

# Codage de Prüfer

GOFFART Maxime    JORIS Olivier

2019 - 2020

## Table des matières :

- 1 Origine du codage de Prüfer
- 2 Utilité des codages de Prüfer
  - 1<sup>re</sup> utilité
  - 2<sup>e</sup> utilité
- 3 Exemples
  - Codage
  - Décodage

# Origine du codage de Prüfer



Les suites du Prüfer ont été inventées par Heinz Prüfer en 1918.

Heinz Prüfer était un mathématicien allemand spécialisé en algèbre et en théorie des groupes.

[https://en.wikipedia.org/wiki/Heinz\\_Prüfer](https://en.wikipedia.org/wiki/Heinz_Prüfer)

# Origine du codage de Prüfer

Les codages de Prüfer permettent de représenter de manière condensée un arbre.

Un exemple sera donné plus loin.

1 Origine du codage de Prüfer

2 Utilité des codages de Prüfer

- 1<sup>re</sup> utilité
- 2<sup>e</sup> utilité

3 Exemples

- Codage
- Décodage

## Utilité dite mathématique

# Utilité des codages de Prüfer

## Mathématique

La raison pour laquelle ils ont été inventés :

**Démontrer la formule de Cayley**

# Utilité des codages de Prüfer

## Mathématique

La raison pour laquelle ils ont été inventés :

### Démontrer la formule de Cayley

#### Formule de Cayley

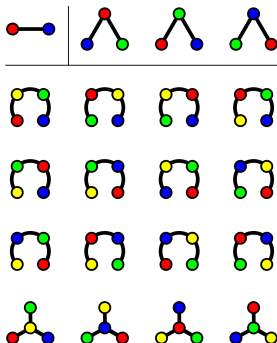
Soit  $n > 1$ . On peut construire  $n^{n-2}$  arbres différents constitués de  $n$  sommets numérotés.



# Utilité des codages de Prüfer

## Mathématique

Exemple pour  $n = 2$ ,  $n = 3$  et  $n = 4$



[https://fr.wikipedia.org/wiki/Formule\\_de\\_Cayley](https://fr.wikipedia.org/wiki/Formule_de_Cayley)

1 Origine du codage de Prüfer

2 Utilité des codages de Prüfer

- 1<sup>re</sup> utilité
- 2<sup>e</sup> utilité

3 Exemples

- Codage
- Décodage

Utilité dite informatique

**Stocker un arbre en minimisant la mémoire utilisée**

# Utilité des codages de Prüfer

## Informatique

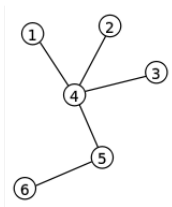
Il y a 3 manières de représenter un arbre dans la mémoire d'un ordinateur :

- Par sa matrice d'adjacence
- Par listes d'adjacences
- Par codage de Prüfer

# Utilité des codages de Prüfer

## Informatique

Soit l'arbre suivant :



[https://fr.wikipedia.org/wiki/Codage\\_de\\_Prüfer](https://fr.wikipedia.org/wiki/Codage_de_Prüfer)

Notons cet arbre  $A = (\#V, \#E)$ . Nous allons représenter cet arbre des 3 manières différentes.

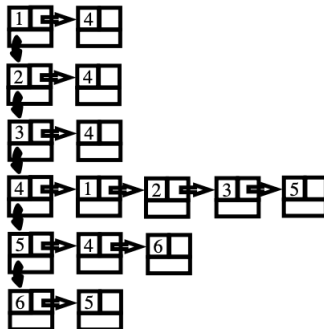
# Utilité des codages de Prüfer

## Informatique

### Matrice d'adjacence

x	x	x	1	x	x
x	x	x	1	x	x
x	x	x	1	x	x
1	1	1	x	1	x
x	x	x	1	x	1
x	x	x	x	1	x

### Listes d'adjacences



### Suite de Prüfer

4 4 4 5

# Utilité des codages de Prüfer

## Informatique

Quelle quantité de mémoire est nécessaire pour stocker cet arbre  $A = (\#V, \#E)$  ?

- Par sa matrice d'adjacence :  $(\#V)^2$
- Par listes d'adjacences :  $\#V + \#E$
- Par codage de Prüfer :  $\#V - 2$

Pour les grands arbres, le codage de Prüfer est très intéressant.



## 1 Origine du codage de Prüfer

## 2 Utilité des codages de Prüfer

- 1<sup>re</sup> utilité
- 2<sup>e</sup> utilité

## 3 Exemples

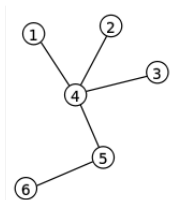
- Codage
- Décodage

# Exemples

## Codage

*Voir Jupyter Notebook*

Arbre



Codage attendu

4 4 4 5

<http://localhost:8888/notebooks/Codage%20Prufer%20exemple.ipynb#>

## 1 Origine du codage de Prüfer

## 2 Utilité des codages de Prüfer

- 1<sup>re</sup> utilité
- 2<sup>e</sup> utilité

## 3 Exemples

- Codage
- Décodage

# Exemples

## Décodage

Voir *Jupyter Notebook*

Codage		Matrice attendue
4 4 4 5		x x x 1 x x
		x x x 1 x x
		x x x 1 x x
		1 1 1 x 1 x
		x x x 1 x 1
		x x x x 1 x

<http://localhost:8888/notebooks/Décodage%20Prüfer%20exemple.ipynb>