

Gebruik van formules voor semi-spanningswater voor het berekenen van de invloed van onttrekkingen in een freatisch pakket

T.N.Olsthoorn

21-01-2026

Samenvatting

In voorliggend rapport wordt ten behoeve van de Voortoets van het Agentschap Bos en Natuur (Vlaamse Overheid) onderzocht in hoeverre bij de berekening van de reikwijdte van een voorgestelde ingreep in het grondwatersysteem, zoals een onttrekking, kan worden volstaan met eenvoudige grondwaterformules, waarin het complexe oppervlaktewater wordt vervangen door een equivalente semi-permeabele laag bovenop het watervoerende pakket. Het doel is de berekeningen op de website van de Voortoets eenvoudig, robuust en transparant te houden. Voorliggend rapport werkt de vraag uit voor vlakke doorsneden en de driedimensionale situatie. Het blijkt dat de uitkomsten van berekeningen waarin de waterlopen zijn vervangen door een equivalente semi-permeabele toplaag niet van van berekeningen met afzonderlijke sloten zijn te onderscheiden, wanneer de spreidingslengte van de equivalente weerstand groter is dan de afstand tussen de waterlopen, of wellicht zelfs ca. 2/3 daarvan. Dit criterium voor acceptabele toepassing kan direct worden berekend uit de drainageweerstand en het bekend veronderstelde doorlaatvermogen van het (freatische) watervoerende pakket.

Inhoudsopgave

1	Inleiding	1
2	Drainageweerstand	2
3	Vervanging van sloten door een vlakdekkende weerstandslaag	3
4	Model voor een vlakke doorsnede	3
5	Voorbeeld	4
6	Driedimensionaal model	6
7	Voorbeeld	7
8	Conclusies	8

1 Inleiding

Onttrekking aan een freatisch pakket veroorzaakt verlagingen. Deze werken door tot de randvoorwaarden, zoals open water aan verdere verbreiding een halt toeroepen. Wanneer het open water maar voor een deel het watervoerend pakket doorsnijdt, zal de verlaging ook onder de waterlopen doorlopen. De mate waarin dit gebeurt hangt af van de weerstand van de waterlopen, de slootweerstand. Deze is vooral het gevolg van de contractie van de stroomlijnen nabij de sloot en in mindere mate van de slootbodemweerstand. Het berekenen van de verlaging door een onttrekking hoort rekening te houden met het oppervlaktewater in de bredere

omgeving. Zulke berekeningen kunnen worden gemaakt met de Vlaamse Grondwatersimulator. Een voor dit project uitgewerkt alternatief is een model te genereren op basis van de laagopbouw in de Grondwatersimulator en daaraan het oppervlaktewater in de omgeving van de ingreep toe te voegen. Het genereren en draaien van dergelijke modellen rond een ingreep verloopt binnen ca. 15 seconden. Echter het Agentschap Bos en Natuur geeft omwille van de robuustheid van de website van de te vernieuwen Voortoets toch de voorkeur aan een eenvoudiger aanpak geheel gebaseerd op eenvoudige analytische grondwaterformules.

In gebieden met een dicht oppervlaktewaterstelsel zoals in polders is het gebruikelijk om voor de berekeningen de vele sloten niet afzonderlijke in model te brengen. Zij worden dan vervangen door een equivalente semi-permeabele laag op het watervoerende pakket. In de Vlaamse situatie is er in de regel een minder dicht slotenstelsel aanwezig, of komt het oppervlaktewater sporadisch voor in de vorm van beken op die vele honderden meters min of meer parallel aan elkaar stromen. Voor zulke situaties is vervangen van oppervlaktewater door een vlakdekkende weerstandslaag niet gebruikelijk, en worden de waterlopen wel afzonderlijk in het model aangebracht. De vraag die in deze rapportage voorligt is of ook in zulke gebieden met weinig oppervlaktewater de aanpak middels uniforme drainageweerstand acceptabel is om de invloed van onttrekkingen in freatische pakketten vast te stellen in de Voortoets. Een zeer goede bron voor analytische formules voor de berekening van grondwaterstroming is [Bruggeman (1999)].

2 Drainageweerstand

De drainageweerstand is per definitie de gebiedsgemiddelde grondwaterstand boven slootpeil $\bar{h} - h_{sl}$, gedeeld door het neerslagoverschot N . Deze gegevens zijn redelijk gemakkelijk te verkrijgen, want gemeten, zodat de drainageweerstand kan worden bepaald. De drainageweerstand is onafhankelijk van het neerslagoverschot. Dit geldt ook voor de onderliggende horizontale en radiale weerstand. Voor de slootbodemweerstand is er doorgaans wel een verschil tussen intrede- en uittredeweerstand, wat de berekeningen afhankelijk maakt van de vraag of de grondwaterstand zich boven of onder het slootpeil bevindt.

De drainageweerstand is niet wat we nodig hebben voor de berekening van de verlaging en de vervanging van de slootweerstand door die van een equivalente vlakdekkende weerstandslaag. De drainageweerstand maakt het echter wel mogelijk om de slootweerstand te bepalen. De slootweerstand is de som van radiale weerstand en slootbodemweerstand.

De gemiddeld hoogste grondwaterstand midden tussen twee parallelle waterlopen is ([Ernst (1962)]):

$$h_{max} - h_{sl} = NLw + \frac{NL^2}{8kD}$$

Hierin is N [m/d] het gemiddelde neerslagoverschot, L [m] de afstand tussen de waterlopen, kD [m²/d] het doorlaatvermogen van het freatische pakket en w [d/m] de slootweerstand. NL [m²/d] is de afvoer per m slootlengte, ervan uitgaande dat de sloot al het neerslagoverschot afvoert binnen zijn intrekgebied. De slootweerstand w [d/m] is dan

$$w = \frac{h_{max} - h_{sl}}{NL} - \frac{L}{8kD}$$

Aldus is deze slootweerstand uit veldgegevens te bepalen mits het doorlaatvermogen kD bekend is. Deze w is de radiale weerstand plus de slootbodemweerstand. Indien we afvoer naar de sloot of beek hebben, kan de slootbodemweerstand op nul worden gesteld omdat er maar enkele cm aan stijghoogteverval nodig zijn om een sliblaag van de bodem te drukken. Op deze wijze hebben we dus feitelijk de radiale weerstand bepaald.

De radiale weerstand kan ook langs theoretische weg worden berekend, met bijv. de formule van [Huisman (1972)] (p57). Bij een isotroop medium geldt volgens Huisman dat de extra verlaging $\Delta\phi$ door onttrekking Q aan een open leiding bij benadering gelijk is aan

$$\Delta\phi = \frac{Q}{\pi k} \ln \left(\frac{D}{\pi r} \right) \approx \frac{Q}{\pi k} \ln \left(\frac{D}{\Omega} \right)$$

Met πr de natte omtrek van een sloot met half-circulaire doorsnede en Ω de natte omtrek van een sloot met een gebruikelijke doorsnede. Volgens Huisman geldt aldus voor de slootweerstand

$$w = \frac{1}{\pi k} \ln \left(\frac{D}{\Omega} \right)$$

Bij verticale anisotropie, die overal voorkomt, moet eerst de doorsnede worden verschaald tot een isotroop medium met uniforme doorlatendheid

$$k = \sqrt{k_x k_z}$$

De breuk onder de logaritme moet hierbij niet worden verschaald omdat het in feite de verhouding betreft van twee radii en niet van de verticale dikte en een circulaire sloot.

3 Vervanging van sloten door een vlakdekkende weerstandslaag

De weerstand c [d] van de vlakdekkende laag ter vervanging de weerstand w [d/m] van de sloten is niet gelijk aan de drainageweerstand. Hij is namelijk gedefinieerd als de laag die bij een uniforme onttrekking of infiltratie hetzelfde stijghoogteverlies veroorzaakt als dezelfde totale onttrekking veroorzaakt over de slootweerstand. Dus, stel we hebben een uniforme infiltratie gelijk aan het neerslagoverschot N [m/d] dan geeft de weerstandslaag met weerstand c [d] een stijghoogteverlies $\Delta\phi$ [m] van

$$\Delta\phi = \frac{N}{c}$$

En met slootafstand L hebben we

$$\Delta\phi = \frac{NL}{w}$$

En dus

$$c = wL$$

4 Model voor een vlakke doorsnede

We zullen de voorgestelde methode, vervanging van sloten door een vlakdekkende weerstandslaag, illustreren aan de hand van een numeriek eindige differentie model. Voor het gemak nemen we hiervoor een 1D doorsnede, die met 10 km lengte lang genoeg is om geen invloed van de modelranden te ondervinden. Dit model heeft ruim voldoende cellen in de x -richting om de verlaging in detail te berekenen. In de y -richting bestaat het model uit twee rijen die beide 1 m dik zijn. In de eerste rij wordt de situatie met de individuele sloten geïmplementeerd, met elk een slootweerstand w [d/m], en in de tweede rij wordt het model geïmplementeerd voor de situatie zonder sloten maar met een uniforme weerstand c [d]. De twee rijen worden volledig van elkaar gescheiden door de doorlatendheid in y -richting oneindig groot te maken. Het model bestaat voorts uit slechts twee lagen, maar er kunnen altijd willekeurig veel lagen aan worden toegevoegd. De bovenste laag in de eerste rij (het eerste doorsnedemodel) bevat de sloten. De cellen tussen de sloten zijn ondoorlatend. De tweede laag stelt het watervoerend pakket voor. De eerste laag in de tweede rij (model met de semi-permeabele toplaag) doet dienst als weerstandslaag.

Het is zaak om beide modellen volledig consistent met elkaar te maken. Daartoe passen we bovenstaande redenering toe. Voor de weerstandslaag is dat het meest eenvoudig. De verticale weerstand wordt vertaald naar de verticale doorlatendheid van de toplaag. Hierbij moet worden bedacht dat het „water” in het model stroomt tussen de centra van de modelcellen, de rekenpunten. De verticale stroming vanuit de toplaag is derhalve over de halve dikte van de toplaag onderweg voordat het in het watervoerende pakket aankomt. Daarna stroomt het nog door de halve dikte van het watervoerend pakket voordat het rekenpunt wordt bereikt. Het gaat ons om de stroming door de weerstandslaag. Dus de verticale doorlatendheid in deze weerstandslaag moet voldoen aan

$$N = \Delta\phi \frac{k_z}{0.5\Delta z} = \frac{\Delta\phi}{c}$$

zodat de volgende verticale doorlatendheid moet worden gebruikt in de toplaag

$$k_z = \frac{\Delta z}{2c}$$

Voor het model met de sloten ligt de zaak iets ingewikkelder. Het blijkt dat de doorlatendheid van de cellen van de sloten behoorlijk hoog moet zijn om de vereiste hoeveelheid water door te laten bij hetzelfde stijghoogteverschil $\Delta\phi$. Hierdoor gaat de stromingsweerstand vanaf de onderzijde van de toplaag met sloot tot het rekenpunt in het midden van het watervoerende pakket een aanzienlijke bijdrage leveren aan de totale weerstand. We zullen deze weerstand dan ook expliciet moeten meenemen. We hebben het volgende verband tussen slootafvoer namelijk neerslagoverschot N [m/d] maar breedte L van het intrekgebied (afstand tussen de waterlopen) en slootweerstand w

$$NL = \frac{\Delta\phi}{w}$$

Vanwege de verticale stroming door de halve dikte van de twee lagen in serie, geldt

$$w = w_1 + w_2 = \frac{1}{k_{z1}} \frac{0.5\Delta z_1}{\Delta x} + \frac{1}{k_{z2}} \frac{0.5\Delta z_2}{\Delta x}$$

Hierin is w_1 de weerstand in de bovenste modellaag en w_2 die in de laag daaronder. Deze weerstand is evenredig met de doorstroomde laagdikte dikte $0.5\Delta z_1$ resp. $0.5\Delta z_2$, omgekeerd evenredig met de celbreedte Δx en omgekeerd evenredig met de verticale doorlatendheid k_{z1} resp. k_{z2} .

We gaan in het model de verticale doorlatendheid van de toplaag met de sloten aanpassen, maar laten die van de laag daaronder, het watervoerende pakket, ongemoeid. Hiermee ligt w_2 vast, terwijl ook w gegeven was. Dus

$$w_2 = \frac{1}{2k_{z2}} \frac{\Delta z_2}{\Delta x}$$

en

$$w = \frac{1}{2k_{z1}} \frac{\Delta z_1}{\Delta x} + w_2$$

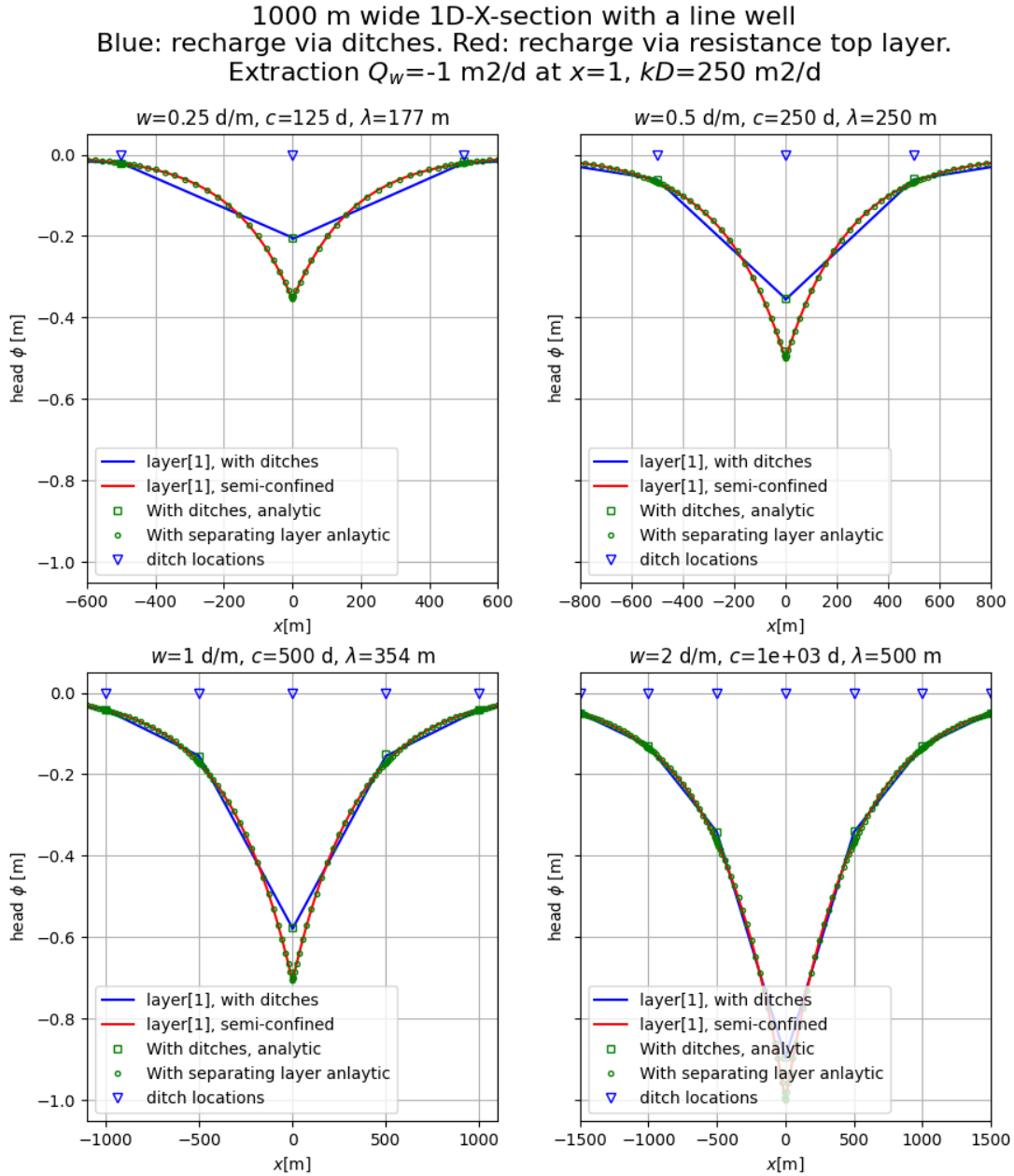
$$k_{z1} = \frac{1}{2(w - w_2)} \frac{\Delta z_1}{\Delta x}$$

In theorie zou de factor $w - w_2$ gelijk aan nul kunnen worden. We kunnen dit in ons model ondervangen door in dat geval voor $w - w_2$ een kleine waarde te gebruiken. Negatieve waarden zijn ook mogelijk wanneer $w_1 > w$. Dat is het geval wanneer de verticale weerstand over de halve dikte van de tweede modellaag groter is dan de slootweerstand. Dit betekent alleen dat we de hoeveelheid water NL niet in de sloot kwijt kunnen bij deze slootafstand. Het model trekt zich hier niets van aan een rekt desnoods gewoon met een negatieve verticale doorlatendheid in de toplaag. Het lijkt verstandig om dit te signaleren en de eigenschappen van de doorsnede in dat geval eerst fysisch realistisch te maken, want dat is hetgeen een negatieve k_{z1} signaleert.

5 Voorbeeld

Fig. 1 geeft de verlaging berekend met individuele sloten met weerstand w [d/m] en equivalente uniforme drainageweerstand $c = Lw$ [d] (zie de titels in fig. 1 voor de gebruikte waarden, inclusief λ). De sloten liggen $L = 500$ m uit elkaar en zijn ook in 1 aangegeven. $kD = 250$ m²/d. Daar $c = Lw$ geeft een kleine slootweerstand ook een kleine drainageweerstand en daarmee een kleine spreidingslengte λ . Omdat de x -as

van de plaatjes is beperkt tot $-3\lambda \leq x \leq 3\lambda$ bij een veel langere rekenas volgens $-5000 \leq x \leq 5000$ tonen de verschillende plaatjes in fig.1 een meer of minder ingezoomd deel van de x -as.



Figuur 1: Verlaging in eindimensionale doorsnede. Blauw de oplossing met voeding via individuele waterlopen met intree/uittreeweerstand w [d/m]. Rood de equivalente oplossing waarin de waterlopen zijn vervangen door een uniforme drainageweerstand c [d]. De x -as van de plaatjes is begrensd tussen $-3\lambda < x < 3\lambda$, maar de reken- x -as is $-5000 < x < 5000$.

De figuur laat zien dat met name bij kleine λ , in concreto $\lambda < L$, er een aanmerkelijk verschil is tussen beide situaties. Hoe kleiner de λ hoe meer de individuele sloten het verlagingbeeld bepalen. Pas bij λ groter

dan zeg L ontlopen de rekenwijzen elkaar nauwelijks meer.

In dit ééndimensionale voorbeeld is het stijghoogteverloop tussen de individuele sloten lineair, wat goed in de figuren tot uiting komt. De verlaging nabij de onttrekking is dan ook een stuk kleiner dan in de berekening met een uniforme drainageweerstand.

Behalve de numeriek berekende verlaging is in fig.1 ook de analytisch berekende verlaging opgenomen en met markers aangegeven. Die van de doorsnede met sloten is van de ene sloot naar de andere gerekend met het constante debiet ertussen uit het numerieke model

$$\phi_i = \phi_{i-1} - \frac{Q_x}{kD} (x_i - x_{i-1})$$

De analytische verlaging in de doorsnede met weerstandbiedende toplaag is

$$\phi_{x_w} - \phi_x = -\frac{\lambda}{kD} \frac{Q}{2} e^{-|x-x_w|/\lambda}$$

De figuren laten zien dat de numerieke en analytische resultaten nauwkeurig met elkaar overeenkomen. De figuren laten verder zien dat wanneer de slootafstand groter is dan de spreidingslengte van de equivalente vlakdekkende toplaag, de uitkomsten van beide rekenmethoden nagenoeg niet meer van elkaar zijn te onderscheiden. Voor kleinere spreidingslengten wordt toepassing problematisch en des te meer naarmate de verhouding λ/L meer onder de 1 uitkomt.

$$\lambda = \sqrt{kDc} = \sqrt{kDwL}$$

$$\frac{\lambda}{L} = \sqrt{kD \frac{w}{L}}$$

Dus voor de gegevens in de figuur met waarden

$$w = [0.25, 0.5, 1, 2] \text{ [d/m]}$$

$$\frac{\lambda}{L} = [0.35, 0.5, 0.71, 1]$$

6 Driedimensionaal model

We kunnen hetzelfde voorbeeld doorrekenen voor een 3D model met een (put)onttrekking in het centrum. Ook dit doen we door twee modellen tegelijkertijd uit te rekenen. Het eerste model heeft individuele sloten in y -richting op afstand L uit elkaar en met slootweerstand w [d/m]. Het tweede model heeft in plaats van de sloten een equivalente vlakdekkende weerstandslaag met weerstand c , waarin, net als in de sloten, het peil wordt aangehouden. Het model heeft nu een vierkant netwerk met cellen en twee lagen. De lijn $y = 0$ fungeert als scheiding van beide modellen, die elk een halfvlak beslaan met een put aan de rand. Het netwerk is fijn in de x -richting, het verfijnt steeds tot ca. 1 m celbreedte bij elke sloot. Het netwerk in y -richting wordt logaritmisch grover wordt met de afstand tot de lijn $y = 0$. De rij aan weerszijden van de scheiding ($y = 0$) heeft een breedte van ongeveer 1m. De scheiding zelf in een rij van modelcellen 2 mm breed, 1 mm aan elke kant van de $y = 0$ lijn, waarin de cellen op inactief zijn gezet en daarom niet meedoen.

Het model heeft twee lagen waarvan de bovenste 2 m dik is en de onderste 25 m. De stijghoogte in het model met de sloten wordt alleen op nul vastgezet voor de slootcellen in de toplaag. In het model met de equivalente weerstandslaag wordt de stijghoogte in alle cellen van de toplaag op nul gezet. De horizontale doorlatendheid in de toplaag wordt in beide modellen op nul gezet. In de toplaag is dus alleen verticale stroming mogelijk.

Op deze wijze ingericht zijn de hier beschreven twee modellen de 3D-evenknie van de doorsnedemodellen die hierboven zijn uitgewerkt, behalve de de put: De onttrekking Q_w door de put heeft nu dimensie m^3/d en het water stroomt er radiaal naar toe, terwijl de onttrekking Q_w in het doorsnedemodel een verticale sleufonttrekking was met dimensie m^2/d .

De slootweerstand w geldt voor een oneindig lange sloot (net als in de doorsnede) en volgt uit

$$w = \frac{\Delta\phi}{Q}$$

Met $\Delta\phi$ slootpeil minus stijghoogte in de onderliggende aquifer en Q de slootonttrekking in $[\text{m}^2/\text{d}]$ oftewel $[\text{m}^3/(\text{d} \times \text{m_sloot_lengte})]$ Voor een cel met slootlengte Δy geldt een totaal debiet Q_{cel} $[\text{m}^3/\text{d}]$ volgens

$$Q_{cel} = \frac{\Delta\phi}{w_c} = \frac{\Delta\phi}{w} \Delta y = \left[\frac{m}{d/m} m \right] = \left[\frac{m^3}{d} \right]$$

Willen we een weerstand per m^2 celoppervlak hebben, dan delen we Q_{cel} door dit oppervlak

$$q = \frac{Q_{cel}}{\Delta x \Delta y} = \frac{\Delta\phi}{w} \frac{\Delta y}{\Delta x \Delta y} = \frac{\Delta\phi}{w \Delta x} [m/d]$$

Met andere woorden, $w \Delta x$ $[\text{d}/\text{m} \times \text{m}] = [\text{d}]$ is nu een verticale weerstand per oppervlakte-eenheid net als de c $[\text{d}]$ van een afdekkende laag. Hiermee kan de verticale stroming door een cel worden berekend.

$$w \Delta x = w_1 \Delta x + w_2 \Delta x$$

$$Q_v = \frac{\Delta\phi}{w_1 \Delta x + w_2 \Delta x} \Delta x \Delta y = \frac{\Delta\phi}{\frac{0.5 \Delta z_1}{k_{z1}} + \frac{0.5 \Delta z_2}{k_{z2}}} \Delta x \Delta y$$

$$w_1 \Delta x + w_2 \Delta x = \frac{0.5 \Delta z_1}{k_{z1}} + \frac{0.5 \Delta z_2}{k_{z2}}$$

$$w_2 = \frac{1}{k_{z2}} \frac{\Delta z_2}{2 \Delta x}$$

We zoeken k_{z1} omdat we k_{z2} in tact laten

$$(w - w_1) \Delta x = \frac{1}{k_{z1}} \frac{\Delta z_1}{2 \Delta x}$$

$$k_{z1} = \frac{1}{2(w - w_2)} \frac{\Delta z_1}{\Delta x}$$

Dit is hetzelfde als in het doorsnede model. En dat is ook logisch.

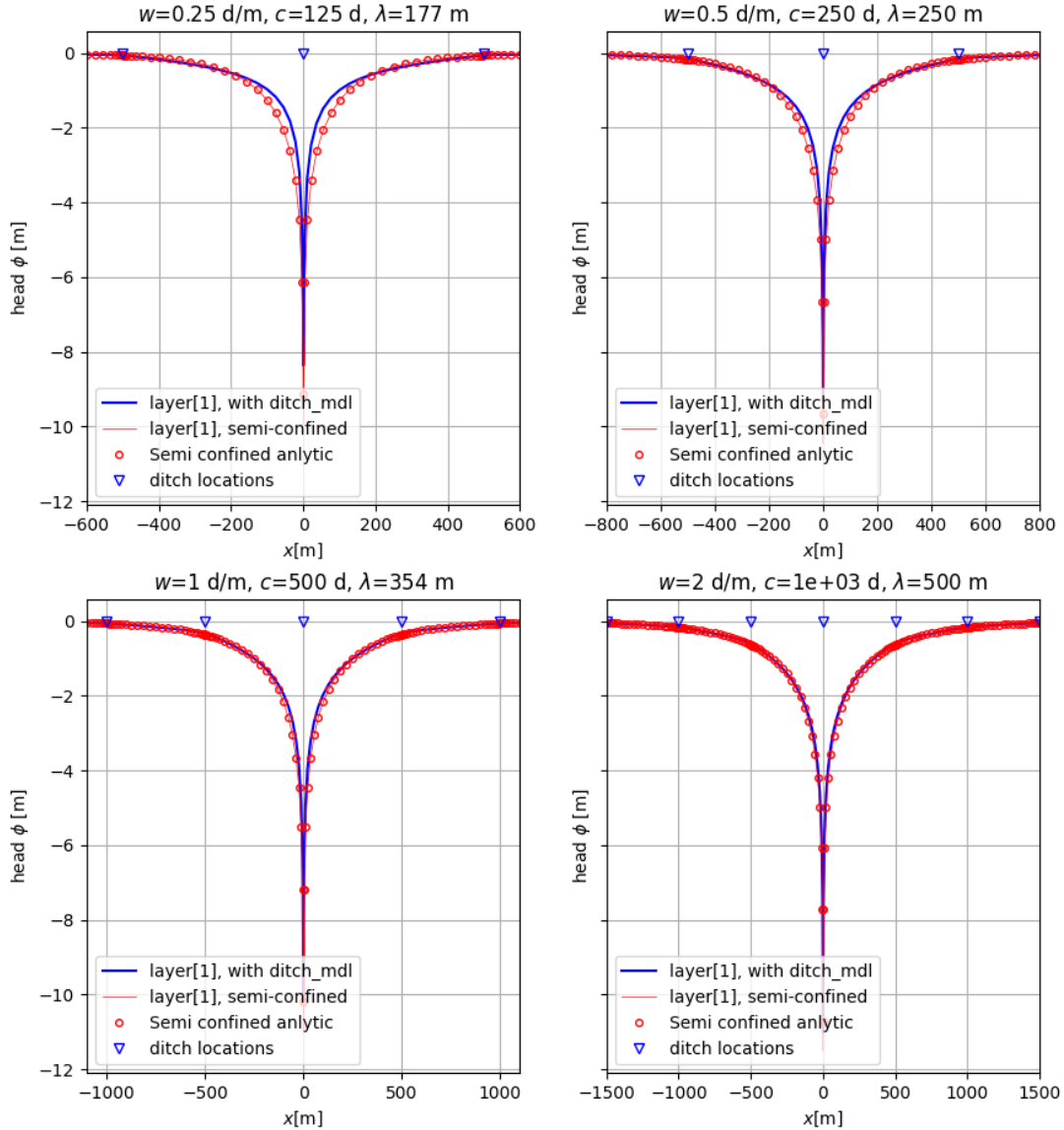
7 Voorbeeld

Fig. 2 toont het resultaat van de berekening. In blauw is de verlaging weergegeven wanneer de voeding van het pakket als gevolg van de onttrekking geheel plaats vindt via sloten met gegeven slootweerstand w $[\text{d}/\text{m}]$. In rood is de verlaging weergegeven wanneer de voeding plaats vindt via een vlakdekkende semi-permeabele toplaag met weerstand c $[\text{d}]$. Met rode cirkels is de analytisch berekende verlaging getekend volgens:

$$\Delta\phi = \frac{Q_w}{2\pi k D} K_0 \left(\frac{r}{\lambda} \right)$$

De sloten lopen loodrecht op de hier getekende doorsnede en liggen 500 m uit elkaar. Net als het geval was bij de resultaten van de verlaging door een verticale oneindig lange lijnonttrekking in de hiervoor uitgewerkte vlakke doorsnede, blijkt dat de uitkomsten verschillen voor $\lambda < L$ voor grotere afstanden is het verschil tussen de uitkomsten volstrekt verwaarloosbaar.

10000 m wide and long 3D twin models each with a single well
Blue: recharge via ditches. Red: recharge via resistance top layer.
 $Q_w = -2400 \text{ m}^3/\text{d}$ at $(x, y) = (1, 0)$, $kD = 250 \text{ m}^2/\text{d}$



Figuur 2: Blauw: Verlaging door een onttrekkingsbron wanneer de voeding van het pakket geheel via afzonderlijke waterlopen plaats vindt (hier 500 m uiteen). Rood: Wanneer de voeding van het watervoerende pakket plaats vindt via een equivalente vlakdekkende equivalente semi-permeabele toplaag.

8 Conclusies

Het lijkt acceptabel om voor de berekening van de verlaging en zijn reikwijdte de sloten te vervangen door een equivalente semi-permeabele toplaag onder voorwaarde dat $\lambda/L > 1$. Voor zeer grote afstanden van de onttrekking is er hoe dan ook weinig verschil tussen de uitkomsten. De afwijkingen concentreren zich rond de

onttrekking. Dit geldt zowel voor de eendimensionale situatie, dat wil zeggen een verticale vlakke doorsnede met lijnonttrekking, als in de driedimensionale situatie met een brononttrekking.

Referenties

- [Bruggeman (1999)] Bruggeman G.A. (1999) Analytical Solutions of Geohydrological Problems. Elsevier + RIVM, Developments in Water Science no. 46. ISBN 0 444 81829 4, 959p.
- [Ernst (1962)] Ernst, L.F. (1962) Grondwaterstromingen in de verzadigde zone en hun berekening bij de aanwezigheid van open leidingen. Pudoc, Publ. 67.15, Wageningen. 189pp.
- [Huisman (1972)] Huisman, L. (1972) Groundwater Recovery. MacMillan, SBN 333 09870 6. Pitman Press, Bath. 336p.
- [Kruseman en De Ridder (1994)] Kruseman, G.P. and N.A. de Ridder (1994) Analysis and Evaluation of Pumping Test Data. ISBN 90 70754207. ILRI publication 47. 376.