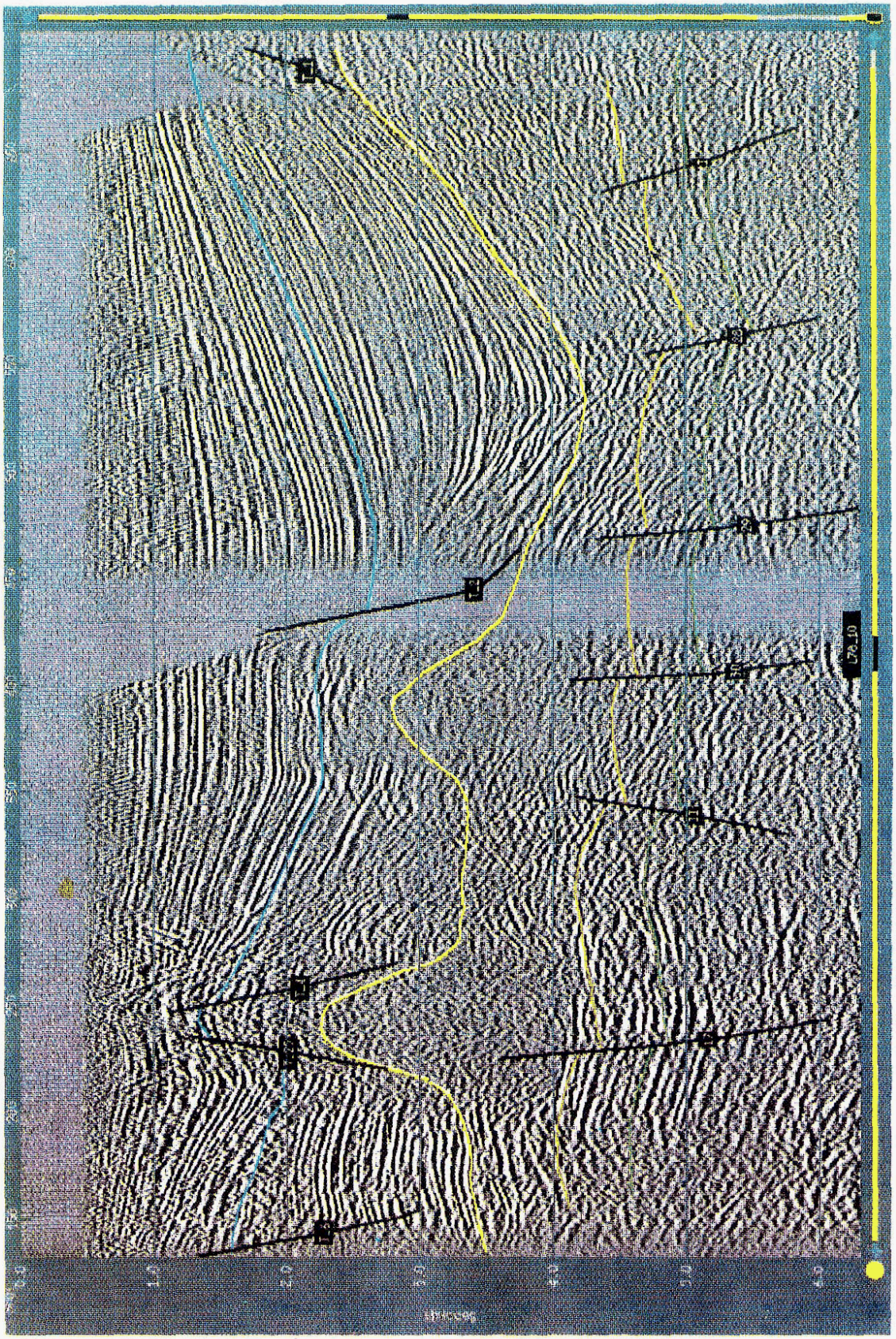


FIG. 12. Sección sísmica real utilizada para la comparación del modelado sísmico 3D con la sección de la figura 11.

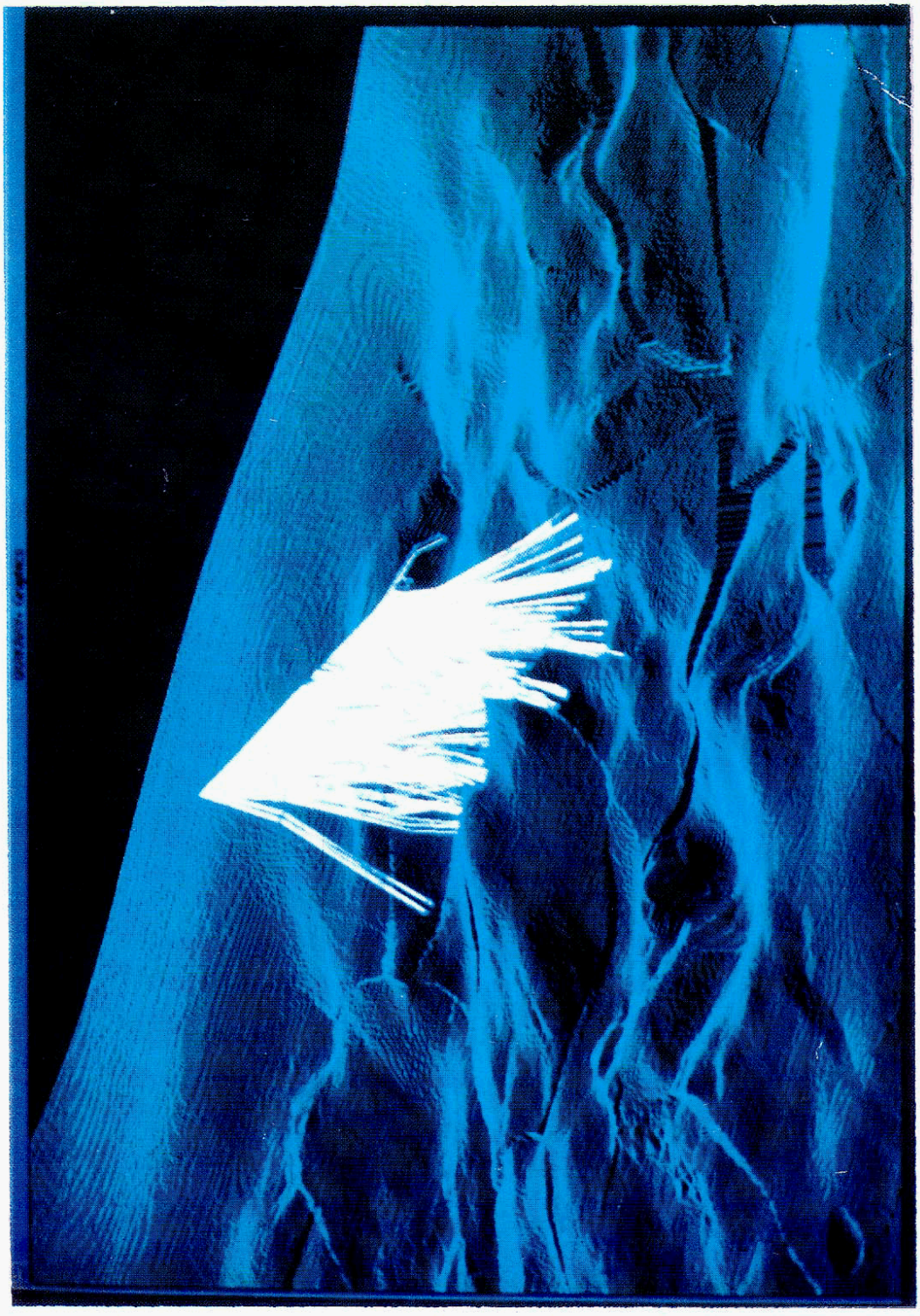


FIG. 13. Representación tridimensional del tratado de rayos tridimensionales en una porción del área de estudio.

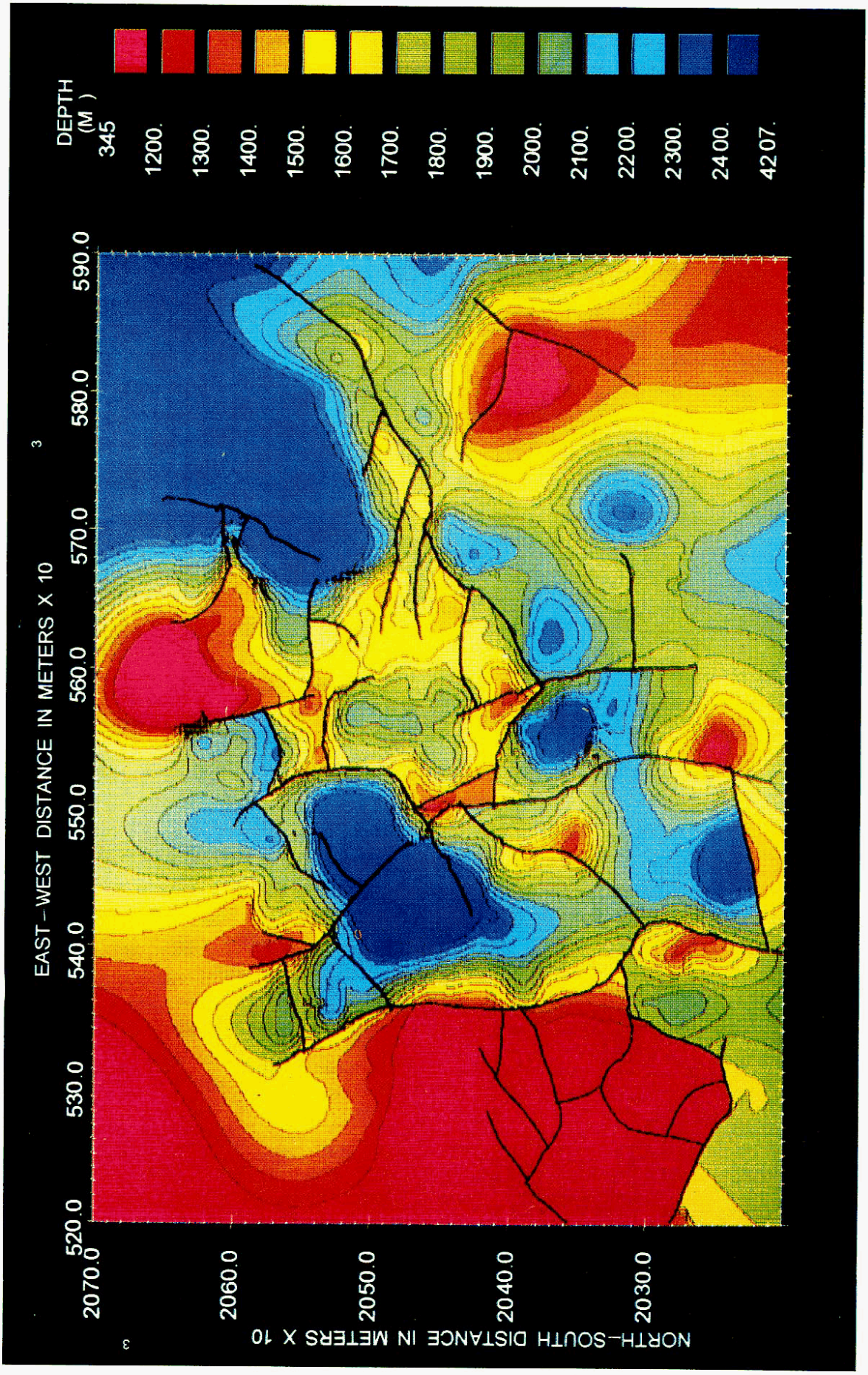


FIG. 14. Mapa migrado en profundidad de la cima de Concepción Superior.

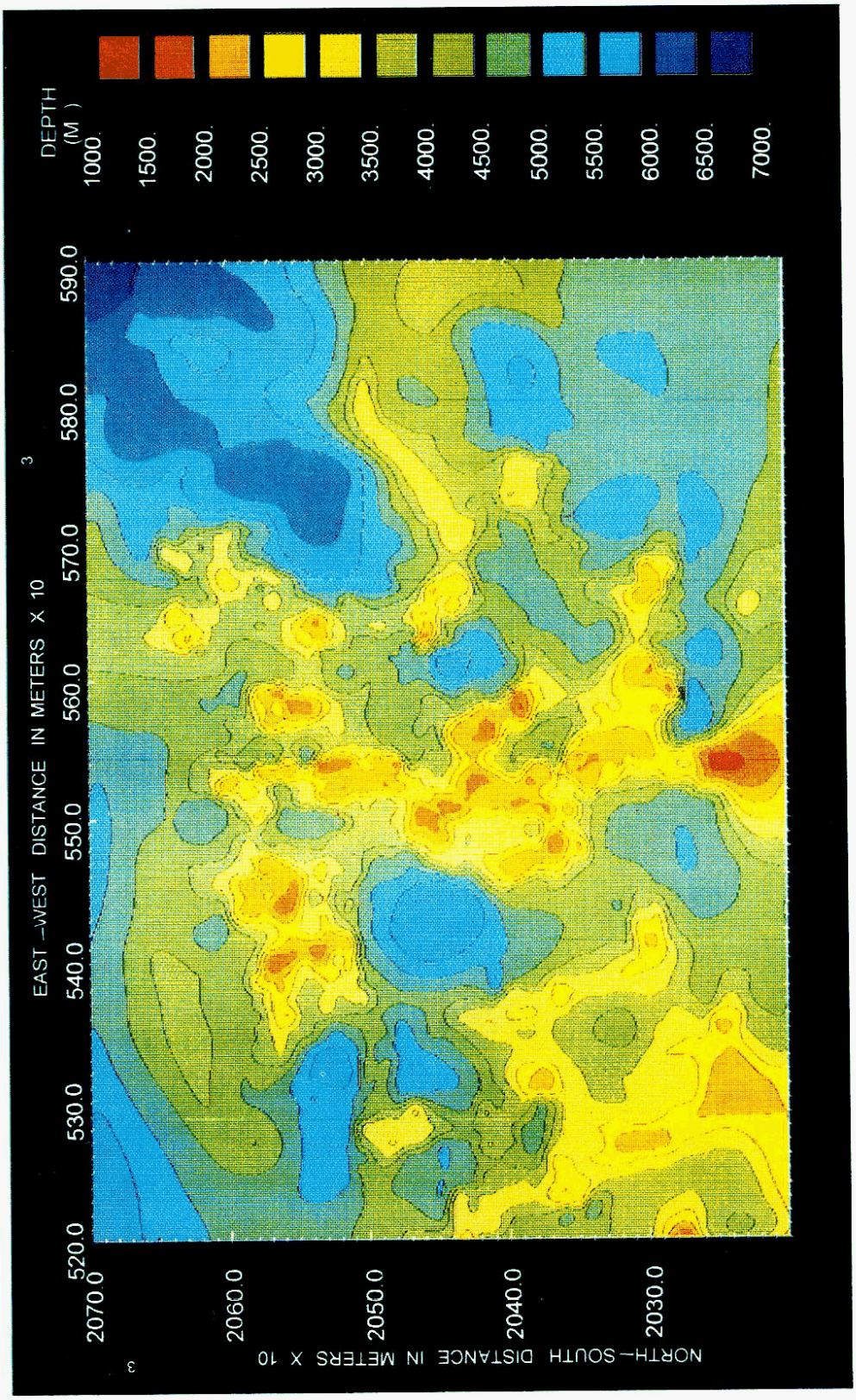


FIG. 15. Mapa migrado en profundidad de la cima de las arcillas.

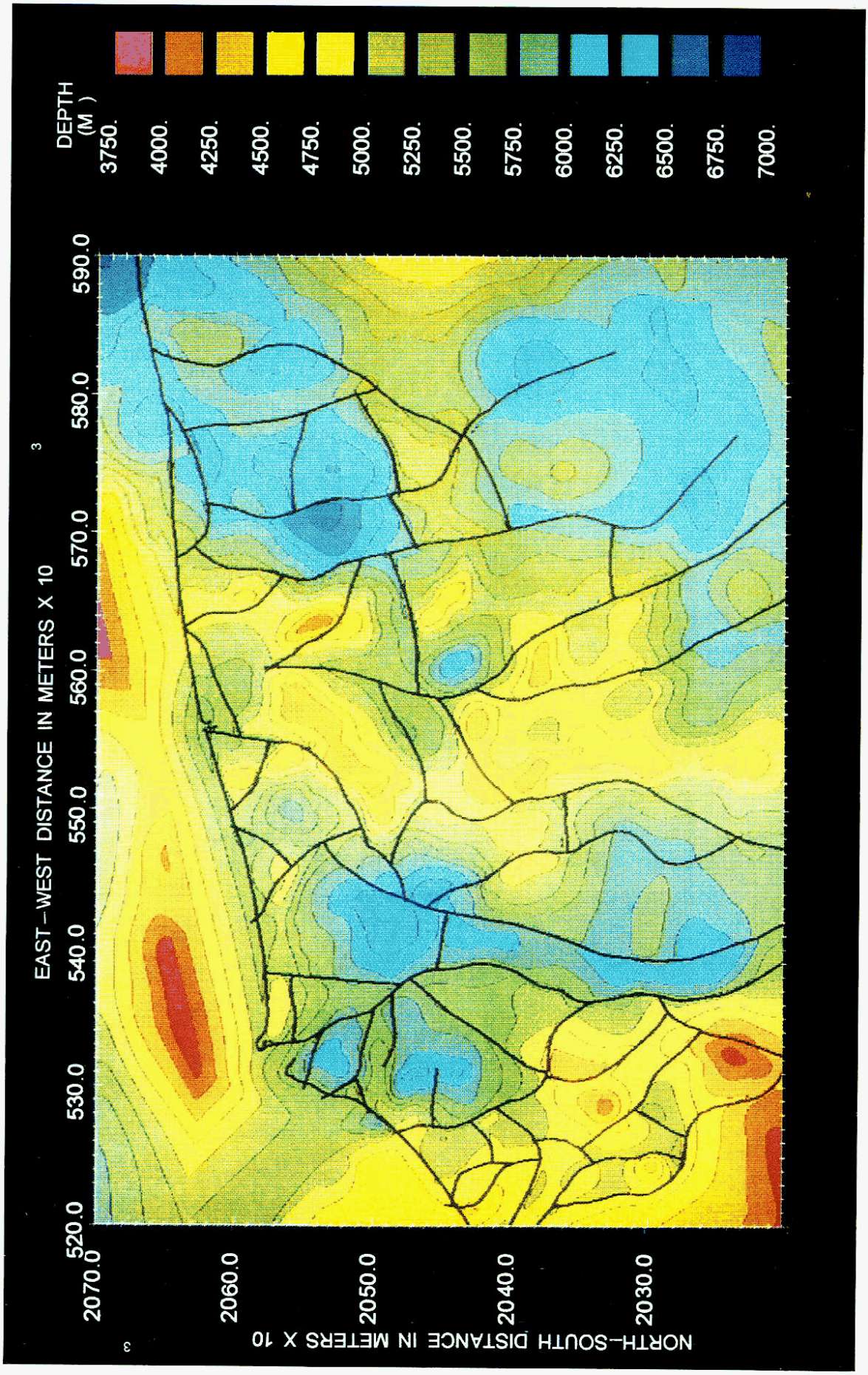


FIG. 16. Mapa migrado en profundidad de la cima del Eoceno.

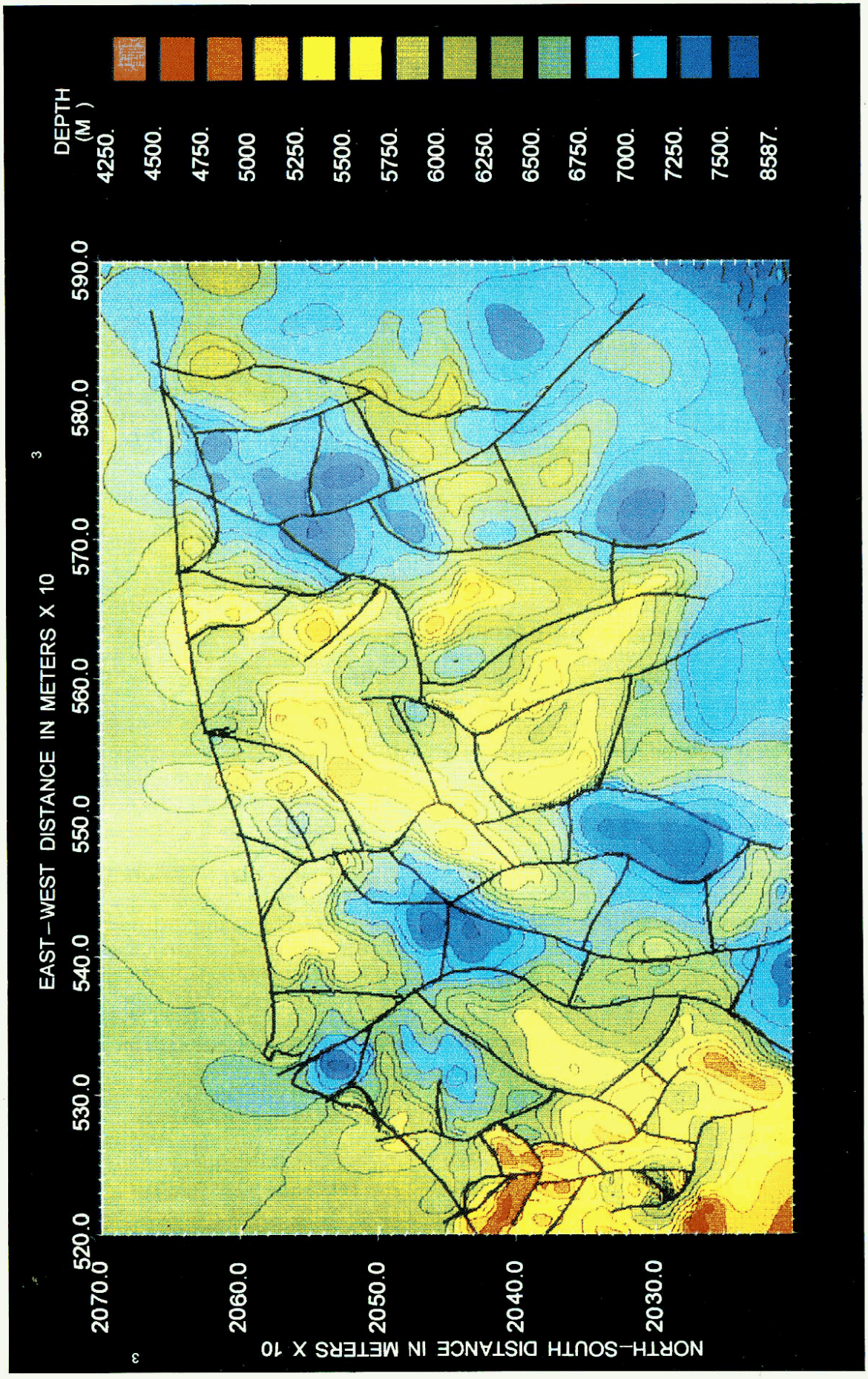


FIG. 17. Mapa migrado en profundidad de la cima del Cretácico.

CONCLUSIONES

· El equipo de trabajo cumplió cada fase del programa en el tiempo estipulado al no existir desviaciones y estar dedicado al proyecto 100%.

· El mejoramiento de la calidad tuvo lugar cuando los elementos humanos del proyecto se enlazaron correctamente.

· Los controles estrictos de reproceso propiciaron la mejora de los datos sísmicos.

· El uso de estaciones de trabajo simplificó la labor de interpretación. La interpretación sísmica de 2200 Km lineales fue elaborada en 4 meses.

· La migración de las líneas sísmicas en 2D no fue utilizada, (no era confiable). Las verdaderas trayectorias de rayos de la sección sísmica provenían de eventos fuera del plano. Este es un modelo real en tres dimensiones.

· Las tendencias del futuro se inclinan hacia los procesos de interpretación basados en el modelado. Cuando uno entra a este campo se debe tener en mente que los eventos de reflexión que intentamos interpretar son el resultado de la interacción de un impulso de propagación tridimensional de energía de compresión o de corte interactuando con una serie de reflectores tridimensionales.

· El proceso basado en el modelaje debe hacerse tridimensional aún cuando los datos hayan sido adquiridos en un trabajo de 2D.

· El modelo sísmico en tres dimensiones requiere de un laborioso control, pero provee un camino eficiente para la verificación de la interpretación sísmica.

· Una vez hecho el modelado podemos generar secciones bidimensionales en cualquier orientación o perspectivas en 3D del área.

· Las estructuras que estamos investigando son tridimensionales en la naturaleza y las respuestas en tiempo que vemos en nuestras secciones sísmicas son el resultado de la respuesta tridimensional de la tierra, por lo que debemos erradicar el paradigma de creer que solo tenemos datos en dos dimensiones.

· Para el modelado 3D no se requiere tener trabajos de adquisición 3D, si un mapa está basado en datos 2D adquiridos irregularmente, mucho puede aprenderse respecto a la validez de la interpretación si usamos los procedimientos del modelaje 3D. Son suficientes mapas de horizontes y registros sónicos, para comenzar.

· Los procedimientos del modelaje 3D son laboriosos, por lo que debemos desarrollar una serie de pasos simples que incluyen la compilación de la información, ensamble y captura de datos, construcción del modelo, generación de datos sintéticos y la salida para la comparación con los datos reales. Todo esto requiere tiempo, pero ahorra o genera millones de pesos.

El éxito de este proyecto ha sido la aprobación de 4 localizaciones para perforarse con bajo riesgo geológico y grandes posibilidades de ser productoras.

AGRADECIMIENTO

El autor agradece a las autoridades de Petróleos Mexicanos por permitir usar datos del proyecto de transferencia tecnológica Costero-Luna y en especial a los Ings. Pablo Cruz Helú, Jerónimo Rivera Juárez y al Dr. Guillermo Pérez Cruz, por las facilidades otorgadas para la realización de este documento.

* Los paquetes referidos en este trabajo QUICKLOG, TWODI, SIVA, MIMIC, RAYMAP son productos de Sierra.

REFERENCIAS

Luckie P.M. Cárdenas J.Q.Barker M.J. Vázquez C.A. 1994 "Modelado sísmico en 3D, una solución para áreas afectadas por anomalías de velocidad" Conferencia presentada en XII Convención Geológica Nacional de la Sociedad Geológica Mexiana, Toluca, Estado de México.

Luckie P.M. 1996 "Equipo de trabajo, una solución en el área compleja Costero Luna". Conferencia presentada en el Primer Encuentro de Grupos Interdisciplinarios, AIPM, Pemex, Villahermosa, Tab., México.

Lafreniere E.J., Luckie P.M., Cárdenas J.Q., 1994. Proyecto Costero-Luna, informe inédito, Pemex - Sierra Halliburton.

EL MODELADO DIRECTO EN REGISTROS DE INDUCCION UTILIZANDO DIFERENCIAS FINITAS

*Pedro Anguiano Rojas

RESUMEN

Se presenta la modelación de la respuesta de herramientas de registros de inducción mediante el método de diferencias finitas. El problema directo es resuelto usando el potencial vectorial de tipo eléctrico, y las condiciones de frontera son propuestas mediante las condiciones que cumple el campo eléctrico directamente, para el caso de un medio con estratos horizontales atravesados por un pozo vertical y en zonas invadidas. Como existe simetría radial, el problema de modelación del medio se torna en una malla de dos dimensiones, la cual genera un sistema lineal de ecuaciones con una matriz pentadiagonal compleja. La solución de este sistema nos da los valores del potencial y el campo eléctrico en todos los nodos de la malla considerada. Los resultados son verificados para los casos en que se conocen soluciones analíticas, 1D, y se muestran ejemplos para el caso general en que existen simultáneamente tanto capas horizontales como capas cilíndricas verticales, 2D. Se muestran además ejemplos de medios y la modelación de un registro real de campo.

* *Instituto Mexicano del Petróleo*

INTRODUCCION

Este artículo está dedicado al estudio de la generación de curvas sintéticas de resistividad aparente (modelado directo) para la sonda de inducción electromagnética, dados los parámetros de un medio geoeléctrico, es decir, la distribución física de resistividades en un medio homogéneo e isótropo por tramos.

El modelo considerado para el problema consiste de variaciones tanto verticales como radiales de la resisitividad eléctrica. Las variaciones verticales de resistividad representan estratos horizontales, y las variaciones radiales están relacionadas a la simulación del pozo, zona invadida y la zona virgen de la formación. El modelo analizado posee simetría axial (figura 1).

La aproximación desarrollada en este trabajo es apropiada para regiones con pozos verticales o casi verticales y estratos horizontales. En cada caso, las corrientes inducidas en el medio no cruzan de un estrato a otro, ya que siguen trayectorias tangenciales, y por tanto no aparecen cargas en las fronteras de los mismos. Esto simplifica enormemente la solución del problema.

PRINCIPIOS FISICOS

Leyes Físicas

El campo electromagnético en puntos regulares de un medio uniforme por tramos (homogéneo e isótropo) obedece a las ecuaciones de Maxwell, las cuales tienen la forma:

$$\begin{aligned} \text{rot } \boldsymbol{E} &= -\mu \tfrac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \\ \text{rot } \boldsymbol{H} &= \sigma \mathbf{E} + \varepsilon \tfrac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \delta\, \mathbf{J}^{ext} \\ \text{div } \boldsymbol{E} &= 0 \\ \text{div } \boldsymbol{H} &= 0. \end{aligned}$$

donde $\mathbf{E}$ y $\mathbf{H}$ son las magnitudes complejas de los campos eléctrico y magnético, respectivamente, σ es la conductividad de la región considerada, μ es la permeabilidad magnética, ε es la permitividad dieléctrica del medio, δ es la delta de Kronecker (la cual es cero en todos lados, excepto en la fuente, en donde es uno), y $\mathbf{J}^{ext}$ es la densidad de corriente de la fuente *externa*. Esta última produce un campo electromagnético en el medio, pero no depende de él.

En el caso en que la corriente de la bobina fuente cambia como una función $e^{-i\omega t}$, en donde $\omega = 2\pi f$ es la frecuencia angular, f es la frecuencia y t el tiempo, podemos escribir las ecuaciones de Maxwell como

$$\begin{aligned} \text{rot } \mathbf{E} &= i\mu\omega \mathbf{H} \\ \text{rot } \mathbf{H} &= (\sigma - i\varepsilon\omega)\, \mathbf{E} + \delta\, \mathbf{J}^{ext} \\ \text{div } \mathbf{E} &= 0 \\ \text{div } \mathbf{H} &= 0. \end{aligned}$$

En registros de inducción es usual utilizar una frecuencia de 20,000 Hertz, en este caso $\varepsilon\omega << \sigma$; esto quiere decir que podemos despreciar el término $-i\varepsilon\omega\mathbf{E}$, el cual es equivalente a no considerar las *corrientes de desplazamiento* en el fenómeno electromagnético. Esto es lo que se conoce como la aproximación casi-estacionaria, donde consideramos que el campo electromagnético se propaga instantáneamente, de tal manera que solamente se tiene el fenómeno de *difusión*. De esta forma, en el caso casi-estacionario, las ecuaciones de Maxwell toman la forma

$$\begin{aligned} \text{rot } \mathbf{E} &= \mu\omega \mathbf{H} \\ \text{rot } \mathbf{H} &= \sigma \mathbf{E} + \delta\, \mathbf{J}^{ext} \\ \text{div } \mathbf{E} &= 0 \\ \text{div } \mathbf{H} &= 0. \end{aligned}$$

La solución de cuatro ecuaciones y dos campos vectoriales (6 componentes) es difícil. Por tanto, es deseable que se use una función que esté relacionada tanto al campo magnético como al eléctrico, de tal manera que resolvamos el problema para esta función solamente. Para lograr esto, podemos definir al *vector de potencial del tipo eléctrico* $\mathbf{A}$ *como*

$$\mathbf{H} = \text{rot } \mathbf{A}, \qquad (1)$$

ya que div $\mathbf{H} = 0$.

Usando la primera ecuación de Maxwell, vemos que

$$\text{rot } \mathbf{E} = i\mu\omega \text{ rot } \mathbf{A}$$

o

$$\text{rot } (\mathbf{E} - i\mu\omega\mathbf{A}) = \mathbf{0}.$$

Esto significa que existe una función U escalar arbitraria, tal que

$$\mathbf{E} - i\mu\omega\mathbf{A} = \text{grad } U$$

o

$$\mathbf{E} = i\mu\omega\mathbf{A} + \text{grad } U \qquad (2)$$

Sustituyendo ésta en la segunda ecuación de Maxwell, da

$$\text{rot rot } \mathbf{A} = i\mu\omega\sigma\mathbf{A} + \sigma \text{ grad } U + \delta\, \mathbf{J}^{ext}$$

Además, utilizando una identidad de cálculo bien conocida, tenemos

$$\text{grad div } \mathbf{A} - \nabla^2 \mathrm{A} = i\mu\omega\sigma\mathbf{A} + \sigma \text{ grad } U + \delta\, \mathbf{J}^{ext}$$

Aquí escogemos la relación entre las funciones **A** y U que simplifique esta expresión. Una elección es

$$U = \frac{1}{\sigma} \text{div } \mathbf{A}. \qquad (3)$$

Esta expresión es conocida como condición de calibración (o condición de Lorentz). Por tanto,

$$\nabla^2 \mathrm{A} + k^2 \mathbf{A} = -\delta(\mathbf{s}-\mathbf{s}_0)\mathbf{J}^{ext} \qquad (4)$$

donde $k^2 = i\mu\omega\sigma$, **s** es la posición puntual bajo consideración y s_0 es la posición de la fuente.

Considerando la simetría axial, la ausencia de cargas eléctricas superficiales en las fronteras, y el hecho de que la fuente de corriente tiene solamente componente tangencial J_φ^{ext}, podemos ver que el campo eléctrico tiene únicamente componente tangencial, es decir,

$$\mathbf{E} = (0, E_\varphi, 0).$$

Por otro lado, también se conoce que (Kaufman y Keller, 1989):

$$\mathbf{H} = (H_r, 0, H_z).$$

Podemos asumir, de la ec. (1) (Kaufman y Keller, 1989), que el vector de potencial del tipo eléctrico tiene solamente componente tangencial:

$$\mathbf{A} = (0, A_\varphi\, 0);$$

donde $A_\varphi = A_\varphi(r,z)$

El hecho de que el vector de potencial es constante con respecto a la componente tangencial hace que las cosas sean más sencillas. Analicemos la ec. (3). La divergencia de un campo vectorial tiene la siguiente expresión general

$$\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3}\left[\frac{\partial}{\partial x_1} h_2 h_3 A_1 + \frac{\partial}{\partial x_2} h_1 h_3 A_2 + \frac{\partial}{\partial x_3} h_1 h_2 A_3\right]$$

En el caso de coordenadas cilíndricas, $x_1 = r$, $x_2 = \phi$, $x_3 = z$. También $h_1 = 1$, $h_2 = r$, $h_3 = 1$, y $A_1 = A_r$, $A_2 = A\phi$, $A_3 = A_z$. Esto quiere decir que

$$\text{div } \mathbf{A} = \frac{\partial \mathbf{A}_\varphi}{\partial \varphi} = 0.$$

Por tanto, la condición de calibración, en la ec. (3), toma la forma

$$U = \frac{1}{\sigma} \text{div } \mathbf{A} = 0.$$

Este resultado simplifica a la ec. (2) a

$$\mathbf{E} = i\mu\omega\mathbf{A}, \qquad (5)$$

o simplemente

$$E\phi = i\mu\omega A\phi. \qquad (6)$$

Dada la geometría y la simetría axial (ver la figura 1), la ec. (4) puede ser expresada en coordenadas cilíndricas como

$$\frac{\partial^2 A_\varphi}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r A_\varphi)\right) + k^2 A_\varphi = -\delta(z-z_T)\delta(r-r_T) J_\varphi^{ext}$$

o

$$\frac{\partial^2 A_\varphi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 A_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial A_\varphi}{\partial r} + \left(k^2 - \frac{1}{r}\right) A_\varphi = -\delta(z-z_T)\delta(r-r_T) J_\varphi^{ext} \qquad (7)$$

donde z_T y r_T son las coordenadas de la bobina transmisora.

Condiciones de Frontera

Las condiciones de frontera para la función de potencial vectorial en la ec. (7) pueden ser obtenidas de la relación entre el campo eléctrico y este vector potencial. Estas condiciones son las siguientes:

* A distancias grandes a partir de la fuente de corriente, el potencial vectorial tiende a cero:

$$\lim_{r,|z|\to\infty} A_\phi(r,z) = 0 \qquad (8)$$

* En el eje z, A_ϕ puede ser estimada a partir de E_ϕ, el cual es cero ya que en r = 0 no existe una sección transversal que sea atravesada por el flujo magnético y que pueda inducir un campo eléctrico E_ϕ. De esta manera,

$$A_\phi(0,z) = 0. \qquad (9)$$

SOLUCION NUMERICA

Existen varias técnicas disponibles para resolver la ec. (7). Si σ puede ser expresada como un

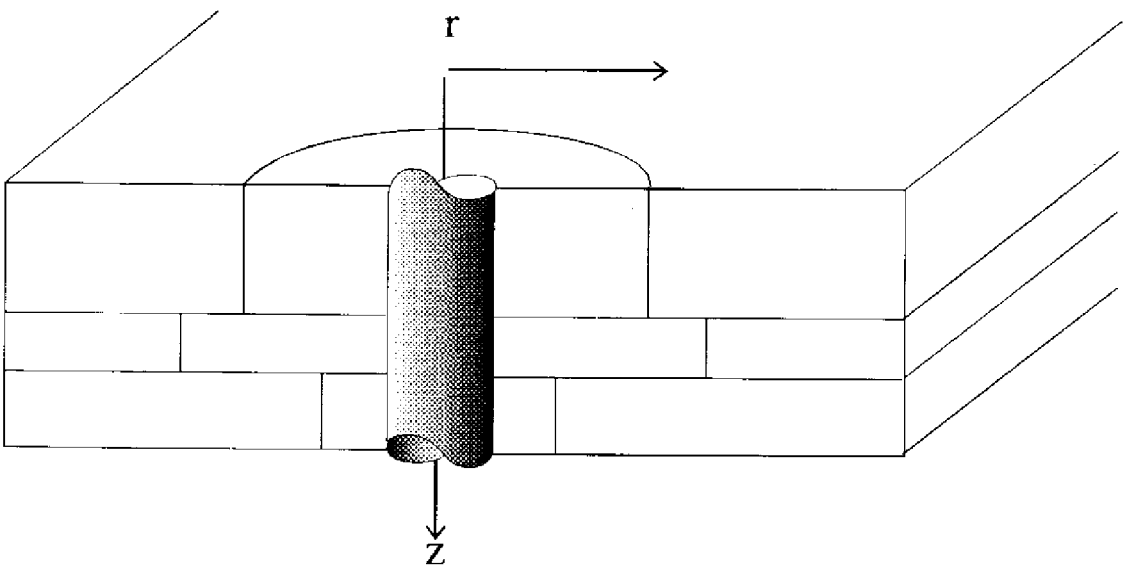


FIG. 1. Configuración geométrica.

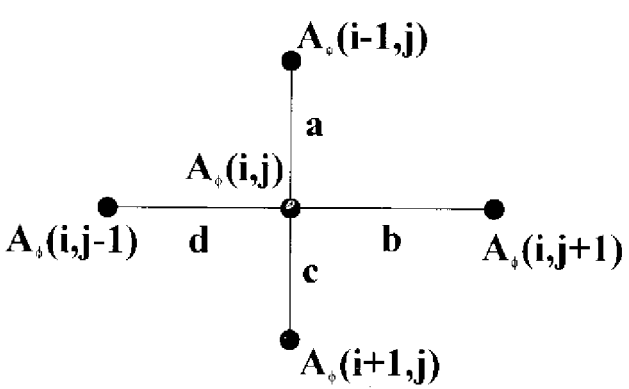


FIG. 2. Diagrama del esquema de diferencias a utilizar.

producto de una función radial y otra vertical, entonces la función de potencial también puede ser expresada en tal forma, es decir

$$A_\phi(r,z) = f(r)\, g(z),$$

y se pueden obtener soluciones analíticas para la ec. (7) en los casos: (a) fronteras dadas por planos paralelos, y (b) fronteras coaxiales cilíndricas.

Se pueden utilizar otros métodos para el problema más general que incluye ambos casos; fronteras en planos paralelos y fronteras con cilindros coaxiales, pero estos métodos no dan una solución analítica, y por tanto, son aproximados. Entre dichos métodos tenemos ecuaciones integrales, elementos finitos y diferencias finitas.

El Método de Diferencias Finitas

El método de diferencias finitas propuesto parte de la simetría cilíndrica y de la geometría de las fronteras del problema. Para este trabajo se propone usar el esquema de diferencias de menor orden, figura 2, para aproximar las derivadas parciales de primero y segundo orden. La relación entre el diagrama y el operador es explicada más adelante.

La Malla

Para utilizar diferencias finitas, el medio debe ser discretizado. Es importante que la malla o rejilla esté finamente espaciada cerca del eje del pozo y por tanto de las bobinas de la herramienta: aplicando más resolución en donde es crucial conocer mejor el comportamiento de las corrientes. Por otro lado, para minimizar el tiempo de cómputo es conveniente incrementar el espaciamiento entre nodos gradualmente conforme se incrementa la distancia desde el eje del pozo. El esquema seleccionado aquí es tener un espaciamiento constante hasta una cierta distancia del centro de la herramienta, la cual no es más grande que la distancia entre las bobinas transmisoras y receptoras (ver la fig.3); y a partir de dicha distancia el espaciamiento crece como una progresión geométrica; en otras palabras, para la coordenada vertical tendremos

$$z_i = \begin{cases} (i-i_o)\Delta z & i_o - n_z/2 \le i \le i_o + n_z/2 \\ sgn(i-i_o)\left[z(i_o+n_z/2) + \frac{\Delta z(\alpha^{|i-i_o|-n_z/2}-1)}{\alpha-1}\right] & i_o - n_z/2 > i > i_o + n_z/2 \end{cases}$$

donde $i = 1,2,\ldots,i_{max}$. También $n_z/2$ es el número de nodos en las direcciones radial y vertical con distancia constante entre nodos consecutivos, empezando del centro de la herramienta, Δz es el incremento vertical más pequeño y α es el factor de expansión en la dirección axial ($\alpha > 1$). (Nótese que existen interespacios simétricos arriba y abajo de la fila i_o de nodos). Para la dirección radial, podemos utilizar una definición similar, es decir,

$$r_j = \begin{cases} j\Delta r & j \le n_r/2 \\ j\left[r(n_r/2) + \frac{\Delta r(\beta^{j-n_r/2}-1)}{\beta-1}\right] & j \ge n_r/2 \end{cases}$$

para $j = 1,2,\ldots,j_{max}$; donde Δr es el incremento radial base y β es el coeficiente de la progresión geométrica ($\beta > 1$). (La figura 3 muestra la malla usada).

Como el modelo tiene simetría axial, solamente se requiere discretizar la mitad de la sección transversal del medio para realizar el modelado. Esto tiene algunas implicaciones que serán explicadas más adelante.

Esquema de Diferencias

Al utilizar la malla mostrada y el esquema de menor orden en diferencias (veáse el diagrama en la figura 2), se puede encontrar el equivalente en diferencias finitas de la ec. (7). Para cada término tendremos

$$\frac{\partial A_\phi}{\partial r} = \frac{A_{\phi i,j+1} - A_{\phi i,j-1}}{(b+d)}$$

$$\frac{\partial^2 A_\phi}{\partial r^2} = \frac{2}{b+d}\left[\frac{A_{\phi i,j+1} - A_{\phi i,j}}{b} - \frac{A_{\phi i,j} - A_{\phi i,j-1}}{d}\right]$$

$$\frac{\partial^2 A_\phi}{\partial z^2} = \frac{2}{a+c}\left[\frac{A_{\phi i+1,j} - A_{\phi i,j}}{c} - \frac{A_{\phi i,j} - A_{\phi i-1,j}}{a}\right]$$

Por tanto, la ec. (7) puede ser expresada como

$$\frac{2}{a+c}\left[\frac{A_{\phi i+1,j} - A_{\phi i,j}}{c} - \frac{A_{\phi i,j} - A_{\phi i-1,j}}{a}\right] +$$

$$\frac{2}{b+d}\left[\frac{A_{\phi i,j+1} - A_{\phi i,j}}{b} - \frac{A_{\phi i,j} - A_{\phi i,j-1}}{d}\right] +$$

$$\frac{1}{r_j}\left(\frac{A_{\phi i,j+1} - A_{\phi i,j-1}}{b+d}\right) + \left(k^2 - \frac{1}{r_j^2}\right) A_{\phi i,j} = -\delta(z-z_p)\delta(r-r_p)\, J_\phi^{ext}$$

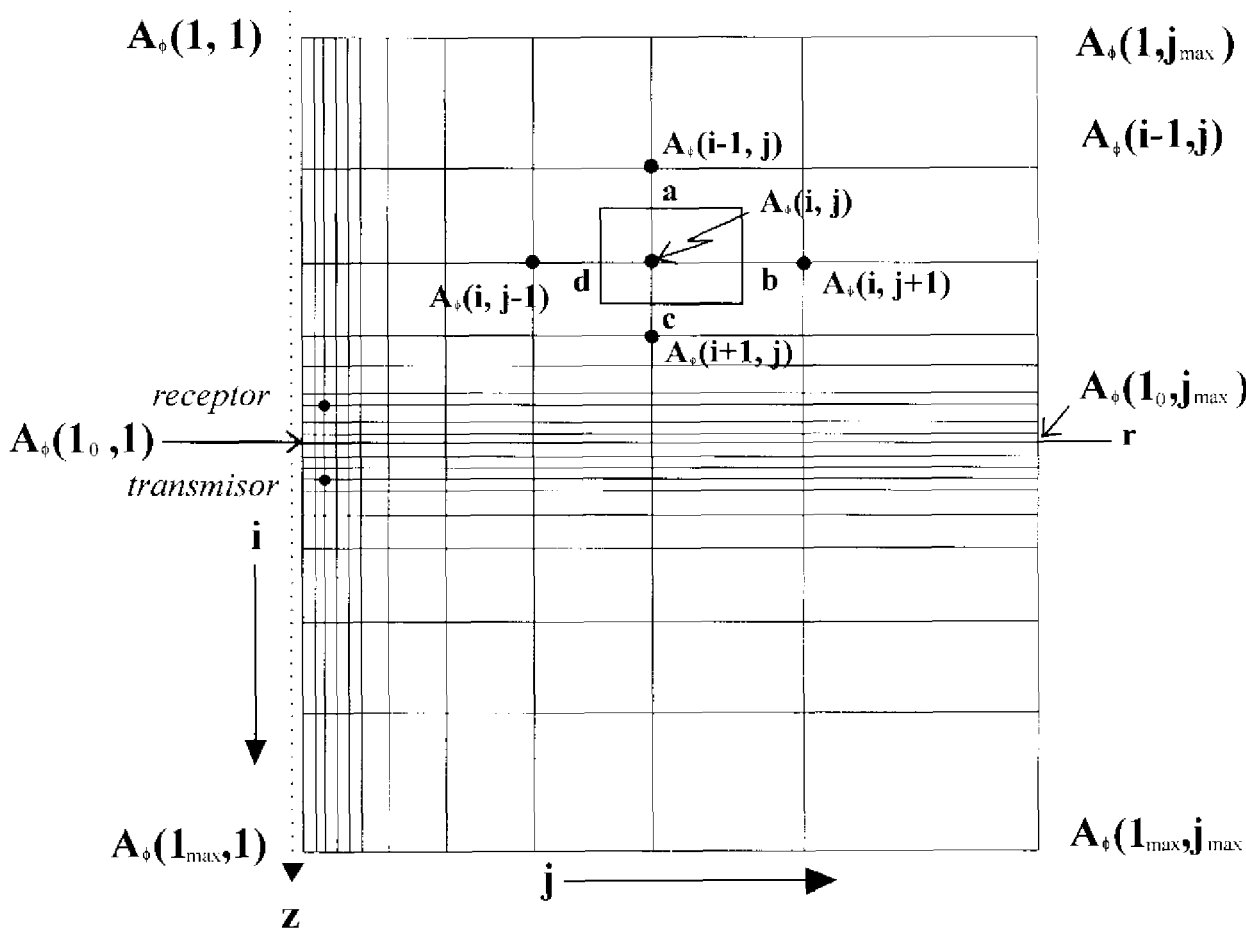


FIG.3. Configuración de la Malla.

Sistema Lineal de Coeficientes

Debe quedar claro que el potencial A_ϕ es constante a lo largo de cualquier trayectoria horizontal de radio constante; por tanto, cuando pasamos de la forma diferencial en la ec. (7) a una forma en diferencias finitas podemos ahorrar el trabajo de calcular la componente ϕ. Esto transforma nuestro problema a uno de dos dimensiones. Por tanto, una malla de dos dimensiones, 2D, puede resolver el problema completamente.

Un comentario importante aquí es que la ec. (7) indica a la fuente como una densidad de corriente, pero es conveniente trabajar con corriente eléctrica, esto significa que tenemos que multiplicar la ecuación de diferencias finitas por la sección transversal de cada toroide, $(a+c)/2 \cdot (b+d)/2$, lo que es nuestra aproximación a una *corriente de tubo*. Al mismo tiempo, para tomar en consideración las dimensiones de cada toroide, tenemos que multiplicar la ecuación de diferencias finitas en cada nodo por la longitud tangencial de cada toroide, es decir $2\pi r_j$.

En conclusión, la expresión de diferencias finitas en cada nodo es multiplicada por el volumen del toroide asociado al nodo:

$$V_{ij} \doteq 2\pi r_j \left(\frac{a+c}{2}\right)\left(\frac{b+d}{2}\right) \tag{11}$$

Cuando la ecuación (10) es multiplicada por el volumen del toroide, ec. (11), obtenemos un sistema de ecuaciones lineales con estructura pentadiagonal.

Los coeficientes de los diferentes términos de cada ecuación del sistema son, para el término $A_{\phi_{i-1,j}}$:

$$C_a = \pi r_j \frac{b+d}{2} \tag{12}$$

para el término $A_{\phi_{i,j+1}}$:

$$C_b = \pi r_j (a+c) \left[\frac{1}{b} + \frac{1}{2r_j}\right] \tag{13}$$

para el término $A_{\phi_{i+1,j}}$:

$$C_c = \pi r_j \frac{b+d}{c} \tag{14}$$

para el término $A_{\phi_{i,j-1}}$:

$$C_d = \pi r_j (a+c) \left[\frac{1}{d} - \frac{1}{2r_j}\right] \tag{15}$$

para el término $A_{\phi_{i,j}}$:

$$C_0 = -C_a - C_b - C_c - C_d - \frac{\pi r_j (b+d)(a+c)}{2}\left[\frac{1}{r_j^2} - i\mu\omega\sigma\right]$$

y el vector del lado derecho será cero excepto en la fuente, donde es

$$-V_T J_\phi^{ext} = -2\pi r_T I_\phi^{ext},$$

donde I_ϕ^{ext} es la corriente de la bobina, V_T y r_T son el volúmen y el radio del nodo del toroide asociado con la bobina transmisora, respectivamente.

Solución del Sistema de Ecuaciones Lineales

El método de diferencias finitas aplicado a este problema da como resultado un sistema lineal de ecuaciones que puede ser resuelto en formas diversas. Este sistema es ralo (pentadiagonal) y simétrico, con una diagonal principal con valores complejos.

La forma matricial del sistema de ecuaciones es

$$(\mathbf{A} + i\mathbf{D})(\mathbf{x}_r + i\mathbf{x}_i) = \mathbf{b}_r + i\mathbf{b}_i .$$

Una forma de expresar este problema es el usar dos subsistemas:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}\mathbf{x}_i + \mathbf{D}\mathbf{x}_r &= \mathbf{b}_i \\ \mathbf{A}\mathbf{x}_r - \mathbf{D}\mathbf{x}_i &= \mathbf{b}_r \end{aligned} \tag{16}$$

donde $\mathbf{x}_r$ y $\mathbf{x}_i$ son las partes real e imaginaria del potencial vectorial, A_ϕ, $\mathbf{b}_r$ y $\mathbf{b}_i$ son las partes real e imaginaria del vector del miembro de la derecha (fuentes), $\mathbf{A}$ es una matriz pentadiagonal relacionada con la parte real de los coeficientes del sistema, y $\mathbf{D}$ es una matriz diagonal que contiene la parte imaginaria de las ecuaciones.

Es importante destacar que la matriz $\mathbf{A}$ contiene información acerca de la geometría de la malla, mientras que $\mathbf{D}$ tiene información acerca de las propiedades del medio.

Las ecuaciones (16) pueden ser expresadas como

$$\begin{bmatrix} \mathbf{D} & \mathbf{A} \\ -\mathbf{A} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_r \\ \mathbf{x}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_i \\ -\mathbf{b}_r \end{bmatrix} \tag{17}$$

En este trabajo, el sistema es resuelto utilizando el paquete numérico SLAP (Seager y Greenbaum, 1989). Como puede verse el sistema es no simétrico por un lado, y si cambiamos los signos de la segunda ecuación matricial, entonces el problema no es positivo definido; esto último, en general, limita la aplicación de los métodos de gradiente conjugado. El método seleccionado es el de minimización general del residual con precondicionamiento incompleto LU. (En el paquete numérico se pueden encontrar referencias sobre este método).

Evaluación de la Resistividad Aparente a Partir de la Distribución del Potencial

La fuerza electromotriz total inducida en la bobina receptora está dada por

$$\xi = n_R \oint_0^{2\pi} \mathbf{E} \cdot \mathbf{dl} = 2\pi r_R \, n_R \, E_\phi(a,L).$$

En términos del vector potencial, usando la ec. (5),

$$\xi = i\mu\omega \, 2\pi r_R \, n_R \, A_\phi(a,L). \tag{18}$$

donde r_R es el radio de la bobina receptora, en general $r_R = r_T = a$; r_T es el radio de la bobina transmisora, n_R es el número de vueltas de la bobina receptora y L es la distancia entre la fuente y el receptor.

En el caso de un medio homogéneo, A_ϕ tiene una solución conocida (Moran y Kunz, 1962):

$$A_\phi = \frac{n_T \, I(\pi a^2)}{4\pi} \frac{r}{R^3} e^{ikR} (1-ikR),$$

donde r y R son, respectivamente, las distancias radial y total desde la fuente, n_T es el número de vueltas del transmisor, e I es la corriente en la bobina fuente (lo que llamamos I_ϕ^{ext} anteriormente).

Introduciendo esta última ecuación dentro de la expresión de la *fem* en el receptor nos da

$$\xi = i\mu\omega \frac{n_T \, n_R \, (\pi a^2)^2 \, I}{2\pi L^3} e^{ikL} (1-ikL)$$

o

$$\xi = \frac{i\mu\omega M_T \, M_R}{2\pi L^3} e^{ikL} (1-ikL),$$

donde $M_R = n_R \pi a^2$ es el momento del receptor, y $M_T = I n_T \pi a^2$ es el momento del transmisor.

De esta expresión estamos interesados solamente en la componente real de la fem que es producida únicamente por el medio. Si $\sigma = 0$ sólo existe un término imaginario, el cual es el acoplamiento directo de la fuente en el receptor, con un desfasamiento de 90°. Este término es llamado ξ_0, y sería la fuerza electromotriz inducida en el receptor si el medio fuera el vacío. De esta forma, la expresión de la fuerza electromotriz en el receptor toma la forma

$$\xi = \xi_0 \, e^{ikL}(1-ikL).$$

La parte real de esta fuerza electromotriz es

$$\mathrm{Re}\, \xi = - |\xi_0| \, \mathrm{Im}\, \xi_n.$$

donde $\mathrm{Im}\, \xi_n = \mathrm{Im}\, [e^{ikL} (1-ikL)]$ en el caso de un medio uniforme.

Podemos definir la razón de la conductividad aparente medida en un medio no uniforme, σ_a, con respecto a la conductividad en un medio homogéneo e isótropo (uniforme), como el cociente de lo que medimos en un medio no uniforme con respecto a lo que mediríamos en un medio uniforme, es decir,

$$\frac{\sigma_a}{\sigma} = \frac{\mathrm{Re}\, \xi^{med}}{\mathrm{Re}\, \xi^{unif}} \tag{19}$$

Usando la primera aproximación de $\mathrm{Re}\, \xi^{unif}$ (Doll, 1949):

$$\mathrm{Re}\, \xi^{unif} \simeq -|\xi_0| \frac{\mu\omega\sigma L^2}{2} \tag{20}$$

De esta forma,

$$\frac{\sigma_a}{\sigma} = \frac{-|\xi_0| \operatorname{Im} \xi_n^{med}}{-|\xi_0| \frac{\mu\omega\sigma L^2}{2}}$$

por lo que,

$$\frac{\sigma_a}{\sigma} = \frac{2}{\mu\omega\sigma L^2} \operatorname{Im} \xi_n^{med}$$

Finalmente,

$$\sigma_a = \frac{2}{\mu\omega\sigma L^2} \operatorname{Im} \xi_n^{med}$$

Como ξ_n^{med} es una forma normalizada, podemos rescribir la conductividad aparente en otra forma:

$$\sigma_\alpha = -\frac{2}{\mu\omega L^2 |\xi_0|} \operatorname{Re} \xi^{med} = -\frac{\operatorname{Re} \xi^{med}}{K}$$

donde K (constante geométrica de la sonda) está dada por

$$K = \frac{(\mu\omega)^2 M_T M_R}{4\pi L}$$

El hecho que Doll considerara una aproximación de Re ξ^{unif} en la ec. (20) significa que la conductividad aparente medida en un medio uniforme no es necesariamente igual a la conductividad verdadera del medio (en el caso de sondas de electrodos con corriente directa, la resistividad aparente en un medio uniforme es exactamente igual a la resistividad del medio).

También nótese de la ec. (18) que

$$\xi^{med} = i\mu\omega 2\pi a n_R (\operatorname{Re} A_\phi + i \operatorname{Im} A_\phi)$$

y

$$\operatorname{Re} \xi^{med} = -\mu\omega 2\pi a n_R \operatorname{Im} A_\phi$$

Interpolación entre Nodos

La exactitud del método de diferencias finitas es mejorada si la conductividad asignada a cada nodo considera las variaciones de esta propiedad entre nodos. Esto es especialmente importante si existen capas muy delgadas entre nodos o si una interfase, o frontera entre volúmenes con diferentes conductividades está muy cercana a un nodo. El método que se siguió aquí es considerar una conductividad equivalente de acuerdo a la teoría de factor geométrico de Doll; es decir, la conductividad equivalente de un toroide es igual a la suma de los productos de las diferentes conductividades y las áreas relativas de las respectivas secciones transversales.

EJEMPLOS

La figura 4 presenta la respuesta de una implementación de la solución analítica para un medio horizontalmente estratificado (Anguiano - Rojas, 1995) comparada con diferencias finitas, para un problema 1D. Ambos métodos concuerdan muy bien, a excepción de algunos puntos aislados.

En la figura 5 se muestra la discrepancia entre diferencias finitas y la solución analítica. Nótese la diferencia entre estos dos métodos antes de tomar en cuenta las dimensiones finitas de las bobinas dentro de la solución analítica (Anguiano - Rojas, 1995). Cuando se aplica esta corrección, la discrepancia disminuye substancialmente. Esto significa que el método de diferencias finitas ya incluye los efectos debidos a las dimensiones finitas de transmisores y receptores (volumen de soporte de las bobinas). Nótese que el error máximo absoluto está debajo de 0.35%, lo cual es adecuado para propósito de modelado y calibración.

EL USO PRINCIPAL DE ESTE MODELADO

El modelado por diferencias finitas es utilizado principalmente para calibración y pruebas de otras aproximaciones (véase por ejemplo Anguiano - Rojas, 1995). Esto se debe a la habilidad de modelar medios con gran variedad de conductividades (ver por ejemplo la figura 6). Sin embargo, el tiempo de cómputo necesario para calcular este método es enorme, tal como se muestra en la tabla 1, cuando se compara contra una aproximación de Born (Anguiano - Rojas, 1995) y el método de Kaufman (Kaufman, 1964).

MODELADO PARA DOS EJEMPLOS REALES DE CAMPO

En la figura 7 se presenta un ejemplo de una curva del registro de inducción 6FF40 del Pozo A de la Zona Norte de México. El intervalo considerado consta de una secuencia de la lutitas con intercalaciones de areniscas delgadas. En especial, es conocido que existe una arenisca delgada

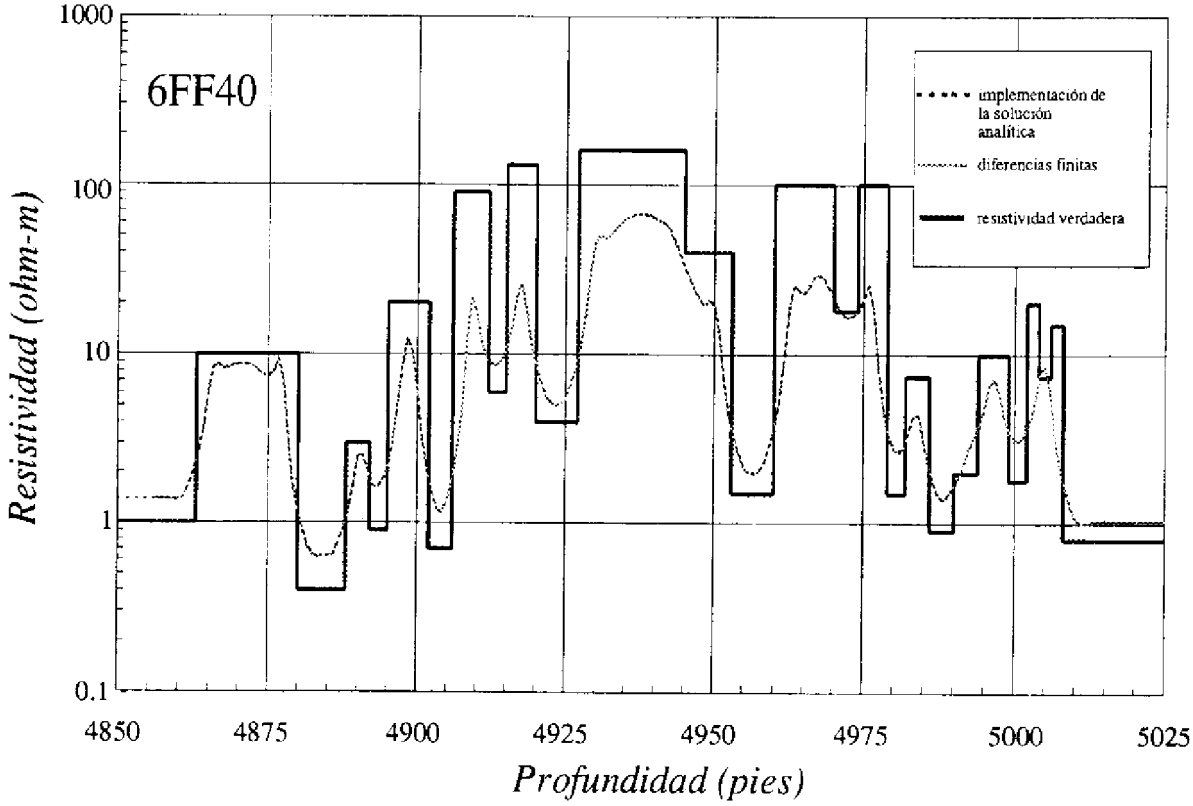


FIG. 4. Implementación de la solución analítica contra diferencias finitas para la sonda 6FF40 en la secuencia Oklahoma.

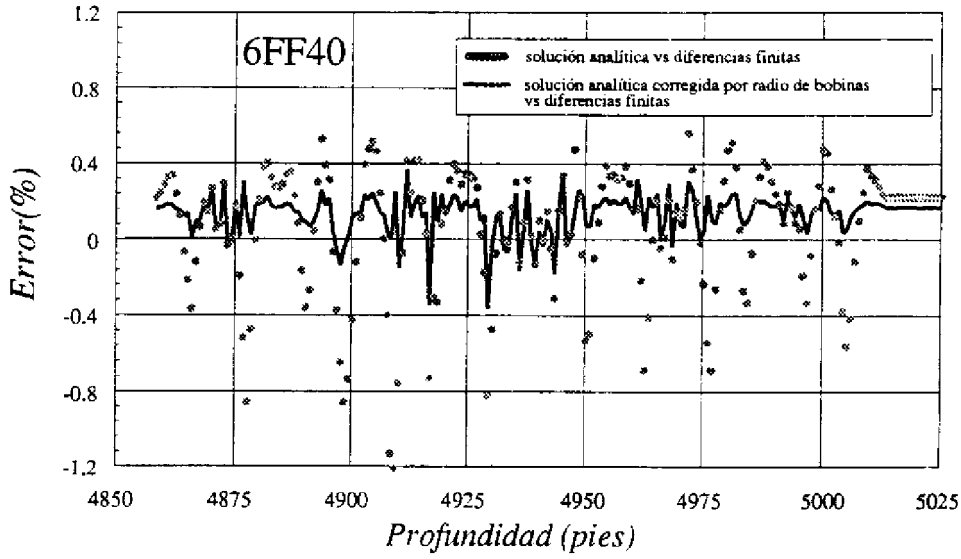


FIG. 5. Discrepancia entre la implementación de la solución analítica y diferencias finitas cuando se aplica a la secuencia Oklahoma, usando la sonda 6FF40 antes y después de corregir por el efecto del radio de las bobinas.

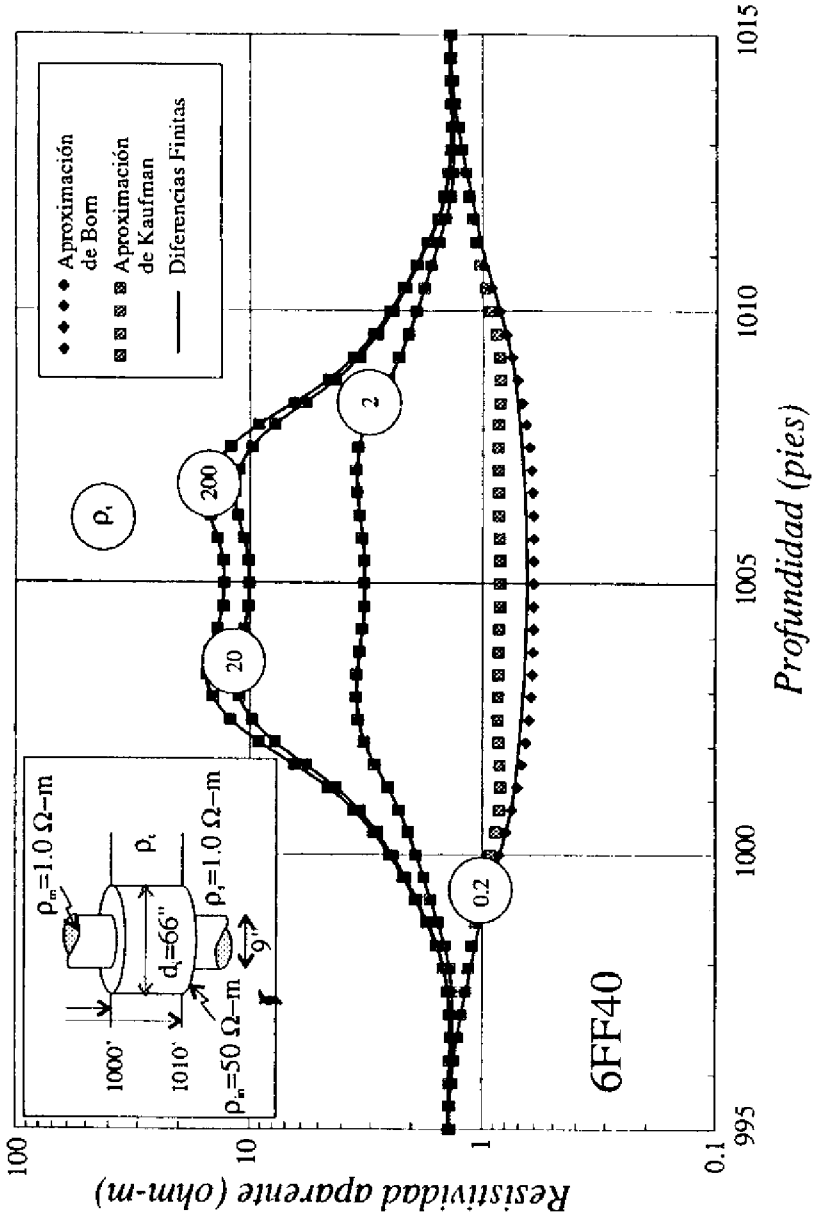


FIG: 6. Curvas de resistividad aparente para la herramienta 6FF40 en un medio estratificado con pozo y una zona de invasión. El diámetro de invasión es 66''. El índice de la curva es ρ_t.

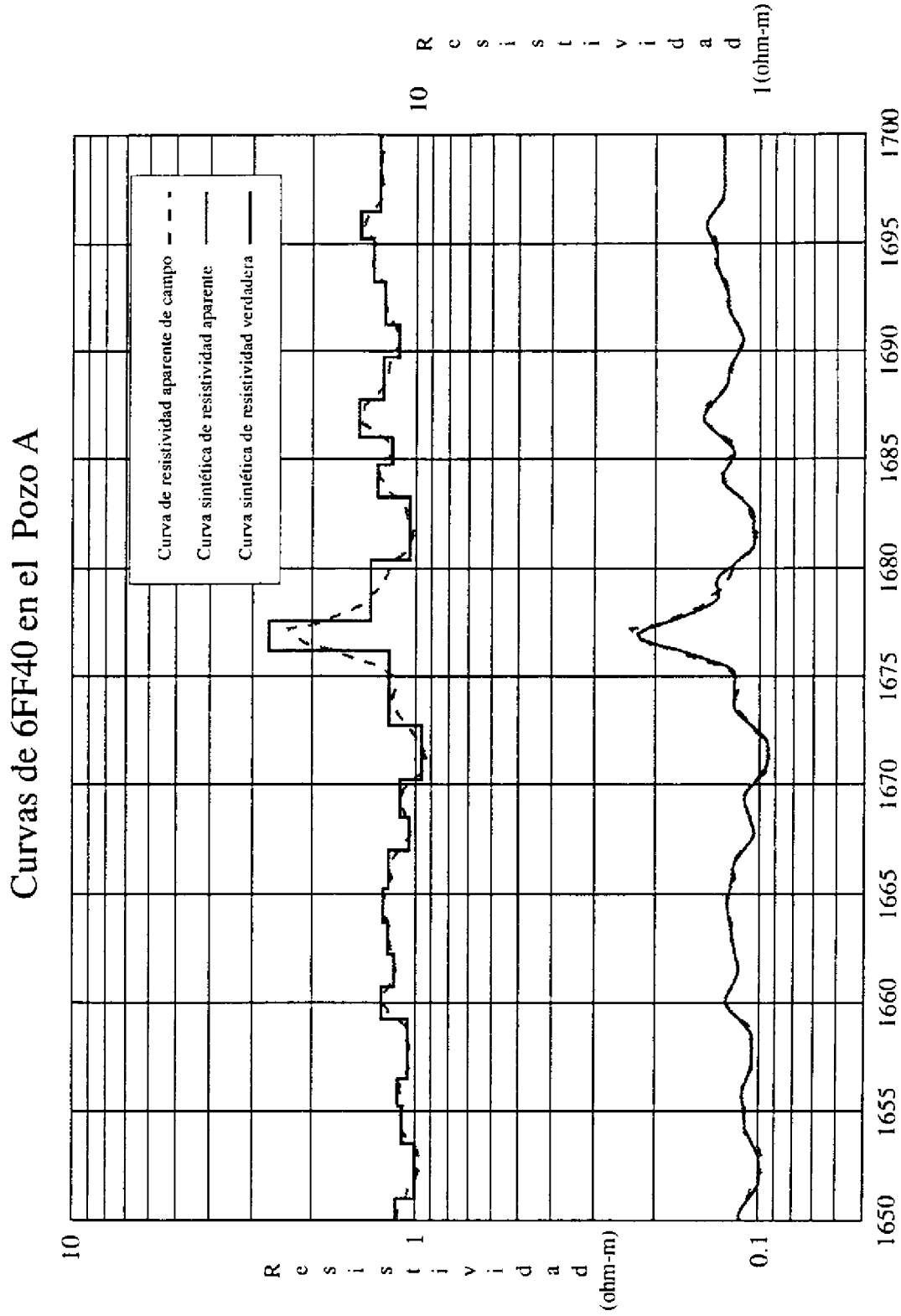


FIG: 7. Datos de campo, inversión y modelado del Pozo A. Se trata de una secuencia de lutitas con intercalaciones de areniscas.

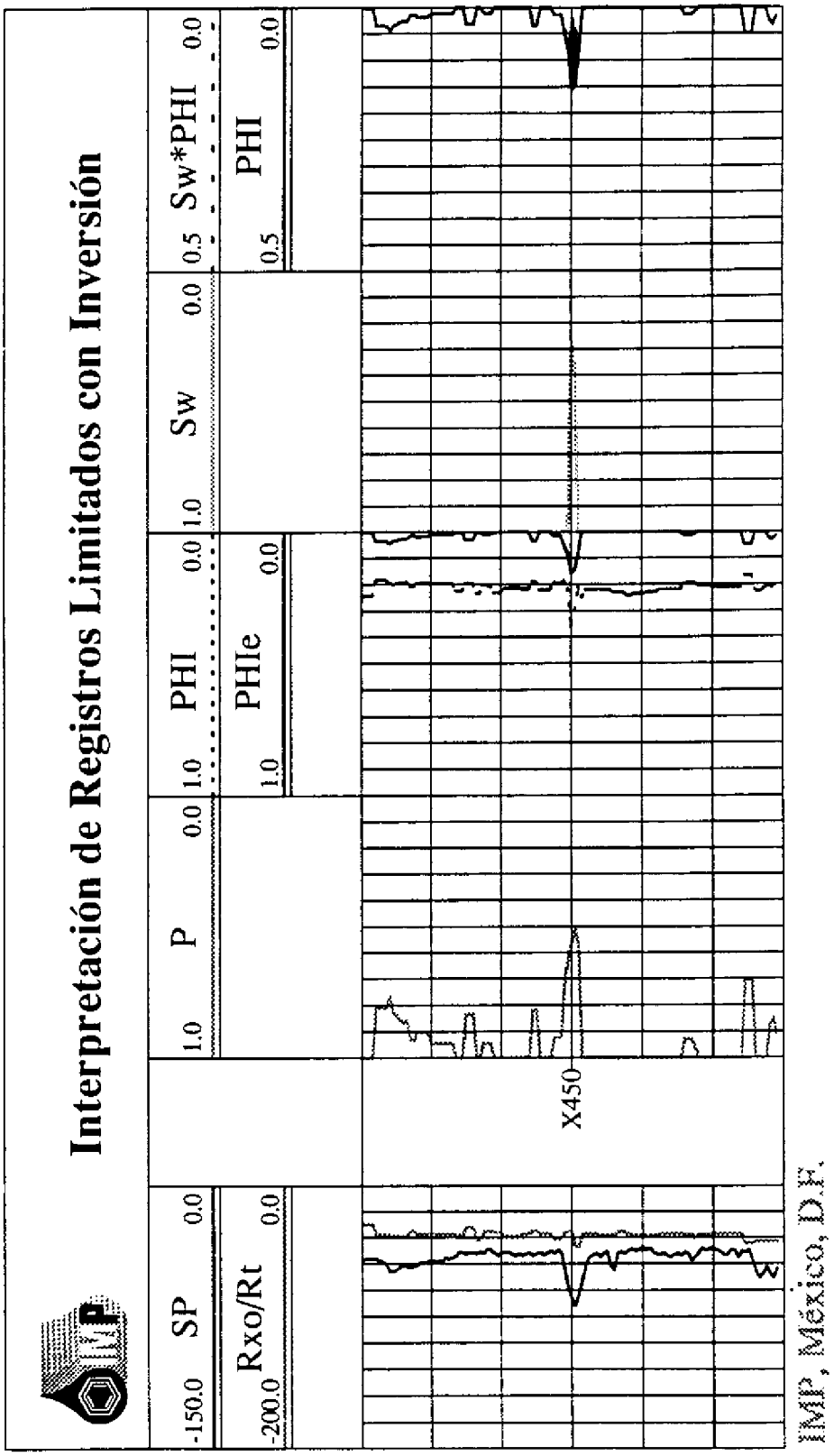


FIG: 8. Interpretación de registros limitados para el Pozo B de la Zona Norte. Nótese la alta saturación de hidrocarburos en X450 m de profundidad.

que produce hidrocarburos a 1677 m de profundidad. La interpretación de este tipo de combinación de registros es muy sensible al cociente entre los valores de ambos registros eléctricos (normal corta e inducción), cuando han sido corregidos por los diferentes efectos ambientales.

La interpretación efectuada al utilizar la modelación e inversión de registros de inducción para el Pozo B de la misma zona nos da una saturación de agua, Sw de 80% para el estrato entre X449 a X451 m, figura 8; confirmándose los datos de producción. Cabe destacar que de no realizarse las correciones mediante la modelación e inversión de estos registros eléctricos, no es posible llegar a resultados cercanos a los datos de producción.

CONCLUSIONES

Se ha mostrado el método de diferencias finitas para aproximar el modelado de la respuesta de las herramientas de registros de inducción. Este método aunque lento, es utilizado como calibrador para otras aproximaciones que son mucho más rápidas, pero que solamente trabajan adecuadamente en un rango dado de conductividades. El método de diferencias finitas incluye los efectos de soporte debido a las dimensiones de las bobinas de la sonda, lo cual lo hace más real que aquellos métodos basados en el modelado de transmisores y receptores infinitesimales. El modelado de registros de inducción tiene una gran utilidad en la interpretación, mediante inversión, de este tipo de registros de campo, en especial en arenas delgadas de muy baja resisitividad.

AGRADECIMIENTOS

Se agradece al Ing. Orlando Gómez Rivero por facilitarnos su algoritmo para la interpretación de registros limitados, al Ing. Roberto Torres Navarro por el mantenimiento del mismo y al Ing. Daniel Dorantes Huerta y Mat. Margarito Valdivieso Terán por la generación de los ejemplos reales presentados.

La realización de este trabajo forma parte del proyecto FIDEPEMEX CFD-0401: Inversión de Registros Eléctricos y Electromagnéticos, con el patrocinio de Petróleos Mexicanos (PEMEX). Se agradece a autoridades del Instituto Mexicano del Petróleo (IMP) por su apoyo y disposición para la publicación de este trabajo.

Tabla 1. Tiempo de CPU para calcular 100 puntos de un medio en una estación de trabajo IBM RISC 6000-550.

Método	tiempo (segundos)
Dif. Finitas	≈ 40,000
Aprox. Kaufman	1.62
Aprox. Born	2.18

REFERENCIAS

Anguiano - Rojas, P., 1995. "The Forward and Inverse Problems in Induction Logging." Ph.D. Dissertation. Colorado School of Mines.

Doll. H., 1949. "Introduction to Induction Logging of Wells Drilled with Oil Base Mud." Journal of Petroleum Technology: Petroleum Transactions AIME, 1:148-162.

Kaufman, A.A., 1964. "Introducción a la Teoría de registros de Inducción". Nauka, Novosibirsk (en Ruso).

Kaufman, A.A., and G.V. Keller, 1989. "Induction Logging." Elsevier Amsterdam.

Moran, J.H. and K.S. Kunz, 1962. "Basic Theory of Induction Logging and Application to Study of Two-Coil Sondes." Geophysics, 27: 829-858.

Seager M.K. and A. Greenbaum, 1989. "SLAP: The Sparse Linear Algebra Package Ver. 2.0." Lawrence Livermore National Laboratory and Courant Institute of Mathematical Sciences: SLAP Ver. 2.0. FORTRAN routines.

INVERSION DE REGISTROS DE INDUCCION UTILIZANDO TEORIA DE PERTURBACION

* *Pedro Anguiano Rojas*

RESUMEN

En este trabajo se presenta la teoría de inversión para realizar la interpretación de registros de inducción. El modelo directo utilizado se basa en la aplicación de la teoría de perturbación; la cual da como resultado una ecuación integral, que es resuelta utilizando la aproximación de Born.

Se analiza la formulación de la técnica de Levenberg-Marquardt como un caso particular de la teoría de regularización y el método de Tikhonov. Se presentan además las ventajas que se desencadenan de modelar el problema directo mediante perturbación (algunos de los parámetros del medio tienen derivadas de Fréchet que son estimadas implícitamente en el problema directo, lo cual reduce drásticamente el tiempo de cálculo del Jacobiano). Se presenta además el modelado de los diferentes tipos de ruidos para las herramientas de inducción, y se estima la incertidumbre en los parámetros del medio ante la presencia de ruido aleatorio. El análisis de los eigenvectores y eigenvalores del problema indican qué parámetros del medio son más sensibles. Finalmente se muestra un ejemplo de inversión de datos reales.

* *Gerencia de Geofísica de Explotación, IMP*
Facultad de Ingeniería, UNAM

INTRODUCCION

La inversión (interpretación) de registros de inducción es un procedimiento complicado debido a la presencia inherente de ruido en los datos y el número limitado de datos muestreados. Estos problemas hacen que el problema de inversión sea ambiguo e inestable.

Para enfrentar el problema de inversión, se consideran principalmente tres criterios: existencia, unicidad y estabilidad de la solución. En este contexto, un problema es mal condicionado si la solución no es única o si ésta no es una función continua de los datos (inestabilidad, es decir, a una perturbación pequeña corresponde una perturbación arbitrariamente grande de los parámetros del modelo).

En este artículo se analiza el procedimiento conocido como regularización debido a Levenberg (1944) y Marquardt (1963 y 1970), que es un caso especial de la forma general de Tikhonov y Arsenin (1977). Este último muestra cómo el intérprete puede incorporar información a priori de la geología del medio.

El procedimiento de regularización es necesario porque el problema inverso en registros de inducción es, en general, mal condicionado; es decir, las soluciones no son únicas o son inestables. El método de regularización es la aproximación de un problema mal condicionado por una familia de problemas bien condicionados.

TEORIA DE PERTURBACION EN REGISTROS DE INDUCCION

La teoría de perturbación está basada en el principio de superposición, ya que considera que el campo tiene una pequeña variación lineal a partir del *campo de fondo* cuando los parámetros perturbados del medio tienen pequeños cambios con respecto a dicho fondo. En nuestro caso la propiedad que varía es la conductividad. El análisis desarrollado en este trabajo muestra que una aproximación de Born de la ecuación integral que resulta de esta aproximación es adecuada para el rango práctico de conductividades de formaciones y lodos de perforación que existen en la realidad.

Para ilustrar el método de perturbación consideremos que tenemos un medio uniforme atravesado por un pozo, tal como se muestra en la figura 1.

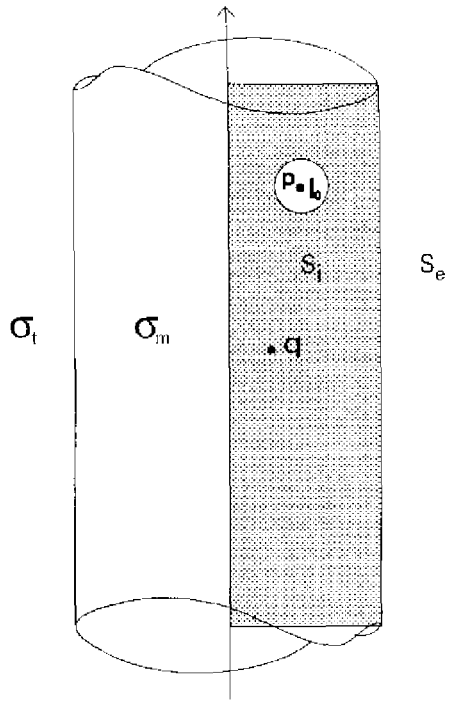


Fig. 1.- Medio uniforme atravesado por un pozo.

Es conocido (Anguiano-Rojas, 1995) que un campo eléctrico que varía en el tiempo como $e^{i\omega t}$ satisface la ecuación de Helmholtz, es decir

$$\nabla^2 E + k^2 E = -i\mu\omega\, \delta(z - z_s)\delta(r - r_s) J^{ext}, \qquad (1)$$

donde $k^2 = i\mu\omega\sigma$, con i siendo la unidad imaginaria, μ es la permeabilidad magnética del medio, $\omega = 2\pi f$ es la frecuencia angular de la corriente en la bobina fuente, σ es la conductividad del medio y J^{ext} es la densidad de corriente en la fuente. Además, z_s y r_s son las coordenadas vertical y radial de la fuente. En esta notación el término de la derecha toma el papel de la fuente del campo, E.

El campo eléctrico puede ser presentado como

$$E = E_F + E_P, \qquad (2)$$

donde E_F (E-Fondo) satisface el campo en un medio uniforme con conductividad σ_f (conductividad de la formación) y Ep (E-Perturbado) es el campo debido a la presencia del pozo (perturbación) con conductividad σ_m y radio a_m.

El campo E_F también satisface la ecuación de Helmholtz:

$$\nabla^2 E_F + k_t^2 E_F = -i\mu\omega\ \delta(z - z_s)\ \delta\ (r - r_s)\ J^{ext},$$

donde $k_t^2 = i\mu\omega\sigma_t$.

De las ecs. (1) y (2), el campo eléctrico E_P es la solución de

$$\nabla^2 E_P + k^2 E_P = -k^2 E_F - \nabla^2 E_F - i\mu\omega\ \delta(z - z_s)\delta(r - r_s) J^{ext}.$$

Podemos reescribir esta ecuación como

$$\nabla^2 E_P = \begin{cases} -k_t^2\ E_P & r > a_m \\ -k_m^2\ E_P + (k_t^2 - k_m^2)\ E_F & r < a_m \end{cases} \qquad (3)$$

Además la función de Green el problema cumple también con la ecuación de Helmholtz:

$$\nabla^2 E^G + k_t^2 E^G = -i\mu\omega\ \delta(z - z_q)\ \delta\ (r - r_q). \qquad (4)$$

Considerando la fórmula de Green en 2D para las regiones dentro y fuera del pozo y tomando en cuenta las condiciones de frontera en infinito y en la pared del pozo, encontramos que el campo perturbado está dado por:

$$E_P\ (p) = (\sigma_m - \sigma_t) \int_{s_i} [E_F(q) + E_P(q)]\ E^G(k_t, p; q)\, ds. \qquad (5)$$

donde $E^G(k_t, p; q)$ es la función de Green para un medio homogéneo con conductividad σ_t, y al mismo tiempo es el campo eléctrico producido en el punto p por un filamento con corriente unitaria situado en el punto q.

La ecuación (5) es una ecuación integral de Fredholm del segundo tipo, ya que el campo perturbado, que es la incógnita, está implícito en el integrando de la expresión. La aproximación de Born consiste en considerar que $E_F(q) >> E_P(q)$ en el integrando de la ec. (5), y por tanto podemos descartar $E_P(q)$. Al hacer esto y resolver para la conductividad aparente del medio tendremos que

$$\sigma_a^B = \sigma_a^{unif} \cdot (\sigma_m - \sigma_t)$$

$$\int_{s_i} \frac{L}{2} \frac{r^2}{R_1^2 R_2^2}\ Re\ [e^{ik_t R_1}(1 - ik_t R_1) e^{ik_t R_2}\ (1 - ik_t R_2)]\, ds, \qquad (6)$$

donde el superíndice B indica la aproximación de Born y σ_a^{unif} la conductividad aparente en un medio uniforme.

La función

$$g(R_1, R_2, k_t) = Re[e^{ik_t R_1}(1 - ik_t R_1) e^{ik_t R_2}(1 - ik_t R_2)],$$

puede ser reparametrizada como

$$f(p_1, p_2) = g\ (R_1, R_2, k_t),$$

donde

$$f(p_1, p_2) = e^{-(p_1 + p_2)}\ [(p_1 + p_2 + 1) \cos (p_1 + p_2) +$$

$$(p_1 + p_2 + 2p_1 p_2) \operatorname{sen} (p_1 + p_2)]. \qquad (7)$$

$p_1 = R_1(\mu\omega\sigma_t)^{1/2}$ y $p_2 = R_2(\mu\omega\sigma_t)^{1/2}$. La función $f(p_1, p_2)$ toma en cuenta el efecto de interacción entre corrientes o atenuación del campo electromagnético (Anguiano-Rojas, 1995). Además, dicha función vale la unidad para valores muy pequeños de p_1 y p_2, pero decrece y se aproxima a cero cuando uno o ambos parámetros crecen.

FORMULACION DEL PROBLEMA INVERSO

El problema directo en registros de inducción puede ser presentado como el funcional

$$\sigma_a(z) = \sigma_a(\mathbf{p}, z),$$

donde σ_a es la conductividad aparente del modelo directo, **p** es el vector de parámetros[1] del modelo (conductividades de los estratos, diámetros de invasión, conductividad de la zona invadida, profundidades de los estratos), y z es la variable independiente, en este caso la profundidad de las muestras de conductividad aparente.

En forma alternativa podemos representar al problema directo como

$$F(\mathbf{p}) = \sigma_a,$$

donde F es el operador no lineal del problema directo.

El problema clásico de inversión es que dado σ_a^{obs} (la conductividad observada en el campo), debemos encontrar el vector de parámetros **p** tal que la diferencia entre éste y $F(\mathbf{p})$ sea mínima en algún sentido. Por ejemplo, en el caso de la norma L_2:

$$\min_{\mathbf{p}} \left\| F(\mathbf{p}) - \sigma_a^{obs} \right\|. \qquad (8)$$

Sin embargo, no tenemos hasta aquí una forma clara de cómo minimizar este funcional.

[1] Aquí se utilizan negritas para representar vectores y matrices.

En este trabajo nos concentraremos en minimizar la expresión (8). Para encontrar un mínimo de la función de error, podemos utilizar una estrategia como el método Gauss-Newton. Primero, expandamos el problema directo en series de Taylor alrededor de un modelo $\mathbf{p}_0$; esto da como resultado, considerando términos hasta el primer orden,

$$\sigma_a = \sigma_{a_0} + J(\mathbf{p}-\mathbf{p}_0) \qquad (9)$$

donde $\sigma_{a_0} = F(\mathbf{p}_0)$ y $J = F'$ es el operador Jacobiano.

El hecho de que estemos considerando solamente la primera derivada de la expansión de Taylor en este método del tipo Gauss-Newton significa que en la búsqueda iterativa del mínimo del funcional, estaremos utilizando una linearización local del operador del problema directo. A partir de este punto consideraremos que el operador Jacobiano es una matriz y los parámetros del modelo y la resistividad aparente estarán presentadas por vectores.

Aquí tenemos dos opciones sobre la formulación del problema. Si iteramos utilizando el conjunto de parámetros, tendremos lo que se llama iteración por brincos "jumping" (Scales y otros, 1990); en otras palabras, de la ecuación (9)

$$\mathbf{p}^j = \mathbf{J}^{\dagger}(\mathbf{J}\mathbf{p}_0 + \sigma_a - \sigma_{a_0}), \qquad (10)$$

donde $J^{\dagger}$ es la seudo-inversa o inversa generalizada de la matriz Jacobiana. Si, por otro lado, seleccionamos trabajar con incrementos o perturbaciones de los parámetros, entonces tendremos la iteración progresiva "creeping" (Scales y otros, 1990):

$$\mathbf{p}^c = \mathbf{p}_0 + \mathbf{J}^{\dagger}(\sigma_a - \sigma_{a_0}). \qquad (11)$$

La diferencia entre estos dos planteamientos es que $\mathbf{p}^c$ retiene la componente de $\mathbf{p}_0$ que está en el espacio nulo de las columnas de la matriz Jacobiana. Sin embargo, en el caso de problemas sobredeterminados, como es nuestro caso, no hay diferencia entre ambos métodos; siempre y cuando la matriz Jacobiana no sea deficiente en rango. Si se introduce regularización al problema, entonces aparecerá una diferencia entre ambos métodos. Esto será discutido más adelante, mientras tanto nuestra elección será la iteración del tipo *progresivo*. De esta forma, podemos escribir la relación para el problema directo como

$$\Delta\sigma_a = \mathbf{J}\,\Delta\mathbf{p},$$

donde $\Delta\sigma_a = \sigma_a^{obs} - \sigma_a$, $\Delta\mathbf{p} = \mathbf{p} - \mathbf{p}_0$.

En general, el método de regularización de Tikhonov propone minimizar un funcional que incluye la condición de error del problema y un funcional estabilizador que no solamente suaviza el espacio del funcional total, sino que incluye información *a priori* del intérprete. Entonces, podemos decir que el proceso de optimación consiste en minimizar la diferencia entre los parámetros del medio y aquellos valores de los parámetros *a priori*, es decir,

$$\min_{\mathbf{p}} \| \mathbf{p} - \mathbf{p}_{apr} \|^2$$

sujeto al hecho de que los datos contienen ruido. En el caso de la representación de brinco tenemos la condición de error

$$\|\mathbf{J}\mathbf{p}^j - (\mathbf{J}\mathbf{p}_0 + \Delta\sigma_a)\| = \delta,$$

donde δ es una estimación a priori de los niveles de ruido en los datos. Así, el problema entero de minimización toma la forma del funcional paramétrico de Tikhonov (Zhdanov, 1993):

$$\min_{\mathbf{p}} P^{\alpha}(\mathbf{p}, \Delta\sigma_a),$$

donde

$$P^{\alpha}(\mathbf{p}, \Delta\sigma_a) = \| \mathbf{J}\mathbf{p} - (\mathbf{J}\mathbf{p}_0 + \Delta\sigma_a)\|^2 + \alpha\|\mathbf{p} - \mathbf{p}_{apr}\|^2 \qquad (12)$$

y α es el parámetro de regularización. Este procedimiento de minimización tiene como finalidad el evitar el problema de discontinuidad de los parámetros en su relación con los datos (conductividad aparente), mediante la minimización de la diferencia del modelo con respecto a uno que es conocido como muy posible, y por tanto una solución bien condicionada, a priori.

Si obtenemos el primer variacional de la ec. (12) y lo igualamos a cero, obtenemos para la iteración i:

$$(\mathbf{J}^T\mathbf{J} + \alpha\mathbf{I})\mathbf{p}_i = \mathbf{J}^T(\mathbf{J}\mathbf{p}_{i-1} + \Delta\sigma_{a_{i-1}}) + \alpha\mathbf{I}\mathbf{p}_{apr},$$

donde $\Delta\sigma_{a_{i-1}} = \sigma_a^{obs} - \sigma_{a_{i-1}}$. Finalmente,

$$\mathbf{p}_i = (\mathbf{J}^T\mathbf{J} + \alpha\mathbf{I})^{-1}\,[\mathbf{J}^T(\mathbf{J}\mathbf{p}_{i-1} + \Delta\sigma_{a_{i-1}}) + \alpha\mathbf{I}\mathbf{p}_{apr}].$$

Cuando no se incluye un modelo a priori, $\mathbf{p}_{apr} = \theta$, tenemos el método clásico de Levenberg - Marquardt para el método de iteración de *brinco*

$$\mathbf{p}_i^j = (\mathbf{J}^T\mathbf{J} + \alpha\mathbf{I})^{-1}\mathbf{J}^T(\mathbf{J}\mathbf{p}_{i-1} + \Delta\sigma_{a_{i-1}}). \qquad (13)$$

En el caso de la iteración progresiva el funcional paramétrico de Tikhonov es

$$P^{c}(\Delta \mathbf{p},\ \Delta\sigma_a) = \|\mathbf{J}\Delta\mathbf{p} - \Delta\sigma_a\|^2 + \alpha\|\ \Delta\mathbf{p}-\Delta\mathbf{p}_{apr}\|^2$$

En este caso el $\Delta\mathbf{p}_{apr}$ no contiene información geológica; sin embargo, si lo hacemos igual a cero, estaremos minimizando el valor de $\|\Delta\mathbf{p}\|$ en cada iteración; en otras palabras, el método progresivo con $\Delta\mathbf{p}_{apr} = 0$ penaliza valores grandes de $\|p_i^c - p_{i-1}^c\|$, y de hecho tenemos un iteración *conservadora*. En este caso, estamos asumiendo que nuestro punto inicial es cercano a los valores reales de los parámetros del medio, y trabajamos únicamente con pequeñas modificaciones del vector de parámetros inicial (que debería de ser el vehículo a utilizar por el intérprete para introducir la información geológica disponible). Al obtener la primer variación e igualar a cero, obtendremos la i-ésima iteración:

$$\mathbf{p}_i^c = \mathbf{p}_{i-1} + (\mathbf{J}^T\mathbf{J} + \alpha\mathbf{I})^{-1}\mathbf{J}^T\Delta\sigma_{a_{i-1}}. \qquad (14)$$

De las ecs. (13) y (14) podemos ver la diferencia entre ambos métodos, asumiendo la misma, $\Delta\sigma_{a_{i-1}}$.

$$\mathbf{p}_i^j - \mathbf{p}_i^c = (\mathbf{J}^T\mathbf{J} + \alpha\mathbf{I})^{-1}\mathbf{J}^T\mathbf{J}\mathbf{p}_{i-1} - p_{i-1} + (\mathbf{J}^T\mathbf{J} + \alpha\mathbf{I})^{-1}\ \alpha\mathbf{I}\mathbf{p}_{apr}.$$

Para valores pequeños del parámetro de regularización, ambos métodos son muy similares. En este trabajo utilizaremos el método de avance progresivo, que es presentado en la ec. (14), a menos que se indique lo contrario.

LA DESCOMPOSICION QR

Para resolver este problema de mínimos cuadrados, se utiliza la subrutina LMDIF del paquete MINPACK (Garbow y otros, 1980). Esta subrutina obtiene la descomposición **QR** de la matriz **J** por lo que nuestro problema se transforma en

$$\min_{\Delta p} \|\mathbf{R}\Delta p - \mathbf{Q}^T\Delta\sigma_a\|^2,$$

y en foma regularizada tenemos

$$(\mathbf{R}^T\mathbf{R} + \alpha\mathbf{I})\ \Delta\mathbf{p} = \mathbf{R}^T\mathbf{Q}^T\Delta\sigma_a,\quad \alpha > 0.$$

La descomposición **QR** tiene la ventaja de que no eleva al cuadrado el número de condición del sistema como lo hace la descomposición de Cholesky, a pesar de que implica más tiempo de cómputo que ésta.

LA DESCOMPOSICION DEL VALOR SINGULAR

Para analizar los eigenvalores y eigenvectores de nuestro problema es conveniente aplicar la descomposición del valor singular a la matriz Jacobiana, **J** de la iteración final. Es conocido (Golub y Reinsch, 1970) que para una matriz real $A_{m\times n}$ con $m \geq n$

$$\mathbf{J} = \mathbf{U}\Lambda\mathbf{V}^T, \qquad (15)$$

donde, **J** es la matriz Jacobiana o matriz de derivadas de Fréchet, **U** es la matriz que consiste de los n eigenvectores ortonormalizados de $\mathbf{J}\mathbf{J}^T$; **V** consiste de los eigenvectores ortonormalizados de $\mathbf{J}^T\mathbf{J}$, y Λ es una matriz diagonal cuyos elementos son las raíces cuadradas no negativas de los eigenvalores de $\mathbf{J}^T\mathbf{J}$ (que son también llamados valores singulares de la matriz original J).

Los valores singulares λ_j pueden ser ordenados, de tal manera que

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq \ldots \geq \lambda_n \geq 0. \qquad (16)$$

Si *rango* $(A)=r$, $\lambda_{r+1} = \lambda_{r+2} = \ldots = \lambda_n = 0$.

El programa de inversión obtiene la descomposición de valores singulares mediante la subrutina SVD del paquete numérico EISPACK (Garbow y otros, 1977).

EL PARAMETRO DE REGULARIZACION

Uno de los puntos claves de este método es la selección del valor de α: "El proceso de alterar α durante cada iteración para asegurar estabilidad y rápida convergencia es conocido como regresión de cresta (Rijo y otros, 1977). La técnica de Marquardt para proponer α (Marquardt, 1963) consiste en empezar con un valor grande para el primer modelo y reducirlo para cada iteración, conforme el método converge a una solución. Si no hay convergencia, el método incrementa a α por un factor dado y recalcula la función de error. Este procedimiento asegura el valor más pequeño de α "para el cual la regresión de cresta dará un nuevo modelo que ajusta mejor" el registro (Inman 1975).

DERIVADAS DE FRECHET USANDO TEORIA DE PERTURBACION

En esta sección analizaremos como obtener las derivadas de Fréchet en forma rápida, de tal forma que se acelere el proceso de inversión. Sabemos que el problema de mínimos cuadrados que obtiene los parámetros, o incrementos de los parámetros, que minimizan la función de error incluyen a las conocidas ecuaciones normales, donde el operador utilizando es la matriz **J** (matriz Jacobiana), la cual está constituida por las dife-

rentes derivadas de Fréchet de la función de error, con respecto a los diversos parámetros y evaluada en las diferentes posiciones de la herramienta o sonda. Esto significa que para cada iteración dentro del problema inverso, tenemos que calcular las derivadas de Fréchet. Dos formas de calcular las derivadas de Fréchet para el problema inverso son:

a) Se pueden obtener formas analíticas de estas derivadas, o
b) Podemos calcular numéricamente las derivadas a partir de la diferencia entre dos modelos directos con parámetros $\mathbf{p}_i$ y $\mathbf{p}_i + \Delta\mathbf{p}$, respectivamente. El modelo directo en $\mathbf{p}_i$ es ya conocido en cada iteración del proceso de inversión.

Antes de pasar a las características específicas de las derivadas de Fréchet de problemas de registros de inducción, dividamos los parámetros del problema en cuatro categorías diferentes:

* conductividades de las zonas invadidas,

* conductividades de las formaciones,

* radios de invasión, y

* profundidades del fondo de los estratos.

Ahora procedemos a estudiar cada una de estas categorías. Considérese una formación con conductividad σ_t limitada arriba y abajo por formaciones con conductividades σ_s. También considérese que la formación tiene una zona invadida con radio r_{in} y conductividad σ_{in} (ver la figura 2). La aproximación de Born para este medio está dada por:

$$\sigma_a^B = \sigma_a^{strat} + (\sigma_m - \sigma_t) \int_{S_{mt}} \frac{L}{2} \frac{r^3}{R_1^3 R_2^3} \mathrm{Re}\left[e^{ik_e R_1}(1 - ik_e R_1) e^{ik_e R_2}(1 - ik_e R_2)\right] ds$$

$$+ (\sigma_{in} - \sigma_t) \int_{S_{in}} \frac{L}{2} \frac{r^3}{R_1^3 R_2^3} \mathrm{Re}\left[e^{ik_e R_1}(1 - ik_e R_1) e^{ik_e R_2}(1 - ik_e R_2)\right] ds. \qquad (17)$$

De la ec. (17), la derivada de Fréchet de la curva de conductividad aparente, σ_a^B, con respecto a la conductividad de la zona invadida, σ_{in}, es

$$\frac{\partial \sigma_a^B}{\partial \sigma_{in}} = \frac{\partial}{\partial \sigma_{in}} \left[\sigma_a^{strat} + (\sigma_m - \sigma_t) \int_{S_{mt}} \frac{L}{2} \frac{r^3}{R_1^3 R_2^3} g(R_1, R_2, \sigma_e) ds + \right.$$

$$(\sigma_{in} - \sigma_t) \int_{S_{in}} \frac{L}{2} \frac{r^3}{R_1^3 R_2^3} g(R_1, R_2, \sigma_e) ds +$$

$$\left. (\sigma_m - \sigma_s) \int_{S_{ms}} \frac{L}{2} \frac{r^3}{R_1^3 R_2^3} g(R_1, R_2, \sigma_e) ds \right]$$

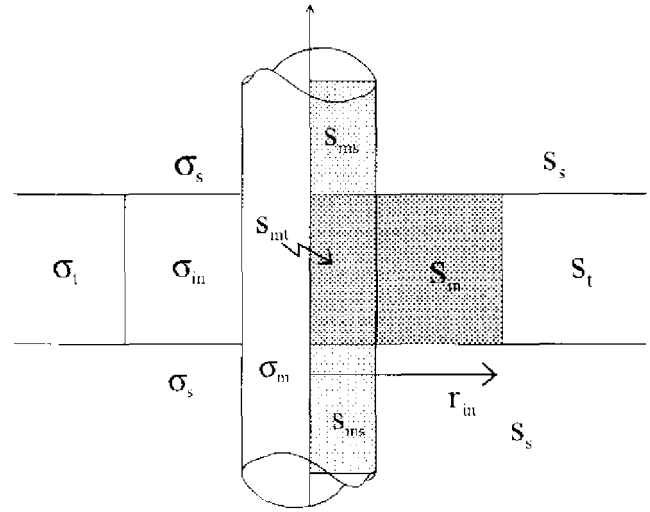


Fig. 2.- Formación de espesor finito entre dos formaciones anchas, con una zona invadida y atravesada por un pozo.

donde σ_a^{strat} es la conductividad aparente del medio estratificado que no considera al pozo y las zonas invadidas, σ_m es la conductividad del lodo, L es la distancia entre la bobina fuente y la bobina receptora, r, R_1, y R_2, son el radio y las distancias al punto en consideración desde las bobinas fuente y receptora, respectivamente, S_{mt} es la mitad de la sección transversal del pozo enfrente de la formación, S_{ms} es la mitad de la sección transversal del pozo enfrente de las formaciones vecinas, S_{in} es la mitad de la sección transversal de la zona invadida, y σ_e es la conductividad equivalente del medio, o aquella conductividad de un medio homogéneo que produciría una conductividad aparente $\sigma_a = \sigma_a^{strat}$

Aplicando la derivada parcial, encontramos

$$\frac{\partial \sigma_a^B}{\partial \sigma_{in}} = \int_{S_{in}} \frac{L}{2} \frac{r^3}{R_1^3 R_2^3} g(R_1, R_2, \sigma_e) ds.$$

Sin embargo, nótese que esta expresión ya fue calculada cuando se evaluó el modelo directo, ec. (17). En otras palabras, las derivadas Fréchet con respecto a las conductividades de las zonas invadidas no necesitan ser calculadas si sus valores han sido almacenados apropiadamente cuando se calculó el problema directo.

Ahora podemos aplicar el mismo procedimiento a las derivadas Fréchet de la conductividad aparente con respecto a la conductividad de la formación. En este caso

$$\frac{\partial \sigma_a^B}{\partial \sigma_t} = \frac{\partial \sigma_a^{strat}}{\partial \sigma_{in}} - \int_{S_{mt}} \frac{L}{2} \frac{r^3}{R_1^3 R_2^3} g(R_1, R_2, \sigma_e) ds -$$

$$\int_{S_{in}} \frac{L}{2} \frac{r^3}{R_1^3 R_2^3} g(R_1, R_2, \sigma_e) ds,$$

o

$$\frac{\partial \sigma_a^B}{\partial \sigma_t} = \frac{\partial \sigma_a^{strat}}{\partial \sigma_{in}} - \left. \frac{\partial \sigma_a^B}{\partial \sigma_m} \right|_{mt} - \frac{\partial \sigma_a^B}{\partial \sigma_{in}}, \qquad (18)$$

donde

$$\frac{\partial \sigma_a^B}{\partial \sigma_m}\Big|_{mt} = \int_{S_{mt}} \frac{L}{2} \frac{r^3}{R_1^3 R_2^3} g(R_1, R_2, \sigma_o) ds \simeq \int_{S_{mt}} \frac{L}{2} \frac{r^3}{R_1^3 R_2^3} ds,$$

es decir, consideramos que para zonas cercanas a la herramienta la función de atenuación tiene un valor muy cercano a uno. El segundo y tercer términos en el lado derecho de la ec. (18) ya han sido calculados en el problema directo.

En el caso del radio de invasión, tenemos

$$\frac{\partial \sigma_a^B}{\partial r_{in}} = \frac{\partial}{\partial r_{in}} \left[(\sigma_{in} - \sigma_o) \int_{S_{in}} \frac{L}{2} \frac{r^3}{R_1^3 R_2^3} g(R_1, R_2, \sigma_o) ds \right],$$

y

$$\frac{\partial \sigma_a^B}{\partial r_{in}} = (\sigma_{in} - \sigma_o) \int_{z_1}^{z_2} \frac{L}{2} \frac{r^3}{R_1^3 R_2^3} g(R_1, R_2, \sigma_o) dz.$$

Esta última expresión puede ser obtenida analíticamente en forma barata, pero debemos tener disponibles los valores σ_o del modelo directo.

El último tipo de parámetros son las profundidades al fondo de los estratos. En este trabajo, dichas derivadas de Fréchet son obtenidas usando una aproximación en diferencias finitas de dos modelos directos.

Por tanto, el costo de evaluar las derivadas de Fréchet está relacionado únicamente a calcular las derivadas de la conductividad aparente con respecto a un medio estratificado. Estas derivadas pueden ser obtenidas analíticamente.

El ahorro en tiempo de cómputo depende del número de estratos que tienen zonas invadidas en el problema. En un modelo con muchas zonas invadidas, los ahorros pueden ser tan altos como de 50% del tiempo de cómputo por cada iteración.

MODELO DE ERROR PARA REGISTROS DE INDUCCION

Ruido Instrumental

La sonda de inducción está diseñada para medir conductividad; por tanto, en formaciones altamente resistivas la señal que se mide es pequeña y la incertidumbre de las mediciones crece.

La pregunta que podemos hacernos es "¿Cómo modelamos el ruido para la sonda de inducción?". El nivel de incertidumbre con herramientas de inducción convencionales (por ejemplo la 6FF40) es de alrededor de $\pm 2\%$ mmho/m (Schlumberger, 1989) para una frecuencia de 20 kHz. Este número implica que una lectura de 10mmho/m (100 ohm-m en resistividad) puede tener un error de hasta 20%; mientras que una lectura de 1000 mmho/m (1ohm-m) puede tener hasta 0.2% de error. Esto último, sin embargo, parece demasiado optimista para formaciones conductivas. En este trabajo se introduce un modelo de error que contiene dos componentes, de tal manera que una sonda con dos bobinas con espaciamiento L tiene una incertidumbre asociada (Beard, 1994): $\pm(a \times \sigma_a^{mc} + b)$mho/m, donde a es una cantidad adimensional que representa una fracción de la señal *no contaminda* σ_a^{mc}, y b es una constante en unidades de conductividad. El término $a \times \sigma_a^{mc}$ está relacionado a la resolución de medición de la fase de las componentes de cuadratura y en fase de la señal.

Tabla1.- Valores de los coeficientes del modelo de error para las diferentes componentes de una sonda 6FF40.

L (pulgadas)	*A x 100%*	*B(mmho/m)*
100	0.75	0.75
40	1.00	1.00
30	1.15	1.15
20	1.30	1.30

Si se utiliza la sonda 6FF40 bajo condiciones adecuadas (señal fuente, temperatura, presión), podemos considerar que el nivel de incertidumbre de estas lecturas es de aproximadamente $\pm$ (1% x σ_a^{mc} + 1)mmho/m, cuando se opera a una frecuencia de 20 kHz. En el caso de las principales componentes de una 6FF40 o un arreglo de inducción, podemos escribir números aproximados como los que se presentan en la tabla 1. De esta tabla, se puede ver que el nivel de incertidumbre es más grande para las componentes con menor separación entre bobinas.

Ruido Geológico

Todo lo que se ha considerado hasta aquí es ruido

instrumental. Tenemos también que considerar el ruido geológico, o en otras palabras el error que no es considerado por el modelo directo. En este caso consideraremos que el ruido geológico g no es un ruido consistente y que tiene una distribución con promedio cero sobre las mediciones de conductividad. De esta forma el ruido total del modelo puede ser representado como
$ruido = \pm[(g+a)\sigma^{unc} + b]$ mhos/m.

El ruido total después de la inversión no debe ser menor al ruido instrumental, ya que esto puede producir problemas de discontinuidad en el espacio de solución del problema (se muestran algunos ejemplos en las siguientes secciones); en otras palabras, estaríamos ajustando no solamente el modelo sino también el ruido contenido en la señal.

MINIMOS CUADRADOS PESADOS E INCERTIDUMBRE DE LOS PARAMETROS

En problemas tradicionales de mínimos cuadrados, lo que minimizamos es el error entre los datos observados y la salida del modelo directo. Sin embargo, esto produce un sesgo para aproximar más exactamente, en términos relativos, aquellos valores de los datos que son más grandes. Para evitar esto se han desarrollado varios esquemas de ponderación. Una forma común de incluir ponderación en el problema es minimizar el cuadrado del error dividido por la varianza de la lectura:

$$\min \sum_i \frac{(\sigma_i^{obs} - \sigma_i^{cal})^2}{s_i^2}$$

En notación matricial para el método progresivo tenemos, en lugar de la ec. (14)

$$\mathbf{p}^i = \mathbf{p}_{i-1} + (\mathbf{J}^T\mathbf{W}^{-1}\mathbf{J} + \alpha\mathbf{I})^{-1}\,\mathbf{J}^T\mathbf{W}^{-1}\Delta\sigma_{a_{i-1}} \qquad (19)$$

donde

$$\mathbf{W} = s^2 \begin{bmatrix} s_1^2/s^2 & \rho_{12}\, s_1 s_2 s^2 & \cdots & \vdots \\ \rho_{12}\, s_1 s_2 s^2 & s_2^2/s^2 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ \cdots & \cdots & & s_m^2/s^2 \end{bmatrix} = s^2 \mathbf{N}_d,$$

s^2 es conocida como la varianza del problema, $\mathbf{N}_d$ es la matriz de varianza-covarianza de los datos. Los ρ_{ij} son los coeficientes de correlación que miden la correlación *linear* entre los errores de diferentes mediciones en los datos. En nuestro caso, la mejor estimación de la varianza de cada dato es el cuadrado del ruido de cada lectura. Para ilustrar la forma de estas expresiones, supongamos que $g=a=0.0$; también asumamos que no existe correlación en el contenido de ruido entre las diferentes mediciones. En este caso,

$$\mathbf{W} = b^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

y $\mathbf{N}_d = \mathbf{I}$. El coeficiente b del ruido puede ser factorizado y cancelado en la ec. (19), antes de aplicar la regularización, de tal forma que regresamos a la forma normal de mínimos cuadrados.

Ahora consideremos que $g = 0.0$, $a = 0.01$ y $b = 0.0$. En este caso, para ruido no correlacionado, tenemos

$$\mathbf{W} = (0.01)^2 \begin{bmatrix} (\sigma_{a_1}^{unc})^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & (\sigma_{a_2}^{unc})^2 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & (\sigma_{a_m}^{unc})^2 \end{bmatrix}.$$

El factor $(0.01)^2$ es factorizado y cancelado en la expresión de mínimos cuadrados pesados antes de aplicar regularización. Nótese que no conocemos $\sigma_{a_i}^{unc}$, y por tanto utilizamos la mejor estimación que podemos tener, es decir, los valores $\sigma_{a_i}^{obs}$.

En el caso en que el ruido geológico es nulo y no hay correlación en ruido, tenemos

$$s_i^2 = (a \times \sigma_{a_i}^{unc} + b)^2 = a^2(\sigma_{a_i}^{unc} + b/a)^2,$$

y

$$\mathbf{W} = a^2 \begin{bmatrix} (\sigma_{a_1}^{unc} + c)^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & (\sigma_{a_2}^{unc} + c)^2 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & (\sigma_{a_m}^{unc} + c)^2 \end{bmatrix}$$

donde $c = b/a$, y el factor a^2 se cancela en la ec. (19), antes de aplicar regularización. En este caso utilizamos $\sigma_{a_i}^{obs}$ en vez de $\sigma_{a_i}^{unc} + c$.

ESTIMACION DE LA VARIANZA Y LA INCERTIDUMBRE DE LOS PARAMETROS

En general, desconocemos la varianza del problema: s^2, y por tanto tenemos que estimarla. Esto puede ser hecho usando una estimación no sesgada a partir de la chi cuadrada reducida (Hamilton, 1964):

$$\hat{s}^2 = \hat{\chi}^2 = \frac{(\Delta\sigma_a)^T\, \mathbf{N}_d^{-1}(\Delta\sigma_a)}{m-n},$$

donde m es el número de puntos dato, n es el número de parámetros, y m-n es el número de grados de libertad del problema.

La estimación de la varianza del problema nos permite obtener la matriz de varianza-covarianza (Inman, 1975)

$$\mathbf{N_p} = \hat{s}^2 [\mathbf{J}^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{J}]^{-1}$$

Note que aquí no hemos incluido el parámetro de regularización, ya que ello significaría sesgar la estadística de la varianzas y covarianzas.

Las desviaciones estándar de los parámetros son obtenidas de la raíz cuadrada de los elementos de la diagonal principal de la matriz $\mathbf{N_p}$. Los elementos de la matriz de correlación pueden ser obtenidos de la matriz de varianza-covarianza como

$$[\mathbf{Nc}]_{ij} = \frac{[\mathbf{Np}]_{ij}}{[\mathbf{Np}]_{jj}^{1/2} [\mathbf{Np}]_{ii}^{1/2}}$$

Esta matriz indica la correlación linear que existe entre los parámetros del modelo.

UN ESQUEMA ALTERNATIVO DE PESOS

Podemos presentar el problema de mínimos cuadrados pesados en una forma diferente. En vez de utilizar las varianzas como pesos, podemos utilizar los logaritmos de las conductividades aparentes (Rijo y otros, 1977); de esta forma

$$\Delta\sigma_{a_i} = log\,(\sigma_{a_i}^{obs}) - log(\sigma_{a_i}).$$

Cuando aplicamos esta forma a la ec. (14) los resultados son similares a aquellos obtenidos con un esquema pesado, ec. (19). Así el obtener el error entre los logaritmos de la conductividad aparente es una forma efectiva de aplicar un criterio ponderado.

Por otro lado, la varianza del problema, en este caso, está dada por

$$\hat{s}^2 = \hat{\chi}^2 = \frac{(\Delta\sigma_a)^T (\Delta\sigma_a)}{m-n} \qquad (20)$$

Nuevamente los resultados de ambos esquemas de ponderación son similares. Rijo y otros (1977) van más alla y proponen usar los logaritmos de los parámetros en vez de los parámetros mismos. Esta será nuestra elección para este trabajo. Para este caso la inversión da resultados muy similares, pero esta vez el error estimado en procentaje es

$$\varepsilon = (10^{\hat{s}} - 1) \times 100\ \%\ ,$$

donde $\hat{s} = (\hat{\chi}^2)^{1/2}$

La matriz de varianza-covarianza de los parámetros está dada por

$$\mathbf{Np} = \hat{s}^2 [\mathbf{J}^T \mathbf{J}]^{-1}$$

Las desviaciones estándar de los diferentes parámetros pueden ser obtenidas de los elementos de la diagonal de la matriz de varianza-covarianza de los parámetros, pero estos elementos son de hecho las desviaciones estándar de los logaritmos de los parámetros. Estos valores pueden ser fácilmente transformados en los parámetros originales. La ventaja de trabajar con los logaritmos de los parámetros es que se evita obtener conductividades negativas, y las regiones de confianza son elipsoides de tamaño finito.

RUIDO ALEATORIO

En los ejemplos de inversión sintéticos que se presentan en este trabajo, se han aplicado diferentes niveles de ruido aleatorio. Esto se hace de la siguiente forma. Se llama a un generador de números aleatorios para obtener números en el rango [0,1); este rango es convertido a [-1,1) y entonces multiplicado por *fac* x *ruido*, donde *ruido* es la desviación estándar del nivel deseado de ruido, y *fac* es un factor para obtener el nivel de ruido deseado (*fac*=1.7). El resultado es entonces multiplicado por el respectivo valor de conductividad aparente.

EXPERIMENTOS CON LA SONDA DE DOS BOBINAS

Para probar el esquema de inversión, en el caso de una sonda simple con solamente dos bobinas, se genera una curva sintética para un modelo con cuatro estratos y con los siguientes parámetros:

$$\begin{array}{ll} z_1 = 2953.0\ pies & \rho_1 = 10.0\ ohm\text{-}m \\ z_2 = 2958.0\ pies & \rho_2 = 200.0\ ohm\text{-}m \\ z_3 = 2976.5\ pies & \rho_3 = 2.0\ ohm\text{-}m \\ & \rho_4 = 15.0\ ohm\text{-}m \end{array} \qquad (21)$$

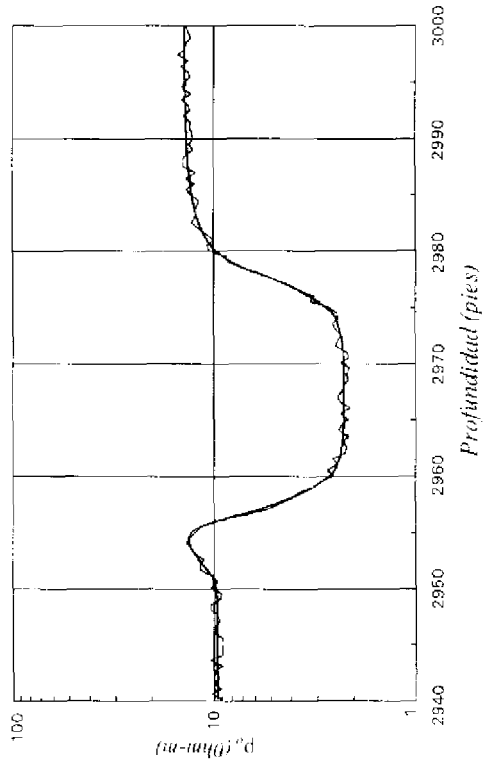


Fig. 3.- Curva de resistividad aparente sintética antes (línea suave) y después de aplicar 5% de ruido aleatorio (línea quebrada). El intervalo de muestreo es de 0.5 pies.

donde ρ_1, ρ_2, ρ_3, ρ_4, y z_1, z_2, z_3, son las resistividades y profundidades de los estratos, respectivamente.

Se presentan aquí dos métodos diferentes. El primero es variar el incremento de muestreo y el segundo es variar el nivel de ruido aleatorio. En estos ejemplos, estimamos la incertidumbre en la interpretación de los parámetros del medio.

Para el primer método, se presentan tres variantes, a saber, registros con intervalos de muestreo de 0.5, 1.0, y 2.0 pies para el intervalo de registro de 2940 a 3000 pies en profundidad. El nivel de ruido aleatorio no correlacionado, aplicado al registro sintético, toma los valores de desviación estándar de 0%, 2%, 5%, y 10%, a partir de los valores verdaderos.

En todos los ejemplos que se presentan, el modelo inicial es

$$\begin{array}{ll} z_1 = 2951.0 \text{ pies} & \rho_1 = 10.1 \text{ ohm-m} \\ z_2 = 2956.3 \text{ pies} & \rho_2 = 100.0 \text{ ohm-m} \\ z_3 = 2979.9 \text{ pies} & \rho_3 = 2.1 \text{ ohm-m} \\ & \rho_4 = 14.5 \text{ ohm-m} \end{array} \qquad (22)$$

Este modelo inicial viene de una interpretación visual de la curva de resistividad aparente (ver la figura 3). Claramente, los valores de los parámetros están cercanos a los correctos que originaron la curva, con la excepción del parámetro que corresponde a la resistividad del estrato delgado, ρ_2.

El primer caso analizado es una curva de resistividad aparente con un muestreo cada 0.5 pies. Esto es presentado en la figura 3 (junto con el caso de ruido aleatorio de 5% en desviación estándar). Los eigenvalores de $\mathbf{J}^T\mathbf{J}$ (los cuadrados de los valores singulares de $\mathbf{J}$) para la iteración final en el caso de 5% de ruido aleatorio son presentados en la figura 4 sin orden, en contraste con la ec. (16). Como puede verse en esta gráfica, el cuarto eigenvalor es muy pequeño comparado con los otros. Cuando la matriz $\mathbf{J}^T\mathbf{J}$ es invertida, este eigenvalor da un gran peso a su eigenvector de parámetros asociado, el cual es mostrado en la fig. 5. La cuarta componente de este eigenvector (la que está asociada con ρ_2) es la más grande, mostrando que este parámetro es el que tiene menor resolución (debido al pequeño eigenvalor asociado). Esto significa que el incrementar ρ_2 cambia la resisitividad aparente muy ligeramente. Para ilustrar esta idea más claramente, podemos expresar $\mathbf{J}$ en la forma $\mathbf{J} = \mathbf{U}\Lambda\mathbf{V}^T$; entonces la solución general de mínimos cuadrados, ec. (14) con $\alpha = 0$, tiene la forma

$$\Delta p = V\Lambda^{-2}U^T\Delta\sigma_a, \qquad (23)$$

donde Λ^{-1} es una matriz diagonal con elementos $1/\lambda_i$.

Analizando el producto $\mathbf{V}\Lambda^{-1}$, encontramos que el eigenvalor más pequeño de $\mathbf{J}^T\mathbf{J}$ es el elemento más grande de la matriz diagonal Λ^{-1}. Este elemento $1/\lambda_{min}$ multiplica al eigenvector de parámetros asociado, y esto es por lo que es importante analizar la estructura de tales eigenvectores.

Cuando se aplica regularización, la matriz Λ^{-1} es substituida por la matriz diagonal $\mathbf{H}^{-1}$, con elementos $\lambda_i/(\lambda_i^2+\alpha)$. El elemento más grande de $\mathbf{H}^{-1}$ es $\lambda_{min}/(\lambda_{min}^2+\alpha)$. Este valor no es tan grande como $1/\lambda_{min}$, pero conforme $\alpha \to 0$ (como es el caso cuando hay convergencia) ambos valores tienden a ser el mismo.

La figura 6 muestra al parámetro ρ_2 para los diferentes niveles de ruido aleatorio con que cuentan los datos. Como es de esperarse, el rango de incertidumbre crece proporcionalmente al nivel del ruido. Comparativamente, todos los otros parámetros tienen rangos pequeños de incertidumbre. Para mostrar esto, la tabla 2 muestra el caso de 10% de ruido aleatorio (donde se tiene el mayor nivel de incertidumbre). El rango de incertidumbre está dado

por el valor del parámetro obtenido $\pm 1.96\hat{s}_i$, donde $\hat{s}_i$ es la estimación de la desviación estándar del i-ésimo parámetro (esto corresponde a un nivel de 95% en el intervalo de confianza).

La matriz de correlación para este modelo es

z_1	1.00						
ρ_1	0.44	1.00					
z_2	-0.57	-0.14	1.00				
ρ_2	0.78	0.18	-0.86	1.00			
z_3	0.05	0.01	-0.17	0.08	1.00		
ρ_3	0.12	0.03	-0.37	0.18	0.46	1.00	
ρ_4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.21	0.02	1.00

El número -0.86 indica una correlación alta entre los parámetros ρ_2 y z_2. Sin embargo, el parámetro z_2 tiene un rango de incertidumbre pequeño, y este no es el caso para ρ_2. La matriz de correlación es útil para estratos delgados (ya sean resistivos o conductivos), ya que para coeficientes de correlación altos puede indicar que es mejor estimar otra variable que envuelva a los dos parámetros (por ejemplo, conductancia transversal para una correlación alta entre resistividad y el espesor del estrato).

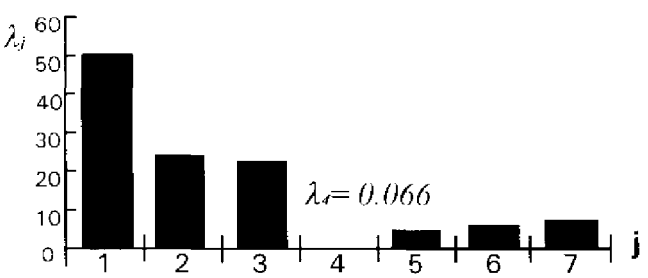


Fig.4.- Eigenvalores de la matriz J^TJ. El intervalo de muestreo es 0.5 pies

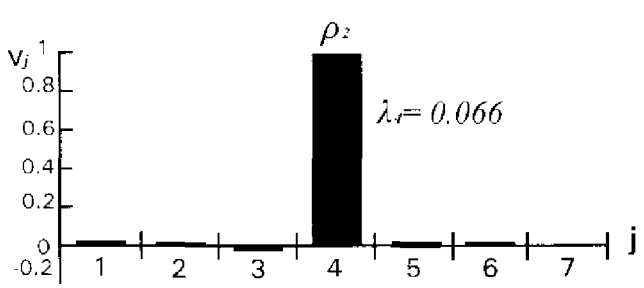


Fig. 5.- Eigenvector asociado con el eigenvalor más pequeño

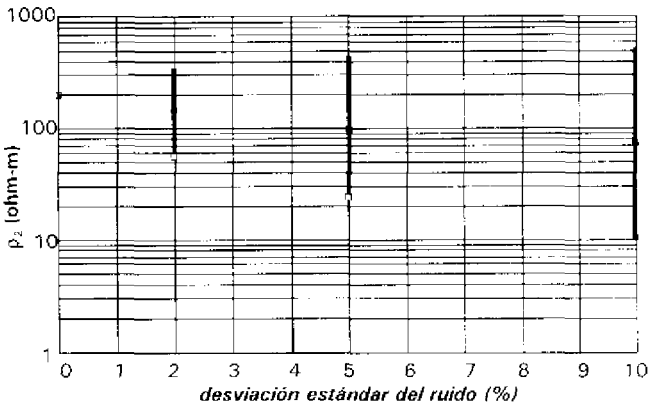


Fig. 6.- Barras de error del parámetro ρ_2 para diferentes niveles de ruido aleatorio.

Tabla 2.- *Modelo final para el caso de 10% de desviación estándar de ruido aleatorio usando un intervalo de muestreo de 0.5 pies. Las resistividades están dadas en ohm-m y las profundidades en pies.*

Modelo final, 10% ruido aleatorio			
Parámetro	Valor	Rango estimado	
		menor	mayor
z_1	2952.6	2951.9	2953.4
ρ_1	9.8	9.3	10.4
z_2	2958.0	2957.6	2958.4
ρ_2	74.4	10.8	514.8
z_3	2976.5	2976.2	2976.7
ρ_3	2.0	1.9	2.1
ρ_4	14.6	14.0	15.1

Ahora, consideremos el mismo modelo con un muestreo de 1.0 pies. La curva sintética obtenida es mostrada en la figura 7, junto con la que corresponde a la curva de 5% de ruido aleatorio.

Para el caso de 0% de ruido aleatorio, el registro es invertido perfectamente, y los resultados concuerdan con el medio original que generó esta curva. Con la experiencia ganada del primer ejemplo, se presentan dos procesos para Δz = 1.0 pies. El primero es la inversión, como en el primer ejemplo, para todos los parámetros; y el segundo paso, que aquí se propone, consiste en tomar los resultados de las profundidades del primer paso y fijar sus valores para una segunda inversión; para la cual se deja variar los valores de las resistividades, empezando desde el modelo inicial, pero esta vez utilizamos el valor del error o ruido encontrado en el pri-

mer proceso más una pequeña epsilon como el criterio para detener el segundo proceso.

Para ilustrar porqué ésto es necesario, obsérvese la figura 8 donde se presentan los valores del parámetro ρ_2 para cada iteración del problema de inversión para el caso de ruido aleatorio de 10% de desviación estándar. Esta gráfica muestra cómo el error decrece rápidamente a partir de un valor incial de 29% a aproximadamente 10% en la quinta iteración, entonces continua decreciendo lentamente. El problema aquí son los brincos repentinos de los valores de ρ_2 con respecto a pequeños cambios del error estimado (relacionado al residual del sistema). Lo que ésto muestra es que existe una región cercana al valor verdadero del parámetro que es inaccesible, y una vez que nos acercamos a este valor verdadero, los parámetros mal condicionados pierden continuidad. El tamaño de esta región inaccesible depende del nivel de ruido y el tamaño del muestreo. En este caso depende de cuántos puntos caen en la región de la segunda formación; por tanto, depende del intervalo de muestreo y del grosor de la formación (por supuesto también depende de la resolución vertical de la herramienta).

La consecuencia del segundo proceso de inversión es que el rango estimado de resistividades es reducido. Esto es debido al hecho de que el número de grados de libertad es incrementado, ec. (20). También, el valor final estimado de ρ_2 es mejorado (es más cercano al original ρ_2) ya que ahora tenemos un conocimiento *a priori* del valor del error. La figura 9 muestra los resultados de ambas salidas. El sugerir un reprocesado está basado en el hecho de que la profundidad del fondo de cada uno de los estratos está bien definida en registros geofísicos de pozos (para el espesor de estratos considerado en estos ejemplos).

Los eigenvalores y eigenvectores para este ejemplo son similares a aquellos mostrados en el caso previo. Para ilustrar el rango de incertidumbre para todos los parámetros, las tablas 3 y 4 presentan el caso de 10% de ruido (el peor caso estudiado aquí).

INVERSION DE UN REGISTRO DE CAMPO

Para ilustrar la aplicación de la técnica de inversión presentada en este trabajo, se presentan los registros de la figura 10. Los registros eléctricos son la normal corta y la ILd (profunda de inducción). Como tenemos únicamente dos registros, no es adecuado aplicar una inversión conjunta. En lugar de esto se aplica una inversión sencilla a cada uno de los registros.

En el caso de la sonda normal corta, la inversión es realizada usando un algoritmo descrito en Anguiano-Rojas (1991). En el caso del registro de inducción, aplicamos el procedimiento descrito en este trabajo (veáse también Anguiano-Rojas, 1995). La herramienta ILd es similar a la 6FF40 (solamente se tienen que sustituir los espacios interbobinas adecuados y el número de vueltas).

El SP y el registro de rayos gama de la figura 10 muestran que la zona de 8785 a 8825 pies es una secuencia limpia de estratos "permeables".

La inversión de estos dos registros, incluyendo el efecto del pozo es presentado en la figura 11. Notamos que el modelo resultante de la herramienta de inducción tiene un máximo de 1.1 en el intervalo 8807-8810 pies. La inversión de la herramienta normal corta también muestra la resistividad alta en la misma región. Si asumimos que la zona de 8818 pies está completamente saturada por agua, entonces obtenemos una saturación de agua de 68% para el intervalo 8807-8810 pies. Esta región ha producido efectivamente más de 200 000 barriles de aceite. De hecho, la secuencia contiene un contacto agua-aceite como lo indican núcleos, lo cual está claramente marcado en la curva cuadrada del registro de inducción.

El error de las curvas de conductividad aparente en la iteración final para ambos procesos es bajo. En el caso de la normal corta, el error promedio es 1.19% y en el caso del registro de inducción este error es de 1.15%. Este es un muy buen número si consideramos que el pozo tiene una pequeña desviación de aproximadamente 5°. También la digitización de los registros parece introducir pequeños errores.

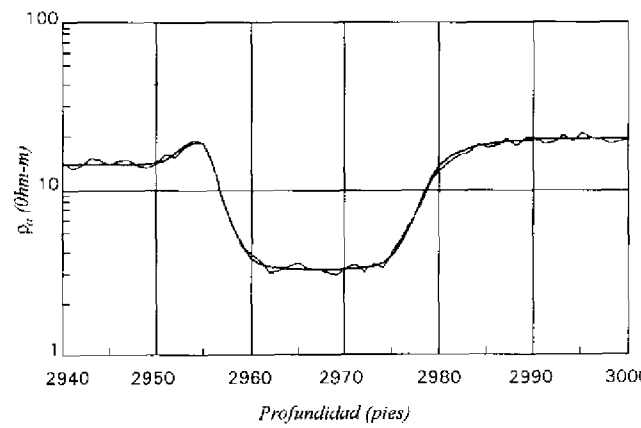


Fig. 7.- Curva sintética de resistividad aparente antes (línea suave) y después de aplicar 5% de ruido aleatorio (línea quebrada). El intervalo de muestreo es de 1.0 pies.

Modelo final, 10% ruido aleatorio			
Parámetro	Valor	Rango estimado	
		menor	mayor
z_1	2953.6	2952.4	2954.7
ρ_1	10.3	9.6	11.0
z_2	2958.1	2957.3	2958.8
ρ_2	17243590	0.0	Infinito
z_3	2976.6	2976.3	2977.0
ρ_3	2.0	1.9	2.1
ρ_4	14.3	13.6	15.1

Tabla 3.- Modelo final para el caso de 10% de ruido aleatorio utilizando un intervalo de muestreo de 1.0 pies. Las resistividades están en ohm-m y las profundidades en pies.

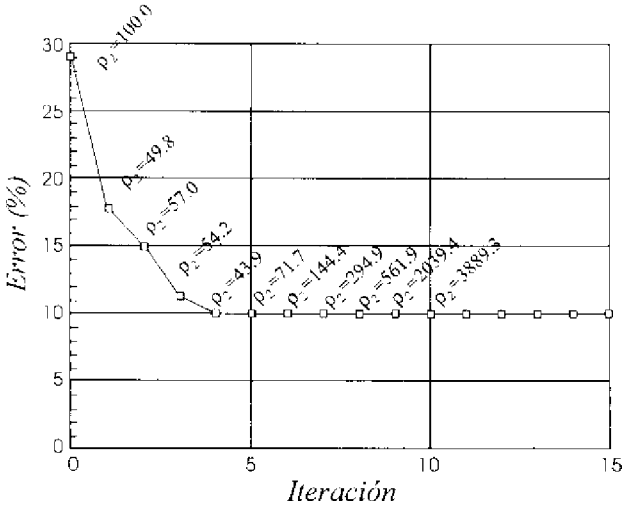


Fig. 8.- Error estimado del proceso de inversión y los valores del parámetro ρ_2 para cada iteración.

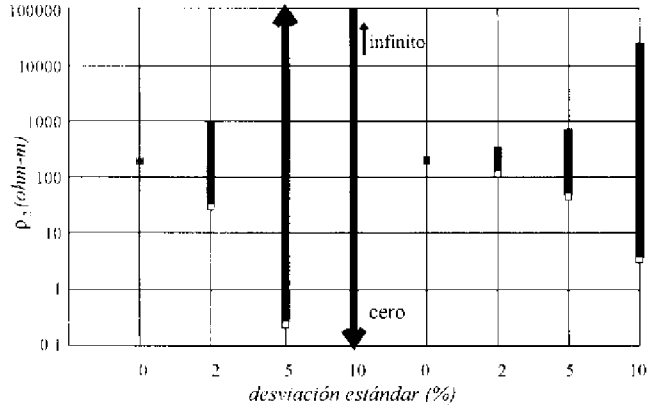


Fig. 9.- Valores e intervalos de 95% de confianza del parámetro ρ_2 . En el lado izquierdo todos los parámetros varían, mientras que a la derecha se fijan las profundidades de los estratos.

Modelo final, 10% ruido aleatorio			
Parámetro	Valor	Rango estimado	
		menor	mayor
ρ_1	10.3	9.6	10.9
ρ_2	273.4	3.3	22509.5
ρ_3	2.0	1.9	2.1
ρ_4	14.3	13.6	15.1

Tabla 4.- Modelo final para el caso de 10% de ruido aleatorio usando un intervalo de muestreo de 1.0 pies. Las profundidades han sido fijadas a los valores obtenidos en la etapa de preproceso. Las resistividades están en ohm-m.

CONCLUSIONES

En este trabajo proponemos un método iterativo que resuelve el problema inverso en registros de inducción mediante la reducción del error entre los datos observados y el modelado del problema directo, de tal manera que podemos esperar que los valores de los parámetros de nuestro modelo directo estén muy cercanos a los valores reales de las propiedades del medio.

Hemos mostrado que el conocimiento del problema directo nos ha permitido acelerar la solución del problema inverso. Por ejemplo, no necesitamos calcular las derivadas de Fréchet de la conductividad aparente con respecto a las conductividades de las zonas invadidas, ya que estos valores son obtenidos cuando calculamos el problema directo en cada iteración. Los radios de invasión, por otro lado, requieren la evaluación de una expresión analítica que no es cara. Las derivadas de Fréchet del resto de los parámetros son calculadas usando una aproximación de diferencias finitas (esto es relativamente rápido ya que la solución del modelo directo es rápida).

La propuesta para el modelo de ruido de esta herramienta contempla el problema instrumental de no únicamente medir la amplitud de la señal en las bobinas receptoras, sino también la fase (Beard,1994). Por tanto, se utilizan dos parámetros para modelar el ruido instrumental. El ruido geológico puede también ser incluido como parte de la señal con el uso de otro parámetro. El esque-

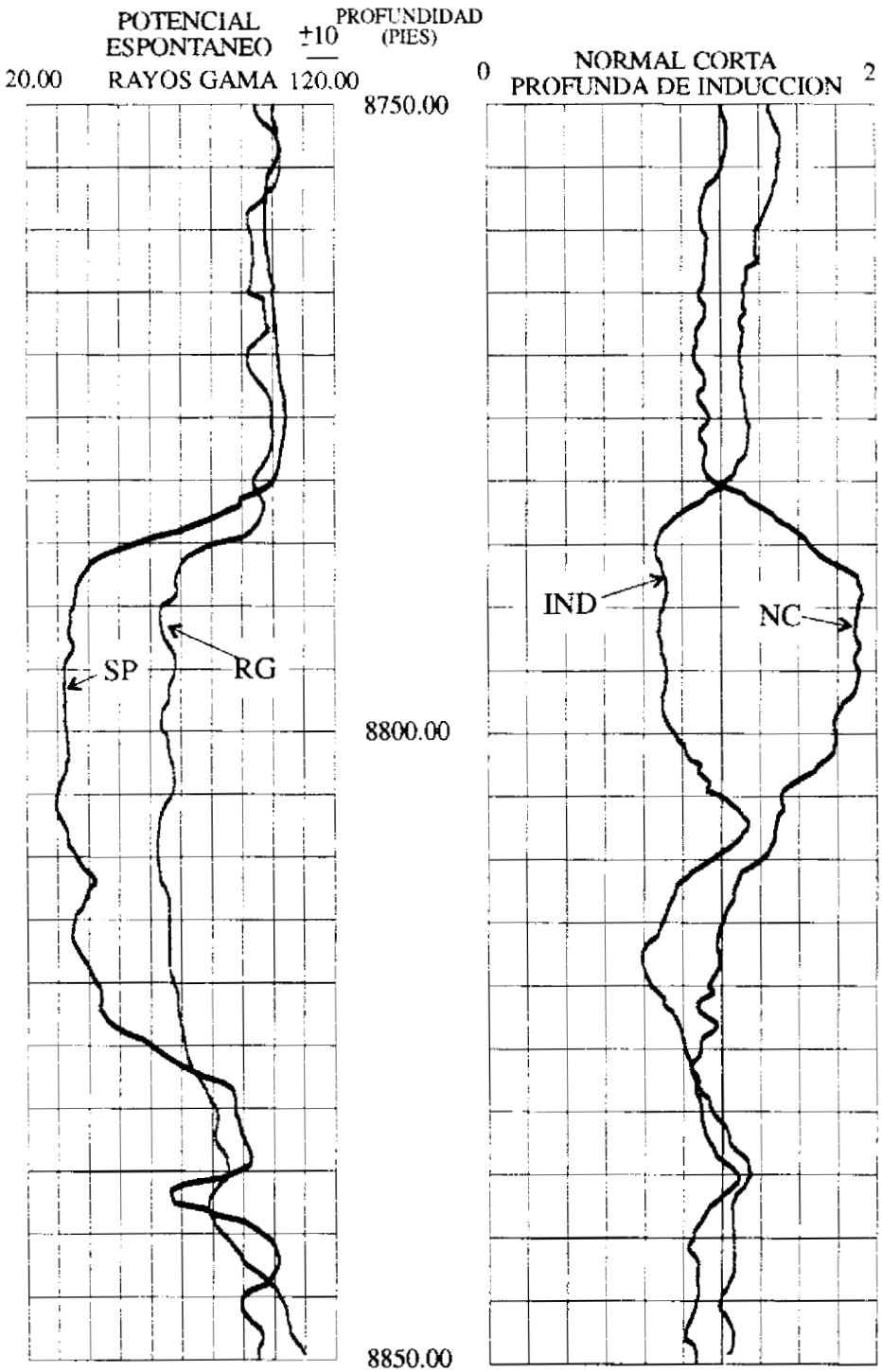


Fig. 10.- Registros de campo a los que se les aplica el proceso de inversión para registros convencionales y de inducción.

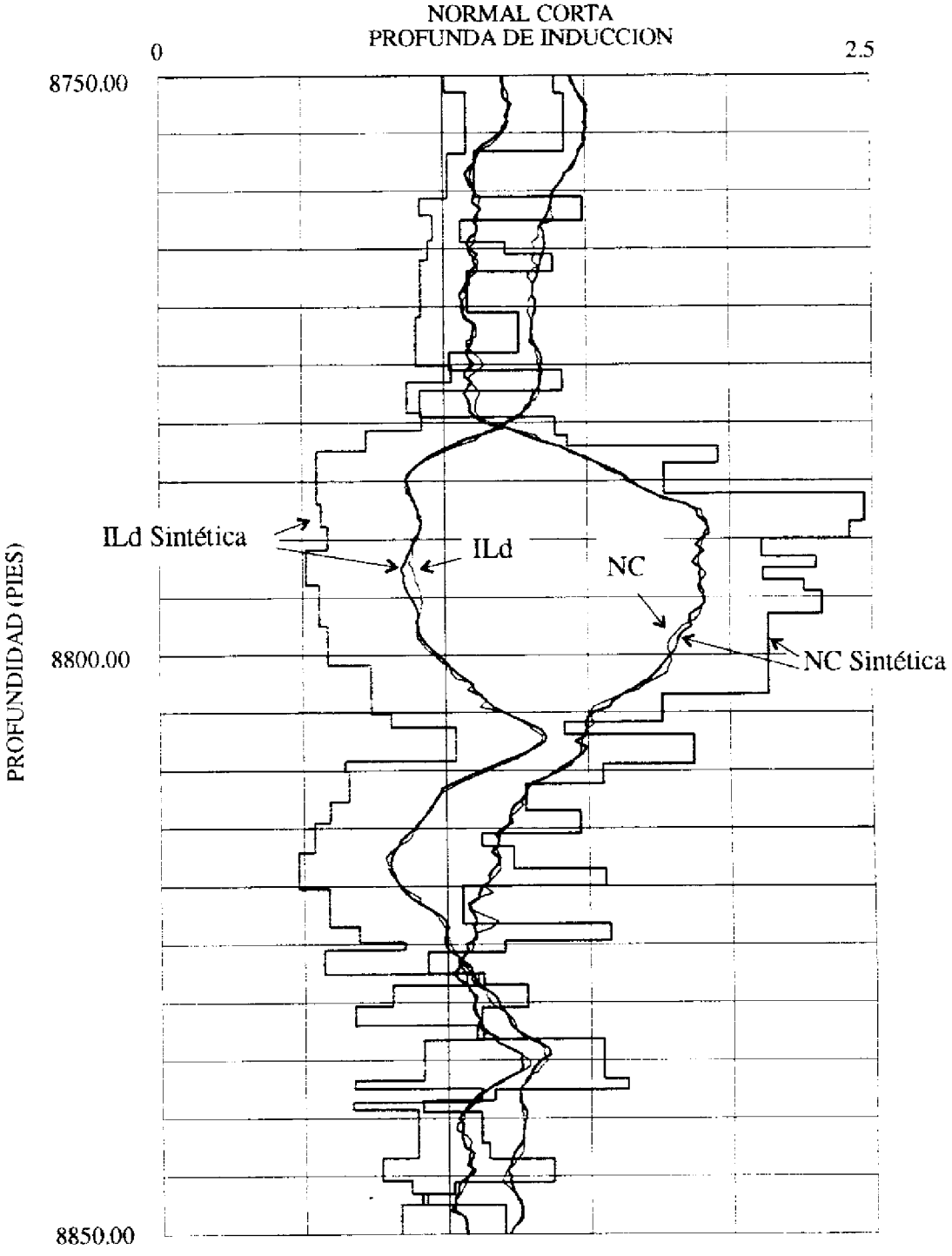


Fig. 11.- Registros originales y los resultados de la inversión por separado de los registros normal corta inducción.

ma de ponderación propuesto por Rijo y otros (1977) funciona adecuadamente para registros de inducción. Por tanto, podemos estimar la incertidumbre de los parámetros para este método.

Nuestros experimentos con registros sintéticos con ruido aleatorio muestran que ciertos parámetros están bien determinados. Por ejemplo, encontramos que en general las profundidades del fondo de los estratos pueden ser determinados adecuadamente, mientras que los valores de las conductividades de las formaciones son problemáticas, en especial para capas delgadas de alta resistividad.

REFERENCIAS

1. **Anguiano-Rojas, P.**, 1991. Inversion of Conventional Oil Well Petrophysical Logs. M.S. Thesis. Stanford University.

2. **Anguiano-Rojas, P.**, 1995. The Forward and Inverse Problems in Induction Logging. Ph.D. Diss. Colorado School of Mines. T-4643.

3. **Beard, D.**, 1994. Comunicación personal.

4. **Dyos, C.J.**, 1987. Inversion of Induction Log Data by the Method of Maximum Entropy. 28th Annual Logging Symposium Transactions: Society of Professional Well Log Analysts, Paper **T**: T1-13.

5. **Garbow, B.S., K.E., Hillstrom, y J.J. More**, 1980. MINPACK: Minimization Package. Routines for minimization in FORTRAN. Argonne National Laboratory. Minpack Project.

6. **Golub, G. H. y C., Reinsch**, 1970. Singular Value Decomposition and Least Squares Solutions. Numer. Math., **14**: 403-420.

7. **Hamilton, W.C.**, 1964. Statistics in Physical Sciences. New York, Ronald Press Co.

8. **Inman, J.R.**, 1975. Resistivity Inversion with Ridge Regression. Geophysics, **40**: 798-817.

9. **Kaufman, A.A., y G.V. Keller**, 1989. Induction Logging. Elsevier, Amsterdam.

10. **Levenberg, K.**, 1944. A Method for the Solutions of Certain Non-linear Problems in Least Squares. Quart. Appl. Math., **2**: 164-168.

11. **Marquardt, D.W.**, 1963. An Algorithm for Least Squares Estimation of Nonlinear Parameters. J. Soc. Indust. Appl. Math., **11**: 431-441.

12. **Marquardt, D.W.**, 1970. Generalized Inverses, Ridge Regression, Biased Linear Estimation, and Nonlinear Estimation. Technometrics, **12**: 591-612.

13. **Rijo, L., W. H. Pelton, E. C. Feitosa, y S.H. Ward**, 1977. Interpretation of Apparent Resistivity Data From Apodi Valley, Rio Grande do Norte, Brazil. Geophysics, **42**: 811-822.

14. **Scales, J.A., P. Docherty, y A. Gersztenkorn**, 1990. Regularization of Nonlinear Inverse Problems: Imaging the Near-Surface Weathering Layer. Inverse Problems, **6**, no. 1.

15. **Schlumberger**, 1989. Log Interpretation Principles/Applications. Schlumberger Educational Services.

16. **Tikhonov, A.N. y V.Y. Arsenin**, 1997. Solutions of Ill-Posed Problems. John Wiley & Sons.

17. **Zhdanov, M.S.**, 1993. Tutorial: Regularization in Inversion Theory. Center For Wave Phenomena. CWP-**193**. Colorado School of Mines.

VARIACION DE LAS AMPLITUDES CON RESPECTO A LA DISTANCIA (AVO): TUTORIAL

* *Ing. Felipe Jaime León Islas.*

OBJETIVO DEL METODO AVO.

El objetivo de los estudios de análisis de amplitud respecto a la distancia, es el de tratar de inferir cambios en las propiedades elásticas a tráves de una interfase geológica y a partir de estos cambios estar en posibilidades de determinar variaciones en la litología y en el contenido de fluidos del subsuelo.

A lo largo del presente documento, la palabra AVO (amplitude versus offset) será usada con la connotación de análisis de amplitudes respecto a la distancia.

Los coeficientes de reflexión de las ondas compresionales de una interfase que separa dos medios con propiedades elásticas diferentes, varían con respecto al ángulo de incidencia. Estas variaciones se ven fuertemente influenciadas por los valores relativos de la relación de Poisson (σ) en los dos medios. La relación de Poisson es un parámetro mecánico relacionado a propiedades elásticas y si consideramos un material isotrópico (es decir que sus propiedades sean las mismas en cualquier dirección) la relación de Poisson se puede expresar como una relación de las velocidades de onda P(Vp) y de onda S(Vs).

Partiendo de mediciones de la relación de Poisson para rocas sedimentarias, se ha podido observar que los sedimentos someros poco consolidados o sin consolidar y saturados de agua salada puedan alcanzar valores de σ altos. El valor de σ tiende a decrecer a medida que los sedimentos llegan a ser más consolidados y disminuye la porosidad. Los valores para areniscas de alta porosidad con gas tienden a presentar valores de σ anormalmente bajos. Empleando estas propiedades, el efecto de AVO consiste en el análisis de las amplitudes de las reflexiones variando las distancias fuente receptor de preferencia en registros de punto medio común (CMP), con el objeto de hacer resaltar anomalías de amplitud.

A través de los años diversos autores han discutido ampliamente acerca de los efectos de la variación de la amplitud respecto al offset. Uno de los artículos que sentaron las bases sobre esta tecnología fue publicado por Ostrander en 1984.

AMBIGUEDADES DEL METODO DE ANALISIS DE AMPLITUD CONTRA DISTANCIA

El método de análisis de amplitudes respecto a la distancia no proporciona una respuesta única a los posibles efectos o causas que originan una anomalía sísmica de amplitud. Ni el procesamiento más cuidadoso de datos sísmicos, ni el modelado más acucioso pueden garantizar una predicción exitosa del contenido de fluidos a partir del análisis AVO.

Existen diversas causas que pueden ocasionar una anomalía de amplitud, con lo cual el análisis AVO nos conduce a ambiguedades que solamente se pueden resolver integrando parámetros petrofísicos a la interpretación. Podemos citar como ejemplo las siguientes causas que nos conducen a valores anómalos de amplitud, que no se relacionan con presencia de hidrocarburos:

·Las arenas limpias con alta porosidad yuxtapuestas con arcillas pueden ocasionar un incremento en la amplitud similar al ocasionado por arenas gasíferas con menor porosidad.

·Cambios en la cantidad de isotropía transversal presentes en las zonas objetivas y rocas circundantes. En particular, cuando hay cambios en la anisotropía entre arenas impregnadas (mojadas) y arcillas o dentro de secuencias arcillosas, se puede presentar una anomalía de amplitud aún cuando no se tengan un contraste de impedancia acústica.

· La sintonización debida a capas delgadas. Cuando se presentan capas muy delgadas o acuñamientos, se pueden ocasionar amplitudes anómalas.

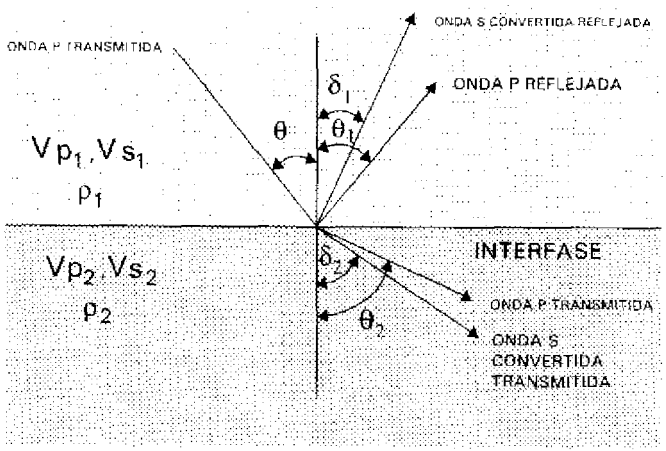
*Gerencia de Exploración Región Norte. Residencia de Exploración Veracruz

ECUACIONES DE ZOEPPRITZ Y SU IMPORTANCIA

Hacia fines del siglo pasado Knott desarrolló la teoría de reflexión y refracción en un medio estratificado con ondas esféricas, y en la primera década del siglo XX, Zoeppritz y Wichert publican artículos sobre la teoría de ondas. La importancia de las ecuaciones de Zoeppritz radica en el hecho de que se trata de ondas planas y toda la tecnología desarrollada para la exploración sísmica tanto en la adquisición de datos como en su procesamiento supone que las ondas sísmicas son planas.

ECUACIONES DE KNOTT Y ZOEPPRITZ

Las relaciones de amplitud para las ondas reflejadas y transmitida usualmente estan dadas en términos de coeficientes de transmisión y reflexión, los cuales expresan las amplitudes de desplazamiento A_1 y B_1 para las ondas P y S reflejadas y A_2 y B_2 paras las ondas P y S transmitidas, como una fracción de la amplitud A_0 de la onda P incidente (Fig 1).



Las expresiones para los coeficientes estan dada por:

$$R_{PP} = \frac{A_1}{A_0} \qquad R_{PS} = \frac{B_1}{A_0}$$

$$T_{PP} = \frac{A_2}{A_0} \qquad T_{PS} = \frac{B_2}{A_0}$$

Es suficiente considerar aquí ondas planas, en cuyo caso las ondas P son estrictamente longitudinales y las ondas S son estrictamente transversales. De esta forma, las amplitudes de las ondas P se consideran en la dirección de propagación de la onda y las amplitudes de las ondas S normales a la dirección de propagación de la onda respectiva. Las ondas S presentan mayor libertad y el movimiento perpendicular al plano que contiene la onda incidente y la normal a la interfase no se ve involucrado en la conversión de ondas P a S ni viceversa. Las ecuaciones de Knott establecen los potenciales de desplazamiento y las de Zoeppritz las amplitudes físicas.

Los tipos de ondas posibles en la figura **1** son:

TIPO DE ONDA	VELOCIDAD DE PROPAGACION	AMPLITUD	ANGULO RESPECTO A LA NORMAL
P incidente	Vp	A_0	θ
S incidente	Vs	B_0	δ
P reflejada	Vp	A_1	θ_1
S reflejada	Vs	B_1	δ_1
P transmitida	Vtp	A_2	θ_2
S transmitida	Vts	B_2	δ_2

Para obtener las ecuaciones de Knott, (Sheriff y Geldart, 1983) se establecen los potenciales de desplazamiento para los dos medios involucrados siendo estos:

en el medio 1:

$$\phi_1 = A_0 e^{j\omega\zeta_0} + A_1 e^{j\omega\zeta_1}$$

$$X_1 = B_1 e^{j\omega\zeta_s}$$

en el medio 2:

$$\phi_2 = A_2 e^{j\omega\zeta_2}$$

$$X_2 = B_2 e^{j\omega\zeta_s}$$

donde:

ω = Frecuencia angular.

en las ecuaciones anteriores se tiene que:

$$\zeta_0 = (x \operatorname{sen}\theta - z\cos\theta)/V_p$$

$$\zeta_1 = (x \operatorname{sen}\theta + z\cos\theta_1)/V_p$$

$$\zeta_s = (x \operatorname{sen}\delta_1 + z\cos\delta_1)/V_s$$

$$\zeta_2 = (x \operatorname{sen}\theta_2 - z\cos\theta_2)/V_{tp}$$

$$\zeta_s = (x \operatorname{sen}\delta_2 - z\cos\delta_2)/V_{ts}$$

aplicando la forma generalizada de la Ley de Snell

$$\frac{sen\,\theta}{V_p}=\frac{sen\,\theta_1}{V_p}=\frac{sen\,\theta_2}{V_{\varphi}}=\frac{sen\,\delta_1}{V_s}=\frac{sen\,\delta_2}{V_{\delta}}=p$$

(donde p indica un valor constante)

se pueden simplificar las funciones del potencial sustituyendo las expresiones anteriores por:

$$\zeta_0 \quad p(x - z\cot\theta)$$

$$\zeta_1 \quad p(x + z\cot\theta)$$

$$\zeta_2 \quad p(x - z\cot\theta_2)$$

$$\zeta_1' = p(x + z\cot\delta_1)$$

$$\zeta_2' = p(x - z\cot\delta_2)$$

Con base a las condiciones de frontera, se establecen de forma general las ecuaciones para los desplazamientos. Una condición requiere que haya continuidad en los desplazamientos normales a la interfase, por lo que para un valor de $z=0$ se tiene que:

$$\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}-\frac{\partial\chi}{\partial x}\right)_1 = \left(\frac{\partial\phi}{\partial z}-\frac{\partial\chi}{\partial x}\right)_2$$

lo cual da por resultados

$$(-A_0 + A_1)\cot\theta - B_1 = -A_2\cot\theta_2 - B_2$$

Otra condición establece la igualdad entre los desplazamientos de cizalla a un valor de $z=0$. La expresión para esta condición es:

$$\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}+\frac{\partial\chi}{\partial z}\right)_1 = \left(\frac{\partial\phi}{\partial x}+\frac{\partial\chi}{\partial z}\right)_2$$

obteniéndose la siguiente relación:

$$(A_0 + A_1) + B_1\cot\delta_1 = A_2 - B_2\cot\delta_2$$

La continuidad del esfuerzo normal requiere que $\sigma_{zz}|_1=\sigma_{zz}|_2$ en $z=0$ y por lo tanto

$$\lambda\nabla^2\phi+2\mu\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial z^2}-\frac{\partial^2\chi}{\partial x\partial z}\right)$$

es continuo y se puede expresar mediante:

$$\lambda_1(A_0+A_1)(1+\cot^2\theta)$$

$$+2\mu_1\{(A_0+A_1)\cot^2\theta - B_1\cot\delta_1\}$$

$$=\lambda_2 A_2(1+\cot^2\theta_2)+2\mu_2(A_2\cot^2\theta_2+B_2\cot\delta_2)$$

Se puede simplificar la ecuación anterior quedando expresada en la forma:

$$\mu_1(\cot^2\delta_1-1)(A_0+A_1)-2\mu_1 B_1\cot\delta_1$$
$$=\mu_2(\cot^2\delta_2-1)A_2+2\mu_2 B_2\cot\delta_2$$

La continuidad del esfuerzo tangencial implica que $\sigma_{xz}|_1=\sigma_{xz}|_2$ a $z=0$, es decir:

$$\mu\left(2\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial z}+\frac{\partial^2\chi}{\partial z}-\frac{\partial^2\chi}{\partial x^2}\right)$$

es continuo y por lo tanto:

$$\mu_1\{2(-A_0+A_1)\cot\theta+B_1(\cot^2\delta_1-1)\}$$
$$=\mu_2\{-2A_2\cot\theta_2+B_2(\cot^2\delta_2-1)\}$$

Si se substituyen los valores $\cot\theta_i$, $\cot\delta_i$ y $\cot^2\delta_i$ por a_i, b_i y c_i se llega a las expresiones:

$$-a_1A_0+a_1A_1-B_1=-a_2A_2-B_2$$

$$A_0+A_1-b_1B_1=A_2-b_2B_2$$

$$\mu_1c_1A_0+\mu_1c_1A_1-2\mu_1b_1B_1=\mu_2c_2A_2+2\mu_2b_2B_2$$

$$-2\mu_1a_1A_0+2\mu_1a_1A_1+\mu_1c_1B_1=-2\mu_2a_2A_2+\mu_2c_2B_2$$

que son las ecuaciones de Knott las cuales proporcionan el valor de amplitud de ondas reflejadas y transmitidas, a partir de una onda P que incide sobre una interfase o contacto.

Richter (1958) presenta la forma general de las ecuaciones de Zoeppritz para incidencias de ondas P y S, y se plantean como ondas planas presentes en la vecindad de una interfase plana que separa dos medios homogéneos que difieren en sus constantes elásticas y en su densidad. Se proponen seis tipos de ondas que corresponden a rayos con diferentes ángulos en relación a la normal a la interfase.

Cada uno de los diferentes tipos de ondas presenta una velocidad, una amplitud y un ángulo respecto a la normal. Las velocidades implícitamente involucran las constantes elásticas y densidades de los dos medios. Se requieren también una cantidad K que será la relación entre la densidad del segundo medio respecto al primero. Todos los ángulos y velocidades deben cumplir con la Ley de Snell.

Para plantear las ecuaciones que gobiernan las diversas amplitudes de los diferentes tipos de ondas, se deben aplicar las siguientes condiciones

físicas:

·La suma vectorial de los desplazamientos debidos a todas las ondas a lo largo de la interfase en un medio debe ser igual a la correspondiente suma para el otro medio.

·Las componentes correspondientes al esfuerzo deben ser iguales en ambos lados de la interfase.

Para una onda incidente P se tendrán las siguientes relaciones:

$$(A_0 - A_1)\, sen\theta + B_1 \cos\delta - A_2 sen\theta_2 + B_2 \cos\delta_2 = 0$$

$$(A_0 + A_1)\cos\theta + B_1 sen\delta - A_2 \cos\theta_2 - B_2 sen\,\delta_2 = 0$$

$$-(A_0 - A_1)\, sen2\theta + B_1\left(\frac{V_p}{V_s}\right)\cos\delta - A_2 K\left(\frac{V_{ip}}{V_s}\right)^2 \frac{V_p}{V_{ip}}\, sen\, 2\theta_2$$

$$-B_2 K\left(\frac{V_{is}}{V_s}\right)^2\left(\frac{V_p}{V_{is}}\right)\cos 2\delta_2 = 0$$

$$-(A_0 - A_1)\cos 2\delta + B_1\left(\frac{V_s}{V_p}\right) sen2\delta + A_2 k\left(\frac{V_{ip}}{V_p}\right)\cos 2\delta_2$$

$$-B_2 K\left(\frac{V_{is}}{V_p}\right) sen\, 2\delta_2 = 0$$

El caso de una onda S incidente separa automáticamente la consideración de dos posibles polarizaciones, siendo las relaciones para ondas SV:

$$(B_0 - B_1) sen\delta + A_1 \cos\theta - A_2 \cos\theta_2 - B_2 sen\delta_2 = 0$$

$$(B_0 - B_1)\cos\delta + A_1 sen\theta + A_2 sen\theta_2 - B_2 \cos\delta_2 = 0$$

$$(B_0 - B_1)\cos 2\delta - A_1\left(\frac{V_s}{V_p}\right) sen2\theta + A_2 K\left(\frac{V_{is}^2}{V_s V_{ip}}\right) sen\, 2\theta_2$$

$$-B_2 K\left(\frac{V_{is}}{V_s}\right)\cos 2\,\delta_2 = 0$$

$$-(B_0 - B_1)\, sen2\delta + A_1\left(\frac{V_p}{V_s}\right)\cos 2\delta + A_2 K\left(\frac{V_{ip}}{V_s}\right)\cos 2\delta_2$$

$$+ B_2 K\left(\frac{V_{is}}{V_s}\right) sen\, 2\delta_2 = 0$$

y para SH las ecuaciones se reducen a dos:

$$B_0 + B_1 - B_2 = 0$$

$$B_0 - B_1 - K\left(\frac{V_{is}}{V_s}\right)\left(\frac{\cos\delta_2}{\cos\delta}\right) B_2 = 0$$

La elección de las direcciones positivas es arbitraria y por lo tanto, afecta los signos de las amplitudes para ondas transversales. Las ecuaciones se resuelven algebraicamente y es necesario introducir partes reales e imaginarias para las amplitudes.

Las ecuaciones de Zoeppritz se pueden presentar en forma matricial para calcular directamente los coeficientes de transmisión y de reflexión, siendo ésta:

$$\begin{bmatrix} sen\theta & \cos\delta_1 & -sen\theta_2 & \cos\delta_2 \\ -\cos\theta & sen\delta_1 & -\cos\theta_2 & -sen\delta_2 \\ sen2\theta & \frac{V_p}{V_s}\cos 2\delta_1 & -a\, sen\, 2\theta_2 & b\cos 2\delta_2 \\ \cos 2\delta_1 & -\frac{V_s}{V_p} sen2\delta_1 & -c\cos 2\delta_2 & -d\, sen2\delta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{pp} \\ R_{ps} \\ T_{pp} \\ T_{ps} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -sen\,\theta \\ -\cos\theta \\ sen\, 2\theta \\ -\cos 2\delta_1 \end{bmatrix}$$

IMPORTANCIA DE LAS APROXIMACIONES A LAS ECUACIONES DE ZOEPPRITZ

Como se puede observar del punto anterior, las ecuaciones de Zoeppritz son bastante complejas para ser empleadas en su forma original. Las aproximaciones a las ecuaciones son necesarias para poder trabajar con mayor eficiencia computacional.

Además de la necesidad de ser computacionalmente eficientes, algunas de las aproximaciones a las ecuaciones de Zoeppritz presentan una interpretación física sencilla.

La difícil e ingobernable naturaleza de las ecuaciones de Knott-Zoeppritz desafía el significado físico y hace ver de que manera un parámetro particular puede hacer muy difícil la curva de co-

eficientes de reflexión. Las diversas aproximaciones a estas ecuaciones son extremadamente útiles para aplicaciones prácticas. De esta manera, revelan de una forma rápida la información contenida en el comportamiento de la amplitud y proporcionan además las bases para ciertas técnicas de procesamiento para el análisis AVO.

Bortfeld, 1961, linearizó las ecuaciones suponiendo pequeñas variaciones en las propiedades de las capas. Esta aproximación fue seguida por Aki y Richards, 1980, quienes obtuvieron una forma simple parametrizada en términos de variaciones en la densidad, velocidad de la onda P y velocidad de la onda S a través de la interfase.

Existen diversas aproximaciones a las ecuaciones de Zoeppritz, siendo la más popular la de Shuey, 1985.

La aproximación de Shuey parte de la simplificación de reflexión R(θ) dado por las ecuaciones de Zoeppritz. Despúes de simplificarse se obtiene la siguinte expresión:

$$R(\theta) = R_0 + \left[A_0 R_0 + \frac{\Delta\sigma}{(1-\sigma)^2}\right] sen^2\theta + \frac{1}{2}\frac{\Delta V_p}{V_p}(tan^2\theta - sen^2\theta)$$

El primer término proporciona la amplitud a incidencia normal ($\theta = 0$), el segundo término caracteriza R(θ) a ángulos intermedios y el tercer término describe la aproximación al ángulo crítico. El coeficiente del segundo término es aquella combinación de propiedades elásticas que pueden ser determinadas analizando la dependencia respecto al offset de la amplitud del evento en datos de reflexión multicanal convencionales. Si se normaliza la amplitud del evento a su valor para incidencia normal, entoces se tiene que:

$$A = A_0 + \frac{1}{(1-\sigma)^2}\frac{\Delta\sigma}{R_0}$$

A_0 especifica el decremento gradual normal de la amplitud con respecto al offset. Este valor se constriñe bastante considerando que la mayor información es proporcionada por la relación $\Delta\sigma/R_0$, en donde $\Delta\sigma$ es el contraste en la Relación de Poisson en la interfase reflectora y R_0 es el coeficiente de reflexión a incidencia normal.

APLICACIONES PRINCIPALES DEL METODO AVO

Aún cuando el método de análisis de amplitud contra distancia se empleó inicialmente para detectar anomalías sísmicas con fines exploratorios, hoy en día sus alcances incluyen al área de producción. Sus aplicaciones principales son:

- Detección de anomalías sísmicas en general.
- Delimitación de yacimientos.
- Caracterización de yacimientos.

Particularmente, de acuerdo a Castagna, 1993, la detección de arenas gasíferas representa la aplicación más prometedora del análisis AVO. Además de la detección de arenas gasíferas, en la literatura sobre AVO se reportan detecciones exitosas de hidrocarburos en carbonatos.

Otra aplicación que se reporta es en relación a monitoreo de flujo de vapor en recuperación mejorada de aceite. El efecto del vapor en la relación Vp/Vs de la roca es muy similar al del gas natural.

Gassaway, 1984, y Chiburis, 1987, en Castagna, 1993, reportan la aplicación exitosa del empleo de AVO para la detección de yacimientos de aceite.

Otras aplicaciones reportadas en la literatura sobre análisis AVO (Castagna, 1993), incluyen la identificación de litología y porosidad.

IMPORTANCIA DE LA PETROFISICA EN LOS ESTUDIOS DE AVO.

La variación de la amplitud de las reflexiones sísmicas depende de parámetros intrínsecos de las rocas tales como velocidad de la onda comprensional Vp, velocidad de la onda transversal Vs, densidad, anisotropía y atenuación. Es absolutamente necesario tener un gran conocimiento acerca de las interrelaciones entre esos parámetros y propiedades de las rocas tales como litología, porosidad y contenido de fluidos intersticiales, para extraer de forma cuantitativa información sobre propiedades de las rocas y la respuesta de la amplitud respecto al offset. Dicho de otra manera, es el vínculo entre la respuesta sísmica, la litología y fluídos del subsuelo.

Las velociadades de las ondas P y S para un material elástico, isotrópico y homogéneo están dadas por las siguientes relaciones:

$$V_p = \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}\mu}{\rho}}$$

y

$$V_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

en donde:

V_p = Velocidad de onda compresional.
V_s = Velocidad de onda transversal.
κ = Módulo volumétrico.
μ = Módulo de cizalla.
ρ = Densidad.

Ambas ecuaciones proporcionan la liga fundamental entre las velocidades de las ondas sísmicas y las propiedades de las rocas. El módulo volumétrico puede depender fuertemente del módulo volumétrico de los fluídos contenidos en los poros, en tanto que el módulo de cizalla permanece inalterable en relación a los fluídos. Cuando un gas libre compresible reemplaza los fluídos contenidos en los espacios porosos, la velocidad de onda P para las rocas disminuirá significativamente, en tanto que para la velocidad de onda S para la roca se incrementará muy ligeramente debido al decremento en la densidad del volúmen de roca. Consecuentemente, se espera que la relación entre velocidades compresional y de cizalla sea un excelente indicador del gas libre contenido en el espacio poroso. Esto constituye la base para la detección directa de hidrocarburos usando AVO.

FACTORES QUE AFECTAN DE MANERA FUNDAMENTAL LAS AMPLITUDES SISMICAS

Los principales factores que producen anomalías de amplitud no deseables incluyen (aunque no necesariamente son los únicos) los siguientes:

Características de las fuentes y receptores.- En este factor se incluyen los efectos producidos por la potencia de la fuente y la ganancia de los detectores y la atenuación debida a los arreglos geométricos para fuentes y detectores (incidencias no normales).

Instrumentación.- Se incluyen aquí las respuestas de salida de los equipos y la atenuación y ruido debidos a los cables.

Procesamiento de los datos.- Posiblemente este sea el factor que por si solo puede afectar mayormente las amplitudes. Precisamente algunos de los múltiples procesos aplicables a los datos sísmicos son los que pueden modificar severamente las amplitudes; los principales son la ecualización y el balanceo de trazas, divergencia esférica y otras funciones de ganacia variantes con el tiempo y/o la distancia, pasabanda y otros esquemas de filtraje, deconvolución, formateo (shaping) de ondícula y procedimientos para la supresión de múltiples.

Atenuación y absorción.- Estos factores incluyen pérdidas por dispersión geométrica y disipación especifíca o efectos de Q, así como inelasticidad, anisotropía y otros fenómenos que dependen de la frecuencia.

Sintonización de las capas.- Se sabe que los efectos del espesor de las capas en relación con la longitud de onda tiene una influencia considerable sobre las amplitudes absolutas registradas, y su rango se extiende desde incrementos significativos de la amplitud cuando las reflexiones provenientes de la cima y base de la capa objetivo interfieren constructivamente (hacia ¼ de la longitud de onda) hasta un colapso completo de la señal cuando las capas llegan a ser muy delgadas. Además , debido a la convergencia hiperbólica, el grado de interferencia de amplitud puede ser dependiente del offset si se usan offsets muy grandes (ángulos de incidencia local muy grandes).

Múltiples e interfases de los modos de conversión.- Este factor incide más cuando no se pueden reconocer, pero múltiples de sobretiempo similares y conversiones de onda P a SV interfieren con las señales primarias de interés y distorsionan el comportamiento de la amplitud respecto a la distancia. También se incluyen aquí las grandes distorsiones de la señal ocasionadas por múltiples cruzados y conversiones a rangos específicos de distancias dentro de un gather.

Variaciones someras de la densidad y velocidad.- Si se presentan variacioes laterales en las propiedades físicas de las capas por encima del horizon te objetivo, en dimensiones menores que la extensión del gather del disparo o CDP, el efecto sobre las amplitudes a diferentes offsets puede ser significativo.

Rasgos geológicos cercanos a la superficie. Se incluye aquí la variabilidad debida a la capa de intemperismo, masas de agua, presencia de dunas de arena, sal, etc.

Ruido.- Aquí se incluye el ruido aleatorio así como el ruido ambiental temporal y espacialmente coherente, y ruidos culturales y generados por la fuente. Obviamente, si las señales no se pueden ver

por encima del nivel de ruido, entonces el análisis AVO es imposible.

CONSIDERACIONES NECESARIAS Y OBLIGATORIAS PARA UNA SECUENCIA DE PROCESAMIENTO DE DATOS SISMICOS CON OBJETIVOS DE AVO.

Es un tanto difícil determinar o definir de una manera precisa una secuencia de procesamiento óptima previa al análisis de amplitudes con la distancia. Realmente debe tratarse cada conjunto de datos o cada área en forma muy particular, es decir la secuencia óptima de procesamiento estará en función de las características y necesidades propias de cada área. No obstante, hay requerimientos o requisitos que se deben cumplir para considerar que no se han afectado las amplitudes durante el proceso y por lo tanto sus valores son representativos de las características presentes en el subsuelo.

La secuencia de procesamiento deberá ser lo más simple posible, se deberán evitar los cosméticos y en general es necesario no sobreprocesar los datos.

El procesamiento para cada sección común de distancia fuente - receptor común deberá ser rutinario. No se deben usar herramientas multicanal en el dominio de los gathers.

Un punto importante radica en el hecho de enfatizar la consistencia de la ondícula con la superficie. Es preferible la deconvolución consistente con superficie que la deconvolución traza por traza, debido a que la primera nos conduce a trazas con menor variabilidad en la fase de la ondícula. La corrección de la divergencia esférica debe ser dependiente de la distancia fuente - receptor. Se debe preservar la amplitud aplicando correcciones consistentes con superficie. Deberá hacerse una corrección por el efecto del arreglo de receptores. Cualquier atenuación de ruido deberá hacerse para cada plano de distancia fuente - receptor común sin afectar la amplitud o a nivel de sismograma de tiro, si las ondas superficiales (ground roll) son las que se intenta atenuar. Deberá cuidarse el alineamiento de los reflectores, aplicando análisis de velocidades, estáticas y estáticas residuales consistentes con superficie.

Finalmente, debe considerarse como un aspecto fundamental en el procesamiento de datos sísmicos con objetivo de AVO, la migración de los datos antes de apilar.

INTERPRETACION DE LOS DATOS AVO

Existen diversas maneras de interpretar los resultados obtenidos de un análisis de AVO. Podemos decir que en forma general se tienen métodos cualitativos y en menor proporción métodos cuantitativos.

Los métodos cualitativos como su nombre lo indica, nos dan una idea de las litologías presentes y del contenido de fluidos. Los métodos cualitativos nos proporcionan valores respecto a algunos parámetros de roca y fluidos.

Los métodos cuantitativos pueden estimar variaciones en la relación de Poisson ($\Delta\sigma$) a partir de los atributos R_0 y G_0. Los métodos cuantitativos por excelencia son los que se basan en inversión sísmica preapilamiento.

La inversión es el procedimiento para crear un modelo terrestre empleando la información sísmica como datos de entrada. De esta forma la inversión sísmica es la técnica opuesta al modelado directo, el cual involucra la creación de una sección sísmica sintética basada en un modelo terrestre. Los modelos de inversión sísmica más comunes son aquellos que intentan recuperar impedancias pseudo-acústicas amplias partiendo de trazas sísmicas de ancho de banda limitado. En la figura 2 se muestra la relación que se puede establecer entre las técnicas de modelado directo (llamado comúnmente modelado) y modelado inverso (denominado comúnmente inversión).

	MODELADO DIRECTO	MODELADO INVERSO
ENTRADA:	MODELO TERRESTRE	RESPUESTA SISMICA
PROCESO:	ALGORITMO DE MODELADO	ALGORITMO DE INVERSION
SALIDA:	RESPUESTA SISMICA	MODELO TERRESTRE

Fig. 2 Modelado directo e inverso (Con base a Russell, 1988).

Para entender la inversión sísmica es necesario comprender los procesos físicos que se llevan a cabo en la obtención de datos sísmicos. Por esta

razón, debe analizarse el modelo convolucional de la traza sísmica en los dominios del tiempo y de la frecuencia, considerando las tres componentes de dicho modelo: función de reflectividad, ondícula sísmica y ruido.

Los métodos de inversión sísmica se pueden aplicar a datos apilados o sin apilar por lo que se han agrupado en métodos postapilamiento y métodos preapilamiento.

Dentro del primer grupo, los modelos más comunes son los que se basan en la recursión de una sola traza (métodos recursivos). Los resultados finales de los métodos de inversión postapilamiento se restringen a secciones de seudo-impedancias.

Otros modelos importantes dentro del primer grupo son:

· Modelos de inversión con base en modelos geológicos previos.
· Modelos de inversión de tiempo de tránsito (también llamados tomográficos)
· Modelos de inversión de campos de ondas (wavefield).

Dentro del grupo de modelos de inversión preapilamiento, se tienen dos grandes subdivisiones: métodos lineales y métodos no lineales. Estos métodos permiten la extracción de otros parámetros además de la impedancia, tales como densidad y velocidad de onda transversal.

En la teoría sobre inversión lineal generalizada existen tres componentes principales: un modelo geológico de la tierra, una relación física entre la tierra y un conjunto de medidas de índole geofísica, y un juego de observaciones geofísicas. Este método se puede aplicar tanto a datos apilados como a datos sin apilar. Cuando se aplica a datos sin apilar se está tratando puramente de inversión AVO. Los componentes necesarios para llevar a cabo la técnica de inversión lineal generalizada en datos AVO son:

· El modelo terrestre que consta de una serie de capas con los parámetros elásticos de las velocidades de onda P y onda S, densidad y relación de Poisson.

· La relación física entre el modelado y los perfiles sísmicos CDP, obtenida aplicando las ecuaciones de Zoeppritz.
· Los conjuntos de observaciones son las amplitudes picadas y los tiempos de los eventos sobre un perfil CDP o un apilado de offset común.

Al calcular las derivadas de la matriz de Zoeppritz, es posible establecer una solución para el problema AVO similar a la solución encontrada para datos de offset cero. Esta solución estará dada por la relación:

$$F(M) = F(M_0) + \frac{\partial F(M_0)}{\partial M}\Big|_{M=M_0} \Delta M$$

En donde:

M = modelo terrestre inicial,
M_0 = modelo terrestre estimado,
ΔM = cambio en los parámetros del modelo,
F(M) = Observaciones AVO,
$F(M_0)$ = Valores obtenidos de las ecuaciones de Zoeppritz para el modelo inicial y

$\frac{\partial F(M_0)}{\partial M}$ = Cambio en los valores calculados.

Los métodos recursivos utilizan la traza sísmica completa para sus cálculos y representan un procedimiento poderoso cuando se usan en datos sísmicos limpios. En contrapartida, los errores se propagan a través de la solución recursiva cuando se tienen problemas de fase, amplitud o ruido y la componente de baja frecuencia debe obtenerse de una fuente separada.

Los métodos de inversión sparse-spike emplean los datos en forma análoga a los métodos recursivos, sin embargo producen un resultado parecido a la geología y la información de baja frecuencia se incluye matemáticamente en la solución. Estos métodos presentan la gran desventaja de que sus resultados finales carecen del detalle fino que se observa en la inversión recursiva, y debido a su naturaleza estadística, están sujetos a problemas cuando los datos son ruidosos.

Las técnicas de inversión basadas en modelos geológicos previos hacen posible la obtención de soluciones completas incluyendo información de baja frecuencia, los errores se distribuyen a través de la solución y pueden modelarse reflexiones múltiples y efectos de atenuación. Las soluciones proporcionadas por estos métodos no son únicas y es posible que más de un modelo directo ajuste apropiadamente a los datos de entrada. Existe el riesgo de que la solución que se obtiene iterativamente no sea convergente.

POCA POPULARIDAD DE LOS METODOS DE INVERSION PARA LA INTERPRETACION DE AVO.

Los métodos de inversión sísmica en general presentan el problema fundamental de no tener unicidad, es decir, son varias las soluciones que se pueden dar a un mismo problema. Otro aspecto desfavorable para el empleo de técnicas de inversión con fines interpretativos son los altos costos computacionales, la falta de suficiente información petrofísica y la carencia de personal suficientemente capacitado en estas tecnologías.

La inversión AVO añade una dimensión extra al problema de inversión debido a que es verdaderamente una inversión litológica más que un método de inversión de velocidades. Aún cuando es el método del futuro, todavía tiene que vencer muchos obstáculos.

FUTURO DEL METODO AVO

La tendencia actual en la industria petrolera se enfila hacia trabajos multidisciplinarios e integrados para el estudio de yacimientos. Los análisis AVO son una de las herramientas más poderosas con que se cuenta actualmente para el desarrollo de este tipo de trabajos.

Debido a que la exploración y explotación de hidrocarburos día con día se vuelve más complicada, deben emplearse técnicas más sofisticadas para alcanzar los objetivos y se requiere además una gran cantidad de información. Definitivamente una de las herramientas exploratorias qua ha alcanzado el más alto grado de sofisticación y de precisión es la sísmica multicomponentes. Cuando se lleven a cabo levantamientos rutinarios empleando esta tecnología, se estará en posibilidades de predecir con mucha certeza las características del subsuelo de forma cuantitativa. El análisis AVO formará parte fundamental de las técnicas interpretativas que se emplearán en los trabajos de sísmica multicomponentes, ya que es un método cuyos resultados presentan muy altas posibilidades de ser indicadores directos de la presencia de hidrocarburos, por lo que en el futuro se cree que su uso será generalizado.

En principio, los datos multicomponentes no solamente incluyen las reflexiones de ondas S sino que también consideran las ondas convertidas P-S y S-P. Incluso la inversión de datos se aplica a datos de familia CMP. Rijssen y Herman (1988) y Haas y Berkhout (1989) han mostrado que para el caso de inversión elástica usando el modelado directo no lineal, la combinación de datos de reflexiones P-P y S-S contienen la mayor cantidad de la información sobre la totalidad de los parámetros elásticos de las formaciones del subsuelo.

REFERNCIAS BIBLIOGRAFICAS

Aki. K., y Richards., P.G., 1980, Quantitative Seismology (Theory and Methods), Freeman and Co., San Francisco Cal., E.U.A.

Bortfeld, R., 1961, Approximations to the reflection and transmission coeficients of plane longitudinal and transverse waves, Geophysical Prospecting, n.4.

Haas, J.C., y Berkhout, A.J., 1989, The information content of elastic reflections: Presented at the 51 Mtg. Eur. Assn. Expl. Geophys.

Castagna, J.P., 1993, AVO Analysis-Tutorial and Review, Offset-Dependet Reflectivity-theory and Practice of AVO Analysis, Investigations in Geophysics Series, v 8, Michael R. Cooper, Ed., SEG.

Ostrander, W.J., 1984, Plane-wave reflection coeficients for gas sands at non normal angles of incidence, Geophysics, v. 49,pp. 1637-1648.

Richter, 1958, Elementary Seismology, H.W. Freeman, San Francisco Cal., E.U.A.

Rjssen, E.P.F. van, y Herman, G. C., 1988, Resolution of elastic inversion: Presented At the 50th Mtg., Soc. Expl. Geophys.

Russell, B.H., 1988, Introduction to Seismic Inversion Methods, Course Notes Series, v. 2 SEG Continuing Education short course, S.N. Domenico, Series Editor.

Sherif, R.E., y Geldart, L.P., 1983, Exploration Seismology, v. 1 y 2, Cambridge University Press, Londres, Inglaterra.

Shuey, R. T., 1985, A simplification of the Zoeppritz equations, Geophysics, v. 50, n.4, pp. 609-614.