



# Proyectos – Física Computacional IV

## Astrofísica con mención en ciencia de datos

Profesor: Omar Fernández Olguín – [omar.fernandez.o@usach.cl](mailto:omar.fernandez.o@usach.cl)

Ayudante: Nicolás Campos Agosto – [nicolas.campos.a@usach.cl](mailto:nicolas.campos.a@usach.cl)

Departamento de Física, Facultad de Ciencias, Universidad de Santiago de Chile

14 de enero de 2026

## Simulación del Frenado Rotacional de un Púlsar

Un **púlsar**<sup>1</sup> es un laboratorio astrofísico natural para estudiar procesos de pérdida de energía rotacional y evolución dinámica a largo plazo.

El objetivo de este proyecto es modelar numéricamente la **desaceleración rotacional (spin-down)** de un púlsar, utilizando formulaciones basadas en **balance energético**, e investigar cómo distintas hipótesis físicas conducen a dinámicas observacionalmente distinguibles.

Se utilizará como caso de estudio el **Púlsar del Cangrejo (PSR B0531+21)**, uno de los púlsares mejor caracterizados observacionalmente.

## Análisis Principal:

### 1. Modelo físico general

El púlsar se modela como una estrella de neutrones rodeada por una **magnetosfera**<sup>2</sup> compuesta por **plasma**<sup>3</sup>.

El sistema se caracteriza por:

- momento de inercia  $I$ ,
- radio estelar  $R$ ,
- campo magnético dipolar superficial  $B$ ,
- frecuencia angular de rotación  $\Omega(t)$ ,
- ángulo de inclinación magnética  $\alpha(t)$ .

La energía rotacional del púlsar es:

$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} I(\Omega) \Omega^2.$$

Su evolución temporal se obtiene desde el balance energético:

$$\frac{dE_{\text{rot}}}{dt} = -P_{\text{loss}},$$

donde  $P_{\text{loss}}$  representa la potencia total perdida por procesos electromagnéticos.

### 2. Proyecto A: Frenado magnetodipolar con parámetros dinámicos

Se considera que el momento de inercia depende débilmente de la rotación:

$$I(\Omega) = I_0 (1 + \epsilon \Omega^2),$$

y que el ángulo magnético evoluciona lentamente:

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \beta t.$$

La potencia radiada por un dipolo magnético en rotación es:

$$P_{\text{dip}} = \frac{2}{3c^3} (BR^3)^2 \Omega^4 \sin^2 \alpha(t).$$

El balance energético conduce a:

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{1}{2} I(\Omega) \Omega^2 \right] = - \frac{2B^2 R^6}{3c^3} \Omega^4 \sin^2 \alpha(t)$$

<sup>1</sup>Un púlsar es una estrella de neutrones altamente magnetizada y en rápida rotación, que emite radiación electromagnética de forma periódica debido a la desalineación entre su eje de rotación y su eje magnético.

<sup>2</sup>La magnetosfera es la región del espacio dominada por el campo magnético del púlsar, donde el movimiento de partículas cargadas está fuertemente acoplado a la rotación de la estrella.

<sup>3</sup>El plasma es un gas ionizado formado por partículas cargadas libres, cuya dinámica está gobernada por campos electromagnéticos.

3. **Parámetros reales: Púlsar del Cangrejo**

Valores observacionales:

$$\begin{aligned} P &\approx 0.0335 \text{ s}, \\ \Omega_0 &\approx 187.5 \text{ rad s}^{-1}, \\ \dot{\Omega}_0 &\approx -2.37 \times 10^{-9} \text{ rad s}^{-2}, \\ n_{\text{obs}} &\approx 2.51. \end{aligned}$$

Parámetros estructurales típicos:

$$R = 12 \text{ km}, \quad I = 10^{38} \text{ kg m}^2, \quad B = 3.8 \times 10^{12} \text{ G}.$$

4. **Resolución numérica y análisis**

Resuelva las ecuaciones mediante RK4 y RK45. Compare estabilidad, precisión y el valor numérico del índice de frenado.

**Referencias:**

- 1. <https://en.wikipedia.org/wiki/Pulsar>
- 2. [https://en.wikipedia.org/wiki/Crab\\_Pulsar](https://en.wikipedia.org/wiki/Crab_Pulsar)
- 3. <https://www.atnf.csiro.au/research/pulsar/psrcat>