



## Proyectos – Física Computacional IV

### Astrofísica con mención en ciencia de datos

Profesor: Omar Fernández Olguín – [omar.fernandez.o@usach.cl](mailto:omar.fernandez.o@usach.cl)

Ayudante: Nicolás Campos Agusto – [nicolas.campos.a@usach.cl](mailto:nicolas.campos.a@usach.cl)

Departamento de Física, Facultad de Ciencias, Universidad de Santiago de Chile

14 de enero de 2026

### Modelación Numérica del Campo Eléctrico mediante la Ecuación de Poisson

El objetivo de este proyecto es determinar numéricamente el **potencial eléctrico** generado por distribuciones de carga continuas y, a partir de él, calcular el **campo eléctrico** mediante el gradiente. La ecuación fundamental a resolver es la ecuación de Poisson:

$$\nabla^2 \phi(\mathbf{r}) = -\frac{\rho(\mathbf{r})}{\varepsilon_0},$$

donde  $\phi(\mathbf{r})$  es el potencial eléctrico,  $\rho(\mathbf{r})$  la densidad de carga, y  $\varepsilon_0$  la permitividad del vacío.

### Análisis Principales:

#### 1. Discretización de Poisson

- Defina una malla regular en 2D o 3D con paso  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ .
- Aproximación del laplaciano mediante diferencias finitas centradas:

$$\nabla^2 \phi_{i,j,k} \approx \frac{\phi_{i+1,j,k} - 2\phi_{i,j,k} + \phi_{i-1,j,k}}{\Delta x^2} + \frac{\phi_{i,j+1,k} - 2\phi_{i,j,k} + \phi_{i,j-1,k}}{\Delta y^2} + \frac{\phi_{i,j,k+1} - 2\phi_{i,j,k} + \phi_{i,j,k-1}}{\Delta z^2}.$$

#### 2. Condiciones de frontera

- Defina las condiciones de contorno de la región de estudio. Para esferas aisladas, puede usar  $\phi \rightarrow 0$  a grandes distancias.

#### 3. Solución numérica

- Resuelva el sistema lineal despejando  $\phi_{i,j,k}$  de la ecuación discretizada.
- Itere hasta alcanzar convergencia mediante el método de **Jacobi** (simple y fácil de implementar), o métodos más eficientes como **Gauss-Seidel** o **SOR**.

#### 4. Cálculo del campo eléctrico

- Una vez obtenido  $\phi$  en cada punto, el campo eléctrico se calcula como

$$\mathbf{E} = -\nabla \phi.$$

- Aproximación del gradiente mediante diferencias finitas centradas:

$$E_x \approx -\frac{\phi_{i+1,j,k} - \phi_{i-1,j,k}}{2\Delta x}, \quad E_y \approx -\frac{\phi_{i,j+1,k} - \phi_{i,j-1,k}}{2\Delta y}, \quad E_z \approx -\frac{\phi_{i,j,k+1} - \phi_{i,j,k-1}}{2\Delta z}.$$

#### 5. Visualización

- Grafique líneas de flujo del campo eléctrico en 2D o 3D.
- Visualice mapas de intensidad  $|\mathbf{E}|$  o del potencial  $\phi$ .
- Compare configuraciones: esferas sólidas vs huecas, distribuciones múltiples, densidades no uniformes.

#### 6. Extensión

- Resuelva la ecuación utilizando coordenadas esféricas para el caso de una esfera cargada y compare con la solución en coordenadas cartesianas.
- Explore la eficiencia de distintos métodos iterativos y el efecto del tamaño de la malla.