Devoir 4 MTH 6415

Olivier Sirois 1626107, Corey Ducharme

2018-01-01

4.19 (3.19 ed. 4)

a)

Comme montrer dans l'énoncé de b). Une décision optimale est prise si on trouve un stationnement lorsqu'il nous reste seulement $k*$ essaies restants. Sachant cela, on peut traduire cette information sous forme:

$$minE\{J_k(x_k)\} = \begin{cases} p * k + (1-p) * E\{J_{k-1}(x_{k-1})\}, & \text{si } E > k* \\ E\{J_{k-1}(x_{k-1})\}, & \text{si } E < k* \end{cases}$$

qui peut être représenté comme étant:

$$minE\{J_k(x_k)\} = \begin{cases} p * k + (1-p) * E\{J_{k-1}(x_{k-1})\}, & \text{si } E > k* \\ p * E\{J_{k-1}(x_{k-1})\} + (1-p)E\{J_{k-1}(x_{k-1})\}, & \text{si } E < k* \end{cases}$$

Étant donnée que $p+(1-p) = 1$. En agrégeant ces deux cas, il est correct de dire:

$$minE\{J_k(x_k)\} = p * min(k, E\{J_{k-1}(x_{k-1}\}) + (1-p) * E\{J_{k-1}(x_{k-1}\}$$

en définissant $minE\{J_k(x_k)\} = F_k$,comme mentionné dans l'énoncé, on revient à l'équation originale, soit:

$$F_k = p * min(k, F_{k-1}) + (1-p) * F_{k-1}, q = (1-p).$$

b)

4.16 (3.16 de l'ed. 4)

Pour ce problème, on peut se fier à l'example 3.4.1 (ed. 4) du livre de Bertsekas pour commencer. Évidemment, il y a certaines différences. On peut commencer par définir l'état de notre problème:

$$x_{k+1} = max(x_k, w_k)$$

Étant donné que nous conservons toutes les offres, On peut dire que l'état serait la meilleur offre que nous avons eu jusqu'à présent. ou x_k est l'offre et que w_k est la prochaine offre que nous recevront. Si l'offre recu est meilleur, elle prendra la place de x_k, sinon x_k restera.

On peut charactérisé les équations de programmation dynamique comme étant:

$$V_N(x_N) = x_N)$$

et:

$V_k(x_k) = max[x_k, E[V_{k+1}(max(x_k, E[\omega_k)]] - c * (N - k)]$

Étant donnée qu'on conserve toutes les offres déjà eu auparavant, on peut assumer que l'ensemble T est absorbant. l'offre effective ne peut pas diminuer, alors selon le 'one step lookahed stopping rule', il s'ensuit que la première offre qui est égale ou excède $\bar{\alpha}$ est optimale. Il est ensuite logique d'assumer que:

$\alpha_k = E\{max(x_{k+1}, \omega_{k+1})\} - c * (N - k)$

ou la limite asymptotique de α_k qui peut être défini comme étant:

$\bar{\alpha} = P(\bar{\alpha})\bar{\alpha} + \int\limits_{\bar{\alpha}}^{\infty} \omega dP(\omega)$