Modélisation des dégâts de la chénille légionnaire d'automne, *Spodoptera frugiperda* (J. E. Smith, 1797) *(Lepidoptera: Noctuidae)* sur le rendement du maïs au Bénin

Une brève présentation

Olivier Mahumawon ADJAGBA[1]

[1]Ecole Nationale Supérieure de Génie Mathématiques et Modélisation

GTI, 2021

Sommaire

Sommaire

Sommaire

Etat de l'art

1. Plusieurs modèles on été utilisés pour modéliser les interactions entre plantes et insectes.
2. Les interactions sont parfois positives ou négatives ou sans effet
3. (DAUDI et al. 2021) a utilisé une équation différentielle ordinaire pour explorer les conséquences de l'infestation de la chénille légionnaire d'automne (CLA) dans un champ de maïs avec un nombre initial de graines à $t = 0$.
    1. Structure par étape au niveau des deux populations
    2. Deux sous-modèles associés à deux périodes I et II ont été utilisés supposée se dérouler sur une période de temps $[0, T]$:
        1. Période I : période végétative de $[0, t_1]$;
        2. Période II : période reproductive de $[t_1, T]$.

Etat de l'art

Variables d'état du modèle

Tableau – Description des variables d'état du modèle utilisées dans le modèle

Variables	Description
$x_1(t)$	Densité de la Population des plantes de maïs grandissant dans la phase végétative à tout instant t
$x_2(t)$	Densité de la Population des plantes de maïs grandissant dans la phase de reproduction à tout instant t
$w(t)$	densité de la Population des œuf posés à tout instant t
$y(t)$	densité de la Population des chenilles à tout instant t
$z(t)$	de densité de la Population des mites adultes à tout instant t

Etat de l'art

Paramètres du modèle

Tableau – Descriptions des paramètres utilisés dans le modèle

Param.	**Description**
α	Le taux auquel les chenilles attaquent $x_1(t)$
η	Le taux auquel les chenilles attaquent $x_2(2)$
ρ	Taux de fertilité des papillons adultes
k	Nombre maximum de plantes de maïs dans le champ à $t = 0$
δ	Le taux auquel les chenilles se développent en papillon adulte
γ	Le taux auquel les œufs éclosent en chenilles
μ_w	Taux de mort des œufs
μ_y	Le taux de mortalité des chenilles
μ_z	Le taux de mortalité des adultes
λ	Le taux auquel le maïs meurt dû à une attaque de chenille

La formulation de ce modèle est soutenue par les hypothèses suivantes :

1. Le semis de maïs se fait à $t = 0$; par conséquent, le taux de développement de chaque plante de maïs du stade de semisau stade reproducteur est le même et continue.
2. À $t = 0$, $x_1(0) = k$.
3. Supposons que la seule source de nourriture pour la chenille est le maïs, de sorte qu'en son absence, la chenille s'éteint.
4. Le nombre de plantes de maïs dans un champ ne peut pas dépasser $k \; \forall \; t \geq 0$.

Etat de l'art

Le modèle en cas de non immigration

Stade Végétative ($0 \leq t \leq t_1$)

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = -\alpha x_1 y - \lambda x_1 \\ \frac{dy}{dt} = e_1 \alpha x_1 y + \gamma w - \delta y - \mu_y y \\ \frac{dz}{dt} = \delta y - \mu_z z \\ \frac{dw}{dt} = \rho z - \gamma w - \mu_w w \end{cases} \tag{1}$$

avec les conditions initiales suivantes :

$$\begin{cases} x_1(0) = k \\ x_2(0) = 0 \\ y(0) \geq 0 \\ z(0) \geq 0 \\ w(0) \geq 0 \end{cases}$$

Etat de l'art

Le modèle en cas de non immigration

Stade reproductive $(t_1 \leq t \leq T)$

$$\begin{cases} \frac{dx_2}{dt} = -\eta x_2 y - \lambda x_1 \\ \frac{dy}{dt} = e_2 \eta x_2 y + \gamma w - \delta y - \mu_y y \\ \frac{dz}{dt} = \delta y - \mu_z z \\ \frac{dw}{dt} = \rho z - \gamma w - \mu_w w \end{cases} \tag{2}$$

Les conditions initiales de ce système sont données par la solution du système 1 à $t = t_1$.

Forme matricielle

On peut écrire chacun de ces systèmes sous forme matricielle comme suit :

$$\frac{dX}{dt} = A(X)X + F \quad \text{pour le système 1} \tag{3}$$

avec

$$X = [x_1, y, z, w]^T$$
$$F = [0, 0, 0, 0]^T$$
$$A(X) = \begin{bmatrix} -(\alpha y + \lambda) & 0 & 0 & 0 \\ e_1 \alpha y & -(\delta + \mu_y) & 0 & \gamma \\ 0 & \delta & -\mu_z & 0 \\ 0 & 0 & -\rho & -(\gamma + \mu_w) \end{bmatrix}$$

Etat de l'art

Le modèle en cas de non immigration

Forme matricielle

On peut écrire chacun de ces systèmes sous forme matricielle comme suit :

$$\frac{dY}{dt} = B(Y)Y + G \quad \text{pour le système 2} \tag{4}$$

avec

$$Y = [x_2, y, z, w]^T$$

$$G = [0, 0, 0, 0]^T$$

$$B(Y) = \begin{bmatrix} -(\eta y + \lambda) & 0 & 0 & 0 \\ e_2 \eta y & -(\delta + \mu_y) & 0 & \gamma \\ 0 & \delta & -\mu_z & 0 \\ 0 & 0 & -\rho & -(\gamma + \mu_w) \end{bmatrix}$$

Etat de l'art

Voir le fichier l'article pour voir les courbes de l'évolution de la population du maïs et celle du ravageur aux divers stades.
Il y a également le cas où il y a immigration et le cas où des mesures de contrôle on été appliquées.

Pourquoi proposer un autre modèle

1. Avec le modèle, nombre de maïs décroit de façon exponentielle même en cas d'absence de ravageurs.
2. Non prise en compte du stade nymphal,
3. Non prise en compte du cannibalisme des jeunes larves.

Etat de l'art

Voir le fichier l'article pour voir les courbes de l'évolution de la population du maïs et celle du ravageur aux divers stades.
Il y a également le cas où il y a immigration et le cas où des mesures de contrôle on été appliquées.

Pourquoi proposer un autre modèle

1. Avec le modèle, nombre de maïs décroit de façon exponentielle même en cas d'absence de ravageurs.
2. Non prise en compte du stade nymphal,
3. Non prise en compte du cannibalisme des jeunes larves.

Sommaire

Nous comptons intégrer le premier défaut qui est le défaut majeur relevés sur le modèle.

Spécification du modèle

Nous développons un modèle structuré par étape à la fois sur la population du maïs et celle de la CLA.

Nous considérons trois stades de développement pour le maïs :

1. le stade de semis,
2. le stade végétatif,
3. le stade de reproduction.

Concernant la CLA, nous avons quatre stades de développement :

1. le stade fœutal,
2. le stade larvaire,
3. le stade adulte

Spécification du modèle

Nous développons un modèle structuré par étape à la fois sur la population du maïs et celle de la CLA.

Nous considérons trois stades de développement pour le maïs :

1. le stade de semis,
2. le stade végétatif,
3. le stade de reproduction.

Concernant la CLA, nous avons quatre stades de développement :

1. le stade fœutal,
2. le stade larvaire,
3. le stade adulte

Spécification du modèle

Nous développons un modèle structuré par étape à la fois sur la population du maïs et celle de la CLA.

Nous considérons trois stades de développement pour le maïs :

1. le stade de semis,
2. le stade végétatif,
3. le stade de reproduction.

Concernant la CLA, nous avons quatre stades de développement :

1. le stade fœutal,
2. le stade larvaire,
3. le stade adulte

Variables du modèle

Nous admettons les variables du modèle de DAUDI et al. 2021 sauf que pour notre modèle, λ n'est pas le dégât infligé par les larves aux maïs, mais plutôt le taux de mortalité dû aux aléas climatiques.

Nous ajoutons M qui est capacité limite que la population de maïs peut atteindre en décroissant sous l'effet du des aléas climatiques.

Nous ajoutons également β qui le degré ou le taux de résistance du maïs dans le temps.

Variables du modèle

Nous admettons les variables du modèle de Daudi et al. 2021 sauf que pour notre modèle, λ n'est pas le dégât infligé par les larves aux maïs, mais plutôt le taux de mortalité dû aux aléas climatiques.

Nous ajoutons M qui est capacité limite que la population de maïs peut atteindre en décroissant sous l'effet du des aléas climatiques.

Nous ajoutons également β qui le degré ou le taux de résistance du maïs dans le temps.

Variables du modèle

Tableau – Descriptions des paramètres de notre modèle

Param.	Description
α (resp. η)	Le taux auquel les chenilles attaquent $x_1(t)$ (resp. x_2)
ρ	Taux de fertilité des papillons adultes
k	Nombre maximum de plantes de maïs dans le champ à $t = 0$
M	Nombre minimum de plantes de maïs restant $\forall\ t \geq 0$
δ	Le taux auquel les chenilles se développent en papillon adulte
γ	Le taux auquel les œufs éclosent en chenilles
μ_w	Taux de mort des œufs
μ_y	Le taux de mortalité des chenilles
μ_z	Le taux de mortalité des adultes
λ	Le taux auquel le maïs meurt dû à une attaque de chenille

Hypothèses du modèle

Nous admettons les hypothèses du modèle de Daudi et al. 2021.

Formulation du modèle

Modèle de base

Modèle proie-prédateur

Forme générale

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) - g(\cdot)y \\ \dot{y} = h(\cdot)y - m(\cdot)y \end{cases} \tag{5}$$

Formulation du modèle

Modèle de base

Modèle proie-prédateur

Fonction de croissance $f(x)$

$$f(x) = \begin{cases} rx, & \text{Malthus} \\ rx\left(1 - \frac{x}{K}\right), & \text{Verhulst} \\ rx\ln\left(\frac{x}{K}\right), & \text{Gompertz} \\ rxv\left(1 - \left(\frac{x}{K}\right)^{\frac{1}{v}}\right), & \text{Forme générale des} \\ & \text{fonctions logistiques} \\ rx\left(1 - \frac{x}{K}\right)\left(\frac{x}{K_A} - 1\right), & \text{Croissance avec effet Allee} \\ \ldots \end{cases} \quad (5)$$

Formulation du modèle

Modèle de base

Modèle proie-prédateur

Réponse fonctionnelle $g(\cdot)$

$$g(x) = \begin{cases} ax, & \text{Lotka-Volterra} \\ \begin{cases} ax, & \forall\, x \leq \bar{x} \\ ax, & \forall\, x > \bar{x} \end{cases} & \text{Holling Type I} \\ \dfrac{ax}{dx + c} & \text{Holling Type II} \\ \dfrac{ax^{\nu}}{dx^{\nu} + c} & \text{Holling Type III} \\ 1 - e^{ux}, & \text{Ivlev} \\ \ldots \end{cases} \tag{5}$$

Formulation du modèle

Modèle de base

Modèle proie-prédateur

Réponse fonctionnelle $g(\cdot)$

$$g(x, y) = \begin{cases} \dfrac{ax}{dx + (by + b_0)c}, & \text{Beddington-DeAngelis} \\ \dfrac{ax}{dx + cy}, & \text{Ratio-dependent} \\ \ldots & \end{cases} \tag{5}$$

Formulation du modèle

Modèle de base

Modèle proie-prédateur

Formulation du modèle

Notre modèle

Forme générale

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = (f(x) - g(x)y)e^{\beta t} \\ \frac{dy}{dt} = \gamma w - (e_1 \alpha(t) x + \theta) y - \mu_y y \\ \frac{dvz}{dt} = (e_1 \alpha(t) x + \theta) y - \mu_z z \\ \frac{dw}{dt} = \rho z - \gamma w - \mu_w w \end{cases} \tag{5}$$

Sommaire

Bibliographie

DAUDI, S., L. LUBOOBI, M. KGOSIMORE et D. KUZNETSOV (mars 2021). “Modelling the Control of the Impact of Fall Armyworm (Spodoptera frugiperda) Infestations on Maize Production”. In : *International Journal of Differential Equations* 2021. Sous la dir. de J. YU.