The Radius of Influence Myth

Andy Louwyck, Alexander Vandenbohede, Dirk Libbrecht, Marc van Camp and Kristine Walraevens

3 april 2025

Water (2022), 14, 149. https://doi.org/10.3390/w14020149, https://www.mdpi.com/journal/water, 27pp

Comments by: T.N.Olsthoorn

3 April 2025

Het artikel bespreekt een aantal varianten van wat bekend staat als invloedsstraal. De verschillende vormen zijn opgenomen op blz. 15 van het artikel. Het zijn de bekende waarden, $R \approx 3...4\lambda$ voor semi-spanningswater en $R \approx \sqrt{\frac{2.25kDt}{S}}$ voor de Theis en natuurlijk de gebiedsradius R bij Dupuit of Thiem. Voor Hantush worden beide aangehouden, de niet-stationaire voor kleine tijd en de stationaire voor grote tijd. Er is blijkbaar een overgangstijd $0.01\,Sc < t < 10\,Sc$ waarin er geen duidelijke keus is te maken tussen beide. Ernst gaat uit van een vochtig gebied waarin intensieve drainage het neerslagoverschot afvoert en waarin de afvoerfunctie van het oppervlaktewater kan worden samengevat in een drainageweerstand die gelijk is aan $c_{dr} = c_{top} = \frac{\phi - h_{top}}{N}$ met ϕ de gemiddelde grondwaterstand, h_{top} het drainageniveau, namelijk het gemiddelde slootpeil en N het neerslagoverschot. Bij onttrekking ontstaat een binnengebied waar de grondwaterstand onder het drainageniveau zakt en de sloten dus niet meer afvoeren. In dit binnengebied komt het volledige neerslagoverschot ten goede aan het grondwater. Tegelijkertijd ontstaat er een buitengebied waarbinnen de sloten nog een deel van het neerslagoverschot afvoeren. De voedig van het grondwater is daar gelijk aan de vermindering van de afvoer als gevolg van de verlaging. In het binnengebied geldt de zogenoemde formule van Verruijt (Dupuit + neerslagoverschot) en in het buitengebied die van De Glee voor semi-spanningswater met c_{dr} als weerstand en h_{top} als drainagebasis (slootpeil). Voor het buitengebied geldt een invloedsgrens gelijk aan die voor semi-spanningswater. De andere invloedsstraal die in de tabel op blz. 15 voor Ernst wordt opgegeven, begrijp ik niet, omdat de invloedsstraal bij Ernst altijd in het buitengebied valt, waar dus de invloedsstraal voor semi-spanningswater geldt. De invloedsgrens voor de niet-stationaire situatie van Ernst moet worden afgelezen van figuur 5 in het artikel. Dat lijkt me veel te ingewikkeld voor de praktijk.

De genoemde invloedsstralen zijn geen van alle omringd door mythes en waren dat ook nooit. De mythe gold wellicht alleen voor de invloedsstraal volgens Sichardt. Het is goed dat het artikel die bij het oud vuil heeft gezet en het is te hopen dat die nooit meer verschijnt in grondwaterartikelen en -rapporten.

Voor het doel, het demythificeren van een van de in sommige praktijkdocumenten en websites gebruikte invloedsstraa van Sichardt, is het artikel erg lang en vooral erg complex. Mensen uit de grondwaterpraktijk zullen sich dit hierdoor nauwelijks tot zich gaan nemen. In feite gaat het grootste en zwaarste deel over de afleiding van een niet-stationaire oplossing voor het hiervoor beschreven probleem dat Ernst zich in de zestiger en zeventiger jaren voor ogen stelde, en ook vaak wordt genoemd als het schema van Blom. Daar bestond geen analytische oplossing voor. Tegelijk is de oplossing erg complex en vergt Laplace-transformatie en numerieke terugtransformatie dat weinigen in de praktijk zullen gaan doen. Wellicht nog belangrijker is dat het drainagepeil en de drainageweerstand constant worden gehouden, en juist dat is niet zoals een vrij afwaterend grondwatersysteem reageert op een onttrekking.

Zoals de auteurs al aangeven kan de situatie van Ernst gemakkelijk numeriek worden nagebootst in bijvoorbeeld een eindig-differentie programma als Modflow. Dit kan zowel met de DRN optie als met de RIV optie, zowel stationair als niet-stationair. Voor een goede simulatie van vrije drainage moet het slootpeil echter kunnen meedalen met de grondwaterstand, respectivelijk moet de drainageweerstand toenemen tot oneindig wanneer grondwaterstand en slootpeil dalen tot op of onder de slootbodem. Met Modflow kan ook met een variabele drainageweerstand worden gerekend.

Deel I

Appendix A: Deriving the Transient State Solution of the Ernst Model

Oplossing 18 van het model van Ernst combineert twee oplossingen die aan elkaar geknoopt worden op de afstand $r = r_d$,waar de verlaging $s = Nc$. Voor $r \leq r_d$ geldt de formule van Verruijt (Dupuit/Theim met neerslag N) en voor $r \geq r_d$ geldt de formule van De Glee waarbij voor de weerstand van de afdekkende laag, c_{top} de drainageweerstand moet worden gelezen. De auteurs nemen ook lek van een onderliggend watervoerend pakket mee, maar die wordt bij de latere uitwerking weer weggelaten want compliceert het vinden van r_d. Ook hydrologisch is weglaten zinvol omdat het uitgangspunt dat de stijghoogte in de aangrenzende laag niet verandert meestal niet of nauwelijks opgaat voor een onderliggende watervoerende laag, zeker als diens doorlaatvermogen niet zo groot is.

De hele afleiding is bijzonder knap wiskundig werk. Maar hydrologisch kan worden opgemerkt dat het slootpeil h_{top} en de drainageweerstand c_{top} constant worden gehouden. Dit berekent dat de voeding van het pakket wegvalt zodra de stijghoogte beneden het slootpeil h_{top} zakt. Dit is stikt genomen hydrologisch alleen waar wanneer het slootpeil gelijk is aan de hoogte van de slootbodem. Want het wegvallen van de lek impliceert dat de stijhoogte losraakt van de sloot en dus onder de slootbodem zakt. Waar dat niet het geval is, dus $h_{top} > h_{sb}$ met h_{sb} de hoogte van de slootbodem, zakt ofwel het slootpeil mee met de stijghoogte totdat het de slootbodem bereikt of wordt het peil in de sloten kunstmatig vastgehouden. Maar in dat geval slaat de lek gewoon om in infiltratie. Dus hoe je het nu wendt of keert, het model Ernst/Blom dat de lek laag wegvallen zodra de stijghoogte onder het slootpeil zakt, is kunstmatig en komt in de praktijk niet voor. Voor een reëler simulatie van gebieden met vrije drainage is het noodzakelijk om het slootpeil te laten meedalen met de stijghoogte. Dit aspect wordt in het artikel, ondanks al zijn complexe wiskunde, niet meegenomen, wat ook een gevolg kan hebben voor wat voor invloedsstraal in de praktijk moet worden aangehouden. Voor een reële beschouwing van de situatie die Ernst beschouwt wordt een grondwaterstandafvoerrelatie te worden meegenomen die tot uitdrukking brengt dat de drainageweerstand vanaf de slootbodem toeneemt met de slootdiepte.

Het blijft overigens bijzonder elegant om te zien hoe de bekende stationaire en niet-stationaire grondwaterformules van De Glee, Theis en Hantush als bijzondere gevallen uit de afleiding rollen en hoe ze dus onderling zowel wiskundig als hydrologisch samenhangen. Het artikel is wiskundig zo knap, dat er maar weinig hydrologen zullen zijn die de afleidingen helemaal kunnen volgen en verifiëren.

Deel II

Appendix B: Finding the maximum radius of influence

De Glee en Theis worden beide wiskundig als volgt uitgedrukt

$$s = \frac{Q}{T} f\left(\frac{r^2}{T}\Pi_i P_i\right)$$

Met s [L] de verlaging, Q [L^3/T] de onttrekking en T [L^2/T] het doorlaatvermogen, r [L] de afstand van het hart van de bron, en P_i [???] een onafhankelijke of hydraulische parameter.

De dimensie van het argument van de functie dat dimensieloos moet zijn is onduidelijk. De coefficient heeft dimensie [T] en die van P_i is niet gegeven. Dus hoe moet je die uitdrukking intepreteren? Geen idee.

In het geval van De Glee is $f(...)$ gedefinieerd als $K_0(\sqrt{x})$???

Voor zover ik weet is die functie dan gedefinieert als $K_0(x)$, dus $x = \frac{r}{\lambda}$ en niet als $\sqrt{x} = \sqrt{\frac{r}{\lambda}}$. Dus wat moet ik hiermee?

In het geval van Theis is f de Theis well functie W.

Dat zal allemaal wel, maar dan nog missen we 2π resp. 4π.

Dan komt de tweede alinea die gaat over de dimensieloze verlaging $s^* = \frac{sr^2}{Q}\Pi_i P_i$ en een dimensieloos doorlaatvermogen $T^* = \frac{T}{r^2}\Pi_i P_i^{-1}$???

Ik moet zeggen dat ik op dit punt al geheel de draad kwijt ben. Bij mij komt dit over als gegoochel dat eindigt ij een aantal uitdrukkingen voor r_{max}, R_{max} en T_{max} zonder dat mij duidelijk is waar dit over gaat. Ik snap al helemaal niet waar een T_{max} vandaan zou moeten komen en hoe een constand doorlaatvermogen een maximum kan hebben.

Wat ik ook niet snap dat je een s_{max} op tijd t kan hebben als deze s_{max} bijvoorbeeld de vaste 5 cm verlaging is waarvan we de radius willen hebben.

De zin „In het geval van de De Glee vergelijking [71, 86](6), $s^*_{max} = 0.0766$ en $T^*_{max} = 0.4148$ komen bij mij over als uit de lucht gegrepen. Ik heb geen idee waar die vandaan komen. Volgens de tekst is de invloedsstraal voor De Glee glijk aan

$$R_{max} = \sqrt{\frac{0.0766Qc}{s_{max}}}$$

Voor R_{inv}bij de Glee verwacht iets van

$$s_{max} = \frac{Q}{2\pi kD} K_0\left(\frac{R}{\lambda}\right) = \frac{Qc}{2\pi}\frac{1}{\lambda^2} K_0\left(\frac{R}{\lambda}\right)$$

Dat we vervolgens omzeten naar iets dat op de formule in het artikel lijkt

$$\frac{\lambda}{\sqrt{K_0\left(\frac{r}{\lambda}\right)}} = \sqrt{\frac{0.0159}{0.0766}}\sqrt{\frac{0.0766}{0.0159}}\sqrt{\frac{0.0159Qc}{s_{max}}}$$
$$\frac{2.19\,\lambda}{\sqrt{K_0\left(\frac{r}{\lambda}\right)}} = \sqrt{\frac{0.0766Qc}{s_{max}}}$$

Zou de linker uitdrukking dan de invloedsstraal zijn???

$$R_{max} = \frac{2.19\lambda}{\sqrt{K_0\left(\frac{r}{\lambda}\right)}} ?????$$

Het zal allemaal wel waar zijn, want ik mag ervan uitgaan de de medeauteurs en de peer reviewers er in alle detail doorheen zijn gegaan, maar ik kan me hier heelaas niets bij voorstellen en houd het bij $R \approx 3\lambda$ of 4λ bij De Glee en $R \approx \sqrt{\frac{2.25kDt}{S}}$ bij Theis. De laatste volgt direct uit de vereenvoudigde formule van Theis door daarin de verlaging gelijk aan nul te stellen en dus het argument van de logarithme gelijk aan 1

$$s \approx \frac{Q}{4\pi kD}\ln\left(\frac{2.25kDt}{r^2S}\right) \rightarrow s = 0 \rightarrow \frac{2.25kDt}{R^2S} = 1 \rightarrow R = \sqrt{\frac{2.25kDt}{S}}$$

En natuurlijk kan je met Theis en De Glee ook uitrekenen wat de R nu precies is waar $s_{max} = 0.05$ m.