# Further Mathematics

S.Olivia

March 2024

# 目录

**1 多元函数的极限与连续** **5**

1.1 基本概念 . . . . . . . . 5

1.2 二元函数的极限 . . . . . . . . 5

# Chapter 1

# 多元函数的极限与连续

## 1.1 基本概念

平面：$\mathbf{R}^2 = \mathbf{R} \times \mathbf{R} = \{(x, y) | x, y \in \mathbf{R}\}$
平面点集：$\{(x, y) | (x, y)$满足条件$P\}$
邻域：$U(P_0, \delta) = \{P || PP_0| < \delta\}$
内点：$P_0$是集合$D$的内点，如果存在$\delta > 0$，使得$U(P_0, \delta) \subset D$
外点：$P_0$是集合$D$的外点，如果存在$\delta > 0$，使得$U(P_0, \delta) \cap D = \emptyset$
（边）界点：$P_0$是集合$D$的边界点，如果对任意$\delta > 0$，$U(P_0, \delta)$内既有$D$内的点，也有$D$外的点
聚点：对任意$\delta > 0$，$U(P_0, \delta)$内有$D$内的点
开集：集合$D$中的每一点都是$D$的内点，如$(a, b)$
闭集：集合$D$中的每一个边界点都是$D$的点，如$[a, b]$
开域：联通的开集
闭域：联通的闭集
有界集：集合$D$内的点都在某一邻域内
无界集：集合$D$内的点没有界限约束
联通集：集合$D$内的任意两点都可以用$D$内的折线连接

## 1.2 二元函数的极限

称$f$在$D$上当$P \to P_0$时以$A$为极限, 记

$$\lim_{P \to P_0} f(P) = A$$

当$P, P_0$分别用坐标$(x, y), (x_0, y_0)$表示时, 上式也常写作

$$\lim_{(x,y) \to (x_0,y_0)} f(x, y) = A$$

多元函数的逼近可以沿着任何一条路径进行, 但是极限只有一个, 与逼近的路径无关。如果极限不相等, 则称多元函数在该点无极限。