Chapitre 8 : Produit scalaire
Fiche d'exercices
Ref [Déclic 1ière spé math _ p243]

5 avril 2025

Exercices d'introduction

Exercices 1,2,3,4 p247

Utilisation des propriétés du produit-scalaire

Exercices 8,9 p 249

Exercice 68 p 259

Utilisation des Formules d'Al-Kashi

Exercice 11 p 251

Exercice 53,56,57 p 257

BONUS : Exercice 55 p 257 (corrigé dans le manuel)

Exercices corrigés par Lionel Ponton

Exercices 45,46 p 257

Exercices 59,72 p 258

Exercice 83 p 260

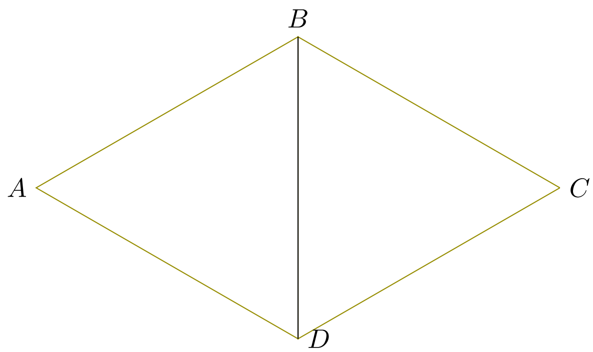
Exercice 100 p 262

Exercice 105 p 263

Exercices Bilans 4,5 p 271

CORRECTION

Exercice 3 p 247 :



ABD et BCD sont deux triangles équilatéraux de côté 4. Calculer les produits scalaires suivants :

1. $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$
2. $\vec{BA} \cdot \vec{BC}$
3. $\vec{DB} \cdot \vec{CD}$
4. $\vec{BD} \cdot \vec{CA}$
5. $\vec{AD} \cdot \vec{CB}$
6. $\vec{AC} \cdot \vec{DC}$

On veut déterminer les angles. Un triangle à ses 3 angles qui ont une somme de 180°, sachant que les deux triangles sont équilatéraux on a les angles :
$\widehat{ADB} = \widehat{ABD} = \widehat{BAD} = 60°$ de même on a :$\widehat{BDC} = \widehat{BCD} = \widehat{DBC} = 60°$
ATTENTION : Lors de l'utilisation de la calculette, vérifiez bien si vous êtes en "degrès" ou en "radiants". Pour calculer $cos(60)$ il faut être en degrès, pour calculer $cos(\frac{\pi}{3})$ il faut être en radiants
On peut alors répondre aux questions :

1. $\vec{AB} \cdot \vec{AD} = 4 \times 4 \times cos(\frac{\pi}{3}) = 16 \times \frac{1}{2} = 8$
2. $\vec{BA} \cdot \vec{BC} = 4 \times 4 \times cos(\frac{2\pi}{3}) = 16 \times (-\frac{1}{2}) = -8$
3. $\vec{DB} \cdot \vec{CD} = 4 \times 4 \times cos(\frac{2\pi}{3}) = -8$
4. $\vec{BD} \cdot \vec{CA} = 0$ *(car ces deux vecteurs sont orthogonaux.)*
5. $\vec{AD} \cdot \vec{CB} = 4 \times 4 \times cos(\pi) = -16$
6. $\vec{AC} \cdot \vec{DC} = AC \times 4 \times cos(\frac{\pi}{6}) = (2 \times \sqrt{3}) \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 12$ *(On a utilisé le théorème de pythagore)*

Exercices 4 p247

Le principe est le même que l'exercice précédent, la seule différence est que l'on remplace 4 par la lettre a.
(Rappel, les diagonales d'un carré sont perpendiculaires)

Exercices 11 p251

On considère un triangle ABC tel que : $AB = 4$, $AC = 6$ et $\widehat{BAC} = 30°$

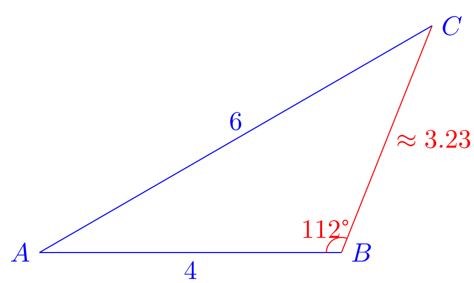
1. Calculer la longueur BC
2. Calculer une mesure en degré de l'angle $\widehat{ABC}$

Correction :

1. Par le théorème d'Al-Kashi on a $BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \times AB \times AC \times cos(\widehat{BAC})$.
   On obtient donc :
   $$\begin{aligned} BC^2 &= 6^2 + 4^2 - 2 \times 6 \times 4 \times cos(30) \\ &= 36 + 16 - 2 \times 24 \times \tfrac{\sqrt{3}}{2} \\ &= 52 - 24\sqrt{3} \\ &= 4(13 - 6\sqrt{3}) \end{aligned}$$
   Donc $BC = 2\sqrt{13 - 6\sqrt{3}} \approx 3.23$

2. Par le théorème d'Al-Kashi on a $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \times AB \times BC \times cos(\widehat{ABC})$.
   Donc : $cos(\widehat{ABC}) = \frac{-AC^2+AB^2+BC^2}{2\times AB\times BC}$.

   On obtient donc :
   $$\begin{aligned} cos(\widehat{ABC}) &\approx \tfrac{-6^2+4^2+10.43}{2\times4\times3.23} \\ &= \tfrac{-36+16+10.43}{25.84} \\ &= \tfrac{-9.57}{25.84} \\ &\approx -0.37 \end{aligned}$$
   Donc $\widehat{ABC} \approx 112°$



Exercices 56 p257

On considère un triangle ABC tel que : $AB = 8$, $AC = 5$ et $BC = 7$.
On note H le pied de la hauteur de A de ce triangle.

1. Déterminer une mesure en degré de l'angle $\widehat{ABC}$

2. En déduire la longueur AH
3. Calculer alors l'aire du triangle ABC

Correction :

1. On a par le théorème d'Al-Kashi $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \times AB \times BC \times cos(\widehat{ABC})$
   Donc $cos(\widehat{ABC}) = \frac{-AC^2+AB^2+BC^2}{2\times AB\times BC}$

   On obtient donc :
   $$\begin{aligned} cos(\widehat{ABC}) &= \frac{-5^2+8^2+7^2}{2\times 8\times 7} \\ &= \frac{-25+64+49}{112} \\ &= \frac{88}{112} \end{aligned}$$
   Donc $\widehat{ABC} \approx 38°$

2. On a $sin(\widehat{ABC}) = \frac{AH}{AB}$, donc $AH = sin(\widehat{ABC}) \times AB$.
   D'où $AH \approx 0,62 \times 8 = 4.96$

3. Donc l'aire du triangle ABC est $\mathcal{A} = \frac{BC\times AH}{2} \approx \frac{7\times 4.96}{2} = 17,36$