

# Beantwoording vragen David Simpson

T.N.Olsthoorn

16 januari 2026

## 1 Waarom zijn de verticale stroomlijnen in Fig. 7b van Ernst niet zuiver verticaal.

Dat zouden ze wel moeten zijn. Het stroombeeld is volledig bepaald door stroomranden. Althans behalve de natte omtrek van de sloot. Neem even de doorsnede als zuivere rechthoek zoals ik die heb doorgerekend. Als je nu de sloot terugbrengt tot een punt en de uniforme onttrekking  $N/D$  over verdeeld over de hele doorsnede oplegt, dan krijg je overal exact verticale stroomlijnen en op de lijn op dezelfde hoogte als de sloot stijghoogte exact gelijk aan nul. Zo heb ik dat ook uitgerekend, de cel links boven heeft stijghoogte nul de rest wordt berekend. Het maakt dus niet uit of je alleen die cel stijghoogte nul oplegt of langs het gehele bovenvlak, over over welk deel van het bovenvlak dan ook, de stroomlijnen blijven exact verticaal. De stroming door het bovenvlak is gelijk aan  $N$ : Of je die stijghoogte nu in een punt of over een willekeurig ander punt of deel van het bovenvlak oplegt, het maakt niet uit. De stroming wordt bepaald door de flux  $N$  over de de bovenrand en de uniforme onttrekking  $N/D$  (de divergentie).

Nu de vraag: Ernst heeft de sloot een ruimtelijke vorm gegeven in plaats van een punt of horizontale lijn waardoor je een kleine afwijking van de verticale stroomlijnen krijgt.

Ernst heeft ook het stroomdomein in alle figuren gelijk gehouden aan dat van de samengestelde stroming. Dus het „freatisch vlak” in fig. 7b is niet het freatisch vlak dat bij de stroming van fig. 7b past maar dat van fig. 7a. Het „freatische vlak” van fig. 7b moet je zien als een dichte rand met net daaronder de injectie gelijk aan het neerslagoverschot  $N$ . De stijghoogte op deze rand is dus lager dan de sloot (negatief ten opzichte van atmosferisch) pas op de stippellijn is die gelijk aan nul (de sloot). Je kan ook aan het plaatje van Ernst zien dat het „freatisch vlak” van fig. 7b niet een freatisch vlak is, immers de helling ervan zou dan een horizontale stromingscomponent veroorzaken. Het gaat wat ver om dit allemaal te illustreren maar met mijn modelletje kan dat wel.

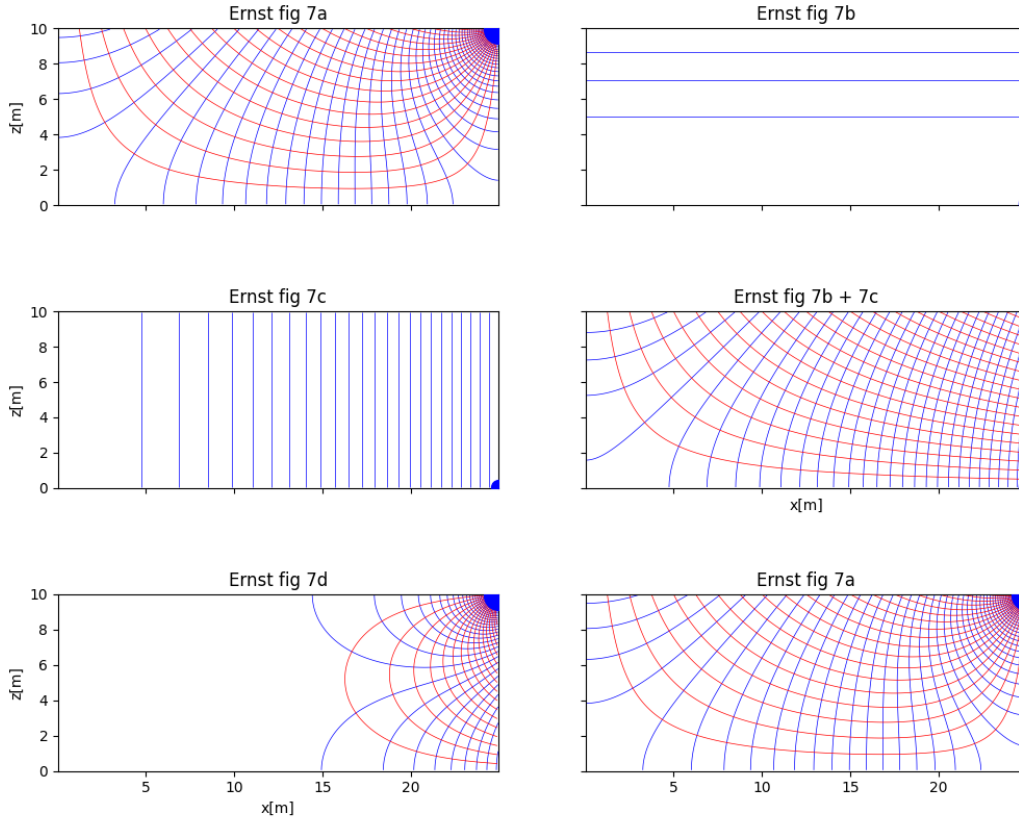
## 2 Formule $D^*/k = D/(2k)$ is de maximale verticale weerstand, de gemiddelde verticale weerstand zou dan volgens integratie tussen 0 en $b$ , met deling door $b$ , gelijk zijn aan $D/(3kv)$ ?

We gaan uit van figuur 1 dit is de situatie van Ernst met dien verstande dat de hoogte van het freatisch vlak boven het slootpeil (maar niet de stijghoogte) wordt verwaarloosd omdat deze veel kleiner wordt verondersteld dan de dikte van het watervoerend pakket, zoals in de praktijk praktisch steeds acceptabel is. Verderop zal worden onderzocht wanneer deze dikte niet mag worden verwaarloosd.

De doorsnede heeft een breedte  $b$  en de waterscheiding ligt op  $x = 0$  en midden onder de sloot, die hier tot een enkele modelcel van  $0.1 \times 0.1$  m is teruggebracht, tot als het ware een punt. De oriëntatie met  $x = 0$  op de waterscheiding links en  $x = b$  het midden van de leiding links is om consistent te zijn met de afgeleide analytische formules. In fig.1/2 (met alleen verticale stroming), fig.1/3 (met alleen horizontale stroming) en fig.1/4 (de som van fig. 1/2 en 1/3) heeft de sloot (de modelcel met gegeven stijghoogte) geen enkele invloed op het stroombeeld. Waar dit punt ook wordt gelegd, dat blijft exact hetzelfde want via dit punt vindt in fig.1/2, 1/2 en 1/4 infiltratie noch onttrekking plaats. Maar zonder een punt met gegeven stijghoogte is de stijghoogte onbepaald, dus voor een zinvol stijghoogtebeeld moeten we toch in tenminste een punt in de

doorsnede. Voor het begrip is het wellicht het eenvoudigst om dit voor deze figuren rechtsonder te kiezen zoals in figuur 1 is aangegeven met de blauwe kwart schijf.

Ernst (1962) Fig 7, numeriek. ( $\Phi$ =blauw,  $\Psi$ =Rood,  $d\phi=0.050$  m,  $d\psi=0.00125$  m<sup>2</sup>/d)  
 $b=25$  m,  $D=10$  m,  $N=0.001$  m/d,  $k=0.025$  m/d,  $ND/(2k)=0.200$  m,  $D/(2k)=200.0$  [d]



Figuur 1: Ernst, nagerekend met doorsnede vereenvoudigd tot een rechthoek (dikte grondwaterstand ten opzichte van slootpeil klein ten opzichte van de dikte van het watervoerend pakket)

Voor extra inzicht voegen we fig. 2 toe, die voor alle onderscheiden situaties de numeriek berekende stijghoogte toont ter hoogte van het freatisch vlak en aan de basis van de doorsnede. Merk op dat fig.1/1 en fig.1/6 hetzelfde zijn.

De blauwe stippellijn in fig.2 geeft de stijghoogte aan de basis van fig.1/2. Door de keuze van het punt met stijghoogte nul rechts onder is nu de stijghoogte over de hele breedte van de basis van het watervoerend pakket nul, en de blauwe stippellijn dus horizontaal. De zuiver verticale stroming wordt veroorzaakt door infiltratie gelijk aan  $N$  bovenin en uniforme onttrekking  $N/D$  over de gehele doorsnede. Hierdoor neemt de stijghoogte lineair af met de diepte en wordt nul onderaan waar de stroming ook precies nul wordt. De stijghoogte bovenin fig.1/2 is exact  $ND/(2k_v)$  hoger dan onderin. Daarom is de getrokken blauwe lijn horizontaal en ligt op  $ND/(2k_v)$ . Hadden we het nulpunt rechts bovenin gekozen dan was de getrokken blauwe lijn overal op hoogte nul en de gestippelde op  $-ND/(2k_v)$ .

De rode lijn met puntjes hoort bij fig.1/3 met uitsluitend horizontale stroming. Vanwege uitsluitend horizontale stroming valt de rode gestreepte lijn met puntjes aan de basis samen met de rode getrokken lijn met puntjes aan de top. De verloop voldoet op elke hoogte aan Dupuit want geen verticale stromingscom-

ponent en daarom zijn de stroomlijnen horizontaal (niet getekend) en de stijghoogtelijnen verticaal. Fig. 2 wordt verkregen door op de lijn  $x = b$  uniform  $Nb/D$  te onttrekking en over de gehele sectie uniform  $N/D$  te infiltreren.

De groene lijn hoort bij de situatie in fig.1/4. Dit is de superpositie van fig.1/2 en fig.1/3 met zowel horizontale en verticale stroming. Deze situatie wordt verkregen door bovenin uniform een neerslagoverschot gelijk aan  $N$  te infiltreren en op de verticaal  $x = b$  uniform  $Nb/D$  te onttrekking. De uniforme onttrekking  $-N/D$  in de situatie van fig.1/2 valt weg tegen de uniforme infiltratie  $+N/D$  van fig.1/3 zodat alleen de infiltratie langs de bovenrand  $N$  en de onttrekking  $Nb/D$  op de verticaal  $x = b$  over blijven. In deze situatie valt de gestreepte groene lijn aan de basis van het pakket samen met beide rode lijnen. De getrokken groene lijn ligt daar exact  $ND/(2k_v)$  boven. Dus zonder contractie van stroomlijnen ligt de stijghoogte aan de top over het gehele profiel altijd precies  $ND/(2k_v)$  boven de stijghoogte aan de basis. **Om deze reden kan  $ND/(2k_v)$  worden opgevat als verticale weerstand.**

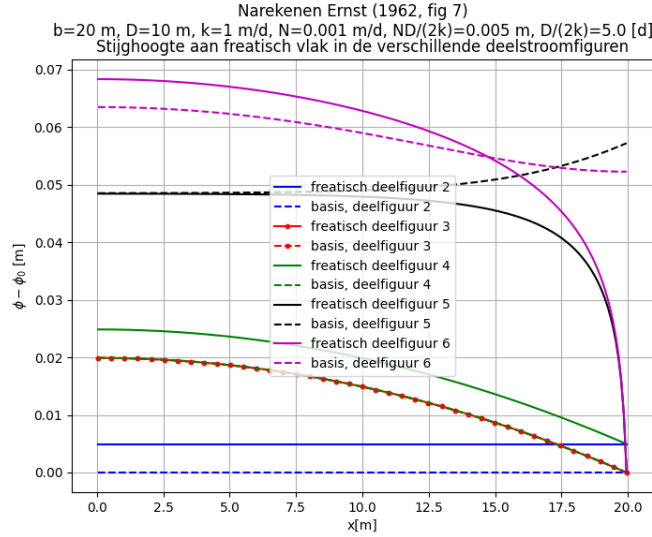
De zwarte lijnen horen bij de situatie in fig.2/5 en zijn het gevolg van uitsluitend de contractie van de stroomlijnen. In deze fig.1/5 en in fig.1/1 resp. fig.1/6 doet de plek van het punt met gegeven stijghoogte (de sloot) er wel toe. Aan de zwarte streepjeslijn aan de basis en de getrokken lijn aan de top zien we dat het effect van de contractie van de stroomlijnen is verdwenen op ca. 1.5 maal de pakketdikte vanaf de sloot. De stijghoogte door contractie van de stroomlijnen op grotere afstanden is gelijk aan de radiale weerstand maal de onttrekking  $Q = Nb$ . Oftewel door de contractie van de stroomlijnen is de stijghoogte op meer dan ca. 1.5 maal de pakketdikte exact zoveel hoger dan het slootpeil als de zwarte lijnen aangeven. De hoogte van de zwarte lijnen is uiteraard afhankelijk van de grootte van de natte omtrek van de sloot, die hier heel klein is, namelijk bepaald door een enkele kleine cel in de linker bovenhoek. Anders, en meer populair gezegd: de hoogte van de zwarte lijnen op  $> 1.5D$  van de sloot is precies de stijghoogte boven de sloot die nodig is om de totale instroom  $Nb$  door de omtrek van de sloot naar buiten te persen. Waar de twee zwarte lijnen uit elkaar lopen heeft de stroming door de contractie van stroomlijnen een verticale component. Het verschil tussen de zwarte lijnen vertegenwoordigt het verlies aan stijghoogte door alleen de verticale stromingscomponent gerekend vanaf de basis van het pakket tot aan de top. Dit verlies is het grootst op  $x = b$ , want daar veroorzaakt de contractie van de stroomlijnen de grootste verticale flux.

De paarse lijnen geven het verloop van de stijghoogte aan de basis en de top in de situatie van samengestelde stroming in fig.1/1 en fig.1/6. Op meer dan  $1.5D$  vanaf de sloot liggen deze lijnen even hoog boven de zwarte als de groene boven de blauwe. De paarse getrokken lijn voor het freatisch ligt  $> 1.5D$  van de sloot praktisch  $ND/(2k_v)$  hoger dan de paarse streepjeslijn aan de pakketbasis. Asymptotisch is dit verschil exact. Op kleinere afstanden verandert dit beeld door het effect van de contractie van de stroomlijnen. Vlak bij de sloot is de stijghoogte aan de pakketbasis juist veel hoger dan die aan de top; het water moet immers omhoog naar de sloot worden gestuwd.

### 3 Hoe groot is de verticale weerstand, wat zijn invloed op het freatisch vlak?

Om deze vraag scherp te krijgen is fig.2 hieronder nogmaals weergegeven, maar dan alleen voor fig.1/4 (samengestelde stroming zonder contractie van stroomlijnen), fig.1/5 (contractie van stroomlijnen) en fig.1/6 (samengestelde stroming). De absolute hoogte van de blauwe lijnen (fig.1/4) is onbepaald omdat de sloot geen invloed heeft en elke willekeurige stijghoogte op een willekeurige plek in de doorsnede kan worden gebruikt zonder dat het stroombeeld of de relatieve stijghoogten veranderen. Van belang is dat het verschil tussen de stijghoogte op de waterscheiding op  $x = 0$   $Nb^2/(2kD)$  hoger is dan op  $x = b$  en dat de stijghoogte aan de basis overall  $ND/(2k_v)$  lager is dan aan het bovenvlak van de doorsnede.

De stijghoogte in fig.1/6 (samengestelde stroming) is gelijk aan die in fig.(1/5) contractie van stromingen plus Dupuit (blauwe lijnen). Dit is waar zowel aan het bovenvlak als aan het ondervlak van de doorsnede. Op afstand  $> 1.5D$  van de sloot, is er geen verschil tussen boven en ondervlak als gevolg van de contractie van stroomlijnen. In de samengestelde stroming is de stijghoogte in het ondervlak daar dus altijd  $ND/(2k_v)$  lager dan die aan het bovenvlak. Wat we echter ook zien en dat is cruciaal, is dat de stijghoogte in het bovenvlak exact de bijdrage van Dupuit  $(N/(2kD)(b^2 - x^2))$  hoger is dan de stijghoogteverhoging door de contractie van de stroomlijnen. Met andere woorden, in de weerstand, gedefinieerd als stijghoogteverschil



Figuur 2: Stijghoogte freatisch vlak en aan de basis in de deelfiguren van fig. 1 De blauwe lijn is voor deelfiguur 2 met alleen verticale

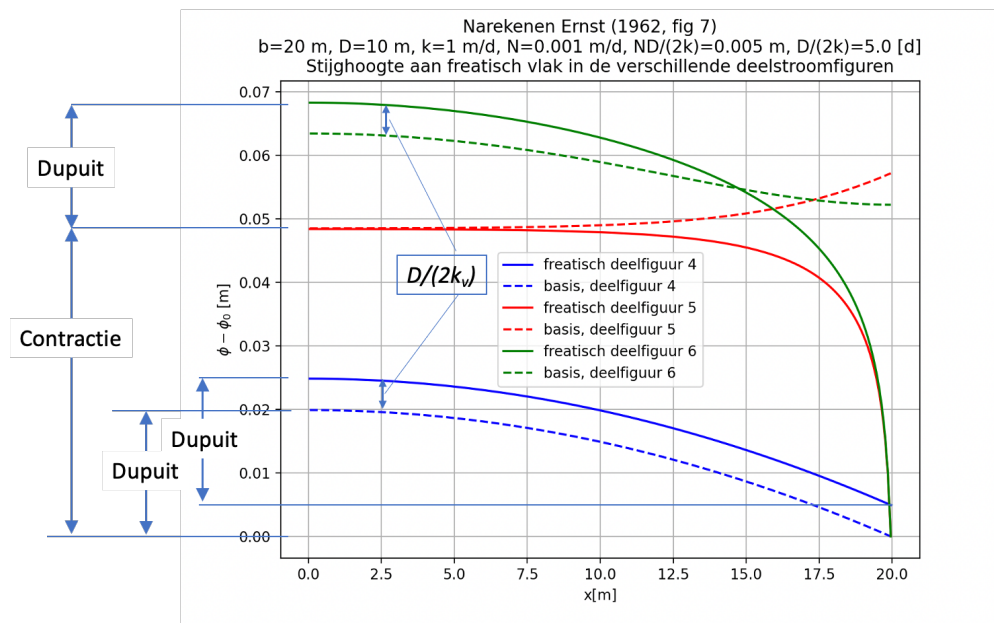
tussen freatisch vlak en sloot, hoort helemaal geen verticale weerstandsterm  $D^*/k_v = D/(2k_v)$ , deze zit namelijk al in de weerstand door de contractie van de stroomlijnen.

**En dit had ik me tot nu toe niet gerealiseerd.**

## 4 De doorsnede van Ernst (1962) met sloot en echt freatisch vlak

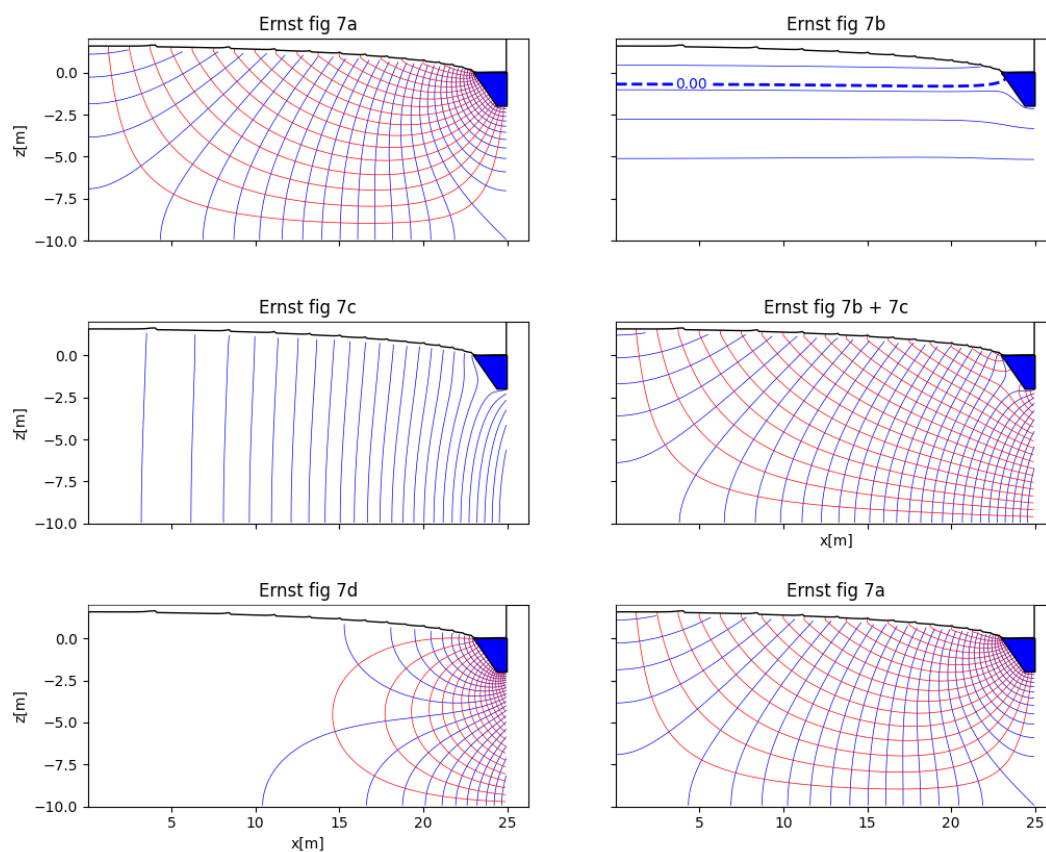
Fig.4 geeft dezelfde situatie als hiervoor maar nu met een sloot met reële afmetingen en een freatisch vlak dat duidelijk hoger is dan het slootpeil. De doorsnede is zoveel mogelijk in overeenstemming gebracht met de afmetingen die Ernst in zijn fig.7 toepast. Ook is in fig.4/2 met een stippellijn de stijghoogtecontour aangegeven met het slootpeil; dit is dezelfde lijn die Ernst ook in zijn figuur heeft getekend, maar hier berekend. Het is duidelijk dat bij het vasthouden van de vorm van het domein dat hoort bij de samengestelde stroming in fig. 4/1 de stijghoogte in 4/2 boven de stippellijn lager is dan het slootpeil. De stippellijn is feitelijk het freatisch vlak dat hoort bij 4/2. Figuur 4 komt overeen met fig. 1, waarin de sloot tot een punt was teruggebracht en de dikte van het pakket uniform werd gehouden. Die eerdere figuur is gemakkelijker te interpreteren omdat hij exact met de theorie overeen komt. In fig. 4 veroorzaakt de afmeting van de sloot een lichte afwijking van het ideale beeld van de horizontale en de verticale isohypsen van fig.1/2 en 3. Merk op dat gezien de afmetingen een zeer kleine doorlatendheid moest worden gekozen om de grote verhoging van het freatisch vlak te krijgen die Ernst in zijn figuur tekent. Omdat in fig.1 de pakketdikte uniform is verondersteld, maakt het voor die figuur niet uit wat voor doorlatendheid wordt gekozen. Omwille van de consistentie is ook in die figuur dezelfde lage doorlatendheid toegepast als in fig. 4.

Fig.5 komt overeen met fig.2. Hierin wordt met de stippellijnen de stijghoogte aan de basis van het watervoerend pakket gegeven en met de getrokken lijnen de stijghoogte op het niveau van het freatisch vlak van de samenstelde stroming.

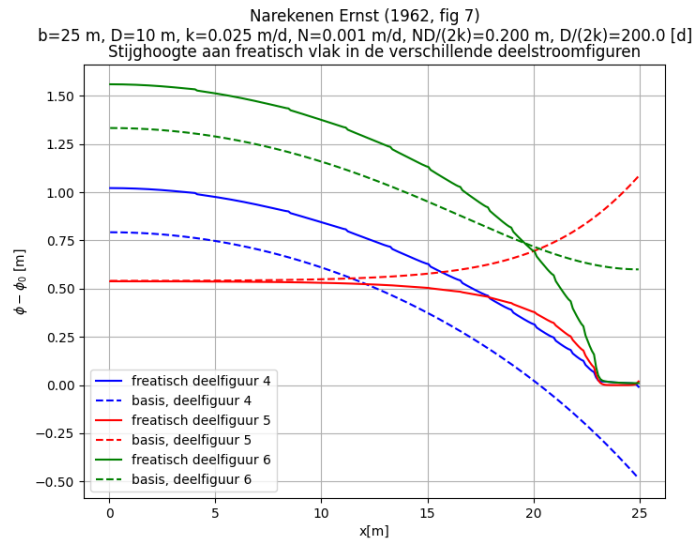


Figuur 3: Dupuit stroming (deelfiguur 4), contractie van stroomlijnen (deelfiguur 5) en samengestelde stroming (deelfiguur 6)

Ernst (1962) Fig 7, numeriek. (Phi=blauw, Psi=Rood, dphi=0.050 m, dpsi=0.00125 m<sup>2</sup>/d)  
 $b=25$  m,  $D=10$  m,  $N=0.001$  m/d,  $k=0.025$  m/d,  $ND/(2k)=0.200$  m,  $D/(2k)=200.0$  [d]



Figuur 4: Doorsnede van Ernst (1962, fig.7) nagerekend met sloot met eindige afmeting en freatisch vlak dat sterk afwijkt van uniforme pakketdikte, inclusief streepjeslijn met stijghoogte nul in deelfiguur 2.



Figuur 5: Stijghoogteverloop in doorsnede van fig.4 aan de basis van het pakket (streepjeslijnen) en op de hoogte van het freatisch vlak van de samengestelde stroming.