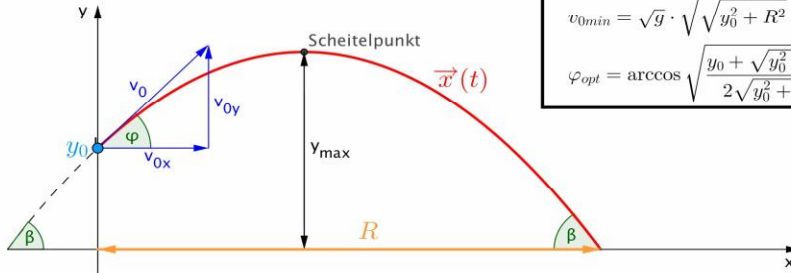


Praxisbeispiel für Parabeln ist der **schiefe Wurf** in der Physik. Oder der Flug von Geschossen. Hier nur als Überblick ein kleiner Eindruck zu möglichen Berechnungsarten:

### Wurfparabel (Schräger Wurf)

<b>Bewegungsgleichung :</b> $\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_0 \cdot \cos(\varphi) \cdot t \\ -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \cdot \sin(\varphi) \cdot t + y_0 \end{pmatrix}$	<b>Scheitel-Zeitpunkt :</b> $\frac{dy}{dt} \stackrel{!}{=} 0 \rightarrow T_S = \frac{v_0 \sin(\varphi)}{g}$	<b>Scheitelpunkt :</b> $\vec{x}(T_S) = \frac{c_2}{2} \begin{pmatrix} \sin(2\varphi) \\ \sin(\varphi)^2 + c_1 \end{pmatrix}$	<b>Konstanten :</b> $c_1 = \frac{2y_0g}{v_0^2} \quad c_2 = \frac{v_0^2}{g}$
<b>Wurfzeit :</b> $y(t) \stackrel{!}{=} 0 \rightarrow T = \frac{v_0}{g} [\sin(\varphi) + \sqrt{\sin(\varphi)^2 + c_1}]$	<b>Wurfweite :</b> $x(T) = R = c_2 \cdot \cos(\varphi) \cdot [\sin(\varphi) + \sqrt{\sin(\varphi)^2 + c_1}]$	<b>Optimaler Abwurfwinkel :</b> $\frac{\partial R}{\partial \varphi} \stackrel{!}{=} 0 \rightarrow \varphi_{opt} = \arccos \sqrt{\frac{c_1 + 1}{c_1 + 2}}$	
<b>Wurfweite unter optimalem Abwurfwinkel :</b> $R_{opt} = c_2 \cdot \sqrt{c_1 + 1}$	<b>Aufprallwinkel :</b> $\tan(\beta) = \frac{gT - v_0 \cos(\varphi)}{v_0 \sin(\varphi)}$	<b>Optimalbedingungen bei vorgegebener Wurfweite und Abwurfhöhe :</b> $v_{0min} = \sqrt{g} \cdot \sqrt{\sqrt{y_0^2 + R^2} - y_0}$ $\varphi_{opt} = \arccos \sqrt{\frac{y_0 + \sqrt{y_0^2 + R^2}}{2\sqrt{y_0^2 + R^2}}}$	<b>Zeitunabhängige Bewegungsgleichung :</b> $y(x) = -\frac{x^2}{2v_0^2 \cos(\varphi)^2} + \tan(\varphi)x + y_0$



Wir brauchen nur wenig davon:

Für einfache Betrachtungen der **Höhe** eines geworfenen Körpers über dem Boden interessiert uns nur die **vertikale** Komponente der sog. Bewegungsgleichung, also die **y(t)-Form** im Kasten ganz oben links:

$y(t) = -0.5gt^2 + v_{0t} \cdot \sin(\phi) + y_0$  vereinfacht:  $y = -0.5gt^2 + v_0 t$	Vereinfachung: Wenn wir einen <b>senkrechten</b> Wurf eines Steins nach oben annehmen, und nur vom Abwurf am Boden bis zum Landen am Boden betrachten, dann ist $y_0 = 0$ (keine Anfangshöhe), und der Abwurfwinkel ist 90 Grad. Somit wird <b><math>\sin(\phi)=1</math></b> . Deshalb wird die Bewegungsgleichung einfach (unten).
---	--

Wir haben also eine quadratische Gleichung! (hier jetzt ohne „c“, weil  $y_0 = 0$ )  
Bei solchen Aufgaben gilt:

- **x**, also die Hauptvariable, die man herausfinden soll, ist hier die **Zeit t** !
- **v<sub>0</sub>** ist die Anfangs- oder Abwurfgeschwindigkeit, natürlich in **m/s** umzurechnen!
- **g** ist die Erdbeschleunigung.  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$
- **y** ist die aktuelle Höhe für die betrachtete Fragestellung

#### Aufgabe

1) Ein Stein wird mit 60 km/h Anfangsgeschwindigkeit senkrecht nach oben geworfen. Zu welchen **Zeiten** ist er 10m über dem Boden?

Setzen Sie hierzu alle bekannten Werte ein, und t dürfen sie zu x machen      meist 2 Lösungen

$$t = -0.5 \cdot \frac{9.81 \text{ m}}{\text{s}} + \frac{16.67 \text{ m}}{\text{s}} \quad t = -0.5 \cdot 11.765 \text{ m/s}$$

10m über Boden sind beim Start in 0.85s erreicht.

10m über Boden nach Fall in 3.40s erreicht.

2) Zusatzfrage: nach welcher Zeit ist er im höchsten Punkt? (nicht schwer, nur gut überlegen)

Höchster Punkt in Meter: 13.72m

Zeit bis höchster Punkt: 2.20s