ÉCOLE POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

Le génie sans frontières

Questionnaire examen intra

INF2010

Sigle du cours

Identification de l'étudiant(e)		
Nom :	**Prénom :**	
Signature :	**Matricule :**	**Groupe :**

Sigle et titre du cours		*Groupe*	*Trimestre*
INF2010 – Struct. de donn. et algorith.		**Tous**	**20073**
Professeur		***Local***	***Téléphone***
Ettore Merlo, coordonnateur – Chamseddine Talhi, chargé		**M-4105**	**5758**
Jour	***Date***	***Durée***	***Heures***
Lundi	**22 octobre 2007**	**2h00**	**18h00**

Documentation	*Calculatrice*	
☐ Toute	☐ Aucune	**Les cellulaires, agendas électroniques ou téléavertisseurs sont interdits.**
☒ Aucune	☐ Programmable	
☐ Voir directives particulières	☒ Non programmable	

Directives particulières

Bonne chance à tous!

Important

Cet examen contient **4** questions et **3** annexes sur un total de **13** pages **(excluant cette page)**

La pondération de cet examen est de **30** **%**

Vous devez répondre sur : ☐ le questionnaire ☒ le cahier ☐ les deux

Vous devez remettre le questionnaire : ☐ oui ☒ non

Le plagiat, la participation au plagiat, la tentative de plagiat entraînent automatiquement l'attribution de la note **F** dans tous les cours suivis par l'étudiant durant le trimestre. L'École est libre d'imposer toute autre sanction jugée opportune, y compris l'exclusion.

Question 1 - Listes et tables de dispersement Java (8 points)

Considérez le code en Annexe I qui implante une liste doublement chaînées.

On veut ajouter un index (table de dispersement) à la liste afin d'améliorer les performances des opérations

```
public AnyType get( int idx )
public AnyType set( int idx, AnyType newVal )
```

à l'intérieur de la liste chaînée pour les rendre à complexité O(1) lorsque la liste est utilisée à partir de l'état courant, sans insertions ni modifications par la suite.

1.1 Écrivez le code Java pour ajouter une table de dispersement de type HashMap<K, V> (Annexe II) à MyLinkedList afin d'indexer les éléments de la liste chaînée selon leur position. Chaque élément de la table contient une position et la référence à l'objet de la liste qui correspond à la position. **(1 point)**

Rep :

```
Ligne 249: HashMap<Integer,Node> hash;
```

1.2 Écrivez le code de la routine

```
public void indexer()
```

qui construit et remplit un index (table de dispersement) approprié à partir de l'état courant de la liste. **(5 points)**

Rep :

```
Public void indexer(){
HashMap<Integer,Node> hash = hash(theSize * 3); /* pour diminuer le nombres de collisions
                                                   Possibles*/
Node<AnyType> p  = beginMarker.next;
for( int i = 0; i <theSize; i++ ){
        hash.put(new Integer(i), p);
        p = p.next;
        }
}
```

1.3 Écrivez le code des nouvelles opérations

```
public AnyType getIndexed( int idx )
public AnyType setIndexed( int idx, AnyType newVal )
```

qui correspondent aux opérations "get" et "set" précédentes, mais qui doivent montrer une complexité O(1). **(2 points)**

Rep :

```
public AnyType getIndexed( int idx ){
    return hash.get(new Integer(idx)).data;
}

public AnyType setIndexed( int idx, AnyType newVal ){
    hash.get(new Integer(idx)).data =newVal;
}
```

Question 2 - Tables de dispersement (8 points)

Considérez :
- la fonction de dispersement H(x) = x % 11
- les différentes tables de dispersement de dimension 11
- les clefs : 92, 50, 17, 24, 39, 42

2.1 Considérez une table de dispersement avec listes chaînées pour la résolution des collisions.

2.1.1 Quelle est la valeur H(x) utilisée pour l'insertion de chaque clé indiquée ? **(1.5 point)**

Rep :
H(92) = 92 % 11 = 4 Insertion à l'index 4
H(50) = 50 % 11 = 6 Insertion à l'index 6
H(17) = 17 % 11 = 6 Insertion à l'index 6
H(24) = 24 % 11 = 2 Insertion à l'index 2
H(39) = 39 % 11 = 6 Insertion à l'index 6
H(42) = 42 % 11 = 9 Insertion à l'index 9

2.1.2 Dessinez l'état de la table après l'insertion de toutes les clefs indiquées. **(1 point)**

Rep :
Aux indexes 0, 1, 3, 5, 7, 8, et 10 : listes vides
À l'index 2 la liste : « 24 »
À l'index 4 la liste : « 92 »
À l'index 6 la liste : « 50 -> 17-> 39 »
À l'index 9 la liste : « 42 ».

2.2 Considérez une table de dispersement par débordement progressif avec "sondage" linéaire (f(i) = i).

2.2.1 Quelles sont les valeurs i et Hi(x) utilisées pour l'insertion de chaque clef indiquée ? **(1.5 point)**

Rep :
H(92) = 92 % 11 = 4 Insertion à l'index 4
H(50) = 50 % 11 = 6 Insertion à l'index 6

H(17) = 17 % 11 = 6 Collision => H1(17) = (H(17) +1)%11 = 7 Insertion à l'index 7
H(24) = 24 % 11 = 2 Insertion à l'index 2
H(39) = 39 % 11 = 6 Collision => H1(39) = (H(39) +1)%11 = 7 Collision =>
H2(39) = (H(39) +2)%11 = 8 Insertion à l'index 8
H(42) = 42 % 11 = 9 Insertion à l'index 9

2.2.2 Dessinez l'état de la table après l'insertion de toutes les clefs indiquées. **(1 point)**

Rep :

0	
1	
2	24
3	
4	92
5	
6	50
7	17
8	39
9	42
10	

2.3 Considérez une table de dispersement par débordement progressif avec "sondage" à double dispersement (f(i) = i * H2(x)), avec une fonction de dispersement secondaire (H2(x) = 7 - (x % 7)).

2.3.1 Quelles sont les valeurs i et Hi(x) utilisées pour l'insertion de chaque clef indiquée ? **(2 points)**

Rep :

H(92) = 92 % 11 = 4 Insertion à l'index 4
H(50) = 50 % 11 = 6 Insertion à l'index 6
H(17) = 17 % 11 = 6 Collision => H2(17) = 7-(17%7) = 7 - 3 = 4
Nouvelle position (H(17) + H2(17))%11 = (6+4)%11 = 10 =>
Insertion à l'index 10
H(24) = 24 % 11 = 2 Insertion à l'index 2
H(39) = 39 % 11 = 6 Collision => H2(39) = 7-(39%7) = 7 – 4= 3
Nouvelle position (H(39) + H2(39))%11 = (6+3)%11 = 9 =>
Insertion à l'index 9
H(42) = 42 % 11 = 9 Collision => H2(42) = 7-(42%7) = 7 – 0= 7
Nouvelle position (H(42) + H2(42))%11 = (9+7)%11 = 5 =>
Insertion à l'index 5

2.3.2 Dessinez l'état de la table après l'insertion de toutes les clefs indiquées. **(1 point)**

Rep :

0	
1	
2	24
3	
4	92
5	42
6	50
7	
8	
9	39
10	17

Question 3 - Algorithmes de tri (7 points)

3.1 Soit la variante suivante de l'algorithme de tri par insertion :

```
public static <AnyType extends Comparable<? super AnyType>> void insertionSort( AnyType [ ] a )
{
        int j;
        for( int p = 1; p < a.length; p++ )
                {
                AnyType tmp = a[ p ];
                for( j = p; j > 0 && tmp.compareTo( a[ j-1] ) ≤ 0; j--)
                a[ j ] = a[ j - 1];
                a[ j ] = tmp;
                }
}
```

3.1.1 Quel est le temps d'exécution de cet algorithme lorsque tous les éléments du tableau sont égaux ? Argumentez votre réponse. **(2 points)**

Rep :

Le temps d'exécution est de $O(N^2)$ où N est la taille du tableau. On a deux boucles imbriquées, la première est « for(int p = 1; p < a.length; p++) » et effectue N itération. Pour chaque itération de cette 1ère boucle, on a une 2ème boucle :
« for(j = p; j > 0 && tmp.compareTo(a[j-1]) ≤ 0; j--) »
La condition d'entrée à cette 2ème boucle est vrai pour chaque valeur de l'indice j allant de p à 0.
Le nombre total d'itérations effectuées par ces deux boucles imbriquées est :

$$1 + 2 + \ldots + N\text{-}1 = [(1 + 2 + \ldots + N\text{-}1) + (N\text{-}1 + N\text{-}2 + \ldots + 1)]/2$$
$$= [N + N + \ldots + N]/2$$
$$= [(N-1) * N] /2 \approx O(N^2)$$

3.1.2 Est-ce que le temps d'exécution que vous avez obtenu correspond à celui attendu du tri par insertion pour ce cas particulier de tableau (tous les éléments sont égaux) ? **(1.5 points)**

Rep :

Non. Le temps d'exécution attendu du tri par insertion est O(N) pour un tableau dont tous les éléments sont égaux (tableau déjà trié).

3.1.3 Si vous avez répondu par « Non » à la question précédente, montrez la partie du code qui a fait la différence par rapport à la version originale de l'algorithme. Argumentez votre réponse. **(1.5 points)**

Rep :

la partie du code qui a fait la différence par rapport à la version originale de l'algorithme est : for(j = p; j > 0 && tmp.compareTo(a[j-1]) ≤ 0; j--)

L'utilisation du **≤ à la place de < oblige l'algorithme à décaler INUTILEMENT vers la droite les éléments du tableau (aux indices 0 .. p-1) qui sont égaux à l'élément pointé par l'indice p.**

3.2 Le tri par insertion assure une meilleure performance dans le meilleur cas (tableau déjà trié). Plus précisément, son temps d'exécution est de O(N) alors que le temps d'exécution des deux autres algorithmes (sélection et en bulle) est de $O(N^2)$.

Expliquez pourquoi le tri par insertion est plus rapide lorsque le tableau est déjà trié en le comparant avec le tri par sélection **(2 points)**. Les deux algorithmes sont les suivants :

Rep :

Le tri par insertion est plus rapide dans ce cas car à chaque itération, il essai d'insérer l'élément à l'indice p dans la partie [0 .. p-1] du tableau qui est déjà triée. Il commence par comparer a[p] avec a[p-1] et comme le tableau *a* est déjà trié, il déduit que a[p] est dans la bonne position et n'entre pas dans la deuxième boucle : for(j = p; j > 0 && tmp.compareTo(a[j - 1]) < 0; j--)
On a donc un total de N itérations de la première boucle où chaque itération effectue un nombre constant d'opérations de O(1). En effet on a exactement 4 opération pour chaque itération :

```
AnyType tmp = a[ p ];
j = p;
tmp.compareTo( a[ j - 1 ];
a[ j ] = tmp;
```

Le tri par sélection cherche à chaque itération le minimum d'un sous-tableau de a (a[i+1 … N-1]) . Il effectue une recherche séquentielle et malgré qu'il commence par l'élément minimum qui se trouve dans la position i + 1, il continu sa recherche jusqu'à la fin du tableau. Cette stratégie est clairement inefficace lorsque le tableau est déjà trié.

Tri par sélection

```
public static <AnyType extends Comparable<? super AnyType>>  void SelectionSort( AnyType [ ] a)
{
   int i, j, min;
```

```
    AnyType tmp;
    for ( i=0 ; i<a.length-1 ; i++ ) {
            //Identification de l'index du plus petit élément
            min = i;
            for ( j=i+1 ; j< a.length  ; j++ )  {
              if ( a[j]<a[min] )
                  min = j;
            }
            //Permutation des elements
            tmp = a[i];
            a[i] = a[min];
            a[min] = tmp;
    }
}
```

Tri par insertion

```
public static <AnyType extends Comparable<? super AnyType>>  void insertionSort( AnyType [ ] a )
    {
       int j;
       for( int p = 1; p < a.length; p++ )
       {
          AnyType tmp = a[ p ];
          for( j = p; j > 0 && tmp.compareTo( a[ j - 1 ] ) < 0; j-- )
             a[ j ] = a[ j - 1 ];
          a[ j ] = tmp;
       }
    }
```

Question 4 – Arbres (7 points)

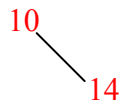
4.1 Soit un arbre binaire de recherche vide T utilisé pour la sauvegarde d'entiers positifs. Dessinez l'arbre T après chacune des opérations suivantes : **(2 points)**

Insertion de l'élément 10
Insertion de l'élément 14
Insertion de l'élément 7
Insertion de l'élément 8
Insertion de l'élément 5
Insertion de l'élément 17
Insertion de l'élément 12
Insertion de l'élément 15
Suppression de l'élément 14
Insertion de l'élément 13
Suppression de l'élément 10

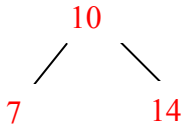
Rep :

- Insertion de l'élément 10

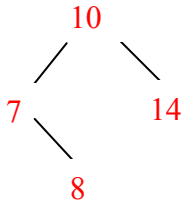
- Insertion de l'élément 14



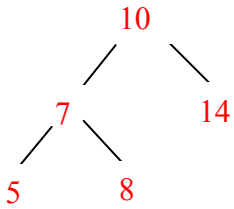
- Insertion de l'élément 7



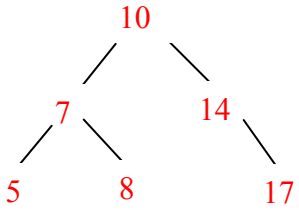
- Insertion de l'élément 8



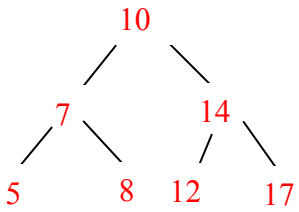
- Insertion de l'élément 5



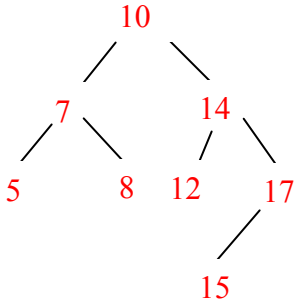
- Insertion de l'élément 17



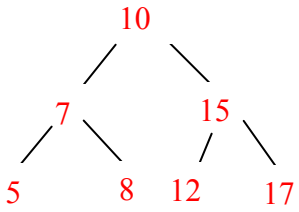
- Insertion de l'élément 12



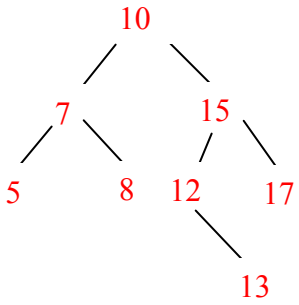
- Insertion de l'élément 15



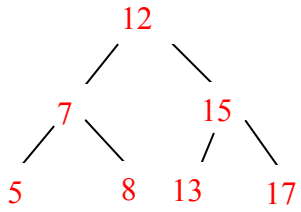
- Suppression de l'élément 14



- Insertion de l'élément 13



- Suppression de l'élément 10



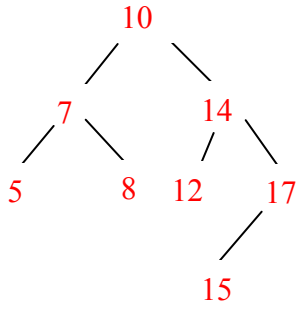
4.2 La classe BinaryNode<AnyType> et les principales fonctions utilisées pour la manipulation d'un arbre binaire de recherche sont données dans l'Annexe III.

En supposant que l'arbre T, vide au départ, a été mis à jour en utilisant les fonctions d'insertion et de suppression présentées dans l'Annexe III :

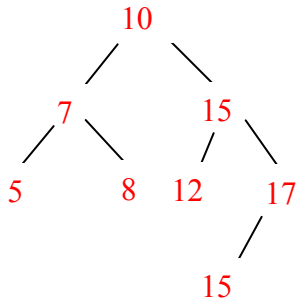
4.2.1 Dessinez l'état de l'arbre avant et après chaque opération de suppression présentée dans la question précédente. **(2 points)**

Rep :

- Avant la suppression de l'élément 14

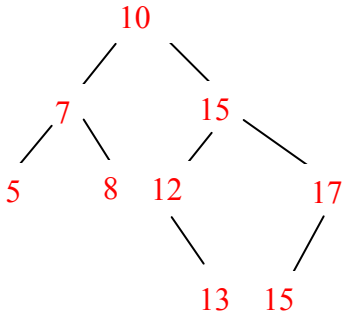


- Après la suppression de l'élément 14

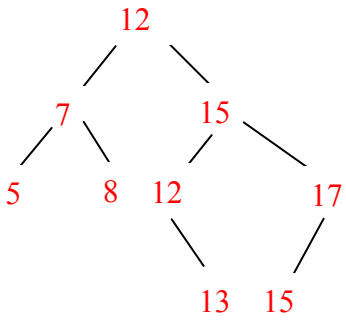


-
-
-

- Avant la suppression de l'élément 10 (après insertion de l'élément 13)



- Après la suppression de l'élément 10



4.2.2 Comparez les états de l'arbre T obtenus dans 4.2.1 avec ceux obtenus dans 4.1. **(1 point)**

Rep :

Les éléments de l'arbre utilisés pour remplacer les éléments à supprimer n'ont pas été supprimés des sous-arbres de droite! Résultats duplication de ces éléments dans l'arbre !

4.2.3 Expliquez pourquoi les résultats obtenus dans 4.2.2 sont différents de ceux obtenus dans 4.1. **(1 point)**

Rep :

Le code de la fonction remove de l'annexe III ne supprime pas le minimum du sous-arbre de droite après l'avoir copié à la place de l'élément à supprimer.

4.2.4 Quels sont les changements appropriés à apporter au code de l'Annexe III afin d'obtenir les bons résultats ? **(1 point)**

Rep :

Rajouter l'instruction "t.right = remove(t.element, t.right)" juste après l'instruction

"t.element = findMin(t.right).element;"

Annexe I

```
1
2   /**
3    * LinkedList class implements a doubly-linked list.
4    */
5   public class MyLinkedList<AnyType> implements Iterable<AnyType>
6   {
7       /**
8        * Construct an empty LinkedList.
9        */
10      public MyLinkedList( )
11      {
12          clear( );
13      }
14
15      /**
16       * Change the size of this collection to zero.
17       */
18      public void clear( )
19      {
20          beginMarker = new Node<AnyType>( null, null, null );
21          endMarker = new Node<AnyType>( null, beginMarker, null );
22          beginMarker.next = endMarker;
23
24          theSize = 0;
25      }
26
27      /**
28       * Returns the number of items in this collection.
29       * @return the number of items in this collection.
30       */
31      public int size( )
32      {
33          return theSize;
34      }
35
36      public boolean isEmpty( )
37      {
38          return size( ) == 0;
39      }
40
```

```
41      /**
42       * Adds an item to this collection, at the end.
43       * @param x any object.
44       * @return true.
45       */
46      public boolean add( AnyType x )
47      {
48          add( size( ), x );
49          return true;
50      }
51
52      /**
53       * Adds an item to this collection, at specified position.
54       * Items at or after that position are slid one position higher.
55       * @param x any object.
56       * @param idx position to add at.
57       * @throws IndexOutOfBoundsException if idx is not between 0 and size(), inclusive.
58       */
59      public void add( int idx, AnyType x )
60      {
61          addBefore( getNode( idx, 0, size( ) ), x );
62      }
63
64      /**
65       * Adds an item to this collection, at specified position p.
66       * Items at or after that position are slid one position higher.
67       * @param p Node to add before.
68       * @param x any object.
69       * @throws IndexOutOfBoundsException if idx is not between 0 and size(), inclusive.
70       */
71      private void addBefore( Node<AnyType> p, AnyType x )
72      {
73          Node<AnyType> newNode = new Node<AnyType>( x, p.prev, p );
74          newNode.prev.next = newNode;
75          p.prev = newNode;
76          theSize++;
77      }
78
79
80      /**
81       * Returns the item at position idx.
82       * @param idx the index to search in.
83       * @throws IndexOutOfBoundsException if index is out of range.
84       */
85      public AnyType get( int idx )
86      {
87          return getNode( idx ).data;
88      }
89
```

```
90      /**
91       * Changes the item at position idx.
92       * @param idx the index to change.
93       * @param newVal the new value.
94       * @return the old value.
95       * @throws IndexOutOfBoundsException if index is out of range.
96       */
97      public AnyType set( int idx, AnyType newVal )
98      {
99          Node<AnyType> p = getNode( idx );
100         AnyType oldVal = p.data;
101
102         p.data = newVal;
103         return oldVal;
104     }
105
106     /**
107      * Gets the Node at position idx, which must range from 0 to size( ) - 1.
108      * @param idx index to search at.
109      * @return internal node corrsponding to idx.
110      * @throws IndexOutOfBoundsException if idx is not between 0 and size( ) - 1, inclusive.
111      */
112     private Node<AnyType> getNode( int idx )
113     {
114         return getNode( idx, 0, size( ) - 1 );
115     }
116
117     /**
118      * Gets the Node at position idx, which must range from lower to upper.
119      * @param idx index to search at.
120      * @param lower lowest valid index.
121      * @param upper highest valid index.
122      * @return internal node corrsponding to idx.
123      * @throws IndexOutOfBoundsException if idx is not between lower and upper, inclusive.
124      */
125     private Node<AnyType> getNode( int idx, int lower, int upper )
126     {
127         Node<AnyType> p;
128
129         if( idx < lower || idx > upper )
130             throw new IndexOutOfBoundsException( "getNode index: " + idx + "; size: " + size( ) );
131
132         if( idx < size( ) / 2 )
133         {
134             p = beginMarker.next;
135             for( int i = 0; i < idx; i++ )
136                 p = p.next;
137         }
```

```
138         else
139         {
140             p = endMarker;
141             for( int i = size( ); i > idx; i-- )
142                 p = p.prev;
143         }
144
145         return p;
146     }
147
148     /**
149      * Removes an item from this collection.
150      * @param idx the index of the object.
151      * @return the item was removed from the collection.
152      */
153     public AnyType remove( int idx )
154     {
155         return remove( getNode( idx ) );
156     }
157
158     /**
159      * Removes the object contained in Node p.
160      * @param p the Node containing the object.
161      * @return the item was removed from the collection.
162      */
163     private AnyType remove( Node<AnyType> p )
164     {
165         p.next.prev = p.prev;
166         p.prev.next = p.next;
167         theSize--;
168
169         return p.data;
170     }
171
172     /**
173      * Returns a String representation of this collection.
174      */
175     public String toString( )
176     {
177         StringBuilder sb = new StringBuilder( "[ " );
178
179         for( AnyType x : this )
180             sb.append( x + " " );
181         sb.append( "]" );
182
183         return new String( sb );
184     }
185
```

```
186     /**
187      * Obtains an Iterator object used to traverse the collection.
188      * @return an iterator positioned prior to the first element.
189      */
190     public java.util.Iterator<AnyType> iterator( )
191     {
192        return new LinkedListIterator( );
193     }
194
195     /**
196      * This is the implementation of the LinkedListIterator.
197      * It maintains a notion of a current position and of
198      * course the implicit reference to the MyLinkedList.
199      */
200     private class LinkedListIterator implements java.util.Iterator<AnyType>
201     {
202        private Node<AnyType> current = beginMarker.next;
203        private boolean okToRemove = false;
204
205        public boolean hasNext( )
206        {
207           return current != endMarker;
208        }
209
210        public AnyType next( )
211        {
212           if( !hasNext( ) )
213              throw new java.util.NoSuchElementException( );
214
215           AnyType nextItem = current.data;
216           current = current.next;
217           okToRemove = true;
218           return nextItem;
219        }
220
221        public void remove( )
222        {
223           if( !okToRemove )
224              throw new IllegalStateException( );
225
226           MyLinkedList.this.remove( current.prev );
227           okToRemove = false;
228        }
229     }
230
```

```
231     /**
232      * This is the doubly-linked list node.
233      */
234     private static class Node<AnyType>
235     {
236        public Node( AnyType d, Node<AnyType> p, Node<AnyType> n )
237        {
238           data = d; prev = p; next = n;
239        }
240
241        public AnyType data;
242        public Node<AnyType>   prev;
243        public Node<AnyType>   next;
244     }
245
246     private int theSize;
247     private Node<AnyType> beginMarker;
248     private Node<AnyType> endMarker;
249  }
```

Annexe II

java.util Class HashMap<K,V>

Constructor Summary
HashMap() Constructs an empty HashMap with the default initial capacity (16) and the default load factor (0.75).
HashMap(int initialCapacity) Constructs an empty HashMap with the specified initial capacity and the default load factor (0.75).
HashMap(int initialCapacity, float loadFactor) Constructs an empty HashMap with the specified initial capacity and load factor.
HashMap(Map<? extends K,? extends V> m) Constructs a new HashMap with the same mappings as the specified Map.

Method Summary	
void	clear() Removes all mappings from this map.
Object	clone() Returns a shallow copy of this HashMap instance: the keys and values themselves are not cloned.
boolean	containsKey(Object key) Returns true if this map contains a mapping for the specified key.
boolean	containsValue(Object value) Returns true if this map maps one or more keys to the specified value.
Set<Map.Entry<K,V>>	entrySet() Returns a collection view of the mappings contained in this map.
V	get(Object key) Returns the value to which the specified key is mapped in this identity hash map, or null if the map contains no mapping for this key.
boolean	isEmpty() Returns true if this map contains no key-value mappings.
Set<K>	keySet() Returns a set view of the keys contained in this map.
V	put(K key, V value) Associates the specified value with the specified key in this map.
void	putAll(Map<? extends K,? extends V> m) Copies all of the mappings from the specified map to this map These mappings will replace any mappings that this map had for any of the keys currently in the specified map.
V	remove(Object key) Removes the mapping for this key from this map if present.
int	size() Returns the number of key-value mappings in this map.
Collection<V>	values() Returns a collection view of the values contained in this map.

Methods inherited from class java.util.AbstractMap
equals, hashCode, toString

Methods inherited from class java.lang.Object
finalize, getClass, notify, notifyAll, wait, wait, wait

Methods inherited from interface java.util.Map
equals, hashCode

Annexe III

```
private static class BinaryNode<AnyType>
   {
        // Constructors
      BinaryNode( AnyType theElement )
        { this( theElement, null, null ); }

      BinaryNode( AnyType theElement, BinaryNode<AnyType> lt, BinaryNode<AnyType> rt )
        { element  = theElement; left = lt; right = rt; }

      AnyType element;           // The data in the node
      BinaryNode<AnyType> left;   // Left child
      BinaryNode<AnyType> right;  // Right child
   }



private BinaryNode<AnyType> findMin( BinaryNode<AnyType> t )
   {
      if( t != null )
      while( t.left != null )
            t = t.left;
      return t;
   }




private BinaryNode<AnyType> insert( AnyType x, BinaryNode<AnyType> t )
   {
      if( t == null )
         return new BinaryNode<AnyType>( x, null, null );

      int compareResult = x.compareTo( t.element );

      if( compareResult < 0 )
         t.left = insert( x, t.left );
      else if( compareResult > 0 )
         t.right = insert( x, t.right );
      else
         ;  // Duplicate; do nothing
      return t;
   }
```

```
private BinaryNode<AnyType> remove( AnyType x, BinaryNode<AnyType> t )
    {
        if( t == null )
            return t;   // Item not found; do nothing

        int compareResult = x.compareTo( t.element );

        if( compareResult < 0 )
            t.left = remove( x, t.left );
        else if( compareResult > 0 )
            t.right = remove( x, t.right );
        else if( t.left != null && t.right != null ) // Two children
        {
            t.element = findMin( t.right ).element;
        }
        else
            t = ( t.left != null ) ? t.left : t.right;
        return t;
    }
```