



2

10

1200 sp

نظري

كلية الهندسة المعلوماتية

السنة الثالثة

3D Object Representations



د. عمار النحاس

محتوى مجاني غير مخصص للبيع التجاري

21/10/2024

بيانات حاسوبية

RB Informatics

تحدثنا في المحاضرة السابقة عن المراحل الثلاث الأساسية في الكمبيوتر غرافيكس:

1- Modeling

2- Rendering

3- Displaying

Modeling

تمثيل الأشياء، كيف أصف الغرض؟ (Object Representation)

عندما تصف شيء ما (حقيقية مثلاً، شكلها متوازي مستطيلات، لونها أزرق، لها سحبات) هذا ما يسمى Modeling أي وصف أو تمثيل الأشياء، هذا التمثيل هو تمثيل نصي (textural) يستطيع أن يفهمه الإنسان لكن لا تستطيع أن تفهمه الآلة، لذا يتم التعامل مع الآلة عن طريق ال Model الرياضي الذي يكون أدق وأوضح وليس فيه لبس كالتمثيل النصي. (تستطيع أدوات الذكاء الاصطناعي في الوقت الحالي فهم ال Model النصي).

طرق التمثيل الرياضي:

أهم طريقة من طرق التمثيل الرياضي التي سنستخدم عليها (تعتبر باقي الطرق تعديل على هذه الطريقة) هي طريقة تمثيل المحيطات:

Boundaries Representation (B-Rep)

- تهتم هذه الطريقة بتمثيل الشكل الخارجي للجسم أي محيط الجسم.
- سنفرض جدياً أن الجسم لا يحتوي سطوح منحنية، أي ان السطح الخارجي للجسم سطوح مستوية يفصل بينها أضلاع إذا الجسم يحتوي على رؤوس.

أي الجسم مكون من:

وجوه Faces

أضلاع Edges

رؤوس Vertices



٤ كيف يكون التمثيل؟

نريد مثلاً تمثيل مكعب:

نقوم بترقيم الرؤوس من 1 الى ثمانية وبترتيب معين

$$nV = 8 \text{ (عدد الرؤوس)}$$

$$nE = 12 \text{ (عدد الأضلاع)}$$

$$nF = 6 \text{ (عدد الوجوه)}$$

سنعطي لكل رأس إحداثية (x,y,z) وفق جملة إحداثيات معينة، فيكون

كل رقم لرأس هو index للإحداثية:

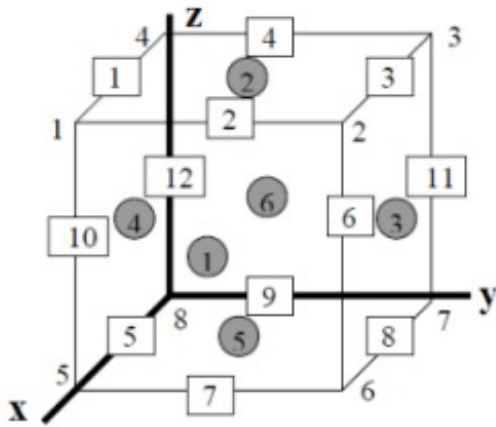
$$nV = 8$$

$$\text{index} \leftarrow 1 \text{ (10,0,10)} \rightarrow \text{إحداثية}$$

$$2 \text{ (10,10,10)}$$

وبما أن الضلع هو عبارة عن رأسين فسنمثله بإندكسين من الرؤوس:

$$nE = 12$$



1- رقم الرأس

2- رقم الضلع

3- رقم الوجه

إندكس إحداثية بداية الضلع

رقم الضلع

1

1

4 → إندكس إحداثية نهاية الضلع

1

2

كل أربع أضلاع تشكل وجه للمكعب:

$$nF = 6$$

أرقام الأضلاع المكونة للوجه (1 2 6 7 10) ← رقم الوجه

٤ هل يختلف ترتيب الرؤوس باتجاه عقارب الساعة أو عكس عقارب الساعة؟

في الكمبيوتر غرافيكس المضلع له وجهان وجه امامي (Front) ووجه خلفي (Back) الوجه الامامي خارج الجسم والوجه الخلفي اتجاهه داخل الجسم ولتحديد اتجاه الوجه نستخدم قاعدة اليد اليمنى بحيث نقوم بتدوير أصابع اليد اليمنى عكس عقارب الساعة فيكون اتجاه الابهام للأمام نستخدم في التقنيات الحديثة قاعدة اليد اليمنى لرسم الوجه الامامي فقط حيث ان الوجه الخلفي غير مرئي (يوجد تابع في مكتبة Open Gl يتيح لنا استخدام قاعدة اليد اليسرى).

٤ كيف نمثل الأشكال المنحنية بطريقة B-Rep؟

إذا قمنا بزيادة عدد الأضلاع المربع ضلع سيصبح مخمس ثم نزيد ضلع فيصبح مسدس نستمر بزيادة عدد الأضلاع سيصبح طول الضلع صغير جداً ويقترّب من Pixel وسيقترب الشكل ليكون دائرة أي شكل منحن (يصبح منحنى عندما يصل عدد الأضلاع الى 30 تقريباً)

مثال:

نريد تمثيل مخروط (Cone):

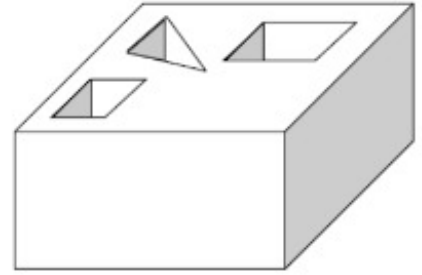
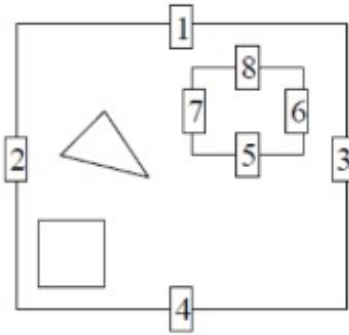
نقرب شكل المخروط الى هرم ولكن لقاعدته 256 ضلع (256 edge pyramid) له 257 رأس (256 قاعدة والرأس في الأعلى)

له 512 ضلع (256 قاعدة + كل نقطة في القاعدة تتصل بضلع مع الرأس)
نستطيع تقريب الأسطوانة الى موشور.

هل يمكن تمثيل شكل يحتوي ثقب؟

Representing holes

لا يمكن تمثيل شكل يحتوي ثقب بطريقة B-Rep مباشرة لذا الحل المتبع هو ان نقسم الوجه الذي يحتوي الثقب الى عدة أوجه بحيث يمين الثقب هو مستطيل ويسار الثقب مستطيل وهكذا أسفل وأعلى الثقب



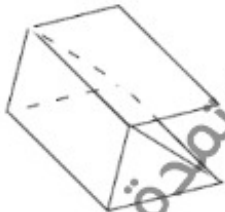
يوجد حل آخر لتمثيل الثقوب وهو إعطاء المنطقة مكان الثقب لون شفاف هذه الطريقة لها علاقة بتقنيات الألوان وليس لها علاقة بال B-Rep.

المصمتات Solids

المصمتات هي الأجسام الحقيقية الموجودة في الحياة العملية

شروط أن يكون الجسم مصمت:

- أي ضلع يجب أن يكون مشترك بين وجهين فقط
- أن يكون الوجه الأمامي خارج الجسم والوجه الخلفي داخل الجسم



الشكل غير
مصمت

ملاحظة:

المستوي والمستقيم هي مفاهيم رياضية مجردة غير موجودة على أرض الواقع فالورقة مثلاً لها سماكة ليست مستوية بل متوازي مستطيلات لكن ارتفاعه ضئيل جداً.

علاقات أولر Euler rule in solids

نستخدم علاقات أولر للتحقق أن الجسم مصمت

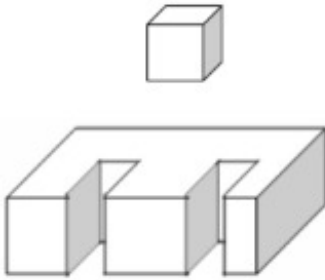
$$1. \quad V + F - E = 2$$

حيث V عدد رؤوس الشكل و F عدد الوجوه و E عدد الأضلاع
نستخدم هذه العلاقة إذا كان الشكل لا يحتوي ثقب

$$V + F - E = 2$$

$$8 + 6 - 12 = 2$$

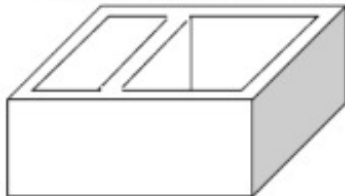
$$24 + 14 - 36 = 2$$



$$2. \quad \text{إذا كان الجسم يحتوي ثقب تصبح العلاقة } V + F - E - T = 2$$

حيث T هو عدد الثقوب

مصمت متقوب بثقب غير نافذة



$$V + F - E - T = 2$$

$$24 + 16 - 36 - 2 = 2$$

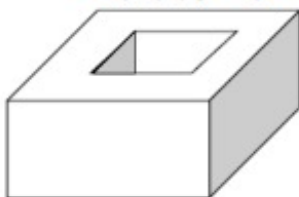
$$3. \quad \text{إذا كان الشكل يحتوي ثقب نافذة: } V + F - E - T + 2H = 2$$

حيث H عدد الممرات.**الممر:**

هو الدخول من ثقب والخروج من ثقب آخر.

كل زوج من الثقوب يشكل ممر

مكعب متقوب بثقب نافذ



$$V + F - E - T + 2H = 2$$

$$16 + 10 - 24 - 2 + 2(1) = 2$$

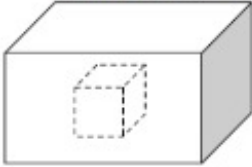
4. الشكل يحوي كهف: $V + F - E - T + 2H - 2C = 2$

حيث C عدد الكهوف

الكهف:

هو تجويف داخل الجسم لا يمكن الوصول اليه

مكعب يحتوي كهف

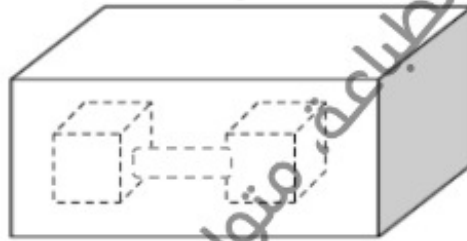


$$V + F - E - T + 2H - 2C = 2$$

$$16 + 12 - 24 - 0 + 2(0) - 2(1) = 2$$

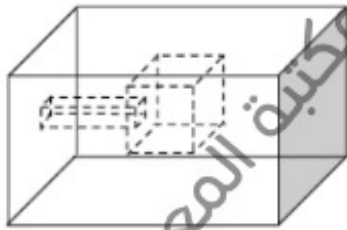
ملاحظة

إذا لدينا تجويفان بينهما ممر $= <$ كهف واحد، ثقبان ولا يوجد ممرات لخارج الجسم



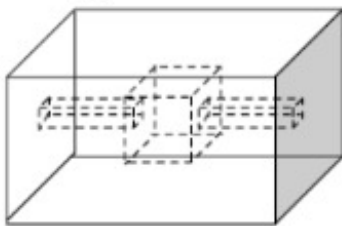
5. نستخدم نفس القانون السابق إذا كان لدينا:

1. تجويف مفتوح من أحد الأطراف:
2. هنا لا يمكن ان نسميه تجويف أو كهف لأنه مفتوح الى خارج الجسم في هذه الحالة كما في الشكل لا يوجد كهوف او ممرات ويوجد ثقبان



3. تجويف مفتوح من الطرفين:

4. هنا أيضاً لم يعد تجويف، لدينا أربع ثقوب وممر



Construtive Solid Gemetry (CSG)

إذا تأكدنا أن الجسمان مصمتان نستطيع تطبيق عمليات بوليانية عليها:

■ تقاطع (intersection)

■ اجتماع (union)

■ فرق (difference)

تقاطع مصمتين \leq مصمت

اجتماع مصمتين \leq مصمت

فرق مصمتين \leq مصمت

إذا يمكن تمثيل أشكال معقدة انطلاقاً من أشكال بسيطة عن طريق خوارزميات جاهزة لعمليات الفرق والتقاطع والاجتماع يمكن تنفيذها من قبل الحاسوب.

ويكون الدخل هو الـ B-Rep للجسم الأول والـ B-Rep للجسم الثاني والخرج هو B-Rep للمجسم الجديد.

تمثل هذه العمليات عن طريق شجرة المصمتات (CSG Tree)

كل عقدة في الشجرة هي عملية (تقاطع - اجتماع - فرق)

الجذر هو الجسم الجديد الذي نريد تمثيله.

مثال:

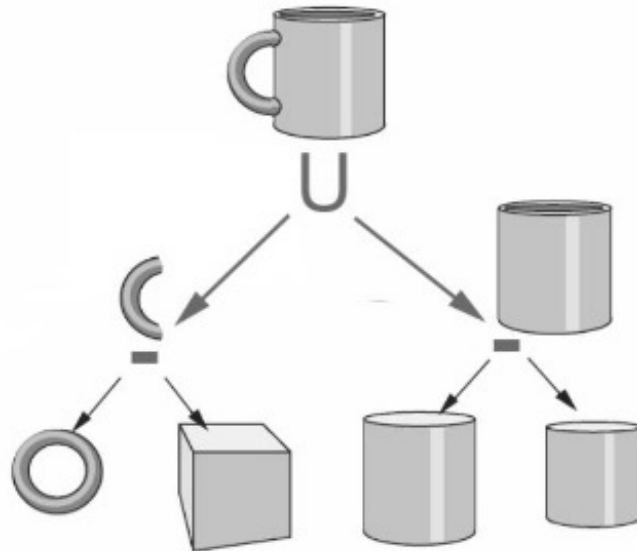
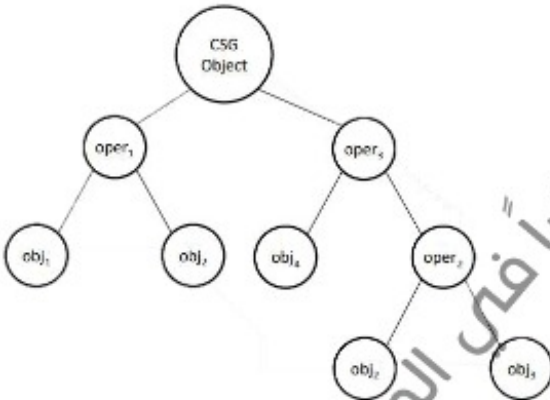
إذا أردنا تمثيل كوب:

شكل الكوب هو فرق اسطوانتين

يد الكوب هو الفرق بين الحلقة والمكعب

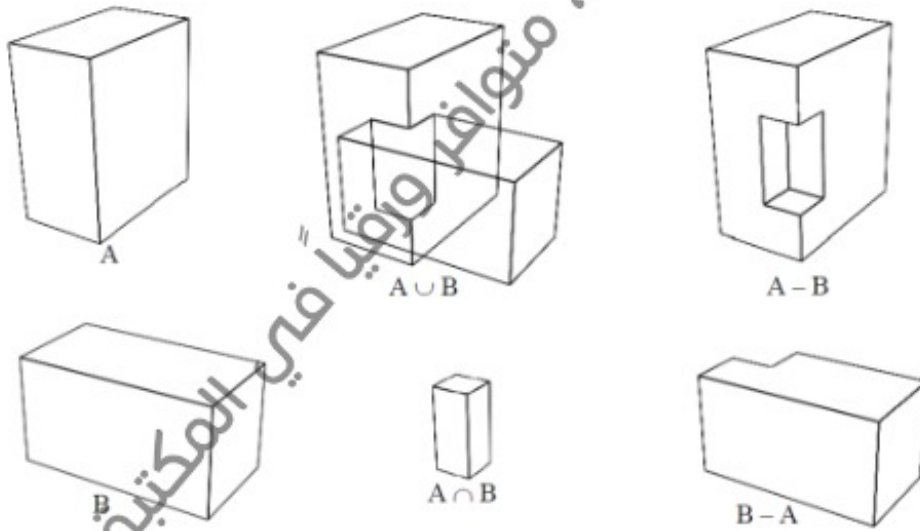
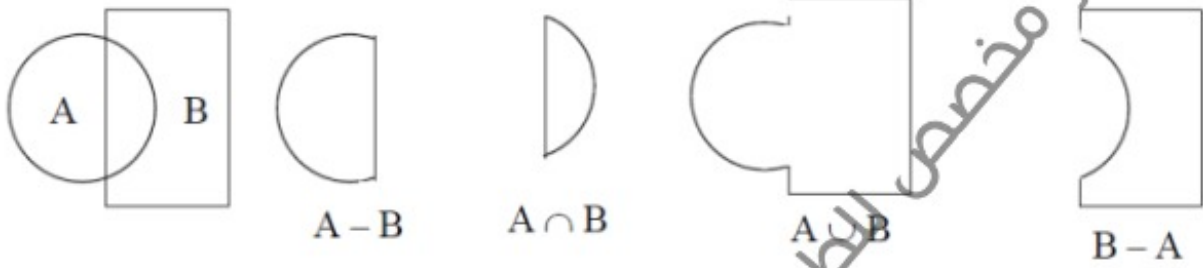
الإشارة U هي اجتماع

والإشارة - هي الفرق



هذه العمليات لا تتم على الرسم بل على التمثيل أي ان الخرج النهائي هو تمثيل للكوب وبالتالي نخزن هذا التمثيل في ملف للاستفادة منه لاحقاً حيث نخزن احداثيات كل نقطة ورؤوس كل ضلع ورؤوس كل وجه ونحصل على الشكل عن طريق تطبيق حلقات for على الرؤوس عادةً يتم الاكتفاء بتخزين الرؤوس والوجوه فقط.
إن شجرة المصمات ليست وحيدة ولكن في الغرافيكس يفضل أن تكون عبارة عن اجتماع تقاطعات.

أمثلة على ال عمليات على الأشكال 2D وD3:



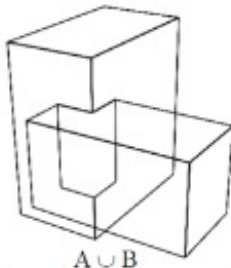
❗ كيفية حساب التقاطعات في CSG – Algorithm ؟

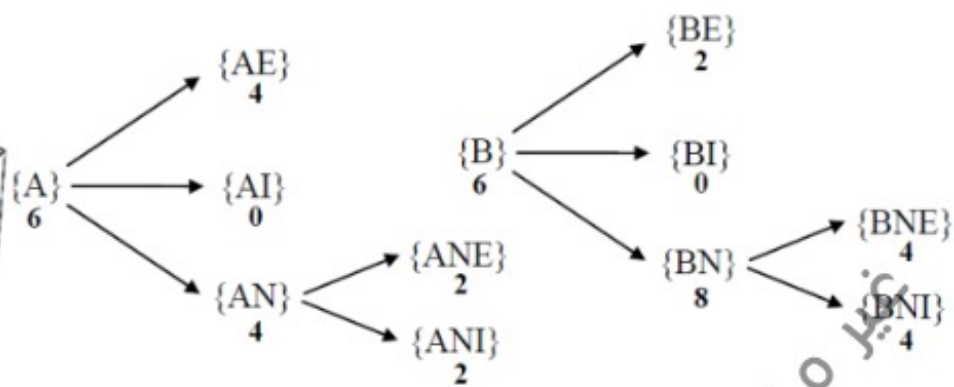
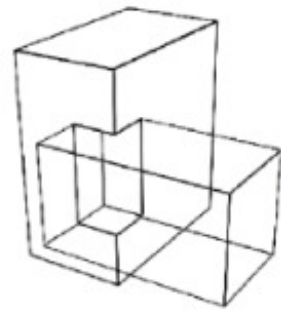
سنقسم وجوه الجسم الى مجموعات ($\{A\}$ مجموعة وجوه في الشكل A)

- AI (inside intersection): مجموعة الوجوه التي تقع بشكل كلي داخل التقاطع.
- AE (outside intersection): مجموعة الوجوه التي ليس لها علاقة في التقاطع.
- AN (intersected faces): الوجوه المتقاطعة (جزء داخل التقاطع وجزء خارج التقاطع) أي تقسم الى:

1. ANE: الجزء في الخارج بعد التقسيم

2. ANI: جزء الوجه الذي داخل التقاطع





علاقات في العمليات على المصمّات:

$$\{A \cap B\} = \{AI\} + \{BI\} + \{ANI\} + \{BNI\}$$

$$\{A \cup B\} = \{AE\} + \{BE\} + \{ANE\} + \{BNE\}$$

$$\{A - B\} = \{AE\} + \{BI\} + \{ANE\} + \{BNI\}$$

Quadric Surfaces

بعض الاشكال وخصوصاً المنحنية تمتلك معادلات وسيطية (parametric) أي نستطيع الحصول على إحداثيات النقاط (x, y, z) عن طريق قيمة الوسيط فهي معادلة **مولدة** وبالتالي نستطيع تمثيل هذه الاشكال عن طريق معادلات الوسيطة.

مثال معادلة الكرة:

$$X^2 + y^2 + Z^2 = R^2$$

حيث R نصف القطر

بما أن الكرة ثلاثية البعد فنحن بحاجة الى وسيطين هما θ و ϕ :

$$\text{قيم } (x, y, z) \text{ بدلالة الوسطاء:} \quad -\frac{\pi}{2} \leq \phi \leq \frac{\pi}{2}$$

$$x = r \cdot \cos \phi \cdot \cos \theta \quad -\pi \leq \theta \leq \pi$$

$$y = r \cdot \cos \phi \cdot \sin \theta \quad (\text{قيم الوسطاء عبارة عن مجالات})$$

$$z = r \cdot \sin \phi$$

نقوم بتعويض قيم الوسطاء θ و ϕ للحصول على إحداثيات النقاط (x, y, z) لكل نقطة وفي التطبيق البرمجي نقوم بإنشاء حلقتين فور متداخلتين، الأولى تمر على قيم المجال من $-\frac{\pi}{2}$ الى $\frac{\pi}{2}$ والثانية تمر على القيم من $-\pi$ الى π .



Sweep Representations

الحصول على أجسام ثلاثية البعد عن طريق تدوير اجسام ثنائية البعد

مثلاً

إذا قمنا بتدوير مستطيل حول أحد أضلاعه سينتج أسطوانة.

إذا قمنا بتدوير دائرة حول مركز دوران نحصل على حلقة تشبه الدولاب

هذه الطريقة تقريباً غير مستخدمة لأنها لا تعطي ال B-Rep المطلوب كما هو.

Octrees and Quadtrees

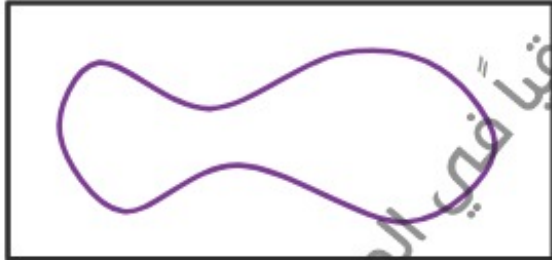
طريقة تمثيل شجرية مفيدة في تمثيل شكل عشوائي ليس له معادلة

مثلاً

لدينا الشكل الآتي:

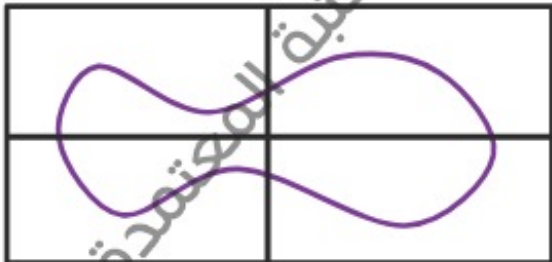


أولاً نضعه بالكامل ضمن مربع:



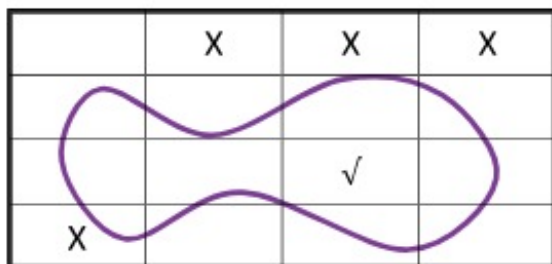
نقوم بتقسيم المربع الى أربعة اقسام متساوية:

سنحصل على:

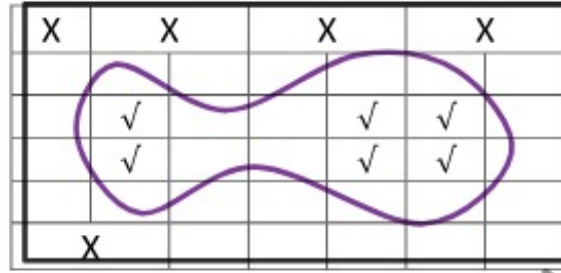


■ إما مربع خارج الجسم بالكامل سنهمله ولا نقسمه (سنضع عليه إشارة X في الرسم) هو شرط توقف.

■ أو مربع يقعه كله داخل الجسم نقبل المربع ولا نقسمه (سنضع عليه إشارة √) وهو شرط توقف أيضاً.



- أو جزء من المربع داخل الجسم وجزء خارج الجسم هنا سنقسم الجسم أيضاً الى أربعة أقسام متساوية
- نستمر بالتقسيم حتى تصبح جميع المربعات إما بداخله بالكامل أو بخارجه بالكامل
- إن كل مربع يمثل عقدة في الشجرة أي لكل مربع قمنا بتقسيمه أربع أبناء لأننا قسمناه الى أربعة أقسام
- أوراق الشجرة هي المربعات التي تشكل الجسم أي المربعات التي بقيت في الجسم ولم نقسمها أو نهملها هي الأوراق التي تولد من الجسم.



- هذه الطريقة تسهل عمليات التقاطع لأن الجسم مكون من مربعات والتقاطع مع المربع عملية رياضية سهلة كما أن كلفة التقاطع من رتبة $O(1)$ أي بإمكاننا بسهولة معرفة إذا كان الشكل يتقاطع مع اطرافه عندما يكون الشكل 2D نقسمه أربع مربعات لذلك تسمى Quadtrees ولكن عندما يكون 3D نقسم الشكل ضمن مكونه الى 8 مكعبات متساوية وتسمى Octrees
- مشكلة هذه الطريقة هي عدم القدرة على تحديد ما إذا كان المربع داخل الجسم أو خارجه
- تستخدم هذه الطريقة في المجال الطبي

The End



**تجاهل كل الكلام الذي يؤدي بك في النهاية إلى
الاستسلام، ركز على ما ترغب أن تحققه في حياتك،
اعمل كل يوم من اجله، سوف تصل في النهاية**