Introduction aux processus stochastiques

Analyse de propagation d'un virus dans un réseau

Maxime GOFFART
180521

Olivier JORIS
182113

Année académique 2019 - 2020

Table des matières

1 Introduction

Les processus stochastiques permettent d'étudier des phénomènes aléatoires dans divers secteurs : l'économie, la climatologie, la météorologie, la biologie, ...

En particulier dans ce projet, il nous a été demandé d'étudier un phénomène d'actualité : la propagation d'un virus au sein d'un réseau, pouvant peut être modélisé à l'aide d'une chaîne de Markov. Ainsi, ce projet nous a permis d'appliquer les concepts vus au cours sur un exemple concret et d'actualité.

2 Structure du programme

3 Etude du modèle exact

3.1 Question 1

Le modèle proposé dans l'énoncé est bien un processus de Markov en temps discret caractérisé par ses 3^N états (N étant la taille de la population). Les états de cette chaînes sont caractérisés par la suite de longueur N des catégories (S, R ou I) auquel appartiennent les individus (les individus étant indexés de 1 à N) à l'instant t. Par exemple : pour $N = 3$, l'état "'S' 'I' 'I'" représente le fait que le premier individu est susceptible d'être infecté et que les deux derniers sont infectés.

Les probabilités de transitions d'un état à celui de l'instant suivant de la chaîne dépendent à la fois de chacune des catégories des individus à l'instant initial et de leurs interactions avec des personnes infectées (modélisées par le graphe W).

Les états de cette chaîne qui sont uniquement composés d'individus de la catégorie 'R' ou [1] de la catégorie 'S' sont absorbants car la propagation du virus n'est plus possible s'il n'y a plus d'infectés. Il en va de même pour les états dans lesquels les infectés n'ont de contact avec personne [2]. Cette chaîne n'est donc ni irréductible, ni régulière, ni périodique.

3.2 Question 2

Il faudra en moyenne ... à un individu pour guérir une fois infecté.

1. Il s'agit d'un "ou" inclusif.
2. Cela correspond à une ligne remplie de 0 dans le graphe W.