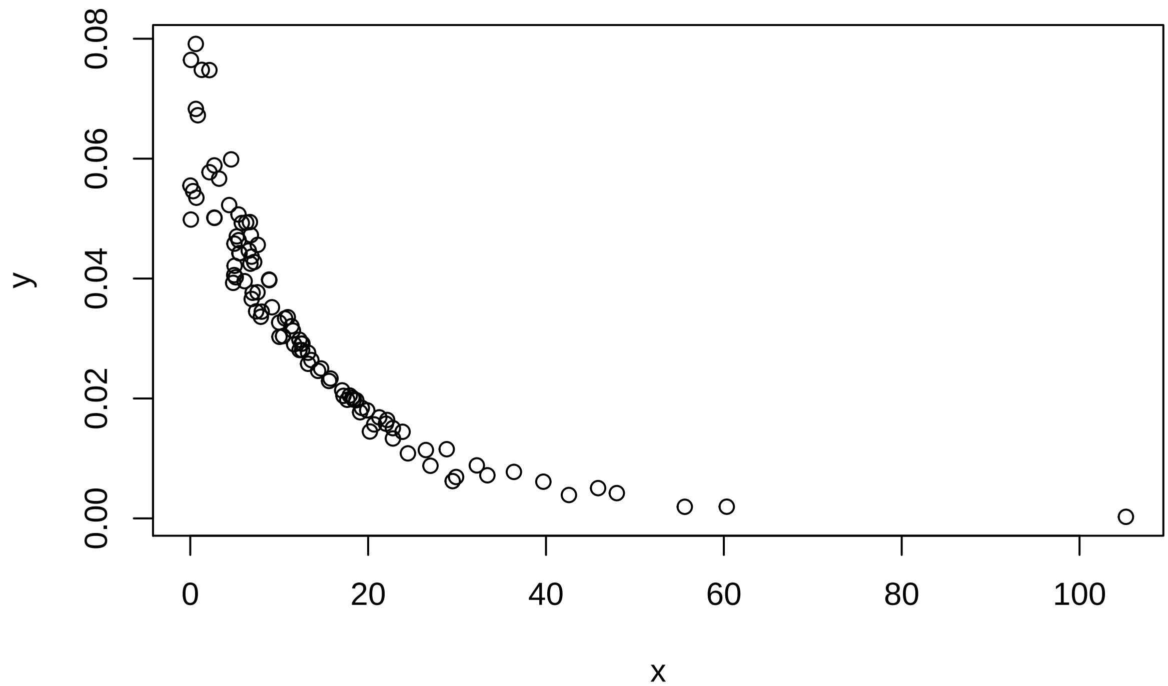
Recherche du paramètre optimal

Olivier Turcotte

Objectif



L'objectif de ce présent document est de tenter de trouver un θ optimal afin de prédire les prochaines valeurs en Y à partir de X en supposant que la distribution suit une loi exponentielle.

Estimations

Mon idée première : réduire la distance quadratique entre mes valeurs de X et Y en posant l'hypothèse $h_\theta(x_i) = \theta e^{\theta x_i}$. Plus cette fonction est près de 0, plus les valeurs de $h_\theta(x_i)$ et y_i sont proches.

Ainsi, la 'loss function' à optimiser est donc

$$
\begin{aligned}
J(\theta) &= \frac{1}{2m} * \sum_{i=1}^{m} (h_\theta(x_i) - y_i)^2 \\
\Rightarrow \frac{d}{d\theta} J(\theta) &= \frac{d}{d\theta} \frac{1}{2m} * \sum_{i=1}^{m} (h_\theta(x_i) - y_i)^2 \\
&= \frac{2}{2m} \sum_{i=1}^{m} (h_\theta(x_i) - y_i) * \frac{d}{d\theta} (h_\theta(x_i) - y_i) \\
&= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} (\theta e^{\theta x_i} - y_i) * \frac{d}{d\theta} (\theta e^{\theta x_i} - y_i) \\
&= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} (\theta e^{\theta x_i} - y_i)(x_i\theta - 1) * -e^{\theta x_i} = 0 \\
\Rightarrow 0 &= \sum_{i=1}^{m} (\theta e^{-\theta x_i} - y_i)(x_i\theta - 1) e^{-\theta x_i}
\end{aligned}
$$

```
theta[1] <- uniroot(function(a) sum((a*exp(-a*x)-y)*(x*a-1)*exp(-a*x)) - 0, c(0,1))$root
```

En effectuant ce calcul, on obtient $\theta_1 = 0.0665445$.