Proyectos – Física Computacional IV

Astrofísica con mención en ciencia de datos

Profesor: *Omar Fernández Olguín* – omar.fernandez.o@usach.cl

Ayudante: *Nicolás Campos Agusto* – nicolas.campos.a@usach.cl

Departamento de Física, Facultad de Ciencias, Universidad de Santiago de Chile

14 de enero de 2026

Simulación de la Precesión del Perihelio de Mercurio

El objetivo de este trabajo es modelar numéricamente la órbita del planeta Mercurio alrededor del Sol, incorporando los efectos relativistas responsables de la **precesión anómala de su perihelio**, uno de los primeros tests experimentales exitosos de la Relatividad General.

Se estudiarán dos enfoques complementarios:

- **Nivel A:** Potencial efectivo modificado de Schwarzschild, modelado como una fuerza central con corrección proporcional a r^{-3}.
- **Nivel B:** Dinámica post-newtoniana de primer orden (1PN), dependiente explícitamente de la posición y la velocidad.

Se calculará la precesión del perihelio por órbita en ambos enfoques, se compararán los resultados con el valor observado históricamente ($\approx 43''$ por siglo) y se propondrá una versión amplificada del efecto relativista con fines de visualización y animación.

Análisis Principales:

1. **Ecuaciones de movimiento**
   - **Enfoque A (potencial efectivo modificado de Schwarzschild):**

     $$V_{\text{eff}}(r) = -\frac{GMm}{r} + \frac{L^2}{2mr^2} - \frac{GML^2}{c^2mr^3}$$

     lo que conduce a la ecuación de movimiento:

     $$\boxed{\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -\frac{GM}{r^3}\vec{r} - \frac{3GML^2}{m^2c^2r^5}\vec{r}}$$

   - **Enfoque B (post-newtoniano 1PN completo):**

     $$\boxed{\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -\frac{GM}{r^3}\vec{r} + \frac{GM}{c^2r^3}\left[\left(4\frac{GM}{r} - v^2\right)\vec{r} + 4(\vec{r}\cdot\vec{v})\,\vec{v}\right]}$$

   Resuelva las ecuaciones de movimiento utilizando métodos numéricos como `Verlet` o `Runge--Kutta de cuarto orden`, y compare los resultados con el método de referencia `DOP853` del módulo `scipy.integrate`.

   Simule al menos 100 órbitas completas para resolver adecuadamente la precesión acumulada.

2. **Condiciones iniciales y parámetros orbitales**
   Utilice parámetros orbitales conocidos de Mercurio:

   $$a \approx 0.387\ \text{UA}, \quad e \approx 0.206, \quad T \approx 88\ \text{días}.$$

   Determine la posición y velocidad iniciales mediante la ecuación de *vis-viva*, considerando al Sol como un centro fijo e inmóvil.

3. **Cálculo del perihelio y precesión**
   - Identifique los puntos de **perihelio**[1] mediante la condición $\dot{r}(t) = 0$.
   - Calcule el **ángulo de perihelio** ϕ para cada paso por el perihelio.
   - Determine la **precesión del perihelio por órbita** $\Delta\phi$.
   - Compare el valor obtenido con la predicción teórica relativista:

     $$\Delta\phi \approx \frac{6\pi GM}{c^2a(1-e^2)}.$$

[1] El perihelio es el punto de la órbita donde la distancia al Sol es mínima.

4. **Precisión y conservación**

   Analice la estabilidad numérica del esquema seleccionado, verificando la conservación del momento angular y de la energía efectiva. Las variaciones relativas no deben superar el 1 % durante toda la simulación.

5. **Visualización**

   - Grafique la órbita newtoniana y relativista de Mercurio.
   - Grafique la evolución del ángulo de perihelio en función del número de órbita.
   - Compare explícitamente los enfoques A y B.
   - Introduzca un factor de amplificación $\alpha > 1$ en los términos relativistas para generar animaciones ilustrativas de la precesión.

Referencias:

1. https://es.wikipedia.org/wiki/Precesi%C3%B3n_del_perihelio_de_Mercurio
2. https://es.wikipedia.org/wiki/Problema_de_los_dos_cuerpos
3. https://es.wikipedia.org/wiki/Aproximaci%C3%B3n_postnewtoniana