

**Corrigé
examen final**


INF2010

Sigle du cours

<i>Identification de l'étudiant(e)</i>		
Nom :	Prénom :	
Signature :	Matricule :	Groupe :

<i>Sigle et titre du cours</i>		<i>Groupe</i>	<i>Trimestre</i>
INF2010 – Structures de données et algorithmes		Tous	20111
<i>Professeur</i>		<i>Local</i>	<i>Téléphone</i>
Ettore Merlo – responsable / Tarek Ould Bachir - chargé		A-416	7821
<i>Jour</i>	<i>Date</i>	<i>Durée</i>	<i>Heures</i>
Mercredi	04 mai 2011	2h30	13h30-16h00

<i>Documentation</i>	<i>Calculatrice</i>	
<input checked="" type="checkbox"/> Aucune <input type="checkbox"/> Toute <input checked="" type="checkbox"/> Voir directives particulières	<input type="checkbox"/> Aucune <input type="checkbox"/> Toutes <input checked="" type="checkbox"/> Non programmable	Les cellulaires, agendas électroniques ou téléavertisseurs sont interdits.

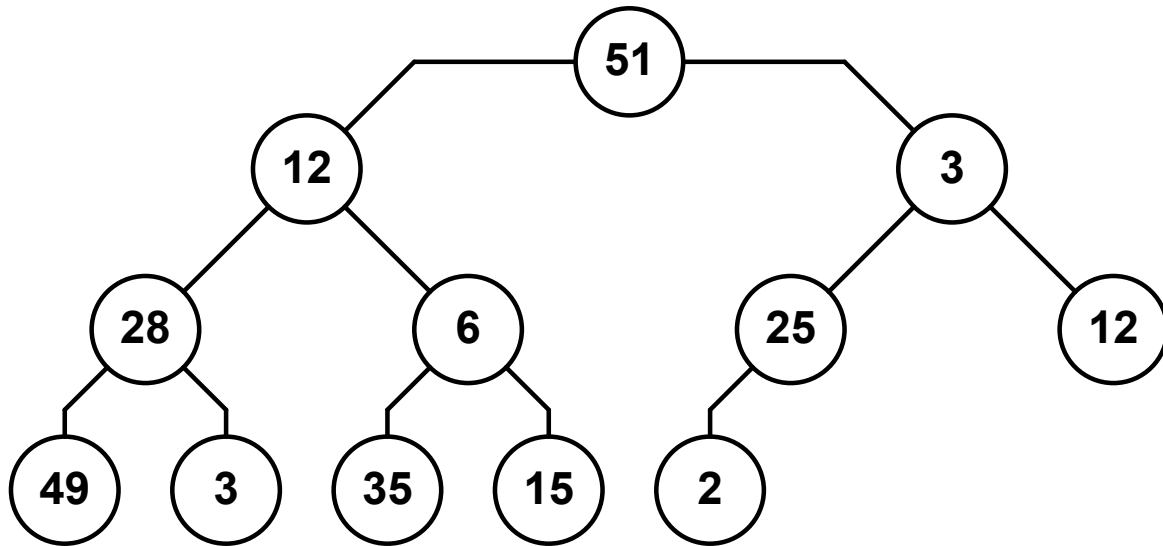
<i>Directives particulières</i>
<p> Un cahier supplémentaire vous sera remis. Servez-vous de ce cahier comme brouillon. Toutes vos réponses doivent être faites sur le questionnaire. Le cahier supplémentaire n'est pas à remettre à la fin de l'examen.</p> <p style="text-align: right;"><i>Bonne chance à tous!</i></p>

Important	Cet examen contient 5 questions sur un total de 18 pages (excluant cette page)
	La pondération de cet examen est de 40 %
	Vous devez répondre sur : <input checked="" type="checkbox"/> le questionnaire <input type="checkbox"/> le cahier <input type="checkbox"/> les deux
	Vous devez remettre le questionnaire : <input checked="" type="checkbox"/> oui <input type="checkbox"/> non

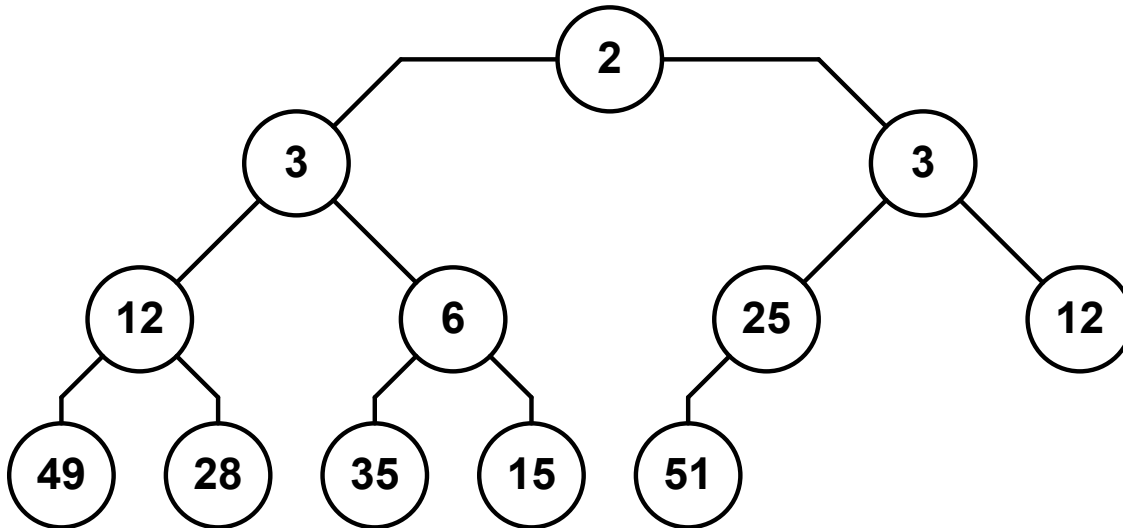
Question 1 : Monceaux

(20 points)

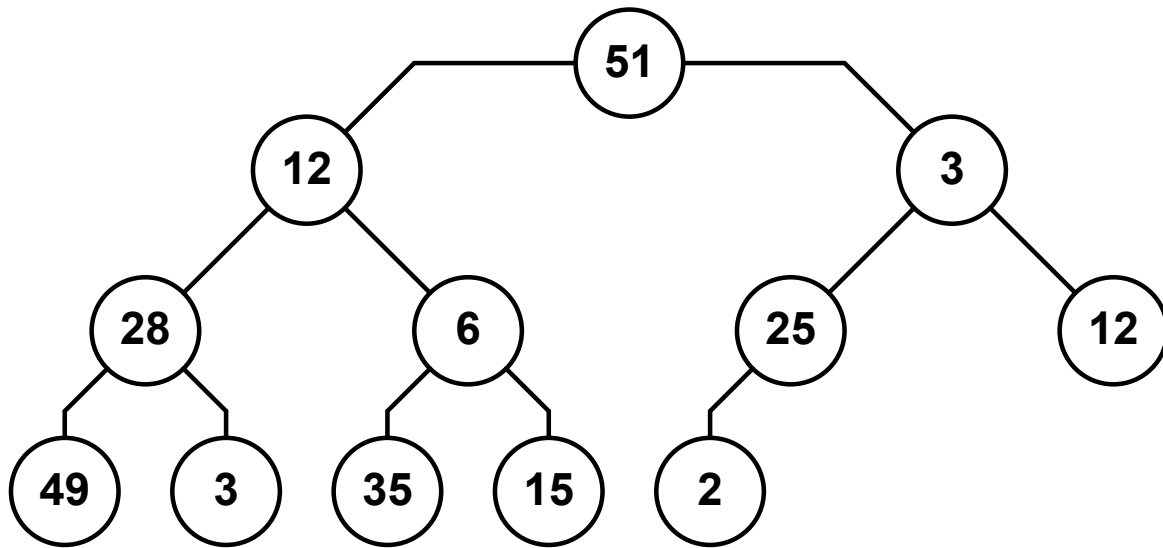
a) (5 pts) Construire, selon la technique vue en cours, un monceau MIN à partir de l'arbre binaire suivant :



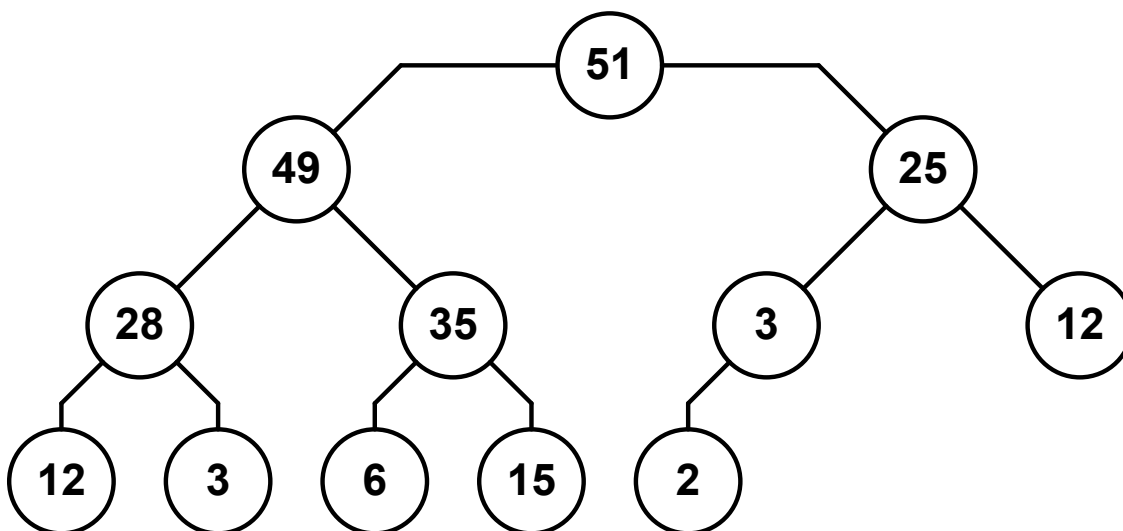
Monceau résultant :



a) (5 pts) Construire, selon la technique vue en cours, un monceau MAX à partir de l'arbre binaire suivant :

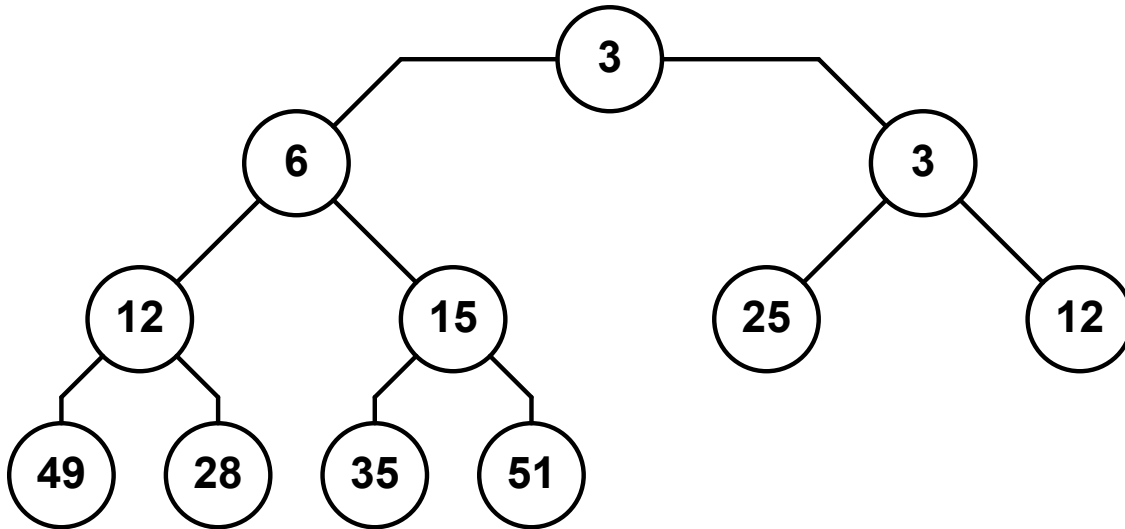


Monceau résultant :

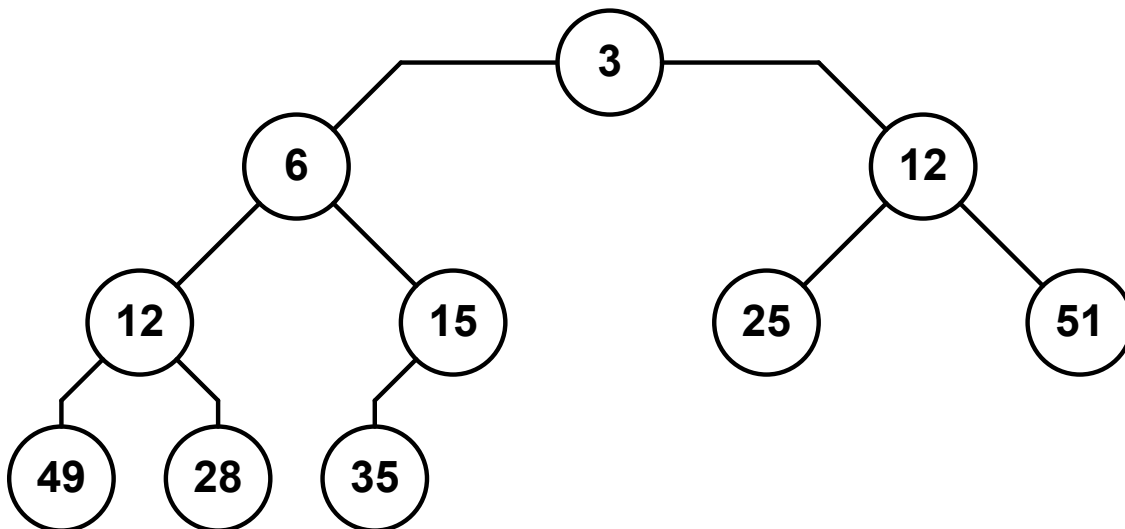


c) Dessiner l'état du monceau de la question 1.a) — monceau MIN que vous avez obtenu — suite à deux appels consécutifs à `deleteMin()` :

c.1) (2.5 pts) Monceau résultant du premier `deleteMin()`

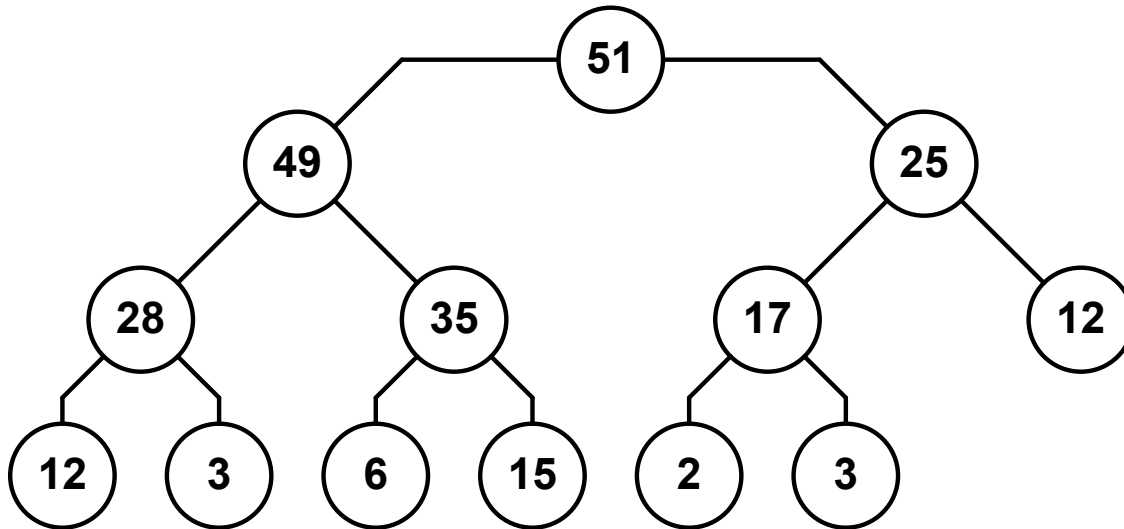


c.2) (2.5 pts) Monceau résultant du second `deleteMin()`

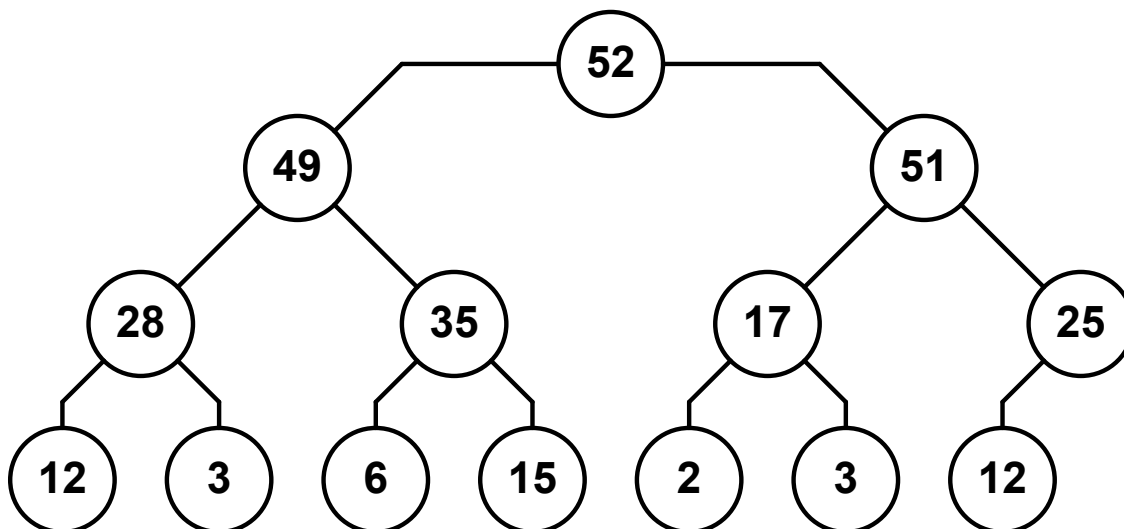


d) Dessiner l'état du dernier monceau de la question 1.b) — monceau MAX que vous avez obtenu — auquel on insère successivement les clés 17 et 52 :

d.1) (2.5 pts) Monceau résultant de insert(17)



d.2) (2.5 pts) Monceau résultant de insert(52)

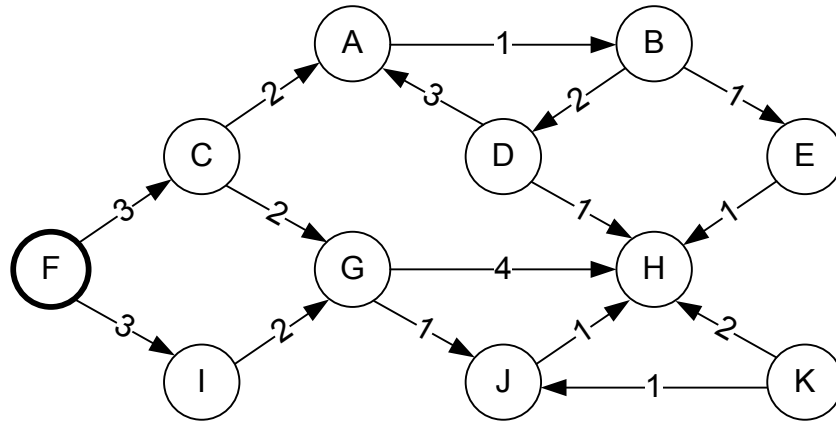


Question 2 : Plus court chemin d'un graphe acyclique

(25 points)

a) Tri topologique

a.1) (10 pts) Essayez de donner un ordre topologique au graphe suivant.



Noeud	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
A	2	2	2	1	1	1	1				
B	1	1	1	1	1	1	1				
C	1	0	0	0	0	0	0				
D	1	1	1	1	1	1	1				
E	1	1	1	1	1	1	1				
F	0	0	0	0	0	0	0				
G	2	2	2	1	0	0	0				
H	5	5	4	4	4	3	2				
I	1	0	0	0	0	0	0				
J	2	2	1	1	1	0	0				
K	0	0	0	0	0	0	0				
Entrée	F, K	C, I	-	-	G	J	-				
Sortie	F	K	C	I	G	J	Fin				

a.2) (5 pts) Peut-on dire de ce graphe qu'il est acyclique ? Pourquoi ?

Non. L'exécution de l'algorithme n'a pas abouti. D'ailleurs il apparaît après attentive inspection que A, B, D forment un cycle.

b) Nous voulons trouver les plus courts chemins depuis le nœud F jusqu'à l'ensemble des nœuds en appliquant l'algorithme de Dijkstra.

b.1) (5.5 pts) Continuez l'exécution de l'algorithme de Dijkstra utilisant une file de priorité pour trouver la longueur du plus court chemin menant à chacun des nœuds du graphe en partant de F.

Nœud	Connu	Dist min.	Parent	File de priorité
A	√	$\infty, 5$	C	
B	√	$\infty, 6$	A	
C	√	$\infty, 3$	F	
D	√	$\infty, 8$	B	
E	√	$\infty, 7$	B	
F	√	0	-	
G	√	$\infty, 5$	C	
H	√	$\infty, 9, 7$	G, J	
I	√	$\infty, 3$	F	
J	√	$\infty, 6$	G	
K		$\infty,$		

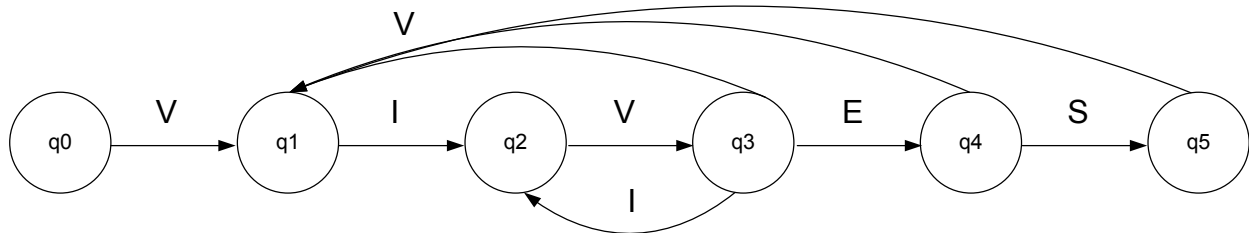
b.2) (4.5 pts) Détaillez chacun des chemins les plus courts trouvés :

Nœud	Le plus court chemin	Distance parcourue
A	$F \rightarrow C \rightarrow A$	5
B	$F \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow B$	6
C	$F \rightarrow C$	3
D	$F \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow D$	8
E	$F \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow E$	7
F	$F \rightarrow F$	0
G	$F \rightarrow C \rightarrow G$	5
H	$F \rightarrow C \rightarrow G \rightarrow J \rightarrow H$	7
I	$F \rightarrow I$	3
J	$F \rightarrow C \rightarrow G \rightarrow J$	6
K	Aucun chemin	-

Question 3 : Recherche de patrons par automate à états finis (15 points)

On vous demande de retrouver le patron $P[1:5]=VIVES$ dans un texte.

a) (5 pnts) Dessiner le diagramme d'états de l'automate à états finis permettant de ce faire :



b) (5 pnts) Donner la table de transitions de l'automate recherché.

q\a	V	I	E	S	Autre
0	1	0	0	0	0
1	1	2	0	0	0
2	3	0	0	0	0
3	1	2	4	0	0
4	1	0	0	5	0
5	1	0	0	0	0

c) Dans quel état sera votre automate une fois arrivé à la fin de la phrase suivante :

$T[1 : 34] = \text{« VIVIANE VIT AUJOURD'HUI À VAL-D'OR »}$

État q0

Question 5 : Programmation dynamique

(20 points)

On désire trouver le parenthésage idéal pour multiplier les matrices A_1 à A_5 permettant de minimiser le nombre de multiplications (scalaires) à effectuer. Les matrices sont dimensionnées comme suit :

$A_1 : 2 \times 4$; $A_2 : 4 \times 2$; $A_3 : 2 \times 3$; $A_4 : 3 \times 2$; $A_5 : 2 \times 2$

Considérez les tables **m** et **s** obtenue par l'exécution de l'algorithme dynamique vu en cours.

m	1	2	3	4	5
1	0	16	28	36	44
2		0	24	28	36
3			0	12	20
4				0	12
5					0

s	1	2	3	4	5
1		1	2	2	4
2			2	2	2
3				3	4
4					4
5					

Compléter cette table pour répondre aux questions suivantes :

Rappel : $m[i, j] = \min\{m[i, k] + m[k+1, j] + p_{i-1}p_kp_j\}$ pour $k = i$ à $j-1$, sachant que la matrice A_i a une dimension $p_{i-1} \times p_i$.

a) (4 pts) Donnez le parenthésage optimal pour multiplier A_1 à A_5 . Donnez son coût.

$((A_1A_2)(A_3A_4))(A_5)$

Coût : 44

b) (4 pts) Donnez le parenthésage optimal pour multiplier A_1 à A_4 . Donnez son coût.

$(A_1A_2)(A_3A_4)$

Coût : 36

c) (4 pts) Donnez le parenthésage optimal pour multiplier A_1 à A_3 . Donnez son coût.

$(A_1A_2)(A_3)$

Coût : 25

d) (4 pts) Donnez le parenthésage optimal pour multiplier A_2 à A_5 . Donnez son coût.

$$(A_2)((A_3A_4)(A_5))$$

Coût : 36

e) (4 pts) Donnez le parenthésage optimal pour multiplier A_2 à A_4 . Donnez son coût.

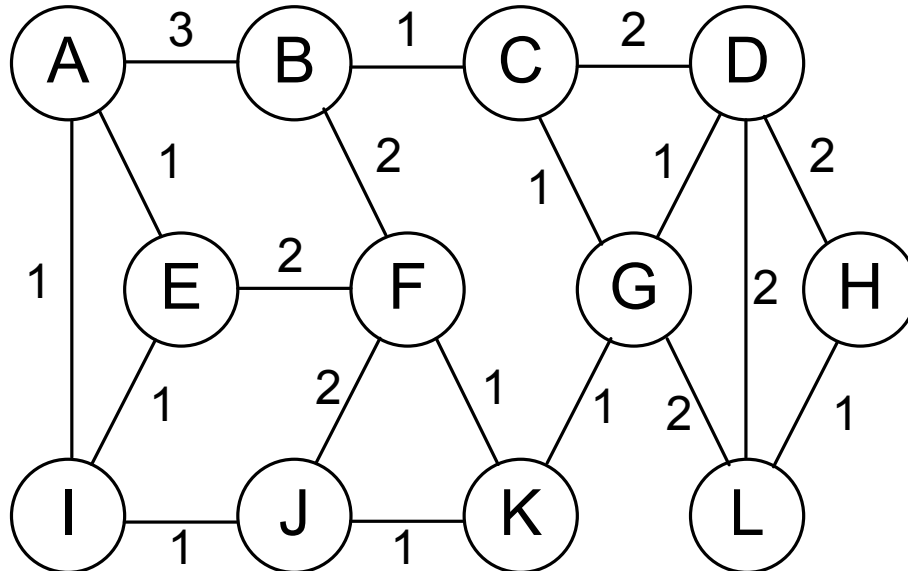
$$(A_2)(A_3A_4)$$

Coût : 28

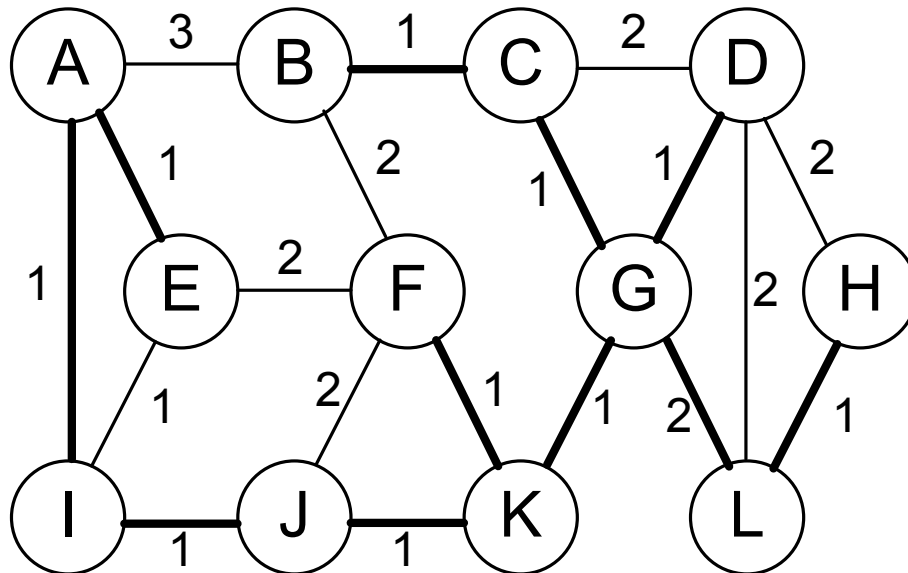
Question 5 : Arbre sous-tendant minimum

(20 points)

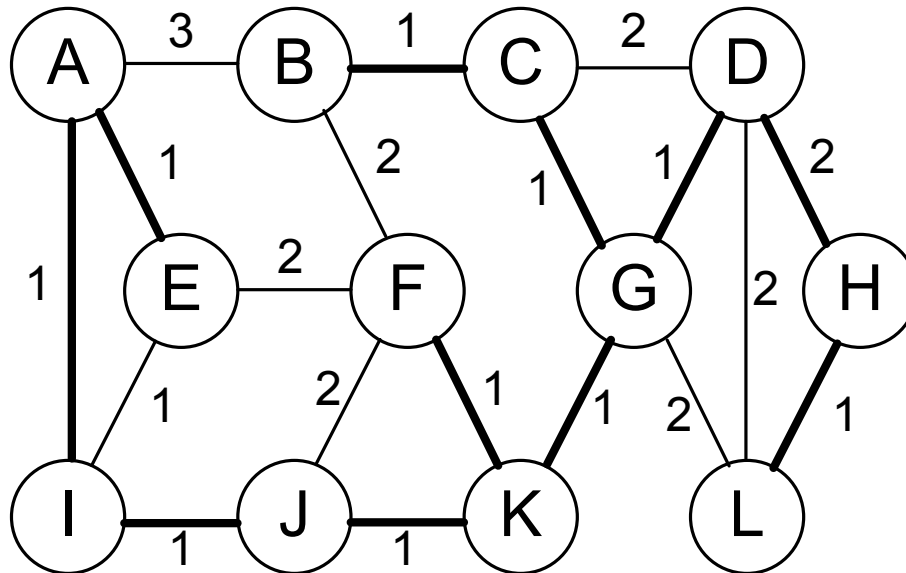
Considérez le graphe suivant :



a) (8 pts) Dessinez l'arbre sous-tendant minimum du graphe précédent en utilisant l'algorithme de Prim. Partez du nœud A pour ce faire et visitez les voisins par ordre alphabétique.



b) (8 pts) Dessinez l'arbre sous-tendant minimum du graphe précédent en utilisant l'algorithme de Kruskal. En plus de leur poids, traitez les arcs par ordre alphabétique, c'est-à-dire pour un poids identique on traitera (A, E) avant (A, I), (A, E) avant (B, C) et (A, I) avant (B, C).



c) (4 pts) Comparez les solutions 5.a) et 5.b). Est-ce un résultat auquel on pouvait s'attendre? Justifiez brièvement.

Les deux solutions sont différentes. Comme ce graphe a beaucoup d'arcs de même poids, ce résultat est attendu. Les deux algorithmes renvoient cependant des arbres de mêmes poids.

Prim : 12

Kruskal : 12

Ce qui est cohérent.