

Somatórios

Suas Regras e Propriedades

Wallace Freitas Oliveira¹

¹Departamento de Ciência da Computação – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais
(PUC - Minas)

Somatório é uma notação matemática responsável por simplificar um conjunto de operações de adição que possuem um comportamento que pode ser descrito matematicamente em uma expressão única. Em Ciência da Computação o uso do somatório é bastante útil quando se deseja realizar o levantamento do custo em tempo de memória de um algoritmo. Para representá-lo utilizamos a letra Grega (Σ), em conjunto com termos que descrevem o comportamento de início, fim e padrão de soma, como pode ser visto abaixo:

$$\sum_{i=0}^n i = 0 + 1 + \dots + n$$

$n = \text{termo final} \parallel i = \text{início e termo da soma}$

Na resolução de somatórios, podemos nos deparar com expressões que solicitam que manipulações sejam realizadas para que o problema seja solucionado de forma simplificada, e para isso contamos com algumas regras e propriedades básicas que facilitam a resolução, dentre elas destacamos:

Distributividade: O somatório do produto de uma constante pelo termo, pode ser reescrito como produto da constante pelo somatório do termo:

$$\sum_{i=0}^n ki = k * \sum_{i=0}^n i$$

Associatividade: O somatório da soma de dois termos, pode ser reescrito como a soma dos somatórios de cada termo:

$$\sum_{i=0}^n k + i = \sum_{i=0}^n k + \sum_{i=0}^n i$$

Comutatividade: A ordem dos termos no somatório não altera o resultado.

$$\sum_{i \in I}^n a_i = \sum_{p(i) \in I}^n a_{(p-i)}$$

Combinação de Conjuntos: Permite combinar conjuntos de índices diferentes, sendo l e n dois conjuntos quaisquer de inteiros, temos:

$$\sum_{i \in l}^n a_i + \sum_{i \in n}^n a_i = \sum_{i \in l \cup n}^n a_i + \sum_{i \in l \cap n}^n a_i$$

Base para Pertubação: Para obter uma equação fechada em S_n podemos reescrever um somatório até chegar em uma igualdade:

$$S_n + a_{n+1} = a_0 + \sum_{i \geq 0}^n a_{i+1}$$

A resolução da igualdade de suas formas reescritas resultará na equação fechada em S_n .