Nombre: Tema: Día Mes Año Folio

Lara Miguel Omar Tarea 1 Grupo 44 CyGA

1.- Determinar la ecuación general de la circunferencia con centro en $(4,-1)$ y que contiene al ponto $(-1,3)$.

Retomando un fragmento de la definición de circunferencia y las especificaciones del problema tenemos:

los puntos que equidistan de un punto fijo llamado centro...

$$d_{CP} = \sqrt{(-1-4)^2 + (3+1)^2}$$
$$d_{CP} = \sqrt{25+16}$$
$$d_{CP} = \sqrt{41}$$
$$r = \sqrt{41}$$

No es posible simplificarlo más.

Al considerar la ecuación ordinaria para esta cónica vemos que reunimos todos los elementos necesarios. A continuación sustituimos y desarrollamos:

$$(x-4)^2 + (y+1)^2 = (\sqrt{41})^2$$
$$x^2 - 8x + 16 + y^2 + 2y + 1 = 41$$
$$x^2 - 8x + y^2 + 2y - 24 = 0$$

Simplificamos y reordenamos la ecuación para finalmente llegar al resultado.

$$x^2 + y^2 - 8x + 2y - 24 = 0$$

$$Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

Como observación final podemos notar que $A = C$, confirmando así que se trata de una circunferencia.

Nombre: Tema: | Día | Mes | Año | Folio

Lara Miguel Omar   Tarea 1   Grupo 44   CyGA

2.- Dada la ecuación $4x^2-20x-24y+97=0$ identificar de qué cónica se trata y obtener todos sus elementos geométricos.

Observar unicamente un término cuadrático en la ecuación nos permite saber que es una parábola y, además, sabemos que es vertical porque la base del término cuadrático es x.

$$4x^2-20x-24y+97=0$$
$$4(x^2-5x)=24y-97=0$$
$$4\left[x^2-5x+\left(-\frac{5}{2}\right)^2\right]=24y-97+25$$
$$\left(x-\frac{5}{2}\right)^2=\frac{24y}{4}-\frac{72}{4}$$
$$\left(x-\frac{5}{2}\right)^2=6y-18$$
$$\left(x-\frac{5}{2}\right)^2=(4)\left(\frac{3}{2}\right)(y-3)$$

Esta ecuación nos revela que la parábola abre hacia arriba. También, nos permite obtener los primeros elementos que necesitamos.

$V\left(\frac{5}{2},3\right)$ $p=\frac{3}{2}$

Su definición permite encontrar el foco y la directriz.

$$F\left(\frac{5}{2},3+\frac{3}{2}\right)\rightarrow F\left(\frac{5}{2},\frac{9}{2}\right)$$

D: $y=(0)(x)+\left(3-\frac{3}{2}\right)$

$y=\frac{3}{2}$

$LR=|4p|$
$LR=\left|4\left(\frac{3}{2}\right)\right|$
$LR=|6|$
$LR=6$

Nombre: | Día | Mes | Año | Folio
Tema:

Lara Miguel Omar   Tarea 1   Grupo 44   CyGA

3.- Encontrar la ecuación ordinaria de la elipse y obtener sus elementos geométricos restantes:

a) Centro es $(-5,0)$, un vértice en $(-5,7)$ y un foco en $(-5,-3)$

Al ver que los tres puntos comparten la misma abcisa podemos establecer que se trata de una elipse vertical.

Teniendo en cuenta la definición del elemento "a" y "c" podemos establecer lo siguiente:

$$dCV=\sqrt{(-5+5)^2+(7-0)^2}$$
$$dCV=\sqrt{0+(7)^2}$$
$$dCV=\sqrt{49}=7=a$$

Habiendo obtenido los elementos "a" y "c" podemos obtener a "b".

$$b=\sqrt{49-9}=\sqrt{40}=\sqrt{2^2\cdot 10}=2\sqrt{10}$$

$$dCF=\sqrt{(-5+5)^2+(-3-0)^2}$$
$$dCF=\sqrt{0+(-3)^2}$$
$$dCF=\sqrt{9}=3=c$$

Con todos los elementos necesarios comenzamos a operar y sustituir.

$V_1\ (-5,\ 7)$ $Co\text{-}V_1\ (-5+2\sqrt{10},\ 0)$
$V_2\ (-5,\ -7)$ $Co\text{-}V_2\ (-5-2\sqrt{10},\ 0)$

$F_1\ (-5,-3)$
$F_2\ (-5,\ 3)$

Como se trata de una elipse vertical a^2 debe estar debajo de y^2.

$$\frac{(x+5)^2}{40}+\frac{y^2}{49}=1$$

Nombre: Día Mes Año Folio

Tema:

b) Centro en $(2,-1)$, semieje mayor igual a 5 (paralelo al Eje X) y semieje menor igual a 3.

Por las especificaciones del problema sabemos que se trata de una elipse horizontal.

Teniendo los elementos $a=5$ y $b=3$ podemos encontrar c y comenzar a sustituir y operar.

$c=\sqrt{25-9}=\sqrt{16}=\underline{4}$

$V_1\ (2+5,\ -1) \rightarrow V_1\ (7,-1)$

$V_2\ (2-5,\ -1) \rightarrow \underline{V_2\ (-3,-1)}$

$Co\text{-}V_1\ (2,\ -1+3) \rightarrow Co\text{-}V_1\ (2,2)$

$Co\text{-}V_2\ (2,\ -1-3) \rightarrow \underline{Co\text{-}V_2\ (2,-4)}$

$F_1\ (2+4,\ -1) \rightarrow F_1\ (6,-1)$

$F_2\ (2-4,\ -1) \rightarrow \underline{F_2\ (-2,-1)}$

Como se trata de una elipse horizontal a^2 debe estar debajo de x^2.

$$\underline{\frac{(x-2)^2}{25}+\frac{(y+1)^2}{9}=1}$$

Nombre: Día Mes Año Folio
Tema:

Lara Miguel Omar Tarea 1 Grupo 4 4 CyGA

4: Determinar todas las características de las hipérbolas siguientes:

a) $9x^2 - 16y^2 + 72x + 96y + 144$

$9(x^2+8x) - 16(y^2-6y) = -144$

$9[x^2+8x+(4)^2] - 16[y^2-6y+(-3)^2] = -144+144-144$

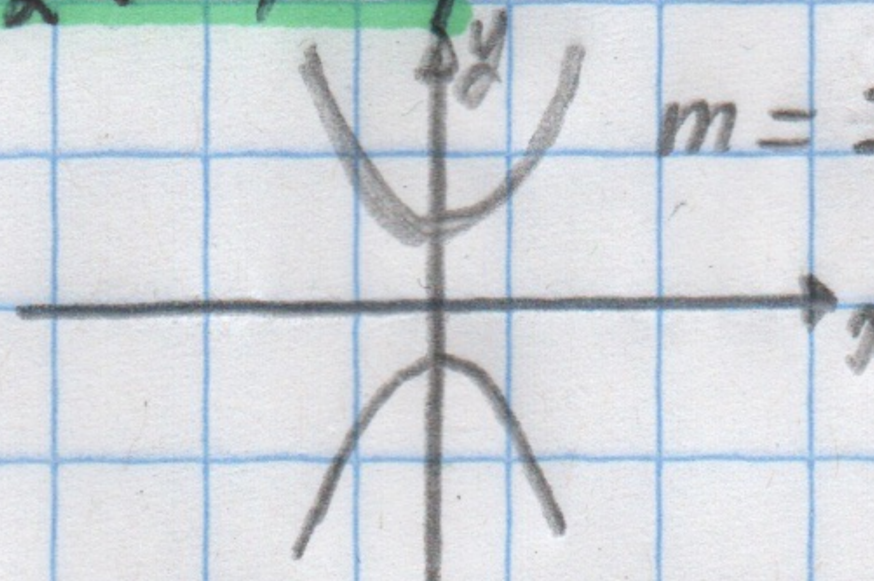
$\frac{9(x+4)^2}{-144} - \frac{16(y-3)^2}{-144} = \frac{-144}{-144} \rightarrow \frac{(y-3)^2}{9} - \frac{(x+4)^2}{16} = 1$

La ecuación ordinaria nos permite saber que es una hipérbole vertical. Con esto en mente encontraremos primero a "C" y luego a todos los demás elementos.

$a = 3$ $b = 4$ $c = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$ $C(-4, 3)$

$V_1(-4, 3+3) \rightarrow V_1(-4, 6)$ $F_1(-4, 3+5) \rightarrow F_1(-4, 8)$

$V_2(-4, 3-3) \rightarrow V_2(-4, 0)$ $F_2(-4, 3-5) \rightarrow F_2(-4, -2)$



$m = \pm\frac{a}{b}$

$C_o\text{-}V_1(-4+4, 3) \rightarrow C_o\text{-}V_1(0, 3)$

$C_o\text{-}V_1(-4-4, 3) \rightarrow C_o\text{-}V_1(-8, 3)$

A través del bosquejo de una hipérbole vertical obtenemos las asíntotas.

A: $y = \pm\frac{3}{4}(x+4) + 3$

Nombre: Tema: Día Mes Año Folio

b) $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{100} = 1$ La ecuación revela que se trata de una hipérbole horizontal con centro en el origen.

De los elementos "a" y "b" obtenemos "c" y posteriormente todos los elementos restantes.

$a = 8$ $b = 10$ $c = \sqrt{100+64} = \sqrt{164} = \sqrt{2^2 \cdot 41} = 2\sqrt{41}$ $C(0,0)$

$V_1\ (8, 0)$ $F_1\ (2\sqrt{41}, 0)$ $Co\text{-}V_1\ (0, 10)$

$V_2\ (-8, 0)$ $F_2\ (-2\sqrt{41}, 0)$ $Co\text{-}V_1\ (0, -10)$

A: $y = \pm \frac{5}{4} x$