



# UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

# FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

# Laboratorio de Biomecánica

### Práctica 1

## Ing. Yadira Moreno Vera

# Equipo 1

IMC	Raúl Emiliano Soto Salas	1864359
IMC	Melissa Alejandra Jasso Maciel	1897337
IMC	Carlos Antonio Caballero Padilla	1900864
IMC	Omar Gerardo Ríos Gaytán	1902388
IMC	Edgar Alan Carrizales Treviño	1904406
IMC	Néstor Eliud Cano García	1909644

Clase Martes V1 Brigada: 204

Semestre: Agosto - Diciembre 2022

#### 1) Programación a Realizar

"Desarrollar una herramienta computacional que realice la optimización topológica en estructuras de tres dimensiones usando elementos finitos tetraédricos de cuatro nudos, con un modelo de material lineal, elástico e isotrópico". La herramienta computacional deberá ser capaz de generar la optimización topológica para estructuras o elementos tridimensionales, cumpliendo requisitos de acceso libre, escalabilidad y de fácil manejo.

#### 2) Estado del Arte

La plataforma de MATLAB está optimizada para resolver problemas de ingeniería y científicos. El lenguaje de MATLAB, basado en matrices, es la forma más natural del mundo para expresar las matemáticas computacionales. Los gráficos integrados facilitan la visualización de los datos y la obtención de información a partir de ellos. Una vasta librería de toolboxes preinstaladas te permiten empezar a trabajar inmediatamente con algoritmos esenciales para tu dominio. El entorno de escritorio invita a experimentar, explorar y descubrir. Todas estas herramientas y prestaciones de MATLAB están probadas y diseñadas rigurosamente para trabajar juntas.

Un problema clásico de la ingeniería consiste en determinar la configuración geométrica óptima de un cuerpo que minimice o maximice una cierta función objetivo, al mismo tiempo que satisface las restricciones o condiciones de contorno del problema. La solución de este problema puede ser planteada utilizando dos estrategias: como un problema de optimización de forma o de optimización de la topología.

La optimización topológica es una técnica englobada dentro del campo de análisis estructural. Se basa en el análisis mecánico de un componente o estructura. Su principal objetivo es el aligeramiento estructural manteniendo las funcionalidades mecánicas del componente objetivo. A diferencia de otros tipos de optimización, la optimización topológica ofrece un nuevo concepto de diseño estructural enfocado a aquellas aplicaciones donde el peso del componente es crucial (por ejemplo, la industria aeroespacial).

La optimización topológica de una pieza es un proceso relacionado con el cálculo estructural en el cual se realiza un análisis mecánico del componente en cuestión que desemboca en el aligeramiento masivo de su estructura y material conservando sus propiedades mecánicas. Esto quiere decir reducir al máximo posible el peso de una pieza, dejando material sólo allí donde lo necesita para conservar su funcionamiento y propiedades.

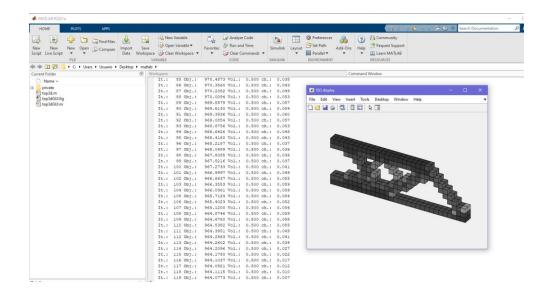
La teoría de la optimización matemática está constituida por un conjunto de resultados y métodos numéricos enfocados a encontrar el mejor candidato entre una colección de alternativas, sin tener que evaluar explícitamente todas esas alternativas. El concepto de optimización está en la base de la ingeniería, puesto que la función clásica del ingeniero es diseñar sistemas novedosos, mejores, más eficientes, y menos costosos. La potencia de los métodos de optimización para determinar el mejor diseño sin comprobar todos los posibles, se basa en la utilización de un nivel relativamente modesto de matemáticas y la tarea de realizar cálculos numéricos iterativos, utilizando procedimientos lógicos claramente definidos o algoritmos implementados en ordenadores.

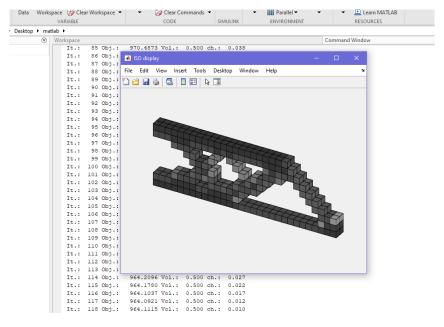
La optimización de forma consiste en modificar la geometría del dominio preservando su topología, es decir sin crear huecos o cavidades en su interior. Este tipo de análisis es usualmente conocido como análisis de sensibilidad al cambio de forma y sus bases matemáticas se encuentran bien establecidas. El principal inconveniente del análisis de sensibilidad al cambio de forma es que sólo permite cambios en la frontera del dominio, lo que limita su campo de aplicación.

En general, un problema de optimización consiste en buscar ciertos valores para determinadas variables, de forma que, cumpliendo un conjunto de requisitos representados habitualmente por ecuaciones o inecuaciones algebraicas, nos proporcionan el mejor valor posible para una función que es utilizada para medir el rendimiento de nuestro diseño.

Una manera más general de controlar un dominio es mediante modificaciones de su topología, lo que permite obtener la configuración deseada partiendo de una morfología inicial distante de la óptima. Los métodos de homogenización son posiblemente los más utilizados para la optimización topológica. Estos consisten en caracterizar la topología a través de su densidad, es decir, los huecos se identifican con regiones de densidad nula. De esta forma la solución del programa resulta en una distribución ficticia de material.

### 3) Procedimiento de la programación





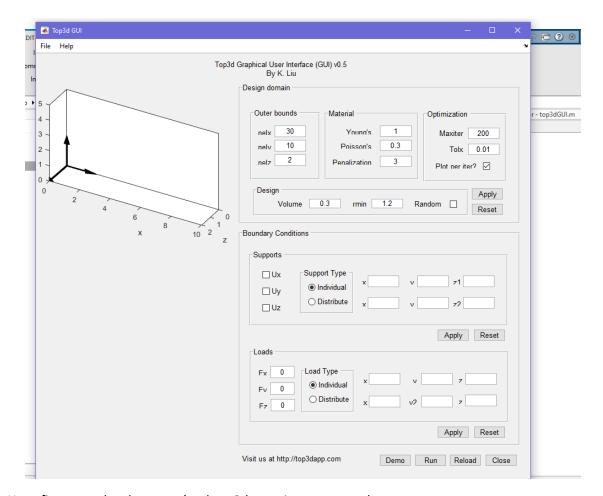
top3d(30, 10, 2, 0.5, 3.0, 1.2)

Con la línea de promoción anterior, está resolviendo el problema de la viga en voladizo predeterminada en el programa como se muestra abajo a la izquierda y el resultado de la optimización topológica debería ser similar al de abajo a la derecha.

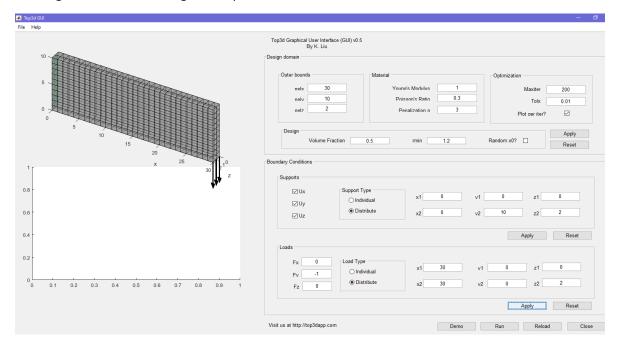
#### COMANDO GUI PARA INTERFAZ DE GEOMETRIA

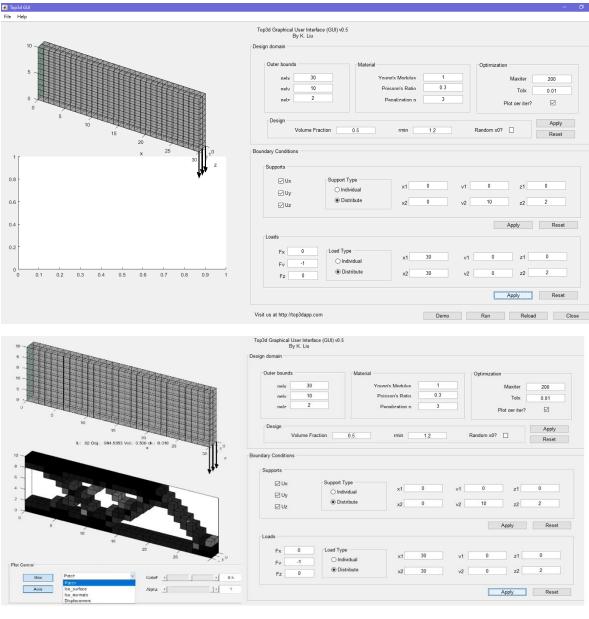
```
top3dGUI.m × +
      □% TOP3DGUI MATLAB code for top3dGUI.fig
                TOP3DGUI, by itself, creates a new TOP3DGUI or raises the existing
               singleton*.
               H = TOP3DGUI returns the handle to a new TOP3DGUI or the handle to
               the existing singleton*.
               TOP3DGUI('CALLBACK', hObject, eventData, handles, ...) calls the local
10
               function named CALLBACK in TOP3DGUI.M with the given input arguments
               TOP3DGUI('Property', 'Value',...) creates a new TOP3DGUI or raises the
12
               existing singleton*. Starting from the left, property value pairs are applied to the GUI before top3dGUI_OpeningFcn gets called. An
14
                unrecognized property name or invalid value makes property application
16
               stop. All inputs are passed to top3dGUI OpeningFcn via varargin.
                *See GUI Options on GUIDE's Tools menu. Choose "GUI allows only one
18
20
       -% See also: GUIDE, GUIDATA, GUIHANDLES
22
        % Edit the above text to modify the response to help top3dGUI
24
        % Last Modified by GUIDE v2.5 08-Apr-2015 14:59:00
26
        % Begin initialization code - DO NOT EDIT
28 -
        gui Singleton = 1;
29 -
        gui_State = struct('gui_Name',
            'gui_Singleton', gui_Singleton, ...
'gui_OpeningFcn', @top3dGUI_OpeningFcn, ...
30
             'gui_OutputFcn', @top3dGUI_OutputFcn, ...
'gui_LayoutFcn', [] , ...
32
```

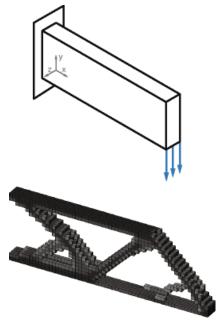
LO CORREMOS Y NOS ABRIRA LA INTERFAZ

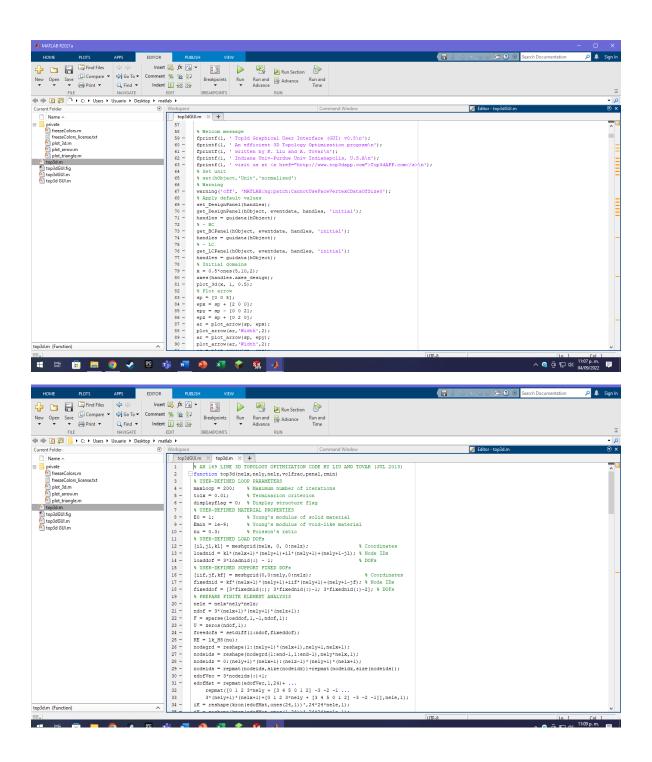


Y configuramos los datos según el top3d anteriormente usado









# 4) Implementación o desarrollo de la programación en sus diferentes vistas

#### **EXPLICACION GENERAL SOBRE EL CODIGO**

#### UNA DE LAS POCAS CONTRIBUCIONES A LOS PROGRAMAS

MATLAB tridimensionales es presentada por Zhou y Wang (2005). Este código, denominado programa de 177 líneas, es el sucesor del programa de 99 líneas de Sigmund (2001) que hereda y amplifica los mismos inconvenientes. Nuestro artículo presenta un programa de 169 líneas denominado top3d que incorpora estrategias eficientes para la optimización topológica tridimensional. Este programa se puede usar de manera efectiva en computadoras personales para generar estructuras de tamaño considerable. Este documento explica el uso de top3d en problemas de optimización de topología de conducción de calor, mecanismo de cumplimiento y cumplimiento mínimo.

Por defecto, el código resuelve un problema de cumplimiento mínimo para la viga en voladizo. El dominio de diseño prismático está completamente restringido en un extremo y se aplica una carga vertical unitaria distribuida hacia abajo en el borde libre inferior. La Figura muestra los resultados de optimización de topología para resolver el problema de cumplimiento mínimo con las siguientes líneas de entrada de MATLAB:

```
top3d(60,20,4,0.3,3,1.5)
```

En primer lugar, cambiar las condiciones de carga

```
12 il = nelx/2; jl = 0 ; kl = nelz/2;
13 loadnid = kl*(nelx+1)*(nely+1)+il*(nely
+1)+(nely+1-jl);
14 loaddof = 3*loadnid(:) - 1;
```

En segundo lugar, definir las condiciones de contorno correspondientes

```
16    iif = [0 0 nelx nelx];    jf = [0 0 0 0];
        kf = [0 nelz 0 nelz];
17     fixednid = kf*(nelx+1)*(nely+1)+iif*(
        nely+1)+(nely+1-jf);
18     fixeddof = [3*fixednid(:); 3*fixednid(:)
        -1; 3*fixednid(:)-2];
```

entonces el problema puede ser promovido por línea:

#### top3d(40,20,40,0.2,3.0,1.5)

```
jH = ones(size(iH));
sH = zeros(size(iH));
Apéndice C: Programa MATLAB top3d
                                                                                                                                                                    39
       % A 169 LINE 3D TOPOLOGY OPITMIZATION CODE BY LIU AND TOVAR (JUL 2013)
                                                                                                                                                                           k = 0;
for k1 = 1:nelz
                                                                                                                                                                     40
                                                                                                                                                                                 0;

k1 = 1:nelz

for i1 = 1:nelx

for j1 = 1:nely

e1 = (k1-1)*nelx*nely + (i1-1)*nely+j1;

for k2 = max(k1-(ceil(rmin)-1),1):min(k1+(ceil(rmin)-1),nelz)

for i2 = max(i1-(ceil(rmin)-1),1):min(i1+(ceil(rmin)-1),nelx)

for j2 = max(j1-(ceil(rmin)-1),1):min(j1+(ceil(rmin)-1),nely)

e2 = (k2-1)*nelx*nely + (i2-1)*nely+j2;

k = k+1;
                                                                                                                                                                     41
      function top3d(nelx, nely, nelz, volfrac, penal, rmin)
% USER-DEFINED LOOP PARAMETERS
                                                                                                                                                                     42
                                                                                                                                                                     43
                                           % Maximum number of iterations
       maxloop = 200;
                                                                                                                                                                     44
       tolx = 0.01; % Termination criterion
displayflag = 1; % Display structure flag
% USER-DEFINED MATERIAL PROPERTIES
                                                                                                                                                                     46
47
                                           % Young's modulus of solid material
% Young's modulus of void-like material
       E0 = 1;
                                                                                                                                                                     48
       Emin = 1e-9:
                                           % Poisson's ratio
                                                                                                                                                                    50
      nu = 0.3; % Folson's ratio

% USER-DEFINED LOAD DOFs

il = nelx; jl = 0; kl = 0:nelx; % Coordina

loadnid = kl*(nelx+1)*(nely+1)+il*(nely+1)+(nely+1-jl); % Node IDs
11
                                                                                                                          % Coordinates
                                                                                                                                                                                                                          sH(k) = max(0,rmin-sqrt((i1-i2)^2+(j1-j2)^2+(k1-k2)^2));
                                                                                                                                                                    52
       loaddof = 3*loadnid(:) - 1;
% USER-DEFINED SUPPORT FIXED DOFs
                                                                                                                          % DOFs
                                                                                                                                                                    54
                                                                                                                                                                                                          end
                                                                                                                                                                    55
56
                                                                                                                                                                                           end
        [jf, kf] = meshgrid(1:nely+1,1:nelz+1);
      end
                                                                                                                                                                    58
                                                                                                                                                                          H = sparse(iH,jH,sH);
Hs = sum(H,2);
% INITIALIZE ITERATION
                                                                                                                                                                    59
60
       nele = nelx*nely*nelz;
ndof = 3*(nelx+1)*(nely+1)*(nelz+1);
20
21
                                                                                                                                                                           x = repmat(volfrac, [nely, nelx, nelz]);
       F = sparse(loaddof, 1, -1, ndof, 1);
                                                                                                                                                                    63
64
                                                                                                                                                                           xPhys = x;
loop = 0;
23
      U = zeros(ndof,1);
freedofs = setdiff(1:ndof, fixeddof);
24
                                                                                                                                                                    65
                                                                                                                                                                           change = 1;
% START ITERATION
       KE = lk_H8(nu);
       nodegrd = reshape (1:(nely+1)*(nelx+1),nely+1,nelx+1);

nodeids = reshape (nodegrd (1:end-1,1:end-1),nely*nelx,1);

nodeidz = 0:(nely+1)*(nelx+1):(nelz-1)*(nely+1)*(nelx+1);
                                                                                                                                                                            while change > tolx && loop < maxloop
loop = loop+1;
% FE-ANALYSIS
26
27
                                                                                                                                                                                    % FE-ANALYSIS

sK = KE(:) *(Emin+xPhys(:) '.^penal*(E0-Emin));

K = sparse(iK(:),jK(:),sK(:)); K = (K+K')/2;

U(freedofs,:) = K(freedofs, freedofs)\F(freedofs,:);

% OBJECTIVE FUNCTION AND SENSITIVITY ANALYSIS

ce = reshape(sum((U(edofMat)*KE).*U(edofMat),2),[nely,nelx,nelz]);

c = sum(sum(sum((Emin+xPhys.^penal*(E0-Emin)).*ce)));

dc = -penal*(E0-Emin)*xPhys.^(penal-1).*ce;

dv = ones(nely,nelx,nelz);

% FILTERING AND MODIFICATION OF SENSITIVITIES

dc(:) = H*s(dc(:),1/Hs);
       nodeids = repmat(nodeids, size(nodeidz))+repmat(nodeids, size(nodeids));
edofVec = 3*nodeids(:)+1;
                                                                                                                                                                      70
71
72
29
30
       edofMat = repmat(edofVec,1,24)+ ...
repmat([0 1 2 3*nely + [3 4 5 0 1 2] -3 -2 -1 ...
3*(nely+1)*(nelx+1)+[0 1 2 3*nely + [3 4 5 0 1 2] -3 -2 -1]],nele,1);
31
                                                                                                                                                                      73
74
75
76
77
78
32
33
      iK = kron(edofMat,ones(24,1))';
jK = kron(edofMat,ones(1,24))';
% PREPARE FILTER
34
35
                                                                                                                                                                                    % FIDTERING AND MODIFICATION of dc(:) = H*(dc(:)./Hs); dv(:) = H*(dv(:)./Hs); % OPTIMALITY CRITERIA UPDATE 11 = 0; 12 = 1e9; move = 0.2; while (12-11)/(11+12) > 1e-3
37
       iH = ones(nele*(2*(ceil(rmin)-1)+1)^2,1);
                                                                                                                                                                      79
80
      jH = ones(size(iH));
sH = zeros(size(iH));
38
                                                                                                                                                                      81
82
40
       k = 0;
                                                                                                                                                                      83
       for kl = 1: nelz
```

```
av(:) = m*(av(:)./ms);
% OPTIMALITY CRITERIA UPDATE
 81
  82
                         11 = 0; 12 = 1e9; move = 0.2;
  83
                          while (12-11)/(11+12) > 1e-3
  84
                                     lmid = 0.5*(12+11);
  85
                                     xnew = \max(0, \max(x-move, \min(1, \min(x+move, x.*sqrt(-dc./dv/lmid)))));
                                     xPhys(:) = (H*xnew(:))./Hs;
  87
                                     if sum(xPhys(:)) > volfrac*nele, 11 = lmid; else 12 = lmid; end
  88
  89
                         change = \max(abs(xnew(:)-x(:)));
  90
                        % PRINT RESULTS
  91
                         fprintf(' It.: %5i Obj.: %11.4f Vol.: %7.3f ch.: %7.3f\n', loop, c, mean(xPhys(: 133
  92
                         % PLOT DENSITIES
  93
  94
                         if displayflag, clf; display_3D(xPhys); end
  95
            clf; display_3D(xPhys);
  96
            98
99
             function [KE] = lk_H8(nu)
            A = [32 \ 6 \ -8 \ 6 \ -6 \ 4 \ 3 \ -6 \ -10 \ 3 \ -3 \ -3 \ -4 \ -8;
                           -48 0 0 -24 24 0 0 0 12 -12 0 12 12 12 j;
102
            k=1/72*A^**[1;\ nu]; % GENERATE SIX SUB-MATRICES AND THEN GET KE MATRIX
            K1 = [k(1) k(2) k(2) k(3) k(5) k(5);
k(2) k(1) k(2) k(4) k(6) k(7);
k(2) k(2) k(1) k(4) k(7) k(6);
k(3) k(4) k(4) k(1) k(8) k(8);
105
106
107
           \begin{array}{c} & \text{k(3)} & \text{k(4)} & \text{k(4)} & \text{k(1)} & \text{k(8)} & \text{k(8)}; \\ & \text{k(5)} & \text{k(6)} & \text{k(7)} & \text{k(8)} & \text{k(1)} & \text{k(2)}; \\ & \text{k(5)} & \text{k(6)} & \text{k(8)} & \text{k(1)} & \text{k(2)}; \\ & \text{k(5)} & \text{k(7)} & \text{k(6)} & \text{k(8)} & \text{k(1)} & \text{k(1)}; \\ & \text{K(8)} & \text{k(9)} & \text{k(12)} & \text{k(6)} & \text{k(4)} & \text{k(7)}; \\ & \text{k(8)} & \text{k(9)} & \text{k(12)} & \text{k(5)} & \text{k(3)} & \text{k(5)}; \\ & \text{k(10)} & \text{k(10)} & \text{k(13)} & \text{k(7)} & \text{k(4)} & \text{k(6)}; \\ & \text{k(6)} & \text{k(5)} & \text{k(11)} & \text{k(9)} & \text{k(2)} & \text{k(10)}; \\ & \text{k(4)} & \text{k(8)} & \text{k(5)} & \text{k(2)} & \text{k(9)} & \text{k(12)} \\ & \text{k(11)} & \text{k(4)} & \text{k(6)} & \text{k(12)} & \text{k(10)} & \text{k(13)}; \\ & \text{k(6)} & \text{k(7)} & \text{k(4)} & \text{k(9)} & \text{k(12)} & \text{k(8)}; \\ & \text{k(7)} & \text{k(6)} & \text{k(4)} & \text{k(10)} & \text{k(13)} & \text{k(10)}; \\ & \text{k(6)} & \text{k(5)} & \text{k(3)} & \text{k(8)} & \text{k(12)} & \text{k(9)}; \\ & \text{k(9)} & \text{k(10)} & \text{k(2)} & \text{k(6)} & \text{k(11)} & \text{k(5)}; \\ & \text{k(12)} & \text{k(13)} & \text{k(10)} & \text{k(11)} & \text{k(6)} & \text{k(4)}; \\ & \text{k(2)} & \text{k(12)} & \text{k(9)} & \text{k(4)} & \text{k(5)} & \text{k(3)}; \\ & \text{K4} = \left[ \text{k(14)} & \text{k(11)} & \text{k(11)} & \text{k(13)} & \text{k(10)} & \text{k(10)}; \\ & \text{k(11)} & \text{k(11)} & \text{k(11)} & \text{k(12)} & \text{k(9)} & \text{k(8)}; \\ \end{array} \right. \end{array}
108
109
110
113
114
116
119
120
121
                        k(11) k(14) k(11) k(12) k(9) k(8);
```

```
146
        % DISPLAY 3D TOPOLOGY (ISO-VIEW)
       function display.3D(rho)
[nely, nelx] = size(rho);

kx = 1; hy = 1; hz = 1;

face = [1 2 3 4; 2 6 7 3; 4 3 7 8; 1 5 8 4; 1 2 6 5; 5 6 7 8];

set(gcf, 'Name', 'ISO display', 'NumberTitle', 'off');

for k = 1:nelz

z = (k-1)*hz;

for i = 1:nelx

x = (i-1)*hx;

for j = 1:nely

y = nely*hy - (j-1)*hy;

if (rho(j,i,k) > 0.5) % User-defined display density threshold

vert = [x y z; x y-hx z; x+hx y-hx z; x+hx y z; x y z+hx; x y-hx z+hx; x+hx y-hx z +hx; x+hx y z+hx];

vert(:,[2 3]) = vert(:,[3 2]); vert(:,2,:) = -vert(:,2,:);

patch('Faces', face, 'Vertices', vert, 'FaceColor', [0.2+0.8*(1-rho(j,i,k))],

hold on;

end
        function display_3D(rho)
 149
 153
154
 155
 157
 158
159
 160
 161
 162
 163
 164
165
                           end
                     end
 166
              end
 167
168
        axis equal: axis tight: axis off: box on: view([30.30]): pause(1e-6):
          166
          167
                  end
                  axis equal; axis tight; axis off; box on; view([30,30]); pause(1e-6); end
                 % — This code was written by K Liu and A Tovar, Dept. of Mechanical % — Engineering, Indiana University-Purdue University Indianapolis, % — Indiana, United States of America
          171
          172
173
174
175
                  % = Please send your suggestions and comments to: kailiu@iupui.edu
                 The code as well as step-by-step tutorials can be found from the 
website: http://top3dapp.com
          182
          183
                 186
```

#### 5) Conclusiones

#### Raúl Emiliano Soto Salas – 1864359

En conclusión con la práctica, el uso de matlab es algo que realmente nos ayuda a la hora de realizar trabajos y actividades, en este caso nos ayudó en la realización de un análisis topológico, personalmente no tenia idea de que en matlab se podía realizar este tipo de problemas y a la vez nos hace dar cuenta de como es que un software te puede facilitar tanto algo que haciendo por otros métodos te tardarías demasiado. Espero seguir aprendiendo más cosas sobre matlab y la biomecánica para poder realizar las siguientes actividades a lo largo del curso.

#### Melissa Alejandra Jasso Maciel 1897337

Al trabajar en esta práctica pude aprender sobre lo mucho que podemos hacer usando MATLAB, además de facilitarnos nuestros proyectos y ayudarnos con nuestros cálculos, también nos permite realizar simulaciones o más específicamente análisis de elemento finito y de una optimización topológica de algún sistema. Con respecto a los objetivos de la practica podemos decir que se cumplieron con éxito y fue muy interesante la realización de esta ya que es una función que desconocía, pero sé que utilizaré mucho para mis siguientes clases de la materia de biomecánica.

#### Carlos Antonio Caballero Padilla 1900864

En conclusión, a través de esta práctica #1 logré los objetivos planteados de la misma, ya que ahora conozco más a profundidad las secciones que integran el código de optimización topológica, además comprendí más acerca de Matlab así como del análisis obtenido de la ejecución de la geometría mediante su programación.

#### Omar Gerardo Ríos Gaytán 1902388

Después de realizar la anterior práctica, en la cual se debía de realizar un análisis topológico, me tome el tiempo de comprobar y estudiar algunas de las funciones que se me podía otorgar al usar el software de MatLab. Esto debido a que, aunque ya lo he usado antes, para lo único que lo usaba era para realizar funciones matemáticas sencillas como las derivaciones o integrales de ecuaciones y/o de las propias ecuaciones diferenciales; o bien, lo usaba para solucionar o comprobar de manera sencilla procedimientos con matrices de cualquier dimensión. Ahora, gracias a la práctica impartida y al realizar la conversión topológica gracias al software, pude entender una operación que jamás había usado en MatLab, y que me va a ayudar demasiado a lo largo de la clase ordinaria y del laboratorio impartido.

### Edgar Alan Carrizales Treviño 1904406

Al realizar esta práctica pude entender más el cómo funciona Matlab dentro del área de la geometría que estábamos probando ya que anteriormente en semestres pasados habría usado Matlab, pero de manera más matemática sin necesidad de tratar de programar más a fondo y aunque hubo bastantes problemas al momento de programar está tipología al final pudimos resolver la problemática y comprender la manera en la que se desea trabajar.

#### Néstor Eliud Cano García 1909644

La conclusión que puedo tener tras el desarrollo de esta práctica, es el cómo obtuve un mayor comprendimiento sobre lo que es la optimización topológica y como está se puede utilizar en lo que es el software de Matlab, también logré tener un mayor entendimiento del funcionamiento de Matlab dentro de la materia de biomecánica, siendo que me recuerda un poco a mis clases de diseño de máquinas donde según la forma que pueda tener una viga podría modificar sus propiedades como lo sería su resistencia a la flexión o la presión, claro también tomando en cuenta cosas como el material usado, sin lugar a duda conocer el concepto de optimización topológica es algo interesante y útil si uno quiere dedicarse a la fabricación de prótesis mecánicas

#### **Bibliografía**

- Meza, C. A., Tamayo, F., & Franco, E. E. (2015). Optimización topológica aplicada al diseño de componentes estructurales mecánicos de peso reducido. El hombre y la máquina, (46), 72-79.
- Ochoa Sánchez, C. A. (2018). Optimización topológica en estructuras de tres dimensiones usando elementos finitos en el campo elástico lineal.
   Departamento de Ingeniería Civil y Agrícola.
- 99 Line Topology Optimization Code O. Sigmud, Department of Solid Mechanics, Building 404, Technical University of Denmark, DK-2800 Lyngby, Denmark.