

Corrigé examen final

INF2010

Sigle du cours

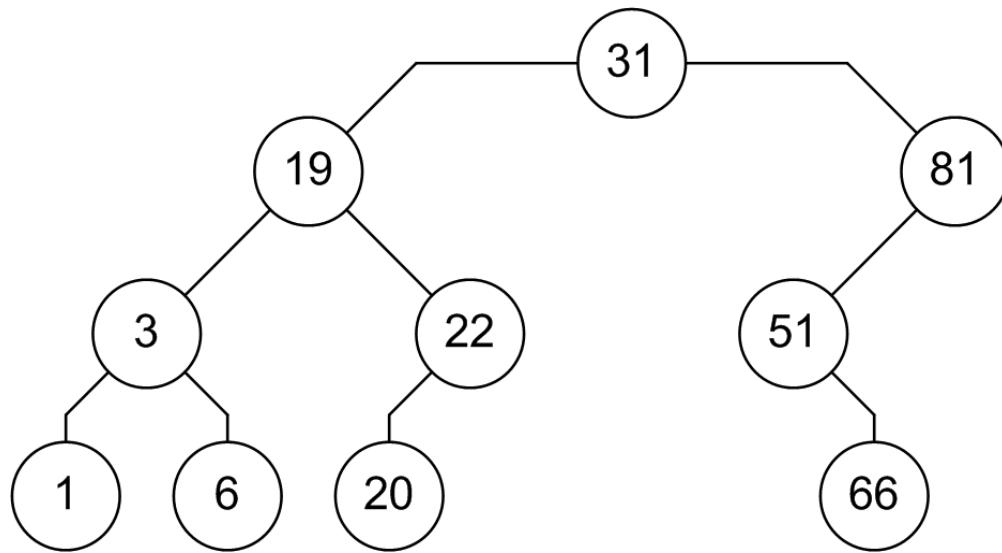
<i>Identification de l'étudiant(e)</i>		
Nom :	Prénom :	
Signature :	Matricule :	Groupe :

<i>Sigle et titre du cours</i>		<i>Groupe</i>	<i>Trimestre</i>
INF2010 – Structures de données et algorithmes		Tous	20103
<i>Professeur</i>		<i>Local</i>	<i>Téléphone</i>
Ettore Merlo – responsable / Tarek Ould Bachir - chargé		A-201	
<i>Jour</i>	<i>Date</i>	<i>Durée</i>	<i>Heures</i>
Jeudi	9 décembre 2010	2h30	13h30-16h00
<i>Documentation</i>		<i>Calculatrice</i>	
<input checked="" type="checkbox"/> Aucune <input type="checkbox"/> Toute <input checked="" type="checkbox"/> Voir directives particulières		<input type="checkbox"/> Aucune <input type="checkbox"/> Toutes <input checked="" type="checkbox"/> Non programmable	
<i>Directives particulière</i> Les calculatrices, agendas électroniques ou téléavertisseurs sont interdits.			
<i>Bonne chance à tous!</i>			
Important	Cet examen contient <input type="checkbox"/> questions sur un total de XX pages (excluant cette page)		
	La pondération de cet examen est de 40 %		
	Vous devez répondre sur : <input type="checkbox"/> le questionnaire <input type="checkbox"/> le cahier <input checked="" type="checkbox"/> les deux		
	Vous devez remettre le questionnaire : <input checked="" type="checkbox"/> oui <input type="checkbox"/> non		

L'étudiant doit honorer l'engagement pris lors de la signature du code de conduite.

Question 1 : Arbre Splay**(14 points)**

a) Considérez l'arbre Splay suivant et répondez aux énoncés par vrai ou par faux.



a.1) (2 pts) Ceci est un arbre qui a la structure d'un arbre complet :

Vrai	<input type="checkbox"/>
Faux	<input checked="" type="checkbox"/>

a.2) (2 pts) Ceci est un arbre qui a la structure d'un arbre de recherche :

Vrai	<input checked="" type="checkbox"/>
Faux	<input type="checkbox"/>

a.3) (2 pts) Ceci est un arbre qui a la structure d'un arbre AVL :

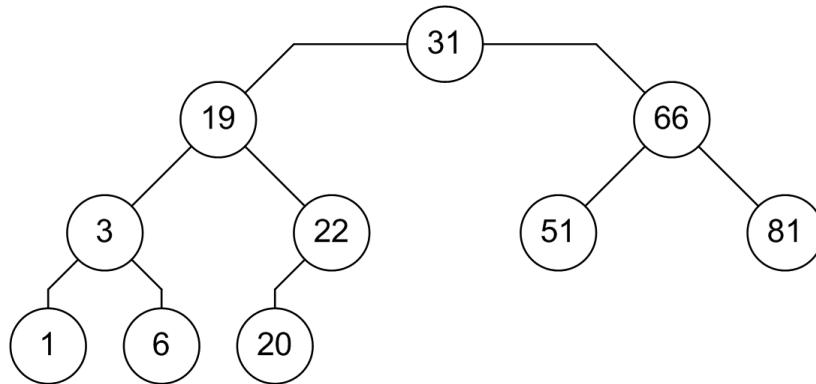
Vrai	<input type="checkbox"/>
Faux	<input checked="" type="checkbox"/>

b) Proposez une modification à l'arbre précédent qui le transforme pour rencontrer:

b.1.1) (1 pts) Pour que cet arbre ait la structure d'un arbre complet, il suffit :

- de rien faire, cet arbre a déjà la structure d'un arbre complet
- d'effectuer une rotation simple à droite autour du nœud 51
- d'effectuer une rotation double, à droite autour du nœud 51, à gauche autour de 81
- d'effectuer une rotation simple à gauche autour du nœud 51
- d'effectuer une rotation double à gauche autour du nœud 51, à droite autour de 81**

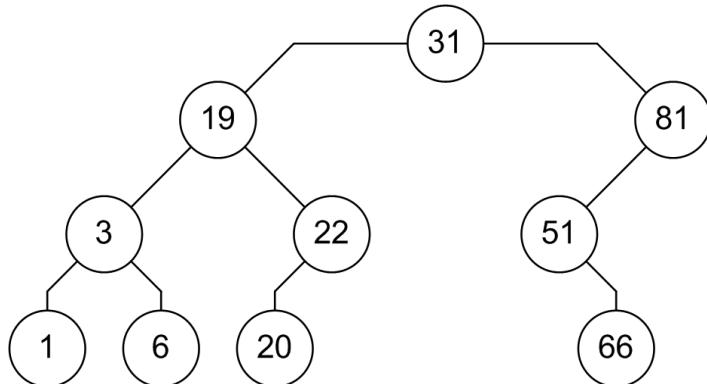
b.1.2) (1 pts) Dessinez l'arbre ainsi obtenu :



b.2.1) (1 pts) Pour que cet arbre ait la structure d'un arbre de recherche, il suffit :

- de rien faire, cet arbre a déjà la structure d'un arbre de recherche**
- d'effectuer une rotation simple à droite autour du nœud 51
- d'effectuer une rotation double, à droite autour du nœud 51, à gauche autour de 81
- d'effectuer une rotation simple à gauche autour du nœud 51
- d'effectuer une rotation double à gauche autour du nœud 51, à droite autour de 81

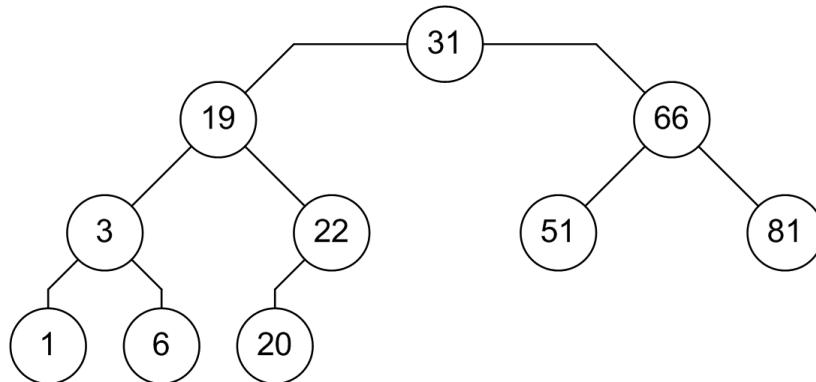
b.2.2) (1 pts) Dessinez l'arbre ainsi obtenu :



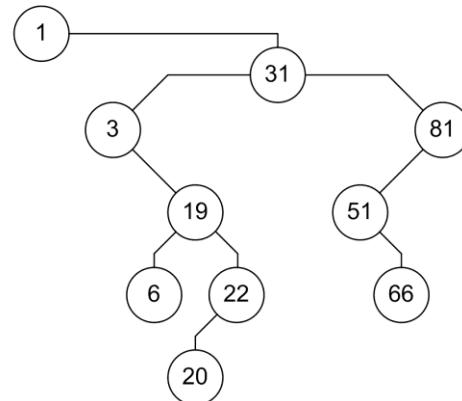
b.3.1) (1 pts) Pour que cet arbre ait la structure d'un arbre AVL, il suffit :

-
-
-
-
- d'effectuer une rotation double à gauche autour du nœud 51, à droite autour de 81**

b.3.2) (1 pts) Dessinez l'arbre ainsi obtenu :



c) On effectue un get(1) sur l'arbre Splay du départ et on obtient ce qui suit.



c.1) (1 pt) Expliquez l'intérêt des arbres Splay s'ils produisent des arbres aussi mal débalancés.

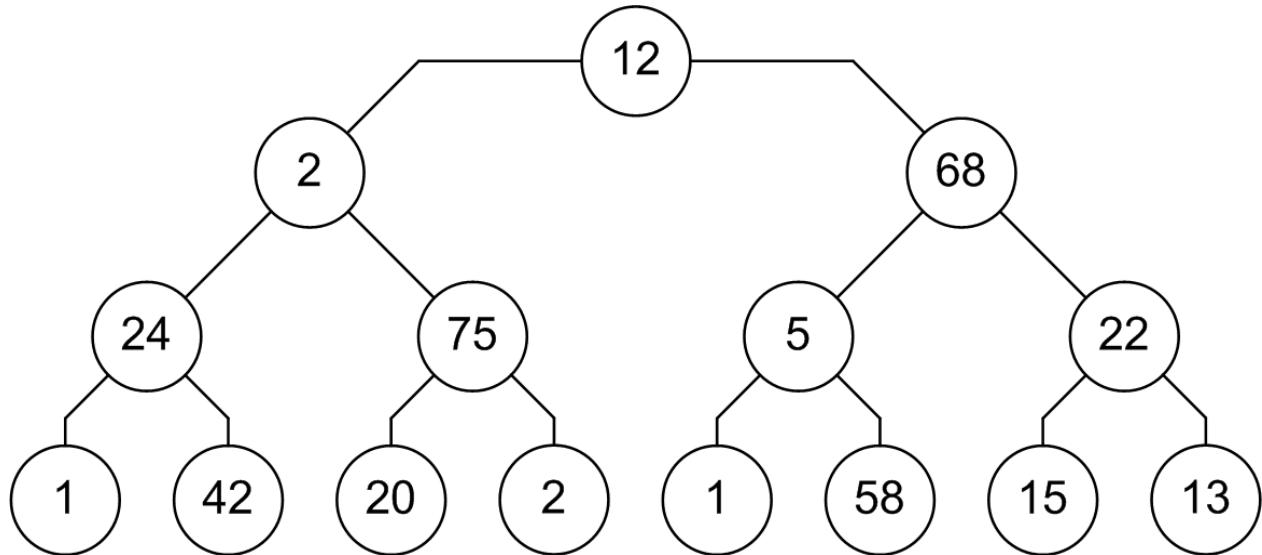
Les arbres Splay partent de l'hypothèse qu'un appel sur un nœud sera suivi de plusieurs appels sur ce même nœud. Ainsi, après un get, les autres nœuds peuvent se retrouver deux niveaux plus bas dans l'arbre et l'arbre devenir débalancé. L'intérêt est que les appels suivant sur le même nœud se feront en O(1), pour une complexité amortie de O(log(n)).

c.2) (1 pt) Pensez-vous que ce résultat (l'arbre obtenu) soit correct ? Discutez.

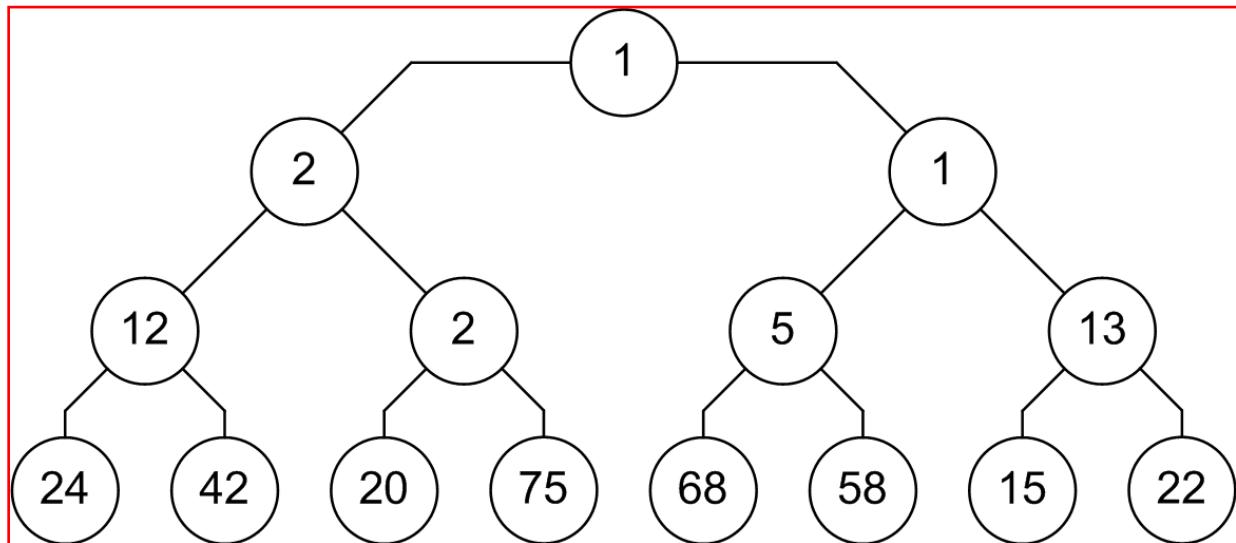
Ce résultat est en effet correct. C'est la réponse exacte en vérité.

Question 2 : Monceaux**(16 points)**

a) (4 pts) Construire, selon la technique vue dans le cours, un monceau à partir de l'arbre binaire suivant :

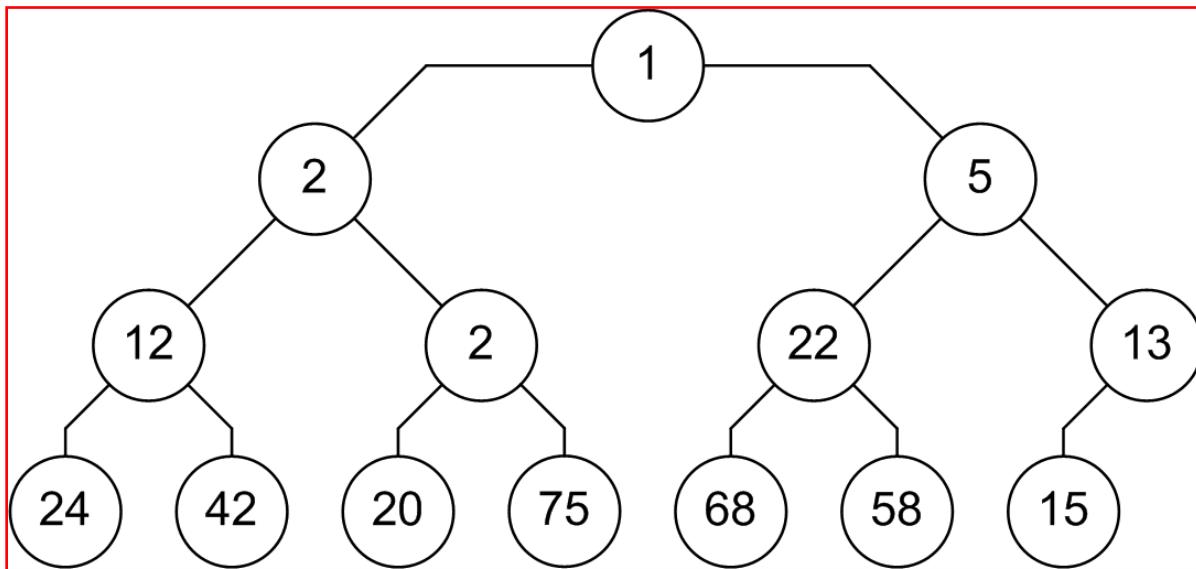


Monceau résultant :

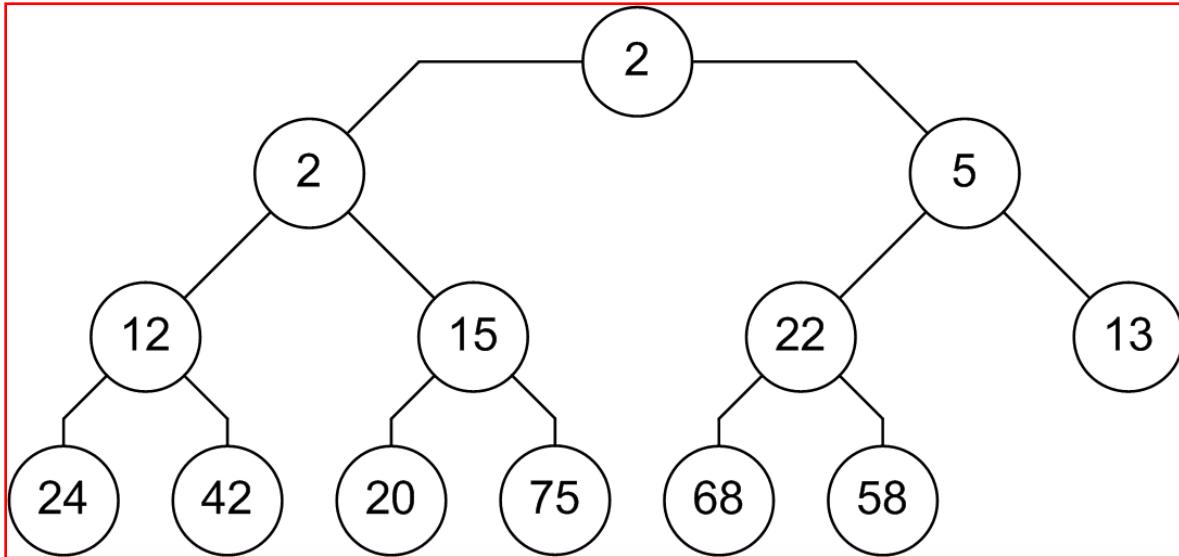


b) Dessiner l'état de ce monceau après deux appels consécutifs à `deleteMin()` :

b.1) (3 pts) Monceau résultant du premier `deleteMin()`

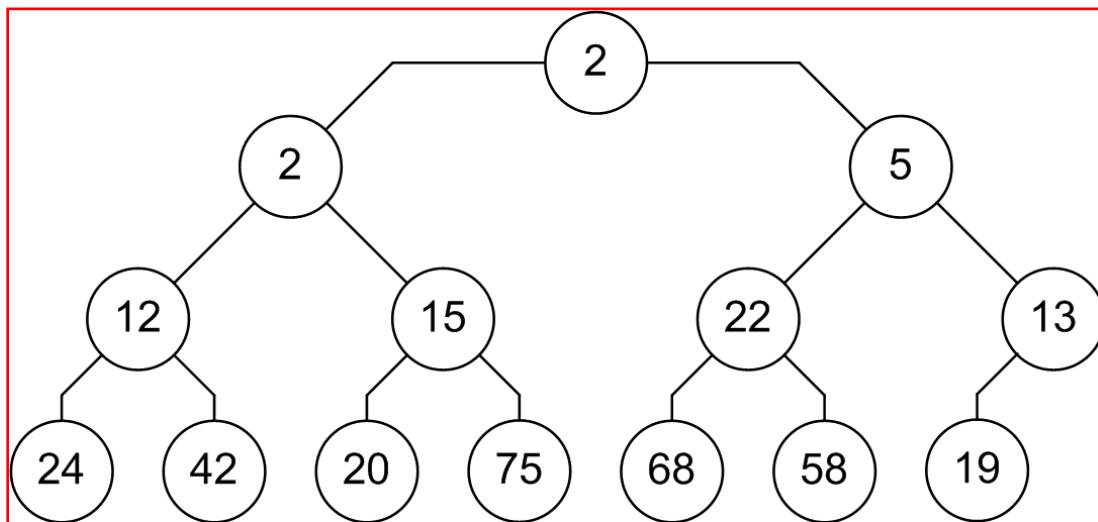


b.2) (3 pts) Monceau résultant du second `deleteMin()`



c) Dessiner l'état du dernier monceau obtenu auquel on insère la clé 19

c.1) (3 pts) Monceau résultant de insert(19)



c.2) (3 pts) Dessiner l'état du tableau contenant le monceau résultant de l'insertion de 19 :

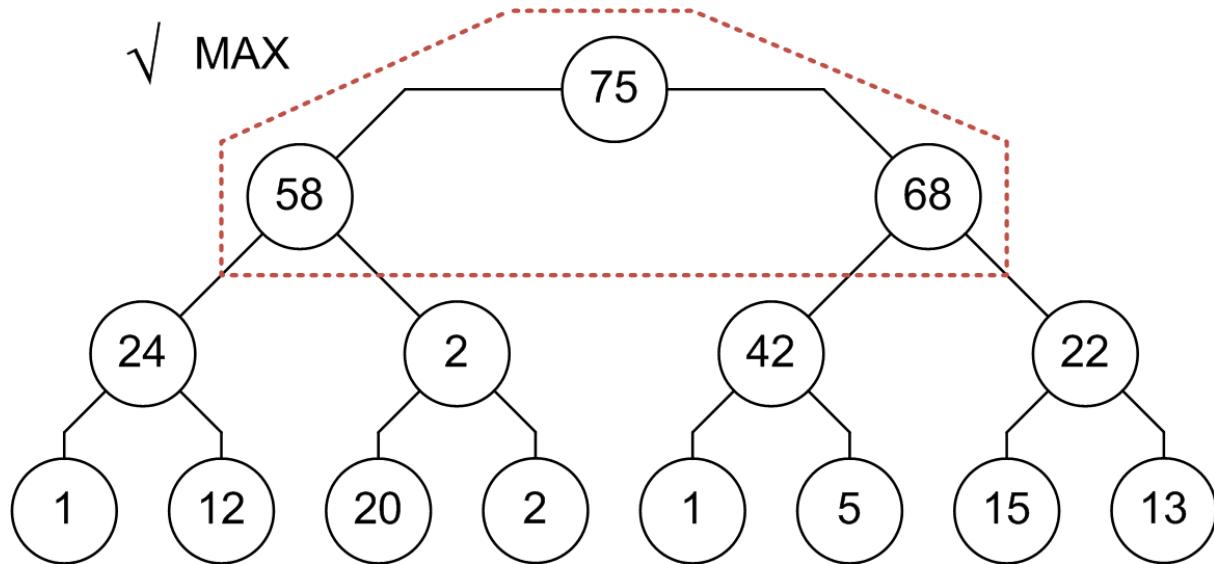
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	2	2	5	12	15	22	13	24	42	20	75	68	58	19	

Question 3 : Tri par monceau**(10 points)**

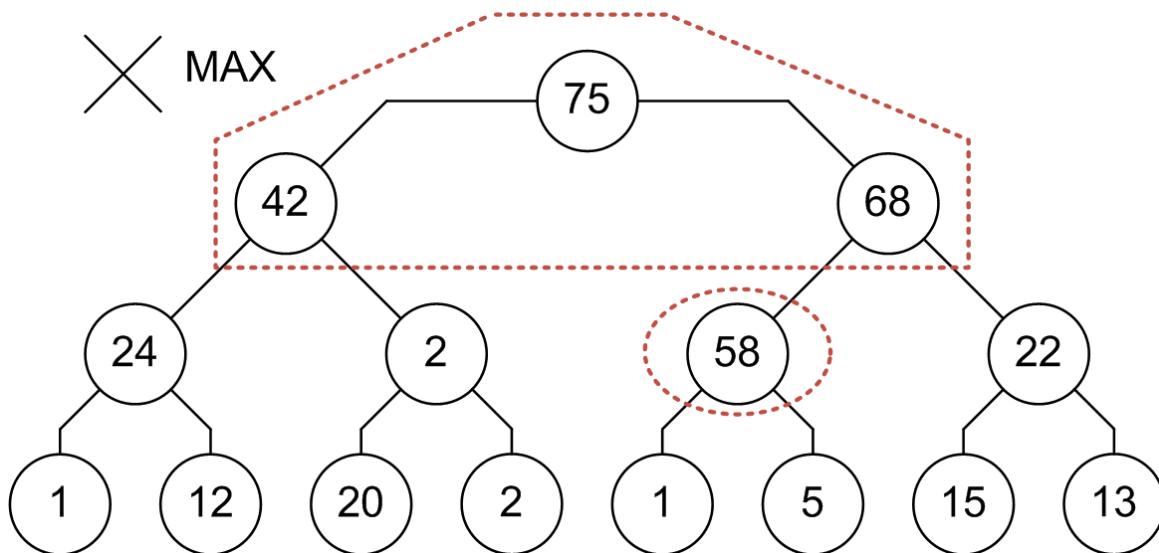
On désire trouver les trois plus grands éléments d'un vecteur d'entiers. On vous suggère, pour ce faire, d'utiliser un monceau MAX et de trouver les trois plus grands éléments au niveau de la racine et de ses deux enfants.

a) Illustriez la pertinence de cette stratégie en construisant un monceau MAX à partir de chacun des vecteurs suivants :

a.1) (3 pts) 12, 2, 68, 24, 75, 5, 22, 1, 58, 20, 2, 1, 42, 15, 13



a.2) (3 pts) 12, 2, 68, 24, 75, 5, 22, 1, 42, 20, 2, 1, 58, 15, 13



b) (2 pts) Commentez cette stratégie. Est-elle justifiée ou non? Expliquez clairement votre réponse.

Il est évident avec les deux cas étudiés que cette stratégie ne marche pas toujours. Les trois nombres plus grands se retrouvent entre les niveaux 0 et 2, et ne sont donc pas forcément parmi la racine et ses enfants.

c) (2 pts) Proposez une stratégie que vous jugez plus efficace. Justifiez votre réponse.

Il serait possible de construire un monceau MAX, d'effectuer un deleteMax() trois fois. Les nœuds retirés seraient alors les trois plus grands. C'est le tri par monceau partiel.

Question 4 : DP-Matching (10 points)

a) (4 pts) En utilisant le tableau suivant, retrouver la plus longue sous-séquence commune aux chaînes d'entrée $X = \text{« ORANAISES »}$ et $Y = \text{« CHAGRINEUSES »}$:

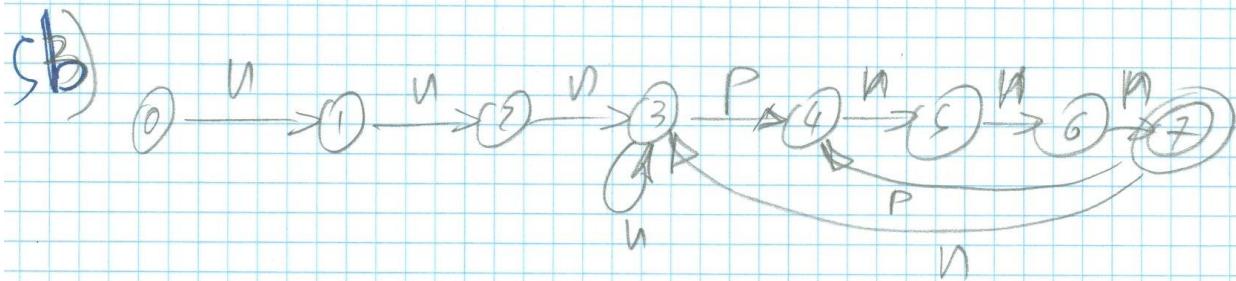
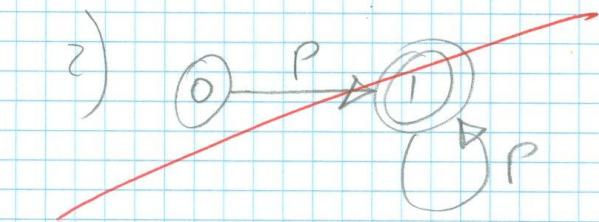
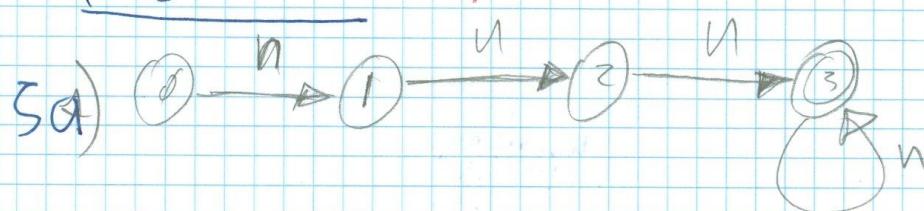
	Y	C	H	A	G	R	I	N	E	U	S	E	S
X	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
O	0	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
R	0	↑	↑	↑	↑	↖	↖	↑	↑	↑	↑	↑	↑
A	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
N	0	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↖	↖	↖	↖	↖
A	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
I	0	↑	↑	↑	↑	↑	↑	2	2	2	2	2	2
S	0	↑	↑	↑	↑	↑	↑	2	2	2	3	3	3
E	0	↑	↑	↑	↑	↑	↑	2	3	3	3	4	4
S	0	↑	↑	↑	↑	↑	↑	2	3	3	4	4	5

Plus longue sous-séquence commune et sa longueur:

RNSES, longueur 5

b) (6 pnts) Proposez trois autres PLSC des entrées $X = \text{« ORANAISES »}$ et $Y = \text{« CHAGRINEUSES »}$:

**ANSES
RISES
AISES**

Question 5

	δ	l'arbre	l'arbre initial
5b)	0 u 1		T
	a		T
	p		T
1	u 2		
	a		
	p		
2	u 3		
	a		
	p		
3	u 3	3	
	a		
	p		
4	u s		
	a		
	p		
5	u 6		
	a		
	p		
6	u 7		
	a		
	p		
7	u 3	T	
	a	T	
	p	T	

Question 6~~(B1)~~ / 61

$$\begin{aligned} a &= \emptyset \\ b &= 1 \end{aligned}$$

~~Réponse~~

1) $RK_{s+1} = (d(RK_s - h \cdot T[s+1]) + T[m+s+1]) \bmod q$

2) $h = d^{m-1} \bmod q$

3) $d = 256$

4) $q = 7$

 ~~$RK \bmod q = 0$~~

6a) ~~(B1)~~ $RK_{s+1} = 2 \cdot (RK_s - 2T[s+1]) + T[m+s+1]$

2) $h = 2$

$$\left\{ \begin{array}{l} a \\ b \\ \hline 0 \\ 1 \end{array} \right\} \rightarrow 1$$

3) $d = 2$

$$RK \bmod p = 1$$

4) \diagup

~~(B2)~~ (même)

6b) 1) $RK_{s+1} = 2(RK_s - 2T[s+1]) + T[m+s+1]$

2) $h = 2$

$$\left\{ \begin{array}{l} ba \\ 10 \end{array} \right\} \rightarrow 2$$

3) $d = 2$

$$RK \bmod p = 2$$

4) \diagup

<u>Question 7a)</u>		<u>d</u>	<u>p</u>	<u>k</u>							
<u>v</u>	<u>d v</u>	<u>p v</u>	<u>d v</u>	<u>p v</u>	<u>k v</u>	<u>d v</u>	<u>p v</u>	<u>k v</u>	<u>d</u>	<u>p</u>	<u>k</u>
0	∅	uiP	∅	-	v	∅	-	v	0	-	v
1	g0		2	∅		2	∅	v	2	∅	v
2									1	1	∅
3									∞		
4									∞		
5									∞		
6									1	1	∅
7	1	0							∞		

<u>v</u>	<u>d p k</u>									
0	0 - v	0 - v	0 - v	0 - v	0 - v	0 - v	0 - v	0 - v	0 - v	0 - v
1	2 ∞ v	2 ∞ v	2 0 v	2 0 v	2 0 v	2 0 v	2 0 v	2 0 v	2 0 v	2 0 v
2	1 1 v	1 1 v	1 1 v	1 1 v	1 1 v	1 1 v	1 1 v	1 1 v	1 1 v	1 1 v
3	∞ ∞ -	∞ -	∞ -	4 5	4 5	4 5	4 5	4 5 v	4 5 v	4 5 v
4	∞ -	∞ -	∞ -	∞ -	5 7	5 7	5 7	5 7	2 3	2 3
5	2 2 2	2 6 2	2 2 2	2 2 v	2 2 v	2 2 v	2 2 v	2 2 v	2 2 v	2 2 v
6	1 1 1	1 1 v	1 1 v	1 1 v	1 1 v	1 1 v	1 1 v	1 1 v	1 1 v	1 1 v
7	∞ -	4 6	4 6	3 5	3 5	3 5 v	3 5 v	3 5 v		

	d	p	k	
0	0	-	v	
1	2	0	v	
2	1	1	v	
3	4	s	v	
4	2	3	v	
5	4	4	v	
6	1	1	v	
7	3	s	v	

Hablaen 7.1

Question 7.b

$\mathcal{O}[0, s]$

$$3[-1, 4]$$

2 [2,3]

1 [6, 7]

$$2 \quad \emptyset$$

1

4 [8, 15]

1

S [a, 147]

S [a, 147]

l *l*

① ② 6

10

② ③

2 3

8/5

8 [16, 17]

(7) (4)

1 1

Question 7b

etape	U	J	V	V	V	V	o	U	lebien
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8
1	5	7	3	4	15	14	11	13	17

7.2

CFC : ~~∅~~ ∅

noeuds : 8

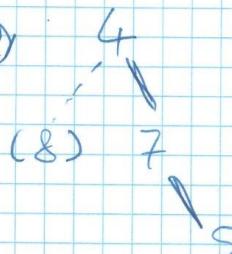
CFC : ~~∅~~ 1noeuds : ~~∅~~ 8

CFC : 4

noeuds :

(1) 2 3

(1) (3) (5) (6)



CFC : 2

noeuds : 6

5

CFC : 3

noeuds : 1

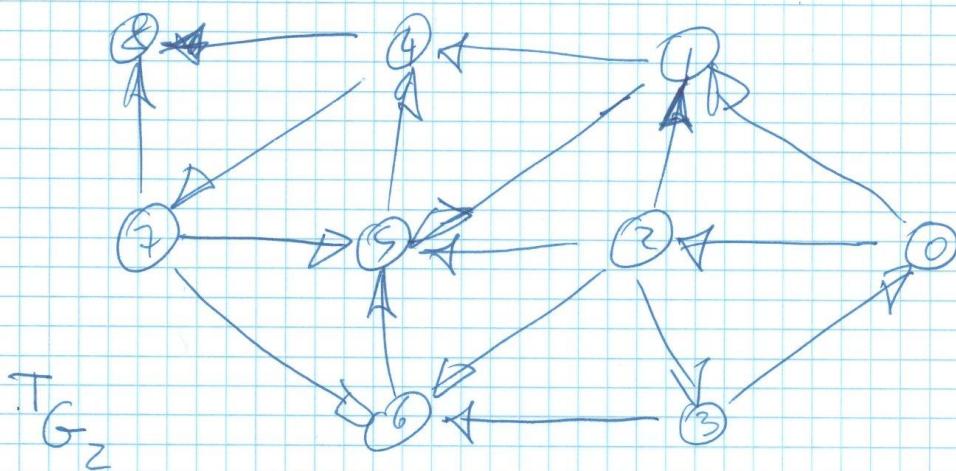
(4) (5)

Q7 b)

$${}^T V_2 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \quad \underline{\text{Problème 7.3}}$$

$$\begin{aligned} {}^T E_2 = & \{(3, 0), (2, 1), (0, 1), (0, 2), (2, 3), \\ & (5, 4), (1, 4), (1, 5), (2, 5), (6, 5), (7, 5), \\ & (7, 6), (3, 6), (2, 6), (4, 7), (4, 8), (7, 8)\} \end{aligned}$$

Problème 7.4



a)

Question 7(b)

V	0	/	1)	2	/	3	/	4	/	5	/	6	/	7	/	8
CFQ	4		3		4		4		1		1		2		1		Ø

téléphone 75