Codage de Prüfer

GOFFART Maxime JORIS Olivier

2019 - 2020

Table des matières :

Origine du codage de Prüfer

https://en.wikipedia.org/wiki/Heinz_Prüfer

Les suites du Prüfer ont été inventées par Heinz Prüfer en 1918.

Heinz Prüfer était un mathématicien allemand spécialisé en algèbre et en théorie des groupes.

Origine du codage de Prüfer

Les codages de Prüfer permettent de représenter de manière condensée un arbre.

Un exemple sera donné plus loin.

Utilité des codages de Prüfer

Utilité dite mathématique

Utilité des codages de Prüfer

Mathématique

La raison pour laquelle ils ont été inventés :

Démontrer la formule de Cayley

Utilité des codages de Prüfer

Mathématique

La raison pour laquelle ils ont été inventés :

Démontrer la formule de Cayley

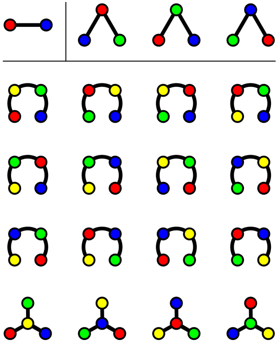
Formule de Cayley

Soit $n > 1$. On peut construire n^{n-2} arbres différents constitués de n sommets numérotés.

Utilité des codages de Prüfer

Mathématique

Exemple pour n = 2, n = 3 et n = 4



https://fr.wikipedia.org/wiki/Formule_de_Cayley

1. Origine du codage de Prüfer

2. Utilité des codages de Prüfer
   - 1re utilité
   - 2e utilité

3. Exemples
   - Encodage
   - Décodage

Utilité dite informatique

Utilité des codages de Prüfer

Informatique

Stocker un arbre en minimisant la mémoire utilisée

Utilité des codages de Prüfer

Informatique

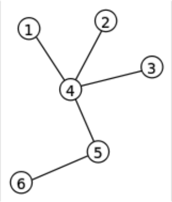
Il y a 3 manières de représenter un arbre dans la mémoire d'un ordinateur :

- Par sa matrice d'adjacence
- Par listes d'adjacences
- Par codage de Prüfer

Utilité des codages de Prüfer

Informatique

Soit l'arbre suivant :



https://fr.wikipedia.org/wiki/Codage_de_Prüfer

Notons cet arbre $A = (\#V, \#E)$. Nous allons représenter cet arbre des 3 manières différentes.

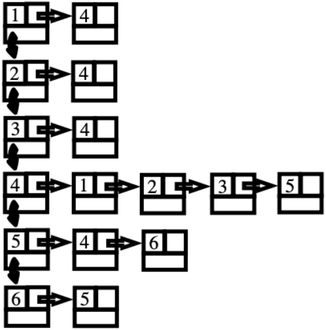
Utilité des codages de Prüfer

Informatique

Matrice d'adjacence

$$\begin{matrix} x & x & x & 1 & x & x \\ x & x & x & 1 & x & x \\ x & x & x & 1 & x & x \\ 1 & 1 & 1 & x & 1 & x \\ x & x & x & 1 & x & 1 \\ x & x & x & x & 1 & x \end{matrix}$$

Listes d'adjacences



Suite de Prüfer

4 4 4 5

Utilité des codages de Prüfer

Informatique

Quelle quantité de mémoire est nécessaire pour stocker cet arbre A = (#V, #E) ?

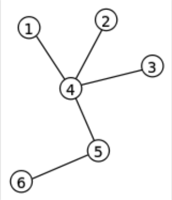
- Par sa matrice d'adjacence : $(\#V)^2$
- Par listes d'adjacences : $\#V + \#E$
- Par codage de Prüfer : $\#V - 2$

Pour les grands arbres, le codage de Prüfer est très intéressant.

Exemples

Encodage

Voir *Jupyter Notebook*

Arbre	Codage attendu
	4 4 4 5

Exemples

Décodage

Voir *Jupyter Notebook*

Codage	Matrice attendue
4 4 4 5	$\begin{matrix} x & x & x & 1 & x & x \\ x & x & x & 1 & x & x \\ x & x & x & 1 & x & x \\ 1 & 1 & 1 & x & 1 & x \\ x & x & x & 1 & x & 1 \\ x & x & x & x & 1 & x \end{matrix}$