

Notes de Cours MTH 6415

Olivier Sirois

2018-01-01

4.19 (3.19 ed. 4)

a)

Comme montrer dans l'énoncé de b). Une décision optimale est prise si on trouve un stationnement lorsqu'il nous reste seulement k^* essais restants. Sachant cela, on peut traduire cette information sous forme:

$$\min E\{J_k(x_k)\} = \begin{cases} p * k + (1 - p) * E\{J_{k-1}(x_{k-1})\}, & \text{si } E > k^* \\ E\{J_{k-1}(x_{k-1})\}, & \text{si } E < k^* \end{cases}$$

qui peut être représenté comme étant:

$$\min E\{J_k(x_k)\} = \begin{cases} p * k + (1 - p) * E\{J_{k-1}(x_{k-1})\}, & \text{si } E > k^* \\ p * E\{J_{k-1}(x_{k-1})\} + (1 - p)E\{J_{k-1}(x_{k-1})\}, & \text{si } E < k^* \end{cases}$$

Étant donnée que $p + (1 - p) = 1$. En agrégeant ces deux cas, il est correct de dire:

$$\min E\{J_k(x_k)\} = p * \min(k, E\{J_{k-1}(x_{k-1})\}) + (1 - p) * E\{J_{k-1}(x_{k-1})\}$$

en définissant $\min E\{J_k(x_k)\} = F_k$, comme mentionné dans l'énoncé, on revient à l'équation originale, soit:

$$F_k = p * \min(k, F_{k-1}) + (1 - p) * F_{k-1}, q = (1 - p).$$

b)

4.16 (3.16 de l'ed. 4)

Pour ce problème, on peut se fier à l'exemple 3.4.1 (ed. 4) du livre de Bertsekas pour commencer. Évidemment, il y a certaines différences. On peut commencer par définir l'état de notre problème:

$$x_{k+1} = \max(x_k, w_k)$$

Étant donné que nous conservons toutes les offres, On peut dire que l'état serait la meilleur offre que nous avons eu jusqu'à présent. ou x_k est l'offre et que w_k est la prochaine offre que nous recevront. Si l'offre reçu est meilleur, elle prendra la place de x_k , sinon x_k restera.

On peut caractérisé les équations de programmation dynamique comme étant:

$$V_N(x_N) = x_N$$

et:

$$V_k(x_k) = \max[x_k, E[V_{k+1}(\max(x_k, \omega_k))] - c * (N - k)]$$

Étant donnée qu'on conserve toutes les offres déjà eu auparavant, on peut assumer que l'ensemble T est absorbant. l'offre effective ne peut pas diminuer, alors selon le 'one step lookahead stopping rule', il s'ensuit que la première offre qui est égale ou excède $\bar{\alpha}$ est optimale. Il est ensuite logique d'assumer que:

$$\alpha_k = E\{\max(x_{k+1}, \omega_{k+1})\} - c * (N - k)$$

ou la limite asymptotique de α_k qui peut être défini comme étant:

$$\bar{\alpha} = P(\bar{\alpha})\bar{\alpha} + \int_{\bar{\alpha}}^{\infty} \omega dP(\omega)$$