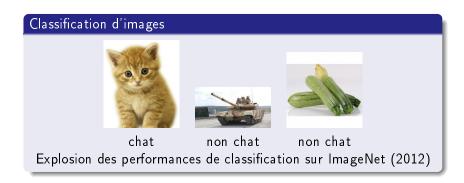
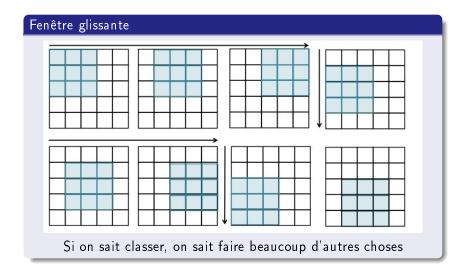
L'essentiel sur l'apprentissage - focus sur le Deep learning

Adrien CHAN-HON-TONG
ONERA
unité image vision apprentissage

### Plan

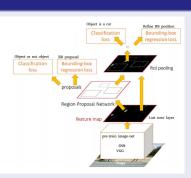
- Exemples d'application du Deep learning
- Formalisation de la classification
  - Séparateur linéaire
  - Réseau de neurones
  - Deep learning
- Quelques points de théorie
- Un peu de pratique



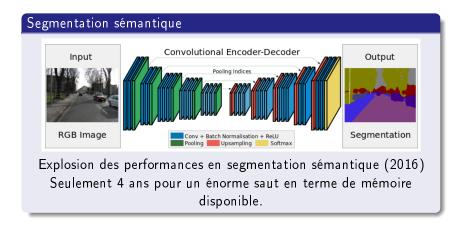


#### Détection





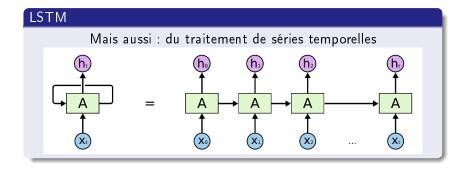
Explosion des performances de classification sur PascalVoc (2014) Seulement 2 ans pour un énorme saut en terme de puissance disponible.



## GAN

Mais aussi : de la synthèse d'images









### Plan

- Exemples d'application du Deep learning
- Formalisation de la classification
  - Séparateur linéaire
  - Réseau de neurones
  - Deep learning
- Quelques points de théorie
- Un peu de pratique

On voudrait un système qui prend une observation  $x \in \mathbb{R}^D$ En déduit la classe de cette observation  $y \in \{-1, 1\}$ 

Exemple: a partir d'une image  $x \in \mathbb{R}^D$ , je voudrais savoir si c'est une image de chat  $y \in \{-1, 1\}$ .





non chat



non chat

On voudrait un système qui prend une observation  $x \in \mathbb{R}^D$ En déduit la classe de cette observation  $y \in \{-1,1\}$ 

Exemple : à partir d'une image  $x \in \mathbb{R}^D$ , je voudrais savoir si c'est une image de chat  $y \in \{-1, 1\}$ .



Mais, on ne sait pas définir le lien entre x et y.

```
base d'apprentissage (x_1, y_1), ..., (x_n, y_n) \in \mathbb{R}^D \times \{-1, 1\}
on cherche \Phi \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}^D} tel que \forall i \in \{1, ..., n\}, sign(\Phi(x_i)) \approx y_i
```

base d'apprentissage  $(x_1, y_1), ..., (x_n, y_n) \in \mathbb{R}^D \times \{-1, 1\}$ on cherche  $\Phi \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}^D}$  tel que  $\forall i \in \{1, ..., n\}$ ,  $sign(\Phi(x_i)) \approx y_i$ 

Si  $\Phi(x_i) \approx y_i$ , est ce qu'on a trouvé le système qu'on voulait?

base d'apprentissage 
$$(x_1, y_1), ..., (x_n, y_n) \in \mathbb{R}^D \times \{-1, 1\}$$
  
on cherche  $\Phi \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}^D}$  tel que  $\forall i \in \{1, ..., n\}$ ,  $sign(\Phi(x_i)) \approx y_i$ 

Si  $\Phi(x_i) \approx y_i$ , est ce qu'on a trouvé le système qu'on voulait? o **NON** 

$$\Phi(x) = \begin{cases} \text{si } \exists i/x = x_i & \text{retourner} & y_i \\ \text{sinon} & \text{retourner} & -1 \end{cases}$$

```
base d'apprentissage (x_1,y_1),...,(x_n,y_n)\in\mathbb{R}^D\times\{-1,1\}
base de test (x_1',y_1'),...,(x_n',y_n')\in\mathbb{R}^D\times\{-1,1\}
on cherche \Phi\in\mathbb{R}^{\mathbb{R}^D} tel que \forall i\in\{1,...,n\}, sign\left(\Phi(x_i)\right)\approx y_i
dans l'espoir que \forall i\in\{1,...,n\}, sign\left(\Phi(x_i')\right)\approx y_i'
problème mathématiquement mal posé
```

```
base d'apprentissage (x_1,y_1),...,(x_n,y_n) \in \mathbb{R}^D \times \{-1,1\}
base de test (x_1',y_1'),...,(x_n',y_n') \in \mathbb{R}^D \times \{-1,1\}
on se donne une famille de fonction x \to \Phi(x,\theta), \theta est un ensemble
de poids, paramètres, coefficients
on optimise \theta avec l'objectif que \forall i \in \{1,...,n\}, sign(\Phi(x_i,\theta)) \approx y_i
dans l'espoir que \forall i \in \{1,...,n\}, sign(\Phi(x_i',\theta)) \approx y_i'
```

```
base d'apprentissage (x_1,y_1),...,(x_n,y_n)\in\mathbb{R}^D\times\{-1,1\}
base de test (x_1',y_1'),...,(x_n',y_n')\in\mathbb{R}^D\times\{-1,1\}
sélection : on se donne une famille de fonction x\to\Phi(x,\theta)
optimisation : on optimise \theta avec l'objectif que sign\left(\Phi(x_i,\theta)\right)\approx y_i
```

**évaluation**: dans l'espoir que  $\forall i \in \{1,...,n\}$ ,  $sign(\Phi(x_i',\theta)) \approx y_i'$ 

### classification supervisée

étant donnée un problème réel, on cherche une famille  $\Phi$  tel qu'après optimisation, on ait une bonne évaluation

### Mais (no free lunch)

La performance sur l'ensemble des problèmes est constante



## Séparateur linéaire

```
base d'apprentissage (x_1, y_1), ..., (x_n, y_n) \in \mathbb{R}^D \times \{-1, 1\}
base de test (x_1', y_1'), ..., (x_n', y_n') \in \mathbb{R}^D \times \{-1, 1\}
on optimise w, b avec l'objectif que sign(w^Tx_i + b) \approx y_i
dans l'espoir que \forall i \in \{1, ..., n\}, sign(w^Tx_i' + b) \approx y_i'
```

## Séparateur linéaire

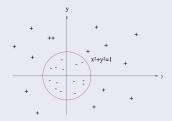
base d'apprentissage  $(x_1, y_1), ..., (x_n, y_n) \in \mathbb{R}^D \times \{-1, 1\}$ base de test  $(x_1', y_1'), ..., (x_n', y_n') \in \mathbb{R}^D \times \{-1, 1\}$ on optimise w, b avec l'objectif que  $sign(w^Tx_i + b) \approx y_i$ dans l'espoir que  $\forall i \in \{1, ..., n\}$ ,  $sign(w^Tx_i' + b) \approx y_i'$ 



Avantage : optimisation bien étudiée, simplicité (théorie de la généralisation) Inconvénient : modèle trop simpliste pour capturer des distributions complexes

## Séparateur linéaire

base d'apprentissage  $(x_1, y_1), ..., (x_n, y_n) \in \mathbb{R}^D \times \{-1, 1\}$ base de test  $(x_1', y_1'), ..., (x_n', y_n') \in \mathbb{R}^D \times \{-1, 1\}$ on optimise w, b avec l'objectif que  $sign(w^Tx_i + b) \approx y_i$ dans l'espoir que  $\forall i \in \{1, ..., n\}$ ,  $sign(w^Tx_i' + b) \approx y_i'$ 



Avantage : optimisation bien étudiée, simplicité (théorie de la généralisation) Inconvénient : modèle trop simpliste pour capturer des distributions complexes

La même chose avec une famille de fonction plus compliquée.

### 1 filtre linéaire

$$x \in \mathbb{R}^D \to x | w \in \mathbb{R}$$

#### 1 filtre linéaire

$$x \in \mathbb{R}^D \to x | w \in \mathbb{R}$$

### K filtres linéaires?

 $x \in \mathbb{R}^D \to (x|w_k)_{k \in \{1,\dots,K\}} \in \mathbb{R}^K$  comment les recombiner pour produire une décision??

### 1 filtre linéaire

$$x \in \mathbb{R}^D \to x | w \in \mathbb{R}$$

### K filtres linéaires + 1 filtre linéaire!

$$x \in \mathbb{R}^D \to (x|w_k)_{k \in \{1,\dots,K\}} \in \mathbb{R}^K \to (x|w_k)|w' \in \mathbb{R}$$

### 1 filtre linéaire

$$x \in \mathbb{R}^D \to x | w \in \mathbb{R}$$

### K filtres linéaires + 1 filtre linéaire = 1 filtre linéaire :-(

$$x \in \mathbb{R}^D \to (x|w_k)_{k \in \{1,\dots,K\}} \in \mathbb{R}^K \to (x|w_k)|w' = x|\sum_k w_k'w_k \in \mathbb{R}$$

### Réseau de neurones

## avec un petit peu de non linéarité?

relu 
$$(x) = \max(x, 0)$$
  
sigmoide  $sigm(x) = \frac{1}{1 + \exp(-x)}$   
tangente hyperbolique  $tanh(x) = \frac{1 - \exp(-2x)}{1 + \exp(-2x)}$ 

## Réseau de neurones

### 1 filtre

$$x \in \mathbb{R}^D \to x | w \in \mathbb{R}$$

K filtres + relu + 1 filtre = réseau de neurones 1950

$$x \in \mathbb{R}^{D} \rightarrow \left( relu\left( x | w_{k} \right) \right)_{k \in \{1, \dots, K\}} \in \mathbb{R}^{K} \rightarrow \left( relu\left( x | w_{k} \right) \right) | w' \in \mathbb{R}$$

### Réseau de neurones

#### 1 filtre linéaire

$$x \in \mathbb{R}^D \to x | w \in \mathbb{R}$$

#### K filtres + relu + 1 filtre = réseau de neurones 1950

 $x \in \mathbb{R}^{D} \rightarrow \left( relu\left( x|w_{k} 
ight) \right)_{k \in \{1, \dots, K\}} \in \mathbb{R}^{K} \rightarrow \left( relu\left( x|w_{k} 
ight) 
ight)|w' \in \mathbb{R}$ 

avec K grand on peut approximer n'importe quelle fonction Mais ce n'est pas le but : ce qui compte c'est la performance en test

Or expérimentalement, les réseaux sont meilleurs pour l'apprentissage quand ils sont profonds et pas épais

# Deep learning

- 1 filtre
- K filtres + relu + 1 filtre = réseau de neurones 1950
- $k_1$  filtres + relu +  $k_2$  filtre + relu + ... +  $k_R$  filtre + relu + 1 filtre = deep learning 2012

Maintenant vous savez ce qu'est le deep learning!

## Deep learning

### Beaucoup de questions

Comment on choisit la structure du réseau ? Les non linéarité ? Comment est ce qu'on optimise  $\theta$  ? Quelle fonction de perte ?

Quelle stratégie de mise à jour ? ...

Multiclasses? entrée non vectorielle? ...

Quelles garanties?

## Deep learning

Beaucoup de questions... Peu de réponses!

#### L'essentiel

```
base d'apprentissage (x_1,y_1),...,(x_n,y_n) \in \mathbb{R}^D \times \{-1,1\}
base de test (x_1',y_1'),...,(x_n',y_n') \in \mathbb{R}^D \times \{-1,1\}
on choisit une structure DL(x,\theta)
on optimise \theta avec l'objectif que sign(DL(x_i,\theta)) \approx y_i
dans l'espoir que \forall i \in \{1,...,n\}, sign(DL(x_i',\theta)) \approx y_i'
```

### Plan

- Exemples d'application du Deep learning
- Formalisation de la classification
  - Séparateur linéaire
  - Réseau de neurones
  - Deep learning
- Quelques points de théorie
- Un peu de pratique

## Quelques points de théorie

## Comment évaluer un système deep learning?

base de test  $(x_1',y_1'),...,(x_n',y_n')\in\mathbb{R}^D imes\{-1,1\}$ 

on regarde si  $\forall i \in \{1, ..., n\}$ ,  $sign(DL(x'_i, \theta)) \approx y'_i$ 

## Quelles garanties?

#### Probabilité d'erreurs

On a f (apprentissage ou pas) et on voudrait que f(x) = y(x). Supposons que  $f(x) \neq y(x)$  avec probabilité p.

Si on tire uniformément  $x_1, y_1, ..., x_N, y_N$ , alors :

$$P(f(x_n) = y_n) = (1 - p)^N$$

C'est une justification fondammentale de l'évaluation empirique : si l'algorithme fait des erreurs, on devrait en trouver en l'évaluant.

# Quelles garanties?

#### Probabilité d'accidents

Connaissant f, un accident est une situation où f=y sur une base d'évaluation  $x_1, y_1, ..., x_N, y_N$  mais où  $f \neq y$  sur un échantillon  $\chi$ . Si  $f(x) \neq y(x)$  avec probabilité p, alors la probabilité d'un accident est :  $P(A) = p(1-p)^N = \phi(p)$ . Or, cette probabilité est bornée indépendamment de p :  $\phi'(p) = (1-p)^{N-1}(1-(N+1)p)$ , donc,  $\phi$  a un extremum en  $\frac{1}{N+1}$  (qui est un maximum vu que  $\phi(0) = \phi(1) = 0$ ). Donc,  $P(A) \leq \frac{1}{N+1}(1-\frac{1}{N+1})^N$ 

# Des garanties statistiques

#### Probabilité d'accidents

Connaissant f, un accident est une situation où f=y sur une base d'évaluation  $x_1,y_1,...,x_N,y_N$  mais où  $f\neq y$  sur un échantillon  $\chi$ . La probabilité d'un accident vérifie :

$$P(A) \le \frac{2}{e} \frac{1}{N+1}$$

# The lack of a priori distinctions between learning algorithms

| Attention |     |   |
|-----------|-----|---|
| (         | 000 | echec à l'évaluation                            |
| (         | 001 | echec à l'évaluation                            |
| (         | 010 | echec à l'évaluation                            |
|           | 100 | echec à l'évaluation                            |
| _         | 110 | echec à l'évaluation $p=2/3$ , accident $p=1/3$ |
|           | 101 | echec à l'évaluation $p=2/3$ , accident $p=1/3$ |
| (         | 011 | echec à l'évaluation $p=2/3$ , accident $p=1/3$ |
| _         | 111 | bon fonctionnement                              |

Dans le cas uniforme, la probabilité d'accident est la même que la probabilité de bon fonctionnement (1/8)!

La borne de la probabilité d'accident est principalement une borne de non passage de l'évaluation!

# Certification

Est ce qu'une probabilité d'accidents faibles est suffisante sur un système critique??

Oui, Non, En fait ça dépend...

**Oui** : la probabilité d'un crash d'avion doit être inférieur à  $10^{-9}$  (par heure de vol) mais pas nécessairement nulle.

**Non** : aujourd'hui, la norme DO-178 ne considère que des systèmes logiciels infaibles. Un crash ne peut résulter que d'une panne matériel ou d'une sortie du domaine d'emploi.

**En fait ça dépend**: on accepte un crash provenant d'une sortie du domaine d'emploi probabilisé - ne peut on pas voir le module ia comme infaible mais incompatible avec certain éléments extérieurs faiblement probables?

# Vérification

## Qu'est ce que la vérification formelle?

La vérification formelle consiste à transformer des propriétés des programmes informatiques en assertion mathématique, puis à démontrer ces assertions.

Un programme dont les spécifications sont vérifiées formellement est un programme **infaible** (vis à vis des spécifications).

#### Vérification formelle et Deep learning

**Reluplex**: il est possible de formaliser les spécifications d'un système ACAS. Et, il est possible de formaliser la satisfaction de ces spécifications par un réseau de neurones.

Si un réseau de neurones satisfait cette assertion, il est un système ACAS infaible.

# Vérification

## Pourquoi ne pas tout vérifier?

Pour vérifier il faut pouvoir spécifier!

Comme on ne sait définir l'ensemble des images de chat, on ne peut spécifier que le réseau doit classer comme chat l'ensemble des images de chat.

## Donc évaluation empirique

base de test  $(x_1', y_1'), ..., (x_n', y_n') \in \mathbb{R}^D \times \{-1, 1\}$  on regarde si  $\forall i \in \{1, ..., n\}$ ,  $sign(DL(x_i', \theta)) \approx y_i'$  donc risque d'erreurs non négligeable

# Certification?

# Est ce qu'une probabilité d'accidents faibles est suffisante sur un système critique ??

Aujourd'hui, on accepte des accidents probabilisés - parce qu'on les comprends : vents, radar, ...

Acceptera t on des accidents probabilisés (qu'on ne comprends pas)?

Le fait qu'on comprenne une erreur ne modifie pas sa dangerosité, mais modifie son acceptabilité...

La réponse est autant sociale que scientique et technique!

# L'essentiel à retenir

```
base d'apprentissage (x_1,y_1),...,(x_n,y_n)\in\mathbb{R}^D\times\{-1,1\}
base de test (x_1',y_1'),...,(x_n',y_n')\in\mathbb{R}^D\times\{-1,1\}
on choisit une structure DL(x,\theta)
on optimise \theta avec l'objectif que sign(DL(x_i,\theta))\approx y_i
dans l'espoir que \forall i\in\{1,...,n\}, sign(DL(x_i',\theta))\approx y_i'
cette qualification est considérée, aujourd'hui, comme insuffisante
tout en étant pourtant présente dans les systèmes critiques
```

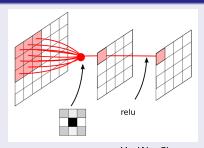
# Classification d'images

1 image RGB de 480x340 = 1 vecteur dans  $[0, 255]^{163200}$ 

Il est impossible de faire de la classification d'images sans tenir compte des spécificitées des images

#### Convolution

 $y_{h,w} =$ 



l'image 
$$x \in \mathbb{R}^{H \times W \times Ch}$$
  
+ le filtre de convolution  $w \in \mathbb{R}^{\Delta H \times \Delta W \times Ch}$   
= une image en sortie  $y \in \mathbb{R}^{H - \Delta H \times W - \Delta W}$   
$$\sum_{\substack{\lambda \in [0, \Delta H] \times [0, \Delta W] \times [0, Ch]}} x_{h+dh,w+dw,ch} \times w_{dh,dw,ch}$$

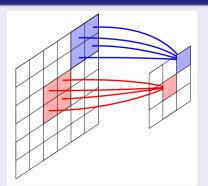
#### Convolution

$$y_{h,w} = \sum_{dh,dw,ch \in [0,\Delta H] \times [0,\Delta W] \times [0,Ch]} x_{h+dh,w+dw,ch} \times w_{dh,dw,ch}$$

comme un filtre linéaire mais prenant en compte l'aspect spatial des images

permet d'extraire de l'image des informations locales (contrastes, texture, bords...) avec un nombre de poids très inférieur à compléter avec un non linéarité (ex : relu)

## Pooling



l'image en entrée  $x \in \mathbb{R}^{H \times W \times Ch}$ l'image en sortie  $y \in \mathbb{R}^{\frac{H}{2} \times \frac{W}{2} \times Ch}$  $y_{h,w,ch} = \max_{dh,dw \in [0,1]} x_{2h+dh,2w+dw,ch}$ 

# Pooling

$$y_{h,w,ch} = \max_{dh,dw \in [0,1]} x_{2h+dh,2w+dw,ch}$$

augmentation du champs récepteur de la convolution invariance à de petites transformations spatiales

# L'essentiel à retenir

```
base d'apprentissage (x_1,y_1),...,(x_n,y_n)\in\mathbb{R}^D\times\{-1,1\}
base de test (x_1',y_1'),...,(x_n',y_n')\in\mathbb{R}^D\times\{-1,1\}
on choisit une structure DL(x,\theta)
on optimise \theta avec l'objectif que sign(DL(x_i,\theta))\approx y_i
dans l'espoir que \forall i\in\{1,...,n\}, sign(DL(x_i',\theta))\approx y_i'
cette qualification est considérée, aujourd'hui, comme insuffisante
tout en étant pourtant présente dans les systèmes critiques
```

# Plan

- Exemples d'application du Deep learning
- Formalisation de la classification
  - Séparateur linéaire
  - Réseau de neurones
  - Deep learning
- Quelques points de théorie
- Un peu de pratique

#### TP!