

2021년 10월 10일; \시 2시 ; 8m당 7

1. ' X 정수  $m$ 에 대하여  $m^2 - 2$  소수  $p$  다L 조t D 만족한다.

$pa - m + 2$  D전제수 는 ' X 정수  $a$  존한다.

t 때,  $pb + m + 2$  D전제수 는 ' X 정수  $b$  존함D òì | .

2. 1/4  $ABCX$  x 접D D 점  $P$ 를 ì Ì 선  $AP$  @  $BCX$  P점D  $D$  | 하• .  $\overline{BD} = \overline{CT}$ 를 만족하는 점  $T$ 를 Ì  $BC$  D ì Ì 선  $AT$  @ 1/4  $PDTX$  x 접DX P점D  $G(\neq T)$  | 하• .  
1/4  $APGX$  x 접Dt Ì 선  $AB, AC$  @ 점  $E, F$  D서 만난다. Ì 선  $EF$  @  $GPX$  P점D  $Q$  | 할 때,  $AQ$  @  $BC$  É 행함D òì | .

3. 함수  $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$  다L 조t D 만족한다.

„ X X ' X 실수  $x, y, z$ 에 대하여  $\frac{f(x)f(y)f(z)}{f(z + xyf(z))}$  | 정한 D Ä다.

t 때,  $f$  Ä수함수, D òì | . (단,  $\mathbb{R}^+$ 는 ' X 실수 Ñ함t 다. )

2021년 10월 10일; 월요일; 2시; 80분

4. 실수  $a, b, c, d$ 가  $a + 2b + 3c + 4d = 5$ 를 만족할 때,

$$a^2(2b^2 + 3c^2 + 4d^2)$$

의 최댓값을 구하시오.

5.  $\triangle ABC$ 에서  $D, E, F$ 는  $BC, CA, AB$ 의 중점이고  $\angle BAF = \angle CAD$ 를 만족한다. 선분  $BE$ 와  $CF$ 의 교점  $P$ 에 대하여,  $\angle BPF, \angle CPE$ 의 내심  $I, J$ 에 대하여 선분  $IJ$ 과  $AD$ 의 교점  $Q$ 에서  $\overline{IP} = \overline{JQ}$ 가 성립함을 증명하시오.

6.  $a + b = n - 1$ 을 만족하는 양의 정수  $a, b, n$ 이 주어졌다. 대수학의 기본정리를 이용하여  $n$ 이 홀수일 때,  $a$ 와  $b$ 가 서로소인 경우  $a$ 와  $b$ 의 곱이  $n$ 의 배수임을 증명하시오.