väidete algoritmiline analüüsimine

Olger Männik

March 31, 2022

Part I Sissejuhatus

mõiste "väide" lahtiseletus: (võibolla on ka üldisem definitsioon kus kvantorid asendatakse, millegagi, mis tagsatavad midagi muud kui booleane)

Sõna väide on selles failis formaalloogika tähenduses, aga see on väga sarnane selle sõna tavakeelsele tähendusele, ehk see on miski, mille tõele vastamisest järeldub mingi tõsiasi. Selles failis kasutan väidete kirja panemiseks kindlat syntaxit, kus väiteid kirjeldavad tekstilõigud võivad sisaldada boolean-operaatoreid, kvantoreid ja predikaate(või elementaarseoseid või algasju predikaatide asemel).

eesmärgid Eesmärk on koostada algoritm ja implementeerida see arvutiprogrammina, mille abil saaks väiteid minimaalsel vabadusastmel salvestada. Minimaalsel vabadusastmel salvestatud väiteid saaks kergesti analüüsida. Kasutaja sisestaks väited kergesti loetavas syntaxis(seda on kirjeldatud peatükis 19). Seda saaks kasutada näiteks kõige üldisemate matemaatiliste probeemide (mis võivad olla võrranditena esitatud) lihtsustamiseks, lahendamiseks ja lahendite kontrollimiseks.

Kuna iga väide on salvestatud minimaalsel vabadusastmel, siis saab lihtsasti kontrollida, et kas see on üheselt vale, üheselt tõene või mitte kumbagi, sest kõigile üheselt valedele ja üheselt tõestele väidetele vastab sama arv. Tõenäoliselt ongi praktilisel kasutamisel kõige olulisem küsimus, et kas väide vormis $aksioomid \rightarrow vaide$ on üheselt vale, üheselt õige või mitte kumbagi $(programm(aksioomid \rightarrow vaide))$.

Kui väidete minimaalsel vabadusastmel salvestamine on võimatu, sellise algoritmi koostamine liiga raske, algoritm ajaliselt liiga keerukas et seda praktiliselt kasutada saaks või algoritm liiga palju mälu nõudev et seda praktiliselt kasutada saaks, siis on alternatiivseks eesmärgiks teha algoritmi, mis määrab, et kas sisendiks antud väide on vastuoluline või mitte ilma seda väidet minimaalsel vabadusastmel salvestamata ning implementeerida see algoritm arvutiprogrammina.

Kui ka sellise programmi tegemine pole võimalik (mõned inimesed on väitnus, et see pole kas Gödeli 2. ebatäielikkuse teoreemi või predikaatarvutuse mittelahenduvuse teoreemi kohaselt võimalik), siis on järgmiseks alternatiivseks eesmärgiks teha programm, mis piiramatult jätkab kontrollimist, et kas mingi väide on vastuoluline või mitte. Kuigi see programm ei pruugiks iga sisendi puhul tagastada, et kas sisendiks antud väide on kindlasti vastuoluline või see kindalsti ei ole vastuoluline(on kooskõlaline), tagastaks see, et peale kui mitut tsüklit ei leidnud see algoritm, et väide on vastuoluline.

Hea oleks käsitleda minimaalsel vabadusastmel kirjeldatud väiteid naturaalarvudena. Tähistan naturaalarvu, mis kirjeldab väidet S tähisega n_S . Selleks tuleb defineerida bijektiivne vastavus võimalike väidete(võimalik vist ainult kindlas notatsioonis olevate väidete korral) ja naturaalarvude vahele. Juhul kui selline vastavus defineerimine on võimalik, on võimalik defineerida lõpmatult erinevaid selliseid vastavusi. Tähistan funktsiooni, mis seab väite S vastavusse naturaalarvuga n_S F'iga. Seega $F(S) = n_S$. Selle pöördfunktsiooni tähistan f'iga. Seega $f(n_S) = S$. Järgnevalt loetlen omadusi, mis vastavusel (ja funktsioonil F) võiks olla, et sellisel kujul olevat väidet praktikas mugav kasutada oleks:

• Hea on kui sellisel kujul estitatud väidete vahelisi loogikatehteid (näiteks AND, NAND, OR, NOR ja XOR) saab kergesti arvutada rakendades väiteid kirjeldavatele naturaalarvudele (*n_S*) loogikatehele vastavaid lihtsasti arvutatavaid funktsioone.

- Hea on kui tavalises notatsioonis lühidalt kirjapandav väide on ka väikese või lihtsasti kirjeldatava naturaalarvuga vastavusse pandud.
- Hea on kui Falsele(kõigile üheselt valedele väidetele) vastab 0.
- Hea on kui Truele(kõigile üheselt tõestele väidetele) vastab 1.

lühemad eesmärgid prioriteetsuse järjekorras:

- 1. koostada algoritm, mis võtaks sisendiks väite ja tagastaks, et kas see on vastuoluline või mitte.
- 2. implementeerida see algoritm arvutiprogrammina.
- 3. koostada oma süntax, mida see programm sisendiks võtab, väidete mugavamaks kirjapanemiseks.
- 4. lisada pogrammile funktsionaalsus, väitedete salvestamiseks, kujul, mis on: Minimaalse vabadusastmete arvuga ehk mistahes 2 erinevat bittide kombinatsiooni (kui see on binaarkujul esitatud) tähistavad erinevaid loogikalisi lauseid ja universaalne ehk millega saab mingi bittide kombinatsiooniga (kui see on binaarkujul esitatud) iga loogikalise lause kirja panna. Teisisõnu funktsioon väite ja tähistuse vahel on bijektiivne.
- 5. lisada programmile funktsionaalsus esitada väiteid standardsel ja kergesti loetaval kujul.
- 6. lisada programmile funktsionaalsus hinnata väite keerukust mingi parameetriga.
- 7. lisada programmile funktsionaalsus määrata väite parameeter K, ehk ,et kui mitme kvantori sees kõige rohkemate kvantorite sees asuv kvantor on ,kui väide on esitatud vormis, kus kõige rohkemate kvantorite sees asuv kvantor on võimalikult väheste kvantorite sees.

Minu teada sama asja tegevat programmi ei ole veel tehtud. Sarnasemad programmid on Prolog ja Julog.jl , aga ned ei suuda nii üldiseid ja keerukaid ülesandeid lahendada kui programm, mida mina teha tahan suudaks, ning nende syntax on ebamugavam. Näiteks Wolfram ei oska lahendada lihtsamaidki sarnaseid ülesanded. Sisend $\exists_x(\exists_y(A(x,y))) \land \neg \exists_x(\exists_y(A(y,x)))$, mille peale minu programm peaks tagastama, et see on vastuoluline on Wolframi syntaxis "Exists[x,Exists[y,A[x,y]]]&& !Exists[x,Exists[y,A[y,x]]]", aga wolfram ei saa aru, et see on vastuoluline. Olen teinud isegi ühe foorumi postituse Wolframi foorumisee, kus inimesed kinnitasid, et Wolfram ei suuda selliseid ülesandeid lahendada. Selle postituse URL on https://community.wolfram.com/groups/-/m/t/2416379 .

1 Näited programmi kasutamisest

1.1 lihtsamad näited

Järgnevates näidetes on kasutatud peatükis 19.3.1 kirjeldatud syntaxsugarit.

- Sellise väite korral programm tagastab, et väide on üheselt vale (lühendatult $\ddot{\mathbf{U}}\mathbf{V}$): $\exists (A(x_1)) \land \neg \exists (A(x_1))$ (sama väide ilma peatükis 19.3.1 kirjeldatud syntaxsugarit kasutamata $\exists_{x_1}(A(x_1)) \land \neg \exists_{x_1}(A(x_1))$), sest on väidetud, et miski, mis rahuldab predikaati A eksisteerib, ning samuti on väidetud, et seda ei eksisteeri.
- Sellise väite korral programm tagastab, et väide pole üheselt vale: $\exists (A(x_1)) \land \neg \exists (A(x_1) \land B(x_1))$ (sama väide ilma peatükis 19.3.1 kirjeldatud syntaxsugarit kasutamata $\exists_{x_1}(A(x_1)) \land \neg \exists_{x_1}(A(x_1) \land B(x_1))$), sest on väidetud, et eksisteerib miski, mis rahuldab predikaati A, aga ei eksisteeri midagi, mis rahuldaks nii predikaati A kui ka predikaati B ning vastuolu ei ole. Sellest on lihtsam aru saada kui panna predikaatidele mingid intuitiivselt lihtsamini mõistetavad nimed. nt.: $\exists (on_loom(x_1)) \land \neg \exists (on_loom(x_1) \land on_auto(x_1))$. Ehk on väidetud, et eksisteerib mingi asi, mis on loom(eksisteerib mingi loom), aga ei eksisteeri midagi, mis oleks nii loom kui ka auto.
- Sellise väite korral programm tagastab, et väide on üheselt vale: $\exists (A(x_1) \land B(x_1)) \land \neg \exists (A(x_1))$, sest on väidetud, et eksisteerib miski, mis rahuldab nii predikaati A kui ka predikaati B, aga ei eksisteeri midagi, mis rahuldaks predikaati A.

• Sellise väite korral programm tagastab, et väide on üheselt vale: $\exists (\exists (A(x_1,x_2) \land \exists (A(x_2,x_3) \land A(x_2,x_2)))) \land \neg \exists (\exists (\exists (A(x_2,x_1) \land A(x_1,x_3) \land A(x_1,x_1))))$, sest on väidetud, et eksisteerib miski (x_2) , mis rahuldab millegagi predikaati A olles ise 2. argument, rahuldab millegi muuga predikaati A, olles ise 1. argument ja rahuldab predikaati A olles selle mõlemaks argumendiks ning väite teises osas on väidetud, et selliste omadustega asja just ei eksisteeri.

Eelnevalt näiteks toodud väidete vastuolulisust on kerge intuitiivselt, ilma arvuti abita kontrollida, aga pikkade ja keerukate väidete vastuolulisust on niimoodi väga raske kontrollida. Selliste valemita analüüsimiseks olekski see programm kasulik. Järgnevalt toon mõned näited keerukamatest väidetest, mille vastuolulisust on raske kontrollida:

- järgneva väite korral programm tagastab, et väide ei ole üheselt vale: $\exists (on_mari(x_1) \land \neg \exists (M(x_1,x_2) \land \exists (M(x_1,x_3) \land \neg M(x_2,x_3) \land M(x_3,x_1)) \land \exists (M(x_1,x_3) \land M(x_2,x_3)) \land \neg \exists (M(x_2,x_3) \land M(x_3,x_3)))) \land \exists (\exists (on_mari(x_2) \land M(x_2,x_1) \land \exists (M(x_1,x_3) \land M(x_2,x_3)) \land \exists (M(x_2,x_3) \land M(x_3,x_2) \land \neg M(x_1,x_3))) \land \neg \exists (M(x_2,x_1) \land M(x_2,x_2))) \lor \exists (M(x_1,x_1) \land \neg \exists (M(x_1,x_2) \land M(x_2,x_2) \land M(x_2,x_1)))$ Sellest, et vastuolu pole, on lihtsam aru saada kui panna predikaatidele intuitiivselt lihtsamini mõistetavamad nimed. nt.:predikaat M on "x₁'le meeldib x_2 ", ehk kui $M(x_1,x_2)$, siis x_1 meeldib x_2 'le. Siis on väidetud, et: [kõigil, kes Marile meeldivad,[ei ole kedagi kes Marile meeldiks, aga temale mitte ja kellele meeldiks Maril või [ei ole kedagi, kes nii talle kui Marile meeldiks] või [on keegi, kes neile meeldib ja kes iseendale meeldib]] ja leidub keegi, kes meeldib marile, nii, et eksisteerib [keegi, kes meeldib nii marile kui talle] ja [keegi, kes meeldib marile, kellele mari meeldib ja kelle ei meeldi talle] ja ei leidu kedagi, kes nii iseendale kui ka talle ta meeldiks või [on keegi(x_1) kes endale meeldib, aga [kellel pole kedagi kes nii talle kui iseendale meeldiks ja kellele meeldiks tema(x_1)]].
- Sellise väite korral programm tagastab, et väide on üheselt vale: $\exists (A(x_1,x_1) \land \exists (A(x_2,x_2) \land A(x_2,x_1) \land A(x_1,x_2)) \land \exists (\neg A(x_2,x_2) \land \neg A(x_1,x_2) \land A(x_2,x_1) \land \neg \exists (\neg A(x_3,x_3) \land \neg A(x_3,x_2) \land A(x_3,x_1) \land A(x_2,x_3) \land A(x_1,x_3)))) \land \neg \exists (\exists (\exists (\neg A(x_1,x_1) \land \neg A(x_1,x_2) \land \neg A(x_2,x_1) \land \neg A(x_2,x_2) \land \neg A(x_3,x_1) \land \neg A(x_3,x_2) \land \neg A(x_3,x_3) \land \neg A(x_1,x_3) \land \neg A(x_2,x_3))) \lor A(x_1,x_1) \land \exists (A(x_2,x_2) \land \neg A(x_2,x_1) \land A(x_1,x_2) \neg \exists (\neg A(x_3,x_3) \land A(x_3,x_2) \neg \land A(x_3,x_1) \land A(x_2,x_3) \land A(x_1,x_3))))$

Siin on toodud mõned väited, mille üheselt valesust saaks minu programmiga kontrollida, aga mille vastuolulisuse kontrollimiseks on vaja kasutada matemaatiliste tehte märkide tähendusi kirjeldavaid väiteid ja arvude kohta käivaid aksioome. Programmi kasutaja ei peaks neid käsitsi sisestama vaid saaks need standard libarist võtta. Standard libariks olevat väidet tähistan siinkohal nimega STANDARD. Samuti on selleks vaja kasutada mõndasid syntax-sugareid. mitte ÜV:

- $STANDARD \land \exists (x_1 + 3 = 7 \land on_reaalarv(x_1))$
- STANDARD $\land \neg \exists (0 * x_1 = 3 \land on \ readlarv(x_1))$
- $STANDARD \land \neg \exists ((on_naturaalarv(x_1) \rightarrow x_1 > x_1) \lor x_1 = x_1 + 1)$
- $STANDARD \land \exists (on_reaalarv(x_1) \land \exists (x_1 + x_2 = 23 \land x_1 + 2 * x_2 = 37 \land x_1 < 53 \land x_1 * x_2 < 200 \land on_reaalarv(x_2)))$
- $STANDARD \land \neg \exists (\neg \exists (x_1 > x_2 \land on_reaalarv(x_1) \land on_reaalarv(x_2)))$ ei leidu arvu, millest suuremat ei leiduks.
- $STANDARD \land \neg \exists (\exists (x_1 > x_2 \land x_1 < x_2 \land on_reaalarv(x_1) \land on_reaalarv(x_2)))$ ei leidu kahte arvu nii, et mõlemad oleksid teisest suuremad.
- $STANDARD \land \exists (\neg \exists (x_1 * x_2 \neq 0 \land on_reaalarv(x_1) \land on_reaalarv(x_2)))$ Leidub arv(0), nii et ei leiduks arvu, millega seda korrutades ei saaks vastuseks nulli.
- $STANDARD \land \exists (\exists (x_1 + x_2 = 9 \land x_1 * x_2 = 20 \land x_1 > x_2 \land on_reaalarv(x_1) \land on_reaalarv(x_2)))$ Need arvud on 5 ja 4.

ÜV:

- $STANDARD \land \exists (\exists (x_1^3 4 * x_1^2 + 6 * x_1 24 x_2^4 + 3 * x_2 = 0 \land x_2 > 1))$
- $STANDARD \land \exists (on_reaalarv(x_1) \land \neg \exists (x_1 < x_2 \land on_reaalarv(x_2)))$ eksiseerib selline reaalarv, nii et ei leidu ühtegi teist reaalarvu, mis sellest suurem oleks.

- $STANDARD \land \neg \exists (on_kompleksarv(x_1) \land \exists (x_1 < x_2 \land on_kompleksarv(x_2) \land x_1^2 = x_2^2))$ ei leidu kahte kompleksarvu, mille ruut oleks sama ja millest esimene oleks teisest suurem.
- $STANDARD \land \neg \exists (on_kompleksarv(x_1) \land \exists (on_kompleksarv(x_2) \land \exists (on_kompleksarv(x_3) \land x_1^5 = x_2^5 \land x_2^5 = x_3^5 \land x_1 \neq x_2 \land x_2 \neq x_3 \land x_1 \neq x_3)))$ ei leidu 3e erinevat kompleksarvu, mille 5 aste oleks sama.

Saaks kontrollida ka, et kas mingi hüpotees(teoreem) järeldub aksioomidest(ehk standard libarist). Kui standard libarist on piisavalt palju infot, siis järgneva seose korral programm tagastab, et see seos on ÜV, ehk et see hüpotees oli tõene. $\neg (STANDARD \rightarrow \neg \exists (on_naturaalarv(x_1) \land \exists (on_naturaalarv(x_2) \land \exists (on_naturaalarv(x_3) \land \exists (x_1^{x_4} + x_2^{x_4} = x_3^{x_4} \land x_4 > 2 \land on_naturaalarv(x_4))))))$

• (sama väide ilma peatükis 19.3.1 kirjeldatud syntaxsugarit kasutamata $\neg (STANDARD \rightarrow \neg \exists_{x_1} (on_naturaalarv(x_1) \land \exists_{x_2} (on_naturaalarv(x_2) \land \exists_{x_3} (on_naturaalarv(x_3) \land \exists_{x_4} (x_1^{x_4} + x_2^{x_4} = x_3^{x_4} \land x_4 > 2 \land on_naturaalarv(x_4))))))$

1.2 Matemaatiliste mõistete vahelise väite kirjeldamine.

1.3 algoritmi või arvutiprogrammi analüüsimiseks

igal pool asendada käsk x:=y väitega x(t+1) = y(t), kus t on prgrammi samm.

1.4 Füüsikalise mudeli kirjeldamiseks

Oluline on ka näidata, et milliste erinevate väärtuste korral on süsteemid füüsikaliselt identsed. Näiteks ei ole oluline potentsiaali 0-nivoo ja koordinaatide alguspunkt.

Oluliseks pointiks nii tõenäosuste kui geomeetrilise ruumi(intuitiivsetst vektoritest) on, et intuitiivse tähendusega aja korrutis arvuga on samuti intuitiivne. See on vist kuidagi taustsüsteemiga seotud. taust süsteemi, mille algus on kohas \vec{a} olev vektor \vec{b} asub kohas $\vec{a} + \vec{b}$.

Füüsikalise väite(mudeli) kasulikkus on seda suurem, mida täpsemalt see katseandmetega klapib ja lihtsam on(mida väiksem on selle keerukus). Lihtsust on ilmselt õige hinnata kui füüsikalised suurused on kirjapandud minimaalsel vabadusastmel ja võimalikult sümmeetriliselt(näiteks ruumiline ja ajaline sümmeetria), et selgelt eristada matemaatilisi algmõisted (funktsioon, võrdsus, hulk, implikatsioon jne(siin näitena toodud mõisted ei moodusta minimaalset funktsionaalselt täielikku hulka)) ja füüsilisi algmõisted (ruum, aeg, elektromagnetväli, elektrimagnetväli, gravitomagnetväli, gravitimagnetväli, aegruum). Võtta kasutusele ka füüsikalised mõisted, mis ei ole algmõisted (nt. konkreetsed ained, tahke, vedel, gaasiline, aatom).

Ükski tõestamatu väide ei tohi omada füüsikalist tähendust(näiteks ei oma koordinaatide alguspunkti valik füüsikalist tähendust.) ja ükski füüsikalise tähenduseta väide ei tohi olla tõestatav.

Füüsikalise mudeli, mis sisaldab suuruseid(nt. Aeg, kordinaat ja väljatugevus) ja iseelommustakse reaalarvuga, kirjeldamiseks tuleb deineerida vastavad aritmeetilised tehted reaalarvudele. Kas alati tuleb defineerida ka jagamine, et saaks väita nt. ,et üks suurus on teisest 3 korda suurem?

1.4.1 mudeli lihtsus

Katseadnmetega paremini kokku sobiv mudel on tõenäolisem. Lihtsam mudel tõenäolisem. ##tekstist on informatsioon puudu, vajab täiendamist

Mudelite lihtsuse võrdelmiseks peavad neil olema samad elementaarseosed. Kui ühel mudelil on rohkem predikaate või algasju kui teisel tuleb need eksistentsiaalsuskvantori abil eemaldada(näiteks ühes on ainult punktkehad ja teises ka väli, mille väärtus määra, et kui suure tõenäosusega punktkeha igas punktis asub). Keerukus arvutatakse juba töödeldud väitest. võibolla on see keerukus Gödeli keerukus?

Lisaks tavalisele keerukusele defineerida teine mõiste keerukus nii , et $(\frac{sobivusandmetega(mudel1)}{keerukus2(mudel1)} > \frac{sobivusandmetega(mudel2)}{keerukus2(mudel1)}) \rightarrow (mudel1"onparemmudelkui"mudel2)$

idee1 keerukuse hindamiseks Üks võimalus mudeli lihtsuse kirjeldamiseks on hulga, mis sisaldab kõiki selle mudeliga sobivaid erinevaid füüsikalisi süsteeme võimsus. Kõik PML süsteemid saab kirjeldada ühe reaalarvuga (järjend, mis sisaldab kõiki PML üht reaalarvu)

idee2 keerukuse hindamiseks Veel 1 võimalus keerukue hindamiseks: reaalarvude arv, mida onvaja mistahes mudeliga sobituva süsteemi kirjeldamiseks nii, et mistahes diferentsiaalse muutuse süsteemis saab teha mingi nendest reaalarvudest diferentsiaalselt väiksel määral muutes.

Part II

funktsiooni F struktuur

Kuna väide tohib koosneda ainult booleanalgebrast (taseme 1)kvantoritest ja argumentidest saab F'i kirjeldada väite abil, mis nende kvantorite vahelise booleanfunktsioonile naturaalarvu vastavusse paneb. Kuna erinevaid kvantoreid on lõpmatult

Seega saab vaadata iga funktsiooni F nendest osadest koosnevana $F(vide) = F_{boolean_funktsioon_naturaalarvuks}(F_{nummerda\ lplik\ arv\ kvantoreid})$ n_S . Jaotasin F'i osadeks, et selle defineerimise erinevaid võimalusi oleks lihtsam kirjeldada oleks. kvantorite see võib ja k booleanfunktsioone olla

väite argumente on alati lõplikult. Erinevaid väiteid on loenduv lõpmatus. Iga väidet saab kirjeldada booleanfunktsiooni võimalikest kvantoritest kaudu. Kuna võimalikke kvantoreid on lõpmatult tuleb võtta mingi lisamuutuja t, mis seab kvantoritele piirid nii, et iga t väärtuse korral on võimalikke kvantoreid lõplik arv ja ükskõik milliseid kvantoreid sisaldavad veerud saab mingi t väärtuse korral.

2 filtreerida ja nummerdada veerud

Iga väite kirjeldamiseks piisab veergude vahelist boolenfunktsiooni. Osad veergude booleankombinatsioonid on üheselt valed.

3 konverteerida booleanfunktsioon naturaalarvuks

Part III

definitsiooonid

Tasemefunktsioon h_i on bijektiivses seoses kõigi elementaarfunktsioonide väärtustega, kui elementaaseoste vähemalt üheks argumendiks on taseme i kvanteeritav ja ei ole kõrgema taseme kvanteeritavaid. Elemndi põhisest notatsioonist sellesse notatsiooni konverteerimisel võivad elementaarseoste argumentideks olla ka algasjad. Tasemefunktsiooni võimalikku väärtuste arvu tähistan H(k).

Part IV

Võimalusi argumentide ja kvanteeritavate vahelise suhte noteerimiseks

Väite argumendid on reaalsed asjad(mitte fiktiivmuutujad), mille kohta väide midagi ütleb. Sõltuvalt notatsioonist võivad võivad väite argumendid olla mitmel erineval kujul. Selles töös on käsitletud 3e erinevat kuju argumentidele, milleks on **predikaat**, **elementaarseos** või **algas**i. Et väitest järlelduks midagi mingi asja kohta, ehk et väide mingi asja kohta saaks käia peab see seda asja argumenina sisaldama. Argumendi kuju sõltub notatsioonist, mille abil väite argumendi ja muu(kvanteeritavate) vahelist suhet kirjeldatakse. Et väitel oleks intuitiivselt mõistetav tähendus, peab väite argument sisaldama midagi intuitiivselt mõistetavat. Vastavate argumentide valimise abil saab defineerida kõik matemaatilised mõisted.

Väite argumendi ja muu vahelist suhet võib kirjeldada ükskõik mis notatsioonis, milles saab suvalise lõpliku arvu võimalusi kirjeldada. Kuna nii on kirjutatut lihtne mõista ja see on levinud notatsioon on siin peamiselt kasutud hulga-põhist-notatsiooni.

Notatsioone saab üksteiseks ümber kirjutada ilma väidet muutmata. Väide on notatsiooni transformatsiooni suhtes invariantne.

4 argumendiks on kasutaja sisestatud predikaadid

Predikaadi notatsioonis võib väite argumendist mõelda kui funktsioonidest, mis tagastavad booleane (kas True või False). Algyäited võivad olla näiteks "x on null"(x), "x on hulk"(x), "x on naturaalarv"(x) "x on funktsioon"(x) või " x_1 on suurem kui x_2 "(x_1,x_2).

4.1 eriasjad

eriasjad on nagu predikaadid, aga võtavad kvanteeritavate asemel argumendiks kas booleane või booleanseoseid. Muidu võiks sulgusid ka eriasjaks pidada, aga need lihtsalt, mis mille argumendiks on. Kas siis kui kõigi predikaatide argumentide arv on teada pole sulge vaja? A(B(3,4),C(1,2)) vs A(B(3,4),C(1,2))

4.1.1 Võimalikke eriasjade valikuid:

- $\forall (B)$, NOR
- $\exists (B)$, NAND
- $\forall (NOR(B1,B2))$ (See on sama, mis $NOR(\forall (B1), \forall (B2))$)
- $\neg \forall (OR(B1,B2))!$
- $NOR(\forall (B1), B2)$
- $OR(\neg \forall (B1), \neg B2)$
- $\forall (NAND(B1,B2))$
- $\neg \forall (AND(B1,B2))$ (See on sama, mis $NAND(\forall (B1), \forall (B2))$)
- $NAND(\forall (B1), B2)$
- $AND(\neg \forall (B1), \neg B2)$

Mõistlikuim on noest ilmselt See valida, mille korral algoritm kõige lihtsam tuleb. NORK ehk $NORK = \forall (NOR(B1, B2)) =$ $NOR(\forall (B1), \forall (B2)) = \neg \forall (B1) \land \neg \forall (B2)) = \exists (\neg B1) \land \exists (\neg B2)$, tundub hea, sest saab kergesti DNF vormi kirjutada sellega

Argumendiks on elementaarseosed

Selles notatsioonis on väidete argumentideks elementaarseosed kanteeritavate vahel. Miski muu peale kvanteeritavate ei tohi elementaarseoste argumendiks olla. Elementaarseosed on notatsiooni poolt ette antud ja kasutaja neid lisada ega eemaldada ei saa.

Võimalikud elementaarseose põhised notatsioonid erinevad selle poolest, et kui mitme asja kaupa kvanteeritavate vahelisis elementaarseoste väiteid kirjeldatakse ja et kui mitmel erineval viisil saavad samad asjad samas elementaaresoses olla. Tähistan arvu, mille kaupa asjade vahelist seost kirjeldatakse a'ga ja erinevate elementaarseoste arvu b'ga.

Võimalikud elementaarseose põhised notatsioonid erinevad järgnevate omaduste poolest

- Kas elementaarseose väide sõltub argumentide järjekorrast. Ehk kas $A(x_1, x_2) = A(X_2, x_1)$ (kas saab mitte sümmeetrilisi seoseid kirjeldada.)
- Mitu argumenti on elementaarseostel. Ehk, et kui mitme asja kaupa kvanteeritavate vahelisis elementaarseoste väiteid kirjeldatakse. Tähistan arvu, mille kaupa asjade vahelist seost kirjeldatakse a'ga.
- Kui palju erinevaid võimalikke väärtusi kindlate argumentidega kindlal elemaarseose väite olla saab. Üldiselt eeldatakse, et see arv on 2 (True ja False).

Väite argumendi kohta vähem eeldusi tehes saab mõndasi väiteid mäluefektiivsemalt kirjeldada. Rohkem eeldusi tehes on argumente lihtsam tõlgendada.

5.1 väited elementaaresote kohta?

Osade väidete formuleeiming sõltub väites olvatest predikaatidest. Nii, et kui kasutaja sisestab uue predikaadi tuleb need väited alati ümber kirjutada. See teeks minu programmi kasutaminse ebamugavaks.

Näiteks võrdususe väitmiseks tuleb lisada eraldi võrdsuse elementaarseos "x_1 ja x_2 on võrdsed"(x_1,x_2). Et selle tähendus oleks kooskõlaline selle intuitiivse tähendusega, peab väitele lisama väite, et kui 2 asja on võrdsed, siis pole ükski elementaarfunktsioon neist asjadest erineva väärtusega(ükskõik mitu argumenti elementaarfunktsioonil on ja mis elementaarfunktsioonide ülejäänud argumentideks on) (See võrdusmärgi asi võib olla seotud Gödeli II teoreemiga). Kõigi argumentide puhul ei pruugi kehtida vastupidine, et kui kõik elementaarseosed 2 asjast on võrdsed, siis on need asjad ise võrdsed. Peale võrusmärgi peab teisigi väiteid, mis peavad kõigi predikaatide korral kehtima formuleerima kõigi predikaatide valikute puhul erinevalt. Kuna predikaadid ja nende argumentida arv on teada saab universaalsuskvantori, mis kehtib predikaatide kohta asendada jaatusega ja eksistentsiaalsuskvantori võitusega. Saab lisada ka mingi syntaxi, mis automaatselt lisab, et mingi väide kehtib kõigi preikaatidekohta. Osade argumentide puhul võib väitele lisada veel mingeid elementaarseoseid elementaarseosega "x_1 ja x_2 on võrdsed"(x_1,x_2)" siduvaid väiteid nagu näiteks, et kui 2 hulka sisaldavad samu asju, siis on nad võrdsed.

Näiteks funktsioonide defineerimisel tuleb väide, et leidub funktsioone, mis _..._ lisada erinevate predikaatie valikute puhul erinevalt. Muidu ei saaks näiteks Peano aksioomi $\forall_{x_1}("onfunktsioon"(x_1) \rightarrow \forall_{x_2}(x_2 \in N \rightarrow ("rakenda"(x_1,x_2) \rightarrow "rakenda"(x_1,x_2+1)) \wedge "rakenda"(x_1,0) \rightarrow \forall_{x_2}(x_2 \in N \rightarrow rakenda(x_1,x_2))))$ kasutada, sest väites ei ole kirjas, et leidub funktsioone, mis kõiki erinevaid naturaalarvusid asju eristavad. Kui väites on kirjas, et mingi predikaat on rahuldatud 0 puhul ja sellest, et see mingi arvu puhul rahuldatud on järeldub, et see on sellest arvust ühe võrra suurema arvu puhul rahuldatud ja, et see ei ole mingi naturaalarvu puhul rahuldatud, ei saa programm seda väidet Falseks lihtsustada, sest väites ei ole kirjas, et leidub funktsioon, mis on tõene ainult nende elementide puhul, mis seda predikaati rahuldavad.

Hulkade defineerimisel tekib analoogne probleem ehk, et ei ole kirjas, et leidub misathes sialduvusega hulkasid. Üks võimals on teha vaikiv eeldus, et kõik hulgad eksisteerivad ja anna kirja, et millised teised asjad eksisteerivad hulkade kaudu. Näiteks:

- võrduse probleem: $\forall (\forall (=(x_1,x_2) \leftrightarrow \forall (on_hulk(x_3) \rightarrow (x_1 \in x_3 \leftrightarrow x_2 \in x_3))))$

5.1.1 Võimalikud lahendused

kvanteerimine üle predikaatide igale universaalsuskvantorile lisada jaatusega, et sama väide kehtib ka predikatide kohta ja konstantfunktsioon "rakenda" asendada predikaadi rakendamisega.

mingid konstantsed funktsioonid, mille abil saab kõik väite kõigi argumentide korral kirjeldada, mida interpreteeitakse eeldatava väitega, mis sisaldab jaatust üle kõigi kvantorite Äkki võrdusmärgist piisab? Näiteks hulkade puhul: $\forall (\forall ("onhulk"(x_1) \land \neg (x_2 \in x_1) \rightarrow \exists ("onhulk"(x_3) \land (x_2 \in x_3) \land \forall (x_4! = x_2 \rightarrow (x_4 \in x_1 \leftrightarrow x_4 \in x_3))))) \land (x_4! = x_2 \rightarrow (x_4 \in x_1 \leftrightarrow x_4 \in x_3))))) \land (x_4! = x_2 \rightarrow (x_4 \in x_1 \leftrightarrow x_4 \in x_3)))) \land (x_4! = x_2 \rightarrow (x_4 \in x_1 \leftrightarrow x_4 \in x_3))))) \land (x_4! = x_2 \rightarrow (x_4 \in x_1 \leftrightarrow x_4 \in x_3))))) \land (x_4! = x_2 \rightarrow (x_4 \in x_1 \leftrightarrow x_4 \in x_3))))) \land (x_4! = x_2 \rightarrow (x_4 \in x_1 \leftrightarrow x_4 \in x_3))))) \land (x_4! = x_2 \rightarrow (x_4 \in x_1 \leftrightarrow x_4 \in x_3))))) \land (x_4! = x_2 \rightarrow (x_4 \in x_1 \leftrightarrow x_4 \in x_3))))) \land (x_4! = x_2 \rightarrow (x_4 \in x_1 \leftrightarrow x_4 \in x_3))))) \land (x_4! = x_2 \rightarrow (x_4! \in x_1 \leftrightarrow x_4 \in x_3))))) \land (x_4! = x_2 \rightarrow (x_4! \in x_1 \leftrightarrow x_4 \in x_3))))) \land (x_4! = x_2 \rightarrow (x_4! \in x_1 \leftrightarrow x_4 \in x_3))))) \land (x_4! = x_2 \rightarrow (x_4! \in x_1 \leftrightarrow x_4 \in x_3))))) \land (x_4! = x_2 \rightarrow (x_4! \in x_1 \leftrightarrow x_4 \in x_3))))) \land (x_4! \in x_2 \rightarrow (x_4! \in x_3 \to x_4 \in x_3))))) \land (x_4! \in x_4! \in$ \exists ("onhulk"(x_1) $\land \forall$ (\neg ($x_2 \in x_1$))) või "onhulk" $(x_2) \rightarrow (x_1 = x_2 \leftrightarrow \forall (x_3 \in x_1 \leftrightarrow x_3 \in x_2)))$

Kas see loendumatude hulkade puhul kehtib? Vaja on põhjendust, et iga väite puhul piisab võrdusmägist, et väite kuju ei sõltuks elementaarseoste valikust.

mingid konstantsed funktsioonid, mille abil saab kõik väite kõigi argumentide korral kirjeldada, mida programm predikaatide lisamisel automaatselt täiendab Äkki võrdusmärgist piisab?

Äkki piisab funktsioonist L, mapib kõigi predikaatide väärtused, kui nende argumentideks on kõik erinevad variatsioonid ülejäänud L'i argumentidest, mis sisaldavad (vähemalt 1 korra) L'i esimest argumenti, naturaalarvudele. Hulkade(ja ühe argumndiliste funktsioonide, mis tagastavad booleane) puhul näiteks: $\Pi_{b=0}^{2^{H(a)}}(\forall_{Ax}(\exists_{Y}(\sum_{i=0}^{H(A)}(L(Y,x,x..x)=i))))$ $i \wedge b[i])) \rightarrow \exists_{x_h}("onhulk"(x_h) \wedge \forall_e (\sum_{i=0}^{H(A)} (L(e,x,x..x) = i \wedge b[i]) \leftrightarrow (e \in x_h)))))$ A on predikaadi, millel on kõige rohkem argumente, argumentide arv. \forall_{Ax} tähendab A kvantorit või lausa:

 $\Pi_{b=0}^{2^{H(a)}}(\forall_{Ax}(\exists_{x_h}("onhulk"(x_h) \land \forall_e(\sum_{i=0}^{H(A)}(L(e,x,x..x) = i \land b[i]) \leftrightarrow (e \in x_h)))))$

võrdusmärgi korral: _.._

kõik need väited saab teadaolevate predikaatide abil kirja panna nii, et jaatus üle b'de, võitus üle i'de ja funktsioon L jäävad ära.

5.2 Elementaarseosed eraldi

Sama argumentide arvuga elementaarseoseid võib olla mitu.

5.3 Iga argumentide arvu jaoks üks elementaarseos

Kirjeldada kõiki võrdsete argumentidega elementaarväiteid ühe elementaarseosega $f_Q(kvanteeritavad)$. Tuleb otsustada, et kas seosefunktsiooni väärtus sõltub argumentide järjekorrast. Kirjeldatavast väitest sõltub, et kui paljude argumentidega seosefunktsioone on ja, et kui palju on elementaarseosetel võimalikke väärtusi.

Et konverteerida väide notatsioonist "Elementaarseosed eraldi" notatsiooni "Iga argumentide arvu jaoks üks elementaarseos" tuleb tuleb uued elementaarseosed viia bijektiivsesse sõltuvusse kõigi vanade võrdsete argumentide arvuga elementaarseoste väärtustega.

Kui selle funktsiooni tagastatavad väärtusi tõlgendada naturaalarvudena ei ole probleemiks, et väites ei ole veel naturaalarve defineeritud, sest f_0 tagastavatele elementidele ei ole vaja rakendada naturaalarvude kohta käivaid aksioome.

5.3.1 täpsemad stanardid

Seosefunktsiooni väärtus ei sõltu argumentide järjekorrast. Ei täpsusta et kui paljude argumentidega seosefunktsioone on ja, et kui palju on seosefunktsioonidel võimalikke väärtusi.

Kui selle funktsiooni tagastatavad väärtusi tõlgendada naturaalarvudena ei ole probleemiks, et väites ei ole veel naturaalarve defineeritud, sest f_0 tagastavatele elementidele ei ole vaja rakendada naturaalarvude kohta käivaid aksioome.

Elemendi põhine ehk argumendiks on algasjad

kõikide argumentide arvudega seosefunktsioonid saab lihtsalt panna kirja kahe argumendiga seosefunktsioonidega. lihtsalt võtta uus kvanteeritav ja siduda kõik algse seosefunktsiooni argumendid sellega uue 2 argumendise seosefunktsiooni abil. nt $f_{mingi}(a,b,c) = \exists_x (f(x,mingi),f(x,a),f(x,b),f(x,c))$. Mitmeargumendiliste seosefunktsioonide puhul see ei kehti.

(Kas tohib teha väiteid konstantsete elementaarseoste kohta)

Selles notatsioonis on väite argumentideks algasjad ehk algmõisted, mida lisaks kvanteeritavatele e

Selle notatsiooni halvaks küljeks on, et tekib mitmeid väiteid, mida on raske tõlgendada nt g(+,+,*) või g(>,>).

Näiteks elementaarsuhte "x on null" konverteerimiseks elementaarseosepõhisest notatsioonist elemendipõhiseks tuleb elementaarfunktsiooni on_null(x_1) asemel võtta algasi 0.

Notatsiooni heaks küljeks on, et saab eemaldada algmõisteid väitest. Näiteks kui algmõiste A4 on defineeritud algmõiste A3 kaudu, algmõiste 34 on defineeritud algmõiste A2 kaudu ja algmõiste A2 on defineeritud algmõiste A1 kaudu, siis saab eemaldada väitest algmõisted A3 ja A2 pannes väite ümber(ette) eksistentsiaalkvantorid \exists_{A3} ja \exists_{A4} .

Näiteks elementaarsuhte "a+b=c" konverteerimiseks elementaarseosepõhisest notatsioonist elemendipõhiseks tuleb elementaarfunktsiooni " $x_1+x_2=x_3$ " (x_1,x_2,x_3) võtta algasi + nii, et konstantne elemetaarfunktsioon $g(+,x_1,x_2,x_3)$ on kindla väärtusega siis kui $x_1+x_2=x_3$.

Tähistame elemente, mille vahelistes suhetes on a elementi ja on b erinevat võimalikku suhet järgnevalt: element(a,b). Selles tähistuses oleks hulgad tähistatud kui element(2,4). Näiteks erinevus hulkade ja elementide(2,2) vahel on, et kui kaks hulka võivad omavahel olla 4 erinevas suhtes, siis 2 elementi võivad omavahel olla 2'es suhtes. Hulkadeks võivad olla ka kvanteeritavad. Selle notatsiooni halvaks küljeks on, et see on vähem tuntud. Kui a ja b pole naturaalarvud, siis on elementide vahelised suhted üksteisest sõltuvad. Suhe ei tähenda siin jagatist.

Elemendi-põhises-notatsioonis võib ka muude asjade vahel olla kvantoritega väiteid, kuid muuks asjaks loetakse ikkagi K'd kvanteeritavat, mille kohta käib, nende omavahelisi suhteid ja nende suhteid algelementidega iseloomustav, kvantoreid sisaldav booleanfunktsioon. Kuna osadest asjadest(K'st kvanteeritavast, mille vahel on kvantoritega seosed) järeldub väiteid teiste muude asjade kohta, siis ei pruugi F_O '1 olla naturaalarv võimalikke väärtusi.

Sellises notatsioonis kirjutatud väidete iseloomustamiseks saab kasutada arv K ja N. K ja N on üheselt seotud asjade arvuga, mille eksisteerimise vahelist boolean funktsiooni väide kirjeldab.

- N on algelementide arv.
- K näitab, et kui mitme kvantori sees üks predikaatväide maksimaalselt on, kui väide on pandud kirja sellisel kujul, et predikaatväide, mis kõige rohkemate kvanorite sees olev väide on, oleks võimalikult väheste kvantorite sees.

Osade väidete konverteerimisel elemendipõhiseks ei pruugi K ja N olla naturaalarvud.

6.1 element(2,4) 'e-põhine-notatsioon ehk hulga-põhine-notatsioon (Pole kindel kas toimib)

Hulga-põhises-notatsioonis on väite argument on noteeritud argument-hulkade(alghulkade) abil ja muid asju hulkade abil, mida iseloomustab nende omavahelised kuuluvus-sisaldumis suhted ning kuulumis-sisaldumissuhted nende ja alghulkade vahel. Et hulk A kuulub hulka B tähitatakse $A \in B$. Selle hulga-põhise notatsiooni saab teisenda funktsioonipõhiseks teades, et ühe hulga kuuluvusuhteks n hulgaga on 2^{n*4} võimalust. Selleks tuleb viia iga hulkade vahelise kuuluvuse booleankombinatsioon vastavusse ühe funktsiooni f_Q väärtusega saades funktsiooni, millel on 2^{n*4} erinevat väärtust.

Selle notatsiooni eeliseks hulga-põhise-notatsiooni ees on, et väidete kirjeldamisel DNF tabelina tekib vähem mõtetuid ridu.

Näiteks hulga-põhises-notatsioonis kirjeldatud väite $\forall_x (\forall_y (\neg \forall_z (z \in x \iff z \in y) \land x \in y \to y \in A)$ (A'sse kuuluvad kõik hulgad, mis sisaldavad mingit hulka peale iseenda) K=3 ja N=1.

6.1.1 konstantväide

Hulgad, mille elemendid on samad on ise samade asjade elemendid. ehk sama sisaldavusega hulgad on ka sama sisaldamisega ja, et hulgad, mis sisaldavad samu elemente on võrdsed.

6.2 element(2,2) 'e-põhine-notatsioon (Pole kindel kas toimib)

Elementidest(2,2) või mõelda kui "asjadest", mis ei saa midagi sisaldada, kuid saavad omavahel "ühendatud" olla. Üks võimalus konvertida hulkade-notatsiooni olev väide nende element(2,2)ede vahelises notatsiooni olevak väiteks, on asendada iga hulk kahe element(2,2)′ ga. Nimetame neid kahte element(2,2)′ esid kuulumis ja sisaldumis elementideks. Kui hulga-põhises-notatsioonis sisaldab mingi hulk mingit teist hulka, siis elemendi-põhisesse-notatsiooni on

esimese hulga sisaldamiselement ühenduses teise hulga kuulumiselemendiga. Kui hulgapõhises-notatsioonis sisaldab mingi hulk iseenneast, siis elemendipõhises notatsioonis on sellele hulgale vastav kuulumiselement ja sisaldumiselement omavahel ühenduses. Veel tuleb elemendi-põhisesse-notatsiooni lidada väide, et ükski kuuluvus-element ei ole ühegi kuuluvus-elemendiga ühenduses ja ükski sisalduvus-element ei ole ühegi sisalduvus-elemendiga ühenduses. Selline konvertimine ei ole kõige efektiivsem, sest saaks konvertida ka nii, et tekiks vähem elemente.

6.3 element(e,e)-põhine-notatsioon(Pole kindel kas toimib)

6.4 algmõisteteks predikaadi

kasutaja saab algmõistetena ainult predikaate lisada. Selle eeliseks on, et ei pea ühtegi väidet kirjeldama erinevalt sõltuvalt väites olevate predikaatide valikust.

konstantseteks elementaarfunktsioonideks on:

- rakenda(predikaat,järjend) tagastab kas predikaat on True/False kui selle argumendiks on järjendis olevad asjad.
- järjekord(järjend,x1,x2) tagastab, et kas x1 on x2'est järjendis eespool või tagapool.

Eriti stiili lisab, et kvantor oleks justkui 1 argumendiline elementaarseos ja kui rakenda argumendid on väited, siis võib neid tõlgendada NAND'ina, mis annavad kvantorifunktsionaalselt täieliku hulga.

Kvanteeritavad peavad saama olla predikaadid, sest muidu sõltuks ikkagi osade väidete kuju predikaatide valikust. p(x) asemele tuleb p([x]).

Lõppridade üheselt valesuse kontroll peaks samasugune tulema, sest kõigi platode predikaatide osa saab lihtsalt asenada rakenda(P,x)'iga.

Tuleb lisada konstantne väide.

6.4.1 konstantne väide

järjekord on transitiivne. kui x1 või x2 ei kuulu järejendisse on tagastab elementaarseos järjekord False. Ükski järjen ei kuulu ühegisse järjendisse. iga järjendi plato eelaste järjekord ja kuulumine sellesse järjendisse on määratud selles platos.

kui rakena esimene argument ei ole predikaat, siis on rakenda alati False.

6.5 eeldused seosefunktsioonidele

2 võimalikku väärtust (kas True või False). Algmõisted pannakse ainult esimeseks argumendiks (See ei ole sama, mis eeldus, et kui algmõiste ei ole ei ole esimene argument, siis on elementaarseos üheselt vale, sest kuna kvantorid peavad kõigi asjade kohta kehtima peavad need ka algmõistete kohta kehtima. Ka kvanteeritavad võivad almõistetega võrdsed olla.)

7 näiteid notatsiooni konverteerimisest.

7.1 elemendi põhisest elementaarseose põhiseks

Niipidi saab alati konverteerida.

algasi A asemel võta elementaarseos "x_on_A" ja lisa väitele väide, et ainult 1 asi rahuldab seda (kui kaks kvanteeritavat seda rahuldavad, siis on nad vürdsed.).

Luua uuued prediakaadid, mis tähistavad prediakaadi väärtust, kui nende argumentideks on algasjad. Näiteks: $\forall_{x_1}(\forall_{x_2}(F(a,x_1,x_2)=F_1(x_1,x_2)\wedge F(x_1,a,x_2)=F_2(x_1,x_2)\wedge F(x_1,x_2,a)=F_3(x_1,x_2))).$

7.2 elementaarseose põhisest elemendi põhiseks

Iga elementaarseoses põhises notatsioonis kirjeldatud väidet ei saa igattüüpi (tüüp näitab millised on konstantsed funktsioonid) elemendipõhiseks konverteerida. Näiteks ei saa 3 argumendilise predikaadiga väiteid konverteerida element(2,2) põhiseks konverteerida. Uurida, et millise elemendipõhiseks saab iga elemetaarseosepõhist väidet konverteerida.

10

n argumendise elementaarseose f_1 asemele pane algasi, millega mingis elementaarseoses olevad asjad on ainult n'i teise asjaga elementaarseoses(eeldab, et elemendi(a,b) a>n).

Vist ei saa alati, sest konstantse elementaarsesest argumentide arvust suurema argumentide arvuga predikaate konverteerida hulgapõhiseks.

Vist ikka saab: pannes argumendidjärjendisse ja kirjeldada järjendi elementide arv võrreldes elementide järjekorda järjendis elementide järjekorraga paarides. Selleks on vaja kahte 2 argumendilist seosefunktsiooni f1 ja f2. näiteks:

```
F(a,b,c,d) \iff \exists_{x_1}(f_1(a,x_1) \land f_1(b,x_1) \land f_1(c,x_1) \land f_1(d,x_2) \land \exists_{x_2}(f_1(a,x_2) \land f_2(b,x_2) \land samajarjekord(x_1,x_2)) \exists_{x_2}(f_1(b,x_2) \land f_2(c,x_2) \land samajarjekord(x_1,x_2)) \exists_{x_2}(f_1(c,x_2) \land f_2(d,x_2) \land samajarjekord(x_1,x_2)))
```

Part V

Ideid funktsiooni F defineerimiseks

8 Funktsioonide F tüüp a

saa haru $mrk(n,i) \leftrightarrow \exists_x (plato(i,k+1,kv+x))))$

```
definitsioon: F(S) = P(S, K(S)) \land \forall_s (\forall_k (P(s,k) = \sum_{i=0} (2^i * (False \neq (S \land P(i))))) pole valmis 

pöördfunktsioon: \forall_{n_S} (f(n_S) \leftrightarrow \exists_i (plato(i,0,[]) \land lopprea\_mark(n_S,i))) \land \forall_n (\forall_k (\forall_{kv} (plato(n_s,k,kv) \leftrightarrow (h(n,kv) \land \forall_i ((i \in N \land (i < veerge(k))) \rightarrow (
```

Lühikirjeldus: Saa_h kirjeldab anud taseme kvanteeritava elementaarseoseid madalamate tasemete kvanteeritavatega.

Seda tüüpi funktsioond on kõik funktsioonid, mis eeltoodud kujul on. Ükskõik millised saa_h ja saa_haru_märk täpselt on, on sellises vormis funktsioon a tüüpi funktsioon. (kas kõik võimalikud F funktsioonid, mille abil saab kõiki väiteid töödelda mitte a-tüüpi ei ole? vt section struktuur. Vist ei ole, kuid iga funktsioon, mis seab lõppreale arvu vastavusse on a- tüüpi funktsioon)

See, et kas läheb vaja tingimst $(i \in N \land (i < veerge(k)))$ sõltub funktsioonide h ja saahrumärk valikust.

8.1 K ja predikaadide nimetuste n_S'i panemine

idee1 n_S binaarvormi alguses on nii palju 1esid järjest kui on K väärtus. peale neid ühtesid tuleb 0 ja siis ülejäänud osa n_S'ist. See poleks enam min vabadusastme(F pole bijektiivne), sest täheduseta on need n_Sid kus 0ile järnev arv on suurem kui antud K ja prdikaatie korral ülejäänud n_S osa olla saab. predikaadide kirjeldused peavad olema väitega koos mingi muus vorms(tõenäoliselt stringina).

Panna alati 1 n_S ette. Siis on järelolevate bittide arvu järgi K teada kui predikaatide argumentide arv on teada. Binaarsalvetuses piisab ees olevate nullide arvu teadmisest.

8.2 Lihtne DNF

definitsioon: F(S) =pole valmis

```
\begin{array}{ll} \textbf{p\"{o}\"{o}\'{r}}\textbf{dfunkts\'{i}oon:} & \forall_{n_S}(f(n_S) \leftrightarrow \exists_i(plato(i,0,[]) \land (\lfloor n_S*2^{-i} \rfloor \%2 = 1))) \land \\ \forall_n(\forall_k(\forall_{kv}(plato(n,k,kv) \leftrightarrow (h(n,kv) \land \forall_i((i \in N \land (i < veerge(k))) \rightarrow (\\ (\lfloor n*2^{-i} \rfloor \%2 = 1) \leftrightarrow \exists_x(plato(i,k+1,kv+x))))) \land \\ \forall_k(veerge(k) = H(k+1)*2^{veerge(k+1)}) \land \\ veerge(K) = 0 \land \\ veerge(k) = H(k+1)*2^{veerge(k+1)} \text{pole valmis} \end{array}
```

omadused:

- osadele väärtustele n_S vastavad samad väited.
- Raske loetavasse vormi panna, sest üheselt samaväärsete lõppridade tuvastamine on raske.

Lühikirjeldus: a tüüpi, funktsioon, kus harummrk(x,k) ja $saa_h(x,k)$ on sellised, et:

```
loppreamark(n,i) = (\lfloor n*2^{-i} \rfloor \%2 = 1)
\begin{aligned} & harummark(n,i) = (\lfloor n*2^{-i} \rfloor \% 2 = 1) \\ & saah(k) = \lfloor n_s*2^{-veerge(k)} \rfloor \\ & veerge(k) = H(k+1)*2^{veerge(k+1)} \end{aligned}
```

H(k) näitab, et kui mitmes erinevas seoses saab k'nda taseme kvanteeritav x_k enda ja endast madalamate kvanteeritavatega olla. H(0) = 0.

veerge(k) näitab, et mitu haru on k'ndal tasemel.

```
funktsiooni harumärk saab kirja panna ka järgnevatel kujudel harummark(n,i)=((n-n\%2^i)*2^{-i}\%2=1); harummark(n,i)=((n-n\%2^i)\%2^{i+1}\neq 0); harummark(n,i)=\exists_{x_1}(x_1\in N \land \exists_{x_2}(x_2\in N \land x_2<2^i \land n=x_1*2^{i+1}+1)
2^{i} + x_{2})
```

Taseme K sees olevad harud võib tähelepanuta jätta, sest need(koos märgiga) on üheselt tõesed $\neg \exists_x (False)$, sest harumärk(x,K)=0, kui x>0 ja saaH(K+1)=lõpmatus.

Idee põhineb tähelepanekul, et kui

- 1. kõik universaalsuskvantorid asendada eksistentsaalsuskvantoritega vastavalt reeglile $\forall_x (f(x)) = \neg \exists_x (\neg f(x)),$
- 2. viia kõik seosefunktsioonide väited kõige välimiste võimalike kvantorite sisse (Ehk võimalikest madalaimale tasemele)(ehk selle kõrgeima taseme argumendi tasemele)(sest muidu tekiks mitu samaväärst rida. nt. _..._ .)
- 3. viia kõik kvantorite sisud ja kvantorite välised väited DNF-vormi (kus on alati jaatatud kõikide erinevate argumentidega seosefunktsioonid(näiteks kui K=2 ja seosefunktsiooni argumentide järjekord pole oluline, kõigil elementaarseostel on 2 argumenti ja 3 võimalikku väärtust tuleb $f(x_1,x_1) = 0 \land f(x_1,x_2) = 0$ asendada $f(x_1,x_1) = 0$ $0 \land f(x_1, x_2) = 0 \land f(x_2, x_2) = 0 \lor f(x_1, x_1) = 0 \land f(x_1, x_2) = 0 \land f(x_2, x_2) = 1))$ ja _.._(täpsemat seletus vaja)
- 4. kõik võitused vastavalt reeglile $\exists (f_1(x) \lor f_2(x)) = \exists (f_1(x)) \lor \exists (f_2(x))$ kvantorite seest välja tuua.

saab mistahes väite vormi viia, mis sisaldab mingi sisuga omavahel võitatud üksteist välistavaid väiteid(lõppridu)(mille sees on ainult seosefunktsioonid, jaatused ja eitused), millele saab vastvusse panna naturaalarvu. Nimetame neid väiteid edaspidi lõppridadeks. Osad lõppread on üheselt valed ehk väite argumendst sõltumatult valed. Kõik lõppread, mis pole väite argumendst sõltumatult valed on omavahel erinevad.

Võib jääda ekslik arvamus, et kui defineerida kõik elementaarseosed olema K argumendiga ja jaatatada väitega väide, et osade elementaarseoste väärtus ei sõltu osadel posotsioonidel olevatest argumentidest, siis vastaks ka järjestuses igale naturaalarvule vahemikus 0 kuni N_max erinev lõpprida, kuid see ei ole võimalik, sest väide et osade elementaarseoste väärtus ei sõltu osadel posotsioonidel olevatest argumentidest sisaldab rohkem kui K'd kvanteeritavat üksteise sees.

Millisele lõppreale milline naturaalarv vastab sõltub ainult K'st, elementaarseoste argumentide arvudest ja seosefunktsiooni võimalike väärtuste arvust. Seega saab väite üheselt kirjeldada kirjeldades, et millistele naturaalarvudele vastavad lõppread on kirjeldatava väitega kooskõlas. Kirjeldamaks, et millised lõppread on kirjeldatava väitega kooskõlas moodustan jada(ehk lõppveeru), mille liikmeteks on (boolean), et kas liikme indeksile(naturaalarvule) vastav lõpprida on väitega kooskõlas. Lõppveerg tõlgendatult kahendsüsteemis arvuna ongi arv n_s.

K ja elementaarseoste argumentide ja võimalike väärtuste arv ning muud omadused on eraldi kirjeldatud või bijektiivse funktsiooni abil lisatud arvule n_S .

Seletan siin mitmes lõigus sama ideed. Kõikides lõikudes on sama ideed erinevalt kirjeldatud.

8.2.1 Seletus 1

Iga taseme jaoks teha eraldi DNFtabel, mille veergudeks on selle taseme veerge moodustava tabeli read. Tasemeveerge moodustava tabeli veergudeks on selle taseme kvanteeritava ja madlamata kvanteeritavate ning selle taseme kvanteeritava ja algasjade vahelisel seosefunktsiooni väärtused. Taseme-veerge moodustavat tabelit loetakse jaatades väiteid, et veeru seosefunktsioonil on vastav väärtus.

Iga taseme tabeli igas reas on iga veeru jaoks lahter arvuga, mis kirjeldab, et milliseid järgmise taseme ridu sisaldavad selle taseme kvantorid on omavahelises jaatuses eitatud ja millised mitte(so. DNF vorm). Iga erinevate arvudega täidetud ridu on täpselt üks. Kõrgeima taseme tabeli(mille number=K) ridades on iga veeru kohta ainult üks arv(boolen), mis kirjeldab ainult, et kas veerg on eitatud või mitte, sest pole järgmist taset, ega järgmise taseme ridu. Madalaima taseme tabeli(mille number=0) veergudeks on algasjade vaheliste seosefunktsioonide väärtused. Madalaima taseme tabel on lõppDNF-tabel, mille read on lõppread, tabeli lõppveerg on töödeldud DNF vormis väite lõppveerg.

8.2.2 Seletus hargnemisega

Iga taseme jaoks teha eraldi DNFtabel, mille veerutüvedeks on selle taseme-veerge moodustava tabeli read. Iga taseme tabeli iga veerutüvi hargneb veergudeks, mis erinevad selle poolest, et millist järgmise(ühe võrra suurema) taseme tabeli rida selle taseme kvantor sisaldab. Iga veeru(haru) ümber on eraldi selle taseme eksistentsiaalkvantor.

Taseme-veerge moodustava tabeli veergudeks on selle taseme kvanteeritava ja madalamata kvanteeritavate ning selle taseme kvanteeritava ja algasjade vahelise seosefunktsiooni väärtus. Kui palju erinevaid vääruseid ühel seosefunktsioonil võib olla sõltub kirjeldatavast väitest. Seosefunktsiooni argumentideks võivad olla ainult kvanteeritavad ja algasjad. Seosefunktsioonil võib olla ükskõik kui palju argumente. Taseme-veerge moodustavat tabeli ridu loetakse jaatades väiteid, et veergude seosefunktsioonidel on vastavad väärtused. Kui seosefunktsiooni argumentide järjekord on oluline tuleb igas tasemes panna argumendid kõigis järjekordades.

Kõik veergude vahelised seosed võib arvesse võtta arvestades, et osade tasemete tabelite osad read on väite argumendst sõltumatult valed. DNF tabeli olemuse tõttu lõppridade vahelisi seoseid ei ole. Kas rida on väite argumendst sõltumatult vale kontrollimiseks tuleb kõrgema taseme kvanteeritava asemele asendada madalama taseme kvanteeritavad.

Kõrgeima taseme tabeli(mille number=K) veerud ei hargne, sest pole järgmist taset, ega järgmise taseme ridu. Madalaima taseme tabeli(mille number=0) veergudeks on algasjade vaheliste seosefunktsioonide väärtused. Madalaima taseme tabel on lõppDNF-tabel, mille read on lõppread, tabeli lõppveerg on töödeldud DNF vormis väite lõppveerg.

Kuna kõik tabelid on DNF tabelid, siis:(VALE)

- Iga taseme tabeli igas reas on iga veeru kohta üks bitt, mis kirjeldab, et kas veerg (mille sees on selle taseme kvantor) on rea siseses jaatuses eitatud ja või mitte(so. DNF vorm).
- Iga erinevate bittidega täidetud ridu on täpselt üks.
- read on üksteist välistavad ehk omavahel vastuolus.

8.2.3 Seletus Ühe tabelina.

Tabelis on kõik esimese taseme veerud. Iga taseme kõik read lähevad iga ühe võrra madalama taseme iga veeru juurde alaveergudeks.

8.2.4 Seletus ühe tabelina(ei toimi)

Veergudeks on eksistentsiaalkvantorid. Iga veeru, mille kvanteeritava tase ei ole K, sees on ühe võrra kõrgema taseme eksistentsiaalkvantorid. Iga ühe võrra madalama taseme kvantori sees on a(k) k'nda taseme kvantorit. Esimese taseme kvantorid ei ole ühegi kvantori sees neid on a(k)'st tükki.

8.2.5 Seletus ühe tabelina pöördveergudega alustades seletamist 0-tasemest.

0 taseme seosefunktsioon(seosefunktsioonid, mille argumentideks on ainult algasjad) on tabeli veerg. Iga taseme, mille number pole K, veergudeks on seosefunktsioonid, mille argumentideks on selle ja madalama taseme kvanteeritavad ja

algasjad, ja kõrgema taseme read. Knda taseme veergudeks on ainult taseme K seosefunktsioon. Kuna iga taseme read ristuvad kõrgema taseme ridadega (on 90 kraadi pöördes) ja iga taseme veerud ristuvad kõrgema taseme veergudega (on 90 kraadi pöördes) nimetan seda seletust pöördveergudega seletuseks.

8.2.6 Seletus ühe tabelina pöördveergudega alustades seletamist K-tasemest.

K taseme seosefunktsioon(seosefunktsioonid, mille argumentideks on ainult algasjad) on Knda taseme tabeli veerg. Iga taseme, mille number pole 0, read on, koos ühe võrra madalama taseme seosefunktsiooniga, veergudeks ühe võrra madalamale tasemele. 0taseme seosefunktsioon on (lõpp)tabeli veerg. Kuna iga taseme read ristuvad kõrgema taseme ridadega (on 90 kraadi pöördes) ja iga taseme veerud ristuvad kõrgema taseme veergudega (on 90 kraadi pöördes) nimetan seda seletust pöördveergudega seletuseks.

8.2.7 seletus

iga plato iga bitt näitab, et et kas selle biti indeksiga haru on eitatud või jaatatud.

8.3 DNF, mille osad read on eemaldatud

definitsioon: $F(S) = P(S, K(S)) \land \forall_s (\forall_k (P(s, k) = \sum_{i=0} (2^{i - \sum_{j=0}^{i} (neg \exists_S (False \neq (S \land P(j))))} * (False \neq (S \land P(i)))))$ pole valmis

pöördfunktsioon: $f(n_S)$ =pole valmis

omadused:

• Raske käsitsi loetavast vormist arvutiloetavsse panna, sest üheselt valede lõppridade tuvastamine on raske.

Lühikirjeldus: Muidu sama nagu lihtne DNF tabel ainult, et üheselt valed lõppridadele vastavad arvud on vahele jäätud. (Kas jätab iga plato üheselt valed harud vahele või ainult lõpprea üheselt valed harud?) Ja väited, mida saab väiksema K'ga on ka vahele jäätud numeratsioonist. väidete, mida saab ka väiksema K'ga kirjeldada kõikide lubatud lõppridade taseme K-1 platode kõik harud on sama märgiga (ei ole kindel, et kõik väited, mida saab ka väiksema K'ga kirjeldada seda tingimust täidavad).

Numeratsioon jätab vahele need naturaalarvud, milellele vastav väide on sõltumatult kirjeldatavast väitest valed, kuid ei muuda seda, et millisele lõppreale vastab suurem arv ja millisele väiksem arv.

Lõpprida on üheselt vale kui see on kõigi väite argumentide puhul vale ehk $\neg \exists_O(LR(Q))$.

8.3.1 väite argumendst sõltumatult valedele väidetele vastavate arvude leidmine ehk veergude vahelise seose arvestamine

1. eitatud harud asendatavad universaalsuskvantoritega. võttes harumärgi funktsiooni kujul $\forall_n (\forall_k (\forall_{kv} (plato(n,k,kv) \leftrightarrow kv)))$

```
(h(n,kv) \land \forall_i ((i \in N \land (i < veerge(k))) \rightarrow ((\lfloor n*2^{-i} \rfloor \%2 = 1) \rightarrow \exists_x (plato(i,k+1,kv+x)))) \land \forall_x (plato(i,k+1,kx+x) \rightarrow \exists_i (i \in N \land (i < veerge(k)) \land \lfloor n*2^{-i} \rfloor \%2 = 1))))). Sellel kujul on ilmselege, et tagumisest osast ei järeldu midagi, peal selle, et ei eksisteeri asju, mis ei rahuldaksid tingimusi, mida rahuldavad asjad mis esimese osa kohaselt peavad eksisteerima. Kui eeldada, et kvantorist saab välja tuua ainult selle info,mis on ülejäänuga jaatatud, siis saab seda eeldust põhjendada sellega, et see mida saab jaatuse ette tuua peab kõigi harude platofunktsioonidel ühine olema, aga see info on ka väite esimeses eksistentsiaalkvantori-
```

osas olemas. Arusaamist lihtsustab kitsam näide selest kujust $\exists_{x_1}(p_1(x_1)) \land \exists_{x_1}(p_2(x_1)) \land \forall_{x_1}(p_1(x_1) \lor p_2(x_1))$.

2. piisab kui kontrollida, et kõik asjad, mis peavad eksisteerima täidaksid kõiki tingimusi, mida kõik asjad peavad täitma. Kõik asjad, mis eksisteerima peavad on eksistentsiaalsuskvantorites. Kõik tingimused, mida asjad täitma peavad on universaalsuskvatorites.

Iga plato universaalsus kvantori sees on võitatud need tingimused, mis on selle haru eksistensaalsuskvantorite sees.

Plato kvanteeritava kirjeldamiseks tehtud väited kehtivad kõikjal, selle kvantori plato sees(sh selle kvantori sees olevate eitamata kvantorite sees). Seega kui mingi plato p haru teeb väite, mis on kvantorite, mille sees plato p on kvanteeritavatele seatud tingimusega vatuolus on see plato p väite argumendst sõltumatult vale. Kuna väide on sellises vormis, et kõikide võimalike tingimuste kohta on öeldud, et nad on kas tõesed või valed peab nende kohta olema jaatatud haru.

- 4. piisab kui kontrollida, et iga plato kvanteeritav täidab samu tingimusi kui iga teise plato vähemalt 1 haru. VIGA PARANDADA KOPEERIDA JUPPE 27. JUUNI JA 30. JUULI VERSIOONIST.
- 5. Lõpprida ei ole üheselt vale parajasti siis kui mistahes(kõigi) plato(mille ükski haru ei ole juba võrdsustatud ja), kuhu pääseb ilma eitusi läbimata, (vähemalt) ühe haru(p2) (universaalsuskvantori kvanteritava) saab võrdsustada, mistahes teise plato(p1), kuhu pääseb ilma eitusi läbimata, kvanteeritavaga nii, et eelnevad võrdsustused jäävad kehtima.

Efektiivselt säilivad p1'ede vahelised ja p2'ede vahelised elementaarseosed ja elementaarseosed px'i ja madalamate eelastega. Tegelikult säilivad kõik elemantaarseosed, aga kui universaalsuskvantor, mille kvanteeritavat (p2) võrdsustatakse ise on teise universaalsuskvantori(px) sees, siis ei saa olla kirjeldatud elemetaarseosed tema kvanteeritavate, mille tase on kõrgem kui kõrgeima tasemga eksistentsaailuskvantor, mille sees ta on(ehk madalaima tasemega universaalsuskvantor(px), mille sees ta on) vahel. Kahe argumendiliste predikaatide korral: $\forall_{i_1}(\forall_{i_2}(g(P1(i_1),P1(i_2))) = g(P2(i_1),P1(i_2)))$). sama indeksiga p1 ja p2'e vahelinelised elementaarseosed ei pruugi olla samad, mis mitme selle indeksiga p1'e vaheline elementaarseos ,sest isegi kui mõnel p1'el ja p2'el on tavalises puugraafi visualiseeringus ühiseid eelasi või järglasi, on p2'ed universaalsuskvantorite kvanteeritavad ja p1'ed eksistentsiaalsuskvantorite kvanteeritavad ehk tegu ei ole siiski samade kanteeritavatega. Kuna p1'esid valitakse ainult platodest kuhu pääseb ilma eitusi läbimata, siis ei saa universallsuskvantorite seest p1'esid valida (see on selgem r'i vormis kus universaalsuskvantori asemel on eitatud eksistentsiaalsuskvantorid). Sama p1'e(eksistentsiaalkvantori kvanteeritavat) peab saama võrdsustada ka mitme plato vähemalt ühe haruga. Võrdusustada mingit plato p2 kvateeritavat haruga ei saa kui plato p2 mingi haru kvanteeritava elementaarfunktsioonid on erinevad selle haru kvanteeritava elementaarfunktsioonidest(elementaarfunktsioonide argumentideks võivad olla ka madalama taseme kvanteeritavad, mis on mingi muu plato kanteeritavaga võrdsustatud. Kas ka kõrgema taseme kvanteeritavad?).

NB: kui mingid P1'ed ja neile vastavad P2'ed o juba valitud ei tohi P1'ede lisamine P2'esid muuta, sest muidu ei saaks kontrollid, et on olemas haru, millel on mitu nõutud haru.

Teisisõnu lõpprida on üheselt vale parajasti siis kui mingite platode (korraga), kuhu pääseb ilma eitusi läbimata, ühtegi haru ei saa võrdsustada, mingite teiste platode, kuhu pääseb ilma eitusi läbimata, kvanteeritavatega. Selles meetodis võrdsustakse universaalsuskvantorite kvanteeritad teiste platode eksistentiaalkvantorite kvanteeritavatega.

6. Platode, millest kumbgi pole teisele eelaseks ega järglaseks kvanteeritavate vahelisi elementaarseoseid ei ole kirjeldatud, seega saab need korraga võrdsustada mingite teiste kvanteeritavatega parajasti siis kui neid saab eraldi võrdsustada nende teiste kvanteeritavatega. Et kontrollida kas mingi plato tasemega k vähemalt ühe haru kvanteeritav võib mitmete asjadega mitmes erinvas elementaarseoses olla (ehk, et kas sellel on mitu haru olemas) nii, et ka nende asjade vahelised elementarseosed on määratud, saab kõigepealt P1[k+1:K]'ks valida need asjad ja siis võtta eelmise sammu P2(k+1) selle sammu P1(k+1)'ks (vastavalt postulaadile sobib selle sammu P2(k+1)'ks siis ainult P1(k+1)) P1[k+1:K]'ks samuti need asjad, ga teistesjärjekordades. See toimib, sest kõik esimese sammu P2'ede vahelised elementaarseosed peavad olema samad kui nende asjade vahelised. Seega võib ÜV'd kontrollida tehes asendused(p2'ed) ühte suuatud lihtahelasse korraga. Ühe suunatud lihtahela maksimaalne pikkus on K.

Seega lõpprida ei ole üheselt vale parajasti siis kui kõikide hulkade, kuhu kuuluvad platod millest igaüks on teisele kas eelaseks või järglaseks ja kuhu pääseb ilma eitusi läbimata, iga elemendi (vähemalt) ühe haru kvanteeritava saab võrdsustada, mistahes teise plato p1, kuhu pääseb ilma eitusi läbimata, kvanteeritavaga(nii ,et platode, mille kvanteeritavatega need võrdsustati, kvanteeritavate vahelised elementaarseosed jäävad samaks.).

7. Kui mingi vormis on vähem kui K kvanteeritavate paari, mille elemendid on omavahel võrdsutatud, ja see on ÜV, siis on ÜV ka vorm kus samade kvanteeritavate paarid omavahel võrdsustatud, kuid kokku on K paari.

Seega piisab K asja vaja korraga "asendada". Seega kontrollida saab järjendite kaupa, kus on K p1'e ja K p2'e. või kahe järjendite J_e ja J_u , millest mõlemas on K elementi järjetatud paaride kaupa.

Seega lõpprida ei ole üheselt vale parajasti siis kui kõikide hulkade, kuhu kuuluvad platod millest igaüks on teisele kas eelaseks või järglaseks, mis sisaldavad platot tasemega 0(lõpprida ise), ja kuhu pääseb ilma eitusi läbimata, iga elemendi (vähemalt) ühe haru kvanteeritava saab võrdsustada, mistahes teise plato p1, kuhu pääseb ilma eitusi läbimata, kvanteeritavaga(nii, et platode, mille kvanteeritavatega need võrdsustati, kvanteeritavate vahelised elementaarseosed jäävad samaks.).

Seega vaja kontrollida K kaupa kõigis järjekordades. VIGANE

8. _.._ ,sest nii saab mistahes suunatud ahelaid(P2'esid) kontrollida ja kui mingi plato(P2(i)), mille puhul ma kontrollin, et kas selle mingi haru kvanteeritava saab mingi muu kvanteeritavaga võrdsustada, eelase teine haru on millegagi võrdsustatud saab seda eraldi kontrollida(teise P1'ega), sest see pole samas suunatud ahelas. Seega lõpprida ei ole üheselt vale parajasti siis kui mistahes K plato kvanteeritavad saab mistahes järjekorras võrdsustada mingite teiste platodega, millest igaüks on teisele kas eelaseks või järglaseks kvanteeritavatega nii, et esimene neist on mistahes plato haru.

lõpprida ei ole üheselt vale parajasti siis kui mistahes platode vahelised elementaarseosed ja predikaatväited ühiste eelastega on samad kui mistahes plato (px) mingite järglaste, millest üks on selle plato otsene järglane, ühe tase on K ja millest igaüks on igale teisele ka eelaseks või järglaseks, vahelised elementaarseosed.

 $\begin{array}{l} \operatorname{ehk}UV(LR) = \forall_{px}(\forall_{P1}(\exists_{P2}(\exists_i(k(P2(i)) = K) \wedge "vastavate \ element \ ide\ vahelised\ seosed\ on\ samad\ voi\ on\ uhel\ neist\ tapsustamata \\ \forall_i("on\ haru"(P2(i), P2(i+1)) \wedge "paaseb\ ilmaeituslabimata"(P1(i)))) \end{array}$

kui px kasutamise asemel nõuda, et kui esimesed P1'ed on alates õppreast taseme järjekorras peavad vastavad P2 nende P1'edega võrduma, siis on tingimus järgnev $UV(LR) = \forall_{P1}(\forall_i("paaseb ilmaeituslabimata"(P1(i))) \rightarrow \exists_{P2}($

 $\forall_{p0}(\forall_i (i < p0 \rightarrow k(P1(i)) = i) \rightarrow \forall_i (P1(i) = P2(i))) \land$

 $len(P1) = K \land len(P2) = K \land$ "vastavate elementide vahelised seosed on samad voi on uhel neist tapsustamata" $(P1,P2) \land \forall_i$ ("on haru" (P2(i),P2(i+1)))) VIGANE

9. Piisab kui valida ainult 3 tüüpi P1'esid:

valik1: mis algavad platost px eelasest, on tasemejärjekorras ja millest igaüks on teistele kas eelaseks või järglasteks

valik2: mis algavad plato px järglasest, on tasemejärjekorras ja millest igaüks on teistele kas eelaseks või järglasteks

valik3: Mis algavad platost px, on suvalises järjekorras ja millest igaüks on teistele kas eelaseks või järglasteksm Kui nende P1 vailkutega ei saa ÜV'd, ei saa ühegi teise valikua ÜV'd, sest:

olulised on ainult K-k(px) esimest P1'e elementi;

kuna valik2 ei anna ÜV saab iga p1'e, mi

sest kui mingi plato pa harusid ei saa taseme järjekorras teise plato pb harudega võrdsustada, siis saab ka nende asendustega üv kui valida platode "mis jäävad pa ning pb ja pb kõrgeima ühise eelase vahele asendus 1 ja platode, mis jäävad plaode pb ning pb ja pb kõrgeima ühise eelase vahele asendus 2. Kui selline kontroll ei andnud ÜV'd, siis on platos px kõik vüimalikud p2'ed tasemejärjekorras olemas. Seega tehes P1 valiku3 saab kontrollida, et kõik P1'ed saab kõigis järjekordades sinna asendada. Pole üõhjendust juhukohta kui P1'ed pole samas lihtahelas, aga kehtib ka siis.

Samuti on ÜV'd need platod, mille üks aatatud harudest on üheselt vale.

Ilma px'ita variandis on eed tingimused järgnevad:

valik1:

valik2: tasemejärjekooras ahel(pikkusega k), mille esimene element on tasemel 0 + taseme tasemejärjekooras ahel(pikkusega K-k), mille esimene element on tasemel eelmise lüli eelviimase elemendi aru.

valik3: p1'ed on suunatud lihtahel P1, aga ei pruugi olla tasemeärjekorras. Sama platod võib mitu korda olla P1'es.

10. Seda kas valik P1 valik1 või valik2 annavad vatuseks ÜV saab kontrollida:

Võitades kokku px järglase need harud, mis erinevad ainult selle poolest, et millised on predikaatide väärtused, kui üheks nende argumendiks on järglase kvanteeritav (x_{k+1}). Ehk eemaldab järglase harudest(rekusiivselt) predikatide väärtused kui predikaatide argumendiks on ka x_{k+1} harud, mis sisaldavad x_k'd, saab sama tulemuse kui võitades kokku kõik need x_k harud, mis erinevad ainult K-1 taseme haru märkide poolest(ehk eemaldades x_k'st kõrgeima taseme harud.)

- 11. valiku3 kotrollimiseks üpiisab kontrollid, et igad px'i järglased(tasemejärjekorras) saab igas järjekorras px'i tagasi asendada. Sest kui seda kõigepealt ktrollida ja o1'ega kõik vastavad vahesamud kpntrollida saab kontrollitud ka, et vajalikud harud olemas oleks. _..._ POLE KINDEL ET ÕIGE
- 12. seda kas valik3 annab ÜV saab kontrollida kontrollides et kas kõigile jnumbritel, mis on px'ist alates tasemejärjekorras platodel eelneva harunumbriks, leiduvad ka numbrid, mis on samuti tasemejärjekorras harunumbriks px'ist alates, aga elementaarseoste järjekord on ära vahetatud.

13. mõlemad tingimused koos on: $\neg UV(LR,0) \land \forall_n (\forall_k (\neg UV(n,k) \leftrightarrow \neg UV(LR,0)))$

- $(\forall_{i}(hm(n,i) \rightarrow (r_{meemaldasisemised}(n) \leftrightarrow r_{eemaldaviimanekvaneritav}(i) \land \\ \neg UV(i,k+1))) \land \\ \forall_{j1}(j1[0] = n \land \forall_{i}(harumark(j1[i],j1[i+1],k)) \rightarrow \\ \forall_{w_{jarjekord}}(w_{jarjekord} < \Gamma(K-k-i) \rightarrow \\ \exists_{j2}(j2[0] = n \land \forall_{i}(harumark(j2[i],j2[i+1],k) \land "h-osa\ nagu\ j1el\ aga\ teies\ jarjekorras"(j2[i],j1,i,w_{jarjekord})))))))$ eeldab punkti 11!
- 14. Asendan funktsiooni harumärk $(n_1,n_2) = (\lfloor n_1*2^{-n_2}\rfloor\%2 = 1) = \exists_{x_1}(x_1 \in N \land \exists_{x_2}(x_2 \in N \land x_2 < 2^{n_2} \land n_1 = x_1*2^{n_2+1} + 2^{n_2} + x_2)))$ tingimusse $\forall_n(\forall_k(\neg UV(n,k) \leftrightarrow (\forall_i(hm(n,i) \rightarrow (r_{eemalda\ sisemised}(n) \leftrightarrow r_{eemalda\ viimane\ kvaneritav}(i) \land \neg UV(i,k+1)) \land$ $\forall_{j1}(j1[0] = n \land \forall_i(i \in N \land i < K k \rightarrow j1[i] < veerge(k+i-1) \land \exists_{x_1}(x_1 \in N \land \exists_{x_2}(x_2 \in N \land x_2 < 2^{j1[i+1]} \land j1[i] = x_1*2^{j1[i+1]+1} + 2^{j1[i+1]} + x_2))) \rightarrow$ $\forall_{w_{jarjekord}}(w_{jarjekord} < \Gamma(K k i) \rightarrow \exists_{j2}(j2[0] = n \land \forall_i(i \in N \land i < K k \rightarrow j1[i] < veerge(k+i-1) \land \exists_{x_1}(x_1 \in N \land \exists_{x_2}(x_2 \in N \land x_2 < 2^{j2[i+1]} \land j2[i] = x_1*2^{j2[i+1]+1} + 2^{j2[i+1]} + x_2)) \land "h osa\ nagu\ j1el\ aga\ teies\ jarjekorras"(j2[i],j1,i,w_{jarjekord})))))))$ eeldab punkti 11!
- 15. panen $r_{eemalda\ sisemised}(n) \leftrightarrow r_{eemaldaviimanekvaneritav}(i)$ asemele tingimuse mis seda kontrollib. Tingimus on siis: $\forall_n (\forall_k (\neg UV(n,k) \leftrightarrow \neg UV(n,k)))$

```
 (\forall_{i}(hm(n,i) \to (samavaarseedharud(n,i,k) \land \neg UV(i,k+1)) \land \\ \forall_{j1}(j1[0] = n \land \forall_{i}(i \in N \land i < K-k \to j1[i] < veerge(k+i-1) \land \exists_{x_{1}}(x_{1} \in N \land \exists_{x_{2}}(x_{2} \in N \land x_{2} < 2^{j1[i+1]} \land j1[i] = x_{1} * 2^{j1[i+1]+1} + 2^{j1[i+1]} + x_{2}))) \to \\ \forall_{w_{jarjekord}}(w_{jarjekord} < \Gamma(K-k-i) \to \exists_{j2}(j2[0] = n \land \forall_{i}(i \in N \land i < K-k \to j1[i] < veerge(k+i-1) \land \exists_{x_{1}}(x_{1} \in N \land \exists_{x_{2}}(x_{2} \in N \land x_{2} < 2^{j2[i+1]} \land j2[i] = x_{1} * 2^{j2[i+1]+1} + 2^{j2[i+1]} + x_{2})) \land "h - osa \ nagu \ j1el \ aga \ teies \ jar \ jekorras" (j2[i], j1, i, w_{jar \ jekord})))))))
```

 $\exists_{I2}(I2(0) = LR \land \forall_{i}(i \in N \land i \leq K - 1 \rightarrow (f(P1,I2(i+1)) \land \exists_{x_{1}}(x_{1} \in N \land \exists_{x_{2}}(x_{2} \in N \land (x_{2} \leq 2^{I2(i+1)} - 1) \land I2(i) = x_{1} * 2^{I2(i+1)+1} + 2^{I2(i+1)} + x_{2}))))))$ VIGANE

VIGANE

16. sama mis järgmise punktis()järgmine kustutada. $\forall_n (\forall_k (\neg UV(n,k) \leftrightarrow \forall_{j1} (j1[0] = n \land \forall_i (i \in N \land i < K - k \rightarrow j1[i] < veerge(k + i - 1) \land \exists_{x_1} (x_1 \in N \land \exists_{x_2} (x_2 \in N \land x_2 < 2^{j1[i+1]} \land j1[i] = n)$

```
 \begin{array}{l} x_1*2^{j1[i+1]+1}+2^{j1[i+1]}+x_2)))\rightarrow \\ \forall_{w_{jarjekord}}(w_{jarjekord}<\Gamma(K-k-i)\rightarrow\\ \exists_{j2}(j2[0]=n\land\forall_i(i\in N\land i< K-k\rightarrow j1[i]< veerge(k+i-1)\land\exists_{x_h}("h-osa~nagu~j1el~aga~teies~jarjekorras"(j1,w,i,x_h)\land\\ \exists_{x_1}(x_1\in N\land x_1<2^{veerge(i)-j2(i+1)-1}\land\exists_{x_2}(x_2\in N\land (x_2\leq 2^{j2(i+1)}-1)\land\\ j2(i)=x_h*2^{veerge(i)}+x_1*2^{j2(i+1)+1}+2^{j2(i+1)}+x_2))))))\land\\ r_{eemalda~sisemised}(n)\leftrightarrow r_{eemaldaviimanekvaneritav}(j1[1])\land\neg UV(j1[1],k+1))))\\ \textbf{VIGANE} \end{array}
```

17. Kuna on teada, et igal tasemel (k) on veerge(k) veergu ja selle taseme kvanteeritava predikaatväited eelmiste tasemete kvanteeritavatega on kirjeldatud bittidega, mis tulevad peale selle taseme haru märke (more significant), siis saan eelnevat tingimust lihtsudtada pannes x_1 'e max värtuseks $2^{veerge(i)-I2(i+1)-1}$ ja lisades uue kvanteeritava, mis kirjeldab vastava p2'e elementaarseoseid madalama taseme p2'edega. Seega:

```
    \neg UV(LR) = \forall_{P1}(\forall_{p1}(p1 \in P1 \rightarrow "paaseb \ ilma \ eitusi \ labimata"(p1)) \rightarrow \\ \exists_{I2}(postulaat \land I2(0) = LR \land \forall_{i}(i \in N \land i \leq K-1 \rightarrow (\exists_{x_{3}}(f(I(i+1)(voix_{3}),P1,i) \land \exists_{x_{1}}(x_{1} \in N \land x1 < 2^{veerge(i)-I2(i+1)-1} \land \exists_{x_{2}}(x_{2} \in N \land (x_{2} \leq 2^{I2(i+1)}-1) \land I2(i) = x_{3} * 2^{veerge(i)} + x_{1} * 2^{I2(i+1)+1} + 2^{I2(i+1)} + x_{2})))))) \\ x_{3} < 2^{H(i)} \ \text{kas f tingimus x\_3'el või I(i+1)'el?}
```

- 18. Kasutades tähelepanekut, et kui otsitav plato peab jaatama ühte mitmetest harudest, siis topelt sobivuse vältmiseks saab otsida platosid, mis jaatab neist harudest ühte h_1 ja ei jaata ühtegi nendest harudest, mille indeks on selle indeksist väiksem.
- 19. Kuna P1 määrab iga P2 elemendi vaelised nõutud elementeerseosed selle P2 elemendi eelastega, siis saab kasutada P1, ega bijektiivses seoses olevat järjendit I1, mille iga element määrab, et tingimused P2, et elementide h osale. Seega võibf(P1,i,I2(i)) asemel kasutada f(I1(i),I2(i)). Kui kõik P1 elemendid on ülejäänudele kas eelaseks või järglaseks, siis on iga P2 alemendi h osa kindlalt määratud. Selliste P1'ede puhul võib f(P1,i,I2(i)) asemele panna $\lfloor I2(i)*2^{-veerge(i)} \rfloor = I1(i)$. (EI TOIMI, sest ka platode, mis on p2'e järglased elementaarseosed peavad samad olema kui p1'ega). Kuigi VÕIBOLLA saab valida alati kõrvalharu niie et p1'e ja p2'el pole ühiseid järglasi.
- 20. Algoritm, mis kontrollib selle tingimuse põhjal üheselt valesust võib alustada P2'e platode numbrite (i'de väärtuste) proovimist nii kõrgeima taseme harudest kui madalaima taseme platodest. tundub, et kasulikum on alutada kõrgeimast tasemest.
 - Algoritm, mis kontrollib selle tingimuse põhjal üheselt valesust võib proovida järjest P2 patode võimalike haru numbreid või salvestadajörjest iga taseme võimalikud harue numbrid.
- 21. Iga valitud "asendatav" plato määrab ise ühe kindla haru kuhu see sobib ja isegi kui sobib mitmesse, siis piisab ainult selle kotrollimisest, kuhu see sobib. ehk et p2'e saab kontrolli käigus kindalt määrata. Kontrollitakse, et kas p1'ed võivad vähemalt ühe p2'e haruga võrdsed olla.

 Ehk kui mingi on kontrollitud et mingi plato p2 kvanteeritav mingi teise plato p1 mingi haru p_h kvanteeritavaga võrdne olla ei saa isegi ilma p_h järglasi võrdustamata(sest p_h kvanteeritaval on enda eelastega nõutud teistsugused seosefunktsioonide väärtused kui p2'el nendega on), siis pole mõtet platot kontrollida, et plato p_h ega selle järglaste vähemalt üks haru mingi kvanteeritavaga võrdsustav on, sest _.._. ehk kuidas valida nii, et jääks p1'ed jääksid samasse harusid on piiratud ja võimaldab optimeerimist. (HOOPIS SIIN VIGA)
- 22. Osad harud saab välistada teades ainult p1'e numbrit, p1'e taset, p2'e numbrit ja p2'e taset, selle põhjal, et iga p1'e haru peab saama asendada p2'e ja iga p2'e haru peab saama asendada p1'e ja p'el ja p2'el peavad eelatega samad elementaarseosed olema. Tähistan funktsiooni kas, mis kontrollib, et mingi haru sobib selle tingimusega o'ga. o(n1, n2, k1, k2) on tõene siis kui plato numbriga n2 ja tasemega k2 harud saab korraga asendada taseme järjekorras plato numbriga n1 tasemega k1 mistahes harudega.
 Ainult platode p1 ja p2 taset ja numbrit teades saab kontrollida, et kas p2'e saab võrdsustada p1'ega ja p1'e kõik järgalsed(samas järjekorras!) p2'e järglastega. Kuna võrdsustusi peab saama teha iga P1'e korral, siis juhul kui p2'e ei saa võrdsustada sellise haruga, kuhu saab ka p1'e kõik järglased asendada, siis on see LR ÜV. Seega võib nende harude kontrollimise ära jätta. See on tarvilik tingimus haru numbritele, mitte piisav tingimus.

23. Kui P2(i-1)'el leidub haru, mille puhul $o(n_2, n_1, k_2, k_1)$ pole rahuldatud, siis on LR ÜV, sest selle haru kvanteeritavat ei saaks võrdsustada _.._ .Siis järeldub o'st ka, et kui P2(i) on P1(i+1) eelane, siis P2(i+1)=P1(i+1), mida on 8. punktis vaja.

8.3.2 väidete, mida saab madalama K'ga kirjeldada tuvastamine

Kui kõik võitused sisse viia, siis peab leiduma vähemalt 1 järjend, millesse kuuluvad platod, millest iga üks on eelemisele eelaseks ja milles kvanteeritavate seoste graaf on sidus. kvanteeritavate seoste graav on graaf, kus kvanteeritavate vahel leidub serv kui vähemalt 1 nende vahelise predikaadi väärtus on teada.

8.3.3 väidete, mis osade predikaatide kohta midagi ei väida tuvastamine

funktsioonist o O funktsiooni on võimalik ka teisisiti seletada nii, et pisab kui ainult p_k otsestest jäglastest eemaldatakse predikaatide väärtusi. Loob igast platost ja selle eelasest o-grupid ja kontrollib, et kas need on võrdsed.

platost p_k tasemega k o-grupide loomine Võitab kokku need harud, mis erinevad ainult selle poolest, et millised on predikaatide väärtused, kui üheks nende argumendiks on x_k. Ehk eemaldab harudest(rekusiivselt) predikatide väärtused kui predikaatide argumendiks on ka x_k harud, mis sisaldavad x_k'd.

selle plato eelsest o-gruppide loomine võitab kokku kõik need harud, mis erinevad ainult K taseme haru märkide poolest. Ehk eemaldab harudest kõrgeima taseme harud.

funktsioonist o2 kõigis tasemtes on seosefunktsioonide väärtused kõrgemad kui madalamates(POLE NII LIHTNE)?

funktsioon o3 pole vaja, P2'ed on universaalsus kvantorites.

8.4 tüübi a F, mille ridade üheselt valesust on lihtne kontrollida

eemaldab, sosed, mis: saab madalama K'ga irjeldada, on mitu sama tähendusega lõppveergu(sest osad lõppreadon üheselt valed), või osade predikaatide kohta pole midagi öeldud.

```
a tüüpi, funktsioon, kus harummark(x,k) = [n_s * 2^t]\%(2^{(-H_{max}(k)-t)} ja saah(x) = \lfloor x \rfloor.
```

saa_h ja saa_haru_märk on valitud nii, et ridade üheselt valesust oleks kerge kontrollida.

harumärk peaks olema midagi foriee pöörde laadset, kus iga element määrab, et kas lisadaperioodiline ,ärkide vaheldumine. Negatiivsete (või keskmisest väiksemate) indeksitega bitid määravad negatiivsetest märkidest alavad võnkumised. Võnkumiste peroood on võrdne biti indeksi absoluutvärtusega. Haru märkide määramiseks lainete väärtused kas liidetakse ja siis määratkse märk või lainete äärtustega tehakse vastavas järjekorras võituseid ja jaatuseid.

Või mingi polünoomi laadne, kus polünoomi nullkohad tähistavad 0-bitti.

vahet pole, et kas i sagedus muudab iga i'indat või i kaupa. lainevärgi valikud:

- viimane kirjutab oma märgiga üle(sama mis tavaline hm)
- · või kõik flipivad bitte kui oma märk on 1
- või kõik kirjutavad üle 1'ega kui oma märk on 1.

ja

- sagedusbiti indeks määrab ka, et kas algab poolperioodist
- · või mitte

8.4.1 harumärk nii, et kõigis platodes oleksid alati funktsioon o täidetud

hm näitab iga ja ainult selliste harude hulkade, mis sobivad mingite ühe võrra madalma taseme harude hulkadega kokku (kas neil hulkadel ühiseid elemente ei ole?), et milliste selle taseme kvanteeritava seosefunktsiooniväärtustega(vähemalt ühega) on nende hulkade elemendid (selle taseme harud) jaatatud. Kui on , siis peab see seda küigi tasemejärjekoraes korraga olema.

hm ja h on nii valitud, etkõigi platode puhul, mis on jaatatud on täidetud tingimus $\forall_n (\forall_i (hm(n,i) \to (r_{meemaldasisemised}(n) \leftrightarrow (n+1)))$ $r_{eemaldaviimanekvaneritav}(i)))) \land$ $\forall_{i1}(j1[0] = px \land \forall_i(harumark(j1[i], j1[i+1])) \rightarrow$ $\exists_{i2}(j2[0] = px \land \forall_i(harumark(j2[i], j2[i+1]) \land "h-osanaguj1elagateiesjarjekorras"(j2[i], j1,i))))$. Oluline, et ükski plato ei jaataks harusid, mis seda tingimust ei täida.

8.4.2 harumärk nii, et kõigis platodes oleks funktsioon o2 täidetud

definitsioon: F(S) =pole valmis

pöördfunktsioon: $f(n_S)$ =pole valmis

omadused:

Lühikirjeldus: ilmselt mingi fourie pöörde sarnane asi. iga bait ei näita enam, et kas vastava indeksiga lõpprida on eitatud.

uus idee CNFiga

Muidu sama, aga eksistentsaalsus kvantorid tuleb asendada universaalsuskvantoritega; väide viia lõpuks CNF vormi ja võitused välja tuua kvantoritest.

10 grupeeritud veeergudega

Jaotada iga taseme harud gruppidesse. Lisaks DNFlõppveerule n_S ka seda, et millised veerud on IGAS tasemes kokku pandud ja, et kas grupp on kokku võitatud või jaatatud. Gruppi kirjeldab madalamas tasemes 1 bitt. Kui grupp on kokku võitatud, siis kirjeldab 1 bitt, et kas nad kõik on ei ole eitatud(1) või on(0). Kui grupp on kokku jaatatud, siis kirjeldab 1 bitt madalamas tasemes, et kas nad kõik on ei ole jaatatud(1) või on mitte(0). Võitusi saab viia kvatoritest välja, kui nii tekiks rohkem bitte(kombinatsioone) madalamasse tasemesse. See on ka a tüüpi funktsioon, kus lihtsalt saa h ja saa haru märk on grupidest sõltuvad(?! (võitused)).

Teise ideena võiks gruppide asemel olla funktsioon harude märkidest. Iga tasemel iseloomustavad saa harumärk ja saa_h, et milline

Gruppide vahel DNF vorm.

• N_s pole bijektiivne, kuid kui nõuda, et kõik, mida saab kokku panna on kokku pandud, siis on n_S injektiivne.

11 Hea mõte

funktsioonil c(h,harude_märgid,k) on nii palju võimalikke väärtusi kui väite kirjeldamiseks vaja. Millisele harumärkide kombinatsioonile milline funktsiooni c väärtus vastab on lõppveerust eraldi n_S'is kirjas. Igale harumärkide kombinatsioonile vastab mingi funktsiooni c väärtus. saa_haru_märk(plato) kirjeldab, et milliste c(h,harude_märgid,k+1) väärtustega harud selles platos on eitatud ja milliste c(h,harude_märgi,k+1) väärtustega harud on eitatud.

Mitu taset allpool on c väärtustele vastavad bitid kirjeldatud võibki olla pakituse parameetriks.

12 ANF, mille osadeks parameetriteks on DNFi väärtus

13 DNF, mille veerud, mida omavahel ainult jaatatud on, on kokku pandud

Lisaks DNFlõppveerule sisaldab väide ka seda, et millised veerud on IGAS tasemes kokku pandud. Kui on kokku pandud, siis kirjeldab 1 bitt, et kas nad kõik on jaatatud või, et ükski neist ei ole jaatatud.

• N_s pole bijektiivne, kuid kui nõuda, et kõik, mida saab kokku panna on kokku pandud, siis on n_S injektiivne.

14 Tasemetega

Vaatab et eelmise taseme järgi ,et millised veerud on korras "mitte väite argumendst sõltumatult vale olemise" reegli järgi.

eraldi biitidega(mitte harumärgi funktsiooniga) on kirjeldatud, et millisel platol on millised harud võimalikest. Biti indeks määrab haru omadused. iga plato p harude omadused on kirjeldatud näidates ,et: milline on plato p variplatode haru on milliste selle taseme seosefunktsioonide puhul rahuldatud.

15 CNF mille need veerud, mida on väites ainult võitatud, on kokku pandud

16 NNF

17 prefixkuju

alguses olevad bitid nöitavad, et milline on univeersallsuskvantor ja milline on eksistentsiaalsukvantor.

18 näitevorm

Part VI

väite vastuolulisust kontolliva programmi kasutamine

19 süntax

19.1 pythoni moodulina

Predikaadid ja kvantorid on vastavate klasside objektid. Loogikatehted on ka objektid ja lisaks python ülelaaditavad operaatorid. On meetodid: __bool__ ja kas_min_nested.

19.2 eraldi fail

19.2.1 predikaadid

Predikaadid on tähistatud kas operaatori-syntaxis või funktsiooni-syntaxis.

operaatorisyntax eraldi lõigud, mille vahel on sulgude sees argumendid. näiteks $(aaa(x_1)(x_2)bbb(x_3)ccc)$ tähendab $aaa()()bbb()ccc(x_1,x_2,x_3)$. näiteks $(x_1 < x_2)$ tähendab $() < ()(x_1,x_2)$. Funktsioonisyntaxis ei ole vaja predikaatide lõpus olevaid argumente tühjade sulgudega vaja tähistada. Näiteks: $() < ()(x_1,x_2)$ asemel $() < (x_1,x_2)$.

funktsioonisyntax kohtadesse kus operaatori syntaxis oli vahekoht argumendi jaoks on tühjad sulud. juhul kui see predikaat on jutumärkides on tühjade sulgude asemel argumendikohtades kahekordsd jutumärid.

Sama predikaat võib samas väite lähtekoodis nii operaatori kui funktsioonisyntaxis tähistatud olla. Kui predikaadi nimi sisaldab sulge peab see predikaat olema jutumärkide sees. jutumärgid predikaadi nime alguses lõpus või argumendi kohtade kõrval tähistada tagurpidi kaldkriipsuga(nagu pythoni syntaxis.).

Kõik mis pole loogikatehted, sulud ega kvantorid tõlgendada predikaatidena(2 argumendilise puhul nagu operaatori syntax.).

Kõik 16(10) funktsiooni 2 booleanist ühte booleani sisseehitatud operaatoritena või olemas mingi funktsionaalselt täielik hulk neid ja kasutaja saab ise ülejäänud defineerida. Samuti oleks siis 1 kvantor a kasutaja ise saaaks teis defineerida.

peale iga võitust uus rida.

Peale iga kvantorit taane.

kui predikaat sisaldab mingit sümbolit, millel on ka muu tähendus, siis on see kas keelatud või tuleb tagurpidi kaldkriipuga tähistada.

Küsimärkidel eraldi tähendus. Kahekordse kriipsuga järeldusmärkidlja ekvivalentsusmärkidel eraldi tähendus. {} optimeerimis tingimused.

Eraldi funktsooni sees saab sisestada käske.

19.3 syntaxsugar

Eraldi võimalik märkida alad kus kehtib mingi syntaxsugar nt. \sugar("boolean"){},

19.3.1 kvanteeritavate-nimede sugar

Kui kvantori alaindeksiks pole kvanteeritava nime kirjutatud, siis eeldatakse, et selle kvantori kvanteeritava nimi on x_{k+1} kus k näitab, et mitme kvantori sees antud kvantor on. Et seda süntax-sugarit kasutavas notatsioonis kirjeldatud seost seda süntax-sugarit mitte kasutavasse notatsiooni ümber kirjutatada tuleb kvantoritele kvanteeritavate nimed (alaindeksitena) juurde kirjutada.

Näiteks järgnevas valemis, kus pole kvanteeritavate nimesi kirjutatud:

```
\exists (\exists (\exists (A(x_1, x_2, x_3, x_2)))) \land \exists (\exists (\forall (\exists (A(x_1, x_2, x_3, x_4)) \rightarrow \exists (\neg A(x_1, x_1, x_3, x_4))))) \land \neg \forall (\neg A(x_1, x_1, x_1, x_1)) \text{ eeldatakse }  need olema: \exists_{x_1} (\exists_{x_2} (\exists_{x_3} (A(x_1, x_2, x_3, x_2)))) \land \exists_{x_1} (\exists_{x_2} (\forall_{x_3} (\exists_{x_4} (A(x_1, x_2, x_3, x_4)) \rightarrow \exists_{x_4} (\neg A(x_1, x_1, x_3, x_4))))) \land \neg \forall_{x_1} (\neg A(x_1, x_1, x_1, x_1))
```

Võib küll tekkida mitmeid samanimelisi kvanteeritavaid(ehkmkvantori fiktiivmuutujaid), aga need ei saa mitte kunagi samas kohas valemis kasutusel olla. Juhul kui tahetakse vabaneda ka olukorrast, kus on mitu samanimelist kvanteeritavat võib kõigi kvanteeritavate nimedele lisada punkti ja peale seda arvu, mis näitab, et mitu samanimelise kvanteeritavaga kvantorit sellest kvantorist vasakul pool asub. Näiteks toodud väite puhul:

```
\exists_{x_{1.0}}(\exists_{x_{2.0}}(\exists_{x_{3.0}}(A(x_{1.0},x_{2.0},x_{3.0},x_{2.0})))) \land \exists_{x_{1.1}}(\exists_{x_{2.1}}(\forall_{x_{3.1}}(\exists_{x_{4.0}}(A(x_{1.1},x_{2.1},x_{3.1},x_{4.0})) \rightarrow \exists_{x_{4.1}}(\neg A(x_{1.1},x_{1.1},x_{3.1},x_{4.0}))))) \land \neg \forall_{x_{1.2}}(\neg A(x_{1.2},x_{1.2},x_{1.2},x_{1.2}))
```

Sellises süntaks-sugariga saab kirjeldada kõiki väiteid, mida ilma selle sütax-sugaritagi saab kirjeldada. Et seda süntax-sugarit mitte kasutavas notatsioonis kirjeldatud seost seda süntax-sugarit kasutavasse notatsiooni ümber kirjutatada tuleb kõigepealt muuta kvanteeritavate nimed eespool kirjeldatudeks ja seejärel eemaldada kvanteeritavate nimed kvantorite juurest (alaindeksitena).

Näiteks järgnev valem:

```
\exists_{a}(\neg A(a,a) \wedge \exists_{b}(A(a,b) \wedge \neg A(b,a) \wedge \neg A(b,b) \wedge \exists_{c}(\neg A(a,c) \wedge A(b,c) \wedge \neg A(c,a) \wedge \neg A(c,b) \wedge \neg A(c,c)) \wedge \exists_{d}(\neg A(a,d) \wedge A(b,d) \wedge \neg A(d,a) \wedge \neg A(d,b) \wedge A(d,d)))) \wedge \neg \exists_{e}(\neg A(e,e) \wedge \exists_{f}(\neg A(e,f) \wedge A(f,e) \wedge \neg A(f,f) \wedge \exists_{g}(A(e,g) \wedge \neg A(f,g) \wedge \neg A(g,e) \wedge \neg A(g,g)) \wedge \exists_{h}(A(e,h) \wedge \neg A(f,h) \wedge \neg A(h,e) \wedge \neg A(h,f) \wedge A(h,h))))
```

selle syntax-sugariga kirjeldatuna on:

```
 \exists (\neg A(x_1, x_1) \land \exists (A(x_1, x_2) \land \neg A(x_2, x_1) \land \neg A(x_2, x_2) \land \exists (\neg A(x_1, x_3) \land A(x_2, x_3) \land \neg A(x_3, x_1) \land \neg A(x_3, x_2) \land \neg A(x_3, x_3)) \land \exists (\neg A(x_1, x_3) \land A(x_2, x_3) \land \neg A(x_3, x_1) \land \neg A(x_3, x_2) \land A(x_3, x_3))) \land \neg \exists (\neg A(x_1, x_1) \land \exists (\neg A(x_1, x_2) \land A(x_2, x_1) \land \neg A(x_2, x_2) \land \exists (A(x_1, x_3) \land \neg A(x_2, x_3) \land \neg A(x_3, x_1) \land \neg A(x_3, x_2) \land \neg A(x_3, x_3))) \land \exists (A(x_1, x_3) \land \neg A(x_2, x_3) \land \neg A(x_3, x_1) \land \neg A(x_3, x_2) \land \neg A(x_3, x_3))) \land \exists (A(x_1, x_3) \land \neg A(x_2, x_3) \land \neg A(x_3, x_1) \land \neg A(x_3, x_2) \land \neg A(x_3, x_3))) \land \exists (A(x_1, x_3) \land \neg A(x_2, x_3) \land \neg A(x_3, x_1) \land \neg A(x_3, x_2) \land \neg A(x_3, x_3)) \land \exists (A(x_1, x_3) \land \neg A(x_2, x_3) \land \neg A(x_3, x_1) \land \neg A(x_3, x_2) \land \neg A(x_3, x_3))) \land \exists (A(x_1, x_3) \land \neg A(x_2, x_3) \land \neg A(x_3, x_1) \land \neg A(x_3, x_2) \land \neg A(x_3, x_3)) \land \exists (A(x_1, x_3) \land \neg A(x_2, x_3) \land \neg A(x_3, x_1) \land \neg A(x_3, x_2) \land \neg A(x_3, x_3))) \land \exists (A(x_1, x_3) \land \neg A(x_2, x_3) \land \neg A(x_3, x_2) \land \neg A(x_3, x_2) \land \neg A(x_3, x_3)) \land \exists (A(x_1, x_3) \land \neg A(x_2, x_3) \land \neg A(x_3, x_2) \land \neg A(x_3, x_2) \land \neg A(x_3, x_3))) \land \exists (A(x_1, x_3) \land \neg A(x_2, x_3) \land \neg A(x_3, x_2) \land \neg A(x_3, x_2) \land \neg A(x_3, x_3))) \land \exists (A(x_1, x_3) \land \neg A(x_2, x_3) \land \neg A(x_3, x_2) \land \neg A(x_3, x_2) \land \neg A(x_3, x_3))) \land \exists (A(x_1, x_3) \land \neg A(x_2, x_3) \land \neg A(x_3, x_2) \land \neg A(x_3, x_2) \land \neg A(x_3, x_3))) \land \exists (A(x_1, x_3) \land \neg A(x_2, x_3) \land \neg A(x_3, x_2) \land \neg A(x_3, x_3))) \land \exists (A(x_1, x_3) \land \neg A(x_2, x_3) \land \neg A(x_3, x_3) \land \neg A(x_3, x_3))) \land \exists (A(x_1, x_3) \land \neg A(x_2, x_3) \land \neg A(x_3, x_3)) \land \exists (A(x_1, x_3) \land \neg A(x_2, x_3) \land \neg A(x_3, x_3)) \land \exists (A(x_1, x_3) \land \neg A(x_2, x_3) \land \neg A(x_3, x_3)) \land \exists (A(x_1, x_3) \land \neg A(x_2, x_3) \land \neg A(x_3, x_3)) \land \exists (A(x_1, x_3) \land \neg A(x_2, x_3) \land \neg A(x_3, x_3)) \land \exists (A(x_1, x_3) \land \neg A(x_2, x_3) \land \neg A(x_3, x_3)) \land \exists (A(x_1, x_3) \land \neg A(x_2, x_3) \land \neg A(x_3, x_3)) \land \exists (A(x_1, x_3) \land \neg A(x_2, x_3) \land \neg A(x_3, x_3)) \land \exists (A(x_1, x_3) \land \neg A(x_2, x_3) \land \neg A(x_3, x_3)) \land \exists (A(x_1, x_3) \land \neg A(x_2, x_3) \land \neg A(x_3, x_3)) \land \exists (A(x_1, x_3) \land \neg A(x_2, x_3) \land \neg A(x_3, x_3)) \land \exists (A(x_1, x_2) \land \neg A(x_2, x_3) \land \neg A(x_3, x_3)) \land \exists (A(x_1, x_2)
```

või alternatiivselt:

```
 \exists (\neg A(1,1) \land \exists (A(1,2) \land \neg A(2,1) \land \neg A(2,2) \land \exists (\neg A(1,3) \land A(2,3) \land \neg A(3,1) \land \neg A(3,2) \land \neg A(3,3)) \land \exists (\neg A(1,3) \land A(2,3) \land \neg A(3,1) \land \neg A(3,2) \land A(3,3)))) \land \neg \exists (\neg A(1,1) \land \exists (\neg A(1,2) \land A(2,1) \land \neg A(2,2) \land \exists (A(1,3) \land \neg A(2,3) \land \neg A(3,1) \land \neg A(3,2) \land \neg A(3,3))))
```

19.3.2 boolean sugar

väiteid saab panna predikaadi argumendiks. $A(\forall(...))$ asemel $boolean(x) \land (toene(x) \iff \forall(...)) \land A(x)$

19.3.3 operaatorite (järjekorraga) sugar

- 1. kuni valemis operaatoreid on:
- 2. :: paneb operaatoritega valemi ümber universaalsuskvantori nt. $x_{11} + x_{12} * x_{13} = x_{14}$ peale seda sammu: $\forall (x_{11} + x_{12} * x_{13} = x_{14})$
- 3. : jaatab olemasolevale väite uus kvanteeritav on võrdne kõige esimesena tehtava operatsiooni tulemusega. näteks $\forall (x_{11} + x_{12} * x_{13} = x_{14})$ peale seda sammu on: $\forall (*(x_{12}, x_{13}, x_{15}) \land x_{11} + x_{12} * x_{13} = x_{14})$
- 4. : asendab kõige esimesena tehtava operatsiooni uue kvanteeritavaga, et selle tehte tulemus on võrdne uue kvanteeritavaga. nt. $\forall (*(x_{12}, x_{13}, x_{15}) \land x_{11} + x_{12} * x_{13} = x_{14})$ peale seda sammu: $\forall (*(x_{12}, x_{13}, x_{15}) \land x_{11} + x_{15} = x_{14})$

```
näited: +(x_1, x_2, x_3) tähendab x_1 + x_2 = x_3
                            *(x_1, x_2, x_3) tähendab x_1 * x_2 = x_3
                           CALL(x_1,...,x_n) tähendab, et funktsioon x_1 argumentidega ... tagastab x_n'i.
                           operaatorite järjekord: **,[*,/],[+,-]
                            näide näiteks teisendab \exists (\exists (\exists (x_1 * x_2 + x_3 = f(x_3, x_2, x_1, x_2)))) järgenvaks:
                            *(x_1,x_2,x_4) \land +(x_4,x_3,x_5) \land on_f(x_6) \land CALL(x_6,x_3,x_2,x_1,x_2,x_7)
                           näide näiteks teisendab valemi:
                            \exists (on\_null(x_1)) \land
 \forall (x_1 = x_1) \land
 \forall (\forall (\forall (x_1 = x_2 \land x_2 = x_3 \rightarrow x_3 = x_1))) \land 
 \forall (\forall (on\_naturaalarv(x_1) \land x_1 = x_2 \rightarrow on\_naturaalarv(x_2))) \land
 \forall (\forall (on\_naturaalarv(x_1) \land S(x_1, x_2) \rightarrow on\_naturaalarv(x_2))) \land
 \forall (\forall (\forall (\forall (=(x_1,x_2) \land S(x_1,x_3) \land S(x_2,x_4) \leftrightarrow = (x_3,x_4))) \land 
 \forall (on\_null(x_1) \rightarrow \neg \exists (S(x_2,x_1) \land on\_naturaalarv(x_2))) \land
 \exists (on\_null(x_1) \land x_1 \in K) \land \forall (\forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K) \forall (on\_null(x_1) \land \forall (x_2 + x_1 = x_2))) \land (on\_null(x_1) \land x_1 \in K) \land \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K) \land \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K))
 \forall (\forall (x_1 + S(x_2) = S(x_1 + x_2))) \forall (on\_null(x_1) \land \forall (x_2 * x_1 = x_1)) \land (a_1 + a_2) \land (a_2 + a_2) \land (a_1 + a_2) \land (a_2 + 
 \forall (\forall (x_1 * S(x_2) = x_1 + x_1 * x_2))
                           kujule:
                            \exists (on\_null(x_1)) \land
 \forall (=(x_1,x_1)) \land
 \forall (\forall (\forall (=(x_1,x_2) \land = (x_2,x_3) \rightarrow = (x_3,x_1)))) \land
 \forall (\forall (on\_naturaalarv(x_1) \land = (x_1, x_2) \rightarrow on\_naturaalarv(x_2))) \land
 \forall (\forall (on\_naturaalarv(x_1) \land S(x_1, x_2) \rightarrow on\_naturaalarv(x_2))) \land
 \forall (\forall (x_1 = x_2 \leftrightarrow S(x_1) = S(x_2))) \land
 \forall (on\_null(x_1) \rightarrow \neg \exists (S(x_2,x_1) \land on\_naturaalarv(x_2))) \land
 \exists (on\_null(x_1) \land x_1 \in K) \land \forall (\forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K) \forall (on\_null(x_1) \land \forall (+(x_2, x_1, x_2))) \land (x_1 \in K) \land \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K) \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)
 \forall (\forall (\forall (\forall (\forall (\forall (S(x_2,x_3) \land +(x_1,x_2,x_4) \land S(x_4,x_5) \land +(x_1,x_3,x_6) \leftrightarrow =(x_6,x_5))))))) \forall (\textit{on\_null}(x_1) \land \forall (*(x_2,x_1,x_1))) \land (*(x_1,x_2,x_4) \land S(x_4,x_5) \land +(x_1,x_2,x_4) \land S(x_4,x_5) \land
\forall (\forall (\forall (\forall (\forall (\forall (\forall (x_2,x_3) \land *(x_1,x_2,x_4) \land +(x_1,x_4,x_5) \land \leftrightarrow = (x_6,x_5)))))))))
```

19.3.4 transistiivsete operaatorite sugar

 $\operatorname{et} a = b = c \operatorname{t\"{a}hendab} a = b \wedge b = c \operatorname{nt.}$ operaatorite rakendamise järjekord. syntax nt \enable_syntaxsugar(kommunitiivsed_võdusmärgid)

19.3.5 kantsulgude sugar

Kantsulgudel sulgudel selline tähendus, et [aOP1bOP1cOP1d]OP2e = (aOP2e)OP1(bOP2e)OP1(cOP2e)OP1(dOP2e).

19.3.6 predikaatide overloading

võib olla mitu sama nime, aga erineva argumentide arvuga, predikaati. kui argumentide arv on erinev, aga siis on tegemist erinevate predikaatidega - sellel et nimi on sama pole mingit tähtsust.

19.3.7 väited predikaatide argumentidena

Elementaarseoste argumentideks saavad olla väited kui eelenvalt on defineeritud True ja False. Et nende tähendus olks sama, mis intuitiivne tähendus peab lisama ka nendega seotud väited $\forall (\forall (("onTrue"(x_1) \land "onTrue"(x_2) \rightarrow "="(x_1,x_2))) \land ("onTrue"(x_1) \land "onFalse"(x_2) \rightarrow \neg"="(x_1,x_2))))$. Elementeerseoso(väide) tähendab: $(vide \rightarrow \exists ("onTrue(x_1) \land "elementaatseos"(x_1)) \land (\neg vide \rightarrow \exists ("onFalse"(x_1) \land "elementaatseos"(x_1)))$

19.4 importimine

Kasutaja ei peaks iga kord uuesti kõiki (näiteks reaalarvude kohta käivaid) aksioome sisestama, vaid peaks saama neid moodulina "importida" ("includida").

pannes sisendisse \include_from_URI(foo) asendatakse sisendis see käsk URII foo olevaga.

\include from standarlibari(bar) asendatakse sisendis see käsk standarlibaris kohal bar olevaga.

imporditud väidetel on võivad olla viimased sulud puudu, sest need ütleva, et midagi eksisteerib, aga lasevad kasutajal sama kvantori (mille lähtekood on teises failis) väiteid juurde kirjutada.

Moodulid on eelnevalt "kompileeritud". Imortimisel nende väitenumbrit muudetakse nii , et see sobiks kokku ülejäänud predikaatide ja K'ga. Nii on efektiivsus suurem. Moodulite lähtekood ei pea kõigi moodulite puhul avalik olema.

19.5 näiteid selles syntaxis definitsioonides

19.5.1 piirväärtus

```
(\lim_{x\to a}(f(x)) = A) \leftrightarrow \forall_{\varepsilon}(\varepsilon > 0 \to \exists_{\delta}(\delta > 0 \land \forall_{x}(((|x-a| < \delta) \land (|x-a| \neq 0)) \to |f(x)-A| < \varepsilon)))
```

Iga kauguse ε funktsiooni piiväärtusest kohal a, kohta leidub kaugus δ kohast a nii, et iga koht x, mis on a'le lähemal kui δ , aga mitte kohas a, korral on funktsioon kohal x lähemal A'le kui ε .

Minu süntaksis on see definitsioon: $(lim_{x\to a}(f(x)) = A) \leftrightarrow \forall_{x_1}(x_1 > 0 \to \exists_{x_2}(x_2 > 0 \land \forall_{x_3}(((|x_3 - a| < x_2) \land (|x_3 - a| \neq 0)) \to |f(x_3) - A| < x_1)))$

19.5.2 peano aksioomid

selles näites on kasutatud peatükis 19.3.3 kirjeldatud syntaxsugarit.

```
 \exists (on\_null(x_1)) \land \\ \forall (x_1 = x_1) \land \\ \forall (\forall (\forall (x_1 = x_2 \land x_2 = x_3 \rightarrow x_3 = x_1))) \land \\ \forall (\forall (on\_naturaalarv(x_1) \land x_1 = x_2 \rightarrow on\_naturaalarv(x_2))) \land \\ \forall (\forall (on\_naturaalarv(x_1) \land S(x_1, x_2) \rightarrow on\_naturaalarv(x_2))) \land \\ \forall (\forall (x_1 = x_2 \leftrightarrow S(x_1) = S(x_2))) \forall (on\_null(x_1) \rightarrow \neg \exists (S(x_2, x_1) \land on\_naturaalarv(x_2))) \land \\ \exists (on\_null(x_1) \land x_1 \in K) \land \forall (\forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K) \end{cases}
```

7. aksioom ilma väiteta, et kõik naturaalarvude alamhulgad eksisteerivad on kasutu.

19.5.3 liitmine

selles näites on kasutatud peatükis 19.3.3 kirjeldatud syntaxsugarit.

$$\forall (on_null(x_1) \land \forall (x_2 + x_1 = x_2))) \land \\ \forall (\forall (x_1 + S(x_2) = S(x_1 + x_2)))$$

19.5.4 korrutamine

selles näites on kasutatud peatükis 19.3.3 kirjeldatud syntaxsugarit.

$$\forall (on_null(x_1) \land \forall (x_2 * x_1 = x_1)) \land \\ \forall (\forall (x_1 * S(x_2) = x_1 + x_1 * x_2))$$

20 standard libary

standard libarys on igasugu kasulikke väiteid, mida kasutaja saab enda omadega jaatada, et enda omade tõesust kontrollida. Praegu ma standarlibary olulisel määral veel kirjutada ei ole jõundnud, aga siin on mõned näited asjadest, mis sreal olla võiks:

```
robinsoni aritmeetika \forall (on\_null(x_1) \neg \exists (S(x_1, x_2))) \land \forall (\forall (\forall (x_1 = x_2 \land S(x_1, x_3) \land S(x_2, x_4) \rightarrow x_3 = x_4))) on\_null(x_1) \lor \exists (S(x_2, x_1)) \forall (on\_null(x_1) \land \forall (x_2 + x_1 = x_2))) \land \forall (\forall (x_1 + S(x_2) = S(x_1 + x_2))) \forall (on\_null(x_1) \land \forall (x_2 * x_1 = x_1)) \land \forall (\forall (x_1 * S(x_2) = x_1 + x_1 * x_2))
```

astendamine $\forall (on_null(x_1) \land \forall (x_2^{x_1} = S(x_1)))$ iga arv astmes 0 on 1. $\forall (\forall (x_1^{S(x_2)} = x_1^{x_2} * x_1))$

lahutamine $\forall (\forall (x_1 - x_2 = x_3 \leftrightarrow x_2 + x_3 = x_1)))$

jagamine $\forall (\forall (\forall (x_1/x_2 = x_3 \leftrightarrow x_2 * x_3 = x_1)))$

peano viimane naturaalarvude hulga võimsuse aksioom $\exists (on_null(x_1) \land x_1 \in K) \land \forall (\forall (x_1 \in K \land S(x_1, x_2) \rightarrow x_2 \in K)) \rightarrow \forall (x_1 \in K)$

kõik naturaalarvud on reaalarvud $\forall (on_reaalarv(x_1) \rightarrow on_naturaalarv(x_1))$

reaalarvude võrdlemine $\forall (\forall (x_1 > x_2 \leftrightarrow \exists (on_naturaalarv(x_3) \land x_1 * x_3 > x_2 * x_3)))$ reaalarvude pid

täisarvu definitsioon $\forall (on_tisarv(x_1) \leftrightarrow \exists (on_naturaalarv(x_2) \land on_naturaalarv(x_1 + x_2)))$

ratsionaalarvu definitsioon $\forall (on_ratsionaalarv(x_1) \leftrightarrow \exists (on_naturaalarv(x_2) \land on_tisarv(x_1 * x_2)))$

21 lisa funktsioonid

21.1 lähtekoodi värvimine

- sulud mustad ja vahelduvate suurustega või vahelduvate värvidega.
- · loogikatehted tumesinised
- · kvatorid helesinised
- predikaadid oranžid

Ebaolulised kohad, mis midagi ei mõjuta muudab lähtekoodis halliks. Kuvab igast predikaadist ainult nii mitu esimest sümbolit, et viimane sümbol pole sama mis mõnel teisel predikaadil.

21.2 tagastab ka lähtekoodi latexis ja lähtekoodi latexi lähtekoodi ja sama lihtsustatud väite kohta

21.3 kuvab puugraafina ka valitud plato

alguses ainult juure. Kui klikkida, siis kuvab plato, millele klikiti harud.

22 Gödeli teoreemid

Antud süntaksis on Gödeli teoreemid ilmselged. Need on üsna mõtetud.

kui sain gödeli teoreemidest õieti aru, siis

esimene teoreem väidab, et: Iga väite S1 jaoks leidub mingi teine väide S2, mille jaatamisel esimesega (S1'ga) ei saa ei üheselt vale ega üheselt õiget tulemust(ei ole lihtsustatav Trueks ega Falseks).

 $\forall_{x_1}(\exists_{x_2}(on_piisavalt\ aritmeetikat(x_1) \rightarrow ()))$

Gödeli lause on kõige väiksema Kga ja väikseima numbriga väide, mille tõesus ega valesus antud väitest ei järeldu. See originallsõnastuses, et need samas keeles peavad olema, tähendab minu süntaksis, et need peavad sisaldama samu predikaate.

teine Gödeli teoreem

hüpotees1 originaal sõnastus on:

"ühegist kooskõlalisest süsteemist,milles on piisavalt aritmeetikat, ei järeldu selle kooskõlalisus." antud süntaxis on sõnastus:

"ühegi väite, mille mitte-üheseltvalesus(kooskõlisust) ei saa näidata lõpliku arvu näidete abil, mitte-üheseltvalesus ei saa tõestada."

Naturaalarvude aksioomide kooskõlalisust ei saa selle näiteväitega jaatamise abil näidata, sest iga igakord naturaalarvu kohta eitatud kvantorite mitterahudamiseks luua uus näide(ja tüübiunktsiooniväärtus) ja sellele omakorda uus. Piisavalt aritmeetikat sisaldab süsteem siis kui see nõuab lõpmatult paljude asjade, millest ühegi pole teiste asjadega täpselt ientsed kuulumised. piisavalt palju aritmeetikat sisaaldab süsteem kui selle mitteüheseltvalesust ei saa tõetada selle jaatamisel näiteväitega.

Teine hüpotees on, et piisava aritmeetika peano aksioomiele toob hoopif f-aksioom.

Võimalik, et Gödeli II teoreem väidab ,et osade väidete mitteüheseltvalesust ei saagi tõestada. Kui saab tõestada et mingi väite mitteüheseltvalesust ei saa tõestada, siis tõestab ,see pole üheselt vale?

hüpotees2 Naturaalarvude aksioome ei saa selles sünaksis kirjeldada, sest ei saa väita, et mingi hulga võimsus võrdne või suurem naturaalarvude hulga alamhulkade võimsusest. Seda on vaja, et väites, et kui mingi 0 kuulub mingisse hulka ja sellest, et mingi naturaalarv mingisse hulka kuulub järeldub, et iga naturaalarv sellesse hulka kuulub kuuluvad kõik naturaalarvud sellesse hulka. Pole ju võimalik väita, et kõiki naturaalarvude alamhulgad üldse eksisteerivad.

Kuigi Gödeli teoreemi kohaselt pole võimalik kogu täisarvude matemaatikat aksiomaatiliselt kirjeldada(???), saab arvutile etteantavasse väiteesse alati uusi aksioome juurde lisada ja tõestada, et teatud arvust K_{max} väiksemate K parameetritega väidete abil kirjeldatavad aksioomid on lisatud.

23 sünonüümidest

Kuna erinevates allikates kasutatakse samade asjade kohta erinevaid nimetusi, toon siin välja, et kuidas on mujal nimetatud asju, mida siin failis kasutan.

väide ehk: formaalne süsteem, aksiomaatiline süsteem, valem, lause, seos.

jaatus ehk: konjutsioon. **võitus** ehk: disjuktsioon.

üheselt vale ehk: samaselt väär, vastuoluline, samaselt vale, mitte kehtestatav.

üheselt tõene ehk: samaselt tõene.

eksistentsaalsuskvantor ehk: olemasolukantor. **universaalsuskvantor** ehk: üldisuskvantor.

elementaarseos ehk: notatsiooni poolt ette antud predikaat.

element ehk: algasi, konstantsümbol. **kvanteeritav** ehk: kvantori fiktiivmuutuja

haru ehk: veerg

DNF-vorm ehk: disjuktiivne normaalkuju. **CNF-vorm** ehk: konjuktiivne normaalkuju.

Osades käsitlustes on ka kandjahulk, aga selle faili terminoloogias on selleks universaalne hulk (või seda pole) seega väited kehtivad kõigi asjade kohta. Kui tahad et väide kehtiks näiteks ainult naturaalarvude kohta, siis pane $\forall_x (f(x))$ asemele $\forall_x (on_naturaalarv(x) \rightarrow f(x))$

24 LVd, mida saab madalama K'ga kirjeldada

Kui kui kõik bitid on nullid või ühed on väide vastavalt üheselt vale või üheselt tõene.

K=1 lõpprida saab madalama K'ga kirjeldada ainult siis kui kõik selle bitid on 1'ed või 0'id.

väidet ei saa madalama K'ga kirjeldada ainult siis kui see sisaldab K'd kvanteeritavat, millest moodustub ring. Ühendatuks loetakse kvanteeritavaid, mille vaheline elementaarseos on kirjeldatud.

24.1 hüpotees: kui o1 lõppveerust on ÜV saab väidet kirjeldada väiksema K'ga.

Vale, sest _.._

24.2 hüpotees: kui o2 lõppveerust on ÜV saab väidet kirjeldada väiksema K'ga.

Vale, sest _.._

Part VII

Sorteerimata

vahest saab väite ÜVsust ÜTsust kontrollida ilma lõppveergu leidmata.

o1'e sarnast funktsiooni lõppreale rakendades saab võibolla kontrollida, et kas väide on minimaalse K ja predikaadidega kirjeldatud.

Need lõppveerud, mis ei tee osade predikaatide koha mingeid väiteid tuleb ka eemaldada nagu needgi, mida saab madalma K'ga esitada ja need, mis jaatavad ÜV LR'e.

väite parssimisel: alustades kõige sisemisemast platost iga kvantori puhul määrata, et mis numbrid saavad olla tema platonumbrid. Selle arvestamiseks teha vastavad loogikatehted tema elementaarseostega eelastega ja tema sees

olevate kvantorite võimalike platoniumbritega. See on võtuste välja viimeseks efektiivsem võimalus kui asja täis DNF vormi viimine. Et määrata kas väide on ÜV vaadata, et kas mõni lõppveerg rahuldab talle seatud tingimust.

Kui asendada kvantorid tõenäosus funktsiooniga $(\forall_x(f(x)))$ asendada $\forall_x(P(x))$ ja $\exists_x(f(x))$ asendada $1 - \forall_x(1 - P(x)))$ ja võitamine liitmisega ja jaatamine korrutamisega(sest kõik harud sh. lõppread on omavahel sõltumatud.) siis saab tõenäosusi arvutada. Kui asendada need kompleksarvuliste lainefunktsioonidega saab kvantarvutusi teha?forall<Panna eelnevad 2 mõtet väitevormis kirja. Nii saabgi vist tõenäosuste kirjeldamiseks vajalikud aksioomid. vähem üldises mõttes on univrsaalus kvantor $(\Pi(f(x)))$ jaatus ja eksistentsiaalsuskvantor võitus.

lõplik: \vee ; \wedge loenduv: $\sum_{i=0}()$; $\Pi_{i=0}()$ üldine: $\exists_x()$; $\forall_x()$:tõenäosus: $1-P(\neg)$;P() kvant?:lainefunktsioon?

P1 ja P2 "sümmeetrilised"? Seeega mõlemad ahelas?

Asenada plato p1 platosse p2. Ehk võrdsustada plato p1 kvanteeritav plato p2 kvanteeritavaga. Ehk võrdsustada plato kvanteeritava p1 elementaarseosed plato p2 kavnteeritava elementaarseostega? Iga plato kvanteeritava elementaarseosed(ka need mis on selle plato järglastes kirjeldatud) mistahes teise plato kvanteeritavaga peavad olema samad kui mistahes teise plato vähemalt ühe haru kvanteeritava elementaarseosed? Iga kvanteeritava elementaarseosed(ka need mis on selle plato järglastes kirjeldatud) mistahes teise kvanteeritavaga peavad olema samad kui mistahes teise plato vähemalt ühe haru kvanteeritava elementaarseosed?

plato p_i kirjeldab ka eelasi, aga plato harunumber n_i ei kirjelda, et mis on selle haru eelased.

ks P2(i)'ga võrdsustatakse P1(i) või P2(i) haruga?

Kui ÜV jaoks vaja ainult jaatatud harusid kontrollid, siis on vaja 2^K korda vähem harusid kotrollida, sest keskmiselt on igal tasemel 2 korda vähem jaatatud harusid kui harusid kokku.

onhulk(x) aseme panna eestikeelne_nimetus_on(UTFencoodingus("hulk"),x) kui seda teisendada tavakeelde, siis lihtsalt need abipredikaadid vahele jätta.

Kui võtta konstantsed predikaadid ja defineerida kasutaja predikatide asemel booleantagastusega funktsioonid, siis saab piirata predikaatide arvu ja predikaatide argumentide arvu(vähemalt 3 on iga väite kirjeldamiseks vajalik), aga mitte K'd.

Vist on paremini sõnastud sama tähendusega lõik olemas, aga jätan ka selle lõigu siia: "piisab kui kontrollida et ükski vorm, kus igale platole p1, kuhu pääseb ilma eitusi läbimata, on kooskõlisuse kontrollimiseks pandud vastavusse(elemtentaarsetosed võrdsustatud), mistahes teine plato p2, kuhu pääseb ilma eitusi läbimata, ja kotrollitud, et see sobiks võiks täita selle haruga sama tingimust, ei oleks üheselt vale. Samale p1'e võib asendada mitmele p2'ele vastavusse. p1 ja p2 on kooskülas kui need on kõigi asjadega samas elementaarseostes."

panna minu AR(automated reasoning) algoritm kokku AI algoritmidega nii et AI leiab optimeerimiseks häid tingimusi ja hüpoteese mida AR saab kontrollida näiteks korrapärade tõttu kastaja sisendis.

Seoe mitte üheselt valesuse(kehtestavuse) tõestamiseks piisab kontollimises, et üks lubatud lõpprida ei ole pheselt vale. väite mitte üheselt tõesuse tõestamiseks piisab kontrollimisest, et väite eituse vähemalt üks lubatud lõpprida ei ole pheselt vale.

Et kontrolida kas väide on kirjeldatav väiksema K'g ei tule kontrolida mite lõppridu erldi vaid lõppveergu. Siis(kuid vist mitte ainult siis) kui väide on kirjeldatav väiksema K'ga kui kõrgeima taseme kvantori sisu ei sõltu osadest kvateeritavatest. Vahest üheselt valede ja madlama K'ga esitatavate koos kontrollimine on matemaatiliselt ilus.

 $Vahest\ on\ kasulikum\ j\"{a}tta\ l\~{o}ppridade\ asemel\ hoopis\ L\~{o}\~{o}pveerge\ vahele,\ mis\ jaatavad\ \ddot{u}heselt\ valesid\ ridu?$

Gödeli teoreemide kohaselt ei saa tõestada, et peano aksioomid on kooskõlalised, aga ometi on selge, et need on kooskõlalised.

Huvitav on väide, et $\forall_x(False)$, ehk $\neg \exists_x(True)$ ehk ei eksisteeri midagi. Ma pole kindel, et kas see on üheselt vale või mitte. Sellise võimaluse lubatust kirjeldab DNF vormis kõige viimane lõpprida.

https://community.wolfram.com/groups/-/m/t/2416379 : Why does WolframlAlpha not return True for following inputs:

 $trueQ[!(Exists[x,Exists[y,A[x,y]]] \&\& !Exists[x,Exists[y,A[y,x]]])] \\ Simplify[!(Exists[x,Exists[y,A[x,y]]] \&\& !Exists[x,Exists[y,A[y,x]]])] \\$

Lineaarne esitusviis.

predikaadid min tasemel

ei tööta vist in nt järgneva LRi korral:

$$\neg E(A(x_1) \land \neg E(D(X_1, x_2))) \land \neg E(B(x_1) \land \neg E(D(x_2, x_1)))$$

predikaadid max tasemel

 $\left| \frac{n_{\nu}}{2^{2*N-1-j}} \right| mod_2))$

kujul
$$\neg E(\neg E(\neg E(\neg E(\neg E(\neg E(\neg E(BOOL(predikaatvited)))))))))$$

võibolla selliste väidete lihtsustamist(sh. üheselt valede ridade otsimist) ei saagi algorimilselt teha ja see tekitab teadvust.

defineerida ka loogiliste tehete omavahelised väited $\operatorname{nt} \forall_{x_1} (\forall_{x_2} (VOI(x, y) \iff \neg JA(\neg x, \neg y)))$

Rakendada mingit algoritmi, mis on mõeldud suvalise "madala entroopiaga" data kokku pakkimiseks.

	kõigi hulkade kohta ei või väiteid teha	kõigi hulkade kohta võib väiteid teha	
kvatorid kehtivad ka alghulkade kohta			
kvatorid ei kehti ka alghulkade kohta	$2^{N^2} \cdot (2^{2^N} - 1)^{2^{N+1}}$	$2^{2^{2\cdot N+1}+N^2}$	
$\overline{F_Q = \sum_{n_v=0}^{2^{2\cdot N+1}-1} \left(\sum_{i_x=0}^{N-1} \left(\left(\left\lfloor \frac{Q}{2^{N^2-1-i_x\cdot N-i_x}} \right\rfloor \bmod_2 \not \leftrightarrow \left\lfloor \frac{n_v}{2^{2*N}} \right\rfloor \bmod_2 \right) \wedge \left(n_v \bmod_{2^N} = \left(Q \cdot 2^{N*(1+i_x-N)}\right) \bmod_{2^N} \right) \wedge \prod_{j=0}^{N-1} \left(\left\lfloor \frac{Q}{2^{N^2-1-j*N-i_x}} \right\rfloor \bmod_2 \right) \wedge \left(n_v \bmod_{2^N} = \left(Q \cdot 2^{N*(1+i_x-N)}\right) \bmod_{2^N} \right) \wedge \prod_{j=0}^{N-1} \left(\left\lfloor \frac{Q}{2^{N^2-1-j*N-i_x}} \right\rfloor \bmod_2 \right) \wedge \left(n_v \bmod_{2^N} = \left(Q \cdot 2^{N*(1+i_x-N)}\right) \bmod_{2^N} \right) \wedge \prod_{j=0}^{N-1} \left(\left\lfloor \frac{Q}{2^{N^2-1-j*N-i_x}} \right\rfloor \bmod_2 \right) \wedge \left(n_v \bmod_{2^N} = \left(Q \cdot 2^{N*(1+i_x-N)}\right) \bmod_{2^N} \right) \wedge \prod_{j=0}^{N-1} \left(\left\lfloor \frac{Q}{2^{N^2-1-j*N-i_x}} \right\rfloor \bmod_2 \right) \wedge \left(n_v \bmod_{2^N} = \left(Q \cdot 2^{N*(1+i_x-N)}\right) \bmod_{2^N} \right) \wedge \prod_{j=0}^{N-1} \left(\left\lfloor \frac{Q}{2^{N^2-1-j*N-i_x}} \right\rfloor \bmod_2 \right) \wedge \left(n_v \bmod_{2^N} = \left(Q \cdot 2^{N*(1+i_x-N)}\right) \bmod_{2^N} \right) \wedge \prod_{j=0}^{N-1} \left(\left\lfloor \frac{Q}{2^{N^2-1-j*N-i_x}} \right\rfloor \bmod_2 \right) \wedge \left(n_v \bmod_{2^N} = \left(Q \cdot 2^{N*(1+i_x-N)}\right) \bmod_2 \right) \wedge \left(n_v \bmod_{2^N} + \left\lfloor \frac{Q}{2^{N^2-1-j*N-i_x}} \right\rfloor \bmod_2 \right) \wedge \left(n_v \bmod_{2^N} + \left\lfloor \frac{Q}{2^{N^2-1-j*N-i_x}} \right\rfloor \bmod_2 \right) \wedge \left(n_v \bmod_{2^N} + \left\lfloor \frac{Q}{2^{N^2-1-j*N-i_x}} \right\rfloor \bmod_2 \right) \wedge \left(n_v \bmod_{2^N} + \left\lfloor \frac{Q}{2^{N^2-1-j*N-i_x}} \right\rfloor \bmod_2 \right) \wedge \left(n_v \bmod_{2^N} + \left\lfloor \frac{Q}{2^{N^2-1-j*N-i_x}} \right\rfloor \bmod_2 \right) \wedge \left(n_v \bmod_{2^N} + \left\lfloor \frac{Q}{2^{N^2-1-j*N-i_x}} \right\rfloor \bmod_2 \right) \wedge \left(n_v \bmod_{2^N} + \left\lfloor \frac{Q}{2^{N^2-1-j*N-i_x}} \right\rfloor \bmod_2 \right) \wedge \left(n_v \bmod_{2^N} + \left\lfloor \frac{Q}{2^{N^2-1-j*N-i_x}} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{Q}{2^{N^2-1$			mod_2

	kõigi hulkade kohta ei või väiteid teha	kõigi hulkade kohta võib väiteid teha
kvatorid kehtivad ka alghulkade kohta		
kvatorid ei kehti ka alghulkade kohta		$<2^{2^{K(K+N\cdot2)}+N^2}$

KOGU_INFO on väide, mis sisaldab kogu tõest infot kige kohta. Loomulikult seda KOGU_INFOT ei ole mul kuhugi salvestatud. See on lihtsalt abstraktne mõiste.

vastuolulisuse valesususe erinevus

vastuolulisus(**ehk üheselt valesus**) Mingi väide V on ÜV kui väide, mis saadakse lisades väite ette eksistentsiaalsuskvantorid, nende sisse et need kvanteeritavad on booleanfinktsioonid ja asendades predikaadid V's nende kvantorite kvanteeritavatega.

näiteks väide $\exists (\exists (A(1,2) \land \exists (A(2,3)))) \land \neg \exists (A(1,1) \lor \exists (A(1,2) \land A(2,1)))$ ei ole vastuoluline, sest väide $\exists (on_boolean funktsioon(x)) (\exists (\exists (x_1(1,2) \land \exists (x_1(1,2) \land \exists (x_1(1,2) \land x_1(2,3)))) \land \neg \exists (x_1(1,1) \lor \exists (x_1(1,2) \land x_1(2,3))))$ ei ole vale.

näiteks väide $\exists (\exists (A(x_1,x_2) \land \exists (A(x_2,x_3) \land A(x_2,x_2)))) \land \neg \exists (\exists (\exists (A(x_2,x_1) \land A(x_1,x_3) \land A(x_1,x_1))))$ on vastuoluline, sest väide $\exists (on_boolean funkt sioon(x_1) \land \exists (\exists (x_1(x_2,x_3) \land \exists (x_1(x_3,x_4) \land x_1(x_3,x_3)))) \land \neg \exists (\exists (\exists (x_1(x_3,x_2) \land x_1(x_2,x_4) \land x_1(x_2,x_2)))))$ on vale.

valesus Väide on vale kui selle jaatus $KOGU_INFO$ 'ga on vastuoluline. $VALE(VIDE) \leftrightarrow V(VIDE \land KOGU_INFO)$

üheselt tõesus Mingi väide V on ÜT kui väide, mis saadakse lisades väite ette univrsaalsuskvantorid, nende sisse et need kvanteeritavad on booleanfinktsioonid ja asendades predikaadid V's nende kvantorite kvanteeritavatega.

näiteks väide $\exists (\exists (A(1,2) \land \exists (A(2,3)))) \land \neg \exists (A(1,1) \lor \exists (A(1,2) \land A(2,1)))$ ei ole vastuoluline, sest väide $\forall (on_boolean funktsioon(x)) (\exists (\exists (x_1(1,2) \land \exists (x_1(2,3)))) \land \neg \exists (x_1(1,1) \lor \exists (x_1(1,2) \land x_1(2,1))))$ ei ole vale.

näiteks väide $\exists (\exists (A(x_1,x_2) \land \exists (A(x_2,x_3) \land A(x_2,x_2)))) \land \neg \exists (\exists (\exists (A(x_2,x_1) \land A(x_1,x_3) \land A(x_1,x_1))))$ on vastuoluline, sest väide $\forall (on_boolean funkt sioon(x_1) \land \exists (\exists (x_1(x_2,x_3) \land \exists (x_1(x_3,x_4) \land x_1(x_3,x_3)))) \land \neg \exists (\exists (\exists (x_1(x_3,x_2) \land x_1(x_2,x_4) \land x_1(x_2,x_2)))))$ on vale.

tõesus Väide on tõene kui selle jaatus $KOGU_INFO$ 'ga ei ole vastuoluline. $TENE(VIDE) \leftrightarrow \neg V(VIDE \land KOGU_INFO)$

teisest failist

Uue praktilise töö eesmärgid

Sissejuhatus Käesoleva praktilise töö eesmärk on luua programm, mis suudab etteantud loogikalause põhjal kasutaja küsimustele vastata, loogikalauseid minimaalse vabadusastmega kirja panna, väite keerukust hinnata, loogikalauseid inimkeeles kirja panna, loogikalauseid, mis sisaldavad füüsikalisi algmõisteid illustreerida (nt. Punktmassi koordinaatide sõltuvusest ajast graafiku joonistadades) ja loogikalisi lauseid elemetaartehtee(elementaartehteid omakorda LaTeXi või mõne programmerimiskeele sütnaksi) abil estada kui see võimalik on. Programmil on ka kasutaja liides tuntumate "asjade" (füüsikaliste mudelite) omadusi kirjeldavate lausete parameetrite abil moodustamiseks.

Eesmärgid:

- Füüsikaline seos on seos füüsikaliste mõistete vahel.
- Juhul kui ühest kujust teise teisendamine ei eelda ühegi füüsikalise suuruse vahelise seose teadmist on tegu tähistuse küsimusega.
- Päris-mõiste on mõiste, mis tähistab midagi, mis on päriselt olemas ja omab füüsikalist tähendust ega sõltu mudelist ega tähistusest, milles seda kirjeldatakse.
- Lause keerukus on seda kirjeldava loogikalise lause eelmainitud viisil kirjapandud värgi suurus (juhul kui see on naturaalarvuna kirja pandud).
- Füüsikalise väite(mudeli) kasulikkus on seda suurem, mida täpsemalt see katseandmetega klapib ja mida lihtsam see on(mida väiksem on selle keerukus). Lihtsus on ilmselt õige hinnata kui füüsikalised suurused on kirjapandud minimaalsel vabadusastmel ja ja võimalikult sümmeetriliselt(ruumiline ja ajaline sümmeetria näiteks).
- Kasutajale esitatakse väited ja loogikalaused matemaatiliste mõistee abil (nt. Liitmine, korrutsamine, universaalsuskvantor, loogikalisted tehted(nt. XOR, AND, OR, NAND, NOR)).
- Ka matemaatilisised mõisted tuleb igas väites ja loogikalauses matemaatiliste algmõistete abil defineerida.
- Luua kasutaja liides erinevaid spetsiifilisi olukordi kirjeldavate väidete (Nt. N-keha probleemi põhivõrrandite
 erinevates lähendustes) mugavaks kirja panemiseks.
 Luua programm, mis teisendab sisestatud väiteid erinevate
 algmõistete vahel.
- Luua programm, mis teisendab väite esitust nii, et sama väide oleks alati samal kujul kirja pandud.

- Eristada selgelt matemaatilised algmõisted (funktsioon, võrdsus, hulk, implikatsioon jne.(siin näitena toodud mõisted ei moodusta minimaalset funktsionaalselt täielikku hulka)) ja füüsikalised algmõisted (ruum, aeg, elektromagnetväli, elektrimagnetväli, gravitomagnetväli, gravitimagnetväli, aegruum). Võtta kasutusele ka füüsikalised mõisted, mis ei ole algmõisted (nt. konkreetsed ained, tahke, vedel, gaasiline, aatom).
- Defineerida kõik mõisted (sh. Arvud (sh. Naturaalarvud)) algmõistetes.
- Luua programm, mis teisendab väite esituse, kasutaja valitud algmõistetele. Kui valitud algmõisted ei moodusta
 funktsionaalselt täielikku rühma, siis annab programm veateate. Kui valitud algmõisted moodustavad funktsionaalselt täieliku, kuid mitte minimaalse, siis teisendab programm väite esitust niimoodi, et saadud esitus oleks
 võimalikult lihtne.
- Ükski tõestamatu väide ei tohi omada füüsikalist tähendust (näiteks ei oma koordinaatide alguspunkti valik füüsikalist tähendust.). Ükski füüsikalise tähenduseta väide ei tohi olla tõestatav. Defineerdiaa ainult vastava füüsikalise seose kirjapanemiseks vajalik algebra.
- Füüsikalise mudeli, mis sisaldab suuruseid(nt. Aeg, kordinaat ja väljatugevus), mida iseelommustakse reaalarvuga, kirjeldamiseks tuleb deineerida vastavad aritmeetilised tehted reaalarvudele. Kas alati tuleb defineerida ka jagamine, et saaks väita nt. ,et üks suurus on teisest 3 korda suurem?
- Ainuke asi, mida me otseselt tajuda suudame on meie enese teadvus. Füüsikalist mõtet omavad mõisted (ehk on füüsikalised mõisted), mis kuidagi mõjutavad teadvust. Kuna ei ole olemas piisavalt head füüsikateooriat teadvuse kirjeldamiseks(selle teiste füüsikaliste suurustega "sidumiseks"), siis tuleb füüsikaliste süsteemide kirjeldamiseks kasutada mõisteid, mis ilmselgelt kaudselt(meeleelundite kaudu jõuab info ajju, mis mõjutab teadvust) meie teadvust mõjutavad. Mõistlik on selliseid suurusi, millest ainult intuitiivselt võib aru saada(füüsikalised algmõisted),võimalikult vähe(valida minaalne funktsionaalselt täielik algmõistete hulk) kausutada ja teised mõisted (füüsikalised mitte-alg mõisted) nende kaudu defineerida.
- Gödeli teoreem ütleb, et iga piisava artmeetikaga seoses on vähemalt 1 väide, mida ei saa tõestada, ümberlükata ega tõestada, et seda ei saa tõestada. Kas siis kui teha mingi pikkusega üritus tõestada üritamiseks saab öelda, et mingi tõenäosusega seda tõestada ei saa? Kas kui pikkus on piisav, siis peaaegu kindlasti ei saa seda tõestada?
 Kui füüsikalise suuruse(näiteks asukoht) väärtus võib olla null, siis on ka null algmõiste.(vist)
- Korrutamise (ja tesite matemaatiliste mõistete) intuitiivsed omadused tulevad välja alles arvude füüsikaliste algmõistetega(näiteks geomeetriliste(nt. Pikkuse või nurga)) seostamisel. Matemaatika aksioomid peavad looma ainult seoseid matemaatiliste mõistete vahel. Ei pea muretsema selle üle, et matemaatilistest aksioomidest ei järeldu, et arvteljed ei ole "välja venitatud".
- Sulud on selle genereeritud "tavakeele" süntaksis sees. "(" hääldatakse SU ja ")" hääldatakse US.
- eelliide(prefix) näitab, et kas sõna on kasutatud ranges või vabas(analoogiana või naljana) tähenduses.
- Veergude omavahel jaatamisega(konjukteerimisega) ja neile valikuliselt eituse ja jaatuse ette panemisega peab saama ühe viisisl moodustada kõik read.
 Read on väited, mille vabalt valitud elementide omavahel võitamisega(disjukteerimisega) peab saama ühel viisil moodustada mistahes väite, mida antud N'i(alghulkade arvu) ja K(kvantorite arvu) puhul saab moodustada.
- Rida: [alghulkade vahelised seosed]JA KVANTOR([mis alghulkadesse kvanteeritav kuulub] TO [millistesse alghulkadesse kuulub])JA MITTE KVANTOR([mis alghulkadesse kvanteeritav kuulub] TO [millistesse alghulkadesse kuulub])
- Tuleb eeldada, et kõik hulgad, mida saab defineerida on olemas, sest muidu ei saa ühegi hulga puhul kindel olla, et kas see on olemas (kui mingis teoorias mingite omadustega hulki ei ole, siis teha eraldi hulk hulkadest, mis selles teoorias olemas on.). PF! Programm peaks selliseid väiteid siiski lugeda oskama, et kasutajale veateade väljastada. Peaaegu kunagi ei ole K=1 korral veergude arv täisarv. K=0 puhul on alati veerge täisarv.
- Ridasid on vist alati täisarv. Seega on kõik bittide kombinatsiooonid "sisus" lubatud. Ehk kõi võimalused veergude bittididega täitmiseks lubatud.
 31

- K näitab, et kui "sügaval" kvantorite "sees kõige "sisemine" seos on. O
- N näitab, et kui palju alghulki on.
- NP probleem panna kirajakvantoritega kujul. See seab kvanteeritavale tingimuse, et kas see kuulub (õigete) vastuste hulka. ∀x(TINGIMUS(x) TO x∈VASTUSED). Iga probleem on niimoodi kirjeldatav. Teha uus seos, mis kirjeldab pakutavat. Jaatada probleemi kirjeldavat seost ja pakkumist kirjeldatavat seost. NB. See ainult kontrollib pakutud vasuse tõesust!
- Loenduva hulga puhul saab booleansumma asendada universaalsuskvantoriga ja korrutise eksistentsiaal kvanotriga. (symbolitega seletada)
- NP probleemi paremaks sõnastamiseks tuleks kirja panna, et millistele tingimustele peab (protsessor) ühe sammuga tehtavad operatsioonid vastama, alles siis uurida ,et kas sammude arv on polünoomilises seoses sisendi pikkusega. Need tingumused võiks olla näiteks: 1. võimalikke operante kindel (lõplik) arv (seega on võimalik iga võimaliku operandi mingis kindlas vahemikus olevatele naturaalarvudele bijekteerida.). 2. operatsiooni operande kindel (lõplik) arv.
- Kas K'l on piir? Kas näiteks mingi funktsioon (näiteks ∀f(f∈F↔∀x(f(x)))) ei saa asendada kvantoreid?
- Ka arvutiprogramme saab sellisel viisil kirja panna, iga lähtekoodi real on lihtsalt ühe võrra suurem"käsu numbri argument". See kirjeldaks programmi sisendi ja väljundi vahelist seost.
 Kui kirja panna võimalikud "elementaarkäsud"(ja nende täitmiseks kuluva protsessori taktide arvu) saab kirjeldada seose, milles on otsitavaks programm kõige optimiseeritumal kujul.
- Sisendi optimeerimismeetodiks võib kaaluda masinõppe algoritmide kasutamist.
- Kui tõestuses järeldub mingist sammust ka eelmine samm, siis teha kahepoolse noole üks ots halliks. Halliks tagasi suund.

Näited:

Siin on mõned näited füüsikalistest süsteemidest ja tähistusviisidest.

- Füüsikaline mudel, mis ütleb, et kui on soe, siis ei ole külm; kui on külm siis ei ole soe; kui on suur, siis ei ole väike; kui on väike, siis ei ole suur. Matemaatilised algmõisted: NAND, sulud Füüsikalised algmõisted: soe; külm; suur; väike Seos: ((soe NAND külm) NAND (suur NAND väike)) NAND ((soe NAND külm) NAND (suur NAND väike))
- 1. Füüsikaline süsteem, milles on 2 punktkeha, mille omavaheline kaugus on 1 meeter: Matemaatilised algmõisted: Füüsikalised algmõisted: meeter, ruumipunkt, punktkeha

```
\begin{cases} \forall (a; \forall (b; \forall (c; f(a;b;c) = f(a;b-1; f(a;b;c-1))))) \\ \forall (a; \forall (b; f(a;b;2) = f(a;b-1;a))) \\ \forall (a; \forall (c; f(a;0;c) = (a=c)+c+1)) \end{cases} \begin{cases} \forall (o; N(o) = 0) = 0 \\ N(a) = N(S(a)) \\ N(a) \land N(b) \land (F(c) = F(S(c))) = F(b) \end{cases}
```

Seose standard vorm: Seose lahendite leidmiseks tuleb leida "sobivuse" lokaalsed maksimumid. $B_1(n_1,;n_2)$ on bijektiivne funktsioon, millel on 2 argumenti. Need argumendid on naturaalarvud. See võrdub mistahes argumentide korral naturaalarvuga. $B_2(q)$ on bijektiivne funktsioon, mille argumendiks on ratsionaalarvud. See võrdub mistahes argumendi korral naturaalarvuga. B_3 on bijektiivne funktsioon, mille argumendiks on füüsikaliste suuruste väärtused. See võrdub mistahes argumendi korral naturaalarvuga. B_3 on seose standardformi funktsioon. See võrdub 1 kui $B_3(B_3(S_1);B_3(S_2))$ B_3 sobib paremini mudeliga kui B_3 . See võrdub 0 kui $B_3(B_3(S_1);B_3(S_2))$ B_3 sobib paremini mudeliga kui $B_$

Alternatiivslt: R on seose standardformi funktsioon. See võrdub 1 kui $R(B_1(B_3(S_1);B_3(S_2)))$ S_1 sobib paremini mudeliga kui S_2 ja $B_3(S1)>B_3(S2)$. See võrdub 0 kui $R(B_1(B_3(S_1);B_3(S_2)))$ S_1 sobib paremini mudeliga kui S_2 ja $B_3(S1)>B_3(S2)$. See võrdub 0 kui $R(B_1(B_3(S_1);B_3(S_2)))$ S_2 sobib paremini mudeliga kui S_1 ja $S_2(S_1)>B_3(S_2)$. See võrdub 1 kui $S_2(S_1)>B_3(S_2)$ 0 $S_1(S_2)$ 1 sobib paremini mudeliga kui $S_2(S_1)>B_3(S_2)$ 2 sobib paremini mudeliga kui $S_2(S_1)>B_3(S_2)$ 3 sobib paremini mudeliga kui $S_2(S_1)>B_3(S_1)>B_3(S_2)$ 3.

Variant 2 (SEOS AND X)=seos on (SEOS TO X) seosest järeldub X

ilm on ilus: ILM \in ILUSAD asukohas (0;0) on väljatugevus 0: X \in PUNKTID \and X \in NULISEXGAD \and X \in NULLISEYIKAD \to \any_x(0 \in X \in X)

Defineerida tehted naturaalarvudele robinsoni aritmeetika või millegi analoogsega ja aksiomeerida, et tehted on lõputult diferentseeritavad. Defineerida tehted naturaalarvudele robinsoni aritmeetika või millegi analoogsega ja panna tehted füüsikaliste suurustega kirja justkui need oleksid naturaalarvud (kuigi ei ole). Valida bijektiivne funktsioon ratsioonalarvudest naturaalarvudesse ja defineerida tehted ratsionaalarvudele neile selle funktsiooni abil vastavate naturaalarvude kaudu. Defineerida tehted selle kaudu, et milline füüsikaline olukord oleks sama kui füüsikaline olukord, mille üks parameetritest on saadud tehte tulemusena. Kahes pakkumises bijektiivse funktsiooni abil mappida kõik ratsionaalarvud(või muu pidev hulk) natuaalarvudeks ja anda "seosele" sisendiks. Mappitud ratsionaalarvude järjekord määrab, et milline neist millist füüsikalist suurust tähistab. Seos tagastab, et kumb pakkumine oli parem.

q1*q2=q3 on sama mis f(B(q1);B(q2))=B(q3)

Nii saab ainult reaalarvulisi suuruseid kirjeldavaid seoseid kasutada.

K1Seose kirjeldamine K1seos on seos hulkade vahel, mille, kirjeldamiseks (kvantorite, kuulumisväidete ja booleanide vaheliste tehete abil) ei ole kvantorite sees kvantoreid (näiteks $\forall x(x \in A) \leftrightarrow \forall x(x \in B)$ on K1seos, aga $\forall x(x \in A \to \forall y(y \in x \to y \in y))$ ei ole K1 seos). K1 on seos, mille nestedness on 1. K1seose üheseks kirjeldamiseks peab kirjeldama kõigi erineva sisuga kvantorite ja alghulkade omavaheliste kuulumiste vahelisi seoseid. Selle seose kirjeldamiseks läheb vaja _..._ bitti. Kui neid bitte tõlgnedada kahendsüsteemis arvuna saab saab seda seost üheselt kirjeldada naturaalarvuga (valem) ,mis on väiksem kui (2**(valjalike bittide arv)). Kuna erinevate sisudega kvantorid on omavahel sõltuvad, siis piisab kui kirjeldada selliste sisudega kvantorite ja alghulkade kuulumiste vahelist seost, millest saab järeldada mistahes teiste sisudega kvantorite ja alghulkade kuulumiste mistahes booleakombinatsiooni, mis pole sõltumatult kirjeldatavast K1seosest vale. Ükskõik milliste sisudega kvantorid selleks valida, on osad booleankombinatsioonid neist sõltumatult kirjeldatavast K1seosest valed. See järeldub sellest, et nende booleankombinatsioonide arv, mis ei ole kindla väärtusega, ei ole esitatav kujul 2 astmes mingi naturaalarv. Osade sisudega kvantoritest(aga mitte nende eitustest) järeldub ka väiteid alghulkade omavaheliste kuulumiste kohta(näiteks $\forall x(x \in A) \Rightarrow A \in A$), aga alghulkade omavahelistest kuulumistest ei järeldu väiteid kvantorite kohta. Kui mingist kvantorite ja alghulkade vaheliste seoste booleankombinatsioonist järeldub, mingi väide alghulkade kohta ja on samas eitatud, siis on see booleakombinatsioon sõltumatult kirjeldatavast K1seosest vale. Seos ei tohi teha väiteid kõikide hulkade kohta(sest _.._). Teisisõnu ei tohi sellest järelduda, et mingite elementidega hulki ei ole olemas. Kui mingite sisudega kvantorite booleankombinatsioon seda teeb, siis on see booleakombinatsiooni sõltumatult kirjeldatavast K1seosest vale. Näiteks väitest $\forall x (A \in x)$ järelduks, et sellist hulka, mis ei sisalda A'd(näiteks tühi hulk) ei ole olemas, seega on see väide vale.

Hea viis seose K1esitamiseks on luua üksühene vastavus võimalike seoste ja naturaalarvude vahele. Hea on kui sellisel kujul estitatud seoste vahel saab rakendada operaatoreid(AND OR NOR) rakendades neid vastavatele arvule bit kaupa. Hea on kui tavalises notatsioonis lühidalt kirjapandav seos on kaväikese või lihtsasti kirjeldatava naturaalarvuga vastavusse pandud. Konkreetsem näide Üks võimalus K1seose kirjledamiseks on teha DNF tabel(see pole suurema algmõistete arvuga seoste puhul mõistlik, sest võtab palju mälu, aga selle eeliseks on see, et siis saab sama algmõistete arvuga K1seoste vahelisi operatsioone teha lõppveeru vastavaid bittide(booleanide) vahel sama operandi rakendades), mille veergudeks on erineva sisuga kvantorid. Aga kuna erineva sisuga kvantorid on omavahel sõltuvad, siis piisab kui tabeli veergudeks võtta (ükskõik kas eitatud või eitamata) kvantorid sisuga, et P(x) pole mingi kindla väärtusega. Ja väited alghulkade omavahelise kuuluvuse kohta.(täpsemat kirjledust vaja sh. Veergude järjekorra kohta,) • $\forall x (\neg P(x) = n)$ ehk $\neg \exists (P(x) = n)$ või • $\neg \forall x (\neg P(x) = n)$ ehk $\exists (P(x) = n)$ Isegi sellise veergude valiku korral on need DNF tabeli read, mis väidavad et kõigil hulkadel on mingi omadus, (näiteks $\forall x(x \in x), \ \forall x(A \in x), \ või \ \forall x(x \in x \bigvee A \in x))$ kindlalt False väärtusega! P on funktsioon, mis loob bijektiivse seose, argumendiks oleva hulga alghulkade sisaldavuse ja alghulkades sisaldumise, ning 2N*2+1 väiksemaid naturaalarve sisaldava hulga vahele. Üks võimalus P defineerimiseks on teha DNF tabel, mille veergudeks on (ükskõik kas eitatud või eitamata) väited(veergude järjekord on oluline), et kvanteeritav kuulub mingisse alghulka, et kvanteeritav on iseenda element ja, et mingi alghulk kuulub kvanteeritavasse.(täpsemat kirjeldust vaja sh. veergude järjekorra kohta,) • P=∑_i=0N^2 (2**i*(Hi∈)+) või • P=∑_i=0N^2 (2**i*¬())

(veerust tehtav järeldus(vihikus olemas)) (lõppreast tehtav järeldus(vihikus olemas)) (seosest, mis on on esitatav

arvuna tehtav järeldus) Selliselgi juhul on osad lõppread sõltumata kirjeldatavast K1seosest kindlalt valed(vastav boolean peab olema False). Üks võimalus saada minimaalsel vabadusastmel kirjeldus on teha uus numeratsioon lõppridadele, mis jätab need read, mis on sõltumata kirjeldatavast K1seosest valed, vahele. Üheselt valed on need read, mis teevad väiteid kõigi hulkade kohta või on vastuolulised, sest kvantoritega veergudest järeldub alghulkade kohta midagi, mis on vastuolus alghulkade omavahelisi kuulumise kirjeldavate veergudega. Lõppreast tehtav järeldus alghulkade kohta(vihikus olemas)) Kui see on vastuoluline, siis tuleb tuleb vastav lõpprida uues numeratsioonis vahel jätta, sest kvantoritega veergudest järeldub alghulkade kohta midagi, mis on vastuolus alghulkade omavahelisi kuulumise kirjeldavate veergudega. Järgnev seos näitab, et millised read on vastuolulised: (funktsioon ,mis võtab argumendiks täisarvu (lõpprea numbri) ja tagastab booleani(,et kas see on vastuoluline, sest kvantoritega veergudest järeldub alghulkade kohta midagi, mis on vastuolus alghulkade omavahelisi kuulumise kirjeldavate veergudega.))

(funktsioon ,mis võtab argumendiks täisarvu (lõpprea numbri) ja tagastab booleani(,et kas see on vastuoluline, sest teeb kõigi hulkade kohta väite.)(vihikus olemas))

(funktsioon ,mis võtab argumendiks täisarvu (lõpprea numbri) ja tagastab booleani(,et kas see on vastuoluline)) (seosest, mis on on esitatud naturaalarvuna tehtav järeldus, kus on eeldatud uut lõppveergude numeratsiooni.)

Sisemisest funktsioonist

mõte1

mõte: Tundub edukas JÄTKATA 1. kirjeldada meetod kuidas reabooleanid sisendist määratakse

2. Millised read on sellest järelduvalt väite argumendst sõltumatult valed.

teostus: 1. kvantorite sisud alates kõige sisemisest seosfunktsioonide väärtuste vahelisteks booleanfunktsioonideks. 2.rekusiivselt (alates kõige sisemisest kvantorist) asendab kõik kvantorid veergude vahelise booleanfunktsiooniga. Selleks asendatakse kvantori sisusse veerule vastavad kvanteeritavate vaheliste väidete väärtused, et määrata tingimus, mil antud veerg on jaatatud/eitatud. iga veeru jaoks asendatakse kvantori sisusse veerus olevad väited kõigis erinevates järjekordades.(st. kõik võimalused kus sisu kvanteeritavate asemele pannakse veerus olevad kvanteeritavad. Ühte veeru kvanteeritavat võib ka mitme asja asemele panna.).

3. Kui mingi välimiste kvanteeritavate väärtuste puhul teeb kvantor madalama taseme väite, siis...

mõte2

mõte: Millised täpselt on veergude vahelised seosed tasemetga variandis?

teostus: veerg on väite argumendst sõltumatult vale kui see sisaldab seos-funktsioonide väärtuste booleankombinatsiooni, mis on eelmises tasemes keelatud.

25 algoritm

algoritmi pseudokoodis.

25.1 versioon2:

- 1. leiab millisei predikaate on väites kasutatud ja nummerdab need.
- 2. leiab kui mitme kvantori see on kõige rohkemate kvantorite sees olev väide (maksimaalne K väärtus).
- 3. rekusiivselt: asendab iga eksistentsiaalkvantori funktsiooniga f, mis iga arvu puhul tagastab, et kas see arv võib olla plato numbriks. f(n) parajasti siis kui n võib olla plato number. Funktsioooni f loob programm kasutades kvantori kvanteeritava elementaarseoste madalama taseme kvanteeritavatega(tingimus plato numbri h osale) ja kvantori sees olevate platode(tingimus harumärkidele) vahelist booleanfunktsiooni. Kui kasutada on ainult NAND ja eksistensiaalkvantor (universaalsuskvantori ja teised loogikatehted on predikaatidena esitatud) võib

funktsiooni f leidmise algritm üsna lihtne olla.

Osad lihtsustused(ÜV plato numbrite leidmine, mitte loogika lihtsustused) võib juba funktsiooni f leidmisel teha.

- 4. lõpuks saadud funktsioon f lõpprea kohta võimaldabki lõppveeru määrata.
- 5. Muutes funktsioone h ja harumärk konvertida väide kujule, milles ühegi numbriga lõpprida ei jaata ühselt valesid lõppridu, ükski väide ei ole esitatav malama K'ga ja pole ühtki predikaati, mille kohta ei ole mingeid väiteid tehtud.

25.2 versioon5:

- 1. asendab **sisend**is kõik universaalsuskvantorid eksistentsiaalsuskvantoritega kasutades seost: $\forall_x (f(x)) = \neg \exists_x (\neg A(x))$.
- 2. loob puugraafi lõppveerg-tüüpi tipu LV.
- 3. parsib **sisend**'it rekusiivselt funktsiooniga **moodusta_puu**. Selle tagastatud puugraafi tippude järjendi iga elemendi tipu **LV** haruks. ehk **LV**.harud:=**moodusta_puu**(**sisend**).
- 4. iga LV haru LR korral:
- 5. : iga **LR**ile rekusiivselt (ei pruugi otseselt alluda) alluva tipu **tipp** korral:
- 6. :: iga funktsioonikutse laiendatud_EKd(tipp) poolt tagastatud järjendis oleva tipp'u laiendatud alluva laiendatud_EK korral:
- 7. kui laiendatud_EKsse tuleb eitatud kvantor poolikult(kõrgemad oksad puudu), siis see tugvendab eitatud_EKd, ja muudab algoritmi valeks.
- 8. ::: iga **tipp**'u eitatud haru **eitatud EK** korral:
- 9. : : :kui funktsioonikutse sisu_täpsem_kui(laiendatud_EK, eitatud_EK) tagastab, et laiendatud_EK sisu on täpsem kui eitatud_EK sisu (ja need on kooskõlas) ehk, et laiendatud_EK sisust järeldub eitatud_EK sisu ehk kui:
- 10. :::::kustutab LVst LRi.
- 11. :::::läheb punkti 4 ja võtab uue **LR**i.
- 12. : : :kui funktsioonikutse **sisud_kooskõlas(laiendatud_EK**, **eitatud_EK**) tagastab, et **laiendatud_EK** sisu ja **eitatud_EK** sisu on kooskõlas: (seda punkti pole vaja kui hiljem nagunii hiljem nagunii need LRid, millest täpsem variant olemas on, kustutatakse. Jääb ainult alles ainult see uus LR, millesse lisati see **eitatud_EK_omadus**, mis seal juba olemas oli)
 - ::::(sel juhul on kindlasti eitatud_EK sisu täpsem kui laiendatud_EK sisu või eitatud_EK sisu on täpsuselt võrreldamatu laiendatud_EK sisuga)
- 13. :::::lisab tippu laiendatud EK
- 14. ::::iga eitatud_EK haru ja predikaatväite eitatud_EK_omadus kohta:
- 15. ::::: :teeb LRist koopia uus_LR.
- 16. ::::::lisab uus_LRis laiendatud_EK'sse eitatud_EK_omadus'e, aga vastasmärgiga kui see eitatud_EK's oli. Peale seda enam laiendatud_EK ja eitatud_EK sisud kooskõlas ei ole.
- 17. ::::::kui **tipp**us pole **laiendatud_EK**st täpsema sisuga jaatatud haru:
- 18. :::::::lisab uus_LRi LVsse.
- 19. : kui LRi ühegi tippu ühegi laiendatud EK sisu ei olnud ühegi eitatud EK sisuga kooskõlas:
- 20. :: siis tagastab, et sisend ei ole ÜV.

- 21. : kustutab LVst LRi.
- 22. kui LVs enam ühtegi haru ei ole, siis tagastab, et sisend on ÜV.

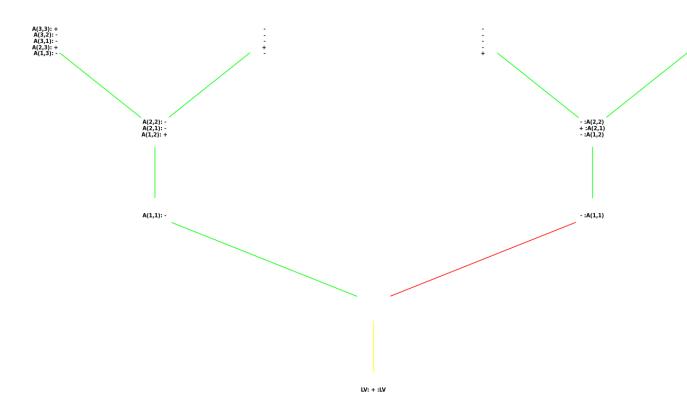
25.2.1 funktsioon moodusta_puu:

- kui kutsutakse välja funktsioon moodusta_puu argumendiga sisend, ehk moodusta_puu(sisend), siis: Loob puugraafi tipu tipp.
- 2. viib argumendiks oleva väite **sisend** mitte-täielikku DNF-vormi **DNF_vorm**. Näiteks **sisend** $sisend = ((\neg R_1 \lor R_2)NOR(R_1 \land R_3))XOR(R_2 \lor R_4)$ puhul peale seda sammu $sisend = R_2 \lor (R_3 \land R_4) \lor (R_4 \land \neg R_1) \lor (R_1 \land \neg R_3 \land \neg R_4)$
- 3. muudab **DNF_vorm**'i järjendiks eraldades selles omavahel võitatud olevad asjad. Näiteks **DNF_vorm**'i $DNF_vorm = E(A(x_4,x_1) \land E(A(x_5,x_1)) \lor \neg E(A(x_2,x_5)) \land A(x_4,x_3) \lor \neg E(B(x_1,x_2,x_5)) \land \neg E(A(x_4,x_5)) \land \neg A(x_4,x_2))$ puhul peale seda sammu $DNF_vorm = [A(x_4,x_1) \land E(A(x_5,x_1)), \neg E(A(x_2,x_5)) \land A(x_4,x_3), \neg E(B(x_1,x_2,x_5)) \land \neg E(A(x_4,x_5)) \land \neg A(x_4,x_2))]$
- 4. Iga järjendis **DNF_vorm** oleva elemendi **võitatud_asi** korral:
- 5. : muudab **võitatud_asi** järjendiks eraldades selles omavahel jaatatud olevad asjad. Näiteks **võitatud_asi**'i *voitatud_asi* = $A(x_4, x_1) \land E(A(x_5, x_1)) \land \neg E(B(x_1, x_2, x_5)) \land \neg E(A(x_4, x_5)) \land \neg A(x_4, x_2)$) puhul peale seda sammu *voitatud_asi* = $[A(x_4, x_1), E(A(x_5, x_1)), \neg E(B(x_1, x_2, x_5)), \neg E(A(x_4, x_5)), \neg A(x_4, x_2))]$
- 6. : iga võitatud asi's oleva asja jaatatud asi korral:
- 7. :: kui **jaatatud_asi** on eitamata eksistentsiaalsuskvantor:
- 8. : : muudab **jaatatud_asi**'i selleks järjendiks, mille **moodusta_puu** tagastab, kui selle argumendiks anda **jaatatud_asi** sisu(eksistentsiaalsuskvantori sees olev väide), ehk **jaatatud_asi**:=**moodusta_puu(jaatatud_asi**.sisu).
- 9. ::: iga **jaatatud_asi** sees oleva **jupp**'i korral:
- 10. :::: paneb **jupp**i ümber eksistentsiaalsuskvantori.
- 11. :: kui jaatatud_asi on eitatud eksistentsiaalsuskvantor(eksistentsiaalsuskvantor, mille ees on eitus):
- 12. : : muudab **jaatatud_asi2**'i selleks järjendiks, mille **moodusta_puu** tagastab, kui selle argumendiks anda **jaatatud_asi** sisu(eksistentsiaalsuskvantori sees olev väide), ehk **jaatatud_asi:=moodusta_puu(jaatatud_asi**.sisu).
- 13. ::: muudab **jaatatud_asi** üheselt tõeseks väiteks.
- 14. ::: iga **jaatatud_asi2** sees oleva **jupp**'i korral:
- 15. :::: paneb juppi ümber eksistentsiaalsuskvantori ehk jupp:=E(jupp)
- 16. :::: muudab jaatatud asi'i jaatades sellega juppi ehk jaatatud asi&=~jupp
- 17. ::: muudab jaatatud_asi'i järjendiks, mis sisaldab ainult seda, mis ta selle sammu alguses on.
- 18. : lisab **tipp**ule aluuvateks kõikvõimalikud erinevad väited, mille saab moodustada kui jaatada kokku üks suvaline element igast **võitatud_asi** elemendi elemendist. Näiteks **võitatud_asi**'i *voitatud_asi* = $[[[R_1, R_2], [R_3], [R_4, R_5, R_6]]$ puhul peale seda sammu on **tipp**'ule lisatud järgnevad alluvad: *lisatudalluvad* = $[R_1 \land R_3 \land R_4, R_1 \land R_3 \land R_5, R_1 \land R_3 \land R_6, R_2 \land R_3 \land R_4, R_2 \land R_3 \land R_5, R_2 \land R_3 \land R_6]$
- 19. tagastatakse tipp.

25.2.2 seletus2 funktsioon moodusta_puu:

- 1. viib kõige sisemiste kvantorite sisud DNF vormi (igas jaatuses on kõik p(k) elemendid kas võiatud või jaatatud.).
- viib kõige sisemiste kvantorite sisust seosefunktsioonide väited kõige välimiste võimalike kvantorite sisse. Ehk võimalikest madalamiale tasemele.
- 3. nüüd sisaldavad tasemel k olevad kvantorid ainult p(k) elemente.
- 4. toob kõige sisemiste kvantorite sisesed võitused kvantorite seest välja. Kasutades reeglit $\exists (f_1(x) \lor f_2(x)) = \exists (f_1(x)) \lor \exists (f_1(x)).$
- 5. läheb tagasi punkti 1.

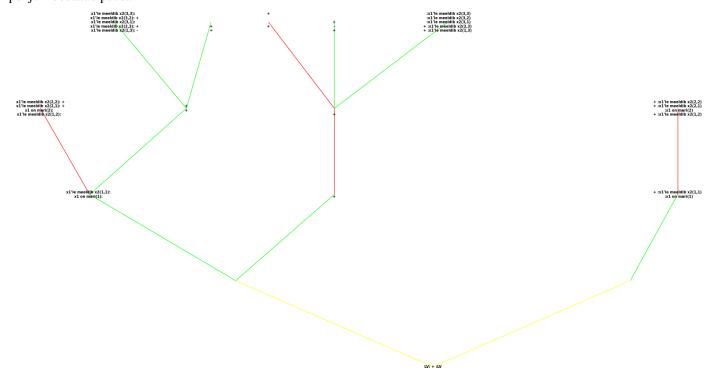
Pilt väite $\exists (\neg A(1,1) \land \exists (A(1,2) \land \neg A(2,1) \land \neg A(2,2) \land \exists (\neg A(1,3) \land A(2,3) \land \neg A(3,1) \land \neg A(3,2) \land \neg A(3,3)) \land \exists (\neg A(1,3) \land A(2,3) \land \neg A(3,1) \land \neg A(3,2) \land \neg A(3,3)))) \land \neg \exists (\neg A(1,1) \land \exists (\neg A(1,2) \land A(2,1) \land \neg A(2,2) \land \exists (A(1,3) \land \neg A(2,3) \land \neg A(3,1) \land \neg A(3,2) \land \neg A(3,3))))$ põhjal koostatud puust:



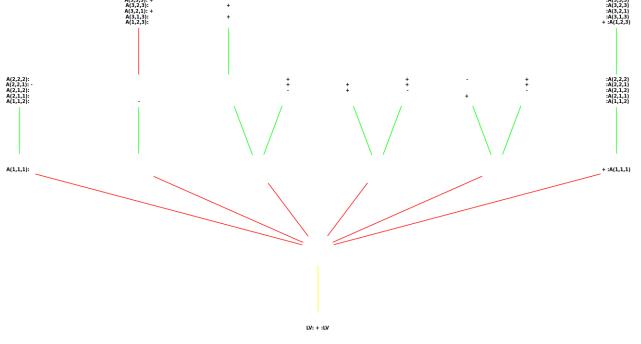
pilt väite [kõigil, kes Marile meeldivad,[ei ole kedagi kes Marile meeldiks, aga temale mitte ja kellele meeldiks Mari] või [ei ole kedagi, kes nii talle kui Marile meeldiks] või [on keegi, kes neile meeldib ja kes iseendale meeldib] ja ja leidub keegi, kes meeldib marile, nii, et eksisteerib [keegi, kes meeldib nii marile kui talle] ja [keegi, kes meeldib marile, kellele mari meeldib ja kelle ei meeldi talle] ja ei leidu kedagi, kes nii iseendale kui ka talle ta meeldiks või [on keegi(x_1) kes endale meeldib, aga [kellel pole kedagi kes nii talle kui iseendale meeldiks ja kellele meeldiks tema(x_1)]] ehk (operaatori süntaksis):

 $\exists ((1 \, on \, mari) \, \land \neg \exists ((1 le \, meeldib \, 2) \, \land \exists ((1 le \, meeldib \, 3) \, \land \neg (2 le \, meeldib \, 3) \, \land (3 le \, meeldib \, 1)) \, \land \exists ((1 le \, meeldib \, 3) \, \land (2 le \, meeldib \, 3)) \, \land \neg \exists ((2 le \, meeldib \, 3) \, \land (3 le \, meeldib \, 3)))) \, \land \exists ((2 le \, meeldib \, 1) \, \land \exists ((1 le \, meeldib \, 2) \, \land (2 le \, meeldib \, 3))) \, \land \neg \exists ((2 le \, meeldib \, 1) \, \land (2 le \, meeldib \, 2))) |\exists ((1 le \, meeldib \, 1) \, \land (2 le \, meeldib \, 2))) |\exists ((1 le \, meeldib \, 1)))$

põhjal koostatud puust:



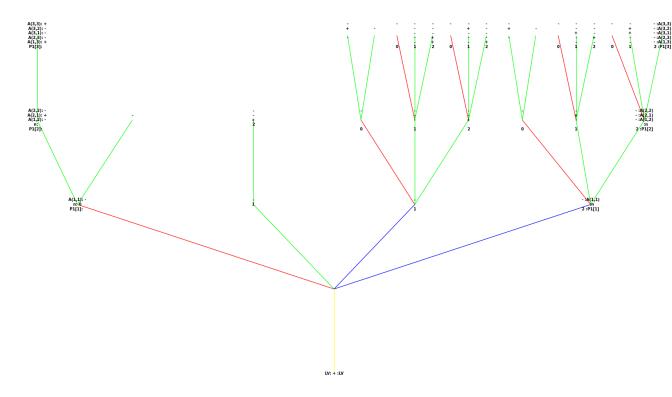
pilt väite $\neg \exists (\exists (\exists (A(1,2,3))) \land A(1,1,1) \lor \exists (\neg A(2,2,1) \lor \neg A(1,1,2) \land \neg \exists (A(3,3,3) \land A(3,2,1))) \lor \exists (A(2,2,2) \land \neg A(2,1,2) \land A(2,2,1)) \land \exists (A(2,1,2) \land A(2,2,1) \lor \neg A(2,2,2) \land A(2,1,1) \lor \exists (A(3,2,3) \land A(3,1,3))))$ põhjal koostatud puust:



25.2.3 funktsioon laiendatud EKd:

- kui kutsutakse välja funktsioon laiendatud_EKd argumentidega tipp ja kõrgus, ehk laiendatud_EKd(tipp,kõrgus), siis loob tipud pseudo_LR1, pseudo_LR2
- 2. iga võimaliku ainult tipp'u alluvaid sisaldava järjendi, milles on kõrgus elementi, P1 korral:
- 3. : lisab P1 algusesse elemendi pseudo_LR1
- 4. : eemaldab P1'est kõik tippudest, mis puus on oma ülemuse sees olnud eitatud, suuremal indeksitel olevad tipud.
- 5. : loob uue järjendi nimega laiendatud
- 6. : märgib iga järjendi laiendatud elementide vahelistks predikaatväideteks olema samad predikaatväited, mis on samade indeksitega P1 elementide vahel. Predikaatväidete indeksid võivad teistsugused olla kui P1'es olevates tippudes, sest nagu tippude kõrgusedki on P1'es tippude kvanteeritavate nimed teistsugused kui sisendiks antud P1'es. Kui P1'es ei ole mingid 2 tipp'ust kumbki teisele alluvaks, siis puus ei ole nende vahelisi predikaatväiteid ja neid ei saa olla ka P1'es ega järjendis laiendatud.
- 7. : mergeb laiendatud'e esimese elemendi ja pseudo_LR2'e kokku moodustades neist puu. ehk pseudo_LR2:=merge(P1,pseudo_)
- 8. iga võimaliku ainult **tipp**'u alluvaid sisaldava järjendi mille viimane element on puus eitatud ja, milles on vähem kui **kõrgus** elementi, **P1** korral:**LR1**

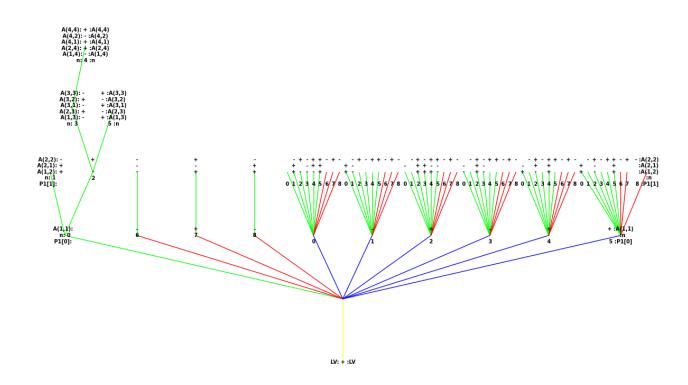
pilt väite $E(\neg A(1,1) \land E(A(1,2) \land \neg A(2,1) \land \neg A(2,2))) \land \neg E(E(\neg A(2,1)) \land \neg A(1,1) \land E(\neg A(1,2) \land A(2,1) \land \neg A(2,2) \land E(A(1,3) \land \neg A(2,3) \land \neg A(3,1) \land \neg A(3,2) \land A(3,3))))$ põhjal koostatud puus, kuhu on lisatud laiendatud harud(sinist värvi):



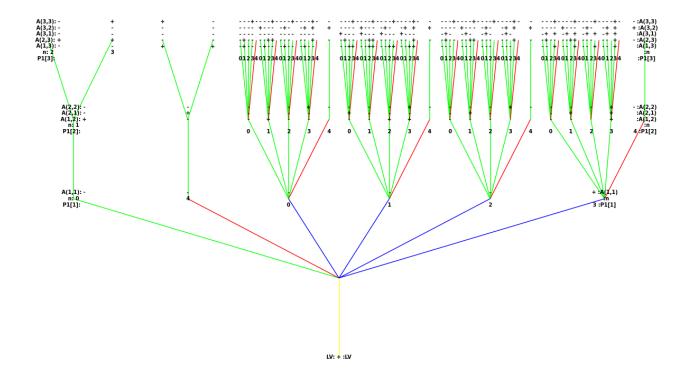
 $\begin{array}{l} \text{pilt v\"{a}ite, mis on } \ddot{\text{U}}\text{V } (\text{P1=[1,3]}), \neg \exists (\neg A(1,1) \wedge \exists (\neg A(2,2) \wedge A(1,2) \wedge A(2,1))) \wedge \neg \exists (A(1,1) \wedge \exists (A(2,2) \wedge A(1,2) \wedge \neg A(2,1))) \wedge \neg \exists (\neg A(1,1) \wedge \exists (\neg A(2,2) \wedge \neg A(1,2) \wedge \neg A(2,1))) \wedge \neg \exists (\neg A(2,2) \wedge \neg A(2,2)) \wedge \neg A(2,2)) \wedge \neg A(2,2) \wedge \neg A(2,2) \wedge \neg A(2,2)) \wedge \neg A(2,2) \wedge \neg A(2,2)) \wedge \neg A(2,2) \wedge \neg A(2,2)$

 $\exists (A(3,3) \land \neg A(3,2) \land \neg A(2,3) \land A(1,3) \land A(3,1)) \land \exists (\neg A(3,3) \land A(3,2) \land A(2,3) \land \neg A(1,3) \land \neg A(3,1) \land \exists (A(4,4) \land A(2,4) \land \neg A(4,2) \land \neg A(1,4) \land A(4,1)))))$

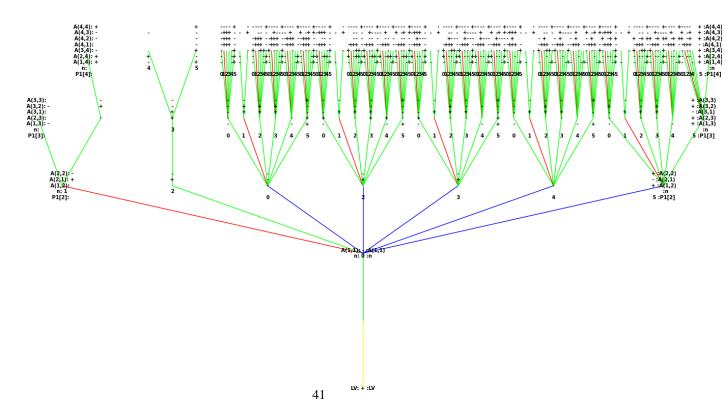
põhjal koostatud puus, kuhu on lisatud laiendatud harud(sinist värvi):



 $\begin{array}{l} \text{pilt v\"{a}ite } E(\neg A(1,1) \wedge \exists (A(1,2) \wedge \neg A(2,1) \wedge \neg A(2,2) \wedge \exists (\neg A(1,3) \wedge A(2,3) \wedge \neg A(3,1) \wedge \neg A(3,2) \wedge \neg A(3,3)) \wedge \\ \exists (\neg A(1,3) \wedge A(2,3) \wedge \neg A(3,1) \wedge \neg A(3,2) \wedge A(3,3)))) \wedge \neg \exists (\neg A(1,1) \wedge \exists (\neg A(1,2) \wedge A(2,1) \wedge \neg A(2,2) \wedge \exists (A(1,3) \wedge \neg A(2,3) \wedge \neg A(3,1) \wedge \neg A(3,2) \wedge \neg A(3,3)) \wedge \exists (A(1,3) \wedge \neg A(2,3) \wedge \neg A(3,1) \wedge \neg A(3,2) \wedge A(3,3)))) \end{array}$



pilt väite(mis on ÜV) $\exists (\neg A(1,1) \land \neg \exists (\exists (\neg A(3,2) \land \neg A(1,3)) \land \neg A(2,2) \land A(2,1) \land \exists (\neg A(2,3) \land A(3,2) \land \neg A(3,3) \land \exists (A(1,4) \land A(2,4) \land \neg A(3,4) \land \neg A(4,2) \land \neg A(4,3) \land A(4,4)))) \land \exists (\neg A(2,2) \land A(2,1) \land \exists (\neg A(3,3) \land A(3,1) \land A(2,3) \land \neg A(3,2) \land \exists (\neg A(4,3) \land \neg A(1,4) \land A(2,4)) \land \exists (A(4,4) \land \neg A(4,2) \land \neg A(2,4) \land \neg A(4,3) \land A(3,4) \land \neg A(2,4) \land A(1,4) \land \neg A(4,1))))$ põhjal koostatud puus, kuhu on lisatud laiendatud harud(sinist värvi):



25.2.4 funktsioon sisu täpsem kui

Tagastab, et kas 1. argumendiks oleva tipu sisust järeldub 2. argumendiks oleva tipu sisu. $tipp1.sisu \rightarrow tipp2.sisu$ kui kutsutakse välja funktsioon sisu_täpsem_kui argumentidega tipp1 ja tipp2, ehk sisu_täpsem_kui(tipp1,tipp2), siis:

- 1. iga **tipp2** sees oleva predikaatväite **pv2** kohta:
- 2. : iga **tipp1** sees oleva predikaatväite **pv1** kohta:
- 3. :: kui ja **pv1==pv2:**
- 4. ::: läheb punkti 1 ja võtab uue **pv2**'e
- 5. : tagastab False ehk, et 1. argumendiks oleva tipu **tipp1** sisust ei järeldu 2. argumendiks oleva tipu **tipp2** sisu (ükski **pv1** ei olnud sama mis **pv2**)
- 6. iga **tipp2** sees oleva eitatud eksistentsiaalsuskvantori **eitatud EK2** kohta:
- 7. : kui eitatud_EK2'el on harusid:
- 8. :: tagastab "võrreldamatu"
- 9. : iga tipp1 sees oleva eitatud eksistentsiaalsuskvantori eitatud_EK1 kohta:
- 10. :: kui eitatud_EK1'el on harusid:
- 11. ::: läheb punkti 9 võtab uue eitatud_EK1'e
- 12. : kui sisu_täpsem_kui(eitatud_EK2,eitatud_EK1):
- 13. ::: läheb punkti 6 ja võtab uue eitatud_EK2'e
- 14. : tagastab False ehk, et 1. argumendiks oleva tipu **tipp1** sisust ei järeldu 2. argumendiks oleva tipu **tipp2** sisu
- 15. iga **tipp2** sees oleva jaatatud eksistentsiaalsuskvantori **EK2** kohta:
- 16. : iga laiendatud_EKd(tipp1) sees oleva eksistentsiaalsuskvantori EK1 kohta:
- 17. :: kui sisu_täpsem_kui(EK1,EK2):
- 18. :::läheb punkti 11 ja võtab uue **EK2**'e
- 19. :: tagastab False ehk, et 1. argumendiks oleva tipu tipp1 sisust ei järeldu 2. argumendiks oleva tipu tipp2 sisu
- 20. tagastab True ehk, et 1. argumendiks oleva tipu **tipp1** sisust järeldub 2. argumendiks oleva tipu **tipp2** sisu

25.2.5 funktsioon sisud_kooskõlas

tagastab, et kas 1. argumendiks oleva tipu sisust järeldub 2. argumendiks oleva tipu sisu. $tipp1.sisu \rightarrow tipp2.sisu$ kui kutsutakse välja funktsioon sisud_kooskõlas argumentidega tipp1 ja tipp2, ehk sisud_kooskõlas(tipp1,tipp2), siis:

- 1. iga **tipp2** sees oleva predikaatväite **pv2** kohta:
- 2. : iga tipp1 sees oleva predikaatväite pv1 kohta:
- 3. : : kui **pv1==** \neg **pv2:**
- 4. ::: tagastab False ehk, et 1. argumendiks oleva tipu **tipp1** sisu ja 2. argumendiks oleva tipu **tipp2** sisud ei ole kooskõlas.
- 5. iga **tipp2** sees oleva eitatud eksistentsiaalsuskvantori **eitatud_EK2** kohta:

- 6. : iga **tipp1** sees oleva jaatatud eksistentsiaalsuskvantori **EK1** kohta:
- 7. :: kui sisu_täpsem_kui(EK1,eitatud_EK2):
- 8. :: : tagastab False ehk, et 1. argumendiks oleva tipu **tipp1** sisu ja 2. argumendiks oleva tipu **tipp2** sisud ei ole kooskõlas.
- 9. iga **tipp2** sees oleva jaatatud eksistentsiaalsuskvantori **EK2** kohta:
- 10. : iga **tipp1** sees oleva eitatud eksistentsiaalsuskvantori **eitatud_EK1** kohta:
- 11. : : kui sisu_täpsem_kui(EK2,eitatud_EK1):
- 12. :: tagastab False ehk, et 1. argumendiks oleva tipu **tipp1** sisu ja 2. argumendiks oleva tipu **tipp2** sisud ei ole kooskõlas.
- 13. tagastab True ehk, et 1. argumendiks oleva tipu **tipp1** sisu ja 2. argumendiks oleva tipu **tipp2** sisud on kooskõlas.

25.2.6 funktsioon lihtsusta_puud

- kui kutsutakse välja funktsioon lihtsusta_puud argumendiga LV, ehk lihtsusta_puud(LV), siis: lisab kõigile LVga kaudselt ühenduses olevatele tippude, mille kvanteeritavate vahel on mingi predikaatväide kirjas, suunata servad(eelnavad servad olid suunatud juurtipust LV eemale.).
- 2. tagastab lihtsusta_tipp(LV)

25.2.7 funktsioon lihtsusta_tipp

- 1. kui kutsutakse välja funktsioon lihtsusta_tipp argumendiga tipp1, ehk lihtsusta_tipp(tipp1), siis: iga tipp1e haru tipp2 puhul:
- 2. : koostab **tipp1**e põhjal **abi_tipp1**e, kus ,mis on muidu nagu **tipp1**, aga on lisatud servad kõikide tippude vahele, mille kvanteeritavate vahel on mingi predikaatväide kirjas.
- 3. : võtab uue tipu uus_tipp1
- 4. : lisab uus_tipp1 harudeks kõik abi_LR sidususkomponendid
- 5. : leiab funktsiooni kutse lühimapikimateegatipp(abi_LR) abil tipu tipp
- 6. : teeb tippu uue puugraafi uusLR juurtipuks.
- 7. : eemaldab tippu abi_LRist