



Asociación Mexicana de
Geofísicos de Exploración, A.C.

Boletín Técnico

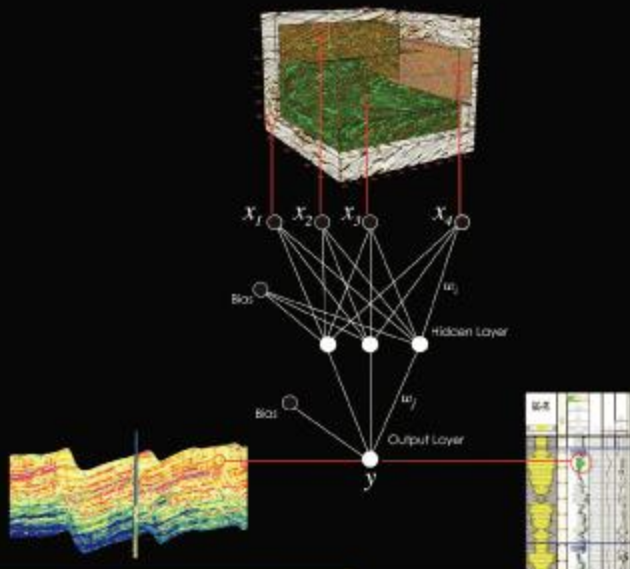
SISMOLOGÍA Y SU RELACIÓN CON LA TEORÍA DE BIOT-GASSMANN

Dr. John P. Castagna

M. en C. Juan Marcos Brandi Purata

agua

silica



Cuando se trata de generar
Prospectos de Calidad™ y explotar los
yacimientos para obtener
el máximo retorno,
¿A quién no le gusta un reto?

¿Puedes resolver este desafío geotécnico?

¿Como cuando se estás leyendo el misterio de una novela policiaca o siendo el primero en resolver un puzzle? Si piensas en eso, ¿no es sobre lo que se trata finalmente la geociencia y la ingeniería? Ya sea prediciendo la orientación de una fractura o encontrando una solución para incrementar la producción, disfrutamos el desafío.

Es por eso que introducimos la Serie de Desafíos Paradigm. Así es como funciona:

1. Estudia el enigma que se encuentra arriba
2. Ingresa tu respuesta de entre las múltiples opciones en www.paradigmgeo.com/challenge1
3. Lee en el sitio web sobre la ciencia detrás de la tecnología y baja el estudio hecho sobre el tema para aprender más sobre esto.

Las primeras 100 personas en responder el problema correctamente ganarán el premio Serie de Desafíos Paradigm, visite nuestro página web para detalles.

¿Si x_1 , x_2 , x_3 y x_4 son atributos de entrada, entonces qué representa el punto y ?

- A.= refracción de luz
- B.= señal predicha
- C.= borde acústico falso
- D.= punto de dispersión
- E.= todas las anteriores

Rock and Fluid
Interpretation™ Solutions

Paradigm™
A VISION FOR ENERGY



(Miembro de la FACCTIEM, SEG, UMAI y ULG)

CONSEJO DIRECTIVO 2005-2007

M. en C. Rodolfo Marín Campos

Presidente

M. en I. Efraín Méndez Hernández

Vicepresidente

Ing. Carlos Flores Romero

Secretario

Dr. Arturo Diego Orozco

Prosecretario

Ing. Patricia Ocegüera Serrano

Tesorera

Ing. Rebeca Navarro Hernández

Protesorera

M. en C. Jorge Mendoza Amuchástegui

Editor

Dr. Oscar Campos Enríquez

Coeditor

Ing. J. Alberto Santana Fernández

Coordinador de Eventos Técnicos

Ing. José Rodolfo Rocha Ruíz

Coordinador de Eventos Sociales

M. en A. Leopoldo E. Hernández Avila

Coordinador Fundación AMGE

Ing. Javier Núñez Ariza

Coordinador del Exterior

Ing. Jaime Guerra Ortiz

Coordinador de Jubilados

Ing. Juan José Bolaños Espinosa

Coordinador de la Gaceta

Ing. Mario A. Navarro Rodríguez

Ing. Agustín Ruiz Violante

Coordinadores de la página Web

CONSEJO DE HONOR Y JUSTICIA

Dr. Guillermo A. Pérez Cruz Ing. César Navarro Tafolla

Ing. Jorge R. Vera Sánchez

PRESIDENTES DELEGACIONALES

Ing. Marco A. Gheno Juárez

Cd. del Carmen, Camp.

Dr. Raúl Del Valle García

Cd. de México

Ing. José Gpe. González Zúñiga

Coatzacoalcos, Ver.

Dr. Luis Canales

Houston, Tx.

Ing. Jesús Arredondo Fragoso

Morelia, Mich.

Ing. Julio Pérez Aldana

Poza Rica, Ver.

Ing. Everardo Castro Medellín

Reynosa, Tamps.

Ing. José C. Cámara Alfaro

Tampico, Tamps.

M. en C. Marco Antonio Arreguín López

Veracruz, Ver.

Ing. Gerardo Clemente Martínez

Villahermosa, Tab.

VOCALIAS

M. en I. Alejandro Cerón Fernández

Instituto Mexicano del Petróleo

Dr. Jaime Urrutia Fucugauchi

Instituto de Geofísica

Ing. José Gpe. González Zúñiga

F.A.C.C.T.I.I.E.M.

M. en I. Hermes Aguirre Vargas

U. Latinoamericana de Geofísica

Dr. Salvador Álvarez Ballesteros

Unión Mexicana de Asoc. de Ingenieros

M. en I. Luis Mario Palacios Reyes

I. P. N.

M. en I. Ricardo Castrejón Pineda

U. N. A. M.

Ing. Juan Pasillas Ramírez

Instituto Tecnológico de Madero

Dr. Cosme Pola Zimuta

U. A. N. L. (campus Linares)

Dr. Juan García Absdelem

C. I. C. E. S. E.



ASOCIACIÓN MEXICANA DE
GEOFÍSICOS DE EXPLORACIÓN, A.C.

Mensaje del Editor

Estimados colegas:

Desde hace casi dos décadas hemos sido testigos de una notable evolución de la sismología de exploración petrolera. Desde aquella cuyas expectativas eran la obtención de imágenes en tiempo que representaran los principales rasgos estructurales del subsuelo, hasta llegar a uno de los principales enfoques actuales: la estimación de propiedades petrofísicas y de fluidos a partir de la integración de información de pozos con el análisis de amplitudes y formas de ondas sísmicas. A este respecto, es innegable que nos está tocando vivir una etapa muy excitante en nuestro ámbito profesional, pues todavía existen grandes problemas a resolver y muchos avances a darse, en los que podremos participar.

En esta ocasión, les presentamos un artículo* que nos da la oportunidad de rápidamente ponernos en sintonía con los aspectos fundamentales del uso de la Teoría de Biot-Gassmann para relacionar propiedades físicas de las rocas con parámetros sísmicos, y de esta manera tener presentes aspectos importantes, que debemos tomar en cuenta durante la adquisición y el procesamiento de datos, con la finalidad de que le demos la mayor validez posible a nuestros estudios de AVO y Atributos Sísmicos. Más importante aún, el conocer las bases teóricas que controlan las respuestas del AVO nos permite establecer concientemente las ventajas del método, pero sobre todo, comprender sus limitaciones, y por consiguiente, hacer un mejor uso de este tipo de estudios.

Antes de dejarlos leer tranquilamente el boletín, nuevamente aprovecho la oportunidad para invitarlos a contribuir con artículos técnicos. Queremos saber de ustedes y enriquecer esta publicación con los resultados de sus trabajos en la Geofísica de Exploración.

Reciban un afectuoso saludo.

M. en C. Jorge A. Mendoza Amuchástegui
Editor

jamendoz@imp.mx

Nota: importante: En la edición anterior (V44N2) se publicó la tesis de maestría "Caracterización integral de yacimientos: Integración de datos de registros geofísicos de pozo con atributos sísmicos usando Geoestadística" del M. en I. Martín Jiménez Guerrero y se omitió mencionar a los investigadores del IMP Dr. Martín Díaz Viera y Dr. Ricardo Casar González, quienes dirigieron este excelente trabajo, mil disculpas de parte del autor.

*El responsable del contenido técnico es el autor del trabajo



“Sismología y su relación con la teoría de Biot-Gassmann”

John P. Castagna *

M. en C. Juan Marcos Brandi Purata **

INTRODUCCIÓN

La variación de la magnitud del coeficiente de reflexión sísmica contra el offset, depende de las propiedades físicas de las rocas, tales como: velocidad de propagación para la onda longitudinal (V_p), transversal (V_s), densidad, anisotropía y módulo de Poisson.

El objetivo final de la sismología es la determinación de tales parámetros además de inferir la litología y geometría del yacimiento. En la imagen sísmica es posible la identificación de hidrocarburos debido al hecho, de que en la posición del medio poroso, las propiedades físicas de las rocas presentan una anomalía (contraste elástico), con respecto a las propiedades de las rocas encajonantes, de tal suerte, que la información sísmológica, en muchas ocasiones determina la posición y extensión del yacimiento (preferentemente de gas). Previamente al estudio Sísmico, es recomendable analizar el orden de magnitud de los parámetros físicos del subsuelo, a partir de los registros geofísicos de los pozos que existan en el área, para investigar el rango de deriva de los parámetros físicos, con respecto a un fondo (background), de tal manera que se pueda identificar un rango de valores anómalos, en un conjunto de datos que constituyen el valor normal de los parámetros físicos del subsuelo.

Desde el punto de vista de la información sísmica, aplicada a la producción y exploración de hidrocarburos, el subsuelo es el medio por el cual, se propaga la energía. Las rocas en general son un conjunto de agregados minerales, que tienen determinada forma y tamaño; entre las partes sólidas de la matriz, existen los poros, también con distinta geometría, que pueden o no, contener fluidos. La figura No. 1 presenta esquemáticamente una muestra de

* Fusion Petroleum Technologies, Inc. 1818 W. Lindsey ST., Ste A105 Norman, OK 73069; U.S.A.

** Gerencia Desarrollo de campos Geociencias Aplicadas PEP; SCTET

roca, de volumen y tamaño arbitrario, por la cual se propaga el campo ondulatorio sísmico, de tal suerte que la velocidad de propagación, así como la amplitud de los coeficientes de reflexión están influenciados por las propiedades petrofísicas, como se mostrará en el presente artículo.

En la selección del material, se trató de enfatizar los temas que se consideraron importantes para ligar el campo de la sismología con los parámetros físicos del yacimiento Petrolero. El contenido tratado en el artículo, resume diversos del cursos de sismología impartidos por el Profesor Castagna, J.P, del Sarkeys Energy Center; Universidad de Oklahoma. El objetivo fundamental es darles divulgación y tratar de explicar la teoría pero sobre todo enfocarla al estudio del subsuelo.



Figura I.
Muestra de roca, medio
por el cual se propaga
la energía sísmica.

Existen tres parámetros elásticos fundamentales que gobiernan la velocidad de propagación de la energía sísmica en las rocas:

- a).-Densidad: (ρ) representa el parámetro que se relaciona con la porosidad del subsuelo.
- b).- Modulo de rigidez (μ) : es el parámetro elástico que se resiste al cambio, para los esfuerzos de tipo transversales.
- c).-Modulo volumétrico (K): también denominado, de incompresibilidad (Bulk modulus), es el parámetro físico que se resiste al cambio de volumen.

A partir de la teoría del campo ondulatorio sísmico, se demuestra, que las velocidades de propagación para las ondas longitudinales y transversales se determinan por medio de las expresiones siguientes:

$$\alpha = \left[\frac{K + \frac{4}{3}\mu}{\rho} \right]^{\frac{1}{2}}$$

1

$$\beta = \left[\frac{\mu}{\rho} \right]^{\frac{1}{2}}$$

2

En donde, ρ es la densidad del material, por el cual se propaga la energía sísmica.

La relación entre las velocidades ($\gamma = V_p/V_s$), determina el módulo de Poisson (σ), parámetro adicional que finalmente proporciona el análisis de la amplitud sísmica antes del apilamiento, (AVO).

$$\sigma = \left[\frac{\gamma^2 - 2}{2(\gamma^2 - 1)} \right]$$

Las expresiones anteriores suministran las relaciones fundamentales, entre las velocidades sísmicas y las propiedades elásticas de las rocas. Cuando un Hidrocarburo reemplaza al fluido intersticial en los poros de las rocas, la velocidad de la onda P, decrece significativamente, mientras que la velocidad de la onda S, aumenta ligeramente debido a un decremento global en la densidad volumétrica, consecuentemente la relación de las velocidades (V_p/V_s), es un excelente indicador de la presencia de hidrocarburos (principalmente gas). Esta característica es, precisamente la base fundamental para la detección directa de hidrocarburos, usando la tecnología del análisis de amplitud sísmica antes del apilamiento (AVO).

De acuerdo con la expresión (3), cuando el modulo de Poisson tiende a ser 0.5, la relación de velocidades, tiende a ser bastante grande, cuando el modulo de Poisson tiende a ser cercano a cero, la relación de velocidades tiende a ser 1.41, (valor promedio de la de las litologías con gas).

Experimentalmente se ha determinado, de acuerdo a la figura No. 2, que para una arena que contiene hidrocarburos gaseosos la relación de velocidades contrasta (anomalía) con la roca encajonante, sobre todo cuando la velocidad de onda compresiva es relativamente baja.



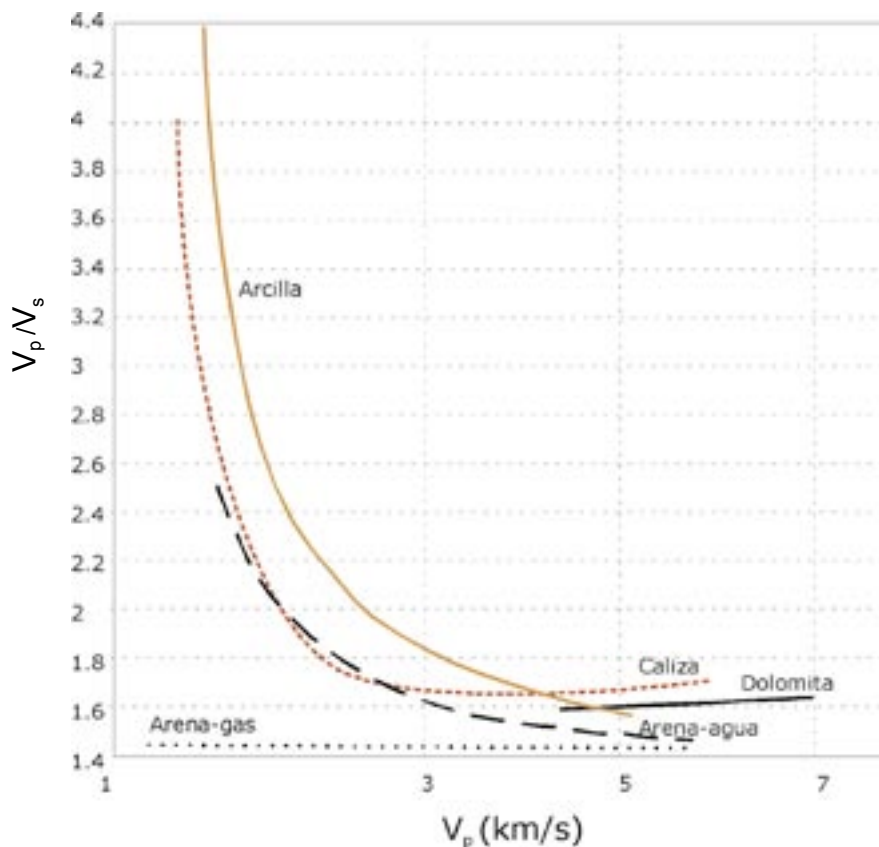


Figura 2.
Gráfica de V_p/V_s ,
contra V_p , para
diversas litologías.
Tomada de
referencia (5).

La interpretación de la gráfica indica, el comportamiento esperado de la relación de velocidades. Cuando la roca tiene un alto grado de saturación de fluidos intersticiales en sus poros, la relación V_p/V_s , tiende a ser grande, mientras que cuando la porosidad tiende a saturarse con hidrocarburos gaseosos, la relación V_p/V_s , tiende a un valor anormal. Entonces cuando el gas reemplaza al fluido intersticial en los poros de la roca, la relación V_p/V_s , es un indicativo de la presencia de hidrocarburos.

La teoría de Biot-Gassmann, determina las ecuaciones fundamentales, para relacionar el efecto de los fluidos, la magnitud de la porosidad, y las partículas minerales que forman la matriz, con la velocidad sísmica compresiva (onda P), en rocas saturadas de Hidrocarburos y saturadas de fluido (agua) intersticial.

La gráfica de la figura No. 3, muestra que la relación de velocidades, crece en promedio al aumentar el porcentaje de porosidad del medio. En una arena saturada con fluido intersticial, un rango típico de la relación de velocidades es 1.42 a 1.96, mientras que para una arena saturada con gas, la relación de velocidades presenta un rango de 1.30 a 1.66. Desde luego existe una zona de traslape como lo muestra la gráfica, sin embargo la diferenciación de las dos condiciones es factible sobre todo cuando el medio presenta mayor porosidad.

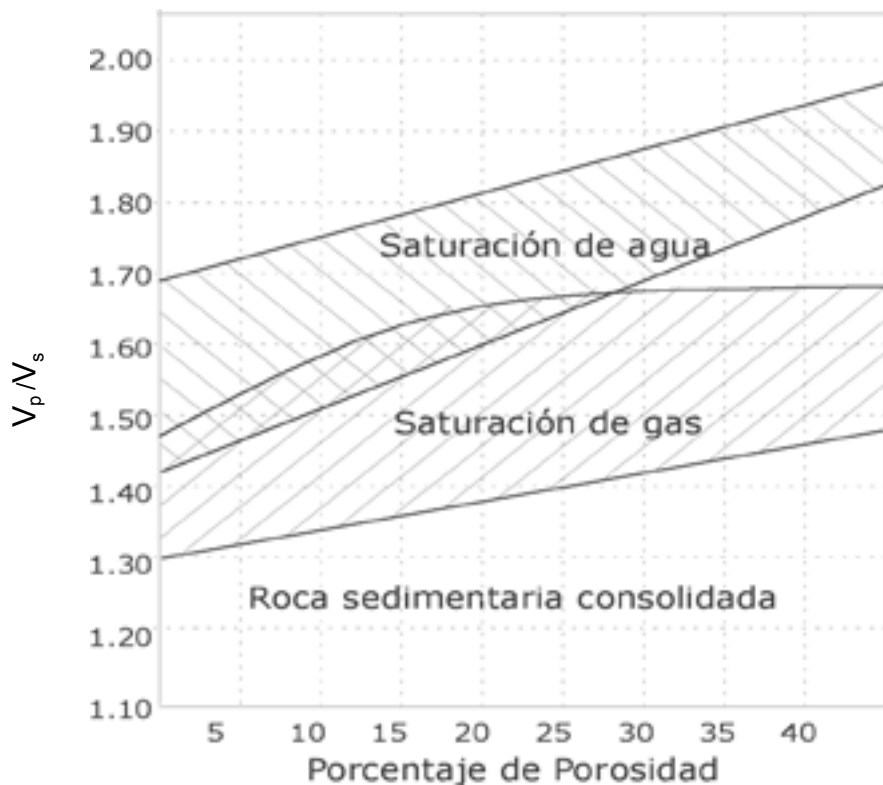


Figura 3.
Variación de la relación de velocidad contra la porosidad para arenas saturadas con fluido y arenas saturadas con gas. Tomada de referencia (12)

Por otra parte, la relación de velocidades es un parámetro indicativo del módulo de Poisson del medio poroso. Entonces la posibilidad de determinar en rocas sedimentarias la presencia de Hidrocarburos es factible mediante la prospección sísmológica por A.V.O., ya que de acuerdo a la figura No. 4, la relación de Poisson se espera en general de menor valor para arenas saturadas de gas, que para arenas saturadas de fluidos intersticiales.

El análisis de la información sísmica antes del apilamiento (AVO), relaciona la velocidad de propagación sísmica, longitudinal y transversal, con las propiedades físicas de la roca: litología, porosidad, contenido de fluidos, y parámetro de Poisson. Por consiguiente para poder correlacionar la velocidad de propagación de la energía sísmica con estas propiedades, estudiaremos los diversos factores que afectan la amplitud de los coeficientes de reflexión.

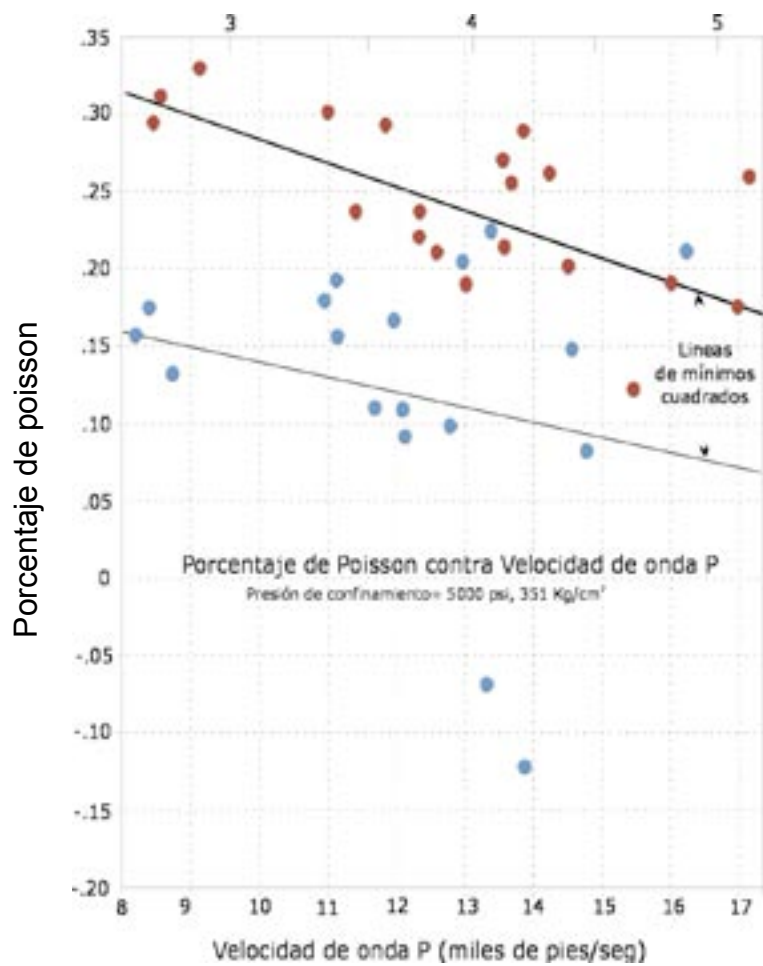


Figura 4.
Relación de
Poisson contra
velocidad
de onda P,
en medios
sedimentarios
Tomada de
referencia (12)

I.- FACTORES DE ADQUISICIÓN Y PROCESO

a) Los ruidos coherentes tales como el ground roll, las difracciones, los múltiples y en general los ruidos sísmicos de muy alta frecuencia son un problema difícil de resolver y afectan la información del AVO.

b) Efectos de la complejidad estructural y topográfica: cuando en el subsuelo se presentan estructuras con una curvatura acentuada, se enfoca la energía sísmica y por tanto se afecta la respuesta del AVO. La topografía y la disposición de la fuente y los receptores, afectan la señal sísmica, de tal manera que han de ser considerados en el análisis del AVO. Un factor importante también es el intemperismo presente en el área de estudio.

c) El procesamiento convencional de la información sísmica no es adecuado para el AVO, el análisis de velocidad de normal move out (NMO), deberá ser efectuado lo mas adecuadamente posible y en general el proceso se llevará a cabo con el mayor cuidado posible para preservar la amplitud verdaderas de la información, es decir, procesamientos tales como la modificación de la ganancia de las amplitudes sísmicas deberá de ser eliminadas en el procesamiento con fines de análisis del AVO.

2.- FACTORES GEOFÍSICOS DEL MEDIO POROSO QUE DETERMINAN LA RESPUESTA DE LA INFORMACIÓN DEL A.V.O.

a) RELACIÓN ENTRE LA VELOCIDAD SÍSMICA Y LA PRESIÓN-TEMPERATURA DE LAS ROCAS

Los experimentos de laboratorio demuestran que la presión efectiva en las rocas de la corteza terrestre, obedecen el principio de presión diferencial, el cual se expresa por la siguiente ecuación:

$$P_e = P_c - P_p$$

Donde: P_c = presión de confinamiento; P_p = presión de poro

Como se muestra en la figura No. 5, la velocidad de la onda P y S, son funciones de la presión efectiva del subsuelo. El comportamiento típico es que para presiones efectivas relativamente bajas, la velocidad aumenta rápidamente; a medida que la presión efectiva se incrementa, la velocidad relativamente no sufre ningún cambio.



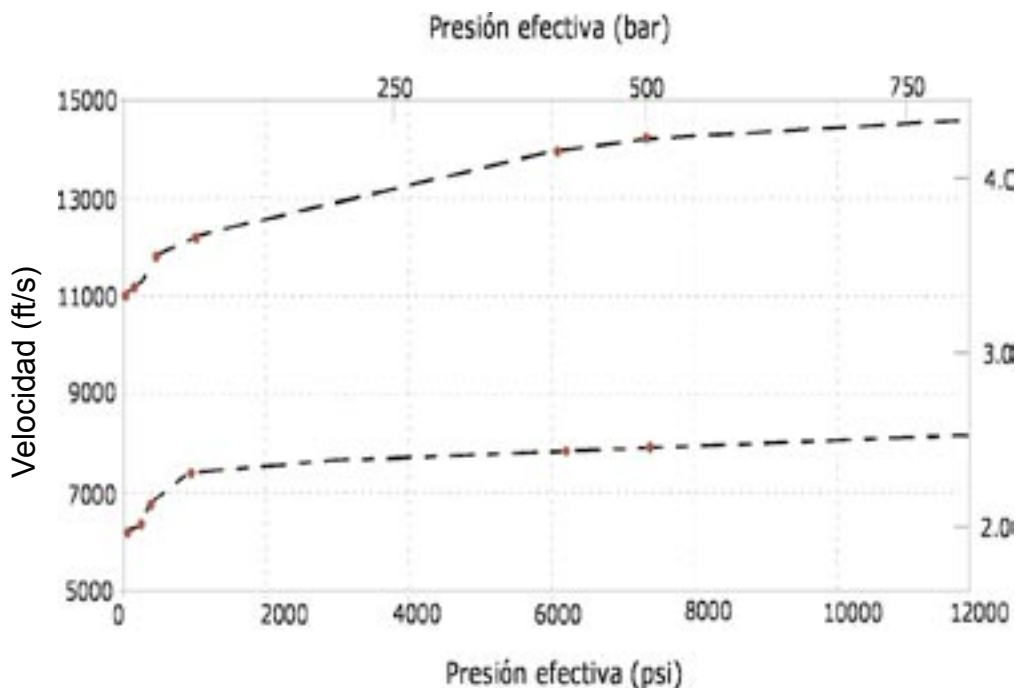


Figura 5.
Relación entre
la velocidad
de onda P
y S, con la
presión efectiva
en rocas
sedimentarias
con porosidad
promedio de
20%. Tomada de
Referencia (5)

El incremento de la velocidad, a medida que la presión aumenta se atribuye a que los poros y fracturas de la roca se cierran. Se ha observado que en rocas prácticamente sin fracturas y muy poco porosas, al aumentar la presión efectiva, la velocidad no se modifica considerablemente.

La presión de confinamiento en una roca, es similar a la presión debida al peso del material rocoso y depende de la profundidad y de la densidad promedio de las rocas del cubrimiento. En general se expresa como un gradiente de presión, variable según el sitio donde se evalúe. Por ejemplo para sedimentos clásticos de la costa del golfo de México se asume un valor igual a 0.226 Mpa/m. (sedimentos con una densidad promedio de 2.31 gr/cc).

En rocas normalmente presurizadas, la presión de poro se asume igual a la presión hidrostática y el gradiente para una estratificación típica, como los sedimentos clásticos del golfo de México, es alrededor de 0.105 Mpa./m. Desde luego que los valores se modifican dependiendo de la salinidad y la temperatura. En zonas Geo-presurizadas la presión de poro es anormalmente alta y por consiguiente la presión efectiva es anormalmente baja.

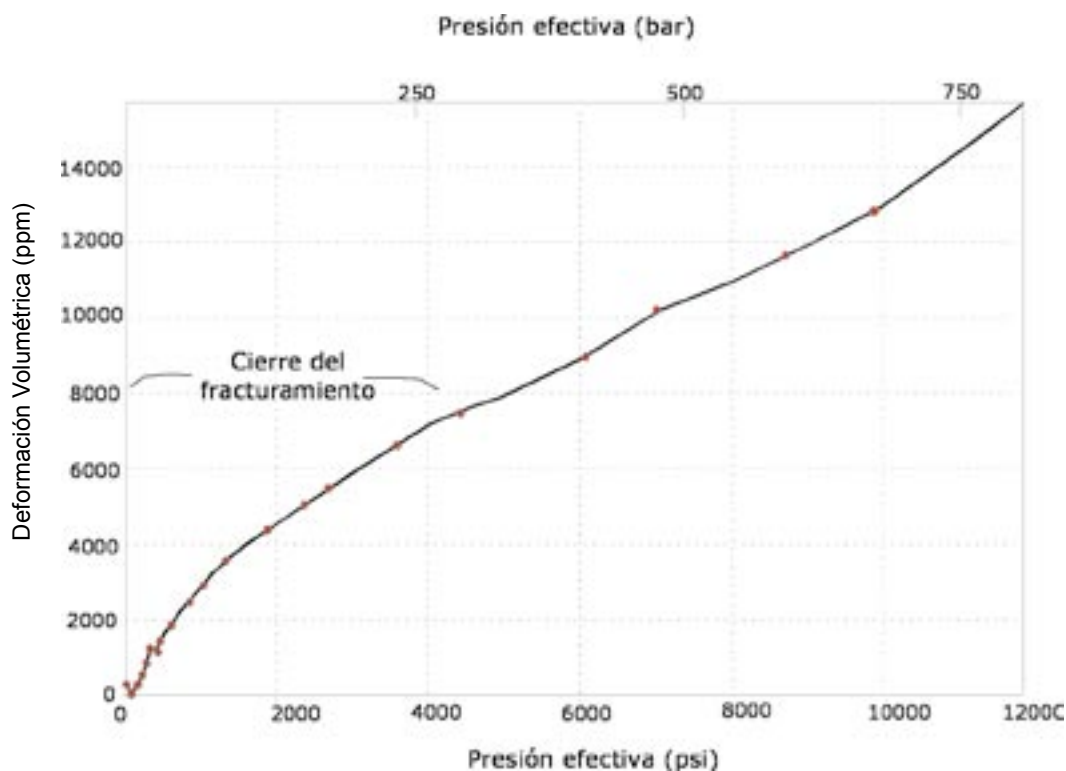


Figura 6.
Relación entre la
presión efectiva
y la deformación
volumétrica
Tomada de
referencia (5)

La figura No. 6, indica la variación de la deformación volumétrica en función de la presión efectiva, en arenas saturadas con fluido intersticial.

Según los experimentos efectuados, la temperatura afecta la velocidad de propagación de la energía sísmica. Las mediciones indican que al aumentar la temperatura 100 grados centígrados en las rocas, la velocidad de propagación baja solamente en un porcentaje muy pequeño. Las pruebas indican que el efecto de la temperatura se produce en los fluidos de los poros de la roca. Se presenta un cambio mayor de la velocidad sísmica, en zonas en donde los fluidos de los poros de las rocas se vaporizaran. El rango de gradiente Geotermal es alrededor de 8 a 40 grados centígrados por metro, dependiendo del sitio de medición. Los efectos de la presión y temperatura sobre las rocas se manifiestan en una reducción de la porosidad y cambios en la fase de los fluidos y desde luego están relacionadas con los procesos diagenéticos de las rocas.

b.- RELACIÓN ENTRE LA VELOCIDAD SÍSMICA Y LA DENSIDAD DE LAS ROCAS:

La densidad global (Bulk density) de una roca esta directamente relacionada con la densidad de la matriz, la densidad del fluido intersticial y con el porcentaje de poros de la muestra, de acuerdo a la ecuación siguiente:

$$\rho_b = (1 - \phi) \rho_{ma} + \phi(\rho_f)$$

4

Por consiguiente la relación entre la velocidad y la densidad podría ser expresada en términos de la ecuación de Wyllie (1956), también conocida como ecuación de velocidad promedio, para la porosidad:

$$\frac{1}{V_p} = \frac{(1 - \Phi)}{V_{pma}} + \frac{\Phi}{V_f}$$

en donde :

V_p = velocidad de onda compresiva

V_{pma} = velocidad de onda compresiva en la matriz

Φ = porosidad

V_f = velocidad de onda compresiva del fluido en los poros

Experimentalmente se ha observado que la ecuación de Wyllie es válida para arenas y funciona adecuadamente para porosidades menores al 30%.

Una expresión determinada empíricamente, muy utilizada en la prospección sísmica y los registros petroleros, es la función que relaciona la densidad (ρ), con la velocidad compresional de las rocas (V_p); se denomina ecuación de Gardner (1974), la cual matemáticamente se expresa como:

$$\rho_s = 1.74 V_p^{1/4}$$

en donde :

V_p = velocidad en $\frac{\text{km}}{\text{seg.}}$

En la literatura geofísica, se encuentran diversas funciones que relacionan la velocidad compresiva, porosidad y la densidad, para diversas litologías.

La figura No. 7, presenta el comportamiento esperado para diversos valores de la impedancia acústica. La ecuación de Gardner predice la relación promedio entre la velocidad y densidad, como puede notarse, se ajusta adecuadamente para diversas litologías.

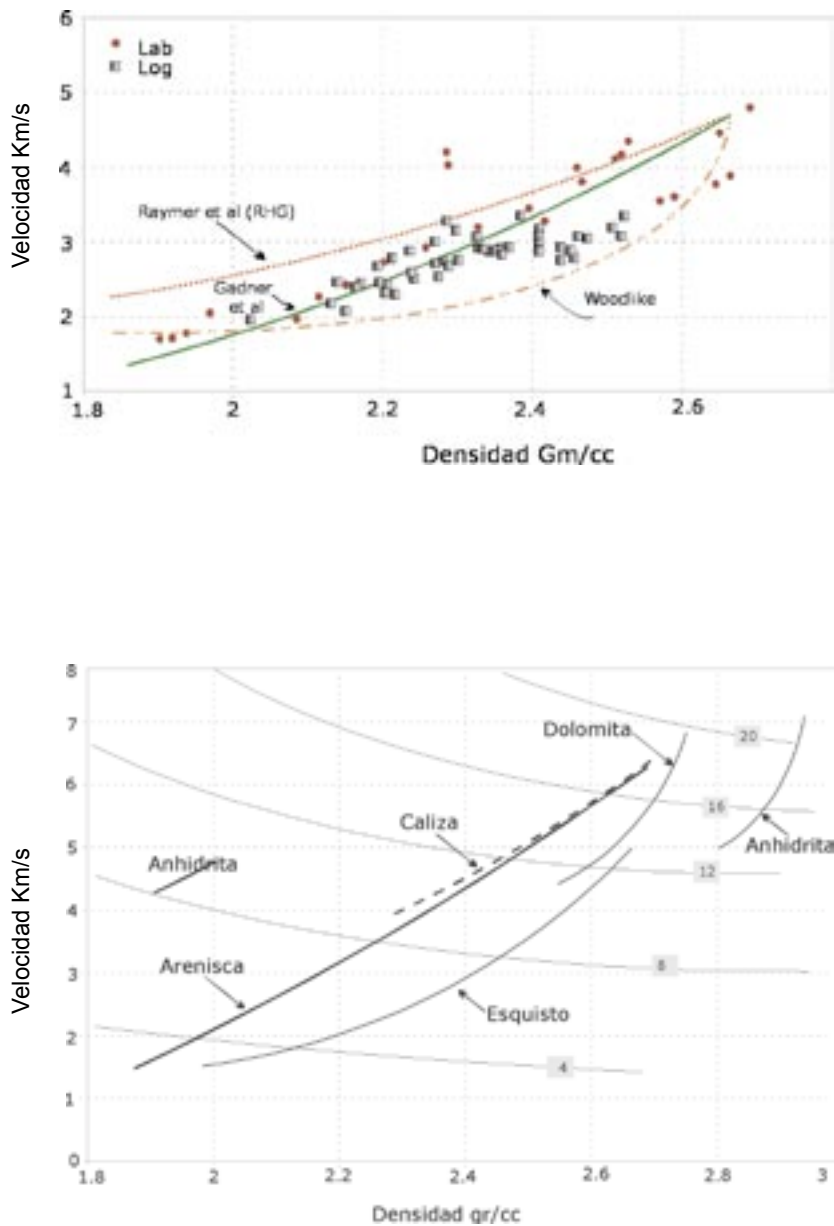


Figura 7.
Comparación
de diversas
relaciones entre
la velocidad
y la densidad.
Tomada de
referencia (12)

Desde luego, en la exploración sísmica, tenemos un subsuelo con diversas litologías en donde las formaciones presentan diversos grados de minerales y contenido de arcillas, por tal motivo, diversos autores han modificado y complementado las ecuaciones empíricas de Wyllie y Gardner a fin de relacionar la velocidad compresiva V_p , con la porosidad (ϕ).

Presentamos a continuación los principales autores:

Tosaya (1982):

$$\begin{aligned} V_p \text{ (km/seg)} &= 5.8 - 8.6 \phi - 2.4 X_{CL} \\ V_s \text{ (km/seg)} &= 3.7 - 6.3 \phi - 2.1 X_{CL} \end{aligned}$$

Kowallis y colaboradores (1984):

$$V_p \text{ (km/seg)} = 5.6 - 9.20 \phi - 5.7 X_{CL}$$

Castagna y colaboradores (1985)

$$\begin{aligned} V_p \text{ (km/seg)} &= 5.81 - 9.42 \phi - 2.21 X_{CL} \\ V_s \text{ (km/seg)} &= 3.89 - 7.07 \phi - 2.04 X_{CL} \end{aligned}$$

Han y colaboradores (1986) :

$$\begin{aligned} V_p &= 5.77 - 6.9\phi - 1.73\sqrt{X_{CL}} + 4.46(P - e^{-16.7P}) \\ V_s &= 3.70 - 4.94\phi - 1.57\sqrt{X_{CL}} + 0.361(P - e^{-16.7P}) \end{aligned}$$

donde: P = Presión efectiva X_{CL} = contenido de arcilla

El análisis de las expresiones anteriores indican que la velocidad de propagación del campo ondulatorio sísmico, (onda P, onda S), está relacionado con la porosidad y por consiguiente es función de la densidad del subsuelo, sin embargo la relación funcional es difícil determinarla teóricamente, por lo cual es factible evaluarla mediante relaciones empíricas.



La velocidad de propagación de la energía sísmica en el subsuelo, como se ha analizado, depende principalmente de las características elásticas, la porosidad y el contenido de fluidos en las rocas. En términos generales, los modelos teóricos para predecir la velocidad sísmica en los medios porosos, se pueden clasificar en dos categorías: considerando que la geometría de los poros sea regular y uniforme, y en segundo término, suponiendo que los poros de las rocas son en forma, tamaño y distribución geométrica, promediados en forma globalmente.

En el primer caso quedan incluidas las investigaciones de O'Connell Budiansky (1974), sin embargo tales modelos han demostrado que no son generalmente aplicados cuando la frecuencia de la energía sísmica es baja; resultados más congruentes, que consideran la distribución de los poros y sus fluidos promediados globalmente, son los actualmente considerados y funcionan para frecuencias usadas en la prospección sísmica (válidos para frecuencias máximas de 150 Hz.)

Gassmann (1951) y Biot (1956), fundamentaron las ecuaciones teóricas que predicen la relación del comportamiento de los medios porosos, con la velocidad de propagación de la energía sísmica, usada en la prospección petrolera.

Las expresiones matemáticas estudiadas por estos investigadores son los módulos de rigidez y de incompresibilidad, correlacionando estos parámetros de los medios porosos, con la velocidad sísmica. Presentamos a continuación las ecuaciones tal como fueron documentados por Gregory (1977).

Primero es indispensable definir los parámetros iniciales, que se supone conocidos del medio poroso:

a) **COMPRESIBILIDAD:** por compresibilidad se entiende al parámetro elástico que se resiste al cambio de volumen con respecto a variación de la presión. Para condiciones isotérmicas, la compresibilidad de un medio poroso se define como:

$$\beta = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_{T=const}$$



Una expresión alterna para la compresibilidad en función de la densidad es:

$$\beta = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_T$$

Si consideramos la compresibilidad constante, obtenemos las ecuaciones de estado siguientes:

$$\rho = \rho_0 e^{k(P-P_0)}$$

$$V = V_0 e^{-k(P-P_0)}$$

En donde: $V \approx$ volumen, $P \approx$ presión, $\rho \approx$ densidad, $\beta \approx$ compresibilidad, $k \approx$ incompresibilidad.

b) **POROSIDAD:** la porosidad es una medida del espacio disponible para almacenar fluidos en los medios porosos. Se define de la forma siguiente:

$$\phi = \frac{\text{Volumen Poroso}}{\text{Volumen total}} = \frac{V_p}{V_b}$$

Considerando que: $V_b = V_p + V_r$;

en donde V_r = volumen de sólidos (matriz)

$$\phi = \frac{V_b - V_r}{V_b}$$

La porosidad de un medio poroso se clasifica de acuerdo a su origen en:

Original: se desarrolla durante la formación del medio poroso por el depósito de los sedimentos, como por ejemplo la porosidad intragranular de las areniscas y la porosidad intercrystalina y oolítica de las rocas calizas.

Inducida: se desarrolla por un proceso posterior al depósito del medio poroso. Por ejemplo, la porosidad desarrollada por medio del fracturamiento natural de la formación.

Gassmann (1951) determinó que cuando el medio poroso es en promedio (globalmente) isotrópico y homogéneo, puede relacionarse la velocidad de propagación longitudinal (V_p), con los tres parámetros fundamentales de las rocas:

Matriz sólida, (skeleton o frame, índice \wedge), es decir, las partículas minerales que forman el medio poroso.

Conjunto de partículas sólidas de la roca y espacio poroso (índice —)

Fluido intersticial que ocupa el espacio poroso entre las partículas minerales de la roca, (índice \sim)

Las relaciones entre tales parámetros son:

$$K = \frac{\hat{K}(\bar{K} + Q)}{(\hat{K} + Q)} \text{ en donde } Q = \frac{\hat{K}(\bar{K} - \bar{K})}{\phi(\bar{K} - \hat{K})}$$

\hat{K} = compresibilidad de la matriz
 \hat{K} = compresibilidad del fluido
 \bar{K} = compresibilidad de la roca porosa sin fluido

$$\text{La rigidez global } u = \bar{\mu} \text{ y } M = k + \frac{4}{3}\mu \text{ (módulo de onda P)}$$

White (1965), presentó la relación entre el Módulo de onda P, para un medio poroso con fluidos en la forma siguiente:

$$M = \bar{M} + \frac{\left(1 - \frac{K}{K'}\right)^2}{\left(\frac{\phi}{K}\right)} + \frac{(1-\phi)}{\left(\frac{K}{K'} - \frac{K'}{K^2}\right)}$$

en donde:

$$\rho = (1-\phi)\bar{\rho} + \phi\rho_f$$

$$V_p = \left(\frac{M}{\rho}\right)^{1/2}$$

Donde:

M= modulo de onda “p”

u= modulo de rigidez o modulo de onda “s”

K= bulk modulus (reciproco de la compresibilidad)

$\rho \approx$ densidad global (bulk density)

$\phi \approx$ porosidad

El problema fundamental de la teoría de Biot-Gassmann consiste en lo siguiente:

Determinar la velocidad de propagación de la onda “p” a través de un medio poroso, saturado con cualquier clase de fluido (gas, aceite), cuando es conocida la velocidad de propagación del medio poroso saturado, con agua intersticial, para una determinada densidad.

Para predecir la “respuesta sísmica” de un yacimiento debido a los cambios del fluido en los poros de la formación que contiene al hidrocarburo, debemos poder modelar las propiedades sísmicas de la roca que controlan esta “respuesta”. La respuesta a la energía sísmica que arriba a una interfase litológica con un ángulo normal de incidencia, es controlada por la velocidad y densidad, es decir, por la impedancia acústica de las rocas:

$$R = \frac{\rho_2 V_2 - \rho_1 V_1}{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}$$

Donde ρ es densidad y V se refiere a cualquiera de las dos velocidades, (de onda compresiva o de onda cortante). Los subíndices se refieren a las propiedades de la interfase superior o inferior, respectivamente. El coeficiente de reflexión “R”, es la relación de la amplitud de la onda incidente a la reflejada. La dependencia del coeficiente de reflexión contra el Offset, incluye tres propiedades para cada una de las capas: densidad, velocidad de onda compresiva y velocidad de onda cortante.

Fundamentalmente la teoría de Biot- Gassmann, predice la velocidad de onda P, del medio poroso, con diferentes tipos de fluidos, es decir gas, aceite o agua intersticial. Al encontrar los valores de los módulos correspondientes, a cada condición (agua, gas, aceite), se aplica la fórmula que asocia los módulos con las velocidades:

$$V_p = \sqrt{\frac{\left(K + \frac{4}{3}\mu\right)}{\rho}}$$

$$V_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

Para determinar el valor de V_p , (onda compresiva), sustituimos, los valores de K y μ , por los valores correspondientes del medio poroso, para las condiciones de agua intersticial, gas o aceite, es decir, efectuamos teóricamente la sustitución de fluidos.

La densidad en la formula anterior es derivada de la densidad global.

$$\rho_b = \rho_m (1-\phi) + \phi \rho_f$$

Donde ρ_b es la densidad total, ρ_m la densidad de matriz, ρ_f es la densidad del fluido y ϕ la porosidad.

La teoría de Biot (1941, 1956), y Gassmann (1951), estudia el comportamiento de la velocidad de propagación de la energía sísmica de onda P. Las ecuaciones determinan el cálculo del módulo de incompresibilidad y del módulo de rigidez, para diversos fluidos del medio poroso. Desarrollos subsecuentes de estas teorías, han facilitado que algunas restricciones del modelo sean eliminadas, dando como resultado estudios para modelos de alta frecuencia sísmica y medios anisotrópicos.

Los Supuestos fundamentales (paradigmas), del medio poroso son:

- 1) La masa del elemento es suficientemente grande para contener minerales y poros, los cuales son pequeños en comparación con la longitud de onda de la energía sísmica que se propaga por el medio.
- 2) La presión de poro (figura No. 8), esta totalmente equilibrada dentro de la masa del elemento, esta característica restringe la aplicación a frecuencias bajas de la energía sísmica.
- 3) Se asume generalmente que las frecuencias usadas en la prospección sísmica son bajas.
- 4) El medio poroso es isotrópico.

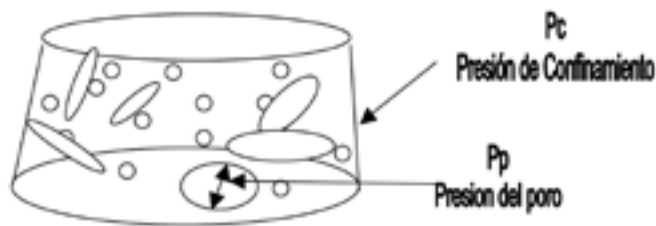


Figura 8.
Esquema
de materia del
elemento de un
medio poroso.

La roca es un material compuesto de granos (matriz) y espacios vacíos (poros) que contienen fluidos. Luego entonces podemos definir los siguientes parámetros:

Porosidad y relación de espacio vacío:

EL volumen total del medio poroso es V_b , y corresponde obviamente a la suma del volumen de los poros (V_p) y el volumen de la matriz (V_m)

Entonces la porosidad (ϕ), se define como: proporción del volumen de poros, al volumen total (bulk):

$$V_b = V_p + V_m \quad \phi = \frac{V_p}{V_b}$$

El parámetro denominado (en Ingeniería Petrolera), proporción de espacio vacío, se define de acuerdo a la ecuación anterior e indica la relación de volumen de poros, al volumen de matriz.

$$e = V_p / V_m = \frac{V_p}{(V_b - V_p)} = \frac{\phi}{(1 - \phi)}$$

En el subsuelo actúan sobre los elementos de volumen del medio poroso, una presión de confinamiento (externa), y una presión de poro (interna), figura No. 8.

Es posible que la aplicación de la presión de confinamiento, pueda causar un cambio en la presión interna de poro. Las consideraciones anteriores indican, que en el medio poroso (subsuelo), podemos tener cuatro tipos fundamentales de módulos de compresibilidad, β , (Zimmerman, 1991; Brown y Korringa, 1975):

- 1) Compresibilidad global, (Bulk modulus), debido a un incremento de la presión de confinamiento, (dP_c)
- 2) Compresibilidad global, debida a un incremento de presión del poro, (dP_p)
- 3) Compresibilidad de volumen de poro (Bulk modulus, de poro), debido a un incremento en la presión de confinamiento, dP_c ;
- 4) Compresibilidad del volumen de poro (Bulk modulus del volumen de poro) debido a un incremento en la presión del poro, dP_p .

Las cuales son obtenidas por medio de las siguientes ecuaciones:

$$\frac{1}{K_b^c} = \beta_b^c = -\frac{1}{V_b^o} \left[\frac{\partial V_b}{\partial P_c} \right] P_c$$

$$\frac{1}{K_p^p} = \beta_p^p = \frac{1}{V_p^o} \left[\frac{\partial V_p}{\partial P_p} \right] P_c$$

$$\frac{1}{K_p^c} = \beta_p^c = -\frac{1}{V_p^o} \left[\frac{\partial V_p}{\partial P_c} \right] P_p$$

$$\frac{1}{K_b^p} = \beta_b^p = \frac{1}{V_b^o} \left[\frac{\partial V_b}{\partial P_p} \right] P_c$$

7

La primera ecuación define el Bulk módulos (K), o bien, su inverso, la compresibilidad β , del volumen global, cuando actúa sobre él, una presión de confinamiento, P_c , manteniéndose la presión de poro (p_p) constante, de tal forma que, V_b^o y V_p^o son los volúmenes originales: el global y el volumen de poro.

Cada propiedad tiene un sub-índice, indicando el volumen que está siendo presionado y un súper-índice, indicando el tipo de presión aplicada. El signo indica el sentido del volumen que se modifica y mantiene todas las definiciones del modulo positivas. La presión de confinamiento tratará de reducir el volumen, mientras que la presión de poro, tratará de incrementar el volumen, (Figura No. 8).

Puesto que las deformaciones son pequeñas, es factible usar el principio de superposición (variación lineal), para deducir el resultado, de modificar cualquiera de los dos volúmenes, (volumen del poro o volumen global), cuando la presión de poro y la presión de confinamiento se incrementan.

Para entender las ecuaciones de BIOT-GASSMANN, es importante considerar los siguientes modelos, que suponemos verdaderos al tratar el subsuelo, es decir, los Paradigmas Matemáticos que consideramos validos:

I.- El subsuelo se considera un medio poroso elástico: Al efectuar una prueba de presión- deformación del medio poroso, podemos relacionar los esfuerzos (de cizalla y de compresibilidad) con las deformaciones de acuerdo a la ley de Hook. Esto es, las constantes elásticas podrían ser derivadas de la pendiente de una recta en una prueba de presión-deformación.

La relación sería:

$$\bar{\gamma} = \bar{\tau} / G_s$$

$$\bar{\Omega}_b = -\bar{P}_c / K_s$$

Donde (γ) y (τ) , son la deformación y el esfuerzo de cizalla respectivamente en la prueba presión- deformación sobre el medio poroso, y (Ω) , (dP_c) , son la deformación volumétrica y los esfuerzos de confinamiento aplicado al volumen.

Estas relaciones se refieren en la literatura como los promedios, de las deformaciones compresivas y de cizalla, del medio poroso seco. En la ecuación anterior se define K_{*} , como idéntico a K_b^c . Se puede efectuar la misma prueba, solo que podemos pensar en llenar los poros con un fluido.

Puesto que casi todas las rocas del subsuelo están llenas de agua intersticial y no tenemos un procedimiento formal para incluir efectos Químicos en el modelo, aceptaremos las medidas de los módulos, como equivalentes a las medidas del cuerpo poroso seco. Los cambios del volumen de poro, debido a incrementos de la presión de poro y de los incrementos de presión de confinamiento, pueden expresarse mediante la ecuación siguiente:

$$dV_p(0, dP) = dV_p(dP, dP) - dV_p(dP, 0)$$

Los argumentos dentro de los paréntesis, indican el incremento en la presión de confinamiento y la presión de poro, respectivamente. Cuando las dos incrementos $(dP_c$ y $dP_p)$ son pequeños e iguales a (dP) , el principio de superposición de presiones puede ser usado para calcular el efecto total.

Esta ecuación indica la siguiente condición: El volumen de poro se modifica al incrementar la presión de poro y es igual al cambio de volumen de poro, al incrementar la presión de poro y la presión de confinamiento, menos un cambio causado en el volumen de poro por la presión de confinamiento.

Usando la definición del modulo de compresibilidad, resulta la ecuación siguiente:

$$\beta_p^p V_p^o dP = -\beta_o V_p^o dP - (-\beta_p^c V_p^o dP)$$

$$\beta_p^p = \beta_p^c - \beta_o$$

En términos del módulo de incompresibilidad obtenemos:

$$\frac{1}{K_p} = \frac{1}{K_p^c} - \frac{1}{K_o}$$

Podemos realizar el mismo análisis ahora sobre el volumen global (V_b):

La superposición de incremento de volumen, asociado con la definición de la compresibilidad, suministra las ecuaciones siguientes:

$$dV_b(0, dP) = dV_b(dP, dP) - dV_b(dP, 0)$$

$$\beta_s' V_s^o dP = -\beta_o V_o^o dP - (-\beta_s' V_s^o dP)$$

$$\beta_s' = \beta_o' = \beta_s$$

10

Usando la expresión de Bulk modulo, resulta la expresión siguiente (considerando que la incompresibilidad de roca seca es: $K_b^c = K_*$):

$$\frac{1}{K_b^p} = \frac{1}{K_b^c} - \frac{1}{K_o} = \frac{1}{K_*} - \frac{1}{K_o}$$

Aplicando el teorema de reciprocidad de Betti, (Sokolnikoff, 1956), que permite asociar la compresibilidad de poro y la compresibilidad volumétrica global.

El teorema, indica que cuando dos fuerzas actúan sobre un cuerpo, el trabajo (W^{12}), efectuado por la primera fuerza, aplicada a través del desplazamiento de la segunda fuerza, es equivalente al trabajo (W^{21}) hecho por la segunda fuerza actuando, a través del desplazamiento de la primera fuerza. Por simplificación, asumimos que las presiones de confinamiento y de poro, son similares y relativamente pequeñas, es decir, $dP_c = dP_p = dP$. Considerando primero el desplazamiento de la presión del poro: El trabajo realizado por la presión de confinamiento, podría ser obtenida como:

Desplazamiento de la
Presión del poro.

$$W^{12} = -dP \left[dV_b(0, dP) \right] = -dP \left(-\beta_b^p V_b^0 dP \right) = -\beta_b^p V_b^0 (dP)^2$$

11

De la misma forma, el trabajo efectuado por la presión de poro, actuando a través del desplazamiento de la presión de confinamiento, se expresa por la ecuación siguiente:

Desplazamiento de la
Presión confinante

$$W^{21} = dP \left[dV_p(dP, 0) \right] = dP \left(-\beta_p^c V_p^0 dP \right) = -\beta_p^c V_p^0 (dP)^2$$

12

Aplicando el Teorema, es decir, igualando las ecuaciones, que representan el trabajo efectuado ($W^{21} = W^{12}$), por ambas presiones, obtenemos la relación funcional entre la porosidad y la compresibilidad de acuerdo a la siguiente expresión:

$$-\beta_b^p V_b^0 (dP)^2 = -\beta_p^c V_p^0 (dP)^2$$

Usando la definición de la porosidad obtenemos:

$$\beta_b^p = \phi \beta_p^c \quad K_p^c = \phi K_b^p$$

13

Podemos eliminar un módulo de nuestras ecuaciones originales, usando la definición de la porosidad; luego entonces, en términos de la compresibilidad, obtenemos las expresiones siguientes:

$$\begin{aligned} \beta_b^p &= \beta_b^c - \beta_o \\ \beta_p^c &= (\beta_b^c - \beta_o) / \phi \\ \beta_p^p &= (\beta_b^c - (1 + \phi)\beta_o) / \phi \end{aligned}$$

En función del Bulk modulus, obtendríamos la expresiones matemáticas siguientes:

$$\frac{1}{K_p'} = \frac{1}{K_*} - \frac{1}{K_0} - \frac{1}{H}$$

$$\frac{1}{K_p'} = \left[\frac{1}{K_*} - \frac{(1+\phi)}{K_0} \right] / \phi$$

$$\frac{1}{K_p'} = \left(\frac{1}{K_*} - \frac{1}{K_0} \right) / \phi = \frac{1}{H\phi}$$

14

Las ecuaciones anteriores indican que los módulos elásticos (necesarios, a fin de obtener la respuesta sísmica), son funciones de las propiedades de la matriz (K_0) y las propiedades del medio poroso (K_*)

Expandiendo la última ecuación y definiendo una nueva expresión, en términos de él modulo (J), denominado de poro, obtenemos:

$$\frac{1}{K_p'} = \left[\frac{1}{K_*} - \frac{(1+\phi)}{K_0} \right] / \phi = \left[\frac{1}{K_*} - \frac{1}{K_0} - \frac{\phi}{K_0} \right] / \phi$$

$$\frac{1}{K_p'} = \left[\frac{1}{H} - \frac{\phi}{K_0} \right] / \phi = \frac{1}{J\phi}$$

15

En el medio poroso, la energía sísmica altera el estado de equilibrio de las presión de confinamiento y de poro, discutidas anteriormente.

El modelo de roca seca se considera equivalente a un modelo de medio poroso similar a una prueba drenada en donde la medición de los módulos elásticos se realiza sin hacer intervenir los fluidos contenidos en los poros. El modelo de roca con fluido considera un medio poroso equivalente a una prueba sin drenar, que considera la medición de los módulos elásticos haciendo intervenir los fluidos contenidos en los poros. El modelo sin drenar considera que el fluido interno del poro esta siempre presente en la muestra, entonces se deben desarrollar presiones internas para equilibrar a la presión de confinamiento. Estas condiciones son las supuestas, cuando una onda sísmica se propaga a través de la roca. Evidentemente los fluidos no pueden salir de la muestra, la longitud de onda es suficientemente grande con relación a los poros y minerales, de tal suerte que las deformaciones, provocan que las presiones del poro se equilibren impidiendo que los fluidos abandonen la muestra.

Consideremos ahora la deformación volumétrica total de la roca, Ω_b^t , y la deformación volumétrica total de poro, Ω_p^t .

Las que son definidas como la suma de las deformaciones producidas por la acción de la presión confinante y la presión de poro, de acuerdo a las siguientes expresiones:

$$\Omega_b^t = \Omega_b^c + \Omega_b^p$$

16

$$\Omega_p^t = \Omega_p^c + \Omega_p^f$$

Usando las definiciones de Bulk modulo y considerando que $P_p = P_f$ es decir, la presión de poro es igual a la presión del fluido, obtenemos las ecuaciones:

$$\Omega_b^t = -\frac{dP_c}{K_b^c} + \frac{dP_f}{K_b^f}$$

$$\Omega_p^t = -\frac{dP_c}{K_p^c} + \frac{dP_f}{K_p^f}$$

Substituyendo K_* por K_b^c y usando la definición de K_b^f , determinada en (14), obtenemos la expresión de la deformación volumétrica global, de acuerdo a la ecuación siguiente:

$$\Omega_b^t = -\frac{dP_c}{K_*} + \frac{dP_f}{H}$$

17

Podemos resolver algebraicamente y obtener dP_c :

$$dP_c = \left[-\Omega_b^t + \frac{dP_f}{H} \right] K_*$$

Substituyendo al Bulk módulo, en la ecuación de la deformación volumétrica de poro, obtenemos la siguiente expresión:

$$\Omega_p^t = \frac{dP_c}{K_p^c} + \frac{dP_f}{K_p^f}$$

Puesto que anteriormente se ha obtenido: $1/K_p^c = 1/H$ y $1/K_p^f = 1/J$, de tal manera que la deformación volumétrica de poro podría ser expresada como:

$$\Omega_p^t = -\frac{dP_c}{H} + \frac{dP_f}{J}$$

18

A partir de la definición del Bulk modulus para un medio poroso que contiene fluidos, es decir, una prueba sin drenar, de tal manera que la masa de fluidos se mantenga constante, obtenemos la relación siguiente para el módulo de incompresibilidad efectivo:

$$K = \frac{dP_c}{-\Omega_b^t}$$

Substituyendo la expresión de la ecuación (17), en la ecuación anterior y efectuando el álgebra correspondiente obtenemos:

$$K = \left[-\Omega_b^t + \frac{dP_f}{H} \right] \frac{K_s}{-\Omega_b^t} = \left[1 - \frac{dP_f}{H\Omega_b^t} \right] K_s$$

19



La teoría de Biot-Gassmann indica que la deformación volumétrica global esta dada por la ecuación (16) y la del modulo de incompresibilidad efectivo, se obtiene mediante la ecuación (19).

Igualando ambos miembros, de la ecuación (17), con la relación $(- K^*/ dP_c)$, obtenemos:

$$\Omega'_b = \frac{dP_c}{-K} = -\frac{dP_c}{K_*} + \frac{dP_f}{H}$$

20

Resolviendo para la incompresibilidad efectiva K, determinamos la primera forma de expresar la ecuación de Biot- Gassmann, en términos de la incompresibilidad de la roca seca y de la variación de la presión de fluido respecto a la presión confinante, de acuerdo a la ecuación siguiente:

$$K = K_* / \left[-\frac{K_* (dP_f)}{H (dP_c)} + 1 \right]$$

21

Esto nos lleva a una expresión en términos del módulo de roca seca (K^*), módulo del mineral (K_o) y la relación de la presión de fluido a la presión confinante, es decir, la derivada de $[dP_f / dP_c]$. Desde luego el módulo H, puede ser expandido en términos de K^* y K_o de acuerdo a la ecuación (14).

El hecho de que el fluido deba permanecer en la muestra implica que la masa, m_f , del fluido sea constante. Usando la definición de densidad y conservación de la masa, podemos relacionar los cambios de la presión de fluido respecto a la variación de la presión confinante

22

$$m_f = \rho_f V_f = \rho_f \phi$$

Donde $V_f = \phi * V_b$. Tomando el diferencial total y usando la definición del modulo bulk:

$$dm_f = \rho_f d\phi + \phi d\rho_f = 0$$

$$\rho_f \Omega \rho + \phi \left(\rho_f \frac{d\rho_f}{K_f} \right) = 0$$

$$\frac{d\rho_f}{\rho_f} = -\frac{dP_f}{K_f} = -\beta_f dP_f$$

Recordando que el volumen de poro, V_p , es igual al volumen del fluido, V_f , y que la presión del fluido es igual a la presión del poro. Por otra parte K_f y β_f son el Bulk modulo y la compresibilidad del fluido.

La ecuación anterior nos lleva a la siguiente relación entre la presión del poro y el modulo bulk del fluido, K_f :

23

$$dP_f = -\frac{K_f}{\phi} \Omega \rho$$



Usando (18), y la ecuación (23) obtenemos:

$$\Omega'_p = -\frac{dP_c}{H} + \frac{dP_f}{J} - \frac{dP_f \phi}{K_f}$$

Agrupando términos, obtenemos y resolviendo para: $(dP_f) / (dP_c)$:

24

$$\frac{dP_c}{H} = \frac{dP_f}{J} + \frac{dP_f \phi}{K_f} = dP_f \left[\frac{1}{J} + \frac{\phi}{K_f} \right]$$

$$\frac{dP_f}{dP_c} = 1/H \left[\frac{1}{J} + \frac{\phi}{K_f} \right]$$

Substituyendo $(1/J)$, en términos de los módulos de incompresibilidad, y usando la relación anterior (variación de la presión de fluido a la presión confinante), al sustituir en la ecuación (21), obtenemos la ecuación de Biot- Gassmann, en términos de los módulos elásticos (K_* , K_o , K_f y ϕ).

25

$$K = K_* + \frac{K_f n^2}{\left[\phi + \frac{K_f}{K_o} (n - \phi) \right]}$$

Donde:

$$n = \left(1 - \frac{K_*}{K_o} \right)$$

El resultado anterior es la expresión teórica, para determinar el módulo efectivo de incompresibilidad, para un medio poroso saturado con un determinado fluido, es decir, mediante la ecuación es factible efectuar, en los medios porosos, la substitución de fluidos.

Al estudiar los atributos sísmicos de A.V.O, la variación de la amplitud contra el offset, esta determinada por la impedancia acústica del subsuelo, y su magnitud depende de la velocidad de onda P, onda S y densidad. La ecuación de Biot-Gassmann, predice la magnitud de la velocidad de onda P, cuando en el medio poroso se remplaza el agua intersticial por el hidrocarburo.

Las principales Variables involucradas en la ecuación Biot-Gassmann se resumen en la tabla siguiente:

Variable	Descripción
K	Incompresibilidad efectiva del medio poroso
K_*	Incompresibilidad de la roca poroso seca
K_0	Incompresibilidad de la matriz (minerales)
K_f	Incompresibilidad del fluido en los poros de la roca
ϕ	Porosidad del medio
n	Factor de consolidación (Coeficiente Biot)

Si conocemos la incompresibilidad de un medio poroso seco, la incompresibilidad del fluido, además de la porosidad, podemos predecir mediante la ecuación de Biot-Gassmann, el modulo efectivo de incompresibilidad, al efectuar una substitución de agua intersticial por el hidrocarburo, en los poros de la roca.

El parámetro n tiene implicaciones interesantes. Estudiando la ecuación (3-30), notamos que el índice de Biot- Gassmann (n), considera las diferencias entre matriz y las propiedades del medio poroso seco, tal como se expresa en las ecuaciones siguientes:

$$K_* = K_0 (1 - n)$$

$$n = \frac{dV_f}{dV_b} \bigg|_{dry} = \frac{\phi K_*}{K_p} = \frac{K_*}{H}$$

Cuando un material no tiene porosidad, $K_* = K_0$. Por otra parte, haciendo $n=0$; obtenemos que $K = K_0$ y necesariamente no esperamos efectos del fluido. Cuando la roca tiene una porosidad grande, $K_* \ll K_0$, lo cual implica que $n \approx 1$; Puesto que n^2 multiplica el valor de K_p , se espera una mayor contribución de los fluidos, en la determinación de la incompresibilidad efectiva.

Biot (1941), también demostró que no hay influencia en el parámetro de rigidez del medio poroso, cuando se efectúa una substitución de fluidos, es decir el módulo de rigidez permanece constante, por consiguiente:

$$G_{\text{fluido}} \equiv G_{\text{seca}} \equiv G_{\text{modelo sin drenar}}$$

Mediante la Teoría anterior tenemos los requerimientos necesarios para modelar la respuesta del fluido en un medio poroso y predecir cambios en la respuesta sísmica al remplazar el tipo de fluido. Conociendo el valor de la incompresibilidad efectiva (K), la incompresibilidad de matriz, (K_0) la incompresibilidad del fluido, (K_f), y la porosidad, (ϕ), es factible calcular las propiedades del medio poroso seco, (K_*):

Zhu y McMechan (1990) resolvieron la ecuación (19), en términos del Bulk modulo de cuerpo seco, en función de la incompresibilidad efectiva o también denominada de roca saturada, obteniendo la expresión siguiente:

$$K_* = \frac{K \left(\frac{\phi K_0}{K_f} + 1 - \phi \right) - K_0}{\frac{\phi K_0}{K_f} + \frac{K}{K_0} - 1 - \phi}$$

Las formulas que derivamos anteriormente se aplican a señales Sísmicas de bajas frecuencias, tales como las usadas en la prospección Petrolera, de hecho, se derivaron considerando que en el subsuelo la ley de Hook es valida, es decir, la roca cumple con la teoría de la elasticidad.

Biot (1941, 1956a, 1956b) derivó una serie de relaciones matemáticas de las propiedades del medio poroso, que son apropiadas sobre un gran rango de frecuencias. El estudio de Biot para energía sísmica de alta frecuencia considera interacción fluido-sólido y desde luego es generalmente más compleja. La teoría de Biot-Gassmann, predice la existencia de una tercera onda denominada lenta del interior de poro.

Puesto que las frecuencias, sísmicas usadas en la de prospección petrolera, son bajas, concluimos que la teoría de Biot-Gassmann (1956), las ecuaciones de Zoeprits, (relación entre el ángulo de reflexión y la amplitud de la energía sísmica transmitida y reflejada, figura No. 9), y la ecuación de onda, son los fundamentos físico-matemáticos, principales de la tecnología del análisis sísmico antes del apilamiento.

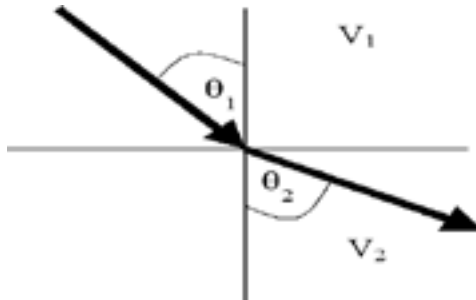


Figura 9.

Las ecuaciones de Zoeprits y la Teoría de Biot-Gassmann son fundamentalmente los principios físico-matemáticos de la Tecnología del A.V.O fundamentalmente los principios físico-matemáticos de la Tecnología del A.V.O

Puesto que las frecuencias sísmicas en la prospección petrolera son bajas, la teoría de Biot-Gassmann (1956) para la propagación de la onda “p”, es factible de ser usada, del tal suerte que el modulo de onda plana para roca seca, está relacionada con el bulk modulus y la relación de Poisson, del medio poroso con fluidos, por medio de la siguiente ecuaciones:

$$\bar{M} = \frac{3(1-\nu)}{1+\nu} \bar{K}$$

$$M = S\bar{K}$$

$$M_0 = S\bar{K} + \frac{\left(1 - \frac{\bar{K}}{\bar{K}_s}\right)^2}{\frac{\Phi}{\bar{K}_t} + \frac{1-\Phi}{\bar{K}_s} - \frac{\bar{K}}{\bar{K}_s^2}}$$

El nuevo Valor de velocidad “Vp” (onda P), queda determinado por:

$$V_p = \sqrt{\frac{M}{\rho}}$$

$$V_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

En los yacimientos petroleros, los fluidos que ocupan el espacio poroso son hidrocarburos y agua intersticial, de forma tal que los parámetros iniciales que se suponen conocidos son:

$\phi_0 \approx$ porosidad inicial

$S_{w0} \approx$ saturación de agua inicial

$V_0 \approx$ velocidad de onda P para los parámetros iniciales (ϕ_0, S_{w0})

$\tau \approx$ relación de Poisson para muestra seca

$\rho_w \approx$ densidad de agua

$\rho_s \approx$ densidad de matriz sólida

$\rho_h \approx$ densidad de hidrocarburo (gas o aceite)

$K_w \approx$ modulo de bulk para el agua intersticial

$K_h \approx$ modulo de bulk para el hidrocarburo

A partir del conocimiento de tales valores del medio poroso, es posible determinar la densidad y el bulk modulo del fluido contenido en los poros de la roca:

$$K_f = \left(\frac{S_{w0}}{K_w} + \frac{(1-S_{w0})}{K_h} \right)^{-1}$$

$$\rho_f = \rho_w S_{w0} + \rho_h (1-S_{w0})$$

$$\rho_s = \rho_f \phi_0 + \rho_s (1-\phi_0)$$

El parámetro denominado módulo global (bulk modulus) “ K_{b0} ” del medio poroso saturado y el modulo de rigidez inicial u_b , de roca seca, son determinados mediante las expresiones de Biot-Gassmann estudiadas anteriormente.

Para estimar el nuevo valor de onda P y S, para nuevos valores de la porosidad (ϕ), usamos las expresiones siguientes:

$$V_P^2 = \frac{\left[\left(K_b + \frac{4}{3} \mu_b \right) + \frac{\left(1 - \frac{K_b}{K_s} \right)^2}{\left(1 - \Phi - \frac{K_b}{K_s} \right) \frac{1}{K_s} + \frac{\Phi}{K_f}} \right]}{\rho}$$

$$V_S^2 = \frac{\mu_b}{\rho}$$

en donde:

$$\rho = \rho_s S_r \Phi + \rho_b (1 - S_r) \Phi + \rho_s (1 - \Phi)$$

$$K_f = \left(\frac{S_r}{K_w} + \frac{(1 - S_r)}{K_b} \right)^{-1}$$

$$K_b = \left(\frac{\Phi}{K_f} + \frac{1}{K_s} \right)^{-1}$$

$$K_f = \frac{\Phi_0}{\left(\frac{1}{K_{b0}} - \frac{1}{K_s} \right)}$$

$$\mu_b = \frac{3(1 - 2\nu)}{2(1 + \nu)} K_b$$

La teoría predice que el módulo de onda “P”, decrece significativamente cuando el gas reemplaza al agua intersticial del medio poroso, mientras que la rigidez no es afectada, por consiguiente la velocidad de onda S, prácticamente no se modifica, de tal suerte que la teoría de Biot- Gassmann, señala que la relación de velocidades (V_p/V_s), es un indicador probable de Hidrocarburos gaseosos, es decir, la Hipótesis de trabajo de la tecnología del A.V.O. es que los yacimientos de gas presentan una anomalía de la relación de poisson con respecto a la roca encajonante.

Aumentando la saturación del gas sucesivamente, causa el efecto de hacer decrecer la velocidad de onda p y mientras que la velocidad de la onda s, prácticamente no se modifica, y la densidad tiende a decrecer. Por consiguiente la tecnología del A.V.O. indica la presencia de gas en el subsuelo, sin embargo no predice la cantidad.

Los yacimientos de hidrocarburos líquidos presentan un comportamiento similar aunque no tan notable como los yacimientos de gas, por tanto, hasta el momento la tecnología del A.V.O. es relativamente poco usada exploración- producción de hidrocarburos líquidos.



1. - Allen, J.L. and C.P. Peddy, 1993, Amplitude variation with offset: Gulf Coast case studies: Society of Exploration Geophysicists.
2. - Aki, K. and P.G. Richards, 1980, Quantitative seismology; Theory and methods. W.H. Freeman and Co.
3. - Batzle, M.L. and Z.J. Wang, 1992, Seismic properties of pure fluids: *Geophysics*, 57, 1396-1408.
4. - Bortfeld, R., 1961, Approximation to the reflection and transmission coefficients of plane longitudinal and transverse waves: *Geophysical Prospecting*, 9, 485-503..
- 5.- Castagna, J.P., M.L. Batzle and T.K. Kan, 1993, Rock Physics: the link between rock properties and amplitude-versus-offset response, in Castagna, J.P. and M.M. Backus, eds., *Offset-dependent - reflectivity: theory and practice of AVO analysis*: Society of Exploration Geophysicists.
- 6.- Chiburis, E.F., 1984, Analysis of amplitude versus offset to detect gas-oil contacts in the Arabia Gulf, 54th Ann. Internat. Mtg., Society of Exploration Geophysicists, Expanded Abstracts, 669-670.
- 7.- Chiburis, E.F., 1987, Studies of amplitude versus offset in Saudi Arabia: 57th Ann. Internat. Mtg., Society of Exploration Geophysicists, Expanded Abstracts, 614-616.
- 8.- Domenico, S.N., 1976, Effect of brine-gas mixture on velocity in an unconsolidated sand reservoir: *Geophysics*, 41, 882-894.
- 9.- Gassmann, F., 1951, Elastic waves through a packing of spheres. *Geophysics*, 16, 673-685.
- 10.- Gregory, A.R., 1976, Fluid saturation effects on dynamic elastic properties of sedimentary rocks: *Geophysics*, 41, 895-921.
- 11.- Hilterman, F., 1975, Amplitudes of seismic waves - a quick look. *Geophysics*, 40, 745-762.
- 12.- Koefoed, O., 1955, On the effect of Poisson's ratios of rock strata on the reflection coefficients of plane waves: *Geophysical Prospecting*, 3, 381-387.
- 13.- Mazzotti, A., 1990, Prestack amplitude analysis methodology and application to seismic bright spots in the Po Valley. Italy: *Geophysics*, 53, 157-166.
- 14.- Muskat, M. and M.W. Meres, 1940, Reflection and transmission coefficients for plane waves in elastic media: *Geophysics*, 5, 115-148.
- 15.- Ostrander, W.J., 1984, Plane-wave reflection coefficients for gas at nonnormal angles of incidence. *Geophysics*, 49, 1637-1648.
- 16.- Payne, M.A., 1991, Shear-wave logging to enhance seismic modeling: *Geophysics*, 56, 2129-2138.
- 17.- Richards, T.C., 1961, Motion of the ground on arrival of reflected longitudinal and transverse waves at wide-angle reflection distances: *Geophysics*, 46, 277-297.
- 18.- Rutherford, S.R. and R.H. Williams, 1989, Amplitude-versus-offset variations in gas sands: *Geophysics*, 54, 680-688.
- 19.- Shuey, R.T., 1985, A simplification of the Zoeppritz equations: *Geophysics*, 50, 609-614.
- 20.- Smith, G.C. and P.M. Gidlow, 1987, Weighted stacking for rock property estimation and



ASOCIACIÓN MEXICANA DE
GEOFÍSICOS DE EXPLORACIÓN, A.C.

DecisionSpace[®] Decision Management System (DMS)

Optimize el desempeño de sus activos con el análisis de decisiones riguroso

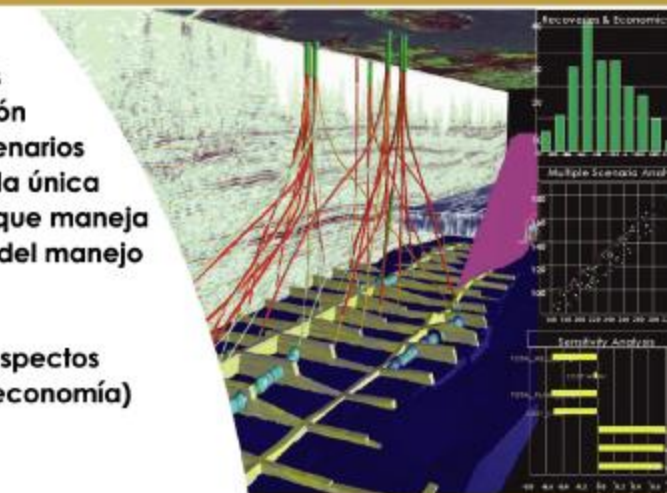
Mejore el desempeño de sus activos a través de la simulación y evaluación riguroso y continuo de múltiples escenarios y decisiones. DecisionSpace DMS es la única solución completamente integrada que maneja el riesgo por todo el flujo de trabajo del manejo del activo.

DMS integra activamente todos los aspectos del activo (superficie, subsuelo y la economía) de manera significativa.

DMS y DecisionSpace Nexos reducen significativamente el ciclo de tiempo de la toma de decisiones a través de simulación y optimización en forma rápida habilitada por cálculos computacionales paralelas.

Identificando los resultados probables, riesgos claves y seleccionando los escenarios óptimos de desarrollo basados en impulsores de negocio críticos, DMS permite la mejor decisión posible.

El diseño abierto y escalable de DMS permite la construcción de flujos de trabajo customizados y la integración de varias tecnologías.



Landmark

HALLIBURTON

Digital and Consulting
Solutions



ASOCIACIÓN MEXICANA DE
GEOFÍSICOS DE EXPLORACIÓN, A.C.

www.amge.org.mx
Jalapa 92 planta baja departamento I,
Col. Roma, Delegación Cuauhtémoc,
C. P. 06700, México, D. F.,
Teléfono: 55.14.25.30