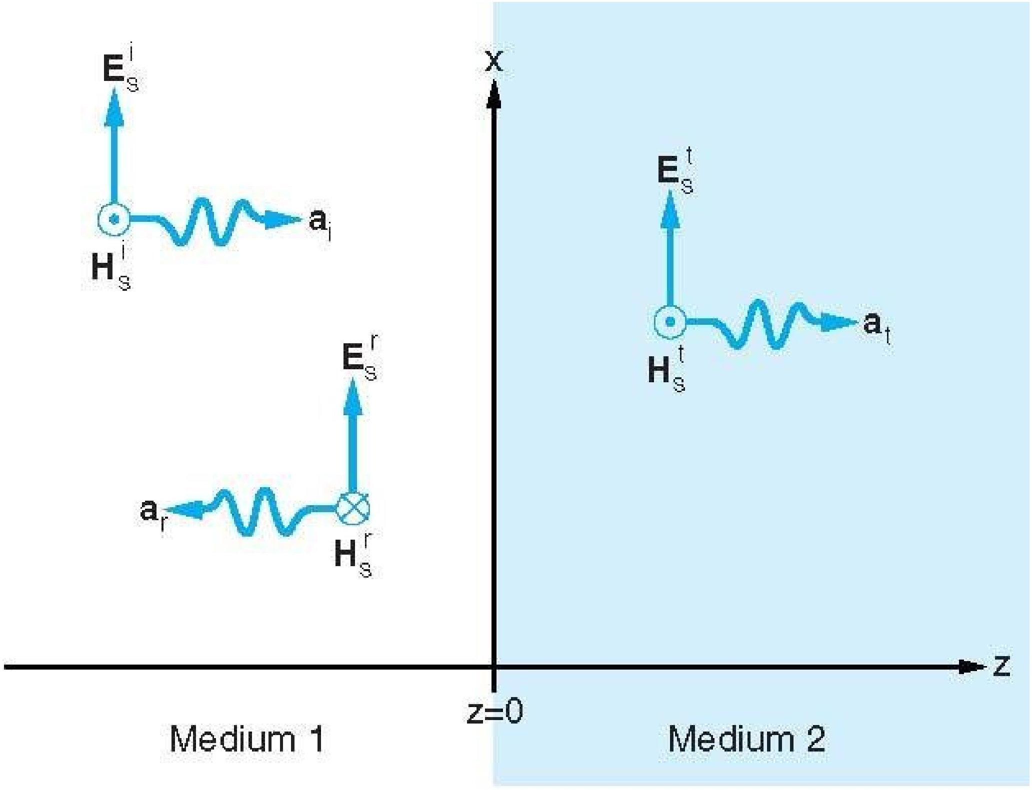
Incidenza di onde piane uniformi su di una superficie di separazione tra due dielettrici 1/7

Consideriamo un'onda piana uniforme che si propaghi nella direzione positiva dell'asse z e che incontri una discontinuità nel dielettrico in z=0.

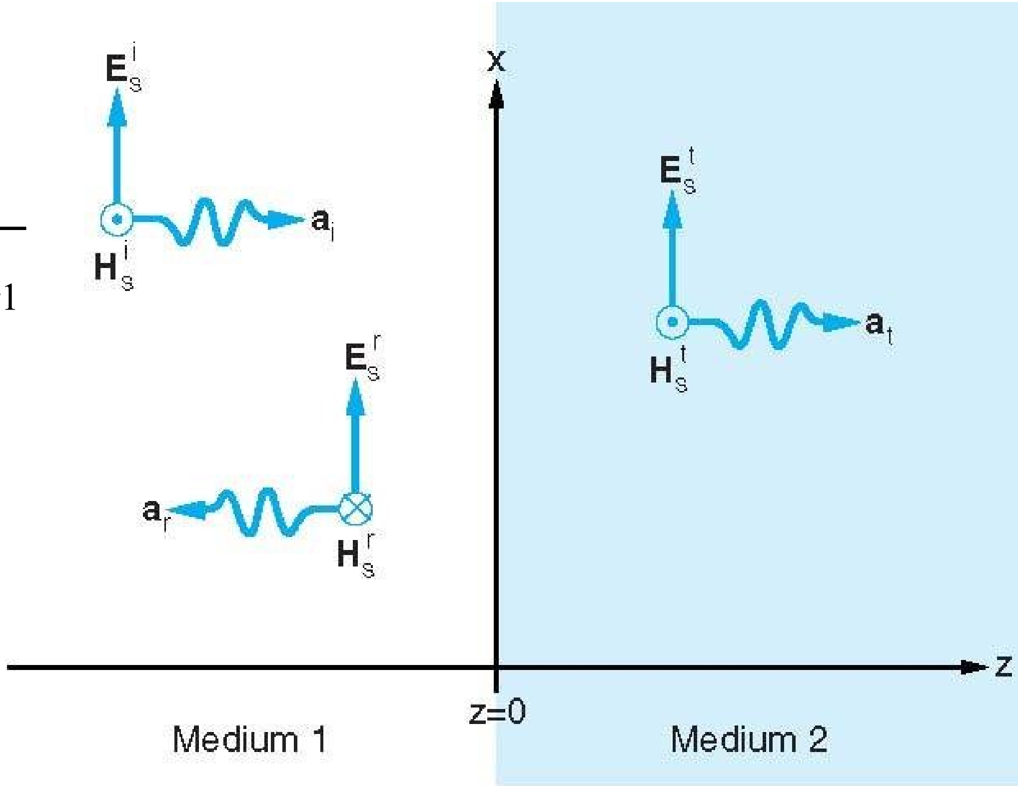
Si viene a creare un'onda riflessa che viaggia nella direzione negativa dell'asse z ed un'onda trasmessa nel secondo mezzo.

Ciò è dovuto al fatto che i campi e.m. devono soddisfare le condizioni al contorno in z=0.



Incidenza di onde piane uniformi su di una superficie di separazione tra due dielettrici 2/7

Supponiamo che l'onda sia caratterizzata da un polarizzazione lineare verticale:



$$\vec{E}^i = E_x^+ e^{-j\beta_1 z}\hat{x} \quad \beta_1 = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_{r1}} = k_0\sqrt{\varepsilon_{r1}}$$

$$\vec{H}^i = \frac{E_x^+}{\eta_1} e^{-j\beta_1 z}\hat{y} \quad \eta_1 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}}} = \frac{\eta_0}{\sqrt{\varepsilon_{r1}}}$$

Nel primo mezzo si crea un'onda riflessa e nel secondo un'onda trasmessa, di ampiezze, per ora, incognite:

$$\vec{E}^r = E_x^- e^{j\beta_1 z}\hat{x} \quad \vec{H}^r = -\frac{E_x^-}{\eta_1} e^{j\beta_1 z}\hat{y}$$

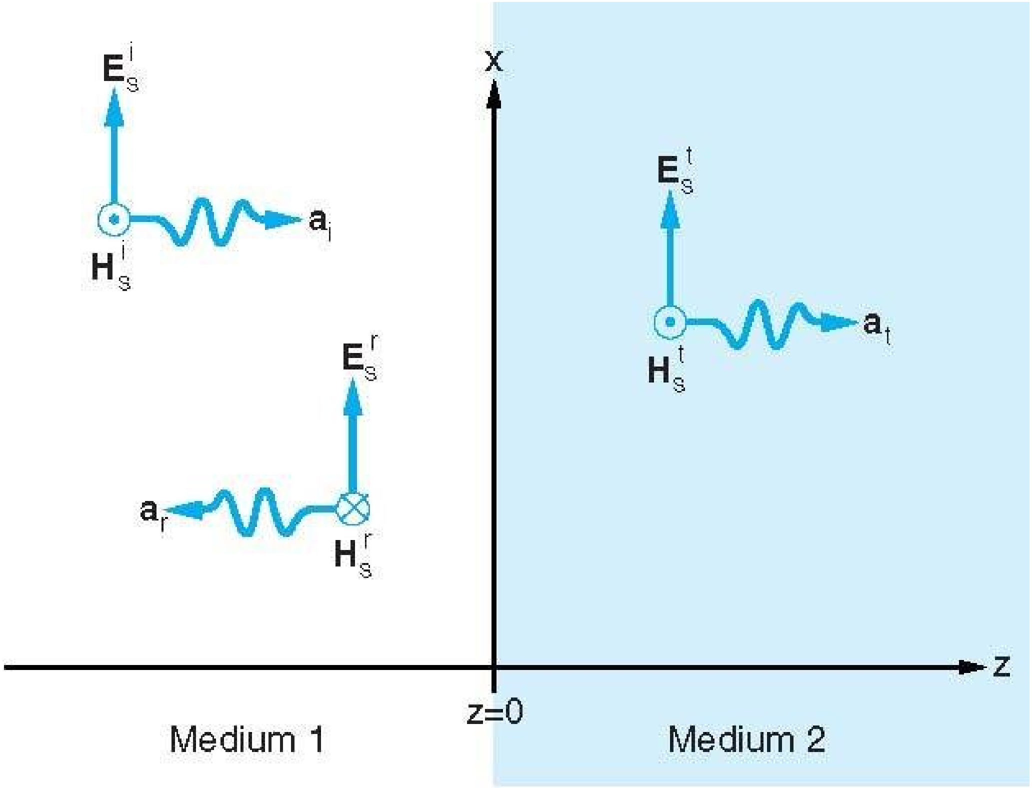
$$\vec{E}^t = E_x^{tr} e^{-j\beta_2 z}\hat{x} \quad \beta_2 = k_0\sqrt{\varepsilon_{r2}}$$

$$\vec{H}^t = \frac{E_x^{tr}}{\eta_2} e^{-j\beta_2 z}\hat{y} \quad \eta_2 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0\varepsilon_{r2}}} = \frac{\eta_0}{\sqrt{\varepsilon_{r2}}}$$

Incidenza di onde piane uniformi su di una superficie di separazione tra due dielettrici 3/7

Per trovare le ampiezze incognite dei campi dobbiamo applicare le condizioni al contorno in z=0

$$E_t\big|_{z=0^-} = E_t\big|_{z=0^+} \qquad H_t\big|_{z=0^-} = H_t\big|_{z=0^+}$$



$$\vec{\mathrm{E}}_{t1}(z) = E_x^+ e^{-j\beta_1 z}\hat{\mathrm{x}} + E_x^- e^{j\beta_1 z}\hat{\mathrm{x}}$$

$$\vec{\mathrm{H}}_{t1}(z) = \frac{E_x^+}{\eta_1} e^{-j\beta_1 z}\hat{\mathrm{y}} - \frac{E_x^-}{\eta_1} e^{j\beta_1 z}\hat{\mathrm{y}}$$

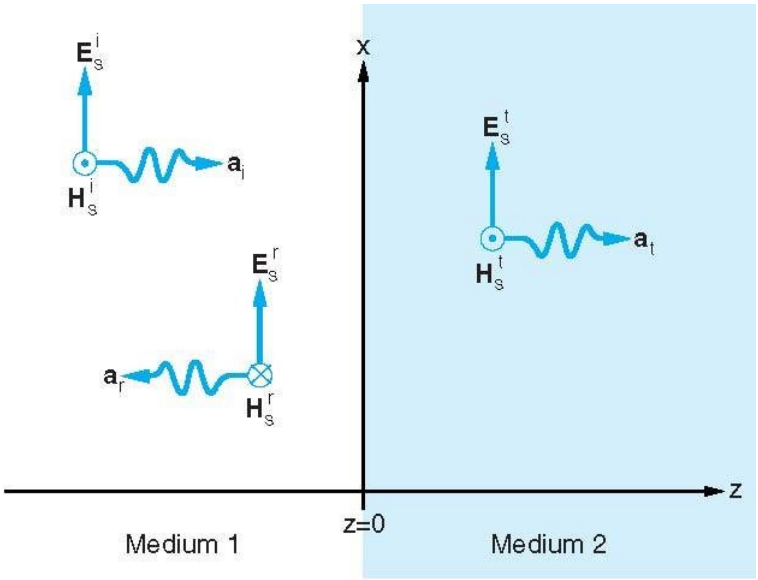
$$\vec{\mathrm{E}}_{t2}(z) = E_x^{tr} e^{-j\beta_2 z}\hat{\mathrm{x}}$$

$$\vec{\mathrm{H}}_{t2}(z) = \frac{E_x^{tr}}{\eta_2} e^{-j\beta_2 z}\hat{\mathrm{y}}$$

Incidenza di onde piane uniformi su di una superficie di separazione tra due dielettrici 4/7

$$\vec{E}_{t1}(0^-) = E_x^+\hat{x} + E_x^-\hat{x} \qquad \vec{E}_{t2}(0^+) = E_x^{tr}\hat{x}$$

$$\vec{H}_{t1}(0^-) = \frac{E_x^+}{\eta_1}\hat{y} - \frac{E_x^-}{\eta_1}\hat{y} \qquad \vec{H}_{t2}(0^+) = \frac{E_x^{tr}}{\eta_2}\hat{y}$$



$$E_t\big|_{z=0^-} = E_t\big|_{z=0^+} \qquad H_t\big|_{z=0^-} = H_t\big|_{z=0^+}$$

$$\begin{cases} E_x^+ + E_x^- = E_x^{tr} \\ \dfrac{E_x^+}{\eta_1} - \dfrac{E_x^-}{\eta_1} = \dfrac{E_x^{tr}}{\eta_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E_x^+ = E_x^{tr} - E_x^- \\ \dfrac{E_x^+}{\eta_1} = \dfrac{E_x^{tr}}{\eta_2} + \dfrac{E_x^-}{\eta_1} \end{cases}$$

Sistema di due equazioni lineari in due incognite non omogeneo

Incidenza di onde piane uniformi su di una superficie di separazione tra due dielettrici 5/7

La soluzione del sistema è:

$$E_x^- = \rho E_x^+ \qquad E_x^{tr} = \tau E_x^+ = (1+\rho)E_x^+$$

$$\rho = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} = \frac{\dfrac{\eta_0}{\sqrt{\varepsilon_{r2}}} - \dfrac{\eta_0}{\sqrt{\varepsilon_{r1}}}}{\dfrac{\eta_0}{\sqrt{\varepsilon_{r2}}} + \dfrac{\eta_0}{\sqrt{\varepsilon_{r1}}}} = \frac{\sqrt{\varepsilon_{r1}} - \sqrt{\varepsilon_{r2}}}{\sqrt{\varepsilon_{r1}} + \sqrt{\varepsilon_{r2}}}$$

Coefficiente di riflessione

$$\tau = 1 + \rho = 2\frac{\eta_2}{\eta_2 + \eta_1} = 2\frac{\sqrt{\varepsilon_{r1}}}{\sqrt{\varepsilon_{r1}} + \sqrt{\varepsilon_{r2}}}$$

Coefficiente di trasmissione

$$-1 \le \rho \le 1 \quad 0 \le \tau \le 2 \qquad \rho, \tau \in \Re$$

Incidenza di onde piane uniformi su di una superficie di separazione tra due dielettrici 6/7

A questo punto possiamo scrivere l'espressione completa dei campi nei due mezzi nel dominio dei fasori e del tempo:

$\vec{\mathrm{E}}_1(z) = E_x^+\left(e^{-j\beta_1 z} + \rho\, e^{j\beta_1 z}\right)\hat{\mathrm{x}}$	$\vec{\mathrm{E}}_1(z,t) = E_x^+\left[\cos\left(\omega t - \beta_1 z\right) + \rho\cos\left(\omega t + \beta_1 z\right)\right]\hat{\mathrm{x}}$
$\vec{\mathrm{H}}_1(z) = \dfrac{E_x^+}{\eta_1}\left(e^{-j\beta_1 z} - \rho\, e^{j\beta_1 z}\right)\hat{\mathrm{y}}$	$\vec{\mathrm{H}}_1(z,t) = \dfrac{E_x^+}{\eta_1}\left[\cos\left(\omega t - \beta_1 z\right) - \rho\cos\left(\omega t + \beta_1 z\right)\right]\hat{\mathrm{y}}$
$\vec{\mathrm{E}}_2(z) = \tau E_x^+ e^{-j\beta_2 z}\hat{\mathrm{x}}$	$\vec{\mathrm{E}}_2(z,t) = \tau E_x^+\cos\left(\omega t - \beta_2 z\right)\hat{\mathrm{x}}$
$\vec{\mathrm{H}}_2(z) = \dfrac{\tau E_x^+}{\eta_2} e^{-j\beta_2 z}\hat{\mathrm{y}}$	$\vec{\mathrm{H}}_2(z,t) = \dfrac{\tau E_x^+}{\eta_2}\cos\left(\omega t - \beta_2 z\right)\hat{\mathrm{y}}$
Fasori	Tempo

Incidenza di onde piane uniformi su di una superficie di separazione tra due dielettrici 7/7

Osservando le espressioni dei campi trasmessi, ci si potrebbe chiedere se le espressioni ottenute siano corrette dato che τ può essere maggiore di 1 quando $\varepsilon_{r1}>\varepsilon_{r2}$. Risulterebbe quindi che verrebbe trasmesso nel secondo mezzo una quantità di campo elettrico maggiore di quello incidente.
La risposta a tale osservazione è che, al tempo stesso, il campo magnetico trasmesso è inferiore a quello incidente e che, perciò, per vedere se i campi sono corretti bisogna effettuare delle considerazioni energetiche e non soltanto sui singoli campi. Si sottolinea, ancora una volta, che in condizioni dinamiche, bisogna guardare l'intero campo e.m. e non i singoli campi.

$$\vec{\mathrm{E}}_1(z) = E_x^+\left(e^{-j\beta_1 z} + \rho\, e^{j\beta_1 z}\right)\hat{\mathrm{x}} \qquad \vec{\mathrm{H}}_1(z) = \frac{E_x^+}{\eta_1}\left(e^{-j\beta_1 z} - \rho\, e^{j\beta_1 z}\right)\hat{\mathrm{y}}$$

$$\vec{\mathrm{E}}_2(z) = \tau E_x^+ e^{-j\beta_2 z}\hat{\mathrm{x}} \qquad \vec{\mathrm{H}}_2(z) = \frac{\tau E_x^+}{\eta_2} e^{-j\beta_2 z}\hat{\mathrm{y}}$$

Incidenza onde piane: Onde stazionarie

Analizziamo il campo em nel mezzo 1

Dominio dei fasori

$$\vec{\mathrm{E}}_1(z) = E_x^+\left(e^{-j\beta_1 z} + \rho\, e^{j\beta_1 z}\right)\hat{\mathrm{x}} = E_x^+\left(e^{-j\beta_1 z} + \rho\, e^{-j\beta_1 z} - \rho\, e^{-j\beta_1 z} + \rho\, e^{j\beta_1 z}\right)\hat{\mathrm{x}} =$$

$$= E_x^+ e^{-j\beta_1 z}(1-\rho) + E_x^+\rho\left(e^{-j\beta_1 z} + e^{j\beta_1 z}\right) = E_x^+ e^{-j\beta_1 z}(1-\rho) + 2E_x^+\rho\cos\beta_1 z$$

Onda piana

?

$$\vec{\mathrm{H}}_1(z) = \frac{E_x^+}{\eta_1}\left(e^{-j\beta_1 z} - \rho\, e^{j\beta_1 z}\right)\hat{\mathrm{y}} = \frac{E_x^+}{\eta_1}(e^{-j\beta_1 z} + \rho\, e^{j\beta_1 z} - \rho\, e^{j\beta_1 z} - \rho\, e^{j\beta_1 z}) =$$

$$= \frac{E_x^+}{\eta_1} e^{-j\beta_1 z}(1-\rho) + \frac{E_x^+}{\eta_1}\rho(e^{-j\beta_1 z} - e^{j\beta_1 z}) = \frac{E_x^+}{\eta_1} e^{-j\beta_1 z}(1-\rho) - 2\frac{E_x^+}{\eta_1} j\sin(\beta_1 z)$$

Incidenza onde piane: Onde stazionarie

Dominio del tempo

$$\vec{\mathrm{E}}_1(z,t) = E_x^+\left(1-\rho\right)\cos\left(\omega t-\beta_1 z\right)\hat{x} + 2E_x^+\rho\cos\left(\beta_1 z\right)\cos\left(\omega t\right)\hat{\mathrm{x}}$$

$$\vec{\mathrm{H}}_1(z,y) = \frac{E_x^+}{\eta_1}(1-\rho)\cos(\omega t-\beta_1 z)\hat{y} - 2\frac{E_x^+}{\eta_1}\sin(\omega t)\sin(\beta_1 z)\hat{y}$$

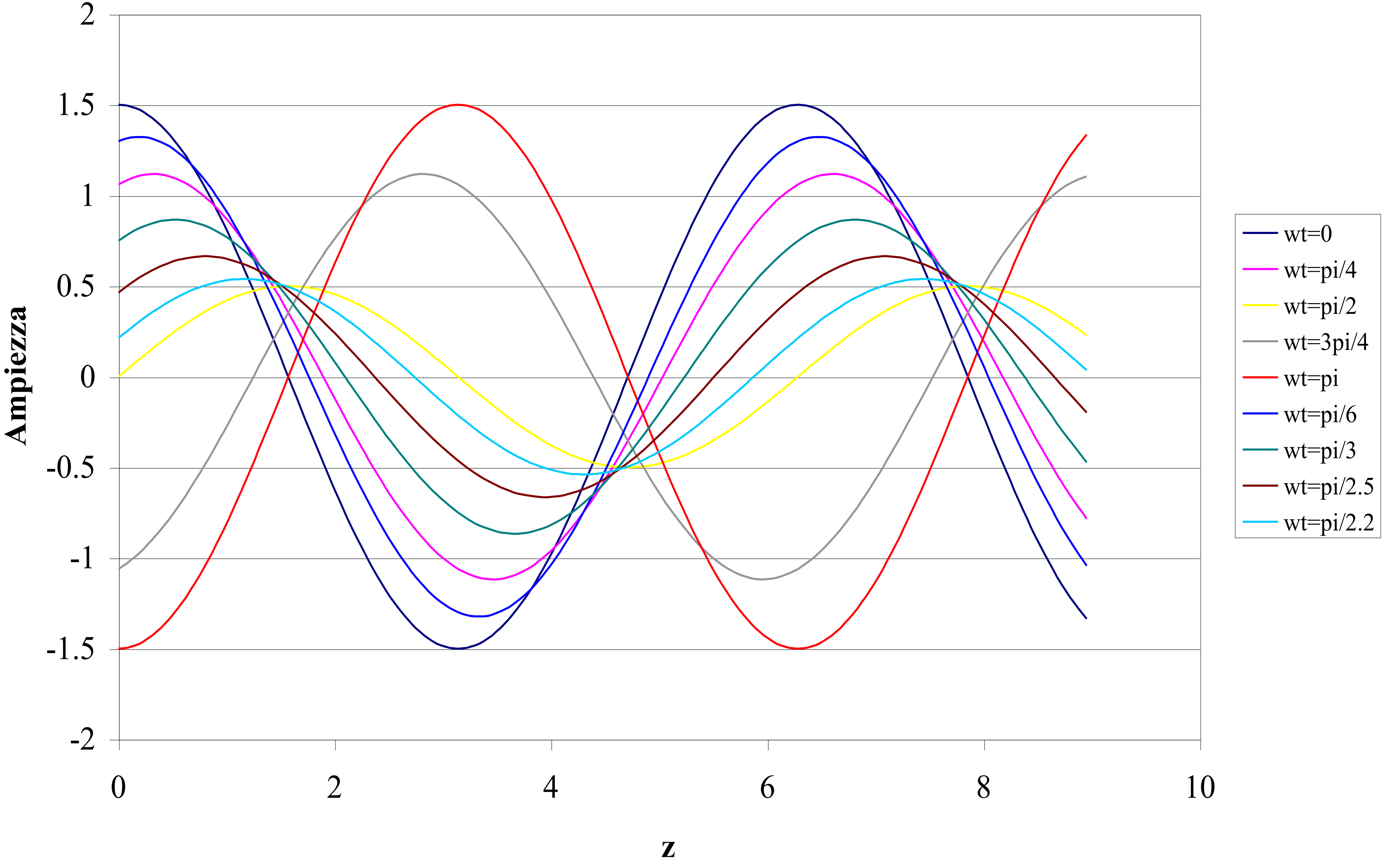
Onda stazionaria

ES:

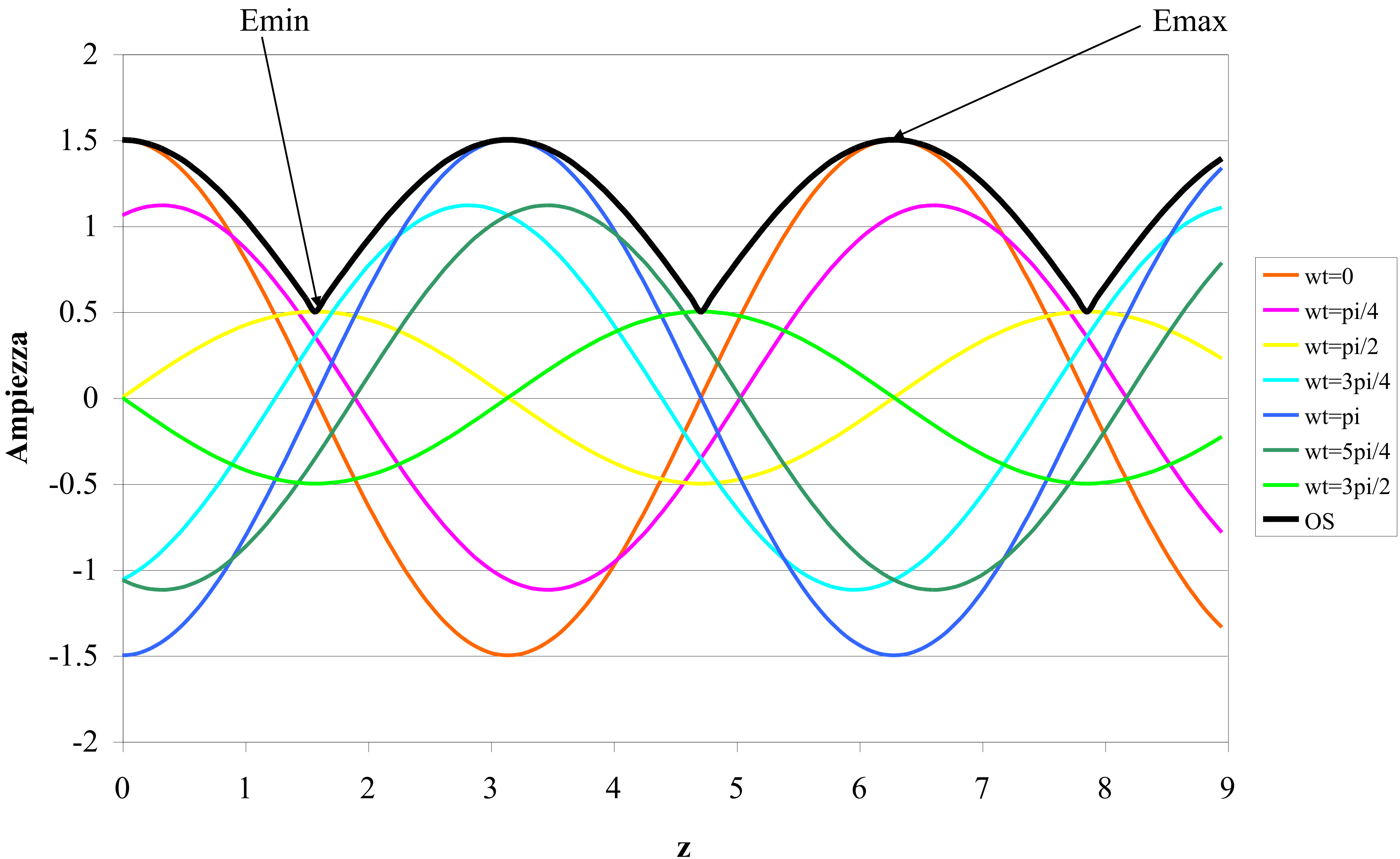
$$\mathrm{E}_{\mathrm{x}}^+ = 1 \qquad \rho = 0.5$$

$$\mathrm{E}_{\mathrm{x}}(\mathrm{z},\mathrm{t}) = 0.5\cos(\omega \mathrm{t}-\beta_1 \mathrm{z}) + \cos\beta_1 \mathrm{z}\cos(\omega \mathrm{t})$$

Incidenza onde piane: campo mezzo 1



Incidenza onde piane: campo mezzo 1



Vettore di Poynting e conservazione della densità di potenza 1/4

Valutiamo il vettore di Poynting associato alle onde nei due mezzi:

$$\vec{\mathrm{P}}_1(z) = \frac{1}{2}\vec{\mathrm{E}}_1(z)\times\vec{\mathrm{H}}_1^*(z) = \frac{1}{2}E_x^+\left(e^{-j\beta_1 z}+\rho\, e^{j\beta_1 z}\right)\frac{E_x^{+*}}{\eta_1}\left(e^{-j\beta_1 z}-\rho\, e^{j\beta_1 z}\right)^*\hat{z}$$

$$= \frac{\left|E_x^+\right|^2}{2\eta_1}\left(e^{-j\beta_1 z}+\rho\, e^{j\beta_1 z}\right)\left(e^{+j\beta_1 z}-\rho\, e^{-j\beta_1 z}\right)\hat{z}$$

$$= \frac{\left|E_x^+\right|^2}{2\eta_1}\left\{1-\rho^2+j\left[2\rho\sin\left(2\beta_1 z\right)\right]\right\}\hat{z} \quad \frac{W}{m^2}$$

$$\vec{\mathrm{P}}_2(z) = \frac{1}{2}\vec{\mathrm{E}}_2(z)\times\vec{\mathrm{H}}_2^*(z) = \frac{1}{2}\tau E_x^+ e^{-j\beta_2 z}\frac{\tau E_x^{+*}}{\eta_2}e^{j\beta_2 z}\hat{z} = \tau^2\frac{\left|E_x^+\right|^2}{2\eta_2}\hat{z} \quad \frac{W}{m^2}$$

Vettore di Poynting e conservazione della densità di potenza 2/4

$$\vec{\mathrm{P}}_1(z) = \frac{\left|E_x^+\right|^2}{2\eta_1}\left\{1-\rho^2 + j\left[2\rho\sin\left(2\beta_1 z\right)\right]\right\}\hat{\mathrm{z}} \qquad \vec{\mathrm{P}}_2(z) = \tau^2\frac{\left|E_x^+\right|^2}{2\eta_2}\hat{\mathrm{z}}$$

Osservando le due espressioni e ricordando il teorema di Poynting concludiamo che:

- **P**₁ è complesso, ma mentre la parte attiva (reale) non è funzione di z, la parte reattiva (immaginaria) lo è.
- quindi esiste una scambio di energia reattiva tra il campo elettrico e magnetico della combinazione delle onde progressive e regressive
- vi sono zone in cui l'energia reattiva è maggiormente associata al campo elettrico o al campo magnetico

$$\mathrm{Im}\oint_S \frac{1}{2}\vec{\mathrm{E}}\times\vec{\mathrm{H}}^*\cdot d\bar{\mathrm{S}} = j2\omega\left[U_{E,m} - U_{H,m}\right]$$

- l'energia reattiva si annulla in z=0, ovvero all'interfaccia tra i due dielettrici

Vettore di Poynting e conservazione della densità di potenza 3/4

- la parte attiva (reale) di **P₁** è data dalla somma algebrica delle parti attive dell'onda progressiva e regressiva, è dunque la densità di potenza netta che attraversa una superficie ortogonale alla direzione dell'onda:

$$\mathrm{Re}\left[\mathrm{P}_1(z)\right] = \frac{\left|E_x^+\right|^2}{2\eta_1}\left\{1-\rho^2\right\} = \frac{\left|E_x^+\right|^2}{2\eta_1}\hat{z} - \frac{\left|E_x^-\right|^2}{2\eta_1}\hat{z} = \mathrm{Re}\left[\mathrm{P}^+\right] - \mathrm{Re}\left[\mathrm{P}^-\right]$$

- **P₂** è dotato soltanto di parte attiva ed è costante in z:

$$\mathrm{P}^2(z) = \tau^2 \frac{\left|E_x^+\right|^2}{2\eta_2} \quad \in \quad \Re$$

Vettore di Poynting e conservazione della densità di potenza 4/4

- il vettore di Poynting è continuo in z=0 ed è quindi verificata la legge della conservazione dell'energia all'interfaccia tra i due mezzi. Infatti:

$$\vec{\mathrm{P}}^1(z=0^-)=\frac{\left|E_x^+\right|^2}{2\eta_1}\left\{1-\rho^2+j\left[2\rho\sin\left(2\beta_1 z\right)\right]\right\}_{z=0^-}\hat{z}=\frac{\left|E_x^+\right|^2}{2\eta_1}\left\{1-\rho^2\right\}\hat{z}=$$

$$=\frac{\left|E_x^+\right|^2}{2}\frac{1+\rho}{\eta_1}(1-\rho)\hat{z}=\frac{\left|E_x^+\right|^2}{2}\frac{\tau}{\eta_1}\left(1-\frac{\eta_2-\eta_1}{\eta_2+\eta_1}\right)\hat{z}=$$

$$=\frac{\left|E_x^+\right|^2}{2}\tau\left(\frac{2}{\eta_2+\eta_1}\right)\hat{z}=\frac{\left|E_x^+\right|^2}{2}\tau\frac{\tau}{\eta_2}\hat{z}=\tau^2\frac{\left|E_x^+\right|^2}{2\eta_2}\hat{z}$$

$$\vec{\mathrm{P}}^2(z=0^+)=\tau^2\frac{\left|E_x^+\right|^2}{2\eta_2}\hat{z}=\mathrm{Re}\left[\vec{\mathrm{P}}^{tr}\right]$$

Incidenza di onde piane uniformi su di un conduttore ideale 1/2

Se il secondo mezzo è un conduttore ideale, le condizioni al contorno cambiano. In particolare, sappiamo che il campo elettrico tangente deve essere nullo.

$$\vec{E}_{t1}(0^-) = E_x^+\hat{x} + E_x^-\hat{x} = \vec{E}_{t2}(0^+) = 0 \quad \Rightarrow \quad E_x^- = -E_x^+ \quad \Rightarrow \quad \rho = -1 \ ; \tau = 0$$

I campi diventano:

$$\vec{E}_1(z) = E_x^+ e^{-j\beta_1 z}\hat{x} + E_x^- e^{j\beta_1 z}\hat{x} = E_x^+\left(e^{-j\beta_1 z} - e^{j\beta_1 z}\right)\hat{x} = -2jE_x^+ \sin\left(\beta_1 z\right)\hat{x}$$

$$\vec{H}_1(z) = \frac{E_x^+}{\eta_1} e^{-j\beta_1 z}\hat{y} - \frac{E_x^-}{\eta_1} e^{j\beta_1 z}\hat{y} = \frac{E_x^+}{\eta_1}\left(e^{-j\beta_1 z} + e^{j\beta_1 z}\right)\hat{y} = 2\frac{E_x^+}{\eta_1}\cos\left(\beta_1 z\right)\hat{y}$$

$$\vec{E}_1(z,t) = 2E_x^+ \sin\left(\beta_1 z\right)\sin\left(\omega t\right)\hat{x}$$

$$\vec{H}_1(z,t) = 2\frac{E_x^+}{\eta_1}\cos\left(\beta_1 z\right)\cos\left(\omega t\right)\hat{y}$$

Incidenza di onde piane uniformi su di un conduttore ideale 2/2

Si vengono a creare delle “onde stazionarie”, ovvero le onde progressiva e regressiva si combinano in modo tale da dar luogo ad un campo e.m. che rimane “stazionario” nello spazio con dei massimi di campo elettrico in corrispondenza dei minimi di campo magnetico. Non si ha più trasporto di potenza attiva, ma c’è soltanto una potenza reattiva associata al campo e.m.

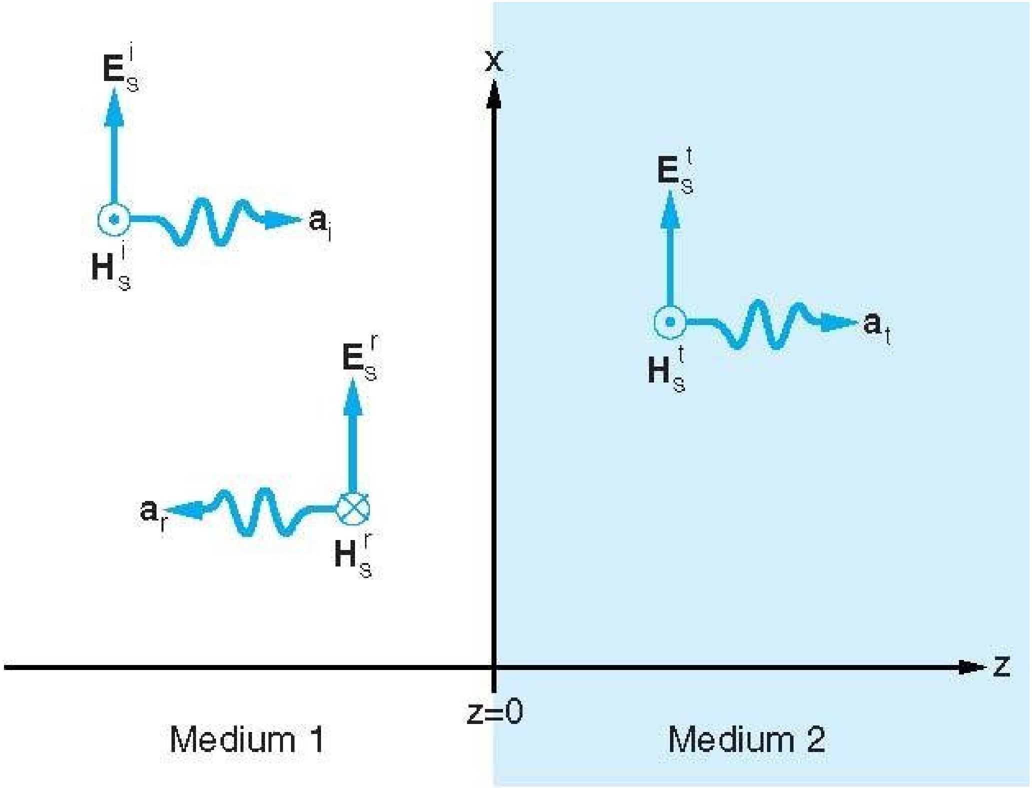
$$\vec{\mathrm{E}}_1(z) = -2jE_x^+ \sin\left(\beta_1 z\right)\hat{\mathrm{x}}$$

$$\vec{\mathrm{H}}_1(z) = 2\frac{E_x^+}{\eta_1}\cos\left(\beta_1 z\right)\hat{\mathrm{y}}$$

$$\vec{\mathrm{P}}_1(z) = \frac{1}{2}\vec{\mathrm{E}}_1(z)\times\vec{\mathrm{H}}_1^*(z) = -j\frac{\left|E_x^+\right|^2}{2\eta_1}2\sin\left(2\beta_1 z\right)\hat{\mathrm{z}} \quad \frac{W}{m^2}$$

Incidenza di onde piane uniformi su di un dielettrico non ideale 1/4

Se il secondo mezzo è un dielettrico non ideale, la soluzione del problema è del tutto simile, basta "aggiornare" il campo e.m. nel secondo mezzo ricordando che qui:



$$\vec{E}^t = E_x^{tr} e^{-\alpha_2 z} e^{-j\beta_2 z} \hat{x}$$

$$\vec{H}^t = \frac{E_x^{tr}}{\eta_2} e^{-\alpha_2 z} e^{-j\beta_2 z} \hat{y}$$

$$\eta_2 = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_{r2}}} = \frac{\eta_0}{\sqrt{\varepsilon_{r2}}} \frac{1}{\sqrt{1 - j\dfrac{\sigma}{\omega\varepsilon_0\varepsilon_{r2}}}} \qquad \gamma_2 = \alpha_2 + j\beta_2 = \sqrt{j\omega\mu\left(\sigma + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_{r2}\right)}$$

Incidenza di onde piane uniformi su di un dielettrico non ideale 2/4

Le ampiezze dei campi sono simili a quelle precedenti, ma i coefficienti di riflessione e di trasmissione sono complessi.

$$E_x^- = \rho E_x^+ \qquad E_x^{tr} = \tau E_x^+ = (1+\rho) E_x^+$$

$$\rho = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} = \frac{\eta_{2,r} + j\eta_{2,i} - \eta_1}{\eta_{2,r} + j\eta_{2,i} + \eta_1} \qquad \tau = 1 + \rho$$

$$0 \leq |\rho| \leq 1 \qquad \rho, \tau \in C$$

Il vettore di Poynting deve tenere conto che nel secondo mezzo c’è una potenza dissipata per effetto Joule.

Incidenza di onde piane uniformi su di un dielettrico non ideale 3/4

Infatti, si ottiene:

$$\vec{\mathrm{P}}_1(z) = \frac{1}{2}\vec{\mathrm{E}}_1(z)\times\vec{\mathrm{H}}_1^*(z) = \frac{1}{2}E_x^+\left(e^{-j\beta_1 z}+\rho\, e^{j\beta_1 z}\right)\frac{E_x^{+*}}{\eta_1}\left(e^{-j\beta_1 z}-\rho\, e^{j\beta_1 z}\right)^*\hat{\mathrm{z}}$$

$$= \frac{\left|E_x^+\right|^2}{2\eta_1}\left(e^{-j\beta_1 z}+\rho\, e^{j\beta_1 z}\right)\left(e^{+j\beta_1 z}-\rho^*\, e^{-j\beta_1 z}\right)\hat{\mathrm{z}} \qquad \left[\rho = |\rho|\, e^{j\phi_\rho}\right]$$

$$= \frac{\left|E_x^+\right|^2}{2\eta_1}\left\{1-|\rho|^2 + j\left[2|\rho|\sin\left(2\beta_1 z+\phi_\rho\right)\right]\right\}\hat{\mathrm{z}} \quad \frac{W}{m^2}$$

$$\vec{\mathrm{P}}_2(z) = \frac{1}{2}\vec{\mathrm{E}}_2(z)\times\vec{\mathrm{H}}_2^*(z) = \frac{1}{2}\tau E_x^+ e^{-\alpha_2 z}e^{-j\beta_2 z}\,\frac{\tau^* E_x^{+*}}{\eta_2^*}e^{-\alpha_2 z}e^{j\beta_2 z}\hat{\mathrm{z}}$$

$$= |\tau|^2\frac{\left|E_x^+\right|^2 e^{-2\alpha_2 z}}{2\left(\eta_{2,r}-j\eta_{2,i}\right)}\hat{\mathrm{z}} \quad \frac{W}{m^2}$$

Incidenza di onde piane uniformi su di un dielettrico non ideale 4/4

La densità di potenza reale nel secondo mezzo vale:

$$\vec{P}_2(z=0^+) = |\tau|^2 \frac{\left|E_x^+\right|^2}{2\left(\eta_{2r}^2+\eta_{2i}^2\right)}\eta_{2,r}\hat{z} \quad \frac{W}{m^2}$$

Inoltre:

$$\vec{P}_1(z=0^-) = \vec{P}_2(z=0^+)$$

$$\frac{\left|E_x^+\right|^2}{2\eta_1}\left\{1-|\rho|^2+j\left[2|\rho|\sin\left(\phi_\rho\right)\right]\right\} = |\tau|^2 \frac{\left|E_x^+\right|^2}{2\left(\eta_{2r}^2+\eta_{2i}^2\right)}\left(\eta_{2,r}+j\eta_{2,i}\right)$$

La potenza reattiva all'interfaccia è diversa da zero diversamente dal caso ideale.

Onde piane e linee

- Per un'onda piana che si propaga lungo l' asse z abbiamo visto che l'equazione d'onda (fasori) produce le soluzioni

$$E_x = E^+ e^{-j\beta z} + E^- e^{j\beta z} \qquad H_y = \frac{E^+}{\eta} e^{-j\beta z} - \frac{E^-}{\eta} e^{j\beta z}$$

- Mentre le equazioni delle linee producono

$$V = V^+ e^{-j\beta z} + V^- e^{j\beta z} \qquad i = \frac{V^+}{Z_0} e^{-j\beta z} - \frac{V^-}{Z_0} e^{j\beta z}$$

- Quindi, possiamo analizzare il comportamento delle onde piane per mezzo di "linee equivalenti"

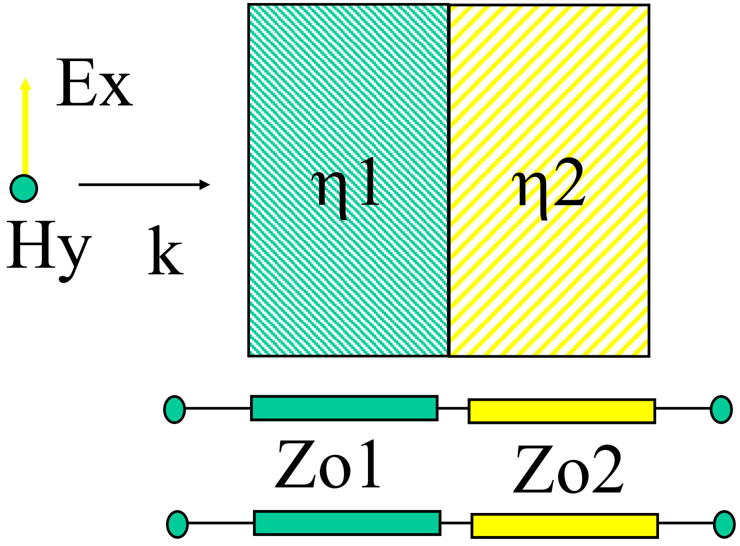
$$\boxed{\mathbf{E} \rightarrow V,\ \mathbf{H} \rightarrow I,\ \eta \rightarrow Zo}$$

Onde piane e linee

- Cosa succede quando un'onda piana passa da un materiale ad un altro, incidendo <u>ortogonalmente</u> alla superficie di separazione?
- Per risolvere il problema dovremmo scrivere E ed H in ciascun mezzo, ed imporre le condizioni al contorno, ovvero continuità di E_t ed H_t all'interfaccia

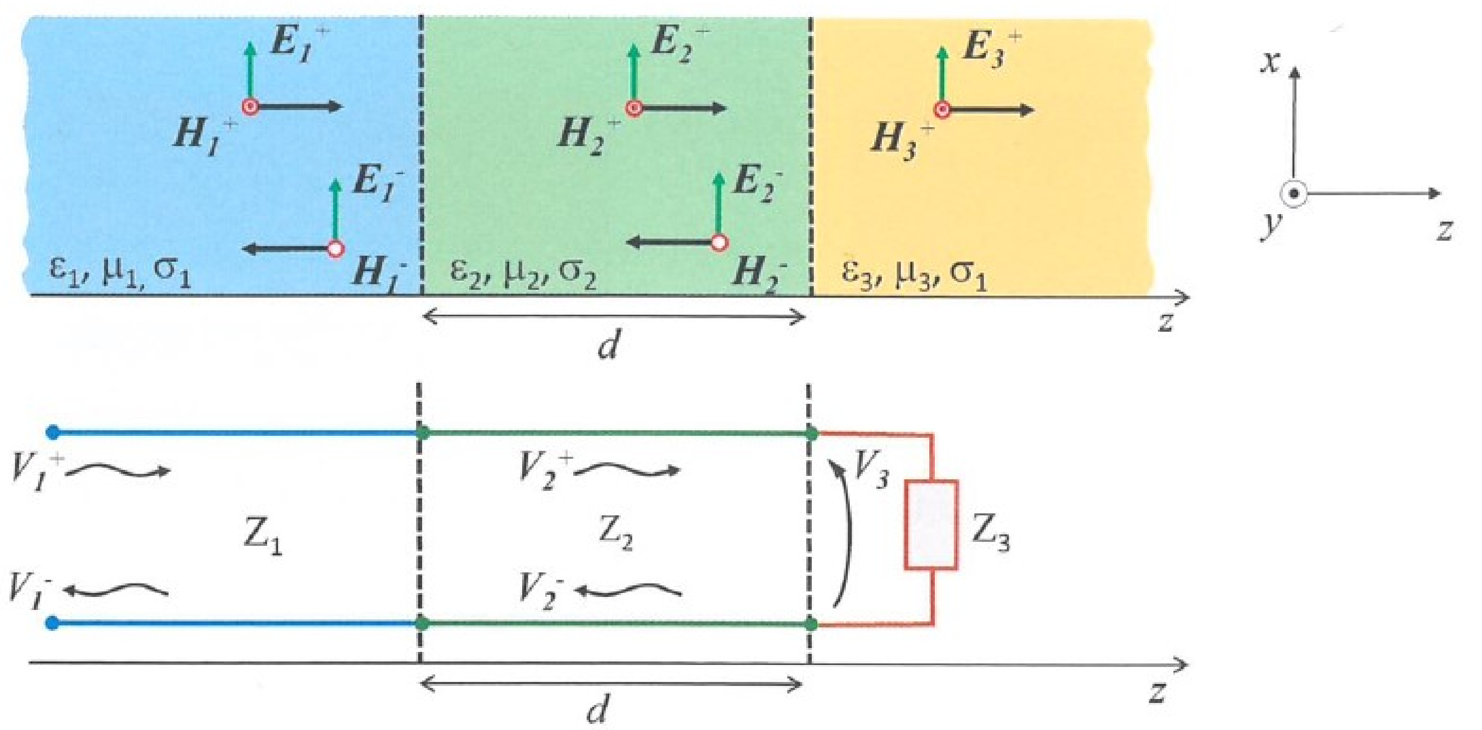
- <u>*Ma nel risolvere il problema con le linee abbiamo imposto proprio che V ed I fossero continue tra le due linee*</u>

- Quindi il metodo ci consente anche di vedere cosa avviene in mezzi stratificati



$$\eta 1 \rightarrow Zo1,\ \eta 2 \rightarrow Zo2\ldots.$$

Equivalenza con le linee di trasmissione



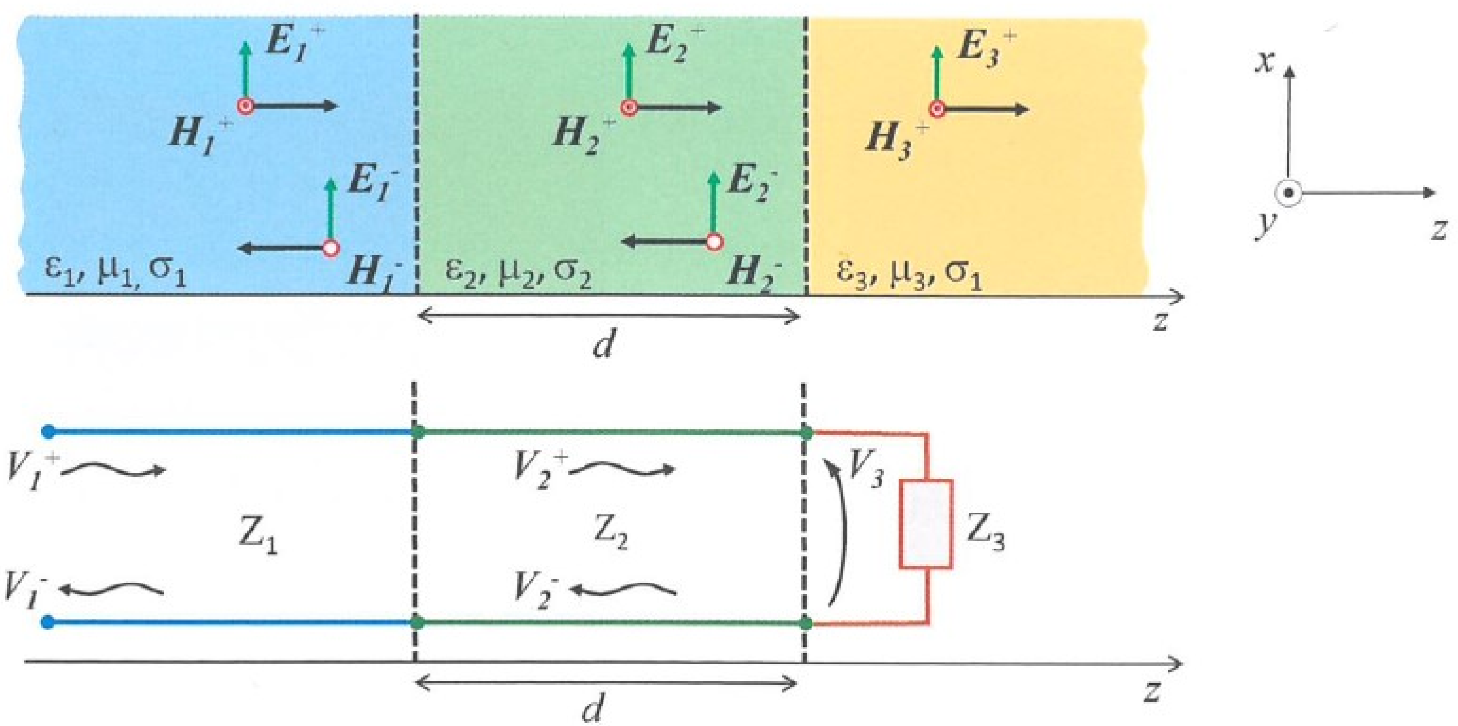
- Ciascun materiale puo' essere modellato come un tratto di linea con impedenza caratteristica Z_i pari all'impedenza intrinseca del mezzo η_i

- La lunghezza fisica della linea di trasmissione d e' pari allo spessore della regione dielettrica

- La costante di fase, di attenuazione e la lunghezza d'onda (α, β, λ) dell'onda di tensione e corrente in ogni tratto di linea e' pari ai valori di α, β, λ della rispettiva onda elettromagnetica nel mezzo considerato

Equivalenza con le linee di trasmissione

Incidenza normale



Tutti i concetti introdotti per descrivere la propagazione di V(z) ed I(z) lungo una linea di trasmissione possono essere utilizzati per descrivere la propagazione del campo elettrico e magnetico E ed H nei materiali, come ad esempio il coefficiente di riflessione:

$$\rho_{23} = \frac{E_2^-}{E_2^+} = \rho_L = \frac{V_2^-}{V_2^+} = \left(\frac{\eta_3 - \eta_2}{\eta_3 + \eta_2}\right) = \left(\frac{Z_3 - Z_2}{Z_3 + Z_2}\right)$$