Gebruik van formules voor semi-spanningswater voor het berekenen van de invloed van onttrekkingen in een freatisch pakket

T.N.Olsthoorn

20-01-2026

Inhoudsopgave

1 Inleiding

Onttrekking aan een freatisch pakket veroorzaakt verlagingen die doorwerken tot de randvoorwaarden, zoals open water aan verdere verbreiding een halt toeroepen. De verbreiding van de invloed van een onttrekking heeft niets te maken met het neerslagoverschot maar alles met genoemde randvoorwaarden. Het open water, mits permanent watervoerend, biedt een (praktisch) constante waterpeil als randvoorwaarde. Tussen sloot en regionaal grondwater zitten echter de slootweerstand die mede de verlaging als gevolg van de onttrekking bepaalt. Deze weerstand is vooral de radiale weerstand die wordt bepaald door de contractie van stroomlijnen nabij de sloot. Deze weerstand kan worden vermeerderd met de slootbodemweerstand. Een eventuele verticale weerstand in bij de radiale weerstand inbegrepen. De radiale weerstand hang wel af van de verticale anisotropie.

Het feit dat de stijghoogte aan de basis van het D dikke freatische watervoerend pakket $ND/(2k_v)$ lager is dan aan de top, behalve in de directe nabijheid van afvoerende sloten is het gevolg van het neerslagoverschot N dat een verticale component veroorzaakt in de aquifer, maar dat staat geheel los van de verlaging die wordt veroorzaakt door een onttrekking.. Alleen afstanden minder dan $1.5D$ van het open water wordt dit beeld verstoord door de daar optredende contractie van de stroomlijnen.

Het berekenen van de verlaging is door de vaak in complexe configuraties voorkomend oppervlaktewater in reële situaties lastig in die zin, dat de beschikbare analytische formules voor het berekenen van de verlaging van de grondwaterstand al dat oppervlaktewater niet goed in rekening kan brengen. Een numeriek model kan dat wel, maar is ongeschikt voor eenvoudige vragen over het invloedsgebied van een voorgestelde onttrekking, Voortoets op de website van de ABN van de Vlaamse Overheid snel een geautomatiseerd antwoord moet vinden. Vandaar dat wordt gezocht naar een eenvoudiger alternatief.

Een mogelijkheid is om een eenvoudig model te genereren op basis van de laagindeling van het Vlaamse Grondwatersimulator, en daarnaast het lokale oppervlaktewater toe te voegen. Zo'n model kan in ca. 15 seconden worden gegenereerd en doorgerekend.

Een verdere mogelijkheid is om te kiezen voor een analytische berekening die over het grootste deel van Vlaanderen inhoudelijk acceptabel is. Gedacht wordt om hiervoor de grondwaterformules te gebruiken die gelden voor een onttrekking aan semi-gespannen grondwater. Zulke formules, met name die van De Glee of Hantush, gaan uit van de aanwezigheid van een scheidende laag aan de top van het watervoerende pakket ,waarboven een vast peil wordt gehandhaafd. Deze laag ontbreekt in de freatische pakketten waarvoor de Voortoets is bedoeld. Het compromis is dan om uit het aanwezige patroon van open water een „drainageweerstand" af te leiden en deze toe te passen in de grondwaterformules voor semi gespannen water. Een dergelijke aanpak is gebruikelijk in polders met een dicht stelsel van sloten, waarbij het niet doenlijk is om de individuele sloten allemaal apart in rekening te brengen. In de numerieke modellering van zulke gebieden wordt het dichte stelsel sloten vervangen door een vlakdekkende drainageweerstand.

In de Vlaamse situatie is er in de regel een minder dicht slotenstelsel aanwezig, of komt het oppervlaktewater sporadisch voor in de vorm van beken op die vele honderden meters min of meer parallel aan elkaar stromen. Voor zulke situaties is vervangen van oppervlaktewater door een vlakdekkende weerstandslaag niet gebruikelijk, worden de waterlopen wel afzonderlijk in het model aangebracht. De vraag die in deze rapportage voorligt is of ook in zulke gebieden met weinig oppervlaktewater de aanpak middels uniforme drainageweerstand acceptabel is om de invloed van onttrekkingen in freatische pakketten vast te stellen in de Voortoets.

2 Drainageweerstand

De drainageweerstand is per definitie de gebiedsgemiddelde grondwaterstand boven slootpeil $\overline{h} - h_{sl}$, gedeeld door het neerslagoverschot N. Deze gegevens zijn redelijk gemakkelijk te verkrijgen, want gemeten, zodat de drainageweerstand kan worden bepaald. De drainageweerstand is onafhankelijk van het neerslagoverschot. Dit geldt ook voor de onderliggende horizontale een radiale weerstand. Voor de slootbodemweerstand is er doorgaans wel een verschil tussen intrede- en uittredeweerstand ,wat de berekeningen afhankelijk maakt van de vraag of de grondwaterstand zich boven of onder het slootpeil bevindt.

De drainageweerstand is niet wat we nodig hebben voor de berekening van de verlaging en de vervanging van de slootweerstand door die van een equivalente vlakdekkende weerstandslaag. De drainageweerstand maakt het echter wel mogelijk om de slootweerstand te bepalen. De slootweerstand is de som van radiale weerstand en slootbodemweerstand.

De gemiddeld hoogste grondwaterstand midden tussen tussen parallelle waterlopen is

$$h_{max} - h_{sl} = NLw + \frac{NL^2}{8kD}$$

waarin N[md] het gemiddelde neerslagoverschot, L de afstand tussen de waterlopen, kD het doorlaatvermogen van het freatische pakket en w de slootweerstand. NL is de slootafvoer, ervan uitgaande dat de sloot al het neerslagoverschot afvoert binnen zijn intrekgebied. De slootweerstand w [d/m] is dan

$$w = \frac{h_{max} - h_{sl}}{NL} - \frac{L}{8kD}$$

en is dus uit veldgegevens te bepalen mits het doorlaatvermogen kD bekend is. Deze w is de radiale weerstand plus de slootbodemweerstand. Indien we afvoer naar de sloot of beek hebben kan de slootbodemweerstand op nul worden gesteld omdat er maar enkele cm stijghoogte verval nodig zijn om een sliblaag van de boden te drukken. Op deze wijze hebben we dus feitelijk de radiale weerstand bepaald.

De radiale weerstand kan ook langs theoretische weg worden bepaald met bijv. de formule van Huisman (1972, p57). Bij een isotroop medium geldt volgens Huisman dat de extra verlaging $\Delta\phi$ door onttrekking Q aan een open leiding bij benadering gelijk is aan

$$\Delta\phi = \frac{Q}{\pi k} \ln\left(\frac{D}{\pi r}\right) \approx \frac{Q}{\pi k} \ln\left(\frac{D}{\Omega}\right)$$

Met πr de natte omtrek van een sloot met half-circulaire doorsnede en Ω de natte omtrek van een sloot met een gebruikelijke doorsnede. Volgens Huisman geldt aldus

$$w = \frac{1}{\pi k} \ln\left(\frac{D}{\Omega}\right)$$

Bij verticale anistropie, die overal voorkomt moet eerst de doorsnede worden verschaald tot een isotroop medium met uniforme doorlatendheid

$$k = \sqrt{k_x k_z}$$

De breuk onder de logaritme moet hierbij niet worden verschaald omdat het in feite de verhouding betreft van twee radiï en niet van de verticale dikte en een circulaire sloot.

3 Vervanging van sloten door een vlakdekkende weerstandslaag

De weerstand c [d] van de vlakdekkende laag ter vervanging de weerstand w [d/m] van de sloten is niet gelijk aan de drainageweerstand. Hij is namelijk gedefinieerd als de laag die bij een uniforme onttrekking of infiltratie hetzelfde stijghoogteverlies veroorzaakt als dezelfde totale onttrekking veroorzaakt over de slootweerstand. Dus, stel we hebben een uniforme infiltratie gelijk aan het neerslagoverschot N [m/d] dan geeft de weerstandslaag met weerstand c een stijghoogteverlies $\Delta\phi$ van

$$\Delta\phi = \frac{N}{c}$$

En met slootafstand L hebben we

$$\Delta\phi = \frac{NL}{w}$$

En dus

$$c = wL$$

4 Model

We zullen de voorgestelde methode, vervanging van sloten door een vlakdekkende weerstandslaag illustreren aan de hand van een numeriek model (eindige differentie model). Voor het gemak nemen we hiervoor een 1D doorsnede die met 10 km lang genoeg is om geen invloed van de modelranden te hebben. Dit model heeft ruim voldoende cellen in de x-richting om de verlaging in detail te berekenen. In de y-richting bestaat het model uit twee rijen beide 1 m dik. In de eerste rij wordt de situatie met de individuele sloten geïmplementeerd met elk een slootweerstand w en in de tweede rij het model de situatie zonder sloten maar met een uniforme weerstand c. De twee rijen worden volledig van elkaar gescheiden door de doorlatendheid in y-richting oneindig groot te maken. Het model bestaat voorts uit slechts twee lagen (er kunnen altijd willekeurig veel lagen aan worden toegevoegd). De bovenste laag in de eerste rij bevat de sloten. De cellen tussen de sloten zijn ondoorlatend. De tweede laag stelt het watervoerend pakket voor. De eerste laag in de tweede rij doet dienst als weerstandslaag.

Het is zaak om beide modellen volledig consistent met elkaar te maken. Daartoe passen we bovenstaande redenering toe. Voor de weerstandslaag is dat het meest eenvoudig. De verticale weerstand wordt vertaald naar de verticale doorlatendheid van de toplaag. Hierbij moet worden bedacht dat het „water” in het model stroomt van tussen modelcellen met hun centrum als rekenpunt. De verticale stroming vanuit de toplaag is derhalve over de halve dikte van de toplaag en dan door de halve dikte van het watervoerend pakket eronder. Het gaat ons om de stroming door de weerstandslaag. Dus de verticale doorlatendheid in deze weerstandslaag moet voldoen aan

$$N = \Delta\phi \frac{k_z}{0.5\Delta z} = \frac{\Delta\phi}{c}$$

zodat

$$k_z = \frac{\Delta z}{2c}$$

Voor de sloten ligt de zaak iets ingewikkelder. Het blijkt dat de doorlatendheid van de cellen van de sloten behoorlijk hoog moet zijn om de vereiste hoeveelheid water door te laten bij hetzelfde stijghoogteverschil $\Delta\phi$. Hierdoor gaat de stromingsweerstand vanaf de onderzijde van de toplaag met sloot tot het rekenpunt in het midden van her watervoerend een aanzienlijke bijdrage leveren aan de totale weerstand. We zullen deze weerstand dan ook expliciet moeten meenemen.

$$NL = \frac{\Delta\phi}{w}$$

met

$$w = w_1 + w_2 = \frac{1}{k_{z1}}\frac{0.5\Delta z_1}{\Delta x} + \frac{1}{k_{z2}}\frac{0.5\Delta z_2}{\Delta x}$$

Hierin is w_1 de weerstand in de bovenste modellaag en w_2 die in de laag daaronder. Deze weerstand is evenredig met de doorstroomde laagdikte dikte $0.5\Delta z_1$ resp. $0.5\Delta z_2$, omgekeerd evenredig met de celbreedte Δx en omgekeerd evenredig met de verticale doorlatendheid k_{z1} resp. k_{z2}.

We gaan in het model de verticale doorlatendheid van de toplaag met de sloten aanpassen, maar laten die van de laag daaronder, het watervoerende pakket, ongemoeid. Hiermee ligt w_2 du vast, terwijl ook w gegeven was. Dus

$$w_2 = \frac{1}{2k_{z2}}\frac{\Delta z_2}{\Delta x}$$

en

$$w = \frac{1}{2k_{z1}}\frac{\Delta z_1}{\Delta x} + w_2$$

$$k_{z1} = \frac{1}{2\left(w - w_2\right)}\frac{\Delta z_1}{\Delta x}$$

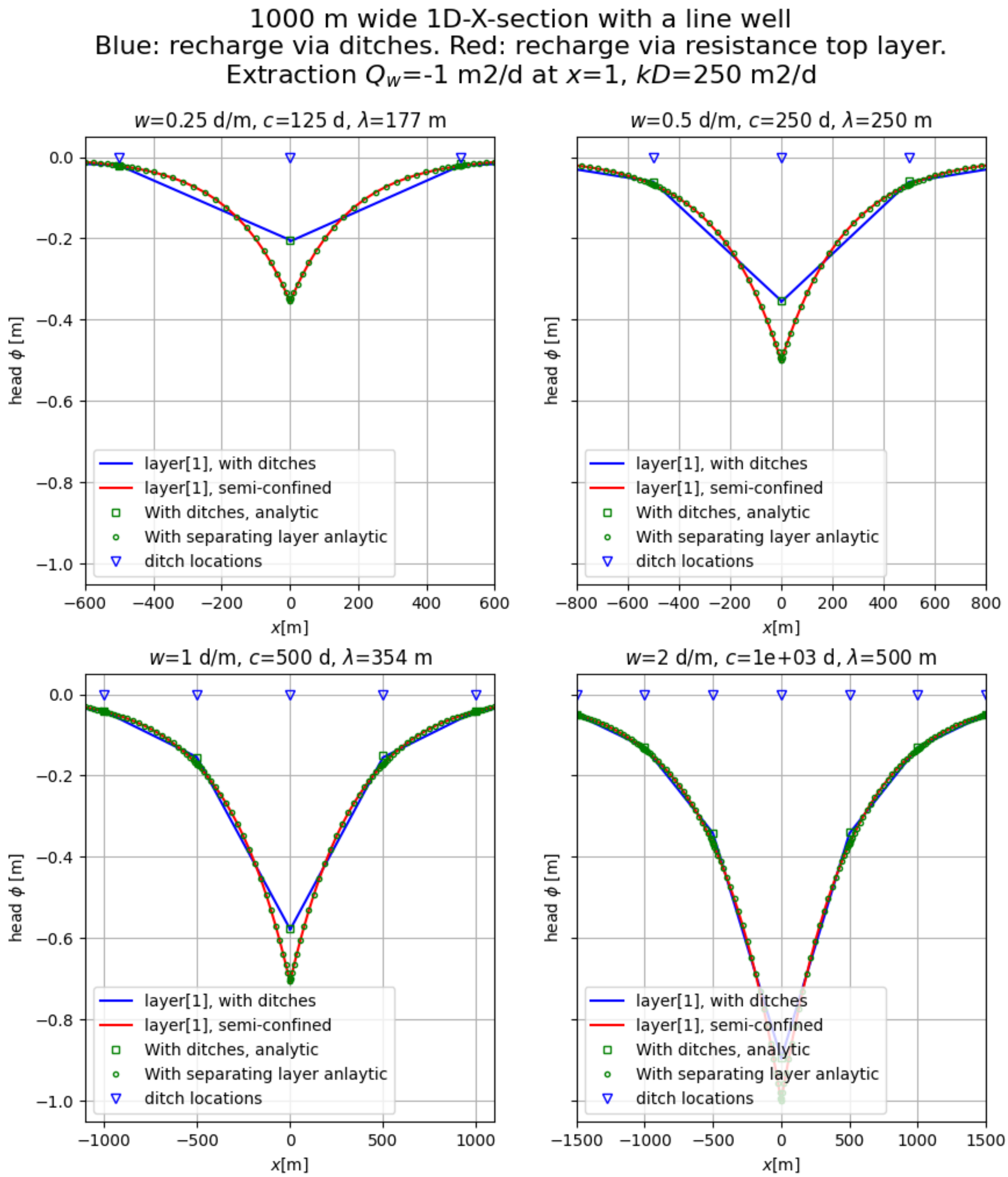
In theorie zou de factor $w - w_2$ gelijk aan nul kunnen worden. We kunnen dit in ons model ondervangen door in dat geval voor $w - w_2$ een kleine waarde te gebruiken. Negatieve waarden zijn ook mogelijk wanneer $w_1 > w$. Dat is het geval wanneer de verticale weerstand over de halve dikte van de tweede modellaag groter is dan slootweerstand. Dit betekent alleen dat we de hoeveelheid water NL niet in de sloot kwijt kunnen bij deze slootafstand. Het model trekt zich hier niets van aan een rekent desnoods gewoon met een negatieve verticale doorlatendheid in de toplaag. Het lijkt verstandig om dit te signaleren en de eigenschappen van de doorsnede fysisch realistisch te maken, want dat is wat een negatieve k_{z1} signaleert.

5 Voorbeeld

Fig. 1 geeft de verlaging berekend met individuele sloten met weerstand w [d/m] en equivalente uniforme drainageweerstand $c = Lw$ [d] (zie de titels in fig. 1voor de gebruikte waarden, inclusief λ). De sloten liggen $L = 500$ m uit elkaar en zijn ook in 1 aangegeven. $kD = 250$ m2/d. Daar $c = Lw$ geeft een kleine slootweerstand ook een kleine drainageweerstand en daarmee een kleine spreidingslengte λ. Omdat de x-as van de plaatjes is beperkt tot -3$\lambda \le x \le 3\lambda$ bij een veel langere reken-as volgens $-5000 \le x \le 5000$ tonen de verschillende plaatjes in fig.1 een meer of minder ingezoomd deel van de x-as.

De figuur laat zien dat met name bij kleine λ, in concreto $\lambda < L$ er een aanmerkelijk verschil is tussen beide situaties. Hoe kleiner de λ hoe meer de individuele sloten het verlagingsbeeld bepalen. Pas bij λ groter dan zeg L ontlopen de rekenwijzen elkaar nauwelijks meer.

In dit ééndimensionale voorbeeld is het stijghoogteverloop tussen de individuele sloten lineair, wat goed in de figuren tot uiting komt. De verlaging nabij de onttrekking is dan ook een stuk kleiner dan in de berekening met een uniforme drainageweerstand.



Figuur 1: Verlaging in eendimensionale doorsnede. Blauw de oplossing met voeding via individuele waterlopen met intree/uittreeweerstand w [d/m]. Rood de equivalente oplossing waarin de waterlopen zijn vervangen door een uniforme drainageweerstand c [d] De x-as van de plaatjes is begrensd tussen $-3\lambda < x < 3\lambda$, maar de reken-x-as is $-5000 < x < 5000$.

Behalve de numeriek berekende verlaging is in de figuren ook de analytisch berekende verlaging opgenomen en met markers aangegeven. Die van de doorsnede met sloten is van de ene sloot naar de andere gerekend met het constante debiet ertussen uit het numerieke model

$$\phi_i = \phi_{i-1} - \frac{Q_x}{kD}(x_i - x_{i-1})$$

De analytische verlaging in de doorsnede met weerstandbiedende toplaag is

$$\phi_{x_w} - \phi_x = -\frac{\lambda}{kD}\frac{Q}{2}e^{-|x-x_w|/\lambda}$$

De figuren laten zien dat de numerieke en analytische resultaten nauwkeurig met elkaar overeenkomen.

6 Discussie

Wanneer de slootafstand groter is dan de spreidingslengte van de equivalente vlakdekkende toplaag komen de uitkomsten van beide rekenmethoden goed met elkaar overeen. Daaronder wordt toepassing problematisch naarmate de verhouding λ/L meer onder de 1 uitkomt.

$$\lambda = \sqrt{kDc} = \sqrt{kDwL}$$

$$\frac{\lambda}{L} = \sqrt{kD\frac{w}{L}}$$

Dus voor de gegevens in de figuur met waarden

$$w = [0.25,\ 0.5,\ 1,\ 2]\ [\mathrm{d/m}]$$

$$\frac{\lambda}{L} = [0.35,\ 0.5,\ 0.71,\ 1]$$

7 Conclusies

Het lijkt acceptabel om voor de berekening van de verlaging en zijn reikwijdte de sloten te vervangen door een equivalente semi-permeabele toplaag onder voorwaarde dat $\lambda/L > 1$. Voor zeer grote afstanden is er hoe dan ook weinig verschil tussen de uitkomsten. De afwijkingen concentreren zich rond de onttrekking.