



Boletín Técnico

Asociación Mexicana de
Geofísicos de Exploración, A.C.

Caracterización integral de yacimientos:
Integración de datos de registros geofísicos
de pozo con atributos sísmicos
usando Geoestadística

M. en I. Martín Jiménez Guerrero

DecisionSpace® Decision Management System (DMS)

Optimice el desempeño de sus activos con el análisis de decisiones riguroso

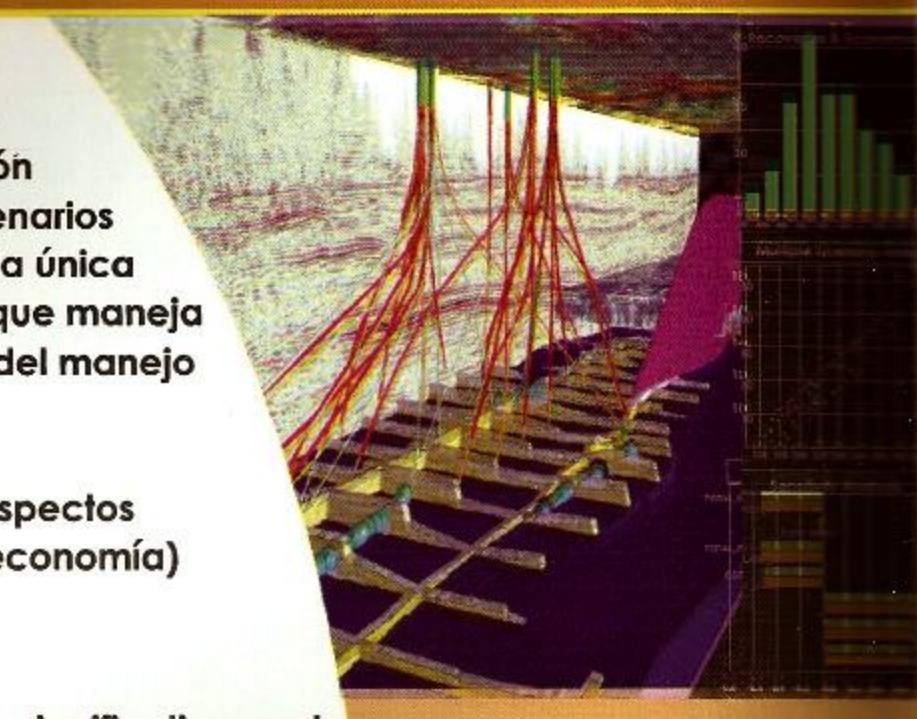
Mejore el desempeño de sus activos a través de la simulación y evaluación riguroso y continuo de múltiples escenarios y decisiones. DecisionSpace DMS es la única solución completamente integrada que maneja el riesgo por todo el flujo de trabajo del manejo del activo.

DMS integra activamente todos los aspectos del activo (superficie, subsuelo y la economía) de manera significativa.

DMS y DecisionSpace Nexus reducen significativamente el ciclo de tiempo de la toma de decisiones a través de simulación y optimización en forma rápida habilitada por cálculos computacionales paralelos.

Identificando los resultados probables, riesgos claves y seleccionando los escenarios óptimos de desarrollo basados en impulsores de negocio críticos, DMS permite la mejor decisión posible.

El diseño abierto y escalable de DMS permite la construcción de flujos de trabajo customizados y la integración de varias tecnologías.



Landmark

HALLIBURTON

Digital and Consulting
Solutions



(Miembro de la FACCTIEM, SEG, UMAI y ULG)

CONSEJO DIRECTIVO 2005-2007

M. en C. Rodolfo Marines Campos
Presidente
M. en I. Efraín Méndez Hernández
Vicepresidente
Ing. Carlos Flores Romero
Secretario
Dr. Arturo Diego Orozco
Prosecretario
Ing. Patricia Oceguera Serrano
Tesorera
Ing. Rebeca Navarro Hernández
Protesorera
M. en C. Jorge Mendoza Amuchástegui
Editor
Dr. Oscar Campos Enríquez
Coeditor
Ing. J. Alberto Santana Fernández
Coordinador de Eventos Técnicos
Ing. José Rodolfo Rocha Ruiz
Coordinador de Eventos Sociales
M. en A. Leopoldo E. Hernández Ávila
Coordinador Fundación AMGE
Ing. Javier Núñez Ariza
Coordinador del Exterior
Ing. Jaime Guerra Ortiz
Coordinador de Jubilados
Ing. Juan José Bolaños Espinosa
Coordinador de la Gaceta
Ing. Mario A. Navarro Rodríguez
Ing. Agustín Ruiz Violante
Coordinadores de la página Web

CONSEJO DE HONOR Y JUSTICIA

Dr. Guillermo A. Pérez Cruz Ing. César Navarro Tafolla
Ing. Jorge R. Vera Sánchez

PRESIDENTES DELEGACIONALES

Ing. Marco A. Gheno Juárez
Cd. del Carmen, Camp.
Dr. Raúl Del Valle García
Cd. de México
Ing. José Gpe. González Zúñiga
Coatzacoalcos, Ver.
Dr. Luis Canales
Houston, Tx.
Ing. Jesús Arredondo Fragoso
Morelia, Mich.
Ing. Juan Carlos Escamilla Garfias
Poza Rica, Ver.
Ing. Everardo Castro Medellín
Reynosa, Tamps.
Ing. José C. Cámaras Alfaro
Tampico, Tamps.
Ing. Marco Antonio Arreguín López
Veracruz, Ver.
Ing. Gerardo Clemente Martínez
Villahermosa, Tab.

VOCALIAS

M. en I. Alejandro Cerón Fernández
Instituto Mexicano del Petróleo
Dr. Jaime Urrutia Fucugauchi
Instituto de Geofísica
Ing. José Gpe. González Zúñiga
F.A.C.C.T.I.I.E.M.
M. en I. Hermes Aguirre Vargas
U. Latinoamericana de Geofísica
Dr. Salvador Alvarez Ballesteros
Unión Mexicana de Asoc. de Ingenieros
M. en I. Luis Mario Palacios Reyes
I. P.N.
M. en I. Ricardo Castrejón Pineda
U.N.A.M.
Ing. Juan Pasillas Ramírez
Instituto Tecnológico de Madero
Dr. Cosme Pola Zimuta
U.A. N. L. (campus Linares)
Dr. Juan García Absdelem
C. I. C. E. S. E.



ASOCIACIÓN MEXICANA DE
GEOFÍSICOS DE EXPLORACIÓN, A.C.

Mensaje del Editor

Estimados colegas:

En ocasión de la publicación del primer ejemplar del Boletín de nuestra Asociación, bajo el **Consejo Directivo 2005-2007**, me permito presentarme ante ustedes como el responsable de la edición de los artículos* que por este medio les hagamos llegar y que, cumpliendo con lo establecido en los estatutos de nuestra Asociación, tienen la finalidad de difundir entre los asociados las informaciones técnicas y científicas de nuestra especialidad, la Geofísica de Exploración.

La importancia que reviste el compartir los avances científicos, tecnológicos y metodológicos que se dan en el acontecer de nuestro trabajo y nuestras investigaciones a través de este Boletín es enorme, ya que reditúa en el fortalecimiento del nivel técnico de nuestros asociados, favoreciendo el intercambio útil de opiniones y conceptos que nos permitan mejorar nuestro desempeño como profesionales de las geociencias.

Por lo anterior, aprovecho esta oportunidad para invitarlos muy cordialmente a que nos conviden de sus resultados más relevantes, de sus desarrollos más promisorios o de sus teorías más novedosas, mandando artículos para ser publicados en este medio y que de esta manera, juntos demos cumplimiento a uno de los objetivos más relevantes de nuestra Asociación: "Promover el estudio y desarrollo de la Geofísica en lo general y especialmente en las ramas de esta Ciencia, que se dedican a la exploración e investigación de la corteza terrestre, para crear el interés científico, tecnológico y educativo para mantener elevado el nivel de conocimientos en todos los científicos que quieran formar parte de la AMGE".

Reciban un afectuoso saludo.

M. en C. Jorge A. Mendoza Amuchástegui
Editor

jamendoza@imp.mx

* El responsable del contenido técnico es el autor del trabajo publicado



"Caracterización Integral de Yacimientos: Integración de Datos de Registros Geofísicos de Pozo con Atributos Sísmicos Usando Geoestadística"*

M. en I. Martín Jiménez Guerrero**

RESUMEN

Un aspecto relevante de los atributos sísmicos es la posibilidad de correlacionarlos con propiedades petrofísicas provenientes de registros geofísicos de pozos. Con la aplicación de técnicas geoestadísticas es posible combinar propiedades petrofísicas con atributos sísmicos y obtener modelos de distribución de propiedades petrofísicas a lo largo de todo el yacimiento.

En la caracterización de yacimientos existen diversas técnicas geoestadísticas de estimación y simulación de propiedades petrofísicas en áreas sin información. Estas técnicas presentan limitaciones y ventajas que dan un carácter adecuado o no en la reproducción de dichas propiedades. A medida que la caracterización de yacimientos sea más completa, es decir, se cuente con información de calidad y se apliquen las herramientas adecuadas, dicha caracterización será más confiable y dará como resultado modelos de yacimientos petroleros más cercanos a la realidad.

En este trabajo, se aplicó una serie de técnicas, tanto de estimación como simulación, con el fin de evaluar su aplicabilidad. Las técnicas de estimación aplicadas fueron: kriging y cokriging colocando como variable principal la porosidad y como variable secundaria la impedancia acústica. Mientras que las técnicas de simulación fueron la Simulación Secuencial Gaussiana y la simulación por Bandas Rotantes. Los resultados de cada uno de los modelos fueron comparados, observándose que la distribución de la porosidad fue muy semejante y no presentó rasgos contrastantes.

*Tesis de Maestría presentada en la Facultad de Ingeniería de la UNAM en septiembre de 2005

**Dept. Caracterización de Yacimientos, Centro Regional de Estudios de Exploración, Dirección Regional Mariana, Instituto Mexicano del Petróleo, Tel. MicroPemex (801) 25554

INTRODUCCIÓN

En una primera etapa de la caracterización de yacimientos, hay que definir un modelo geológico estructural que describa de manera detallada el yacimiento. Para esto, hay que conocer los diferentes procesos geológicos a lo que estuvo expuesta el área de estudio. Aunado a la geología del yacimiento, las propiedades petrofísicas de las rocas son de gran importancia por lo que es necesario conocer su comportamiento y efectos dentro del sistema.

Los grandes yacimientos de hidrocarburos en la llamada Sonda de Campeche, en el sureste de México, se encuentran en rocas carbonatadas que han desarrollado alta porosidad secundaria y gran permeabilidad debido a la presencia de cavidades de disolución e intenso fracturamiento. La unidad productora de mayor importancia en la Sonda de Campeche, es la denominada Brecha de edad límite Cretácico - Terciario (límite K/T), la cual tiene una alta distribución regional, aflorando desde la sierra de Chiapas hasta la Zona Marina en la Sonda de Campeche. Dicha unidad presenta alta porosidad y permeabilidad, debido a procesos como la dolomitización, y el fracturamiento.

El presente estudio muestra una metodología para la caracterización integral de yacimientos petroleros. Dicha metodología se enfoca a la distribución de la porosidad por medio de la geoestadística. De la información sísmica se obtuvo el atributo de impedancia acústica, el cual se conjuntó con la porosidad por medio de los métodos geoestadísticos de kriging y cokriging colocada. Además se realizaron simulaciones estocásticas de tipo Gaussiana y de bandas rotantes, con el fin de obtener un modelo de distribución de la porosidad en un área de interés de la Sonda de Campeche. Así también se realizaron comparaciones entre los resultados de cada uno de los modelos geoestadísticos empleados.

CARACTERIZACIÓN ESTADÍSTICA DE LAS PROPIEDADES PETROFÍSICAS

La caracterización estadística de las propiedades petrofísicas es un paso fundamental para que toda la metodología integral de modelación del yacimiento tenga sentido. Cuando el objetivo es obtener distribuciones realistas en 3-D de las propiedades petrofísicas del yacimiento, éstas pueden jugar un papel decisivo, ya que mayormente en yacimientos carbonatados-fracturados, como son los de la zona marina, a diferencia de los arenos-arcillosos las propiedades petrofísicas de interés se pueden diferenciar mejor por sus unidades litológicas y no por sus facies. Por lo que todo el proceso de caracterización estadístico de la información petrofísica en pozos, está encaminado a reconocer las características estadísticas de las distribuciones de dichas propiedades de manera que permitan establecer los patrones de variación específicos dentro de cada una de las unidades litológicas de interés.

El resultado de esta etapa nos dará la pauta para la generación de modelos en dos o tres dimensiones de distribuciones de propiedades petrofísicas, los cuales deben ser consistentes con los valores estadísticos obtenidos.

La estrategia general consiste en estudiar las características estadísticas de las propiedades petrofísicas de los datos obtenidos en pozos partiendo del marco más general (todo el yacimiento) hasta llegar al detalle más particular (por unidades).



Un primer paso, consiste en obtener la estadística básica en conjunto de las distribuciones de las propiedades petrofísicas (porosidad efectiva (FIT), porosidad secundaria (FIT-SEC), saturación de agua (SW), volumen de arcilla (VCL)) del yacimiento en general dentro del intervalo de interés que comprende las unidades: Brecha (BTPKS), Cretácico Medio (KM) y Cretácico Inferior (KI). Aquí se mostrará el análisis estadístico para las cuatro propiedades petrofísicas mencionadas, pero particular nos interesarán los resultados referentes a la porosidad efectiva FIT, puesto que ésta será usada para exemplificar el proceso de modelación (estimación y simulación) de la distribución espacial de la porosidad.

En la tabla I se muestra un resumen de la estadística básica de las cuatro propiedades petrofísicas y en la figura I los histogramas correspondientes a cada una de ellas. Se puede observar que los histogramas presentan un comportamiento muy asimétrico en todos los casos con largas colas. Esto se ve reflejado en la tabla I, en los valores de asimetría que son mayores a 1.5 para todas las propiedades y en las diferencias entre los valores medios y las medianas. De todas las propiedades, la porosidad efectiva FIT se comporta relativamente menos asimétrica y su valor medio (0.08536) no es tan diferente al de la mediana (0.08400). Este comportamiento puede impactar de manera negativa en todo el proceso posterior de estimación y simulación geoestadística, puesto que estos métodos son sensibles a introducir un sesgo (error) al ser aplicados en distribuciones muy asimétricas, por lo que se debe tomar en cuenta.

Los valores para la varianza pueden resultar engañosamente bajos debido a que todos los datos se encuentran en el rango de 0 a 1, por lo que en este caso como un mejor indicador de la variabilidad puede ser el coeficiente de variación que relaciona cuantas veces está contenido el valor medio en la desviación estándar. Se observa que la menor variabilidad la posee la porosidad efectiva FIT, donde el coeficiente de variación es 0.6, lo que indica que la desviación estándar es el 60 porciento del valor medio, mientras que el resto de las propiedades tienen variabilidades mucho mayores con coeficientes de variación por encima de 1, lo que indica que las desviaciones estándar representan más del 100 porciento del valor medio.

Otro aspecto interesante resulta del análisis de los cuartiles (25% y 75%) donde se observa que la mayoría los valores de porosidad efectiva FIT se encuentran en el rango de 5.6 a 10.1 porciento, con valores máximos de hasta 40 porciento.

Estadísticos	FIT	VCL	SWC	FIT-SEC
N. Muestras	44810	44810	44801	42283
Media	0.08536	0.15353	0.19859	0.04653
Mínimo	0.0010	0.0000	0.0010	0.0000
1er Cuartil	5.60000E-02	6.30000E-02	2.70000E-02	0.0000
Mediana	0.084000	0.096000	0.004000	0.10100
3er Cuartil	0.100900	0.167000	0.217000	2.30000E-02
Máximo	0.4000	1.0000	1.0000	1.0000
Rango	0.3990	1.0000	0.9990	1.0000
Coeficiente de Variación	0.60	1.10	1.35	2.93
Desviación Estándar	0.05130	0.16876	0.26813	0.13621
Varianza	2.632E-03	2.848E-02	7.189E-02	1.855E-02
Simetría	1.593	2.877	2.055	4.747
Curtosis	5.339	9.657	3.212	24.643

Tabla I.
Resumen de la estadística básica de las propiedades petrofísicas.

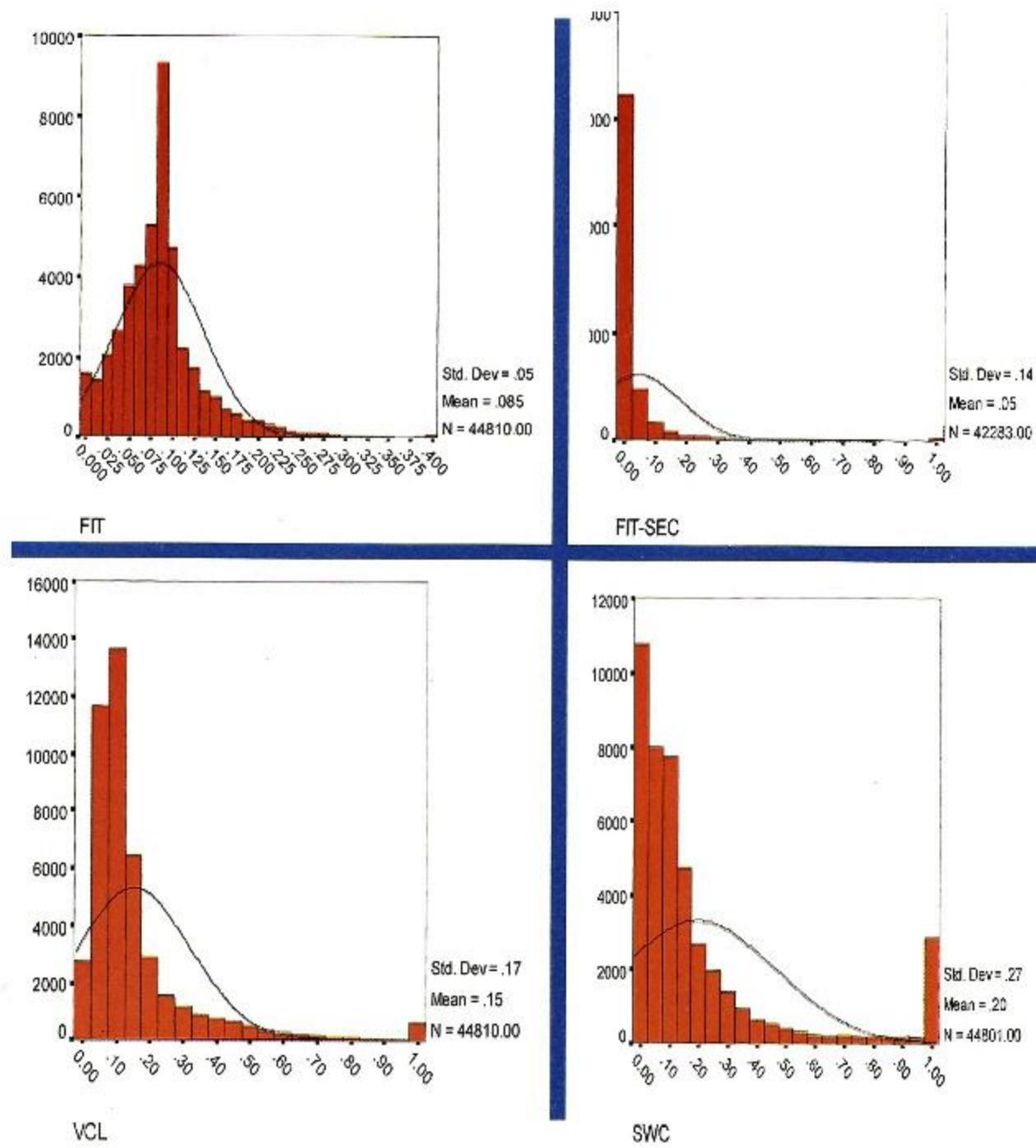


Figura 1.
Histogramas de las propiedades petrofísicas: porosidad efectiva (FIT), porosidad secundaria (FIT-SEC), volumen de arcilla (VCL) y saturación de agua (SWC).



ESTADÍSTICA DE LAS PROPIEDADES PETROFÍSICAS POR UNIDADES

De manera análoga es importante obtener la estadística básica de las distribuciones de las propiedades petrofísicas (porosidad efectiva (FIT), porosidad secundaria (FIT-SEC), saturación de agua (SW) y volumen de arcilla (VCL)) para cada una de las unidades litológicas (BTPKS, KM y KI), para diferenciar su comportamiento dentro del yacimiento. En las tablas 2, 3 y 4 se muestran los resúmenes de los estadísticos básicos de las distribuciones de las propiedades petrofísicas para cada unidad litológica, respectivamente.

Estadísticos	FIT	VCL	SWC	FIT-SEC
Num. datos	30880	30880	30880	30880
Media	0.08830	0.15778	0.20269	0.05177
Mínimo	0.0010	0.0000	0.0020	0.0000
1er Cuartil	5.80000E-02	6.30000E-02	2.81000E-02	.000000
Mediana	0.08670	0.09900	0.08800	0.00600
3er Cuartil	.105000	.161000	.179000	2.90000E-02
Máximo	0.4000	1.0000	1.0000	1.0000
Rango	0.3990	1.0000	0.9980	1.0000
Desviación Estándar	0.05396	0.18124	.291296	0.14809
Varianza	2.912E-03	3.285E-02	8.485E-02	2.193E-02
Simetría	1.487	2.748	1.989	4.514
Curtosis	4.792	8.192	2.553	21.415

Tabla 2.
Resumen de los
valores estadísticos
básicos de la unidad
litológica BTPKS.

	FIT	VCL	SWC	FIT-SEC
Num. datos	7351	7351	7342	7351
Media	0.08735	0.13109	0.16445	0.04106
Mínimo	0.0010	0.0000	0.0010	0.0000
1er Cuartil	5.70000E-02	5.00000E-02	3.80000E-02	0.00000
Mediana	0.08000	0.09400	0.12250	0.00300
3er Cuartil	0.102000	0.166000	0.231000	1.90000E-02
Máximo	0.4000	1.0000	1.0000	1.0000
Rango	0.3990	1.0000	0.9990	1.0000
Desviación Estándar	0.04941	0.12904	0.17074	0.102278
Varianza	2.442E03	1.665E-02	2.915E-02	1.046E-02
Simetría	1.762	2.758	2.298	3.901
Curtosis	5.062	11.776	7.302	19.618

Tabla 3. Resumen de los valores estadísticos básicos de la unidad litológica KM.

	FIT	VCL	SWC	FIT-SEC
Num. datos	6579	6579	6579	6579
Media	0.06934	0.15862	0.21738	0.03002
Mínimo	0.0010	0.0000	0.0060	0.0000
1er Cuartil	4.60000E-02	8.00000E-02	1.80000E-02	0.000000
Mediana	0.07500	0.11900	0.15100	0.00200
3er Cuartil	8.58000E-02	0.196000	0.315000	8.00000E-03
Máximo	0.3940	1.0000	1.0000	1.0000
Rango	0.3930	1.0000	0.9940	1.0000
Desviación Estándar	0.03509	0.14326	0.23884	0.11235
Varianza	1.231E-03	2.052E-02	5.704E-02	1.262E-02
Simetría	1.334	3.322	1.573	6.063
Curtosis	7.502	15.251	2.277	41.587

Tabla 4. Resumen de los valores estadísticos básicos de la unidad litológica Kl.

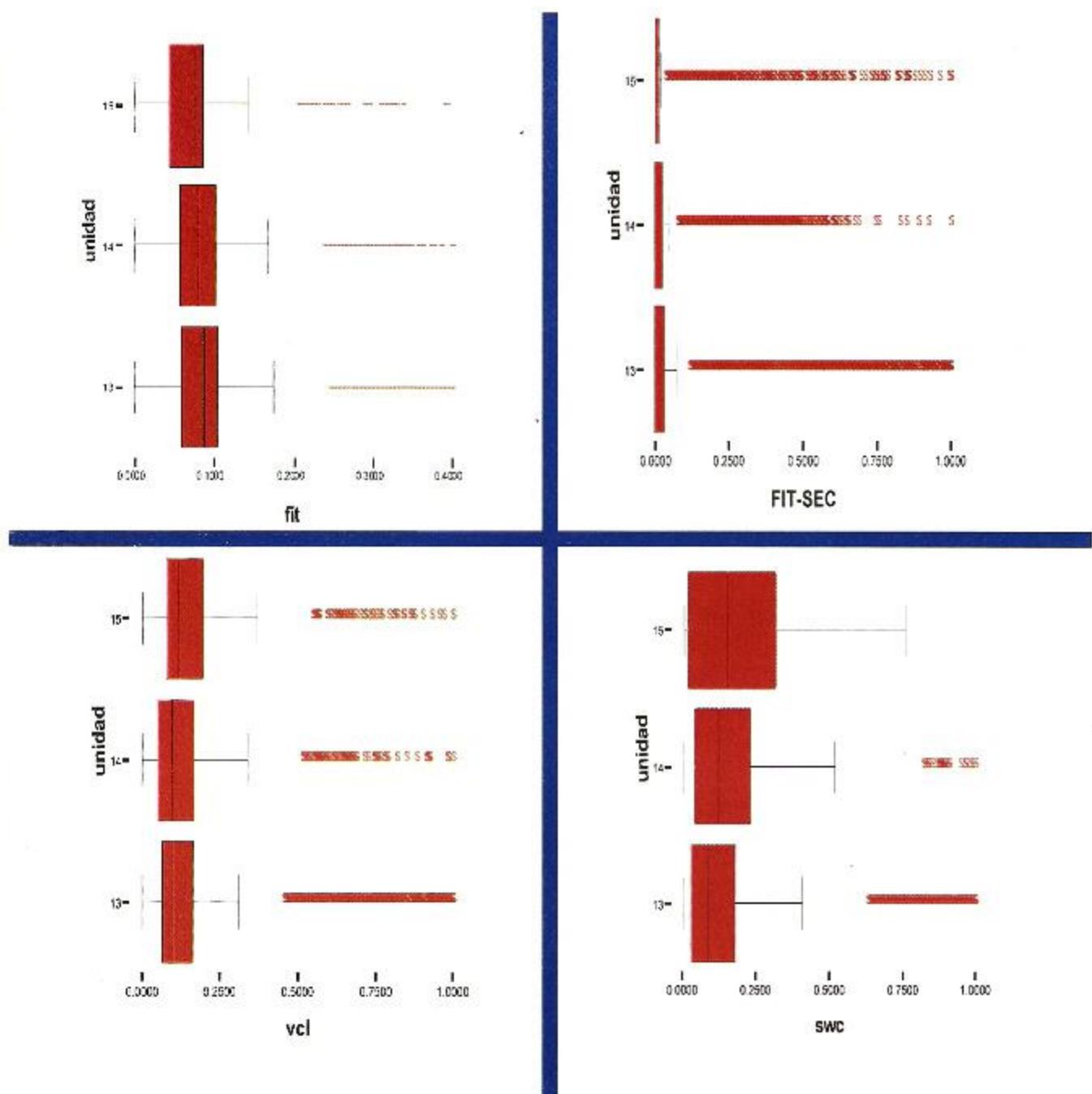


Figura 2. Gráficas de cajas de la porosidad efectiva (FIT), porosidad secundaria (FIT-SEC), saturación de agua (SWC) y volumen de arcilla (VCL) para cada una de las unidades litológicas BTPKS (13), KM (14) y KI (15).

La figura 2 muestra la gráficas de cajas de la porosidad efectiva, porosidad secundaria, saturación de agua y volumen de arcilla para cada una de las unidades litológicas (BTPKS, KM y KI). Analizando los gráficos de cajas en conjunto con las tablas 2 – 4, se puede ver que tanto la porosidad efectiva FIT como la porosidad secundaria FIT-SEC, muestran una tendencia a disminuir con la profundidad, por lo que sus mayores valores se encuentran en la unidad correspondiente a la Brecha (BTPKS). No obstante los valores medios, mediana y cuartiles de porosidad efectiva para la brecha y KM son muy similares, mientras que los valores de porosidad secundaria mayormente atribuibles al fracturamiento si presentan una más clara diferenciación con la profundidad, ya que el 75 % de los valores (tercer cuartil) se encuentran por debajo de 2.9%, 1.9% y 0.8% para BTPKS, KM y KI, respectivamente. Mientras que el volumen de arcilla muestra valores muy similares para la brecha y KM, diferenciándose para el KI, la saturación de agua aumenta con la profundidad, debido a la invasión del agua.

ESTADÍSTICA DE LAS PROPIEDADES PETROFÍSICAS POR UNIDADES LITOLÓGICAS DESPUÉS DE LA DISCRETIZACIÓN

Todo el análisis estadístico anterior ha sido realizado directamente sobre los datos de registros de pozo con la resolución estándar de un pie (30 cm aproximadamente). Pero para poder construir nuestro modelo de propiedades petrofísicas debemos inevitablemente convertir nuestros datos a una malla de discretización mucho más gruesa en profundidad que sea compatible con la resolución de los datos sísmicos. En este caso, se eligió promediar los valores de las propiedades petrofísicas cada 30 metros que era aproximadamente el orden de resolución de la sísmica.

Aquí mostraremos los nuevos valores estadísticos resultantes de la discretización vertical de los datos de las propiedades petrofísicas exclusivamente para la unidad litológica brecha BTPKS, puesto que será la unidad sobre la cual ejemplificaremos el procedimiento de modelación de la distribución espacial, posterior. En particular nos enfocaremos a los valores de porosidad por ser la propiedad que se modelará.

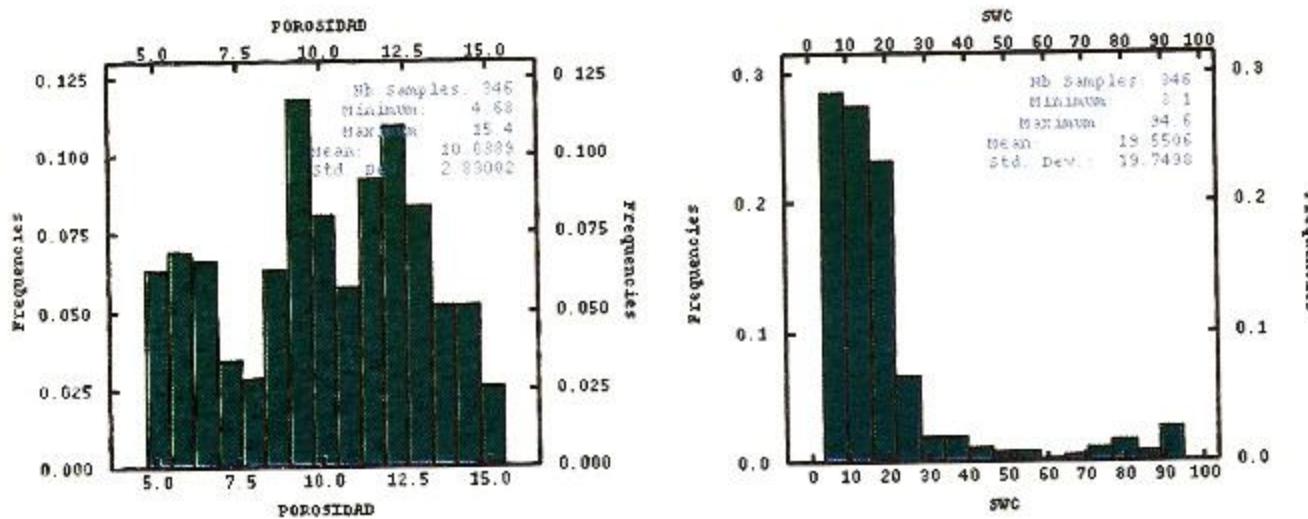
En la tabla 5 podemos comprobar que los nuevos valores medios obtenidos para las propiedades petrofísicas para la unidad litológica brecha BTPKS son más consistentes con los esperados, puesto que al promediar en intervalos cada 30 metros se obtienen valores más representativos. No obstante valores muy altos de manera muy puntual no se verán reflejados en el modelo debido a la escala que se está modelando.

En particular podemos observar que la porosidad mejoró significativamente su grado de simetría de 1.48 a -0.20, debido a la promediación de los valores muy altos. Los nuevos valores promedios de porosidad se encuentran en el rango de 4.68 a 10.04, con un valor medio de 10.04, en contraste con el rango de variación anterior que era de 0 a 40 porciento, con un valor medio de 8.8. Este comportamiento también se ve reflejado en los histogramas de la figura 3.



Estadísticos	FIT	VCL	SWC	FIT-SEC
Núm. datos	346	346	346	346
Mínimo	4.68	0.60	3.10	2.49
Primer Cuartil	7.82	6.60	8.80	4.08
Mediana	10.16	9.70	13.05	5.26
Tercer Cuartil	12.36	13.40	19.97	6.29
Máximo	15.40	89.701	94.60	18.00
Media	10.04	12.85	19.55	5.16
Desviación Estándar	2.83	11.39	19.75	1.56
Varianza	8.01	129.77	390.06	2.44
Coeficiente de Variación	0.28	0.89	1.01	0.30
Simetría	-0.20	2.77	2.47	1.41
Curtosis	2.01	12.70	8.48	14.54

Tabla 5. Estadística de las propiedades petrofísicas expresadas en por ciento para la unidad BTPKS promediadas cada 30 metros.



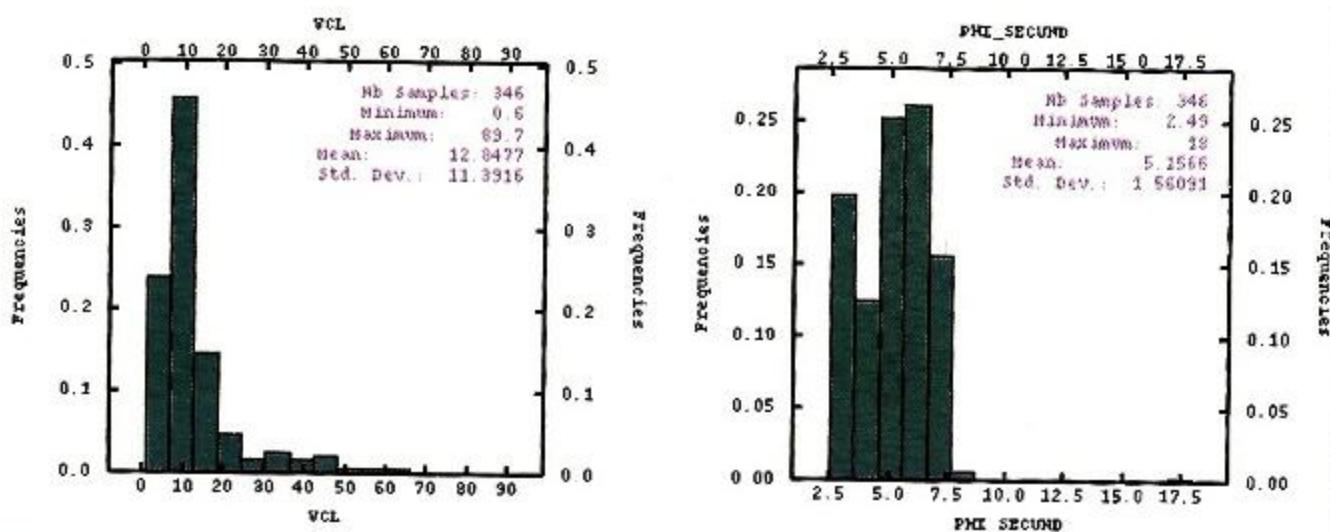


Figura 3. Histogramas de las propiedades petrofísicas: porosidad efectiva (FIT), saturación de agua (SWC), volumen de arcilla (VCL) y porosidad secundaria (FIT-SEC), para la unidad BTPKS promediadas cada 30 metros.

MODELOS DE DISTRIBUCIÓN DE LA POROSIDAD USANDO IMPEDANCIA ACÚSTICA

Estimación de la Porosidad Usando Kriging Ordinario en Bloques

El proceso de estimación espacial usando Kriging requiere de un análisis geoestadístico de la propiedad de interés y consta a grosso modo de tres etapas:

*Análisis exploratorio de los datos

*Estimación y ajuste del variograma

*Estimación espacial usando kriging

A continuación siguiendo la secuencia anterior se mostrará la aplicación de la metodología geoestadística a la estimación de la porosidad.

Análisis exploratorio de los datos

Aquí se muestra el análisis exploratorio de los datos para la porosidad pero también para la impedancia en los pozos. Este es un paso fundamental para que el análisis geoestadístico sea válido, puesto que el mismo está basado en la estimación y ajuste de una función que refleja la correlación espacial de la propiedad que se estudia: el semivariograma. De lo que se trata es de explorar las características de la muestra con el fin de tomar en cuenta o modificar en la medida de lo posible aquellas que no satisfagan los requisitos exigidos (Armstrong y Delfiner, 1980). Además nos permite decidir cual de los tipos de interpoladores kriging sería el más adecuado para ser aplicado en la estimación espacial.



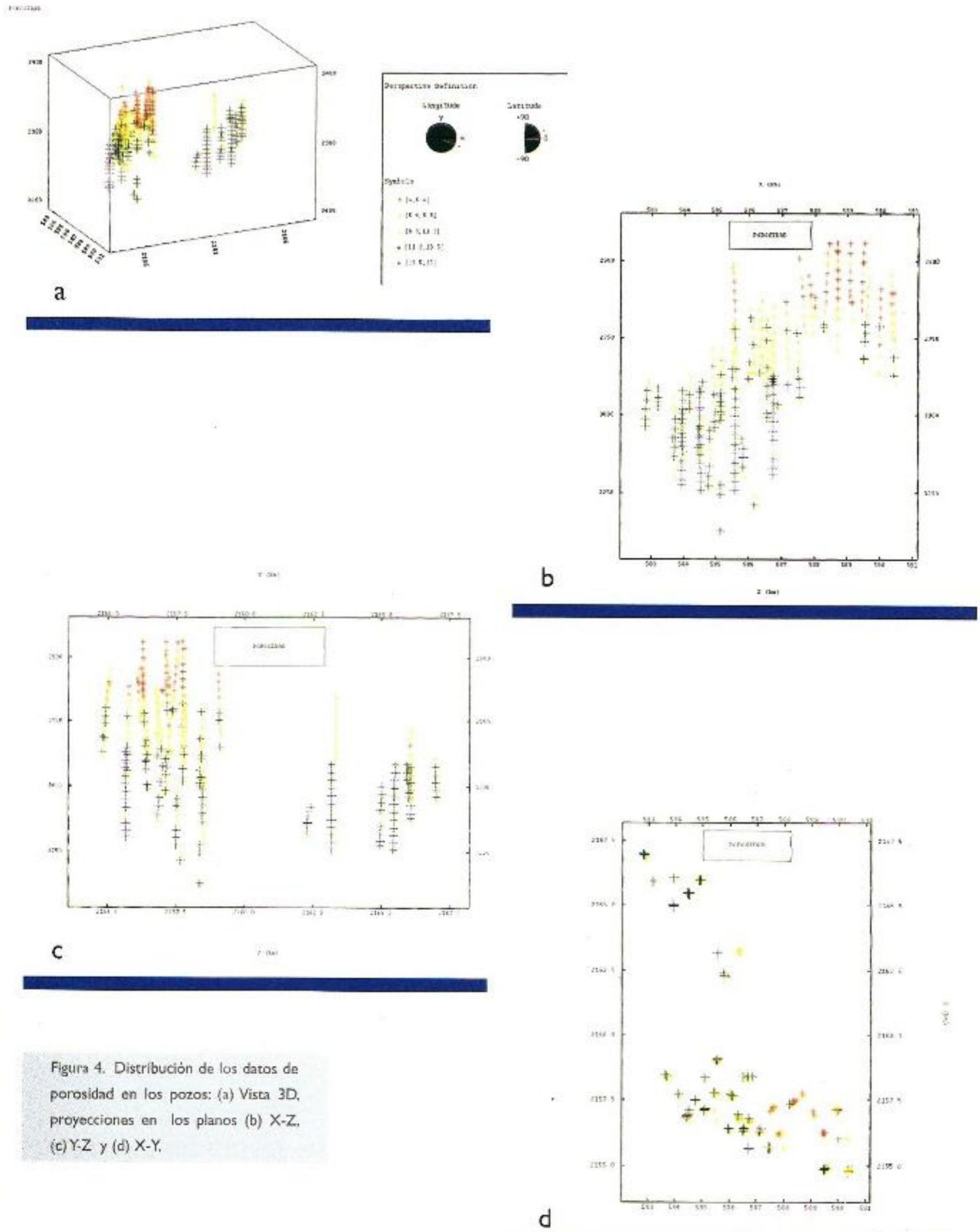
Las distribuciones espaciales de los datos de porosidad (PHIE) e impedancia acústica (IAP) en los pozos se presentan en las figuras 4 y 5. En cada una de ellas se muestran, ordenadas según la convención de arriba hacia abajo y de izquierda a derecha, vista 3D y proyecciones correspondientes a los planos X-Z, Y-Z y X-Y, respectivamente. En estas figuras se puede observar que tanto la porosidad como la impedancia acústica muestran una tendencia a aumentar sus valores en la dirección vertical según sea mayor la profundidad. Como es usual en estos casos, los valores de los pozos no se encuentran homogéneamente distribuidos en toda el área del estudio. En este caso se presentan preferencialmente agrupados en dos zonas: un grupo mayoritario que consta de 25 pozos, está localizado hacia el sureste, mientras que el resto (10 pozos) se encuentra hacia el norte.

Los histogramas y los diagramas Q-Q de la porosidad y la impedancia acústica que se muestran en las figuras 6 y 7 respectivamente, nos dan una descripción de las distribuciones de probabilidad de ambas propiedades. Analizados en conjunto con la estadística básica (tabla 6), se puede concluir que si bien no se ajustan a la forma de una distribución normal (las curtosis son altas y apariencia multimodal), no obstante su comportamiento es bastante simétrico puesto que los coeficientes de simetría en ambos casos son pequeños, y los valores de las medias y las medianas están muy cercanos. La verificación de este hecho es de particular importancia para obtener una estimación consistente de los variogramas, ya que éstos se ven seriamente afectados bajo la presencia de distribuciones altamente asimétricas.

Estadísticos	Impedancia	Porosidad
Núm. muestras	346	346
Mínimo	2854.97	4.68
Primer Cuartil	7982.56	7.82
Mediana	10553.06	10.16
Tercer Cuartil	13621.08	12.36
Máximo	29571.21	15.40
Media	10912.80	10.04
Desviación Estándar	4084.07	2.83
Coeficiente de Variación	0.37	0.28
Simetría	0.73	-0.20
Curtosis	4.38	2.01

Tabla 6. Resumen de la estadística básica de la porosidad y la impedancia acústica en los pozos





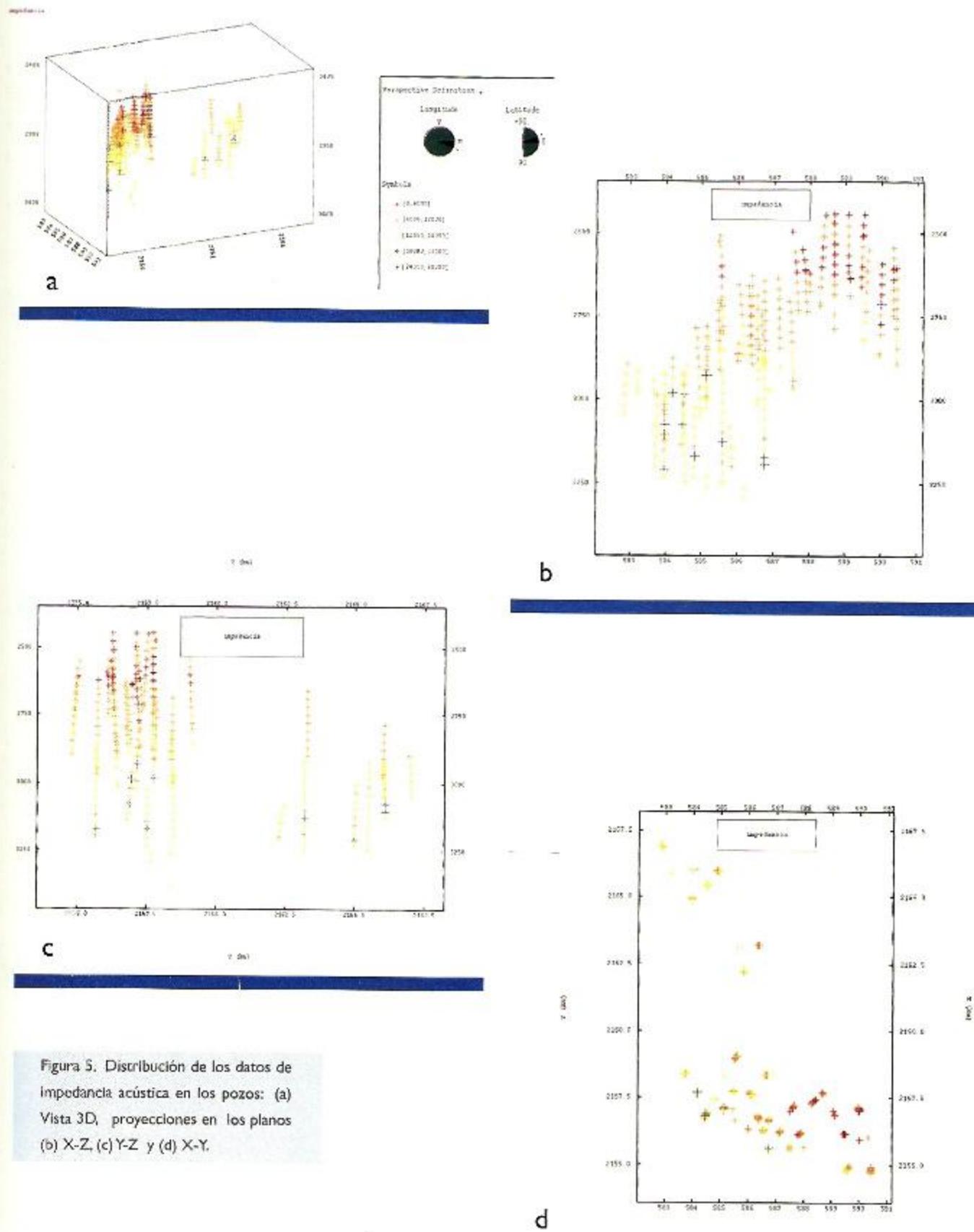


Figura 5. Distribución de los datos de impedancia acústica en los pozos: (a) Vista 3D, proyecciones en los planos (b) X-Z, (c) Y-Z y (d) X-Y.

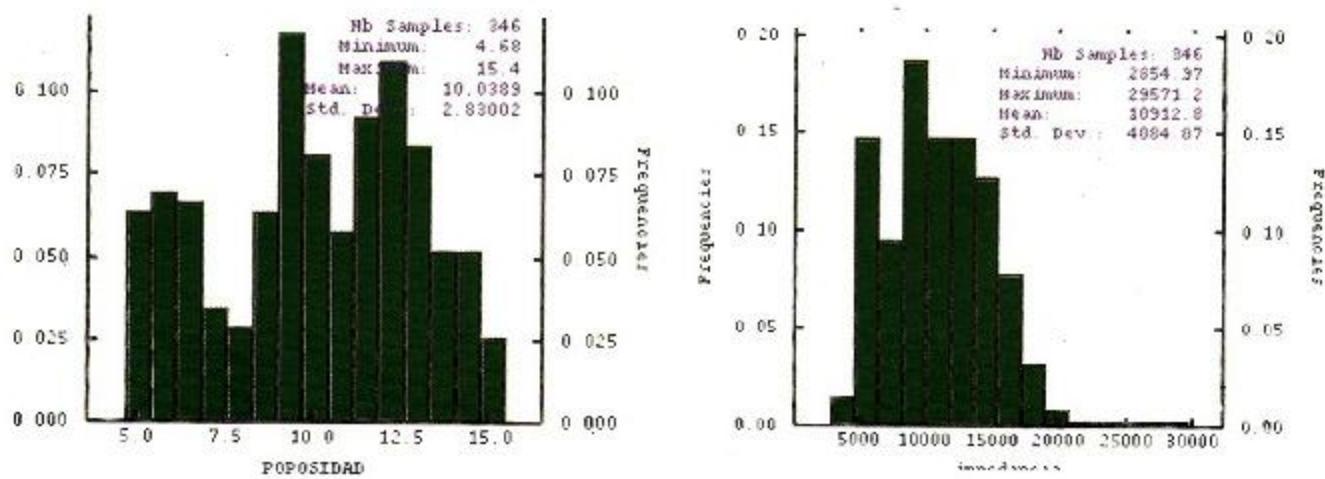


Figura 6. Histogramas de los datos de porosidad e impedancia acústica en los pozos.

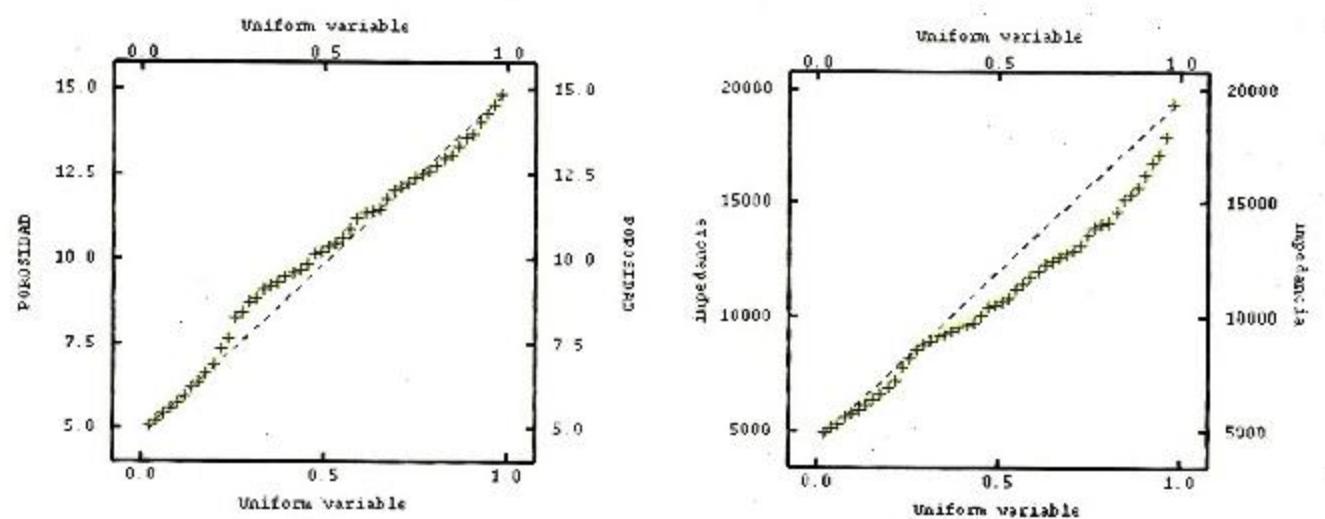


Figura 7 Diagramas Q-Q de los datos de porosidad e impedancia acústica en los pozos.



ESTIMACIÓN Y AJUSTE DEL VARIOGRAMA DE LA POROSIDAD

Aquí de lo que se trata es de estimar el variograma, que es una función que describe la variación de la auto-correlación espacial en distancia y dirección con respecto a cualquier par de posiciones de la propiedad que se estudia, en este caso la porosidad. Al variograma estimado se le ajusta un modelo válido del variograma que sea representativo de la variabilidad espacial, lo cual nos permite hacer estimaciones óptimas mediante la interpolación espacial usando Kriging.

En la figura 8 se muestran los variogramas estimados en tres direcciones: X (N90), Y (N0) y Z (D-90). Debido a que los datos pueden estar afectados por cierto grado de no estacionalidad (tendencia), que puede influir en la toma de decisión del tipo de interpolador Kriging a emplear, resulta necesario verificar su presencia. En este sentido, el variograma estimado sirve de indicador de la posible existencia de tendencia, cuando éste muestra un crecimiento cuadrático no acotado al nivel de la varianza de los datos. En este caso, los variogramas direccionales no muestran presencia significativa de tendencia, puesto que están acotados a un nivel aproximado de las varianzas totales o *a priori* de los datos de porosidad.

En la tabla 7 están dados los parámetros del modelo de variograma ajustado, tomando en cuenta las tres direcciones estimadas. Aquí se puede ver que el modelo ajustado es anisotrópico, puesto que toma en cuenta la diferencia de alcances (longitud de correlación) en las direcciones vertical y horizontal.

ESTIMACIÓN ESPACIAL DE LA POROSIDAD USANDO SÓLO LOS DATOS DE POROSIDAD EN POZOS

Como no existe tendencia significativa de manera que se puede considerar que la variable porosidad es estacionaria, entonces se puede estimar la propiedad mediante kriging ordinario. El kriging es un término que ha sido acuñado para designar al “mejor estimador lineal insesgado” de un punto. El mismo consiste en interpolar espacialmente el valor de una propiedad en un punto, mediante una combinación lineal con pesos de sus n vecinos más cercanos. Los pesos son calculados haciendo uso de la función de correlación espacial, es decir, del variograma, de manera tal que el estimador sea no sesgado (el valor medio del error sea cero) y que la varianza de la estimación sea mínima, por eso se dice que el estimador es óptimo.

La estimación de la porosidad se realiza aplicando el procedimiento de Kriging Ordinario en Bloques, usando el modelo de variograma previamente obtenido, y la misma malla de estimación donde está definida la imagen de la impedancia acústica.

La figura 9 muestra la distribución espacial vista en 3D y secciones correspondientes a los planos X-Z, Y-Z y X-Y de la impedancia acústica.

Variables	Modelo	Nugget	Meseta	Alcances (m)	
				Horizontal	Vertical
Porosidad	Esférico	0.00	2.60	3,000	150

Tabla 7. Modelo del variograma de la porosidad en los pozos

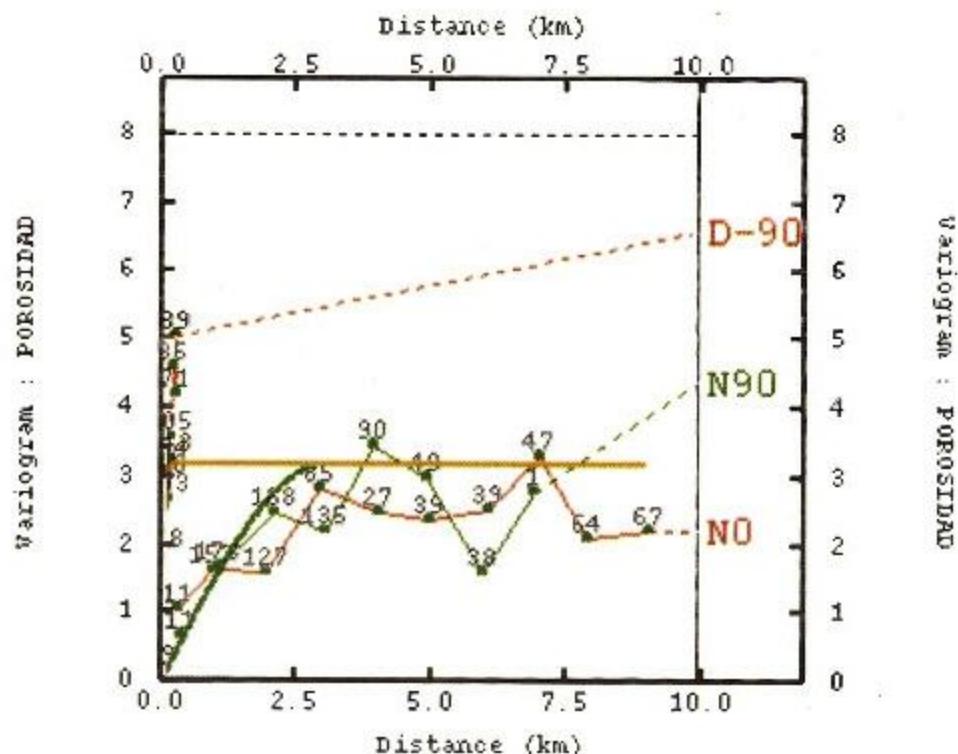


Figura 8 Variogramas estimados y modelo de la porosidad. Donde: N0 y N90 representan las direcciones correspondientes a las coordenadas Y y X, respectivamente. Mientras que D-90 corresponde a la dirección vertical Z (profundidad).

En las figura 10 se muestra la distribución espacial (vista 3D y secciones correspondientes a los planos X-Z, Y-Z y X-Y) de la porosidad estimada con Kriging. Un análisis cualitativo nos permite observar que los valores de porosidad son coherentes respecto a los datos obtenidos en los pozos, puesto que los valores de la porosidad aumentan con el incremento de la profundidad. Los valores de porosidad describen de manera suave, dos zonas de porosidad claramente establecidas y limitadas por una delgada franja de transición. La primer zona posee una menor porosidad comprendida entre 5-8%, está ubicada en la parte superior (colores rojos y naranja) y tiene un espesor de un poco más de 250 metros. Mientras que la otra zona posee casi tres veces este espesor (colores verde claro), con valores de porosidad mayores, entre 11-15%. La franja de transición (colores amarillos) posee valores de porosidad entre 9-10%.

ESTIMACIÓN CONJUNTA DE LA POROSIDAD CON LA IMPEDANCIA ACÚSTICA USANDO COKRIGING COLOCADO

El procedimiento de estimación de manera conjunta de dos o más propiedades, es una generalización del método de estimación de una sola propiedad usando Kriging, y se le conoce como Cokriging. De manera análoga al caso de la estimación con Kriging, para poder realizar una estimación conjunta con Cokriging, se requiere del análisis geoestadístico conjunto de las propiedades de interés. Para el caso de dos variables se deben seguir los siguientes pasos:

*Análisis estadístico conjunto

*Estimación de los variogramas y ajuste de un modelo de correacionalización lineal

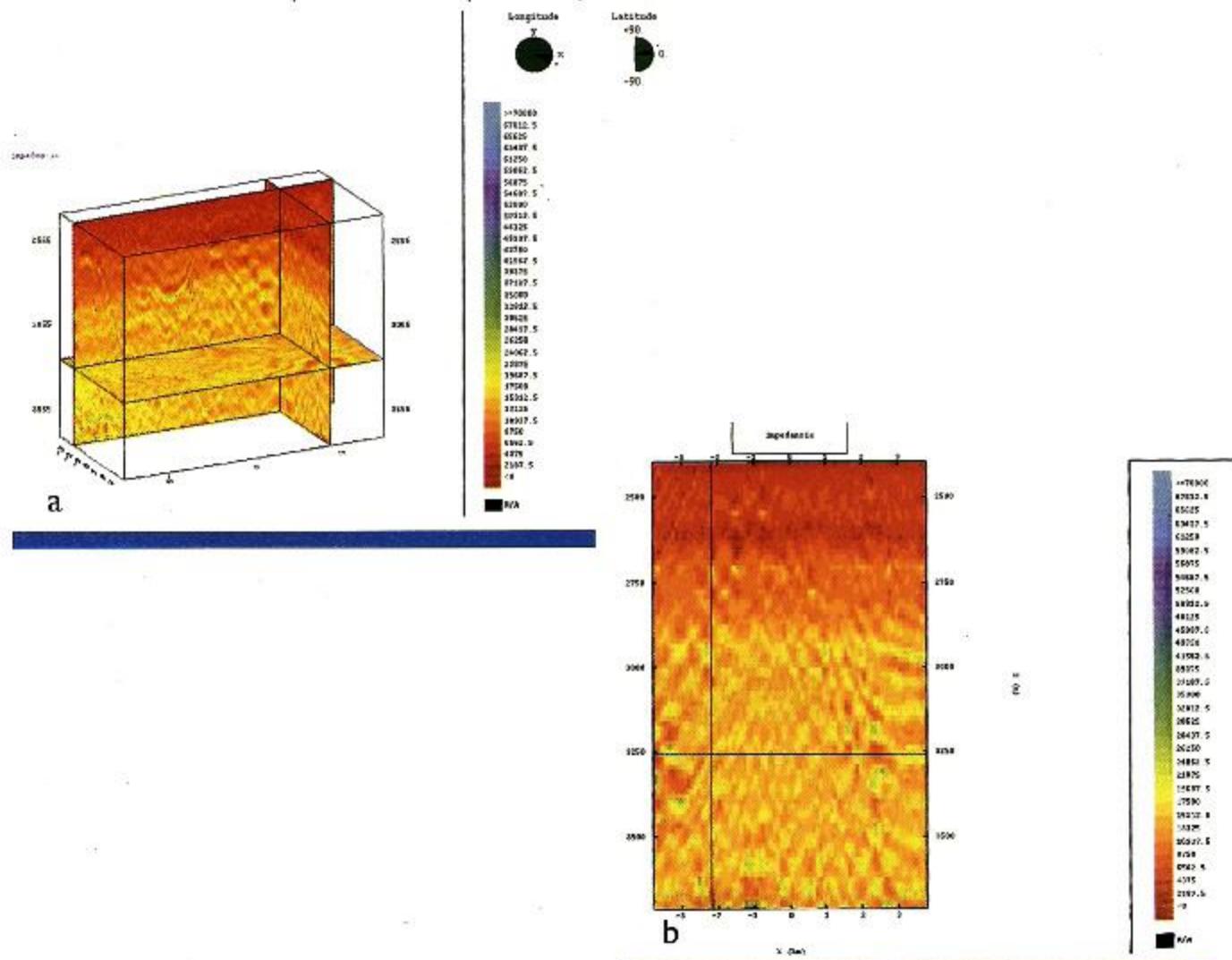
*Estimación espacial conjunta usando cokriging

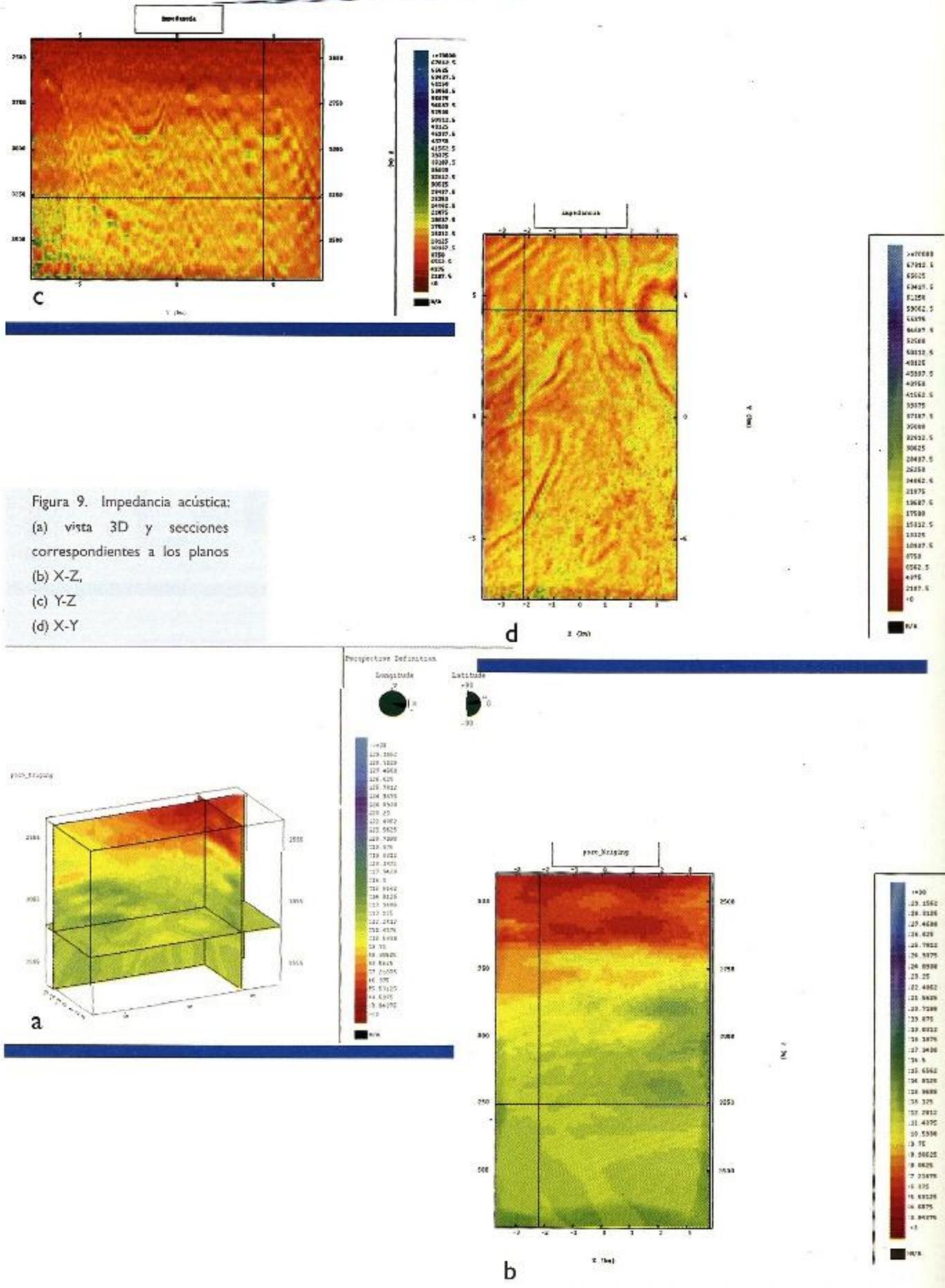
ANÁLISIS ESTADÍSTICO CONJUNTO

El análisis estadístico conjunto consiste fundamentalmente en verificar la existencia o no de correlación entre las dos variables de interés, en este caso porosidad e impedancia acústica. Como sólo contamos simultáneamente con valores de porosidad e impedancia acústica en las ubicaciones de los pozos, el análisis se reduce a este tipo de información a escala de pozo.

En este caso podemos ver en la tabla 8, que existe una correlación lineal de 0.919 que es muy alta, lo cual nos garantiza una buena estimación conjunta. En los casos en que exista pobre correlación entre las variables, no tendría sentido hacer estimaciones conjuntas, puesto que serían casi equivalente a realizar estimaciones de cada una de las variables por separado.

En la figura 11, donde se muestra la regresión lineal de la variable porosidad efectiva contra impedancia en un gráfico de dispersión, se observa una fuerte alineación de la mayoría de los valores, pero que se desvía ligeramente de la recta de regresión para valores altos de impedancia, por encima de 20,000, debido a que existe una mayor dispersión y relativamente poca correlación para estos puntos.





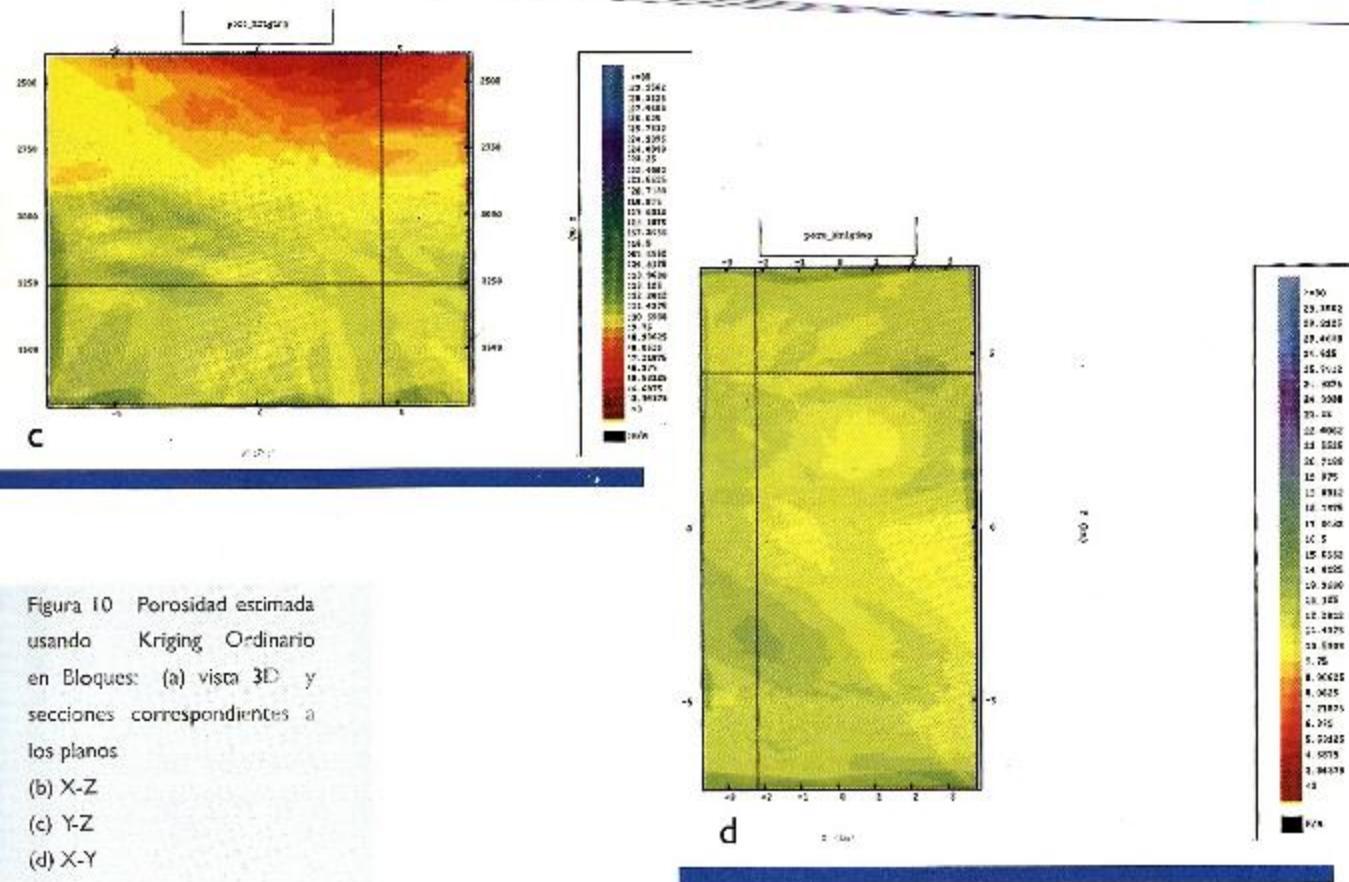


Figura 10 Porosidad estimada usando Kriging Ordinario en Bloques: (a) vista 3D y secciones correspondientes a los planos.
 (b) X-Z
 (c) Y-Z
 (d) X-Y

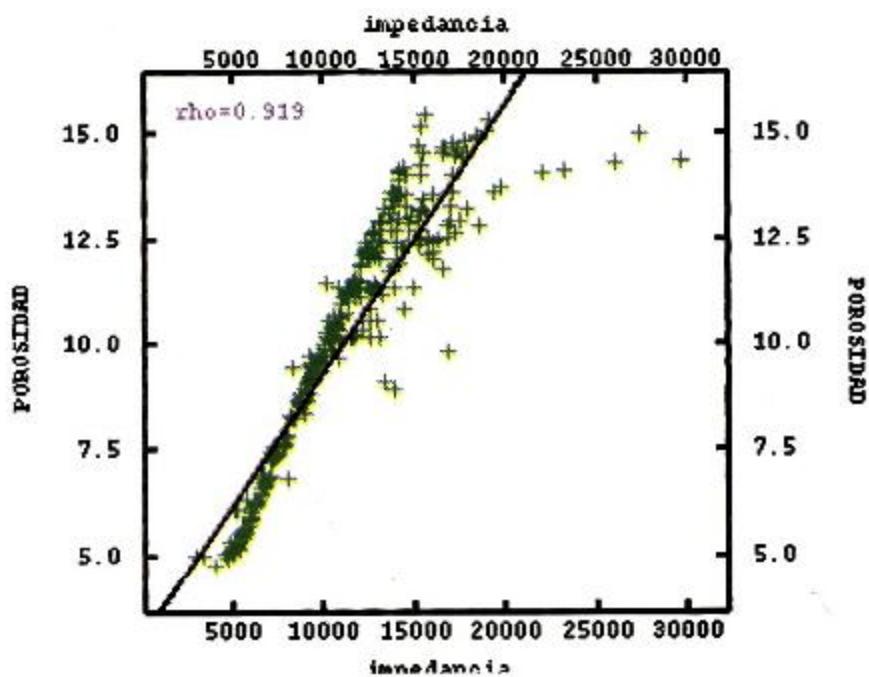


Figura 11. Diagrama de dispersión de los datos de porosidad contra impedancia acústica

Variables	Estadísticos	Porosidad	Impedancia
Porosidad	Coef. de Correlación	1.000	.919
Impedancia	Coef. de Correlación	.919	1.000

Tabla 8 Matriz de correlación de las variables de porosidad e impedancia acústica

ESTIMACIÓN DE LOS VARIOGRAMAS Y AJUSTE DE UN MODELO DE CORREGIONALIZACIÓN LINEAL

La manera más comúnmente aceptada en la actualidad para realizar un análisis geoestadístico multivariado, es a través de un modelo de corregionalización lineal (ver ANEXO A.2). Como en el caso univariado, se estiman los variogramas simples y el cruzado para la porosidad y la impedancia acústica, y luego se ajusta un modelo de corregionalización lineal.

En las figuras 12, 13 y 14 se muestran los variogramas estimados y los modelos de corregionalización lineal, para la porosidad y la impedancia en las direcciones horizontal, vertical y conjunta, respectivamente. En la tabla 9 están dados los parámetros del modelo de corregionalización lineal resultante, tomando en cuenta las tres direcciones. Aquí se puede ver que el modelo ajustado es anisotrópico, puesto que toma en cuenta la diferencia de alcances (longitud de correlación) en las direcciones vertical y horizontal.

Variables	Modelo	Nugget	Meseta	Alcances (m)	
				Horizontal	Vertical
Porosidad	Esférico	0.00	5.50	1,400.00	150.00
Impedancia	Esférico	0.00	10 ⁷	1,400.00	150.00
Porosidad- Impedancia	Esférico	0.00	7.000.00	1,400.00	150.00

Tabla 9 Modelos de los variogramas simples y cruzado ajustados para el modelo de corregionalización lineal.



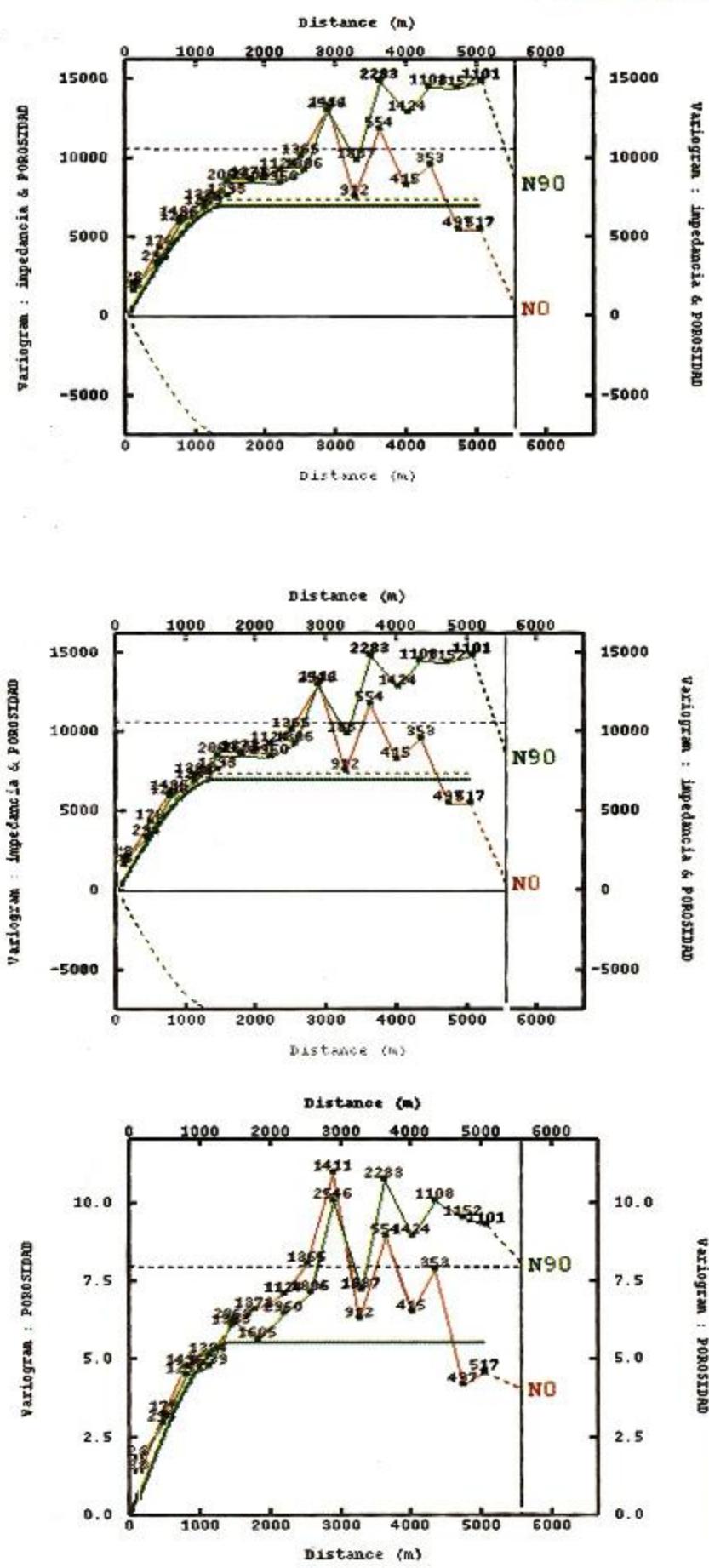


Figura 12. Modelo de corregronalización lineal para la porosidad y la impedancia en la dirección horizontal.

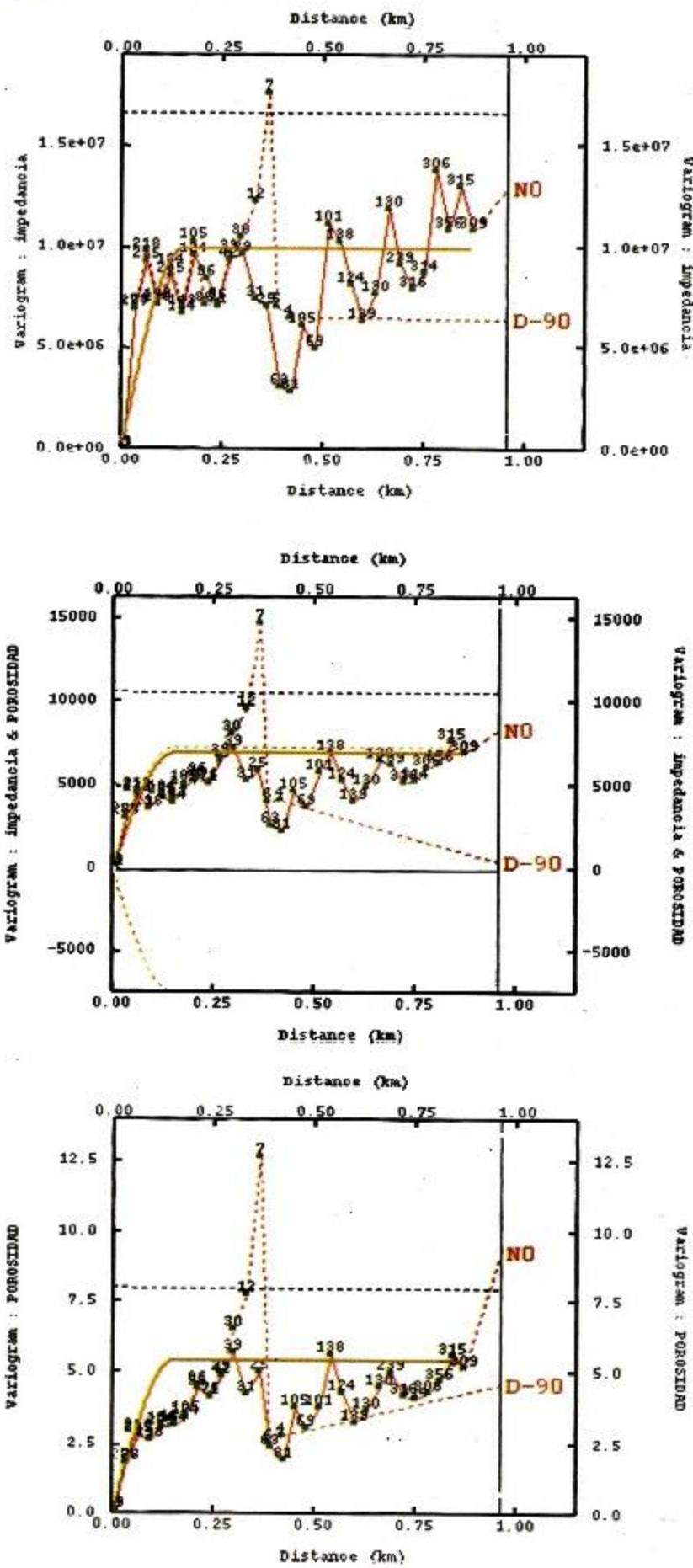


Figura 13. Modelo de corregronalización lineal para la porosidad y la impedancia en la dirección vertical.



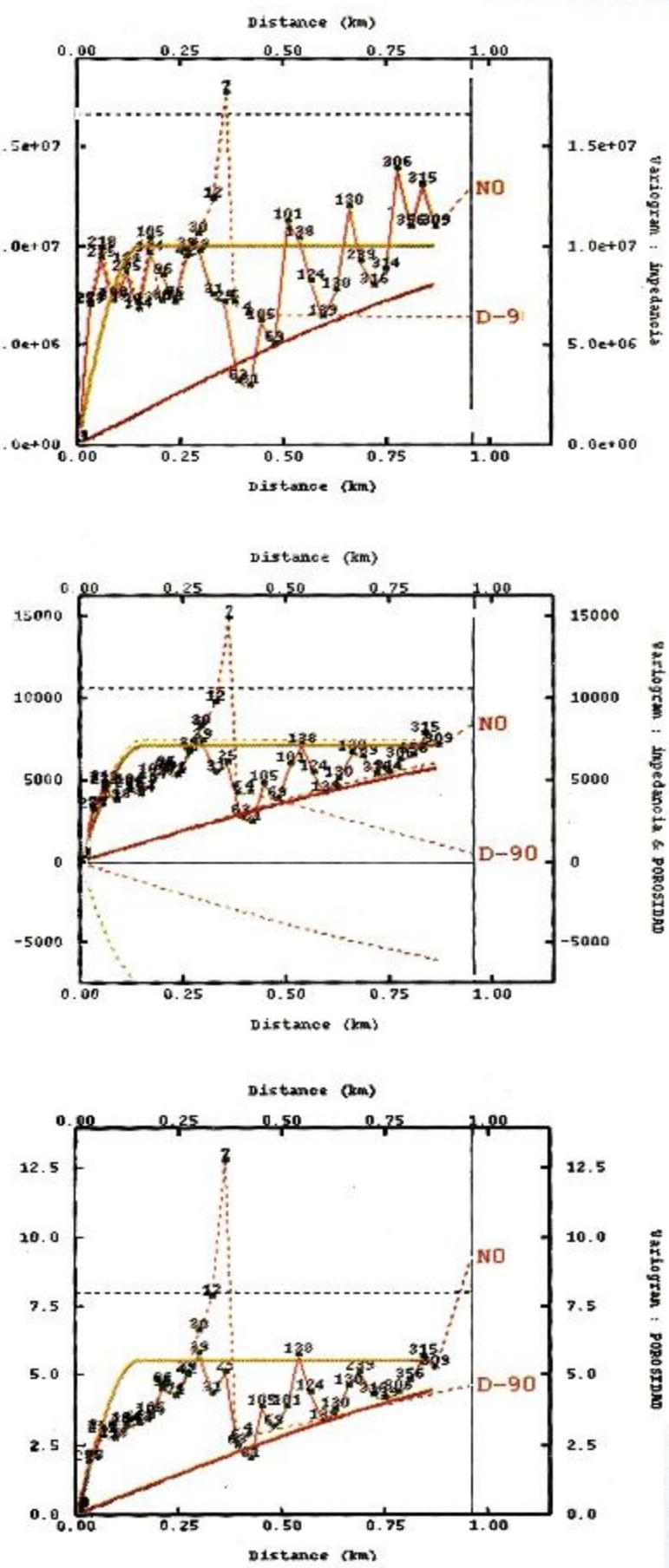


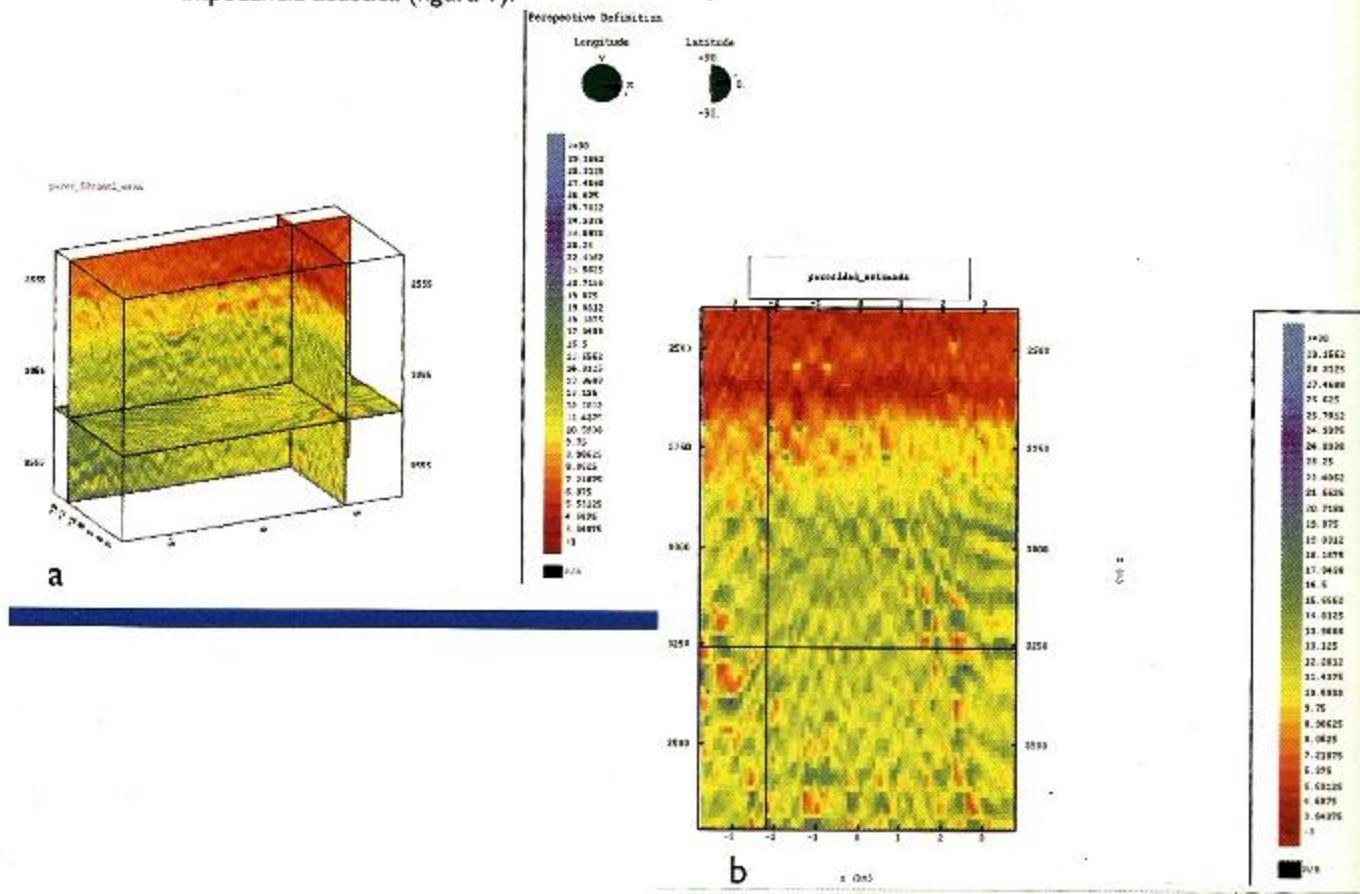
Figura 14. Modelo de corregionalización lineal para la porosidad y la impedancia tomando en cuenta las dos direcciones: horizontal y vertical.

Una vez establecido el modelo de corregionalización lineal, se puede estimar la porosidad usando conjuntamente la impedancia acústica mediante Cokriging Ordinario. En particular usaremos la variante simplificada de cokriging conocida como Cokriging Colocado (ver ANEXO A.3), la cual es más simple computacionalmente, pero su desempeño es similar al del cokriging.

La diferencia fundamental entre ambos métodos, estriba en que mientras en el Cokriging convencional se incluyen en la estimación $2n$ valores, es decir, los n vecinos más cercanos tanto de porosidad como de permeabilidad, mientras que en el Cokriging Colocado sólo se incluyen $n+1$ valores, los n vecinos más cercanos de la porosidad y el valor de la impedancia acústica correspondiente a la malla de la estimación.

Esto se hace por razones de eficiencia computacional, puesto que las matrices que hay que invertir para la estimación en cada punto usando el cokriging convencional son de $2(n+1) \times 2(n+1)$ elementos, mientras que las del cokriging colocado son de $(n+2) \times (n+2)$, reduciéndose considerablemente el número de operaciones. Este aspecto adquiere especial relevancia cuando se posee mallas muy densas, del orden de millones de celdas, como en el caso que nos ocupa, donde cualquier disminución del monto de operaciones a realizar tiene un impacto positivo en la reducción del tiempo de cómputo.

En la figura 15 se muestra la distribución espacial (vista 3D y secciones correspondientes a los planos X-Z, Y-Z y X-Y) de la porosidad estimada de manera conjunta con la impedancia acústica usando Cokriging Colocado. Un examen a simple vista, revela que la distribución espacial de la porosidad así estimada es congruente con los valores de porosidad en pozos (figura 4), pero a su vez reproduce los rasgos espaciales que describe la imagen de impedancia acústica (figura 9).



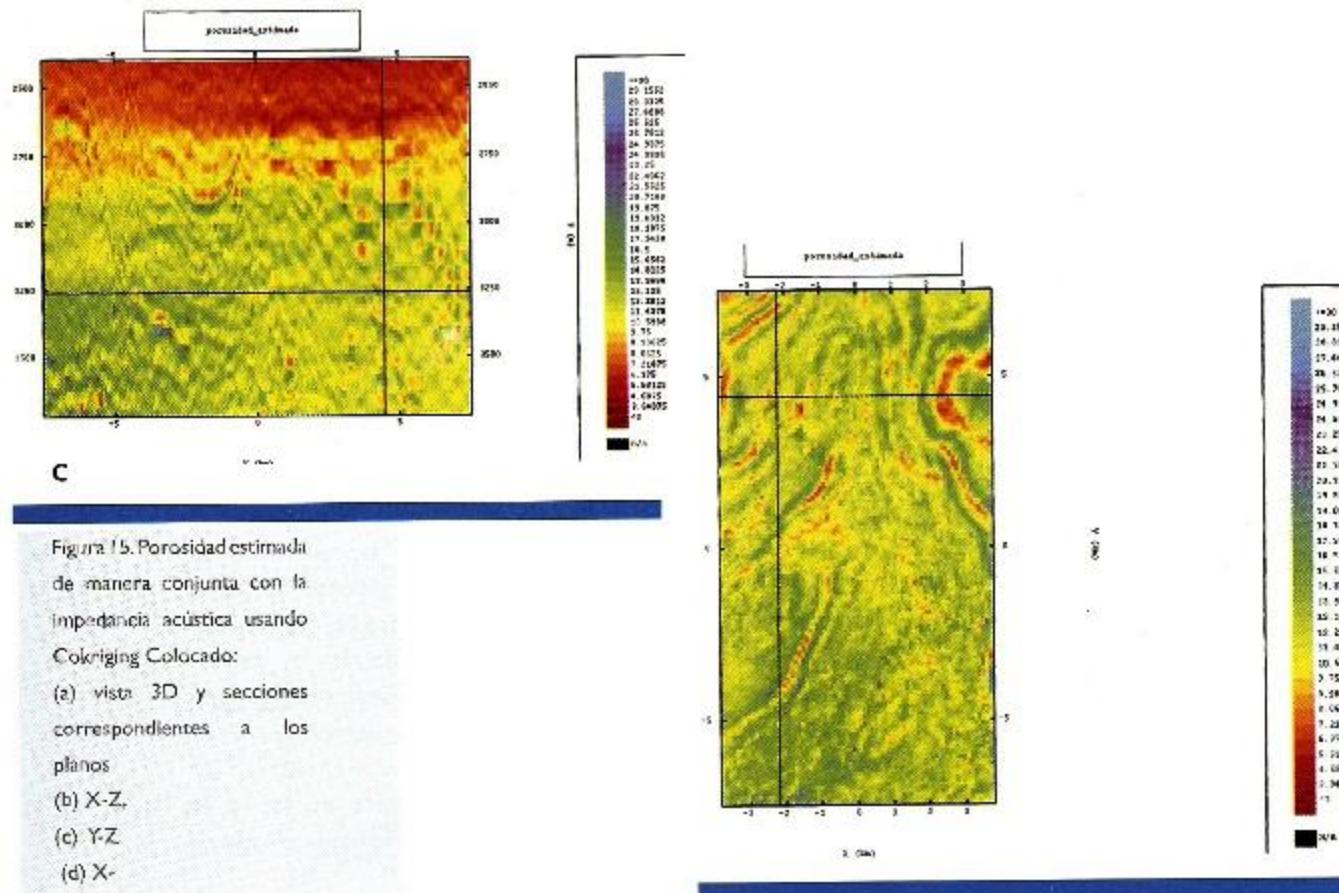


Figura 15. Porosidad estimada de manera conjunta con la impedancia acústica usando Cokriging Colocado:
 (a) vista 3D y secciones correspondientes a los planos
 (b) X-Z,
 (c) Y-Z
 (d) X-

SIMULACIÓN CONDICIONAL CONJUNTA DE LA POROSIDAD CON LA IMPEDANCIA ACÚSTICA USANDO EL MÉTODO DE COSIMULACIÓN COLOCADA CON BANDAS ROTANTES

En esta sección se muestra la otra alternativa que permite obtener un modelo de distribución espacial de la porosidad, integrando la información de porosidad en los pozos con la imagen de impedancia acústica. En general, en la geoestadística existen dos enfoques para la modelación espacial: uno determinista conocido como estimación y el otro estocástico nombrado simulación. A diferencia del método anterior (Cokriging Colocado) que usa un enfoque de estimación, aquí se aplicará un método de simulación estocástica (ver ANEXO B1).

La diferencia esencial entre el enfoque de estimación y el de simulación estriba en la diferencia de los objetivos que persiguen cada uno. Mientras que la estimación a partir de la información disponible siempre produce un único resultado que minimiza la varianza del error de la estimación (es un interpolador óptimo), el enfoque de simulación genera múltiples realizaciones de la función aleatoria, de manera que éstas reproducen las propiedades estadísticas (media, varianza, variograma, histograma, etc.) de los datos que se poseen acerca de la misma.

En otras palabras, en la simulación se persigue la obtención de realizaciones estadísticamente equivalentes, lo cual, ofrece la ventaja de poder manejar de un modo mucho más adecuado el grado de incertidumbre de la propiedad que se desea modelar.

El método en cuestión aquí aplicado es conocido como Cosimulación Colocada. Por su complejidad y requerimientos, es la continuación natural del método de Cokriging Colocado usando el enfoque de simulación, puesto que requiere de todo el procesamiento hecho en la sección anterior y además, porque usa internamente el método de Cokriging Colocado en combinación con un método clásico de simulación conocido como de Bandas Rotantes (ANEXO B3), para generar las simulaciones estocásticas.

La aplicación del método de Cosimulación Colocada se realizó con dos configuraciones del método de Bandas Rotantes, una con 50 y la otra con 100 bandas. Las bandas influyen en la precisión de la estimación de manera que a mayor cantidad de banda es mejor la precisión del método. Pero por otra parte, el aumento del número de bandas incrementa el costo computacional que requiere cada simulación. La elección de 50 y 100 bandas fue basada en el hecho de que se considera que 50 bandas garantiza la precisión mínima requerida para la malla de la estimación que se tiene, y se quiere establecer una comparación en cuanto a la calidad y el desempeño del método al incrementar el número de bandas al doble (100).

Debido al hecho de poder obtener múltiples realizaciones estadísticamente equivalentes, surge de manera natural la pregunta de con cual de ellas nos debemos quedar. Esta respuesta depende del propósito de la simulación. Debido a que el objetivo del presente trabajo consiste en obtener un modelo confiable de la distribución espacial de la porosidad, se eligió una alternativa bastante común que consiste en generar primero un número considerable de realizaciones y luego promediar para obtener los valores medios. En particular se generaron 50 simulaciones para las dos variantes de la simulación usando 50 y 100 bandas.

En las figuras 16 y 17 se muestran las distribuciones espaciales (vista 3D y secciones correspondientes a los planos X-Z, Y-Z y X-Y) de la porosidad promedio simulada de manera conjunta con la impedancia acústica, usando Cosimulación Colocada con 50 y 100 bandas, respectivamente. Un examen a simple vista, nos revela que la distribución espacial de la porosidad así estimada, tal como en el caso del Cokriging Colocado, es congruente con los valores de porosidad en pozos (figura 4), pero a su vez reproduce los rasgos espaciales que describe la imagen de impedancia acústica (figura 9).

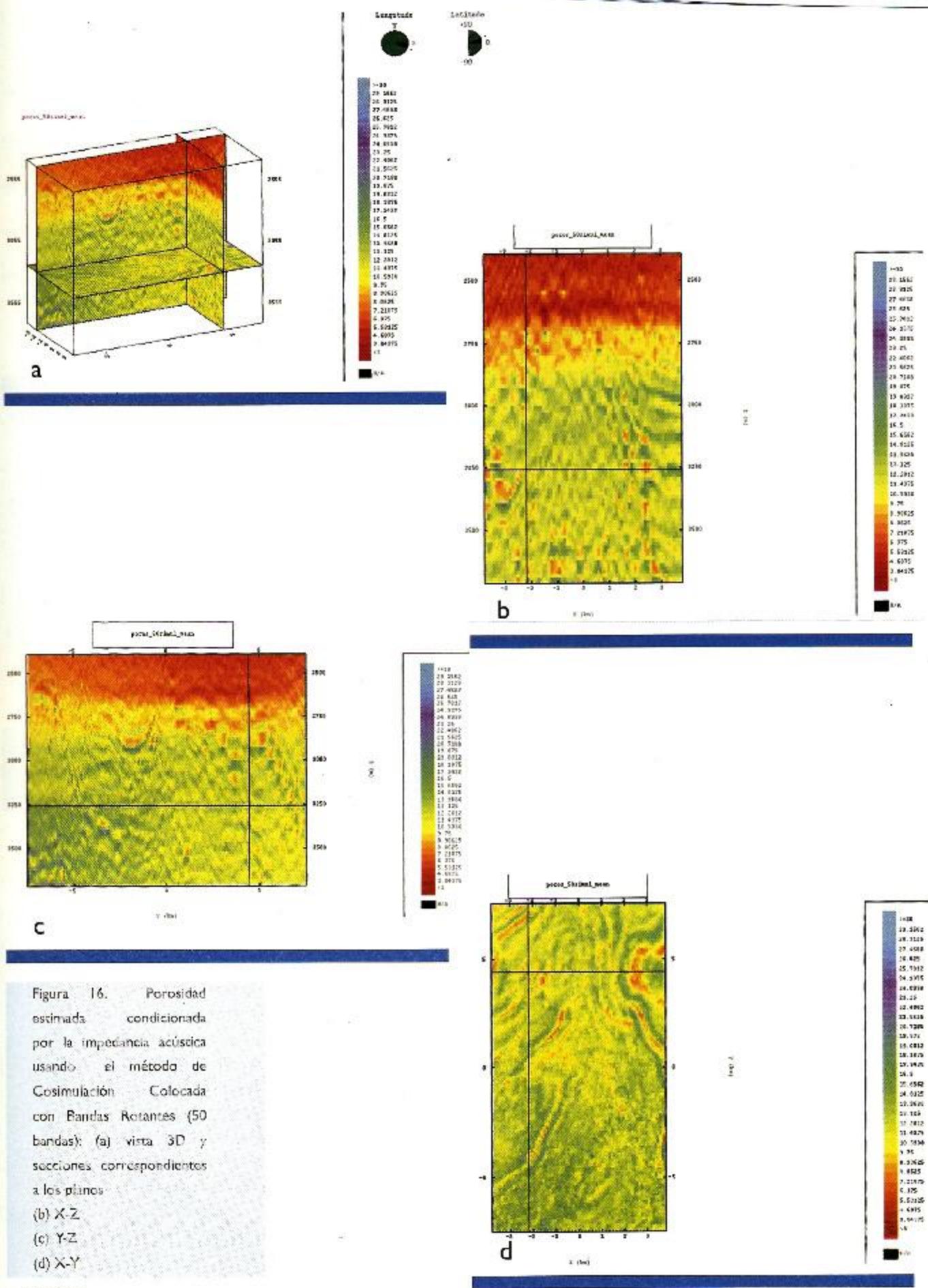


Figura 16. Porosidad estimada condicionada por la impedancia acústica usando el método de Cosimulación. Colocada con Bandas Rotantes (50 bandas): (a) vista 3D y secciones correspondientes a los planos (b) X-Z (c) Y-Z (d) X-Y

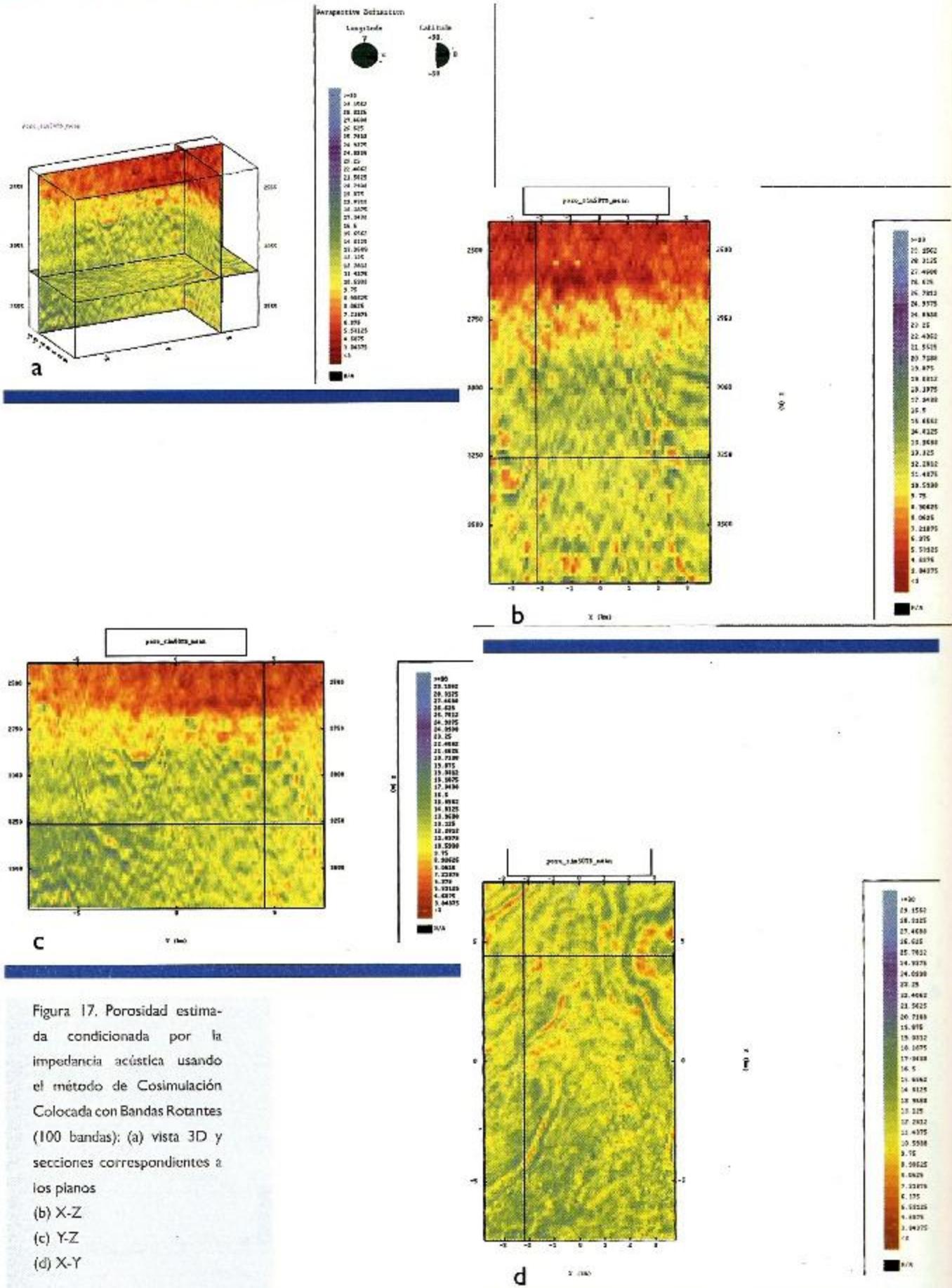


Figura 17. Porosidad estimada condicionada por la impedancia acústica usando el método de Cosimulación Colocada con Bandas Rotantes (100 bandas): (a) vista 3D y secciones correspondientes a los planos
 (b) X-Z
 (c) Y-Z
 (d) X-Y

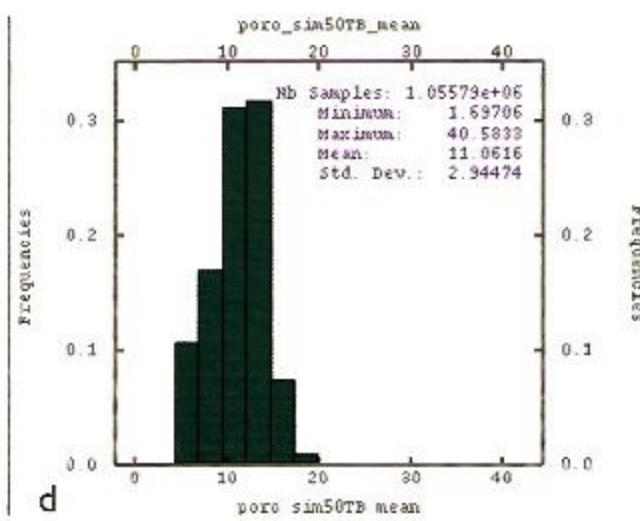
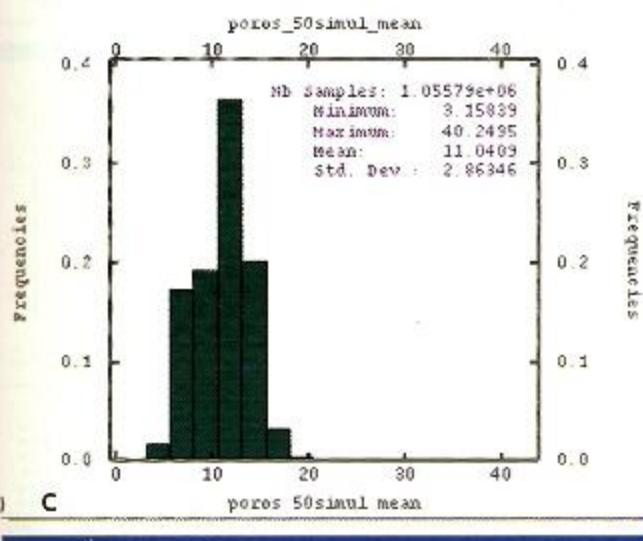
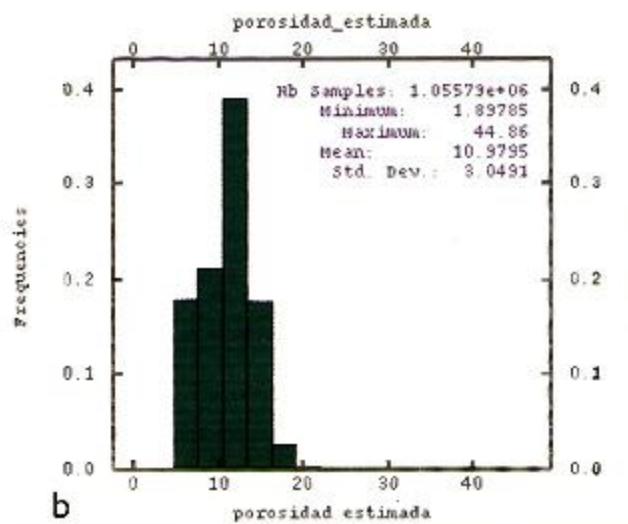
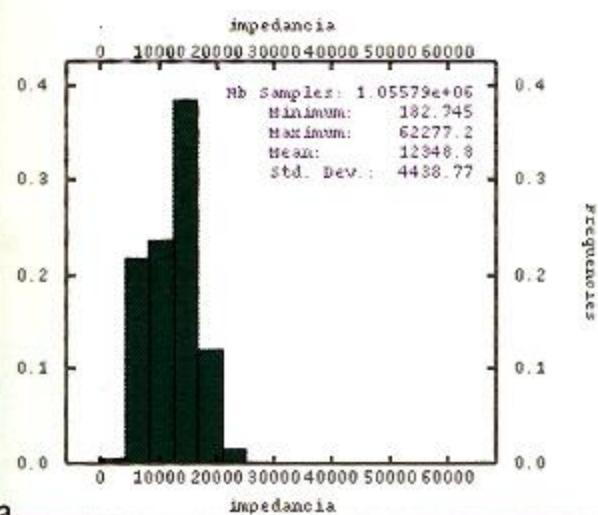


Figura 18 Histograma de la impedancia (a) comparado con los de la porosidad estimada en la malla de la sísmica usando (b) Cokriging Colocado, (c) Cosimulación Colocada con BR (50 bandas) y (d) Cosimulación Colocada con BR (100 bandas).

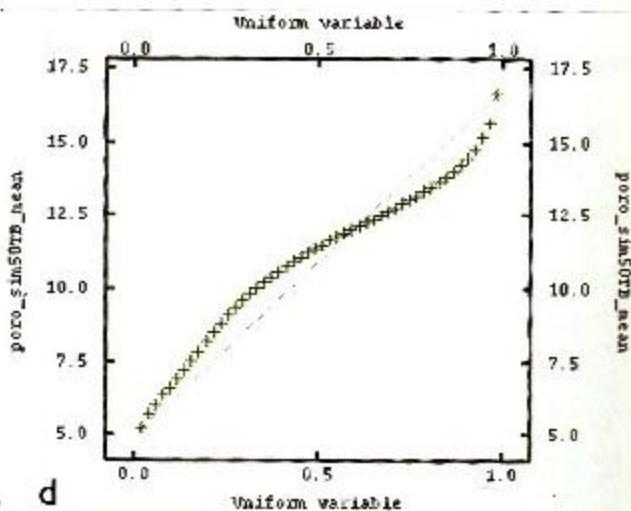
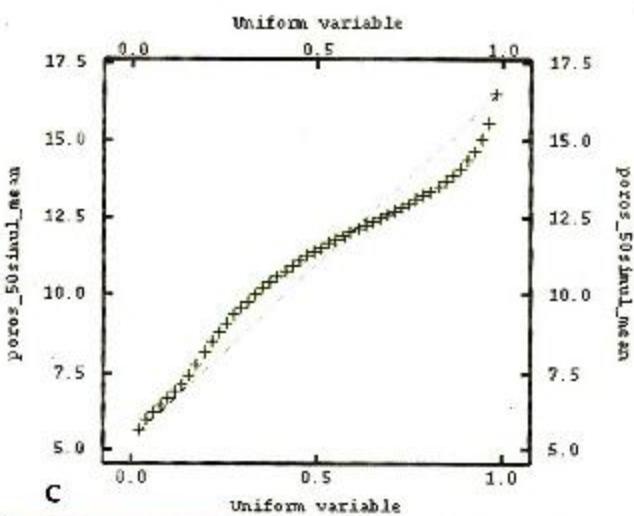
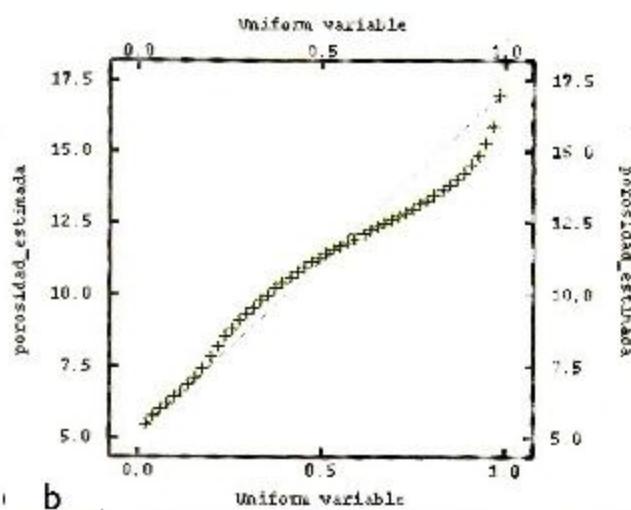
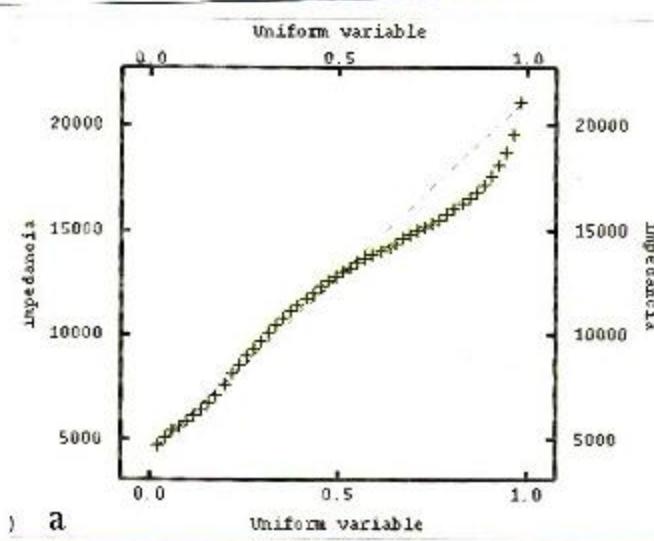


Figura 19. Diagrama Q-Q de la impedancia (a) comparado con los de la porosidad estimada en la malla de la sísmica usando
 (b) Cokriging Colocado,
 (c) Cosimulación Colocada con BR (50 bandas) y
 (d) Cosimulación Colocada con BR (100 bandas).

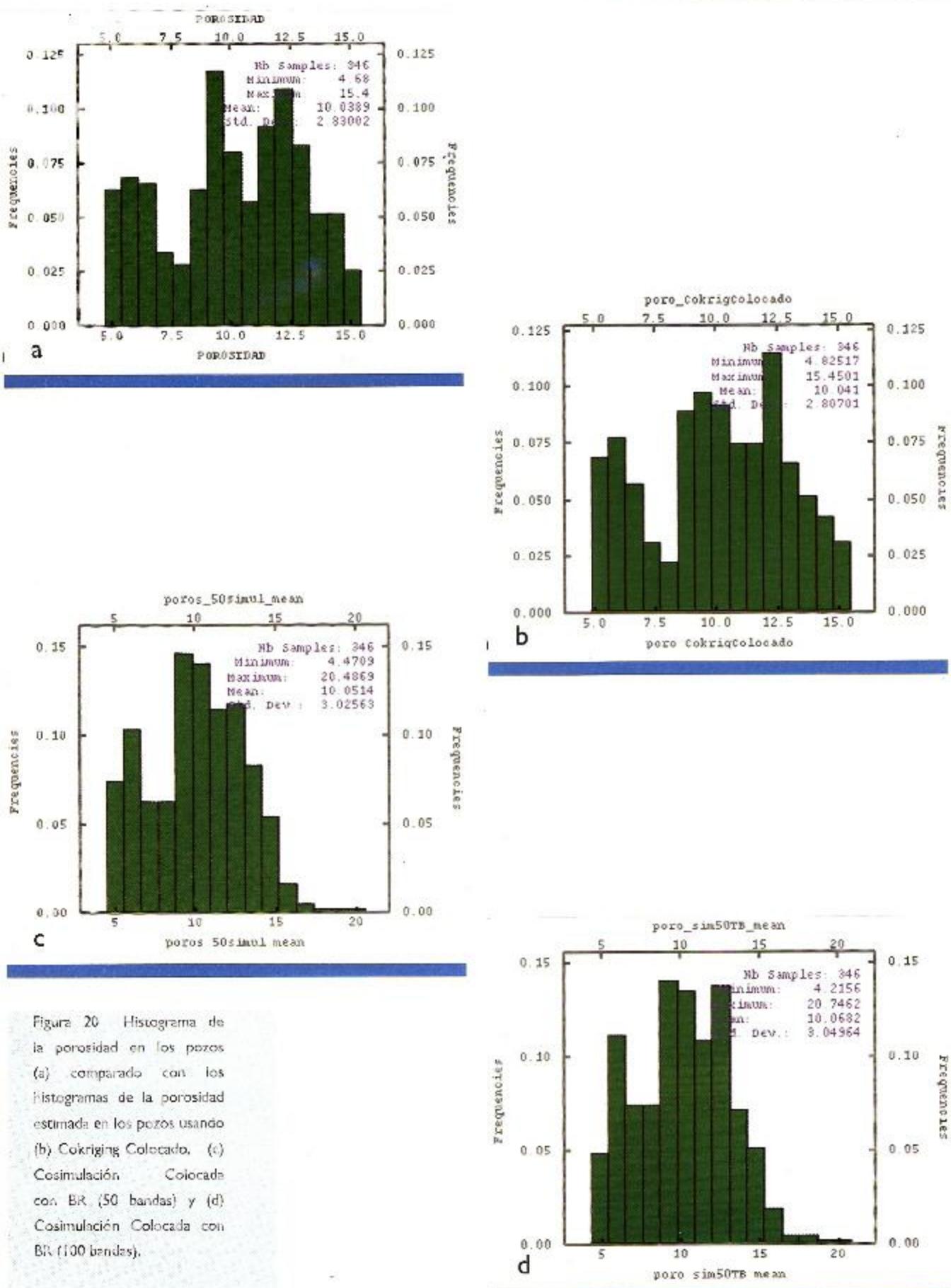


Figura 20. Histograma de la porosidad en los pozos (a) comparado con los histogramas de la porosidad estimada en los pozos usando (b) Cokriging Colocado, (c) Cosimulación Colocada con BR (50 bandas) y (d) Cosimulación Colocada con BR (100 bandas).

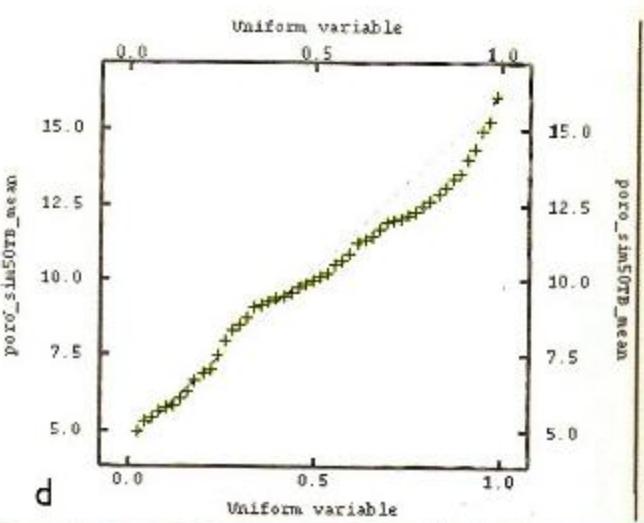
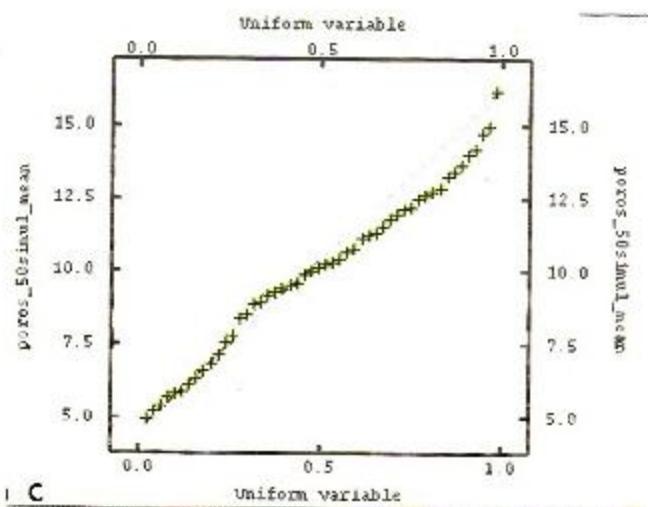
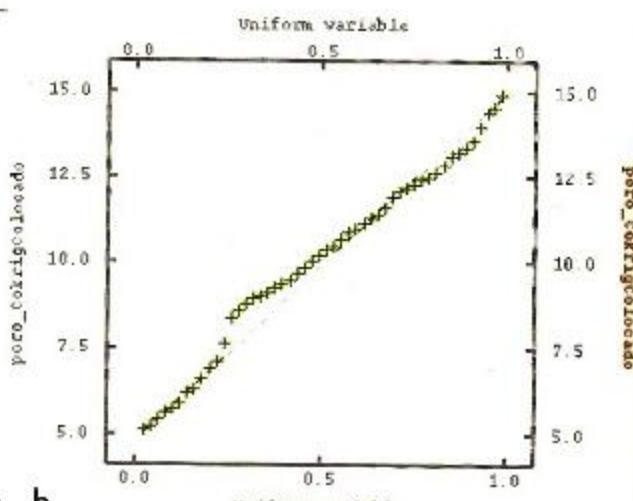
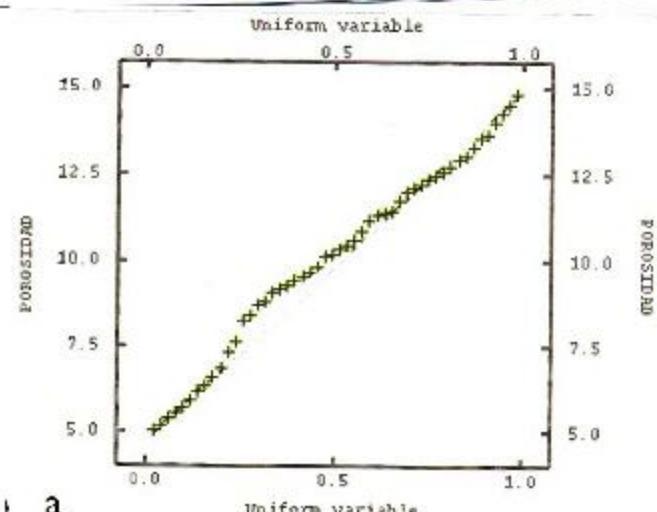


Figura 21. Diagrama Q-Q de la porosidad en los pozos (a) comparado con los de la porosidad estimada en los pozos usando (b) Cokriging Colocado, (c) Cosimulación Colocada con BR (50 bandas) y (d) Cosimulación Colocada con BR (100 bandas).

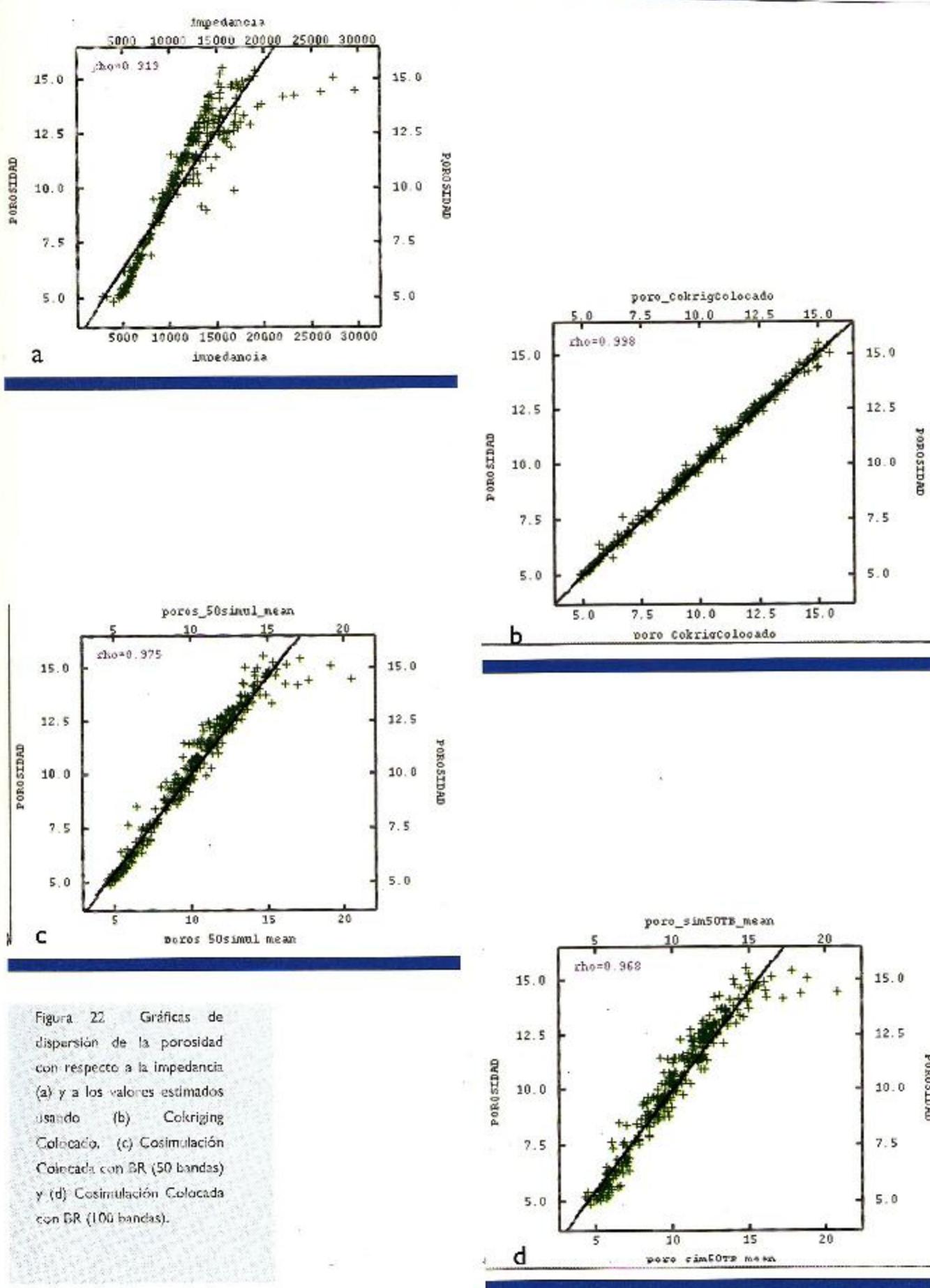


Figura 22. Gráficas de dispersión de la porosidad con respecto a la impedancia (a) y a los valores estimados usando (b) Cokriging Colocado, (c) Cosimulación Colocada con BR (50 bandas) y (d) Cosimulación Colocada con BR (100 bandas).

COMPARACIÓN DE LOS MODELOS DE DISTRIBUCIÓN

Tenemos esencialmente dos enfoques para modelar la distribución espacial de las propiedades petrofísicas usando geoestadística: el de estimación y el de simulación.

Los métodos de Kriging y Cokriging siguen un enfoque de estimación. Con el Kriging obtenemos estimaciones suavizadas de la porosidad, puesto que sólo se usan los valores de porosidad promediados a intervalos cada 30 metros en los pozos. Mientras que con el Cokriging Colocado haciendo uso de la correlación que existe entre la porosidad y la impedancia acústica se obtienen distribuciones mucho más detalladas de la porosidad. En ambos casos los modelos que se obtienen reflejan las tendencias del comportamiento de la distribución espacial de la porosidad.

Estadísticos	Porosidad	Cokriging Colocado	Cosimulación Colocada con BR (50)	Cosimulación Colocada con BR (100)
Núm. muestras	346	1055792	1055792	1055792
Mínimo	4.68	1.90	3.16	1.70
Primer Cuartil	7.82	8.80	9.05	9.05
Mediana	10.16	11.36	11.47	11.43
Tercer Cuartil	12.36	13.04	13.00	13.08
Máximo	15.40	44.86	40.25	40.58
Media	10.04	10.98	11.04	11.06
Desviación Estándar	2.83	3.05	2.86	2.94
Coeficiente de Variación	0.28	0.28	0.26	0.27
Simetría	-0.20	0.07	-0.05	-0.08
Curtosis	2.01	3.16	3.00	3.03

Tabla 10 Resumen de la estadística básica de las estimaciones de la porosidad en la malla de la sísmica.

El enfoque de simulación estocástica puede ser también aplicado usando sólo los datos de porosidad en pozos con un método como el de Bandas Rotantes o Secuencial Gaussiano condicionados, pero también adolecería de la misma suavidad de la estimación hecha con Kriging. Por esto se prefirió experimentar con alternativas que tomaran en cuenta simultáneamente la información de pozos y la sísmica, como es el caso de la Cosimulación (simulación conjunta) Colocada. Se realizaron 50 simulaciones con el método de Bandas Rotantes con 50 y 100 bandas, y se promediaron.

En las figuras 18 y 19 se muestran los histogramas y los diagramas Q-Q de la impedancia comparados con los de la porosidad obtenida en la malla de la sísmica usando Cokriging Colocado y Cosimulación Colocada con BR de 50 y 100 bandas. Se puede ver que todos son muy parecidos por su forma, indicando que las distribuciones a la escala de la sísmica están preferentemente guiadas por la impedancia acústica. Mientras que, en las figuras 20 y 21, donde se muestran los histogramas y los diagramas Q-Q de la porosidad obtenida en los pozos, usando los mismos métodos ya mencionados, las distribuciones de la porosidad reproducen como era de esperar el comportamiento a la escala de pozo.

En la tabla 10 se ofrece una comparación de la estadística básica de los valores de porosidad en los pozos respecto a los obtenidos con Cokriging Colocado y Cosimulación Colocada con BR de 50 y 100 bandas, en la malla de la sísmica. En la misma se puede observar que existen diferencias significativas entre los valores reales y los obtenidos respecto a los máximos (15.40, 44.86, 40.25, 40.58) y los valores medios (10.04, 10.98, 11.04, 11.06), de lo cual es responsable la impedancia acústica.

Mientras que en la tabla 11, la estadística básica de los valores de porosidad en los pozos comparados con los obtenidos con Cokriging Colocado y Cosimulación Colocada con BR de 50 y 100 bandas, restringidos a los pozos es muy coherente.

Una diferencia esencial que existe entre las estimaciones y las simulaciones es que las simulaciones reproducen la estadística de los datos originales mientras que las estimaciones no lo hacen. Como un indicador de este hecho puede servir los gráficos de dispersión de la porosidad con respecto a la impedancia en la figura 22, donde se puede observar que la estimación con Cokriging Colocado (figura 22 b) exhibe un patrón de correlación idealizado sin casi dispersión respecto a la recta de correlación, mientras que las simulaciones (figura 22 c y d) se comportan de una manera más realista, ya que sus patrones de dispersión se desvían de la recta de regresión, para valores altos de porosidad e impedancia tal como se observan en los datos originales (figura 22 a).

Un aspecto no menos importante a tomar en cuenta para decidir cual de los métodos usados debe aplicarse en casos prácticos de caracterización de yacimientos, es el desempeño computacional de los mismos. En este trabajo no nos planteamos el objetivo de hacer un análisis comparativo riguroso del desempeño de cada uno de los métodos, no obstante se midieron los tiempos de ejecución, en términos del tiempo de uso del procesador medido en minutos, como un indicador del costo computacional (Tabla 12).



Estadísticos	Porosidad	Cokriging Colocado	Cosimulación Colocada con BR (50)	Cosimulación Colocada con BR (100)
Núm. muestras	346	346	346	346
Mínimo	4.68	4.83	4.47	4.22
Primer Cuartil	7.82	8.13	7.74	7.77
Mediana	10.16	10.30	10.08	9.99
Tercer Cuartil	12.36	12.26	12.21	12.16
Máximo	15.40	15.45	20.49	20.75
Media	10.04	10.04	10.05	10.07
Desviación Estándar	2.83	2.81	3.03	3.05
Coeficiente de Variación	0.28	0.28	0.30	0.30
Simetría	-0.20	-0.19	0.14	0.20
Curtosis	2.01	2.05	2.62	2.70

Tabla 11 Resumen de la estadística básica de las estimaciones de la porosidad en los pozos

En la tabla 12 se puede apreciar, como era de esperar, que se incrementa el costo computacional con el aumento de la complejidad de los métodos. El Kriging y el Cokriging Colocado tienen desempeños muy similares debido a que, como ya se mencionó anteriormente, resuelven sistemas de ecuaciones casi del mismo tamaño. Mientras que las simulaciones de 100 bandas muestra un aumento significativo del tiempo de cómputo respecto a las de 50 bandas y no aportan un incremento relevante en la calidad de los modelos como se puede juzgar por los resultados estadísticos de las tablas 10 y 11. Por lo que parece indicar que un número de 50 bandas puede ser suficiente para obtener simulaciones confiables en casos como el que nos ocupa.

Una comparación entre estimación y simulación en término de costo computacional no tiene mucho sentido ya que la decisión entre realizar una estimación o hacer simulaciones depende más del propósito y alcances del estudio que del desempeño de los métodos. Además, cuando se hacen simulaciones se deben realizar un número mínimo de entre 50 y 100 realizaciones para obtener una estadística representativa.

	Kriging	Cokriging Colocado	Cosimulación Colocada con BR (50)	Cosimulación Colocada con BR (100)
Tiempo de Ejecución en una Estación de trabajo SUN FIRE	18 min	19 min	26 min	100 min

Tabla 12 Resumen de los tiempos de ejecución de cada uno de los métodos. (8)
Tiempo de una simulación



El obtener en conjunto varios atributos sísmicos, es una ayuda como indicador de hidrocarburos, además sirven para identificar rasgos estructurales como fallas, fracturas, discordancias, etc. Para este estudio, el atributo de impedancia acústica fue el de mayor importancia, ya que se correlacionó con la porosidad efectiva por medio de técnicas geoestadísticas. En este trabajo se muestra la importancia de la geoestadística como una potente herramienta para la integración de información geológica, petrofísica y sísmica.

Se analizaron las propiedades petrofísicas de porosidad efectiva, porosidad secundaria, saturación de agua y volumen de arcilla y se realizó un análisis de estadística básica para cada uno de las propiedades, para conocer su comportamiento dentro del yacimiento. Se realizaron las correlaciones entre cada una de ellas, dando resultados muy bajos, con histogramas muy asimétricos y gran diferencia entre los valores medios y medianas. Mientras que la porosidad efectiva presentó valores más simétricos y el valor medio muy parecido a la mediana.

El discretizar los valores de porosidad efectiva, en capas o intervalos pequeños (30 m), para correlacionar con atributos sísmicos, ayuda a tener un mejor amarre de los datos y que los resultados sean más consistentes o precisos. Ya que la estadística de la porosidad mejoró notablemente, con un mejor grado de simetría,

En los modelos de kriging y cokriging colocado, se observó que la distribución de la porosidad en ambos modelos fue semejante. Los dos modelos reflejan las tendencias del comportamiento de la distribución de la porosidad. En el cokriging colocado la distribución de la porosidad estimada es congruente con los valores de porosidad en pozos, además reproduce los rasgos espaciales que describe la imagen de impedancia acústica. Kriging da estimaciones suavizadas de la porosidad y Cokriging Colocado por la correlación que existe entre la porosidad y la impedancia acústica da distribuciones mucho más detalladas de la porosidad.

Se realizó la simulación gaussiana y de bandas rotantes con las variables de porosidad e impedancia acústica. La Cosimulación Colocada aplicada a la porosidad, fue de 50 y 100 bandas rotantes. La distribución de la porosidad es congruente con los valores de porosidad en pozos, y a su vez reproduce los rasgos espaciales que describe la imagen de impedancia acústica. Es similar que el cokriging colocado. El tiempo de cómputo fue muy diferente, ya que una simulación de 100 BR tardó 100 min. y la de 50 BR tardó 26 min.

Los modelos geoestadísticos empleados en la caracterización de yacimientos, para este caso, la porosidad efectiva, dieron resultados semejantes, no presentaron rasgos contrastantes y su distribución tenía la misma tendencia. Ya que los métodos de cokriging colocado y de cosimulación de banda rotantes (50 y 100), dieron como resultado una distribución de la porosidad con la misma tendencia.

Los tiempos de computo entre los procesos de kriging, cokriging colocado y cosimulación con 50 BR, son casi iguales. Mientras que para el proceso de cosimulación de 100 BR, la diferencia es muy enorme. Por lo que, se recomienda trabajar con el proceso de cosimulación con 50 BR, ya que da buenos resultados y en tiempo de computo no hay gran diferencia.

Para la aplicación de la geoestadística, se requiere contar con buena información de datos de registros de pozo, conocer la geología del yacimiento, definir la malla de acuerdo al área y a la distribución de los pozos y tener atributos sísmicos, para correlacionarlos con las propiedades petrofísicas, de esta manera conocer su distribución en el área de interés.



1. Brown, A.R, Interpretation of three-dimensional seismic data. third edition. AAPG memoir 42, 341 p. (1991).
2. Brown, L. F.Jr and Fisher, W. L., "Principles of seismic stratigraphic interpretation, of depositacional systems and lithofacies from seismic data". Austin, Texas (1979).
3. Casar-González, R. Modelado Estocástico de propiedades petrofísicas en yacimientos de alta porosidad secundaria. Tesis de Doctorado en Ingeniería, UNAM (2003).
4. Castrignano, A., Fornaro, F., Basso, B., Tomaiuolo, M., "Assessing non-stationary variability in durum wheat yield using intrinsic random functions of order K". Istituto Sperimentale Agronomico, MIPAF Bari, Italy (2003).
5. Chan, G., "An effective method for Simulating Gaussian random fields". American Statistical Association. P 133-138. (1999).
6. Christakos G. Random field models in Earth sciences. Center for integrate study of the environment. New Delhi. 1992.
7. Consentino, Luca, Integrated Reservoir Studies. Editions TECHNIP, Paris France (2001).
8. Deutsch, C.V. Geostatistical Reservoir Modeling. Oxford University Press. U.S.A (2002).
9. Dubrule, Olivier, Geostatistics for Seismic Data Integration in Earth Models. Society of Exploration Geophysicists (SEG). EAGE (2003).
10. Golub G.H., Van Loan C.F., Matrix computations. Johns Hopkins University Press, Third ed. 1989.
11. Goovaerts P. Geostatistics for natural resources evaluation. Oxford Univ. Press, New York, p. 483.
12. Goulard M. and M. Voltz. Linear coregionalization model: tools for estimation and choice of cross-variogram matrix. Math. Geol., 1992. v. 24, n.3, p. 269-286.
13. Kelkar M. and Perez G., Applied Geostatistics for Reservoir Characterization Society of Petroleum Engineers Inc. Richardson, Texas (2002).
14. Moore Clyde, H., Carbonate Reservoirs, porosity evolution and diagenesis in a sequence stratigraphic framework. Colorado school of mines, Golden, CO, USA. (2001).
15. PEMEX, Exploración y Producción. Las Reservas de Hidrocarburos de México. Vol. I y II. 1999.
16. PEMEX, Exploración y Producción. Las Reservas de Hidrocarburos de México, 2003.
17. Rosenfeld, J. H. "El potencial económico del Bloque de Yucatán en México, Guatemala y Belice". Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana, Tomo LV, No. 1, p. 30-37, (2002).
18. Sheriff, R.E. and Geldart, L.P., Exploración Sismológica, vol. I, Noriega y Limusa, 1991.
19. Schlumberger, Fundamentos de registros geofísicos. Volumen I.
20. Schlumberger, Evaluación de Formaciones en México. 1984.
21. Wackernagel H. Multivariate geostatistics: an introduction with applications. Springer-Verlag. Berlin. 1995. P.256.



A.I Conceptos Básicos de Geoestadística Multivariada

La estimación conjunta de variables aleatorias regionalizadas, más comúnmente conocida como Cokriging (Kriging Conjunto) es el análogo natural del Kriging de una función aleatoria. Mientras que el Kriging utiliza la correlación espacial para determinar los coeficientes en el estimador lineal, el Cokriging utiliza la correlación espacial y la correlación entre funciones aleatorias al mismo tiempo.

Las aplicaciones que han recibido una mayor atención en la geoestadística son los casos donde dos o más variables están muestreadas, pero una está menos muestreada que las otras o existe la presencia de errores de muestreo.

Existe un número de dificultades prácticas, la más importante de todas es la ausencia de modelos estándar para las covarianzas cruzadas o covariogramas. Por lo que la alternativa más usual consiste en la construcción de un *modelo de correacionalización lineal* que garantiza que las matrices de covarianzas sean positivo definidas y consecuentemente se pueden plantear correctamente las ecuaciones del Cokriging.

Función Aleatoria

Es el concepto en que se basa toda la geoestadística y se puede interpretar como la extensión natural del concepto de variable aleatoria cuando ésta además es una función de la posición. Si a cada punto \underline{x} que pertenece a un dominio en el espacio le hacemos corresponder una variable aleatoria $z(\underline{x})$, entonces el conjunto de variables aleatorias espacialmente distribuidas $\{z(\underline{x}), \underline{x} \in \Omega\}$ será una función aleatoria $Z(\underline{x})$.

Momentos cruzados de segundo orden

Cuando tenemos más de una función aleatoria $Z(\underline{x})$ se pueden definir los momentos de segundo orden que miden el grado de correlación de las mismas.

Bajo la hipótesis de estacionariedad de segundo orden (estacionalidad de los momentos de primer y segundo orden), se puede definir para cada par de variables $Z_i(\underline{x})$ y $Z_j(\underline{x})$ la covarianza cruzada como:

$$C_{ij}(h) = E \{ [Z_i(\underline{x}+h) - m_i][Z_j(\underline{x}) - m_j] \} \quad (1)$$

y correspondientemente el semivariograma cruzado se define como:

$$\gamma_{ij}(h) = \frac{1}{2} E \{ [Z_i(\underline{x}+h) - Z_i(\underline{x})][Z_j(\underline{x}+h) - Z_j(\underline{x})] \} \quad (2)$$

donde $m_i = E[Z_i(\underline{x})]$ y $m_j = E[Z_j(\underline{x})]$ son los valores esperados de $Z_i(\underline{x})$ y $Z_j(\underline{x})$, respectivamente.

En el caso particular cuando $i = j$, los momentos cruzados se convierten en la covarianza y en la semivarianza de la variable $Z_i(\underline{x})$.



Estimación de los momentos cruzados de segundo orden

El método más usual para estimar el semivariograma cruzado es el siguiente:

$$\hat{\gamma}_{ij}(\underline{h}) = \frac{1}{2N(\underline{h})} \sum_{k=1}^{N(\underline{h})} [Z_i(\underline{x}_k + \underline{h}) - Z_i(\underline{x}_k)][Z_j(\underline{x}_k + \underline{h}) - Z_j(\underline{x}_k)] \quad (3)$$

donde $N(\underline{h})$ es el número de pares $\{Z_i(\underline{x}_k), Z_i(\underline{x}_k + \underline{h})\}$ y $\{Z_j(\underline{x}_k), Z_j(\underline{x}_k + \underline{h})\}$ separados a una distancia $\underline{h} = |\underline{h}|$.

El cual es una generalización del estimador del semivariograma simple y por lo tanto adolece de los mismos problemas y limitaciones.

A.2 Modelo de Corregionalización Lineal

El análisis estructural multivariado que se requiere para el Cokriging es mucho más complejo y sofisticado que el que demanda el Kriging ya que para modelar los variogramas cruzados de n variables aleatorias regionalizadas, se deben modelar (ajustar) un total de $n(n+1)/2$ variogramas simples. Mientras que el uso de modelos de variogramas autorizados o combinaciones de éstos no garantiza, es decir no es una condición suficiente, como lo es en el caso univariado para que la matriz de covarianzas $\underline{\underline{C}}(\underline{h})$ sea positiva definida.

La manera más comúnmente aceptada en la actualidad para realizar un análisis estructural multivariado es a través de un modelo de corregionalización lineal (Goovaerts, 1997). No obstante existen otras metodologías menos difundidas que usan métodos espectrales y están basadas en el teorema de Bochner (Christakos, 1992; Wackernagel, 1995).

Un modelo de corregionalización lineal está dado por

$$\underline{\underline{C}}(\underline{h}) = \sum_{k=0}^S \underline{\underline{V}}_k \rho_k(\underline{h}) \Leftrightarrow C_{ij}(\underline{h}) = \sum_{k=0}^S \sigma_{ij}^k \rho_k(\underline{h}) \quad (4)$$

en términos de las covarianzas o equivalentemente

$$\underline{\underline{\gamma}}(\underline{h}) = \sum_{k=0}^S \underline{\underline{V}}_k \gamma_k(\underline{h}) \Leftrightarrow \gamma_{ij}(\underline{h}) = \sum_{k=0}^S \sigma_{ij}^k \gamma_k(\underline{h}) \quad (5)$$

en términos de las semivarianzas. Y se interpreta como $S+1$ estructuras anidadas a diferentes escalas y las matrices de corregionalización $\underline{\underline{V}}_k$ son las matrices de covarianzas que describen la correlación multivariada a la escala k . Note que a cada escala k le corresponde una estructura elemental o básica con mesetas igual a la unidad

$(\rho_k(\underline{h}) \circ \gamma_k(\underline{h}))$. Si determinada estructura básica no está presente, se le hace corresponder un coeficiente cero en la matriz $\underline{\underline{V}}_k$.

El punto medular para poder establecer un modelo de corregionalización lineal consiste en probar que las matrices de coeficientes $\underline{\underline{V}}_k$ son positivas semidefinidas.



Por definición, una matriz $\frac{V}{\leq k}$ es positiva semidefinida (Golub y Van Loan, 1989) si

$$\underline{b}^T \frac{V}{\leq k} \underline{b} \geq 0, \quad \forall \underline{b} \quad (6)$$

donde \underline{b} es un vector cualquiera. Cuando una matriz es positiva semidefinida sus valores propios y los determinantes de ella y de todos sus menores principales son no negativos.

Una condición suficiente para que el modelo de corregionalización lineal sea válido consiste

en que todas las matrices de corregionalización $\frac{V}{\leq k}$ sean positivas semidefinidas.

Para el caso general este hecho no es sencillo de verificar, por lo que nos restringiremos a dar las condiciones que permiten garantizar la validez del modelo de corregionalización lineal para el caso de dos funciones aleatorias por ser el caso que mayormente se aplica en la práctica.

Modelo de corregionalización lineal en el caso de dos funciones aleatorias

Un ejemplo de modelo de corregionalización lineal en el caso de dos funciones aleatorias

$Z_1(\underline{x})$ y $Z_2(\underline{x})$, es

$$\begin{pmatrix} \gamma_{11}(\underline{h}) & \gamma_{12}(\underline{h}) \\ \gamma_{21}(\underline{h}) & \gamma_{22}(\underline{h}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{11}^0 & \sigma_{12}^0 \\ \sigma_{21}^0 & \sigma_{22}^0 \end{pmatrix} \gamma_0(\underline{h}) + \dots + \begin{pmatrix} \sigma_{11}^s & \sigma_{12}^s \\ \sigma_{21}^s & \sigma_{22}^s \end{pmatrix} \gamma_s(\underline{h}) \quad (7)$$

Para asegurar de que el modelo sea válido es suficiente probar que

$$\sigma_{11}^k > 0 \text{ y } \sigma_{22}^k > 0, \quad \forall k = 0, \dots, S \quad (8)$$

$$|\sigma_{12}^k| \leq \sqrt{\sigma_{11}^k \sigma_{22}^k}, \quad \forall k = 0, \dots, S$$

El procedimiento general para ajustar un modelo de corregionalización lineal consiste en postular el número de estructuras y sus modelos elementales correspondientes para los cuales están definidos los rangos o alcances, y luego intentar el ajuste de las mesetas mediante prueba o error, o aplicando algún método de optimización.

El esquema general usando el método de prueba y error es el siguiente:

1. Modelar cada semivariograma simple $\gamma_i(\underline{h})$, $i=1, \dots, n$ y semivariograma cruzado $\gamma_{ij}(\underline{h})$, $i \neq j$, y $i, j = 1, \dots, n$ individualmente según el procedimiento expuesto en el capítulo 3 del análisis estructural de una función aleatoria.
2. Determinar el número de estructuras anidadas $S+1$ de manera que sea mínimo (es deseable que sea cuanto más tres), según las consideraciones siguientes:
 - a) Si $\sigma_{ij}^k > 0$ entonces $\sigma_{ii}^k > 0$ y $\sigma_{jj}^k > 0$. Es decir, si una estructura $\gamma_k(\underline{h})$ hace contribución al modelo anidado del variograma cruzado $\gamma_{ij}(\underline{h})$, entonces debe contribuir también en el modelo de los variogramas simples $\gamma_{ii}(\underline{h})$ y $\gamma_{jj}(\underline{h})$. Lo contrario es falso.



- b) Si $\sigma_{ii}^k > 0$ y $\sigma_{jj}^k > 0$ no implica nada sobre σ_y^k . Es decir, si una estructura $\gamma_k(\underline{h})$ hace contribución a los modelos anidados de los variogramas simples $\gamma_h(\underline{h})$ y $\gamma_{\bar{y}}(\underline{h})$, dicha estructura puede contribuir o no en el modelo anidado del variograma cruzado $\gamma_y(\underline{h})$.
- c) Si $\sigma_{ii}^k = 0$, entonces $\sigma_y^k = 0$, $\forall j = 1, \dots, n$. Es decir, si una estructura $\gamma_k(\underline{h})$ no contribuye en el modelo anidado del variograma simple $\gamma_h(\underline{h})$, entonces dicha estructura no puede contribuir en ninguno de los modelos anidados de los variogramas cruzados $\gamma_y(\underline{h})$ que involucran a la componente i .
3. Comprobar que todos los determinantes de los menores de orden dos son no negativos.
 4. Verificar que todas las matrices de corregionalización $\underline{\underline{V}}_k$ sean positivas semidefinidas, en caso contrario hacer los cambios necesarios hasta satisfacer la condición o volver al paso 2.

A.3 Ecuaciones del Cokriging Colocado

A continuación, primero se mostrará la formulación general del Cokriging para el caso de dos funciones aleatorias correlacionadas y luego el método del Cokriging Colocado por ser éste un caso particular del primero.

Cokriging para el caso de dos funciones aleatorias correlacionadas

Supongamos que tenemos dos funciones aleatorias $Z_1(\underline{x})$ y $Z_2(\underline{x})$ que son estacionarias de segundo orden, entonces se cumple que:

$$E[Z_1(\underline{x})] = m_1, \quad E[Z_2(\underline{x})] = m_2 \quad (.9)$$

$$C_{12}(\underline{x} - \underline{y}) = E[Z_1(\underline{x}) Z_2(\underline{y})] \quad (.10)$$

El estimador del Cokriging sería de la siguiente forma:

$$\underline{Z}^*(\underline{x}) = \sum_{k=1}^n \Gamma_k \underline{Z}(\underline{x}_k) \quad (.11)$$

$$Z_i^*(\underline{x}) = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^2 \lambda_{ij}^k Z_j(\underline{x}_k), \quad i = 1, 2 \quad (.12)$$

El sistema de ecuaciones del Cokriging es el siguiente:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n \Gamma_j C(\underline{x}_i - \underline{x}_j) + \mu = C(\underline{x}_i - \underline{x}) \\ \sum_{k=1}^n \Gamma_k = 1, \quad i = 1, \dots, n \end{cases} \quad (.13)$$



donde $\underline{\Gamma}_k = \begin{bmatrix} \lambda_{11}^k & \lambda_{12}^k \\ \lambda_{21}^k & \lambda_{22}^k \end{bmatrix}$, $\underline{\underline{C}}(\underline{x} - \underline{y}) = \begin{bmatrix} C_{11}(\underline{x} - \underline{y}) & C_{12}(\underline{x} - \underline{y}) \\ C_{21}(\underline{x} - \underline{y}) & C_{22}(\underline{x} - \underline{y}) \end{bmatrix}$

$$\underline{\underline{\mu}} = \begin{bmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} \\ \mu_{21} & \mu_{22} \end{bmatrix}$$

Las varianzas del error de la estimación se expresan como:

$$\sigma_{CKj}^2 = C_{jj}(0) - \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^n C_{ij}(\underline{x} - \underline{x}_k) \lambda_{ij}^k - \mu_{jj} \quad (14)$$

El sistema de ecuaciones del Cokriging se puede escribir también en forma matricial como:

$$\underline{\underline{K}}\underline{\underline{\Lambda}} = \underline{\underline{D}} \quad (15)$$

donde

$$\underline{\underline{K}} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{11}(\underline{x}_1 - \underline{x}_1) & C_{12}(\underline{x}_1 - \underline{x}_1) \\ C_{21}(\underline{x}_1 - \underline{x}_1) & C_{22}(\underline{x}_1 - \underline{x}_1) \end{bmatrix} & \cdots & \begin{bmatrix} C_{11}(\underline{x}_1 - \underline{x}_n) & C_{12}(\underline{x}_1 - \underline{x}_n) \\ C_{21}(\underline{x}_1 - \underline{x}_n) & C_{22}(\underline{x}_1 - \underline{x}_n) \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \begin{bmatrix} C_{11}(\underline{x}_n - \underline{x}_1) & C_{12}(\underline{x}_n - \underline{x}_1) \\ C_{21}(\underline{x}_n - \underline{x}_1) & C_{22}(\underline{x}_n - \underline{x}_1) \end{bmatrix} & \cdots & \begin{bmatrix} C_{11}(\underline{x}_n - \underline{x}_n) & C_{12}(\underline{x}_n - \underline{x}_n) \\ C_{21}(\underline{x}_n - \underline{x}_n) & C_{22}(\underline{x}_n - \underline{x}_n) \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & \cdots & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\underline{\underline{\Lambda}} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{11}^1 & \lambda_{12}^1 \\ \lambda_{21}^1 & \lambda_{22}^1 \end{bmatrix} & \cdots & \begin{bmatrix} C_{11}(\underline{x}_1 - \underline{x}) & C_{12}(\underline{x}_1 - \underline{x}) \\ C_{21}(\underline{x}_1 - \underline{x}) & C_{22}(\underline{x}_1 - \underline{x}) \end{bmatrix} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \begin{bmatrix} \lambda_{11}^n & \lambda_{12}^n \\ \lambda_{21}^n & \lambda_{22}^n \end{bmatrix} & \cdots & \begin{bmatrix} C_{11}(\underline{x}_n - \underline{x}) & C_{12}(\underline{x}_n - \underline{x}) \\ C_{21}(\underline{x}_n - \underline{x}) & C_{22}(\underline{x}_n - \underline{x}) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} \\ \mu_{21} & \mu_{22} \end{bmatrix} & \cdots & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (17)$$



Método de Cokriging Colocado

Como ya se mencionó, es un caso particular del Cokriging y se aplica cuando tenemos dos variables correlacionadas pero una de ellas está muestreada en la misma malla de la estimación, mayormente en una malla regular como es el caso de las imágenes.

Si consideramos dos variables correlacionadas $Z_1(\underline{x})$ y $Z_2(\underline{x})$, por ejemplo, porosidad e impedancia acústica, donde la variable de interés $Z_1(\underline{x})$ (porosidad) es conocida en unos pocos puntos (en los pozos) y la variable auxiliar $Z_2(\underline{x})$ (impedancia acústica) es conocida en todos los puntos de la malla de estimación (con la resolución de la síntesis). A la variable $Z_1(\underline{x})$ la nombraremos como la variable primaria, mientras que $Z_2(\underline{x})$ será la variable secundaria.

La idea del Cokriging colocado consiste en considerar para la estimación de la variable primaria los n valores que estén dentro de la vecindad del punto a estimar como en el cokriging pero sólo considerar el valor de la variable secundaria que se encuentra asociado al punto a estimar puesto que tenemos valores de la propiedad secundaria en todos los puntos de la malla de la estimación. Esto simplifica la forma del estimador con relación a la que se usa en el cokriging.

Mientras que en el Cokriging el estimador de la variable primaria sería:

$$Z_1^*(\underline{x}_k) = \sum_{i=1}^n \{ \lambda_{11}^i Z_1(\underline{x}_i) + \lambda_{12}^i Z_2(\underline{x}_i) \} \quad (.18)$$

En el Cokriging Colocado resulta:

$$Z_1^*(\underline{x}_k) = \sum_{i=1}^n \lambda_{11}^i Z_1(\underline{x}_i) + \lambda_{12}^k Z_2(\underline{x}_k) \quad (.19)$$

Esto trae como ventajas que no se requiere conocer el modelo de correacionalización lineal sino solamente los modelos de los variogramas simples para $Z_1(\underline{x})$ y $Z_2(\underline{x})$, y el coeficiente de correlación lineal entre las variables. Es computacionalmente más eficiente comparado con el Cokriging puesto que se reduce el tamaño del sistema de ecuaciones a resolver. Mientras que las matrices que hay que invertir para la estimación en cada punto usando el cokriging convencional son de $2(n+1) \times 2(n+1)$ elementos las del cokriging colocado son de $(n+2) \times (n+2)$, reduciéndose considerablemente el número de operaciones.



B1. Métodos de simulación estocástica

Una variable regionalizada $Z(\underline{x})$ es interpretada como una realización de una cierta función aleatoria $Z(\underline{x})$. Esta función aleatoria $Z(\underline{x})$ puede ser caracterizada por una función de distribución de probabilidad y, en dependencia de su grado de estacionaridad, por una función de correlación (función de covarianzas o semivarianzas).

La idea básica detrás de la simulación estadística consiste en obtener nuevas realizaciones "artificiales" $Z_S(\underline{x})$ de la función aleatoria $Z(\underline{x})$ de manera tal que éstas reflejen las mismas propiedades estadísticas que se esperan que posea la función aleatoria $Z(\underline{x})$. Pero como por lo general no conocemos con precisión las propiedades estadísticas de $Z(\underline{x})$ y cuando más lo que podemos hacer es inferirlas a través de una sola realización o muestra de la función aleatoria, entonces lo que se hace es intentar obtener realizaciones simuladas $Z_S(\underline{x})$ que sean estadísticamente equivalentes a la muestra que se posee de la función aleatoria.

La equivalencia estadística en un sentido estricto significa que todas las realizaciones $Z_S(\underline{x})$ tengan la misma distribución de probabilidad de la función aleatoria $Z(\underline{x})$ que se simula, pero en la mayoría de los casos nos tenemos que conformar con que al menos posean los mismos momentos de primer y segundo orden que inferimos a partir de una muestra de $Z(\underline{x})$.

Resulta deseable en muchas aplicaciones quedarse solamente con aquellas realizaciones $Z_S(\underline{x})$ que en los puntos muestrales $\{\underline{x}_i, i=1, \dots, n\}$ coinciden los valores simulados $Z_S(\underline{x}_i)$ con los valores reales o experimentales $Z_M(\underline{x}_i)$. A estas realizaciones $Z_S(\underline{x})$ de la función aleatoria $Z(\underline{x})$ se les conoce como "simulaciones condicionales" $Z_{SC}(\underline{x})$ del fenómeno regionalizado $Z(\underline{x})$. Las estimaciones espaciales de un fenómeno regionalizado que se pueda describir mediante una función aleatoria $Z(\underline{x})$ son con frecuencia insuficientes debido a múltiples factores, pero sobre todo debido a la carencia de suficiente información (mediciones) acerca de la función aleatoria $Z(\underline{x})$.

Como desafortunadamente no se dispone de un conocimiento exacto de la realidad "in situ" y la información disponible en muchos casos está usualmente muy fragmentada y se limita fundamentalmente al conocimiento de unos pocos puntos muestrales, las estimaciones obtenidas a partir de esta información incluso empleando el estimador Kriging, son demasiadas imprecisas para los cálculos exactos de las dispersiones que se requieren en ciertas aplicaciones.

¿Cómo es posible estimar la realidad "in situ" correctamente, con suficiente detalle?

Una idea simple es simular esta realidad en base a un modelo, por lo que la realidad y la simulación son variables diferentes de un mismo fenómeno.

Consideremos el siguiente ejemplo. Tenemos mediciones reales del fenómeno, es decir, una realización $\{Z_M(\underline{x}_i), i=1, \dots, n\}$ de la función $Z(\underline{x})$ en ciertos puntos \underline{x}_i de la región a estudiar. El enfoque geostadístico consiste en interpretar la distribución espacial de la variable regionalizada $Z_M(\underline{x})$ como una realización particular de la función aleatoria $Z(\underline{x})$. Esta función aleatoria está caracterizada por su función de distribución de probabilidad o por sus dos primeros momentos, los cuales son estimados a partir de datos experimentales.

Este modelo es entonces adecuado para el problema práctico de la determinación de medidas de la dispersión de los valores observados $Z_M(\underline{x}_i)$, ya que las varianzas de la dispersión de $Z(\underline{x})$ pueden ser expresadas como una función del momento de segundo orden solamente (covarianza o variograma). Una simulación entonces consiste en obtener otra realización $Z_S(\underline{x})$ de esta función aleatoria $Z(\underline{x})$. Las dos realizaciones la real y la simulada difieren una de la otra en determinadas localizaciones pero ambas



pertenecen a la misma función aleatoria $Z(\underline{x})$, es decir tienen la misma función de distribución y los mismos momentos de primer y segundo órdenes por lo se dice que son estadísticamente equivalentes.

El fenómeno simulado tiene la ventaja de ser conocido en todos los puntos y no solamente en los puntos experimentales $\{Z_M(x_i), i=1, \dots, n\}$. Con frecuencia al fenómeno simulado se le llama "modelo numérico" del fenómeno real.

Existe un número infinito de realizaciones que cumplen con la condición de que sus valores simulados coinciden con los valores experimentales, es decir

$$Z_{sc}(x_i) \equiv Z_M(x_i); \quad i=1, \dots, n \quad (0.20)$$

donde $Z_M(x_i)$ es el valor muestral de la función aleatoria $Z(x)$ en el punto x_i .

Esta condición le confiere una cierta robustez a la simulación condicionada $Z_{sc}(x)$ con respecto a las características de los datos reales $\{Z_M(x_i), i=1, \dots, n\}$ los cuales no son modelados explícitamente por la función aleatoria $Z(\underline{x})$. Si por ejemplo un número suficiente de datos muestran una tendencia local entonces la simulación condicional que está basada incluso en un modelo estacionario reflejará la tendencia local en la misma zona.

La simulación condicional puede ser perfeccionada agregándole todo una suerte de información cualitativa disponible del fenómeno real. Como por ejemplo en el caso de un depósito se le puede añadir la geometría de las fallas principales, etc.

B2. Métodos del tipo Gaussiano

En el caso de los métodos del tipo Gaussiano haremos un paréntesis, y nos detendremos brevemente en ellos antes de abordar en detalle cada uno de los métodos en específico ya que requieren de un tratamiento especial.

Estos métodos requieren que la FDP multivariada de la función aleatoria $Z(\underline{x})$ a simular sea Gaussiana. Como es conocido la mayoría de los fenómenos de ciencias de la tierra no presentan histogramas simétricos y mucho menos gaussianos. Por lo que nos enfrentamos aquí con la primera dificultad a la hora de aplicar esta clase de métodos.

La primera condición necesaria para que una función aleatoria posea una distribución normal multivariada es que su distribución univariada sea normal. Esto nos dice que necesitamos transformar a la función aleatoria $Z(\underline{x})$ de manera que resulte su FDP normal.

El modo de hacerlo es relativamente simple. Si $Y(\underline{x})$ es una función aleatoria con FDP univariada $F_Y(y)=G(y)$ normal estandarizada $N(0,1)$. Entonces, se cumple que

$$F_Y(y_p) - F_Z(z_p) = p; \quad \forall p \in [0,1] \quad (0.21)$$

y por lo tanto la transformación que se requiere sería

$$y = F_Y^{-1}(F_Z(z)) \quad (0.22)$$

En la práctica los n datos de la muestra de $Z(\underline{x})$ son ordenados de modo creciente de sus valores:

$$z^{(1)} \leq z^{(2)} \leq \dots \leq z^{(n)} \quad (0.23)$$

La FDP acumulativa de $Z(\underline{x})$ está dada por $F_Z(z^{(k)}) = k/n$, entonces la



transformación correspondiente sería

$$y^{(k)} = G^{-1}(k/n) \quad (0.24)$$

A este tipo de transformación se le conoce como anamorfosis.

Pero esto aún sería insuficiente puesto que se requeriría verificar la normalidad al menos de la distribución bivariada. Aunque en muchos casos para fines prácticos no se lleva tan lejos el análisis y se toma la decisión de considerar a la distribución gaussiana o por el contrario se rechaza esa hipótesis y se elige otro método de simulación no gaussiano.

Luego de realizar la simulación Gaussiana a los datos transformados se requiere hacer la transformación inversa de los valores simulados obtenidos. En la Fig. 6.1 se muestra un esquema general de cómo proceder con las simulaciones de tipo Gaussianas.

B3. Método de bandas rotantes

El método de las bandas rotantes consiste en generar procesos unidimensionales a lo largo de líneas distribuidas uniformemente en el espacio. La simulación en un punto arbitrario resulta de la suma de las proyecciones de este punto sobre las líneas. Es muy económico puesto que sólo requiere de simulaciones unidimensionales. Su dificultad fundamental estriba en la obtención de la función de covarianza unidimensional especialmente para variables bidimensionales.

Muchos métodos han sido propuestos para la simulación de un proceso estocástico estacionario en una dimensión a partir de la generación de realizaciones de su función aleatoria $Z(x)$ dada su función de covarianzas. Sin embargo cuando se trata de extender estos procedimientos a dos o más dimensiones se tornan en demasiado complicados y en general prohibitivos debido al tiempo de computo que consumen.

La originalidad del método conocido como el de "bandas rotantes" se debe a G. Matheron, el cual consiste en reducir el problema de obtener una simulación en tres dimensiones a varias simulaciones independientes en una sola dimensión a lo largo de ciertas líneas rotadas en el espacio tridimensional R^3 . Por lo que este método produce simulaciones n-dimensionales a un costo de computo razonable, equivalente de hecho al costo de las simulaciones unidimensionales.

Considere una línea L_1 en el espacio tridimensional R^3 y una función aleatoria unidimensional, estacionaria de segundo orden $Y(x_{L_1})$ definida sobre dicha línea L_1 , con valor esperado $E[Y(x_{L_1})] = 0$ y función de covarianzas unidimensional $C^{(1)}(h_{L_1})$.

Sea x_{L_1} la proyección de cualquier punto $\underline{x} \in R^3$ sobre la línea L_1 , entonces se define la siguiente función aleatoria $Z_1(\underline{x})$ en tres dimensiones como:

$$Z_1(\underline{x}) \equiv Y(x_{L_1}); \quad \forall \underline{x} \in R^3 \quad (0.25)$$

Esta función aleatoria es estacionaria de segundo orden, con valor esperado cero y función de covarianzas tridimensional

$$E[Z_1(\underline{x})Z_1(\underline{x} + \underline{h})] = E[Y(x_{L_1})Y(x_{L_1} + h_{L_1})] = C^{(1)}(h_{L_1}) \quad (0.26)$$

donde h_{L_1} es la proyección del vector \underline{h} sobre la línea L_1 .

En la práctica para producir una realización $z_1(\underline{x})$ de la función aleatoria $Z_1(\underline{x})$, se procede asignando el valor simulado $y(x_{L_1})$ en el punto x_{L_1} de la línea L_1 a todos los puntos que se encuentran dentro de una banda centrada en el plano perpendicular a



la línea L_1 . El ancho de esta banda es el paso o intervalo de separación Δx_{l_1} entre los puntos simulados sobre la línea L_1 . Si se consideran N líneas L_1, \dots, L_N distribuidas uniformemente en N direcciones en R^3 . Si en cada línea L_i se genera una realización $y(x_{l_i})$ de una función aleatoria unidimensional independiente $y(x_{l_i})$ e isomorfa a $y(x_{l_i})$, $\{y(x_{l_i}), i=1, \dots, N\}$, entonces se puede definir de manera análoga realizaciones tridimensionales a partir de las simulaciones unidimensionales:

$$z_i(\underline{x}) \equiv y(x_{l_i}), \quad \forall \underline{x} \in R^3 \quad (0.27)$$

Y finalmente a cada punto del espacio tridimensional $\underline{x} \in R^3$ se le asigna el siguiente valor a partir de las simulaciones unidimensionales

$$z_s(\underline{x}) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N z_i(\underline{x}), \quad \forall \underline{x} \in R^3 \quad (0.28)$$

Esta realización de la función aleatoria tridimensional es estacionaria de segundo orden con valor medio cero y función de covarianzas:

$$E[Z_s(\underline{x})Z_s(\underline{x}+\underline{h})] = C_s(\underline{h}) \quad (0.29)$$

la cual, cuando N tiende al ∞ , tiende a la función de covarianzas isotrópica $C(\underline{h})$.

Para fines prácticos la función de covarianzas tridimensional $C^{(3)}(\underline{h})$ se considera conocida y la función de covarianzas unidimensional $C^{(1)}(h_{l_1})$ de la función aleatoria a ser simulada en cada una de las N líneas se obtiene a partir de la primera usando la expresión

$$C^{(1)}(r) = \frac{d}{dr} \{r C^{(3)}(r)\} \quad (0.30)$$

Sin embargo no existe una expresión directa para obtener la $C^{(1)}(\underline{h})$ a partir de la función de covarianzas bidimensional. Es uno de los métodos más eficientes para producir simulaciones en varias dimensiones puesto que reduce su complejidad al orden de las simulaciones en una dimensión. Como dificultades prácticas se le debe apuntar que requiere del conocimiento o del cálculo de $C^{(1)}(h)$ y de un algoritmo de simulación en una dimensión que reproduzca esta función de covarianzas. Usualmente se emplea el método espectral.





El reto actual de las compañías de Exploración y Producción

Paradigm™
A VISION FOR ENERGY

Reemplazo de Reservas y Aumento de la producción



John Gibson
CEO de Paradigm

"Nuestras soluciones ayudan a generar el conocimiento necesario para apoyar el desarrollo sustentable, al permitir la extracción de hidrocarburos del subsuelo en forma segura, redituable y ecológica, con el mínimo de actividad en la superficie".

Uno de los grandes desafíos de la industria petrolera hoy día es el hecho de que la exploración y producción de gas y aceite, se vuelven cada vez más difícil ya que los yacimientos de fácil acceso se están acabando y las fuentes remanentes de hidrocarburos están ubicadas en áreas de creciente complejidad geológica. Esto significa que las compañías petroleras tienen que usar todos los recursos a su alcance para generar suficientes *Prospectos de Calidad* tanto para sostener la producción diaria, como para asegurar el reemplazo adecuado de reservas. Este reto sólo puede enfrentarse adoptando nuevas tecnologías y prácticas innovadoras de negocios.

Generación de prospectos de calidad

Compañías como Paradigm han adoptado este reto como su misión: ayudar a los clientes a generar *Prospectos de Calidad*. Los *Prospectos de Calidad* se definen como aquellos prospectos que tienen mayor oportunidad de éxito económico. La identificación precisa y eficiente de los *Prospectos de Calidad* se logra a través del uso de tecnología avanzada en el procesamiento de datos sísmicos, generación de imágenes del subsuelo, interpretación, petrofísica y visualización de modelos. Asimismo, el riesgo económico puede reducirse con el mejoramiento de la imagen sísmica, la preservación de la integridad de los atributos, el aseguramiento de la correcta posición espacial de las propiedades del yacimiento y la calibración de la información sísmica, con información de pozos bien fundamentada. El riesgo operacional puede ser reducido a través de la completa integración de la interpretación geocientífica con el análisis de ingeniería de perforación.

Mayor eficiencia a través de procesos concurrentes

Paradigm va al frente del desarrollo de nuevas tecnologías que mejoren la productividad del usuario y permitan a los clientes generar *Prospectos de Calidad* en una manera precisa y eficiente. Una metodología clave para mejorar la eficiencia es la consolidación de las tareas de cómputo de las geociencias dentro de *Procesos Concurrentes* que reduzcan el tiempo del flujo de trabajo y aumenten la precisión.

Los *Procesos Concurrentes* de Paradigm aumentan el valor a través de flujos de trabajo iterativos interdisciplinarios vinculados. Algunos ejemplos que resaltan de este enfoque son la Generación de imágenes sísmicas de subsuelo con interpretación, Interpretación con modelado, Geofísica con Petrofísica, y Petrofísica con *Geosteering*. Los *Procesos Concurrentes* aseguran mejores resultados en menor tiempo.

Personal con conocimiento

El número de profesionales experimentados dentro de la industria de la exploración y la producción petrolera ha disminuido de 3 millones hace una década, a 300,000 actualmente. Afortunadamente, los avances tecnológicos han permitido a las compañías mantener y aumentar sus niveles de actividad; sin embargo, el empleo de profesionales altamente calificados con experiencia mundial es una necesidad crítica dentro de nuestra industria. Con 25 oficinas en 22 países, el personal de Paradigm mantiene un alto nivel de experiencia y entendimiento de las complejidades geológicas de cada región.



Jorge Machnizh,
COO de Paradigm
"En Paradigm creemos en el liderazgo por innovación. Nuestra meta es usar todos nuestros recursos para ayudar a nuestros clientes a reemplazar reservas y aumentar la producción."



ASOCIACIÓN MEXICANA DE
GEOFÍSICOS DE EXPLORACIÓN, A.C.

www.amge.org.mx
Av. Montevideo 303 despacho 104
Col. Lindavista, C.P. 07300
Deleg. Gustavo A. Madero
México, D. F.