



**POLYTECHNIQUE  
MONTREAL**

## Corrigé examen final

**INF2010**

**Sigle du cours**

<i>Identification de l'étudiant(e)</i>		
<b>Nom :</b>	<b>Prénom :</b>	
<b>Signature :</b>	<b>Matricule :</b>	<b>Groupe :</b>

<i>Sigle et titre du cours</i>		<i>Groupe</i>	<i>Trimestre</i>
INF2010 – Structures de données et algorithmes		Tous	20161
<i>Professeur</i>		<i>Local</i>	<i>Téléphone</i>
Ettore Merlo, responsable Tarek Ould Bachir, chargé de cours		M-4105	5193
<i>Jour</i>	<i>Date</i>	<i>Durée</i>	<i>Heures</i>
Mardi	26 avril 2016	2 h 30	13 h 30 – 16 h 00

<i>Documentation</i>	<i>Calculatrice</i>	
<input checked="" type="checkbox"/> Aucune <input type="checkbox"/> Toute <input checked="" type="checkbox"/> Voir directives particulières	<input type="checkbox"/> Aucune <input type="checkbox"/> Toutes <input checked="" type="checkbox"/> Non programmable	<b>Les cellulaires, agendas électroniques ou téléavertisseurs sont interdits.</b>

<i>Directives particulières</i>
Un cahier supplémentaire vous sera remis. Servez-vous de ce cahier comme brouillon. Toutes vos réponses doivent être faites sur le questionnaire. Le cahier supplémentaire n'est pas à remettre à la fin de l'examen.

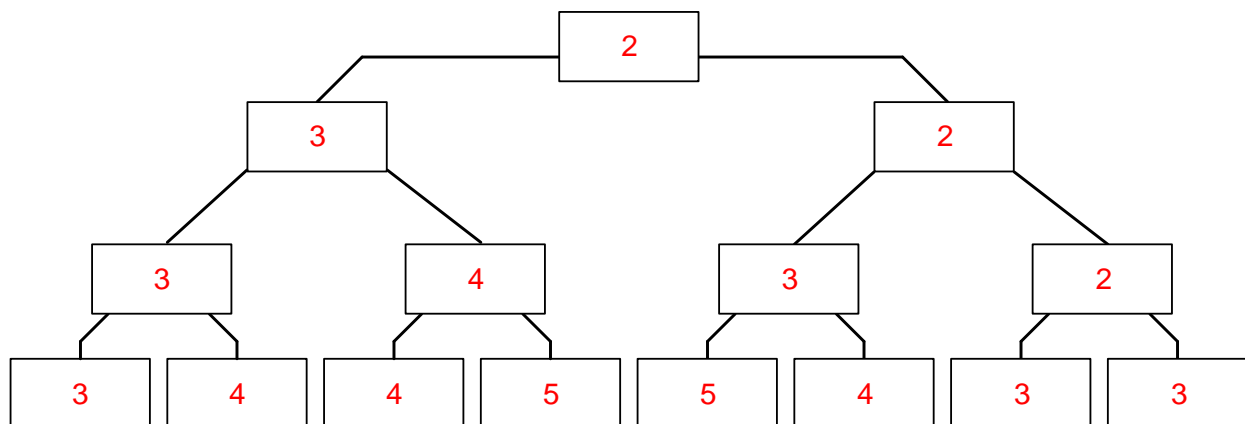
<b>Important</b>	Cet examen contient <b>6</b> questions sur un total de <b>10</b> pages (excluant cette page)
	La pondération de cet examen est de <b>40</b> %
	Vous devez répondre sur : <input checked="" type="checkbox"/> le questionnaire <input type="checkbox"/> le cahier <input type="checkbox"/> les deux
	Vous devez remettre le questionnaire : <input checked="" type="checkbox"/> oui <input type="checkbox"/> non

**L'étudiant doit honorer l'engagement pris lors de la signature du code de conduite.**

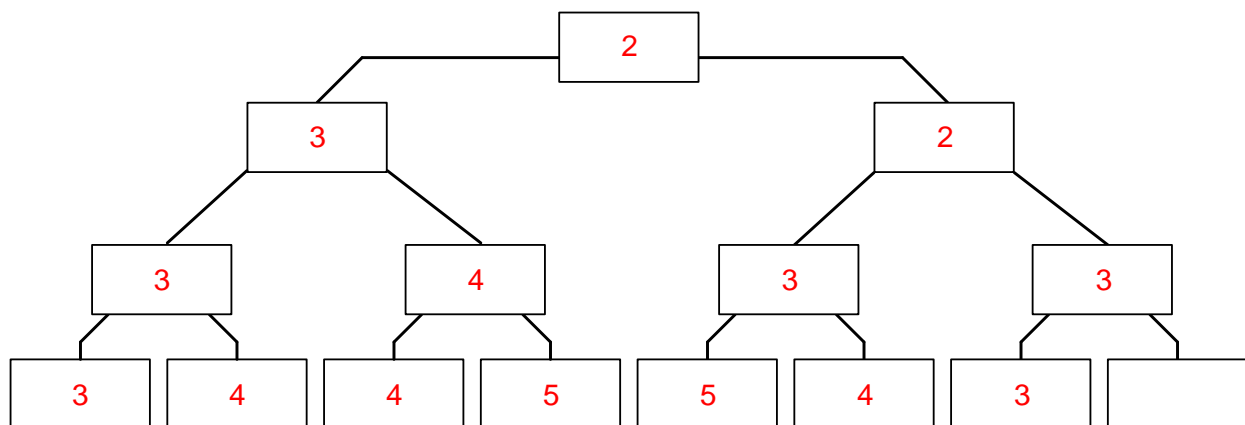
**Question 1 : Monceaux****(15 points)****a) (3 pts)** Dessinez le monceau contenu en mémoire dans le tableau ci-après.

Indice	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Contenu	-	2	3	2	3	4	3	2	3	4	4	5	5	4	3	3

Votre réponse :

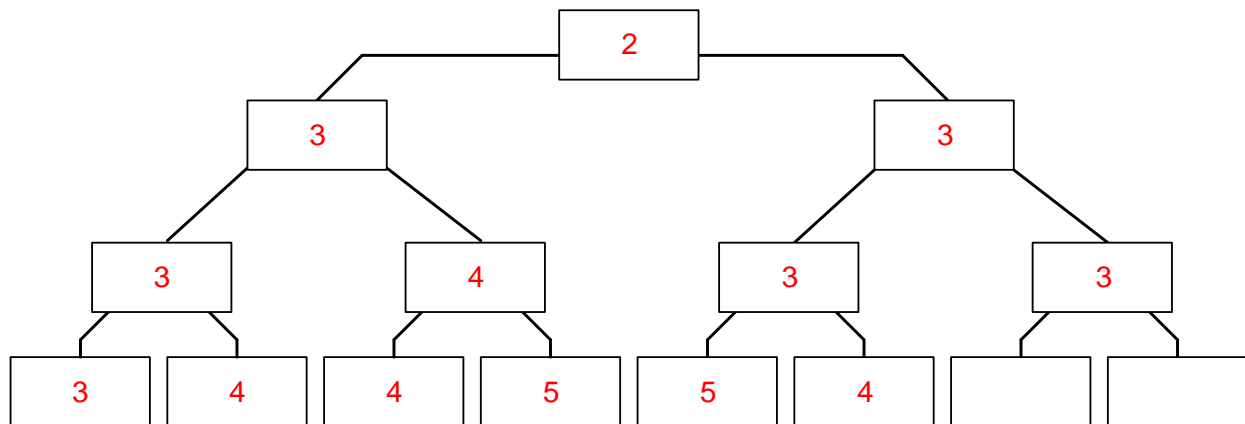
**b) (4 pts)** En partant du monceau de 1.a), effectuez un deleteRoot().

Votre réponse :



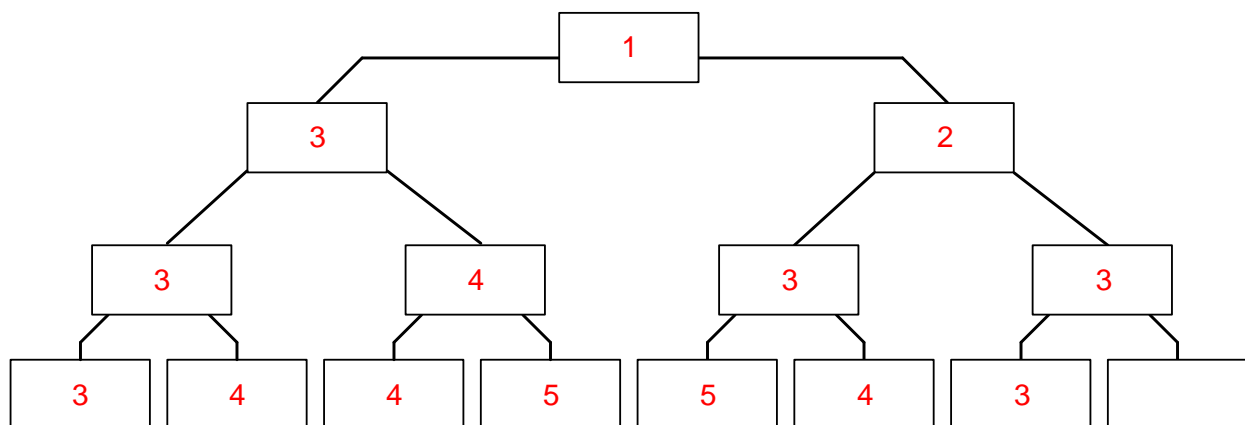
c) (4 pts) En partant du monceau de 1.b), effectuez un `deleteRoot()`.

Votre réponse :



d) (4 pts) En partant du monceau de 1.c), effectuez un `insert(1)`.

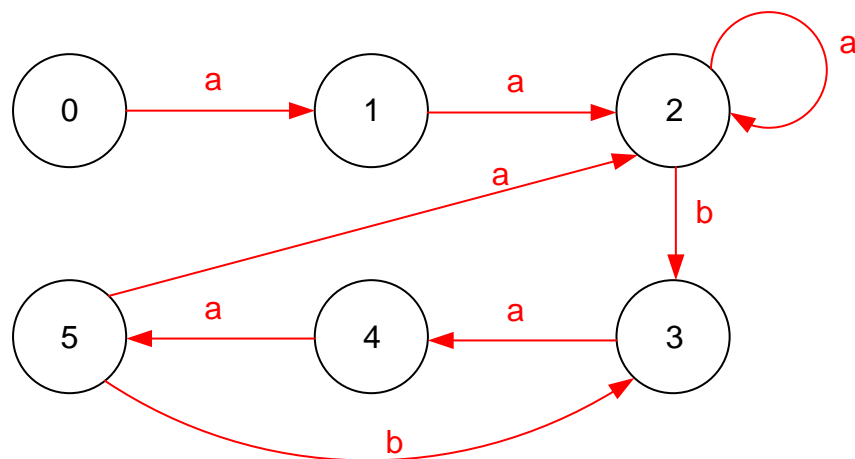
Votre réponse :



**Question 2 : Recherche de patron****(15 points)**

On vous demande de retrouver le patron  $P[1:5] = \ll aabaa \gg$  dans un texte.

a) (3 pts) Dessinez le diagramme d'états de l'automate à états finis permettant de ce faire :



Arcs absents mènent vers 0

b) (2 pts) Donnez la table de transitions de l'automate recherché.

q \ a	a	b	Autre
0	1	0	0
1	2	0	0
2	2	3	0
3	4	0	0
4	5	0	0
5	2	3	0

- c) (10 pts) Quels seront respectivement le ou les états les plus visités et le ou les états les moins visités par l'automate une fois arrivé à la fin du texte suivante. Combien de décalages seront retournés?

$T[1 : 30] = \text{« aabaaabbaabbbaabaabaaabaaabaaa »}$

Aidez-vous de la table suivante:

T[i]	a	a	b	a	a	a	b	b
q	1	2	3	4	5	2	3	0
T[i]	a	a	b	b	b	a	a	b
q	1	2	3	0	0	1	2	3
T[i]	a	a	b	a	a	a	b	a
Q	4	5	3	4	5	2	3	4
T[i]	a	a	b	a	a	a		
q	5	2	3	4	5	2		

Le ou les états les plus visités : 2, 3 (4 pts)

Le ou les états les moins visités : 0, 1 (4 pts)

Nombre de décalages retournés : 5 (2 pts)

**Question 3 : Programmation dynamique****(16 points)**

En utilisant l'algorithme vu en classe, donnez la longueur de la PLSC des séquences de caractères  $X = \text{"babbaabbbbaaabb"}$  et  $Y = \text{"abaabbbaabbb"}$ . Aidez-vous du tableau donné ci-après. Inscrivez votre réponse au bas de cette page.

<b>X\Y</b>		<b>a</b>	<b>b</b>	<b>a</b>	<b>a</b>	<b>b</b>	<b>b</b>	<b>a</b>	<b>a</b>	<b>a</b>	<b>b</b>	<b>b</b>	<b>b</b>
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
<b>b</b>	0												
<b>a</b>	0												
<b>b</b>	0												
<b>b</b>	0												
<b>a</b>	0												
<b>a</b>	0												
<b>b</b>	0												
<b>b</b>	0												
<b>b</b>	0												
<b>a</b>	0												
<b>a</b>	0												
<b>a</b>	0												
<b>b</b>	0												
<b>b</b>	0												

Longueur de la PLSC : **11 (8 pts)**

PLCS trouvée : **abaabbbaabbb (8 pts)**

**Question 4 : Programmation dynamique****(15 points)**

On désire trouver le parenthésage idéal pour multiplier les matrices  $A_1$  à  $A_5$  permettant de minimiser le nombre de multiplications (scalaires) à effectuer. Les matrices sont dimensionnées comme suit :

$A_1 : 3 \times 1$  ;  $A_2 : 1 \times 1$  ;  $A_3 : 1 \times 3$  ;  $A_4 : 3 \times 1$  ;  $A_5 : 1 \times 3$

Considérez les tables **m** et **s** obtenues par l'exécution de l'algorithme dynamique vu en cours.

m	1	2	3	4	5
1	0	3	12	7	16
2		0	3	4	7
3			0	3	6
4				0	9
5					0

s	1	2	3	4	5
1		1	1	1	1 ou 4
2			2	2	4
3				3	4
4					4
5					

Complétez cette table pour répondre aux questions suivantes :

Rappel :  $m[i, j] = \min\{m[i, k] + m[k+1, j] + p_{i-1}p_kp_j\}$  pour  $k = i$  à  $j-1$ , sachant que la matrice  $A_i$  a une dimension  $p_{i-1} \times p_i$ .

**a) (4 pts)** Donnez le parenthésage optimal pour multiplier  $A_3$  à  $A_5$ . Donnez son coût.

Parenthésage optimal:  $(A_3 A_4) A_5$

Coût: 6

**b) (5 pts)** Donnez le parenthésage optimal pour multiplier  $A_2$  à  $A_5$ . Donnez son coût.

Parenthésage optimal:  $(A_2 (A_3 A_4)) A_5$

Coût: 7

**c) (6 pts)** Donnez le parenthésage optimal pour multiplier  $A_1$  à  $A_5$ . Donnez son coût.

Parenthésage optimal:  $A_1 ((A_2 (A_3 A_4)) A_5)$  ou  $(A_1 (A_2 (A_3 A_4))) A_5$

Coût: 16

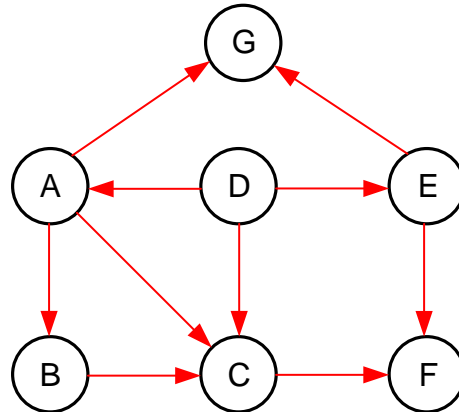
**Question 5 : Ordre topologique****(19 points)**

On veut connaître l'ordre topologique du graphe suivant :

$$V = \{A, B, C, D, E, F, G\}$$

$$E = \{(A, B), (A, C), (A, G), (B, C), (C, F), (D, A), (D, C), (D, E), (E, F), (E, G)\}$$

a) (3 pts) Reproduisez graphiquement le graphe :



b) (8 pts) Donnez l'ordre topologique du graphe en appliquant l'algorithme utilisant une file vu en classe.

Nœud	1	2	3	4	5	6	7
A							
B							
C							
D							
E							
F							
G							
Entrée							
Sortie							

Ordre trouvé (debutez la numérotation à 1) :

Nœud	A	B	C	D	E	F	G
Ordre :	2	4	6	1	3	7	5



c) (8 pts) Donnez l'ordre topologique du graphe en appliquant l'algorithme utilisant le parcours DFS post-ordre inverse. Partez du nœud A et visitez les nœuds alphabétiquement.

c.1 (4 pts) Donnez l'affichage post-ordre obtenu :

F, C, B, G, A, E, D

c.2 (4 pts) Donnez l'ordre topologique trouvé (débuter la numérotation à 1) :

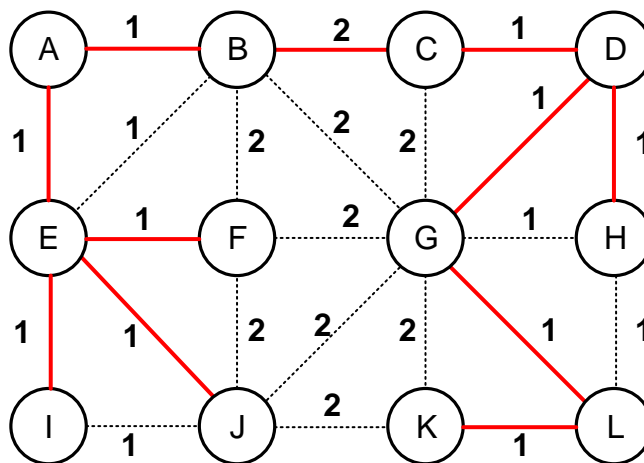
Nœud	A	B	C	D	E	F	G
Ordre :	3	5	6	1	2	7	4

**Question 6 : Arbre sous-tendant minimum****(20 points)**

Donnez les arbres sous-tendant minimum obtenus par les algorithmes de Prim (le nœud de départ étant A) et Kruskal en reliant les arêtes retenues dans les graphes donnés ci-après.

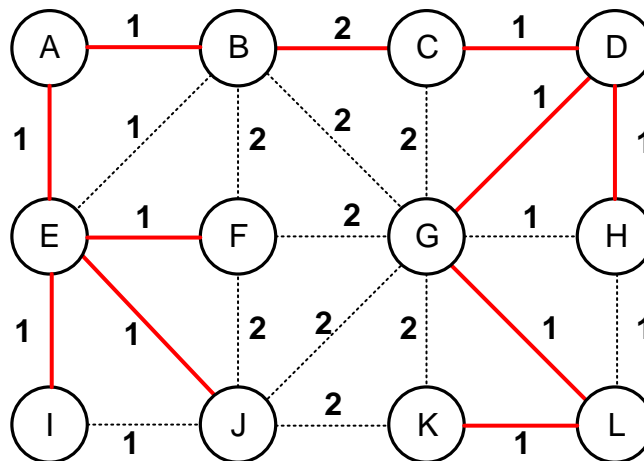
Respectez l'ordre alphabétique pour visiter les nœuds voisins ou les arêtes. Utilisez les tables fournies pour ce faire (le remplissage des tables ne compte pas dans l'attribution des points pour la question).

Par Prim (10 pts) :

**Prim:**

Nœud	Distance	Parent	Connu?
A			
B			
C			
D			
E			
F			
G			
H			
I			
J			
K			
L			

Par Kruskal (10 pts) :



**Kruskal :**

Arête	Poids	Retenue?
(A,B)	1	
(A,E)	1	
(B, C)	2	
(B, E)	1	
(B, F)	2	
(B, G)	2	
(C, D)	1	
(C, G)	2	
(D, G)	1	
(D, H)	1	
(E, F)	1	
(E, I)	1	
(E, J)	1	
(F, G)	2	
(F, J)	2	
(G, H)	1	
(G, J)	2	
(G, K)	2	
(G, L)	1	
(H, L)	1	
(I, J)	1	
(J, K)	2	
(K, L)	1	