جامعة قاسيون الخاصة

مقرر الدارات الكهربائية ١
Electric Circuits 1

الدكتور المهندس
عمار كنعان

المحاضرة الرابعة

السنة الثانية ـ هندسة

Lecture Topics العناوين الرئيسية للمحاضرة

- ربط المقاومات على التسلسل ومجزئ التوتر

  Series Resistors and Voltage Division

- ربط المقاومات على التفرع ومجزئ التيار

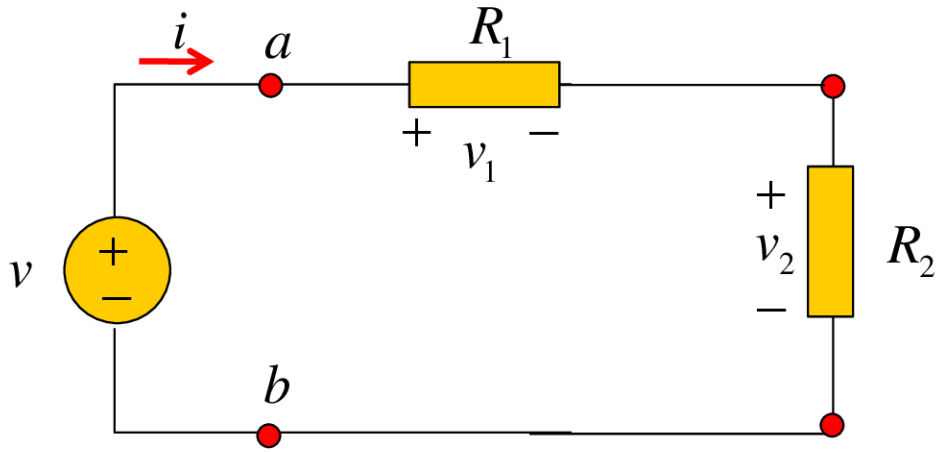
  Parallel Resistors and Current Division

- تطبيقات الوصل نجمي مثلثي **Wye-Delta Applications**

ربط المقاومات على التسلسل ومجزئ التوتر

Series Resistors and Voltage Division

- يتم تسهيل عملية الجمع بين المقاومات عن طريق الجمع بين اثنتين منها في وقت واحد.



بتطبيق قانون أوم على كل مقاومة: $v_1 = iR_1, \quad v_2 = iR_2$

بتطبيق قانون كيرشوف الثاني $-v + v_1 + v_2 = 0$

بحل جملة المعادلات: $v = v_1 + v_2 = i\left(R_1 + R_2\right)$

or: $$i = \frac{v}{\left(R_1 + R_2\right)}$$

ربط المقاومات على التسلسل ومجزئ التوتر

Series Resistors and Voltage Division

$$v = v_1 + v_2 = i\left(R_1 + R_2\right)$$

$$v = iR_{eq}$$

مما يعني أن المقاومتين يمكن استبدالها بمقاومة مكافئة R_{eq} :

$$\mathrm{R}_{eq} = R_1 + R_2$$

المقاومة المكافئة لأي عدد من المقاومات المتصلة على التسلسل هو مجموع هذه المقاومات .

ل N مقاومة موصولة على التسلسل:

$$\mathrm{R}_{eq} = R_1 + R_2 + \ldots\ldots + R_N = \sum_{n=1}^{N} R_n$$

ربط المقاومات على التسلسل ومجزئ التوتر

Series Resistors and Voltage Division

- لتحديد التوتر المطبق على مقاومة في الدارة:

$$v = v_1 + v_2 = i\left(R_1 + R_2\right) \qquad v_1 = iR_1, v_2 = iR_2$$

$$v_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v, \qquad v_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v$$

- أن منبع التوتر v ينقسم بين المقاومات في نسبة مباشرة إلى مقاومتها. وهذا ما يسمى مبدأ تقسيم التوتر، وتسمى الدارة المعنية مجزئ أو مقسم التوتر.

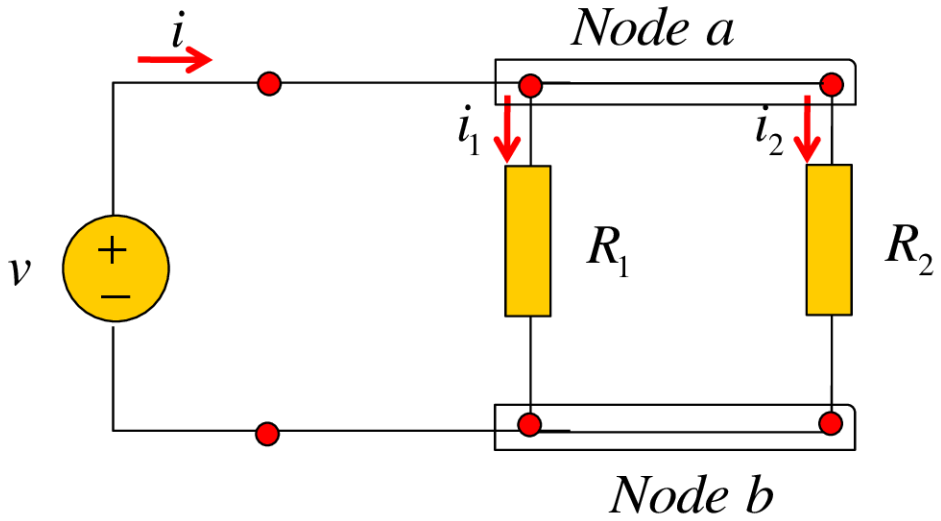
- بشكل عام، إذا كان مقسم التوتر لديه المقاومات (R1,R2,R3,…,Rn) موصولة على التسلسل مع منبع التوتر v ، فإن هبوط التوتر على المقاومة (Rn):

$$v_n = \frac{R_n}{R_1 + R_2 + \ldots\ldots + R_N} v$$

ربط المقاومات على التفرع ومجزئ التيار

Parallel Resistors and Current Division

- وفق الدارة التالية، ترتبط مقاومتين على التفرع .



حسب قانون أوم:

$$i_1 = \frac{v}{R_1}, \quad i_2 = \frac{v}{R_2}$$

$$v = i_1 R_1 = i_2 R_2$$

بتطبيق قانون كيرشوف الأول على العقدة a

$$i = i_1 + i_2$$

$$i = \frac{v}{R_1} + \frac{v}{R_2} = v\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{v}{R_{eq}}$$

ربط المقاومات على التفرع ومجزئ التيار
Parallel Resistors and Current Division

$$\frac{1}{R_{eq}} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \quad \Rightarrow \quad R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

المقاومة المكافئة لمقاومتين مربوطتين على التفرع تساوي جداء المقاومتين مقسوما على مجموعهما.

- يمكننا تعميم هذه النتيجة إلى الحالة العامة لدارة مكونة من N مقاومة مربوطة على التوازي. المقاومة المكافئة هي:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots\ldots + \frac{1}{R_N}$$

- أن قيمة المقاومة المكافئة هو دائماً أصغر من أصغر مقاومة من المقاومات المربوطة على التوازي .

ربط المقاومات على التفرع ومجزئ التيار

Parallel Resistors and Current Division

- الناقلية المكافئة لN مقاومة مربوطة على التفرع:

$$G_{eq} = G_1 + G_2 + \ldots.. + G_N$$

الناقلية المكافئة لمقاومات موصولة على التوازي يساوي مجموع ناقليات هذه المقاومات .

- الناقلية المكافئة لN مقاومة مربوطة على التسلسل:

$$\frac{1}{G_{eq}} = \frac{1}{G_1} + \frac{1}{G_2} + \ldots.. + \frac{1}{G_N}$$

وبالنظر إلى مجموع التيار i الداخل الى العقدة a ، كيف نحصل على i1و i2؟

$$i_1 = \frac{R_2 i}{R_1 + R_2}, \qquad i_2 = \frac{R_1 i}{R_1 + R_2}$$

ربط المقاومات على التفرع ومجزئ التيار

Parallel Resistors and Current Division

- يتم تقاسم التيار الكلي i من قبل المقاومات بنسبة عكسية لمقاومتها. ويعرف هذا بمبدأ مجزئ التيار، وتعرف الدارة المعنية بأنها مقسم تيار. لاحظ أن التيار الأكبر يمر من خلال المقاومة الأصغر.

- يمكن استخدام مجزئ التيار بالاعتماد على ناقليات العناصر.

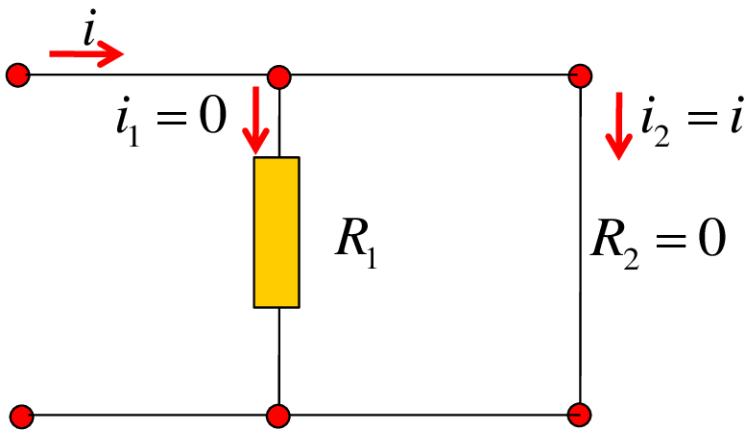
$$i_1 = \frac{G_1}{G_1 + G_2} i, \qquad i_2 = \frac{G_2}{G_1 + G_2} i$$

- إذا كان مجزئ التيار مكون من N ناقل $(G_1, G_2, \ldots, G_N)$ مربوطة على التوازي مع منبع تيار. ان تيار الفرع N يعطى بالعلاقة:

$$i_n = \frac{G_n}{G_1 + G_2 + \ldots + G_N} i$$

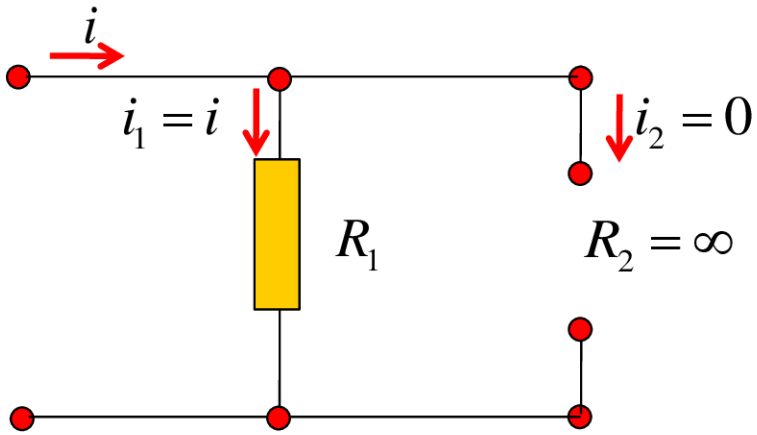
ربط المقاومات على التفرع ومجزئ التيار
Parallel Resistors and Current Division

حالتان خاصتان:



حالة قصر دارة

Short circuit case

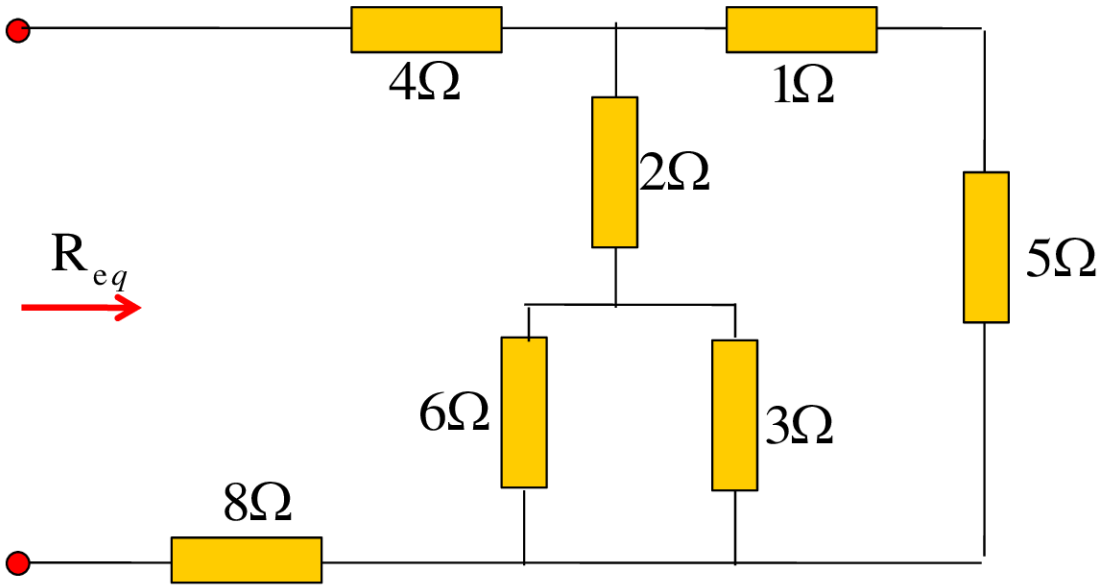


حالة فتح دارة

Open circuit case

Example 2.9

- أوجد المقاومة المكافئة R_{eq} للدارة التالية:



Solution

The resistors 6Ω and 3Ω are in parallel:

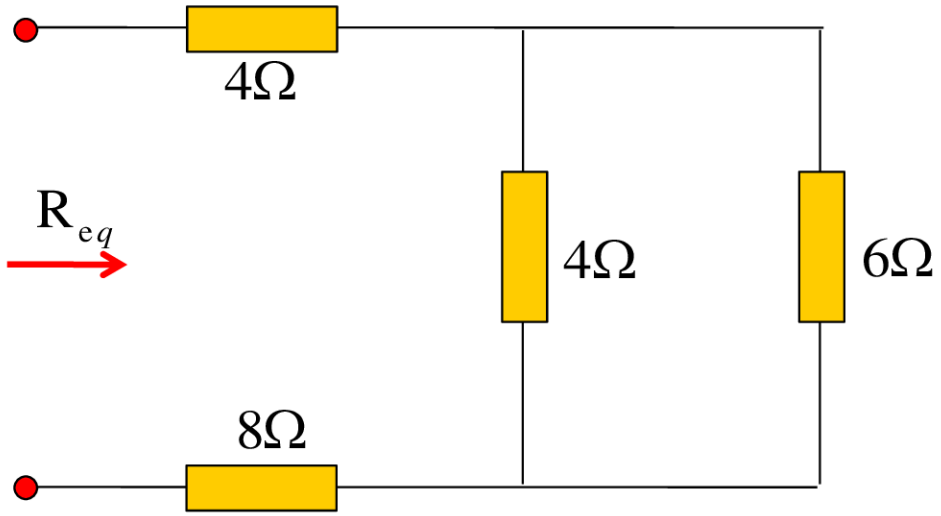
$$R_{3\approx 6} = 3\Omega \approx 6\Omega = \frac{3*6}{3+6} = 2\Omega$$

The resistors $R_{3\bar{}6}$ and 2Ω are in series: $2\Omega + 2\Omega = 4\Omega$

The resistors 1Ω and 5Ω are in series: $1\Omega + 5\Omega = 6\Omega$

Parallel Resistors and Current Division

The circuit is reduced to that in following circuit:



The resistors 4Ω and 6Ω are in parallel:

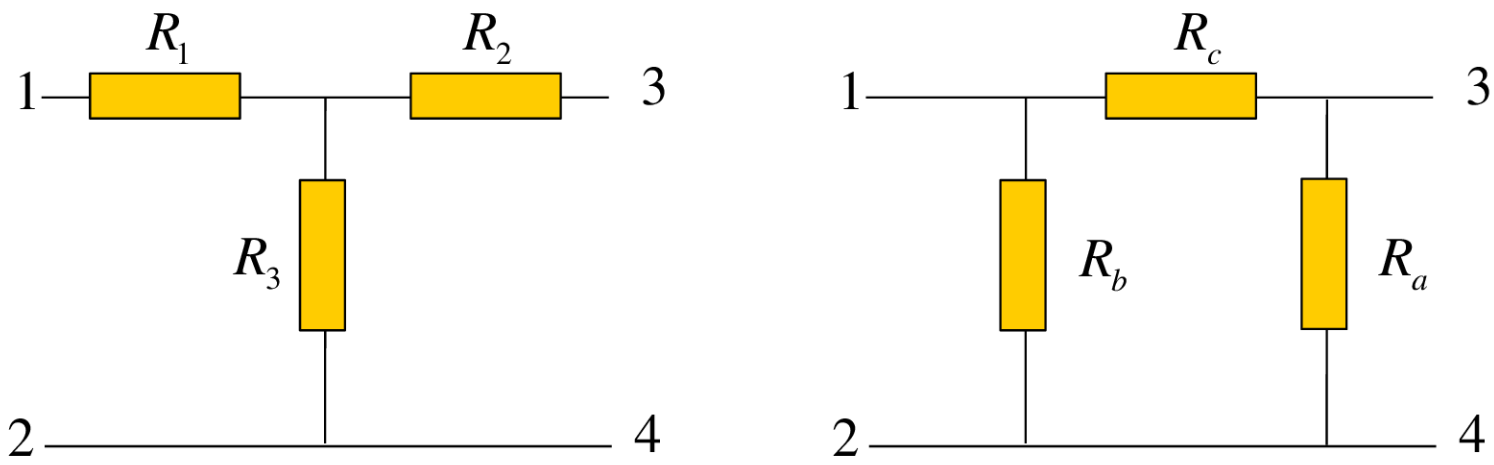
$$R_{4\approx 6} = 4\Omega \approx 6\Omega = \frac{4*6}{4+6} = 2.4\Omega$$

The resistors 4Ω , 8 Ω and 2.4 Ω are in series. Hence, the equivalent resistance for the circuit is: $R_{eq} = 2.4 + 4 + 8 = 14.4\Omega$

Wye-Delta transformations تحويل نجمي – مثلثي

في بعض الحالات عندما تكون المقاومات ليست على التوازي ولا على التسلسل.

- يمكن توصيل المقاومات في شبكة Y، أو تيT
- شبكة الدلتا (Δ) أو (Π).



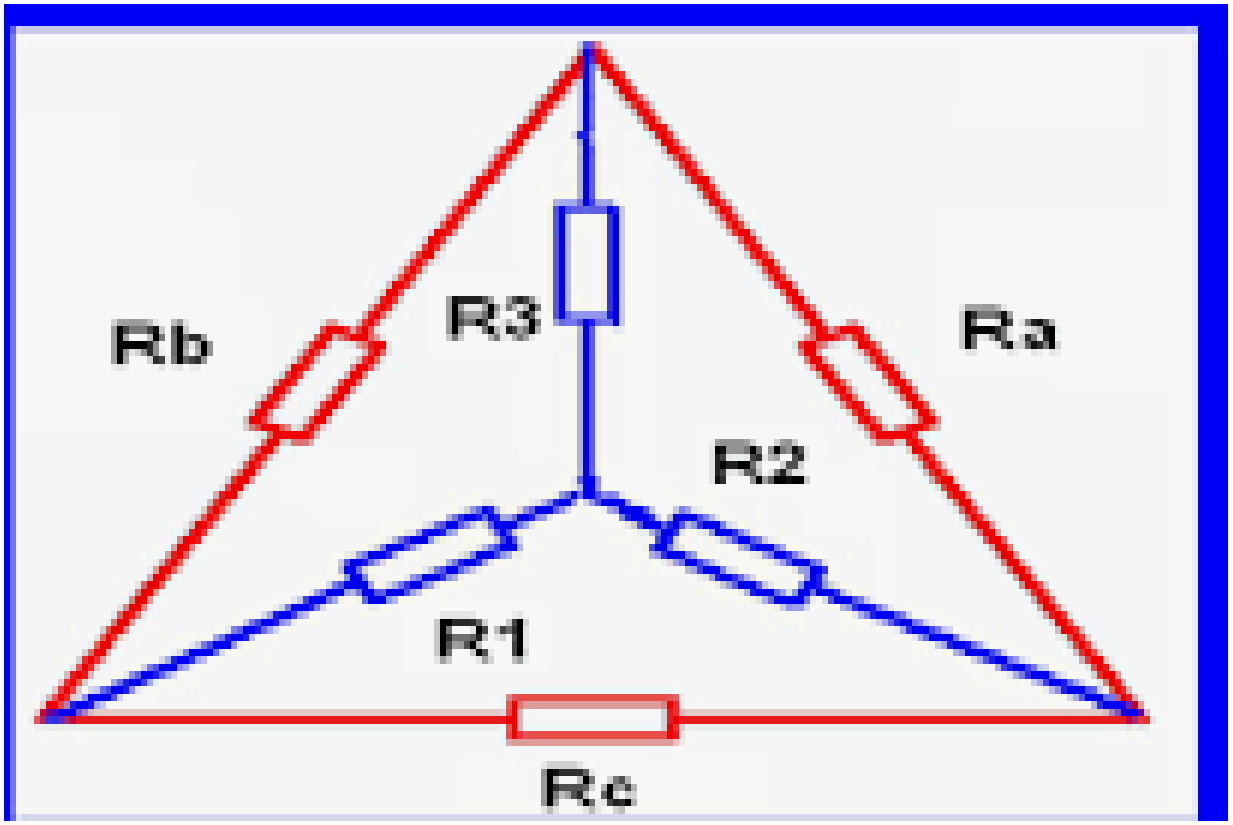
شبكة نجمي و مثلثي

The forms of Y and Δ networks

Wye-Delta transformations

تحويل نجمي – مثلثي

تحويل من مثلثي الى نجمي
Delta to Wye Conversion:



Wye-Delta transformations تحويل نجمي – مثلثي

$$R_1 = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_2 = \frac{R_c R_a}{R_a + R_b + R_c}$$

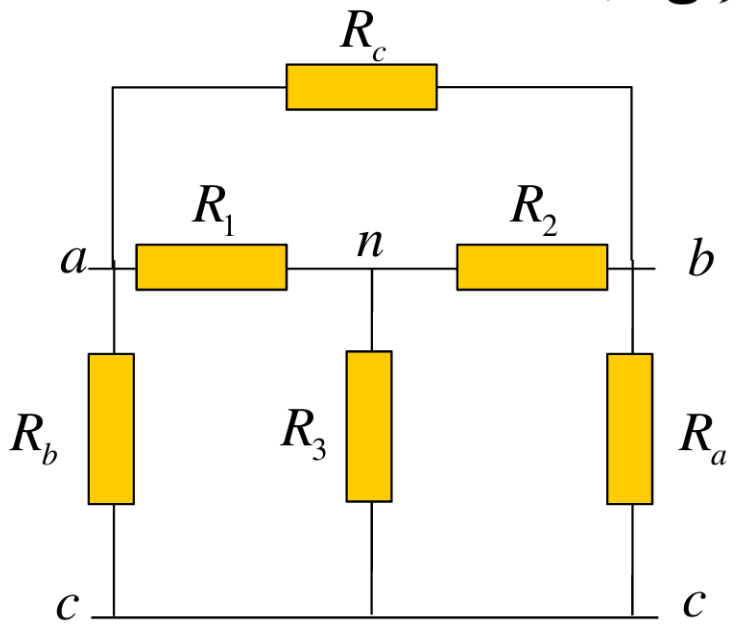
$$R_3 = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c}$$

كل مقاومة في شبكة Y هو ناتج جداء المقاومات في اثنين من الفروع المجاورة للوصل المثلثي، مقسوما على مجموع المقاومات الثلاثة للوصل المثلثي.

Wye-Delta transformations تحويل نجمي – مثلثي

تحويل من نجمي الى مثلثي
Wye to Delta Conversion:

للحصول على صيغ التحويل من شبكة نجمي إلى شبكة دلتا :



$$R_a = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_1}$$

$$R_b = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_2}$$

$$R_c = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_3}$$

كل مقاومة في شبكة مثلثية هو مجموع جداء جميع ثنائيات المقاومات ، مقسوما على المقاومة المعاكسة في شبكة Y.

Wye-Delta transformations تحويل نجمي – مثلثي

نقول عن شبكة مثلثية أو نجمية أنها متوازنة عندما:

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_Y$$

$$R_a = R_b = R_c = R_\Delta$$

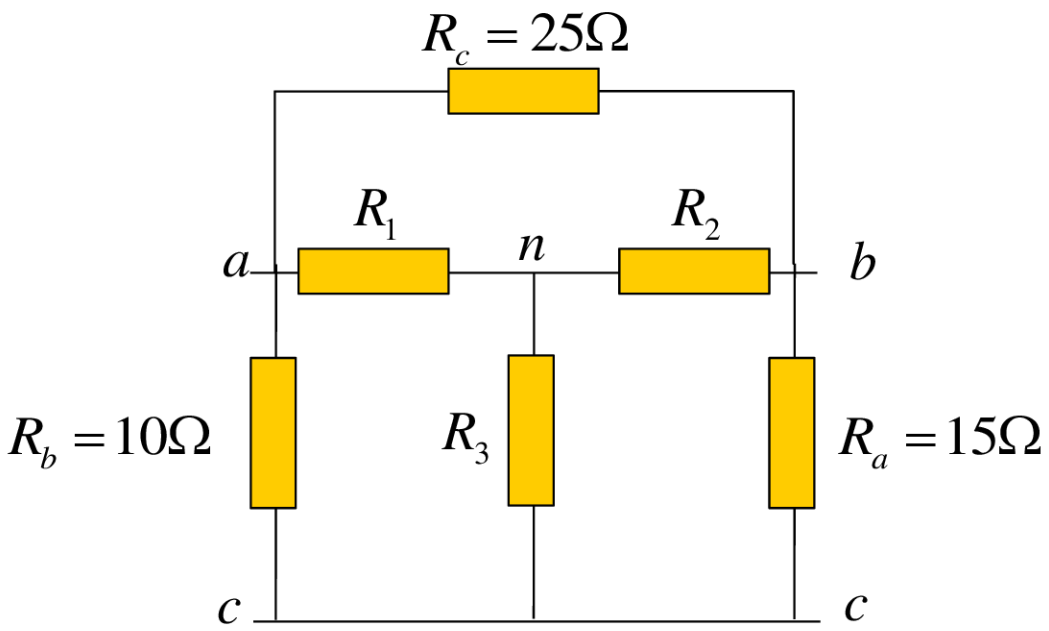
في هذه الحالة الخاصة تصبح قوانين التحويل:

$$R_Y = \frac{R_\Delta}{3} \qquad R_\Delta = 3R_Y$$

Wye-Delta transformations تحويل نجمي – مثلثي

Example 2.14

- قم بتحويل الشبكة Δ بالشكل التالي إلى شبكة Y مكافئة.



Solution

$$R_1 = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c} = \frac{10 * 25}{15 + 10 + 25} = 5\Omega$$

Wye-Delta transformations تحويل نجمي – مثلثي

$$R_2 = \frac{R_c R_a}{R_a + R_b + R_c} = \frac{25*15}{50} = 7.5\Omega$$

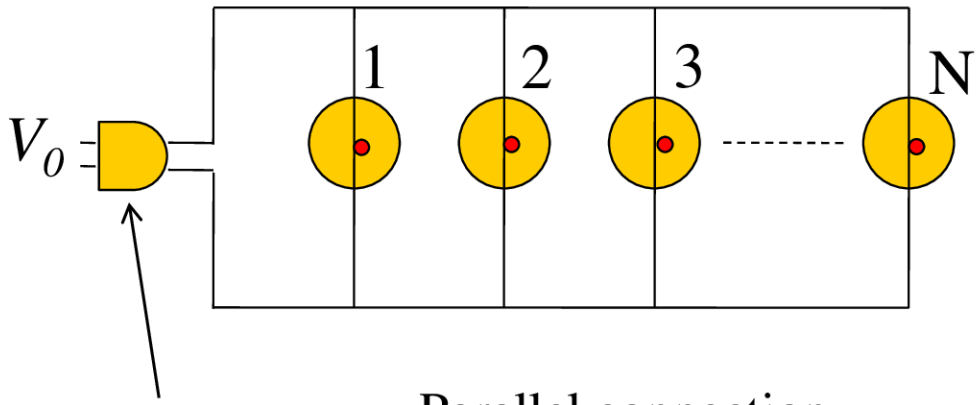
$$R_3 = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c} = \frac{15*10}{50} = 3\Omega$$

Applications التطبيقات

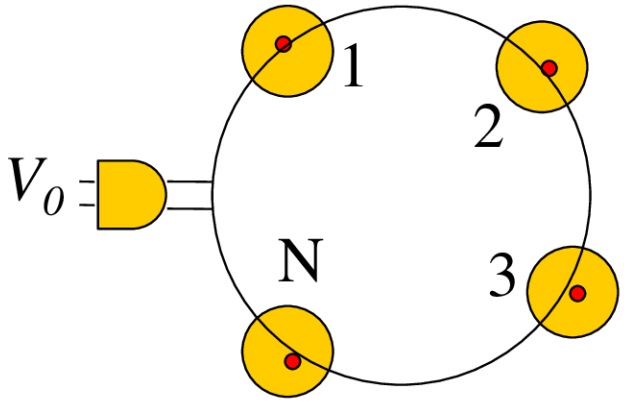
أنظمة الأنارة
Lighting Systems

- أنظمة الإضاءة غالبا ما تتكون من Nمصباح متصلة إما على التوازي أو على التسلسل . تم تصميم كل مصباح كمقاوم.

على افتراض أن جميع المصابيح متطابقة و V0هو توتر خط التغذية، والتوتر عبر كل مصباح هو V0 للربط على التوازي و V0/N للربط التسلسلي.



Parallel connection of light bulb

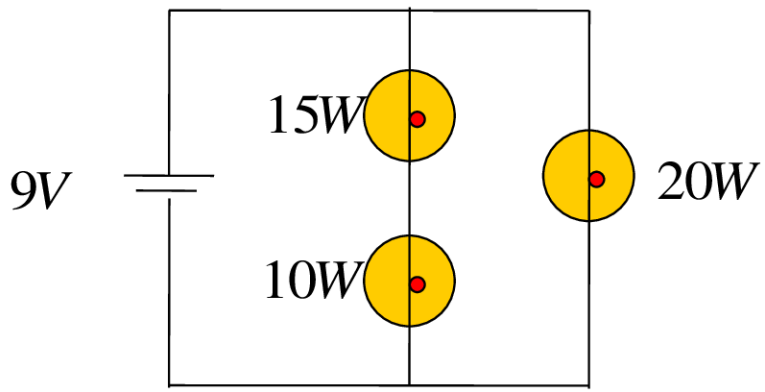


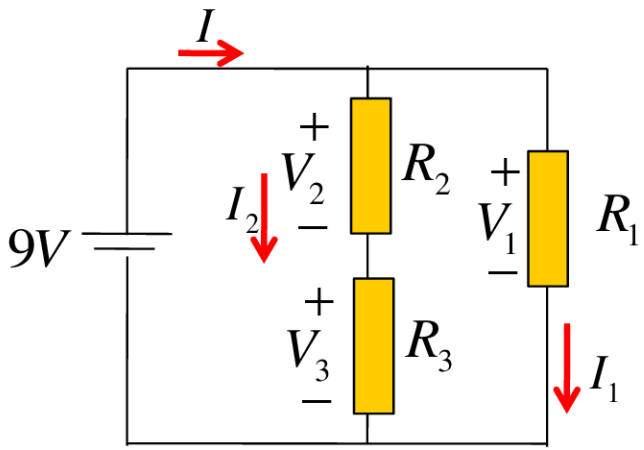
Series connection of light bulb

Applications التطبيقات

Example 2.16

- ترتبط ثلاثة مصابيح كهربائية ببطارية 9V كما هو مبين في الشكل التالي. المطلوب حساب (أ) التيار الكلي الذي توفره البطارية، (ب) التيار المار من خلال كل لمبة، (ج) مقاومة كل لمبة.





Solution

الاستطاعة الكلية التي توفرها البطارية تساوي الاستطاعة التي تستهلكها المصابيح.

$$p = 15 + 10 + 20 = 45W$$

Applications التطبيقات

التيار الكلي الذي توفره البطارية هو

$$I = \frac{p}{V} = \frac{45}{9} = 5A$$

(b) Since R_1 is in parallel with the battery as well as the series combination of R_2 and R_3.

$$V_1 = V_2 + V_3 = 9V$$

$$I_1 = \frac{p_1}{V_1} = \frac{20}{9} = 2.222A$$

$$I_2 = I - I_1 = 5 - 2.222 = 2.778A$$

(c) Since $p = I^2 R$ $\quad R_1 = \frac{p_1}{I_1^2} = \frac{20}{(2.222)^2} = 4.05\Omega$

$$R_2 = \frac{p_2}{I_2^2} = \frac{15}{(2.777)^2} = 1.945\Omega \quad R_3 = \frac{p_3}{I_2^2} = \frac{10}{(2.777)^2} = 1.297\Omega$$

Summary

1. نعتبر عنصران على التسلسل عندما يكونا متصلان بالتتابع، من النهاية إلى النهاية. عندما تكون العناصر على التسلسل ، نفس التيار يمر خلالهما ($i_1 = i_2$).

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

$$v_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v, \qquad v_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v$$

2. نعتبر عنصران على التفرع عندما يكونا متصلان بنفس العقدتين. عندما تكون العناصر على التفرع ، نفس التوتر مطبق عليهما ($v_1 = v_2$).

$$R_{eq} = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2}$$

$$i_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i, \qquad i_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i$$

Summary

3. للتحويل من توصيل مثلثي الى توصيل نجمي:

$$R_1 = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c}, \quad R_2 = \frac{R_c R_a}{R_a + R_b + R_c}, \quad R_3 = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c}$$

4. للتحويل من توصيل نجمي الى توصيل مثلثي:

$$R_a = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_1}, \qquad R_b = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_2},$$

$$R_c = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_3}$$