FORMULARIO

CINEMATICA

MOTO RETTILINEO

VETTORE SPOSTAMENTO $\vec r = \vec r(t)$ $\vec r(t) = \int \vec v\, dt$

VELOCITÀ ISTANTANEA $\vec v = \frac{d\vec r}{dt}$ $\vec v(t) = \int \vec a\, dt$ VELOCITÀ MEDIA $\vec v_M = \frac{\Delta \vec r}{\Delta t}$

ACCELERAZIONE ISTANTANEA $\vec a = \vec a_{tan} + \vec a_n$ $\vec a_{tan} = \frac{dr}{dt}\hat\tau$ $|a_n| = \frac{v^2}{R}$

ACCELERAZIONE MEDIA $\vec a = \frac{\Delta \vec v}{\Delta t}$

LEGGE ORARIA DEL MOTO RETTILINEO UNIFORME $\vec r(t) = \vec v t + \vec r_0$

LEGGE ORARIA DEL MOTO RETTILINEO UNIFORMEMENTE ACCELERATO $\vec r(t) = \frac{1}{2}\vec a t^2 + \vec v_0 t + \vec r_0$

MOTO CIRCOLARE

ACCELERAZIONE CENTRIPETA $\vec a_c = -\frac{v^2}{R}\hat R$

VELOCITÀ ANGOLARE $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ $\omega(t) = \int \alpha\, dt$

ACCELERAZIONE ANGOLARE $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$ ANGOLO $\theta(t) = \int \omega\, dt$

ALTRE RELAZIONI $\frac{d\theta}{dt} = \frac{|\vec v|}{R}$ $\omega = \frac{|\vec v|}{R}$ $\alpha = \frac{1}{R}\frac{dv}{dt}$ $\alpha = \frac{|a_{tan}|}{R}$ $v = \frac{2\pi R}{T}$

$T = \frac{1}{f}$

DINAMICA

1° PRINCIPIO $\Delta v = 0 \iff \sum \vec F = 0$ 2° PRINCIPIO $\Delta v \neq 0 \iff \sum \vec F = m\vec a$

3° PRINCIPIO $\vec F_{A\to B} = -\vec F_{B\to A}$ FORZA CENTRIPETA $\vec F_c = m\frac{v^2}{R}\hat R = m\omega^2 R\hat R$

TRASFORMAZIONI DI GALILEO $\begin{cases} x' = x - V_{0x}t \\ y' = y - V_{0y}t \\ z' = z - V_{0z}t \end{cases}$

QUANTITÀ DI MOTO $\vec q = m\vec v$ $\vec F = \frac{d\vec q}{dt}$ IMPULSO $\vec I = \Delta \vec q$

TEOREMA DELL'IMPULSO $\int_{t_0}^{t_f} (\Sigma F)\, dt = \Delta q$

MOMENTO ANGOLARE RISPETTO AD UN POLO Ω $\vec l_\Omega = \vec r_\Omega \times \vec q$ $|\vec l_\Omega| = r_\Omega q \sin\alpha$

MOMENTO DELLE FORZE $\vec M_\Omega = \frac{d\vec l_\Omega}{dt} + \vec v_\Omega \times \vec q$ $\vec M_\Omega = \vec r_\Omega \times \vec F$

FORZA ELASTICA

$\vec F_e = -K\vec x$ LEGGE ORARIA DEL MOTO ARMONICO $x(t) = x_0 \sin(\omega t + \varphi)$ $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$

$v(t) = x_0\,\omega\cos(\omega t + \varphi)$ $a(t) = -x_0\,\omega^2\sin(\omega t + \varphi)$

MOTO DEL PENDOLO SEMPLICE

$\theta(t) = \theta_0 \sin(\omega t + \varphi)$ $\omega = \sqrt{g/L}$ $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ 

FORZE DI ATTRITO, ATTRITO VISCOSO + MOLLA

ATTRITO STATICO $\sum \vec{F} = 0$ $\vec{F_a} = \mu_s \vec{N}$ ATTRITO DINAMICO $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ $\vec{F_a} = \mu_d \vec{N}$

ATTRITO VISCOSO $\vec{F_a} = -\beta \vec{v}$

MOTO ARMONICO SMORZATO $x(t) = x_0 e^{(-\beta/2m)t} [\sin(\omega t + \varphi)]$ $\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{\beta^2}{4m^2}}$

ENERGIA

LAVORO $W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$ POTENZA $P = \frac{dW}{dt}$ $P = F v$

ENERGIA CINETICA $K = \frac{1}{2} m v^2$ TEOREMA DELLE FORZE VIVE $W_{tot} = \Delta K$

TEOREMA DELL'ENERGIA POTENZIALE $W_{tot} = -\Delta U$

VARIAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA CON FORZE CONSERVATIVE $\Delta M = 0$ $K_B + U_B = K_A + U_A$

ENERGIA TOTALE CON LAVORI NON CONSERVATIVI $W_{tot} = W_c + W_{nc}$

ENERGIA POTENZIALE GRAVITAZIONALE $U = mgh$

ENERGIA POTENZIALE ELASTICA $U = \frac{1}{2} k x^2$

CONDIZIONI DI EQUILIBRIO $\begin{cases} F_x = -\frac{\delta U}{\delta x} \\ F_y = -\frac{\delta U}{\delta y} \\ F_z = -\frac{\delta U}{\delta z} \end{cases} \Rightarrow \vec{F} = -\vec{\nabla} U$

BARICENTRO

CENTRO DI MASSA $\vec{r_c} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i r_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$ VELOCITÀ DEL CENTRO DI MASSA $\vec{v_c} = \frac{\vec{q}_{tot}}{M_{tot}}$

ACCELERAZIONE DEL CENTRO DI MASSA $\vec{a_c} = \frac{\vec{F_{tot}}}{M_{tot}}$

EQUAZIONI CARDINALI DEL MOTO $\begin{cases} \sum \vec{F}^{ext} = \frac{d\vec{Q}}{dt} \\ \sum \vec{M}^{ext} = \frac{d\vec{L}}{dt} \end{cases}$

URTI

2° TEOREMA DI KOENIG $K_{tot} = K_c + \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} m_i v_i^2$

COEFFICIENTE DI RESTITUZIONE $e^2 = \frac{\Delta K_{tot\ f}}{\Delta K_{tot\ i}}$ $V_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$

- $e^2 = 1$ $\longrightarrow$ URTO ELASTICO $\Delta K = \Delta \vec{Q} = 0$; $V_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1$
- $0 < e^2 < 1$ $\longrightarrow$ URTO PARZIALMENTE ANELASTICO
- $e^2 = 0$ $\longrightarrow$ URTO TOTALMENTE ANELASTICO $\Delta \vec{Q} = 0$ $V_1 = V_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1$

LEGGE DI GRAVITAZIONE UNIVERSALE

2ª LEGGE DI KEPLERO  $A=B \Rightarrow t_A = t_B$ 3ª LEGGE DI KEPLERO $\frac{T^2}{a^3} = K$ a SEMIASSE MAGGIORE

FORZA DI GRAVITÀ $\vec F = G\cdot\frac{m_1 m_2}{r^2}\hat r$ g IN UN GENERICO PUNTO DELLA TERRA $\vec{g'} = \frac{GM_T}{(R_T+h)^2}$

$\Rightarrow \vec{g'} = \vec g - \omega^2 d = g - \underbrace{\omega^2 R_T \cos\lambda\,\hat r}_{\text{TERMINE CORRETTIVO}}$ MOMENTO DELLE FORZE $|\vec M| = mrv$ VALIDA IN PERIELIO E IN AFELIO

FORZA CENTRIFUGA $\vec F_c = m\omega^2 d\,\hat d$ ENERGIA POTENZIALE GRAVITAZIONALE $U = -\frac{1}{r} G M_1 m$

VELOCITÀ D' FUGA $v_m = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}$ VELOCITÀ AREOLARE COSTANTE $\frac12 a_1 v_1 = \frac12 a_2 v_2$

TERMINE DI TRASCINAMENTO $\vec F = -\frac{GM_S m_P}{r}\hat r + m_P\omega^2 r\,\hat r$ ENERGIA POTENZIALE EFFICACE $U = -\frac{GM_S m_P}{r} + \frac{L^2}{2m_P r^2}$

EQUILIBRIO DEI CORPI RIGIDI

DENSITÀ LINEARE $\lambda = \frac{m}{l}$ DENSITÀ SUPERFICIALE $\sigma = \frac{m}{S}$ DENSITÀ VOLUMICA $\rho = \frac{m}{V}$

CENTRO DI MASSA NEL CORPO RIGIDO $\vec r_c = \frac{\int_{cr} \vec r\, dm}{\int_{cr} dm}$ INERZIA $K = \frac12 \omega^2 \int_{cr} h^2 dm$

MOMENTO D'INERZIA RISPETTO ALL'ASSE a $I_a = \int_{cr} h^2 dm$ TEOREMA DEGLI ASSI PARALLELI

$I_a = I_c + md^2 \Leftrightarrow \hat a \parallel \hat c$ MOMENTO ANGOLARE TOTALE $\vec L = \vec\omega I_c$ $\vec M^{ext} = \frac{d(\omega I_c)}{dt}$

MOMENTO ANGOLARE IN PUNTO GENERICO Ω $\vec L_\Omega = \vec L_c + \vec r_c \times m\vec v_c$

PENDOLO

$$\vec M^{ext} = \vec l \times M\vec g = -\frac{l}{2} Mg\sin\theta\,\hat z = I_0\frac{d^2\theta}{dt^2} \xrightarrow{\theta \ll 1} \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{lMg}{2I_0} = 0 \qquad \omega = \sqrt{\frac{lMg}{2I_0}}$$

URTI

ELASTICO $\frac12 Mv^2 = \frac12 MV^2 + \frac12 I_0\omega^2$ $\Delta K = 0$ $\Delta L = 0$ $l m v\hat z = l m V\hat z + I_0\omega$

TOTALMENTE ANELASTICO $\Delta L = 0$ $\Delta K \neq 0$

GENERALMENTE $\Delta Q \neq 0$

MOMENTI D'INERZIA PARTICOLARI

$I_{sfera} = \frac25 MR^2$ $I_{trave} = \frac{1}{12} Ml^2$ $I_{cilindro} = \frac12 MR^2$ $I_{disco} = \frac12 MR^2$ $I_{cerchio} = MR^2$

$I_{cono} = \frac{3}{10} MR^2$

FLUIDI

PRESSIONE $P = \frac{F_\perp}{S}$ SFORZO DI TAGLIO $\tau = \frac{F_\parallel}{S}$ RELAZIONE FONDAMENTALE DELLA STATICA DEI FLUIDI $\frac{dP}{dy} = -\rho g$ LEGGE DI STEVINO $P_0 = P + \rho g h$ QUANDO P,V COSTANTE $P = P_0 e^{-\frac{\rho_0}{P_0} g y}$

$\frac{h_2}{h_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$ SPINTA DI ARCHIMEDE $F_1 - F_2 = mg \rightarrow \vec A = m\vec g$

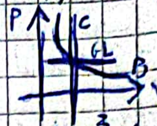
$S\cdot v = Q$ PORTATA $\quad R = V/t$

EQUAZIONE DI CONTINUITÀ $S_1 v_1 = S_2 v_2$ EQUAZIONE DI BERNOULLI $P + \rho g y + \frac{1}{2}\rho v^2$ costante

TERMODINAMICA

LEGGE DI BOYLE $P_F V_F = P_i V_i$ LEGGE DI CHARLES $\frac{P_F}{T_F} = \frac{P_i}{T_i}$ LEGGE DI GAY-LUSSAC $\frac{V_F}{T_F} = \frac{V_i}{T_i}$

LAVORO DEL SISTEMA SULL'AMBIENTE $W_{TOT} = \int_{V_i}^{V_F} P\,dV$ PIANO DI CLAPEYRON



PRINCIPIO DI EQUIPARTIZIONE DELL'ENERGIA $\frac{3}{2} m v^2 = \frac{3}{2} K_B T$ ENERGIA CINETICA $K = \frac{3}{2} K_B T$

ENERGIA INTERNA $U = \frac{3}{2} K_B T$ EQUAZIONE DI STATO DEI GAS PERFETTI $PV = nRT$

$T_A > T_B$ $\Delta U_A = N_A \frac{3}{2} K_B (T_{EQ} - T_A)$; $\Delta U_B = N_B \frac{3}{2} K_B (T_B - T_{EQ}) \rightarrow T_{EQ} = \frac{c_A m_A T_A + c_B m_B t_B}{c_A m_A + c_B m_B}$

1° PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA $\Delta U = Q - W$ CALORE LATENTE $Q = Q_{LAT}\, m$

ISOCORA $W = 0$ ADIABATICA $Q = 0$ CICLICA $\Delta U = 0$ CALORE SPECIFICO NEI GAS PERFETTI V COSTANTE $C_V = \frac{3}{2} R$ (GAS MONOATOMICI) $C_V = \frac{5}{2} R$ (BIATOMICI) $C_V = 3R$ (POLIATOMICI)

P COSTANTE $C_P = \frac{5}{2} R$ (GAS MONOATOMICI) $C_P = \frac{7}{2} R$ (BIATOMICI) $C_P = 4R$ (POLIATOMICI) $\Delta U = n C_V \Delta T$

TRASFORMAZIONI TERMODINAMICHE PER I GAS PERFETTI ISOCORA $\Delta U = Q = n C_V \Delta T$

ISOBARA $Q = n C_P \Delta T$, $W = nR\Delta T$, $\Delta U = n C_V \Delta T$ ISOTERMA $\Delta U = 0$ $Q = W = nRT \ln \frac{V_F}{V_i}$

ADIABATICA $TV^{\gamma-1} = T_0 V_0^{\gamma-1}$ $PV^{\gamma} = P_0 V_0^{\gamma}$ $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$

STRUMENTI MATEMATICI IMPORTANTI

ANGOLI ASSOCIATI

$2\pi - \alpha$ $\sin(2\pi-\alpha) = -\sin\alpha$ $\cos(2\pi-\alpha) = \cos\alpha$ $\tan(2\pi-\alpha) = -\tan\alpha$ $\cot(2\pi-\alpha) = -\cot\alpha$

$\pi - \alpha$ $\sin(\pi-\alpha) = \sin\alpha$ $\cos(\pi-\alpha) = -\cos\alpha$ $\tan(\pi-\alpha) = -\tan\alpha$ $\cot(\pi-\alpha) = -\cot\alpha$

$\pi + \alpha$ $\sin(\pi+\alpha) = -\sin\alpha$ $\cos(\pi+\alpha) = -\cos\alpha$ $\tan(\pi+\alpha) = \tan\alpha$ $\cot(\pi+\alpha) = \cot\alpha$

$\frac{\pi}{2} - \alpha$ $\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha) = \cos\alpha$ $\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha) = \sin\alpha$ $\tan(\frac{\pi}{2}-\alpha) = \cot\alpha$ $\cot(\frac{\pi}{2}-\alpha) = \tan\alpha$

$\frac{\pi}{2} + \alpha$ $\sin(\frac{\pi}{2}+\alpha) = \cos\alpha$ $\sin(\frac{\pi}{2}+\alpha) = -\sin\alpha$ $\tan(\frac{\pi}{2}+\alpha) = -\cot\alpha$ $\cot(\frac{\pi}{2}+\alpha) = -\tan\alpha$

$\frac{3}{2}\pi - \alpha$ $\sin(\frac{3}{2}\pi-\alpha) = -\cos\alpha$ $\sin(\frac{3}{2}\pi-\alpha) = \sin\alpha$ $\tan(\frac{\pi}{2}-\alpha) = \cot\alpha$ $\cot(\frac{3}{2}\pi-\alpha) = \tan\alpha$

$\frac{3}{2}\pi + \alpha$ $\sin(\frac{3}{2}\pi+\alpha) = -\cos\alpha$ $\cos(\frac{3}{2}\pi+\alpha) = \sin\alpha$ $\tan(\frac{3}{2}\pi+\alpha) = -\cot\alpha$ $\cot(\frac{3}{2}\pi+\alpha) = -\tan\alpha$

DERIVATE FONDAMENTALI

$\frac{d}{dx} x^{\alpha} = \alpha x^{\alpha-1}$ $\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}$ $\frac{d}{dx} e^x = e^x$ $\frac{d}{dx} \sin x = \cos x$ $\frac{d}{dx} \cos x = -\sin x$

$\frac{d}{dx} \tan x = 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$ $\frac{d}{dx} \arctan x = \frac{1}{1+x^2}$ $\frac{d}{dx} \arcsin x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $\frac{d}{dx} \arccos x = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$\frac{d}{dx}$ COSTANTE $= 0$

INTEGRALI FONDAMENTALI

$\int x^{\alpha} dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c, \alpha \neq -1$; $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + c$ $\int e^{x} dx = e^{x} + c$ $\int \sin x \, dx = -\cos x + c$

$\int \cos x \, dx = \sin x + c$ $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$ $\int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan x + c$