

Mathematik II für Wirtschaftswissenschaftler - FS 2016
**Universität
Zürich^{UZH}**

Liebe Prüflinge,

 in dieser Prüfung können maximal **60 Punkte** erzielt werden.

Bei Fragen **ohne vorgegebene Antwortmöglichkeiten muss der Lösungsweg angegeben werden**. Bei Fragen **mit vorgegebenen Antwortmöglichkeiten muss kein Lösungsweg angegeben werden**. Bei letzteren müssen Sie die korrekten Antwortmöglichkeiten durch Ankreuzen auswählen. Markieren Sie bitte Ihre Auswahl in der folgenden Weise: $\bigcirc \otimes \bigcirc$.

Wenn Sie eine Auswahl korrigieren möchten, füllen Sie bitte die fälschlich markierte Antwortmöglichkeit **vollständig** aus, ungefähr so: $\bigcirc \bullet \otimes$. Falls Sie Ihre Auswahl **nochmals korrigieren** möchten, dann füllen Sie **alle markierten Antwortmöglichkeiten der Frage vollständig aus und kennzeichnen Ihre neue Auswahl durch Pfeile auf die jeweiligen Kreise/Quadrate**.

Bei Aufgaben, die aus Fragen des Typs '**Richtig oder Falsch**' bestehen, gibt es bei jeder Frage nur 2 Antwortoptionen ('richtig' und 'falsch'). Die Antwortmöglichkeiten sind mit Kreisen versehen. In jeder Frage ist genau eine Antwortmöglichkeit korrekt. Sie erhalten **1 Punkt bei korrekter Auswahl, -1 Punkt bei inkorrektter Auswahl und 0 Punkte bei keiner Auswahl**. Die **Gesamtpunktzahl in einer solchen Aufgabe** ergibt sich als **Summe der Punkte der einzelnen Fragen** und ist **nie negativ**.

Bei anderen Aufgaben gibt es drei Fragetypen, die auftreten können; Freitextfragen, Einfachauswahl und/oder Mehrfachauswahl.

- '**Freitextfragen**' erkennen Sie daran, dass keine Antwortmöglichkeiten zur Verfügung stehen. Bei diesen Fragen sollen Sie Ihre Lösung und Ihren **Lösungsweg in den Kasten direkt unter der Frage eintragen**, da auch der Lösungsweg bewertet wird. Die Fünfecke unter den Freitextfragen werden nur von der Korrektorin bzw. dem Korrektor ausgefüllt; **wenn Sie ein Fünfeck selbst markieren, erhalten Sie für die betreffende Frage 0 Punkte**.
- Bei Fragen des Typs '**Einfachauswahl**' ist **genau eine Antwort korrekt**. Sie erkennen diese Fragen daran, dass die Antwortmöglichkeiten mit Kreisen versehen sind. Sie erhalten **volle Punktzahl bei korrekter Auswahl und 0 Punkte bei inkorrektter Auswahl** oder keiner Auswahl.
- Bei Fragen des Typs '**Mehrfachauswahl**' ist eine beliebige, Ihnen unbekannte Anzahl $d \geq 1$ der Antwortmöglichkeiten korrekt. Sie erkennen diese Fragen daran, dass die Antwortmöglichkeiten mit Quadraten versehen sind. Sind bei einer solchen Frage k Punkte zu erreichen, so erhalten Sie für **jedes korrekte Kreuz k/d Punkte** und für **jedes inkorrekte Kreuz -1 Punkt**. Die **erreichte Punktzahl** bei einer solchen Frage ist dabei **nie negativ**.

Platz für Nebenrechnungen gibt es am **Ende jeder Seite**, auf der **Rückseite dieses Deckblatts** und auf **den letzten zwei Seiten** der Klausur. Antworten in diesem Bereich werden **nicht bewertet**. Die Antworten der Freitextfragen sind in die dafür vorgesehenen Kästen einzutragen.



Mathematik II für Wirtschaftswissenschaftler - FS 2016

Platz für Nebenrechnungen

Aufgabe 1.1 - Einfachauswahl (3 Punkte)

Gegeben sei die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = x^2 \cos(x)$.

Welche der folgenden Funktionen ist eine Stammfunktion von f ?

- | | |
|--|--|
| <input type="radio"/> $x^2 \sin(x) - 2x \sin(x) + 2 \cos(x)$ | <input type="radio"/> $x^2 \sin(x) + 2x \cos(x) - 2 \sin(x)$ |
| <input type="radio"/> $\frac{1}{2} x^2 \sin(x) - 2x \cos(x) + 2 \sin(x)$ | <input type="radio"/> $\frac{1}{2} x^2 \sin(x) - 2x \sin(x) + 2 \cos(x)$ |
| <input type="radio"/> $\frac{1}{2} x^2 \cos(x) + 2x \sin(x) - 2 \cos(x)$ | <input type="radio"/> $x^2 \cos(x) - 2x \cos(x) + 2 \sin(x)$ |
| <input type="radio"/> $2x^2 \cos(x) + 2x \sin(x) - 2 \cos(x)$ | <input type="radio"/> Keine davon. |

Platz für Nebenrechnungen

Aufgabe 1.2 - Einfachauswahl (3 Punkte)

| | |
|---|---|
| Sei $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine überall stetig differenzierbare Funktion und f' die Ableitung von f . | |
| Bestimmen Sie $\int f'(x) (1 + 2f(x)) dx.$ | <input type="radio"/> $f^2(x) + 2f(x) + c$ <input type="radio"/> $f(x) (1 + f(x)) + c$ <input type="radio"/> $f^2(x) + 1 + c$ <input type="radio"/> $\frac{1}{2}f^2(x) + f(x) + c$ <input type="radio"/> $f(x) (1 + 2f(x)) + c$ <input type="radio"/> $(1 + 2f(x))^2 + c$ <input type="radio"/> $2f(x) (1 + 2f(x)) + c$ <input type="radio"/> Keine davon. |

Platz für Nebenrechnungen

Aufgabe 1.3 - Einfachauswahl (9 Punkte)

| | |
|--|--|
| <p>a) Was ist der Wert des Integrals</p> $\int_{-1}^1 \int_0^1 x(x+2y) dy dx?$ | <p> <input type="radio"/> $-\frac{2}{3}$ <input type="radio"/> $-\frac{1}{2}$ <input type="radio"/> $-\frac{1}{3}$ <input type="radio"/> 0 <input type="radio"/> $\frac{1}{3}$ <input type="radio"/> $\frac{1}{2}$ <input type="radio"/> $\frac{2}{3}$ <input type="radio"/> Keiner davon. </p> |
| <p>b) Was ist der Wert des Integrals</p> $\int_{-1}^1 \sin(x) \sin(x) dx?$ | <p> <input type="radio"/> $-\pi$ <input type="radio"/> $-\frac{\pi}{2}$ <input type="radio"/> $-\frac{\pi}{3}$ <input type="radio"/> 0 <input type="radio"/> $\frac{\pi}{3}$ <input type="radio"/> π <input type="radio"/> 2π <input type="radio"/> Keiner davon. </p> |
| <p>c) Was ist der Wert des Integrals</p> $\int_{-\infty}^1 \exp(1 - x) dx ?$ | <p> <input type="radio"/> 1 <input type="radio"/> e <input type="radio"/> $2e - 1$ <input type="radio"/> $e^2 - 1$ <input type="radio"/> e^2 <input type="radio"/> $2e^2 - 1$ <input type="radio"/> Existiert nicht. <input type="radio"/> Keiner davon. </p> |

Platz für Nebenrechnungen

Aufgabe 1.4 - Freitext (2 Punkte)

Sei $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$.

Bestimmen Sie $\int_0^1 f(x) dx$.

Erreichte Punktzahl:

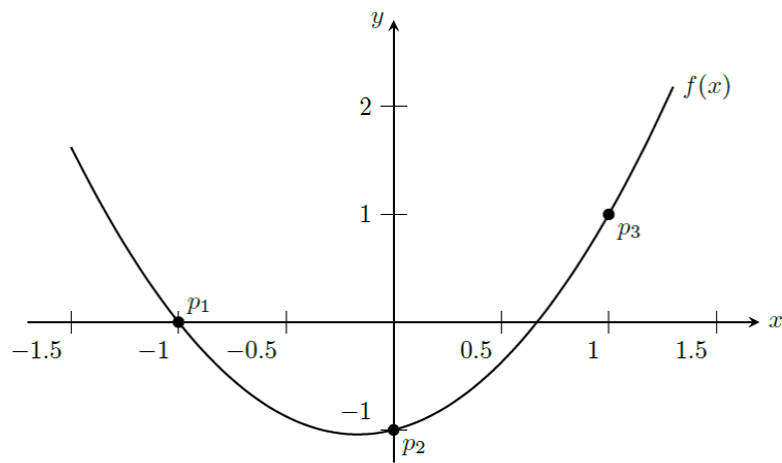
☐ 0 ☐ 1 ☐ 2

Platz für Nebenrechnungen

Aufgabe 2.1 - Freitext (6 Punkte)

Gegeben ist eine Parabel $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$ mit $a_0, a_1, a_2 \in \mathbb{R}$.

Gesucht sind die Koeffizienten (a_0, a_1, a_2) so, dass die Parabel durch die Punkte $p_1 = (-1, 0)$, $p_2 = (0, -1)$ und $p_3 = (1, 1)$ geht.



a) Geben Sie das zu lösende lineare Gleichungssystem an.

Erreichte Punktzahl:

◻ 0 ◻ 1 ◻ 2 ◻ 3

b) Lösen Sie das System aus Teilaufgabe a)

Erreichte Punktzahl:

⬡ 0 ⬡ 1 ⬡ 2 ⬡ 3

Platz für Nebenrechnungen

Aufgabe 2.2 - Mehrfachauswahl (8 Punkte)

Gegeben ist das inhomogene LGS

$$2x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 4$$

$$x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 6$$

$$x_2 + ux_3 - ux_4 = 2v$$

mit $u, v \in \mathbb{R}$ und Lösungsmenge \mathbb{L} .

a) Für welche der folgenden Werte von (u, v) gilt $\mathbb{L} = \{ \}$?

☐ $(-2, -3)$ ☐ $(-2, 3)$ ☐ $(-2, -2)$ ☐ $(2, 2)$

☐ $(2, -3)$ ☐ $(2, 3)$ ☐ $(0, 0)$ ☐ $(3, 3)$

b) Für welche der folgenden Werte von (u, v) gilt $\dim(\mathbb{L}) = 1$?

☐ $(-2, -3)$ ☐ $(-2, 3)$ ☐ $(-2, -2)$ ☐ $(2, 2)$

☐ $(2, -3)$ ☐ $(2, 3)$ ☐ $(0, 0)$ ☐ $(3, 3)$

Platz für Nebenrechnungen

Aufgabe 3.1 - Richtig oder Falsch? (5 Punkte)

Gegeben sind die beiden linearen Unterräume $L = \{ (x_1, x_2, x_3)^T \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 + 3x_2 = 0, x_3 = 0 \}$ und $M = \{ (x_1, x_2, x_3)^T \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 + 3x_2 = 0 \}$.

Entscheiden Sie ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind.

| | |
|--|--|
| a) $\left\{ \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$ ist ein Erzeugendensystem von L . | <input type="radio"/> richtig <input type="radio"/> falsch |
| b) $\left\{ \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$ ist eine Basis von L . | <input type="radio"/> richtig <input type="radio"/> falsch |
| c) Sei V ein beliebiges Erzeugendensystem von L . Dann ist V auch eine Basis von L . | <input type="radio"/> richtig <input type="radio"/> falsch |
| d) $\left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$ ist eine Basis von M . | <input type="radio"/> richtig <input type="radio"/> falsch |
| e) $\left\{ \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix} \right\}$ ist ein Erzeugendensystem von M . | <input type="radio"/> richtig <input type="radio"/> falsch |

Platz für Nebenrechnungen

Aufgabe 3.2 - Mehrfachauswahl (4 Punkte)

Gegeben sei der lineare Unterraum

$$U = \text{lin} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix} \right\} \text{ des } \mathbb{R}^3.$$

Welche der folgenden Mengen von Vektoren stellen eine Basis von U dar?

$$\square \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix} \right\} \quad \square \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\square \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \right\} \quad \square \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\square \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \quad \square \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\square \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix} \right\} \quad \square \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \right\}$$

Platz für Nebenrechnungen

Aufgabe 3.3 - Freitext (3 Punkte)

Gegeben seien die quadratische, symmetrische Matrix

$$M = \begin{pmatrix} -1 & b \\ b & 3 \end{pmatrix} \text{ der Ordnung } 2 \text{ und } b \in \mathbb{R}.$$

Bestimmen Sie die beiden Eigenwerte λ_1 und λ_2 der Matrix M in Abhängigkeit von b .

Erreichte Punktzahl:

☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3

Platz für Nebenrechnungen

Aufgabe 3.4 - Einfachauswahl (3 Punkte)

Weiterhin gegeben seien die quadratische, symmetrische Matrix

$$M = \begin{pmatrix} -1 & b \\ b & 3 \end{pmatrix} \text{ der Ordnung } 2 \text{ und } b \in \mathbb{R}.$$

Für welchen Wert von b sind die beiden Eigenwerte von M , λ_1 und λ_2 , positiv?

- | | | | |
|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|-------------------------------------|
| <input type="radio"/> $b < -4$ | <input type="radio"/> $b < -3$ | <input type="radio"/> $b < -2$ | <input type="radio"/> $b = 0$ |
| <input type="radio"/> $b > 2$ | <input type="radio"/> $b > 3$ | <input type="radio"/> $b > 4$ | <input type="radio"/> Keinen davon. |

Platz für Nebenrechnungen

Aufgabe 4.1 - Richtig oder Falsch? (5 Punkte)

Gegeben sind die quadratischen Matrizen $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ der Ordnung 3, sowie die

quadratische Matrix $C = A + B$ der Ordnung 3.

Entscheiden Sie ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind.

| | | |
|--|-------------------------------|------------------------------|
| a) A besitzt eine Inverse. | <input type="radio"/> richtig | <input type="radio"/> falsch |
| b) B besitzt eine Inverse. | <input type="radio"/> richtig | <input type="radio"/> falsch |
| c) C besitzt eine Inverse. | <input type="radio"/> richtig | <input type="radio"/> falsch |
| d) $A \cdot B$ ist eine quadratische Matrix der Ordnung 3. | <input type="radio"/> richtig | <input type="radio"/> falsch |
| e) $A \cdot B$ ist eine symmetrische (3×3) -Matrix. | <input type="radio"/> richtig | <input type="radio"/> falsch |

Platz für Nebenrechnungen

Aufgabe 4.2 - Einfachauswahl (4 Punkte)

Weiterhin gegeben sind die quadratischen Matrizen $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ der Ordnung 3.

a) Was ist der Wert von $\det(A)$?

☐ -2

☐ -1

☐ 0

☐ 2

☐ 4

☐ 7

☐ 8

☐ Keiner davon.

b) Was ist der Wert von $\det(B)$?

☐ -2

☐ -1

☐ 0

☐ 2

☐ 4

☐ 7

☐ 8

☐ Keiner davon.

Platz für Nebenrechnungen

Aufgabe 4.3 - Richtig oder Falsch? (5 Punkte)

Gegeben sind die Matrizen

$$C = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad D = \begin{pmatrix} a & b & c & 1 \\ d & e & f & 2 \\ g & h & i & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad a, b, c, d, e, f, g, h, i \in \mathbb{R}$$

und es sei $\det(C) = 2$.

Entscheiden Sie ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind.

| | | |
|--|-------------------------------|------------------------------|
| a) C ist invertierbar. | <input type="radio"/> richtig | <input type="radio"/> falsch |
| b) $\text{rang}(C) = \text{rang}(D)$. | <input type="radio"/> richtig | <input type="radio"/> falsch |
| c) $\text{rang}(D) = 4$. | <input type="radio"/> richtig | <input type="radio"/> falsch |
| d) $\det(D) = 2\det(C)$. | <input type="radio"/> richtig | <input type="radio"/> falsch |
| e) D ist eine reguläre Matrix. | <input type="radio"/> richtig | <input type="radio"/> falsch |

Platz für Nebenrechnungen

Platz für Nebenrechnungen

Platz für Nebenrechnungen