

A.A. 2021-2022

Elementi di Elettronica (INF)

Prof. Paolo Crippa

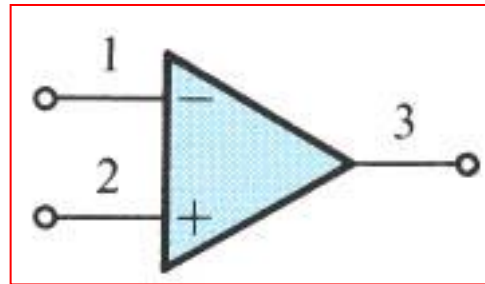
L'Amplificatore Operazionale

Amplificatori Operazionali di Tensione

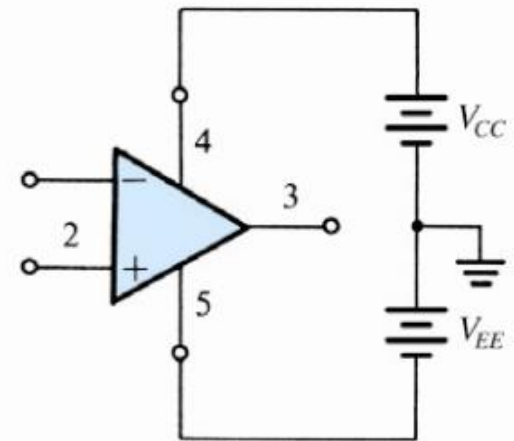
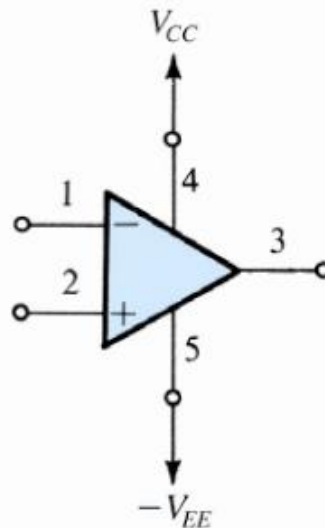
Rappresentano circuiti amplificatori con ingresso differenziale che approssimano il comportamento dell'amplificatore ideale di tensione

Sono realizzati in forma integrata (20-30 transistori)

Simbolo

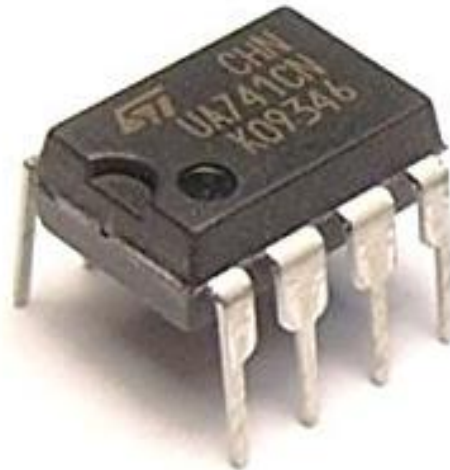
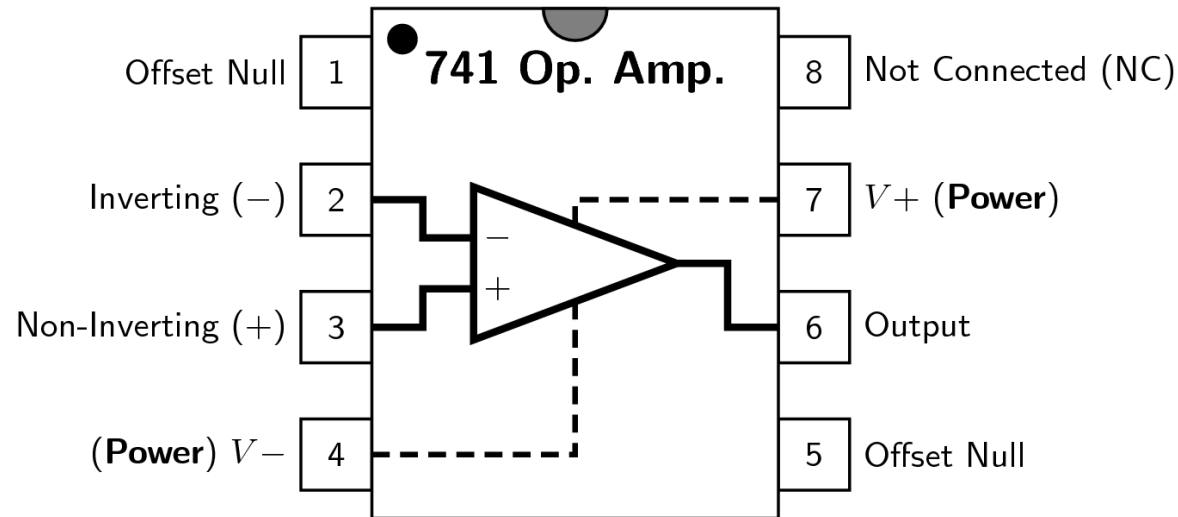


Con le alimentazioni evidenziate

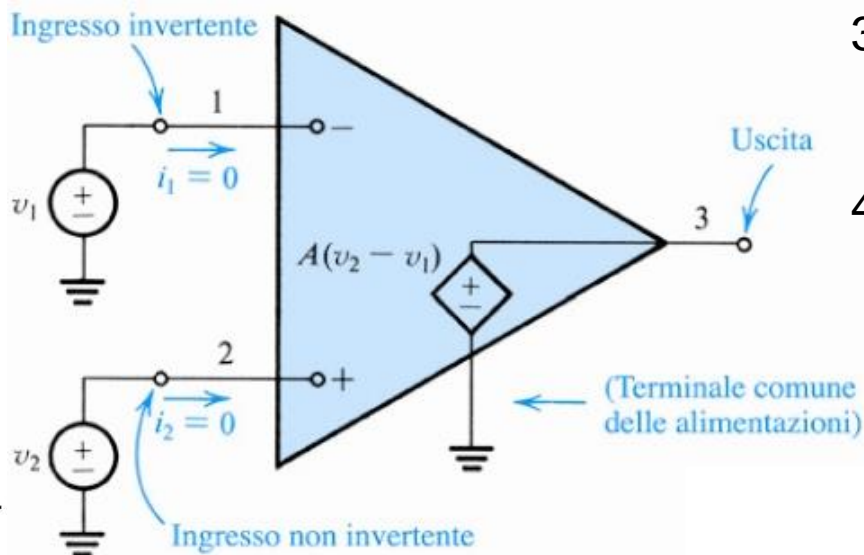


Vengono sempre utilizzati in retroazione connettendo elementi passivi tra il nodo di uscita e il nodo di ingresso invertente

L' Amplificatore Operazionale Reale



L' Amplificatore Operazionale Ideale



1. $Z_i = \infty$ ai due terminali 1,2 ($i_1 = i_2 = 0$) ;

2. Accoppiamento in continua in ingresso;

3. Amplifica la differenza $v_2 - v_1$,

$$v_o = A(v_2 - v_1) ;$$

4. Ignora i segnali di modo comune:

$$v_2 = v_1 \Rightarrow v_o = 0 ;$$

questa proprietà è detta reazione di modo comune (CMRR): è importante per eliminare l'effetto del rumore in ingresso;

5. $Z_o = 0$ (molto piccola);

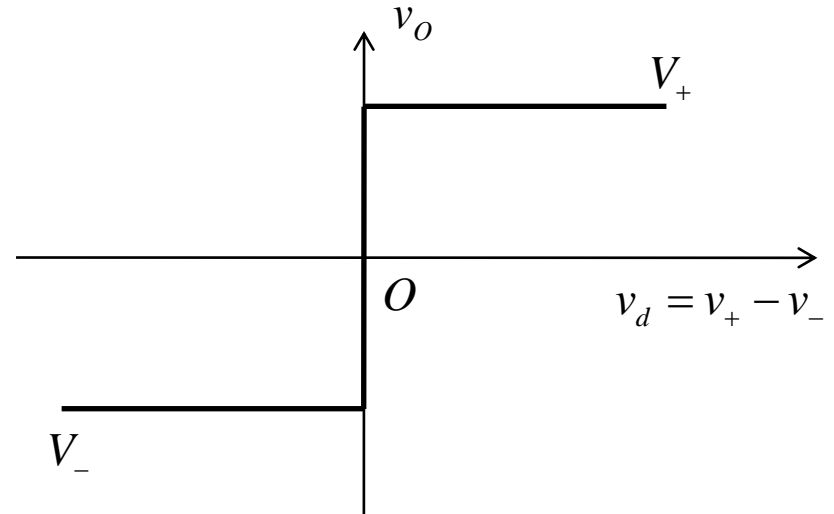
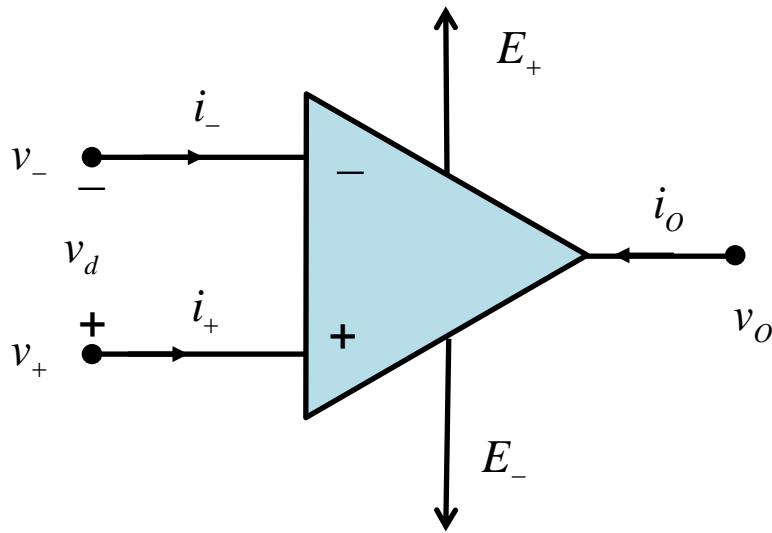
6. $A = \infty$ (amplificatore ideale di tensione);

7. Dinamica di uscita infinita;

8. Guadagno indipendente dalla frequenza;

9. Viene utilizzato sempre in retroazione.

L' Amplificatore Operazionale Ideale: Modello



$$i_- = 0$$

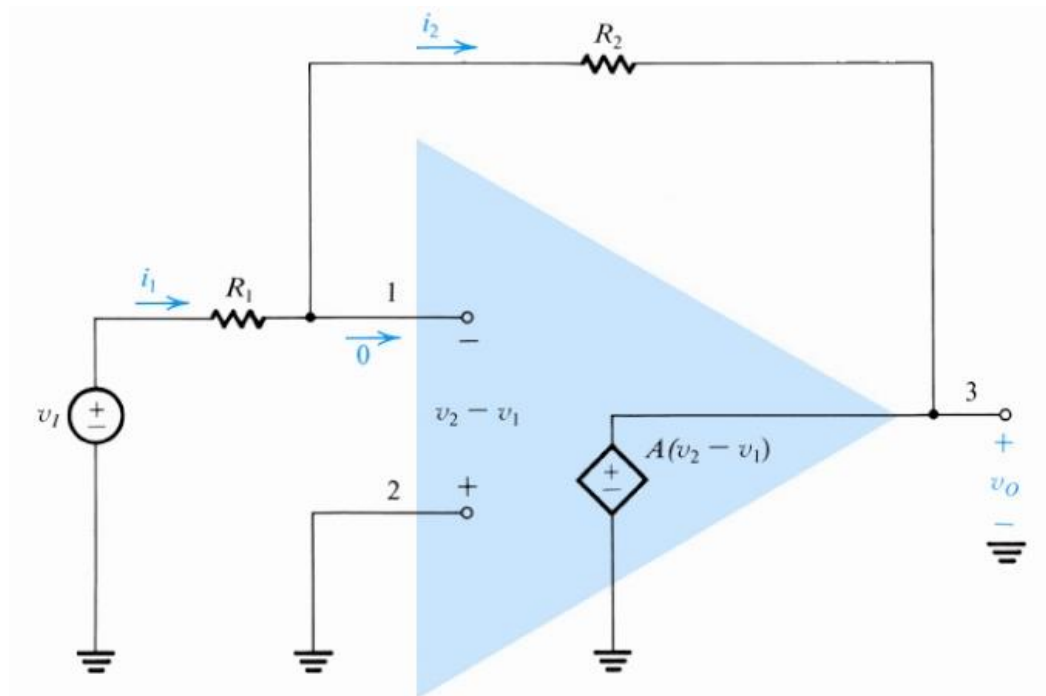
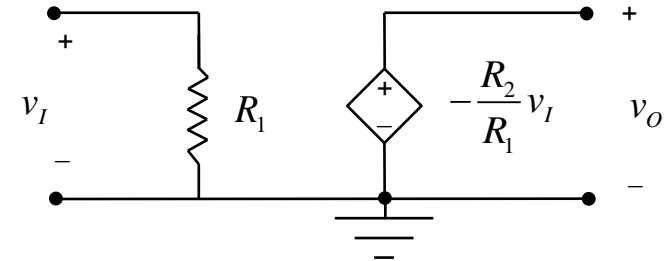
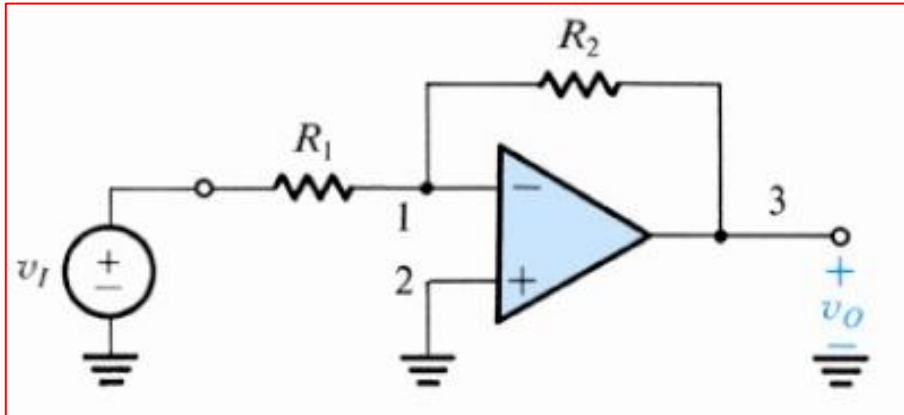
$$i_+ = 0$$

$$v_o = \begin{cases} V_+ & v_d > 0 \\ V_- & v_d < 0 \end{cases}$$

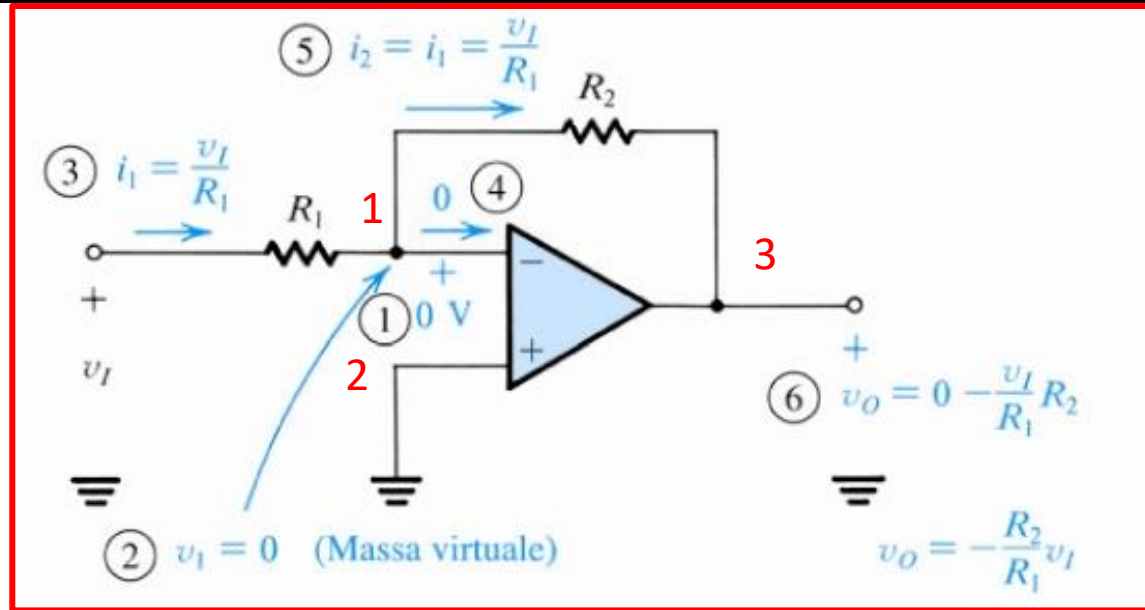
$$v_d = 0 \quad V_- < v_o < V_+$$

Semplici Applicazioni dell' OP-AMP

Configurazione Invertente



OP-AMP: Configurazione Invertente



$$v_2 - v_1 = \frac{v_O}{A} \cong 0 \quad (\text{Poiché } A = \infty)$$

- I nodi 1, 2 sono circa allo stesso potenziale $v_2 \cong v_1 \cong 0$
- Il nodo 1 è virtualmente a massa (massa virtuale)

$$i = 0 \Rightarrow i_1 = \frac{v_I}{R_1} = i_2 = -\frac{v_O}{R_2} \Rightarrow \boxed{\frac{v_O}{v_I} = -\frac{R_2}{R_1}}$$

- Il guadagno dipende solo dalla rete R_1 , R_2

$$\boxed{R_i = R_1, \quad R_o = 0}$$

OP-AMP: Configurazione Invertente (con Modello)

Utilizzando il modello:

a) $V_- < v_O < V_+$ $v_d = 0$

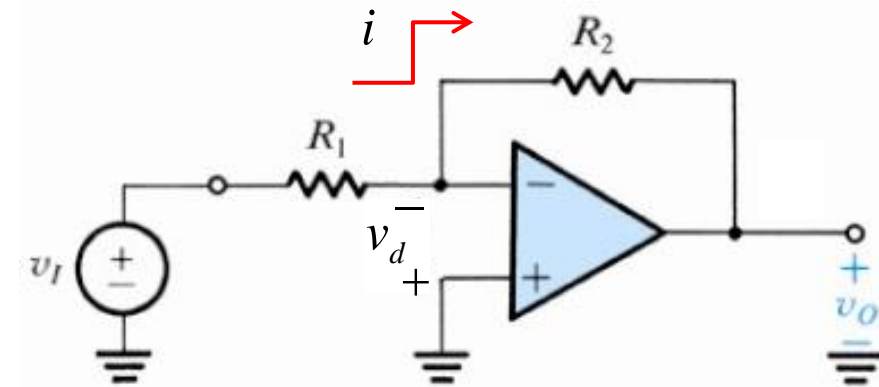
$$\frac{v_O}{v_I} = -\frac{R_2}{R_1}$$

$$v_O = -\frac{R_2}{R_1} v_I$$

È valida solo per: $V_- < -\frac{R_2}{R_1} v_I < V_+$

$$-\frac{R_1}{R_2} V_- > v_I > -\frac{R_1}{R_2} V_+$$

ZONA LINEARE



b) $v_d > 0$

$$v_O = V_+$$

È valida solo per: $i = \frac{v_I - V_+}{R_1 + R_2} = \frac{v_I + v_d}{R_1}$ $(v_I - V_+)R_1 = (v_I + v_d)(R_1 + R_2)$

$$\frac{-R_2 v_I - V_+ R_1}{R_1 + R_2} = v_d > 0$$

$$v_I < -\frac{R_1}{R_2} V_+$$

OP-AMP: Configurazione Invertente (con Modello)

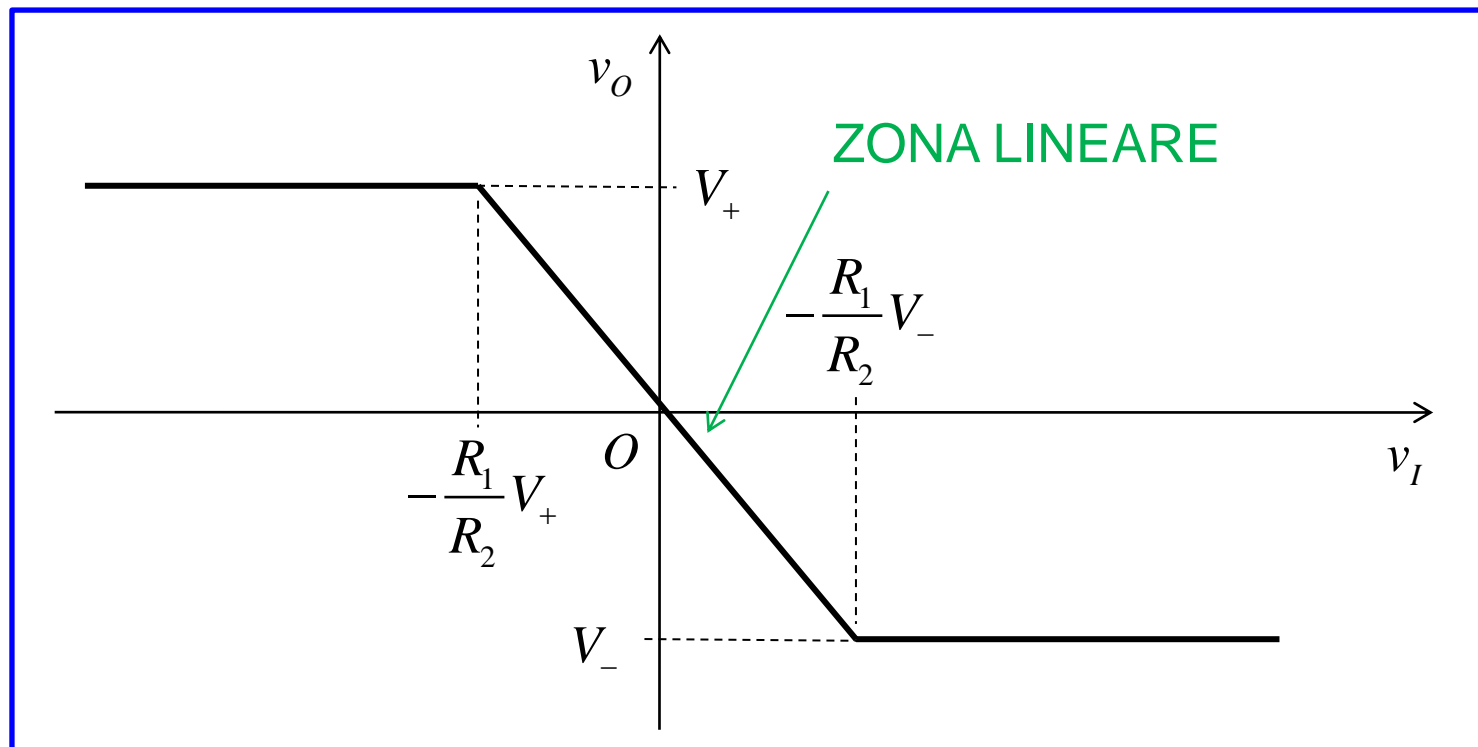
c) $v_d < 0$

$$v_O = V_-$$

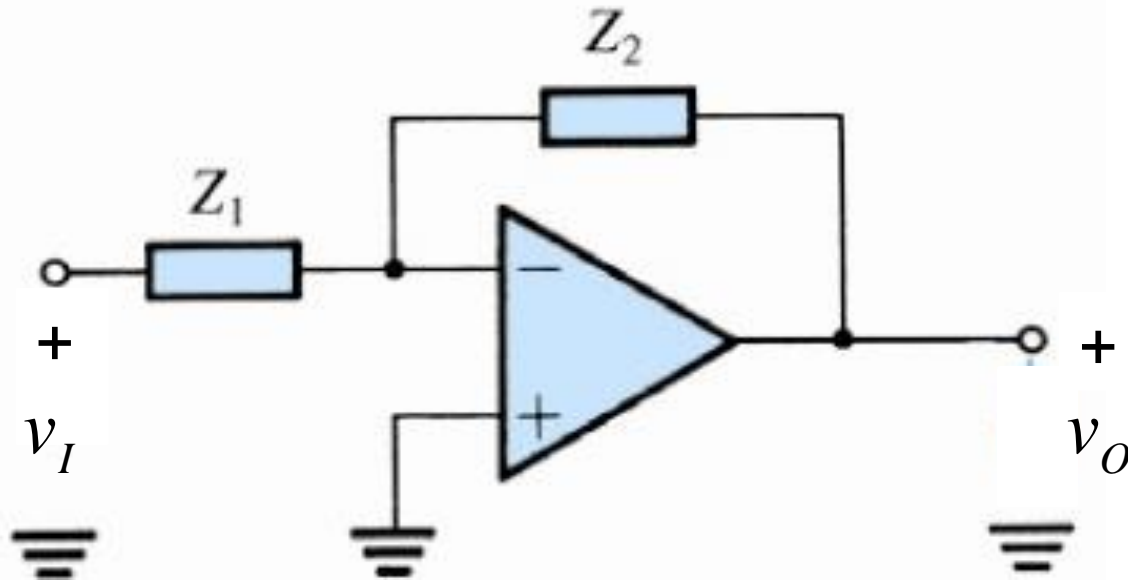
È valida solo per: $i = \frac{v_I - V_-}{R_1 + R_2} = \frac{v_I + v_d}{R_1}$ $(v_I - V_-)R_1 = (v_I + v_d)(R_1 + R_2)$

$$\frac{-R_2 v_I - V_- R_1}{R_1 + R_2} = v_d < 0$$

$$v_I > -\frac{R_1}{R_2} V_-$$

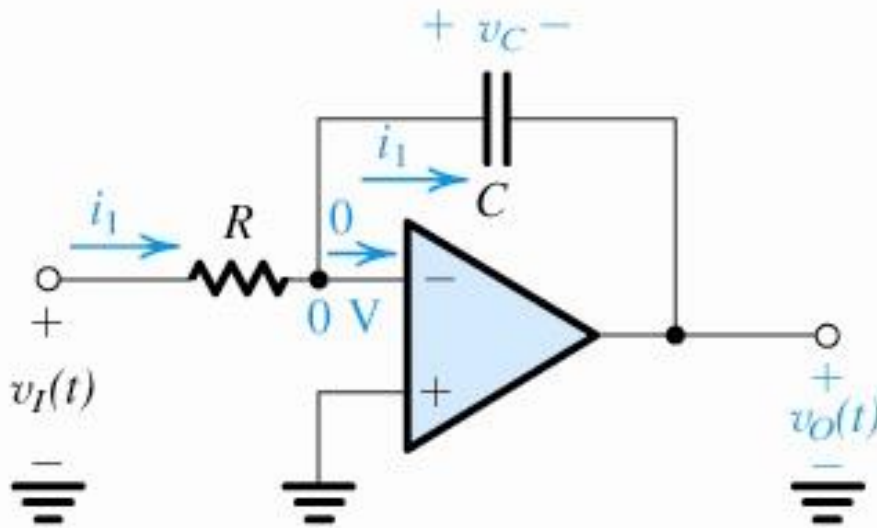


OP-AMP: Configurazione Invertente



$$\frac{v_O}{v_I} = -\frac{Z_2}{Z_1}$$

Integratore (di Miller)



$$Z_1 = R \quad Z_2 = \frac{1}{j\omega C}$$

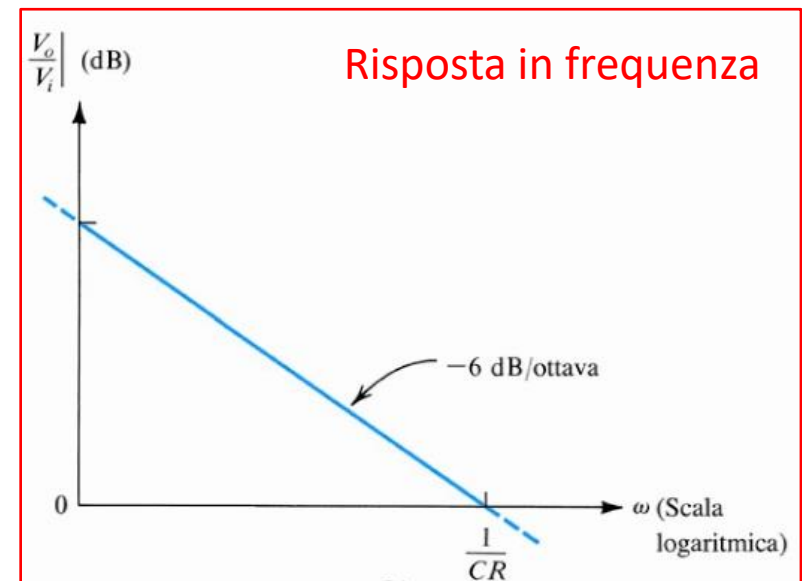
$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{1}{j\omega RC}$$

$$i_1(t) = \frac{v_I(t)}{R} = -C \frac{dv_O(t)}{dt}$$

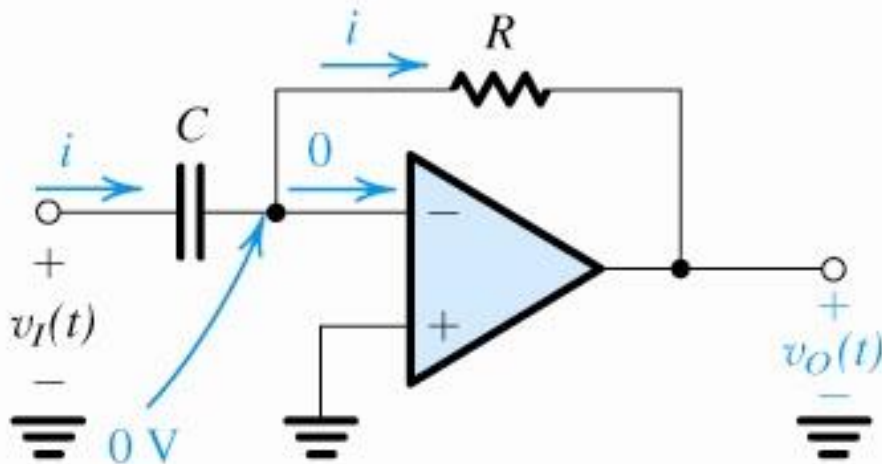


$$v_O(t) = v_O(0) - \frac{1}{RC} \int_0^t v_I(t) dt$$

$$R_i = R, \quad R_o = 0$$



Derivatore



$$Z_1 = \frac{1}{j\omega C} \quad Z_2 = R$$

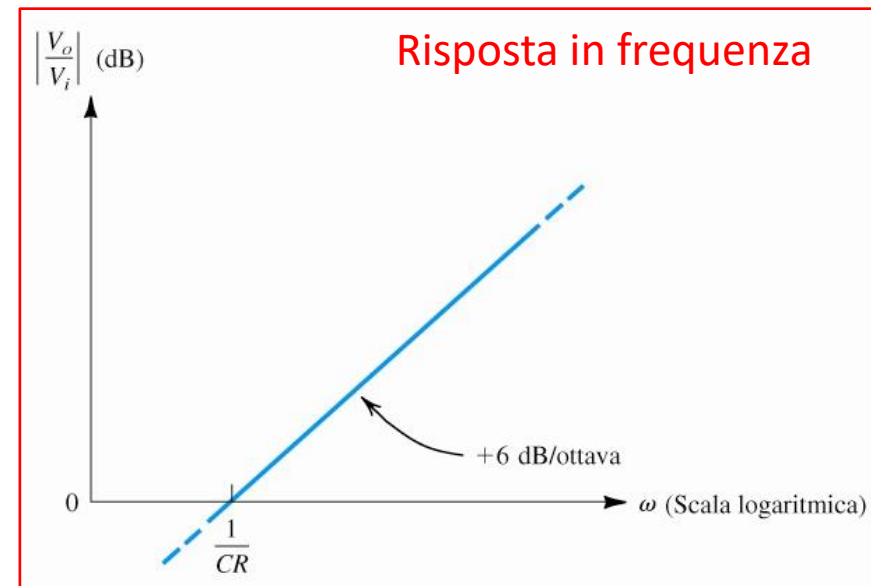
$$\frac{V_o}{V_i} = -j\omega RC$$

$$i(t) = C \frac{dv_I(t)}{dt} = -\frac{v_O(t)}{R}$$

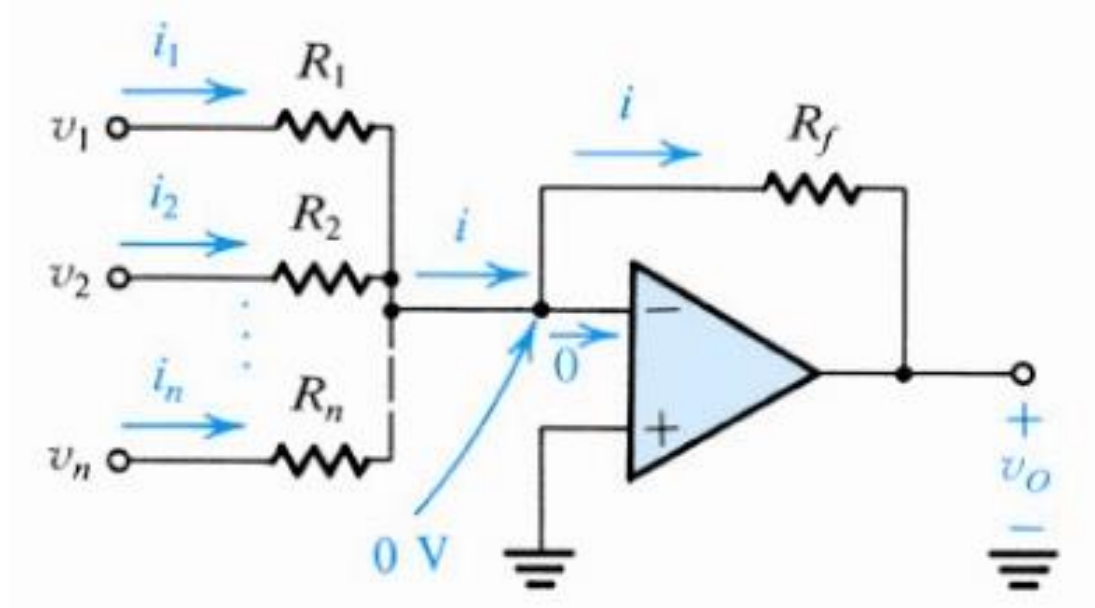


$$v_O(t) = -RC \frac{dv_I(t)}{dt}$$

$$Z_i = \frac{1}{j\omega C}, \quad R_o = 0$$



Sommatore Pesato



$$i_1 = \frac{v_1}{R_1} , \quad i_2 = \frac{v_2}{R_2} , \quad \dots , \quad i_n = \frac{v_n}{R_n}$$

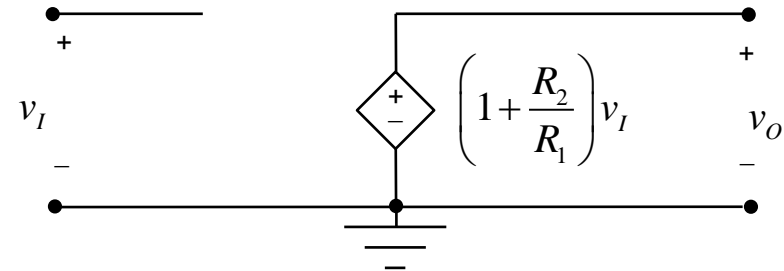
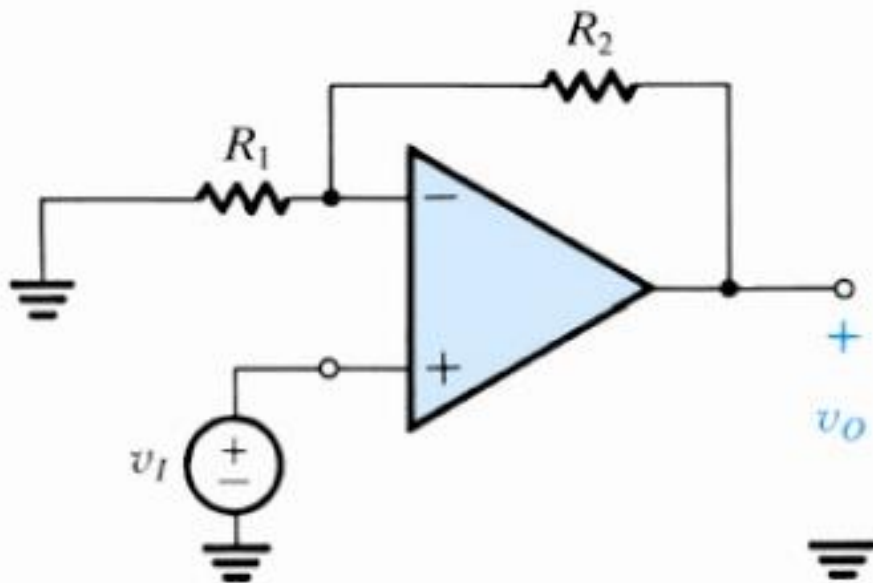
$$i = i_1 + i_2 + \dots + i_n = -\frac{v_O}{R_f}$$

$$v_O = -\left(\frac{R_f}{R_1} v_1 + \frac{R_f}{R_2} v_2 + \dots + \frac{R_f}{R_n} v_n \right)$$

Somma Pesata

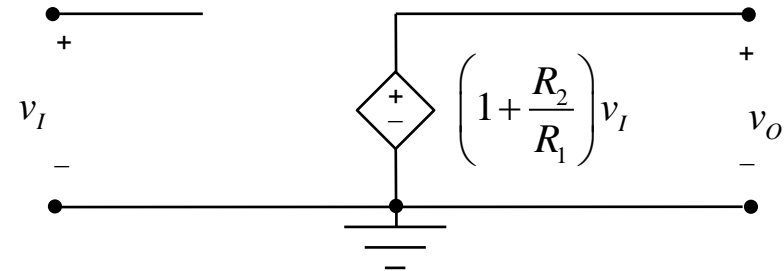
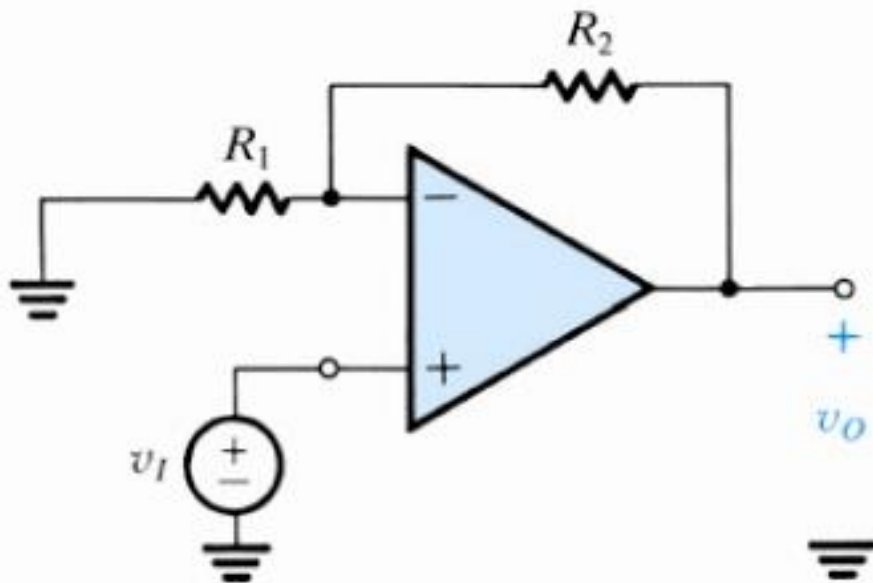
OP-AMP: Configurazione Non - Invertente

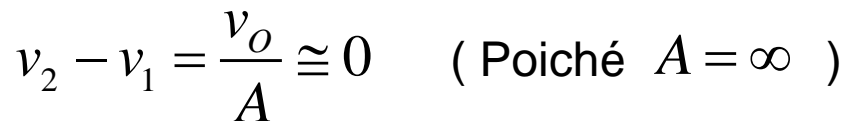
Configurazione non – invertente: il generatore di segnale (tensione) è applicato al terminale non invertente dell'amplificatore operazionale



OP-AMP: Configurazione Non - Invertente

Configurazione non – invertente: il generatore di segnale (tensione) è applicato al terminale non invertente dell'amplificatore operazionale

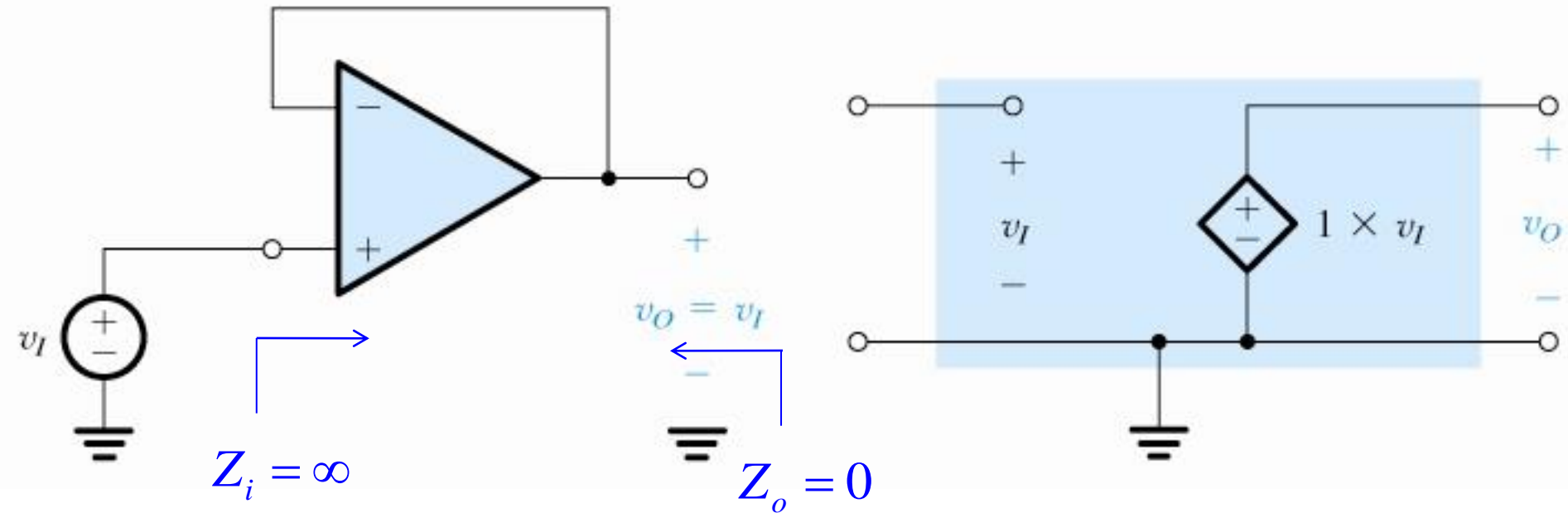




- $$i = \frac{v_o}{R_1 + R_2} \Rightarrow v_I \cong R_1 i = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_o \Rightarrow \frac{v_o}{v_I} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

- $$R_i = \infty \quad , \quad R_o = 0$$

Buffer a Guadagno Unitario (Inseguitore di Tensione)



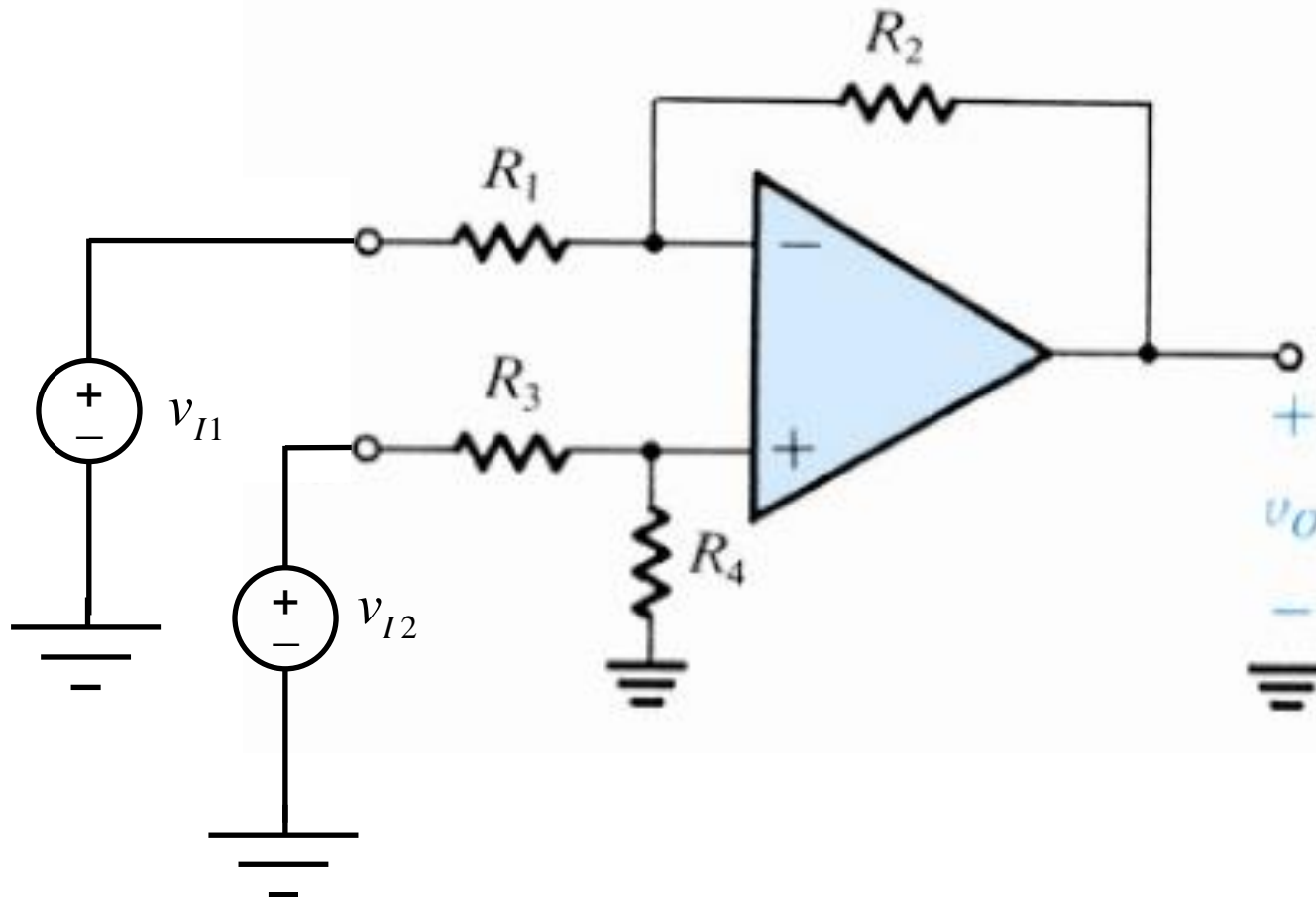
$$\frac{v_O}{v_I} = 1 + \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \text{per } R_1 = \infty, \quad R_2 = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{v_O}{v_I} \cong 1$$

$$R_i = \infty, \quad R_o = 0$$

Amplificatore Differenziale con OP-AMP

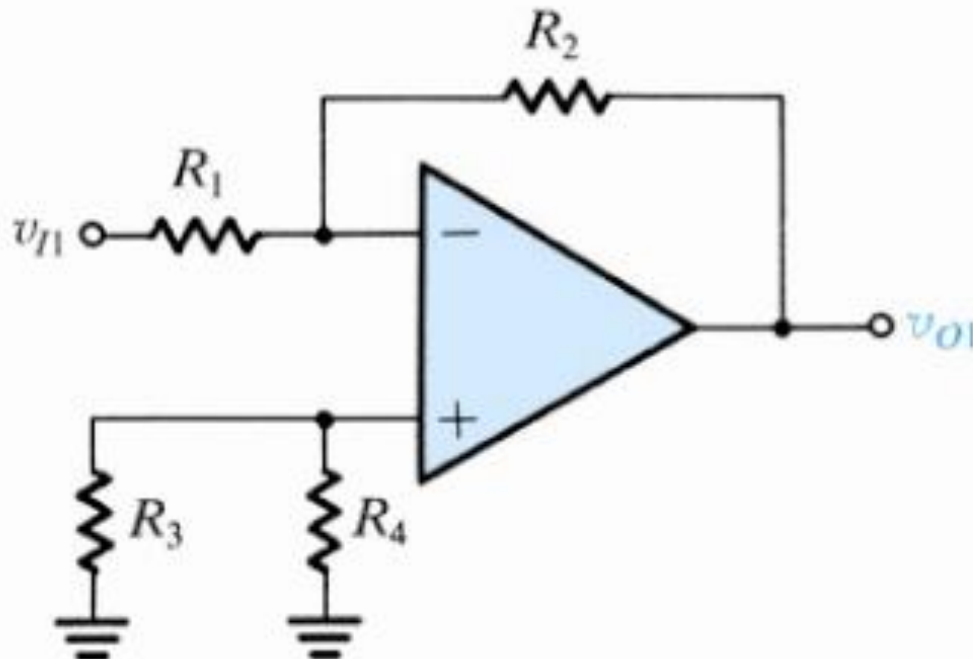
Amplificatore differenziale: fornisce un segnale di uscita che dipende dalla differenza di due segnali di ingresso



Amplificatore Differenziale con OP-AMP

Dalla sovrapposizione degli effetti: $v_o = v_{o1}(v_{I1}) + v_{o2}(v_{I2})$

$$v_{I2} = 0 \Rightarrow i_p = 0 \Rightarrow \boxed{v_{o1} = -\frac{R_2}{R_1} v_{I1}}$$

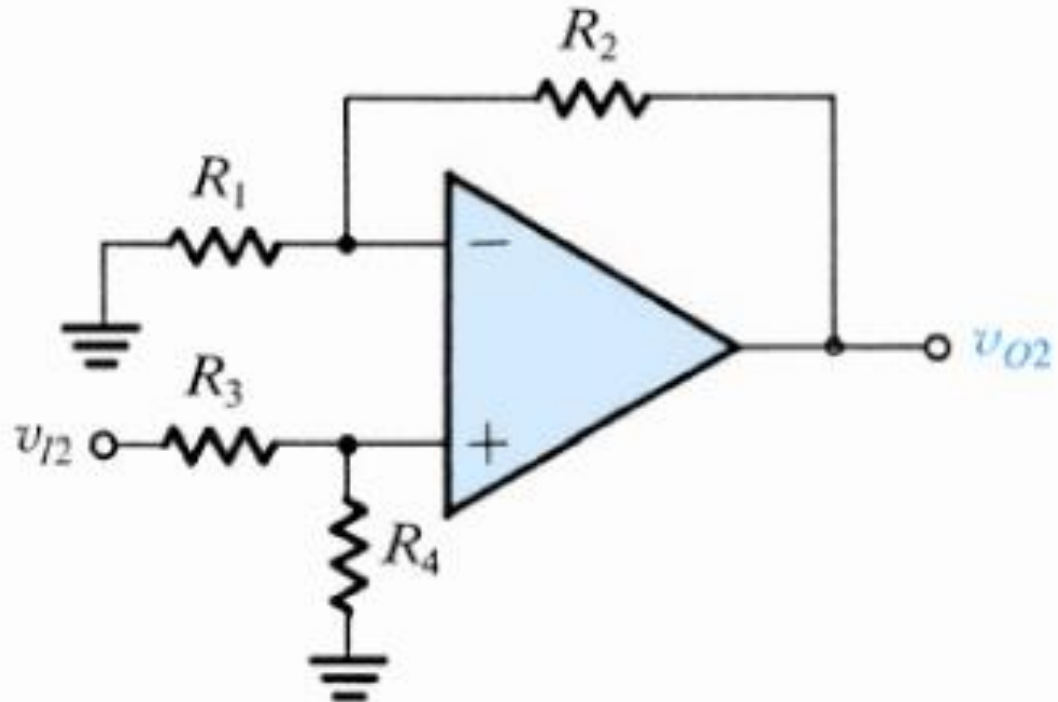


Amplificatore Differenziale con OP-AMP

Dalla sovrapposizione degli effetti: $v_O = v_{O1}(v_{I1}) + v_{O2}(v_{I2})$

$$v_{I1} = 0 \Rightarrow v_p = \frac{v_{O2}}{R_1 + R_2} R_1 \qquad v_p = \frac{v_{I2}}{R_3 + R_4} R_4$$

$$v_{O2} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \frac{R_4}{R_3 + R_4} v_{I2}$$



Amplificatore Differenziale con OP-AMP

Dalla sovrapposizione degli effetti:

$$v_O = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{R_4}{R_3 + R_4} v_{I2} - \frac{R_2}{R_1} v_{I1}$$

$$R_{i1} = R_1 \quad R_{i2} = R_3 + R_4$$

$$R_o = 0$$

se $\frac{R_4}{R_3} = \frac{R_2}{R_1}$

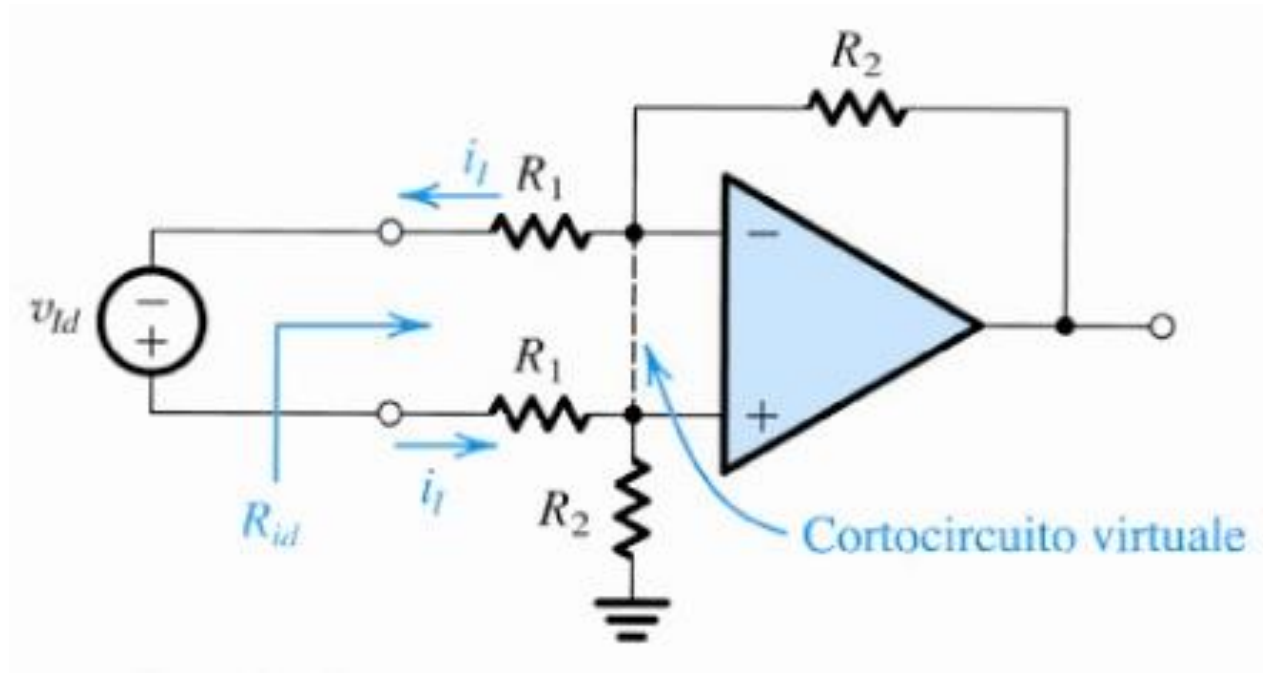
$$v_O = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{\frac{R_4}{R_3}}{1 + \frac{R_4}{R_3}} v_{I2} - \frac{R_2}{R_1} v_{I1}$$



$$v_O = \frac{R_2}{R_1} (v_{I2} - v_{I1})$$

Amplificatore Differenziale con OP-AMP

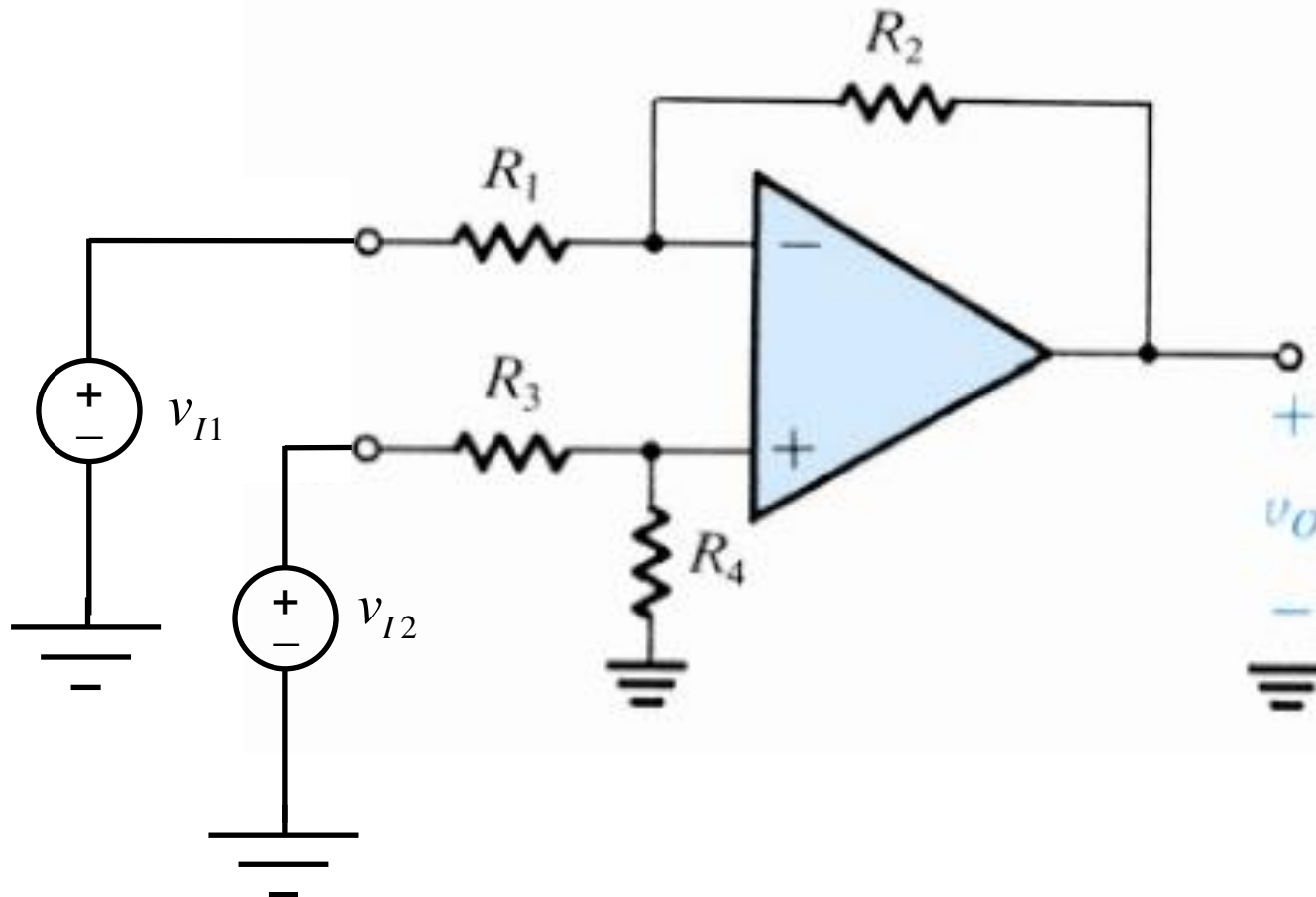
Resistenza differenziale:



$$R_{id} = \frac{v_{Id}}{i_I} = 2R_1$$

Amplificatore Differenziale con OP-AMP

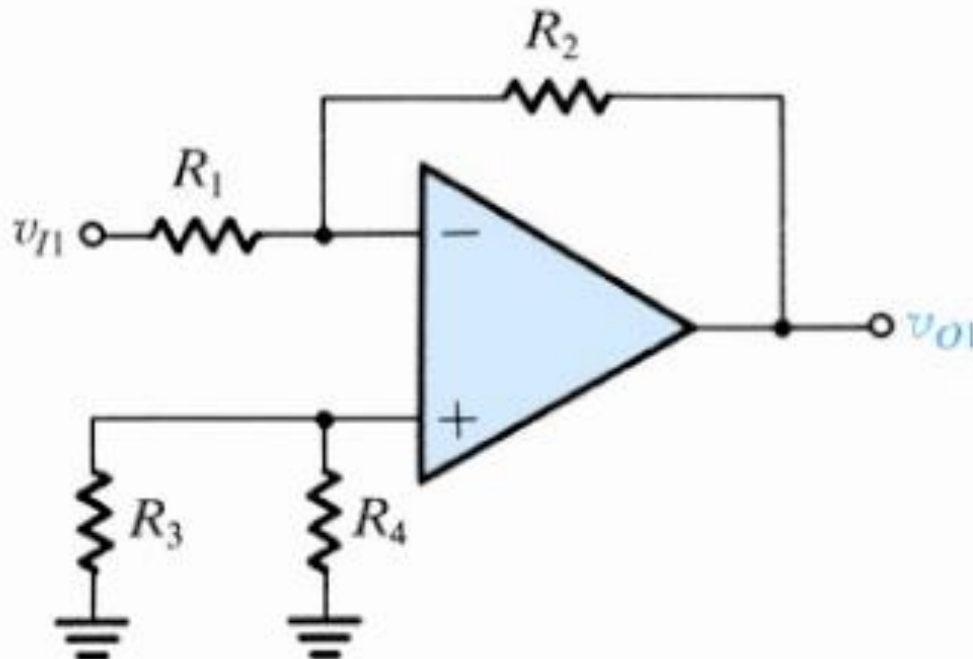
Amplificatore differenziale: fornisce un segnale di uscita che dipende dalla differenza di due segnali di ingresso



Amplificatore Differenziale con OP-AMP

Dalla sovrapposizione degli effetti: $v_o = v_{o1}(v_{I1}) + v_{o2}(v_{I2})$

$$v_{I2} = 0 \Rightarrow i_p = 0 \Rightarrow \boxed{v_{o1} = -\frac{R_2}{R_1} v_{I1}}$$

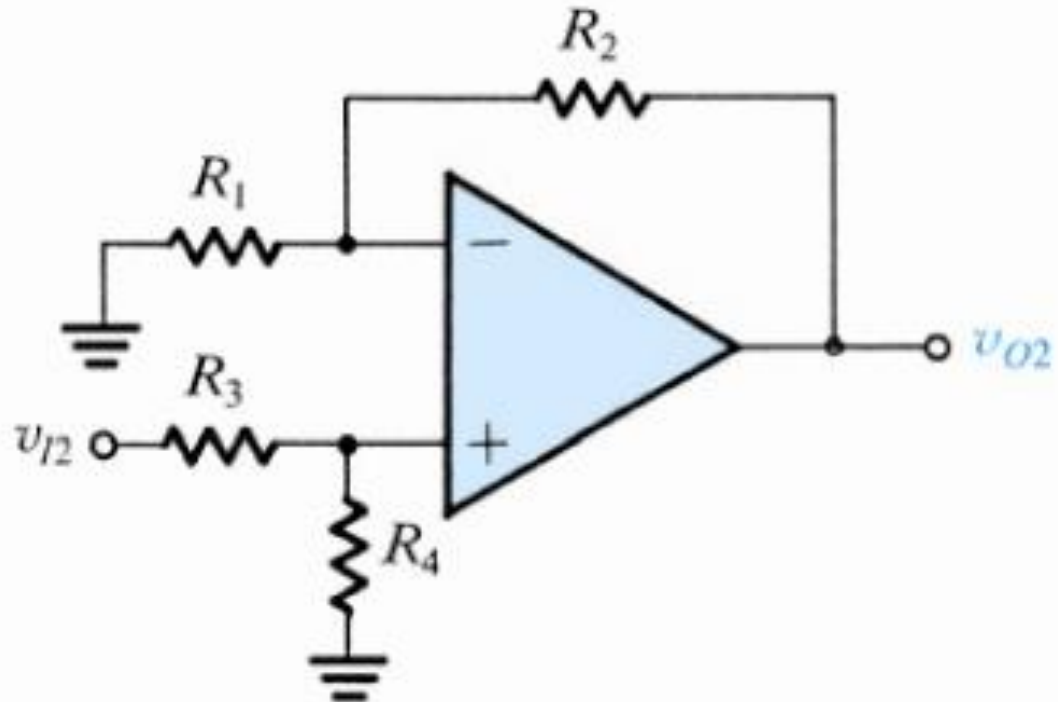


Amplificatore Differenziale con OP-AMP

Dalla sovrapposizione degli effetti: $v_O = v_{O1}(v_{I1}) + v_{O2}(v_{I2})$

$$v_{I1} = 0 \Rightarrow v_p = \frac{v_{O2}}{R_1 + R_2} R_1 \qquad v_p = \frac{v_{I2}}{R_3 + R_4} R_4$$

$$v_{O2} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \frac{R_4}{R_3 + R_4} v_{I2}$$



Amplificatore Differenziale con OP-AMP

Dalla sovrapposizione degli effetti:

$$v_O = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{R_4}{R_3 + R_4} v_{I2} - \frac{R_2}{R_1} v_{I1}$$

$$R_{i1} = R_1 \quad R_{i2} = R_3 + R_4$$

$$R_o = 0$$

se $\frac{R_4}{R_3} = \frac{R_2}{R_1}$

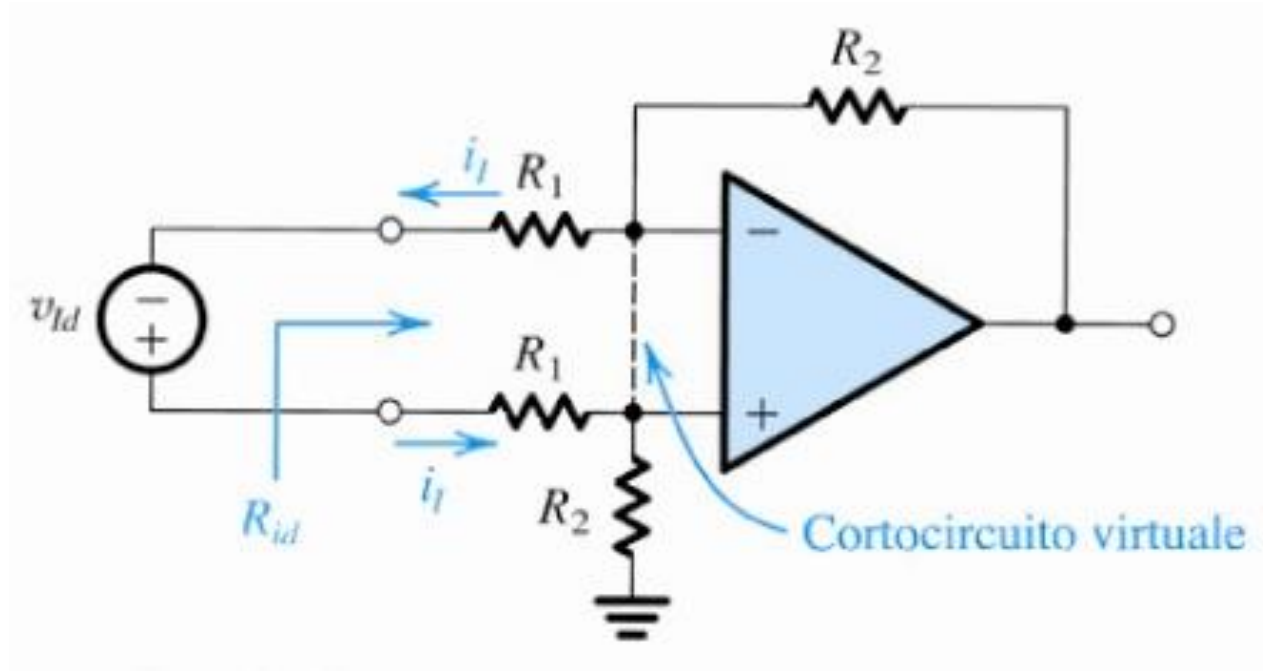
$$v_O = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{\frac{R_4}{R_3}}{1 + \frac{R_4}{R_3}} v_{I2} - \frac{R_2}{R_1} v_{I1}$$



$$v_O = \frac{R_2}{R_1} (v_{I2} - v_{I1})$$

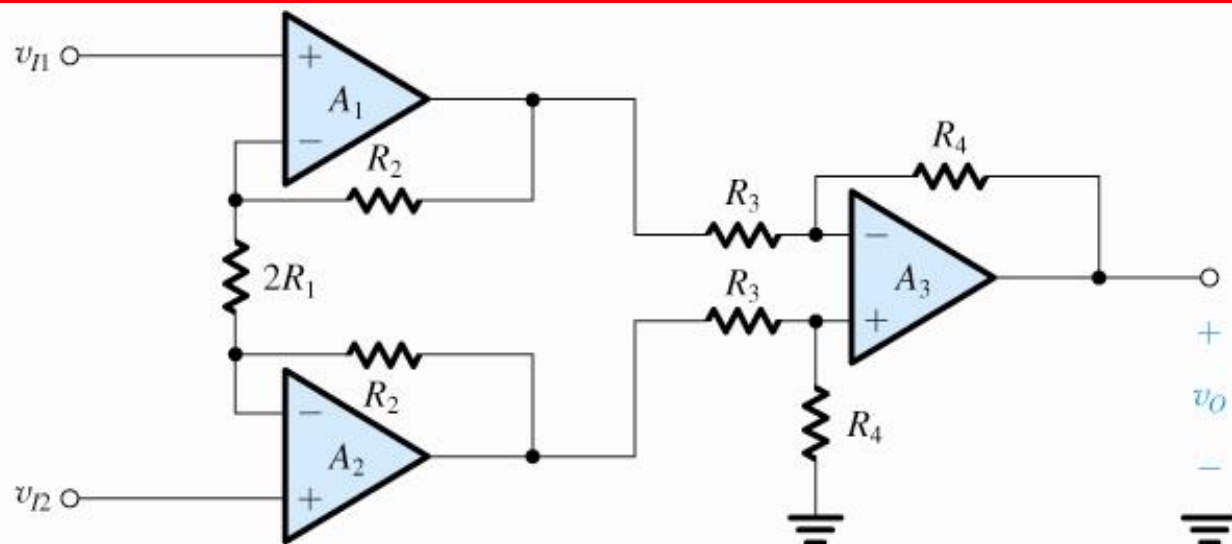
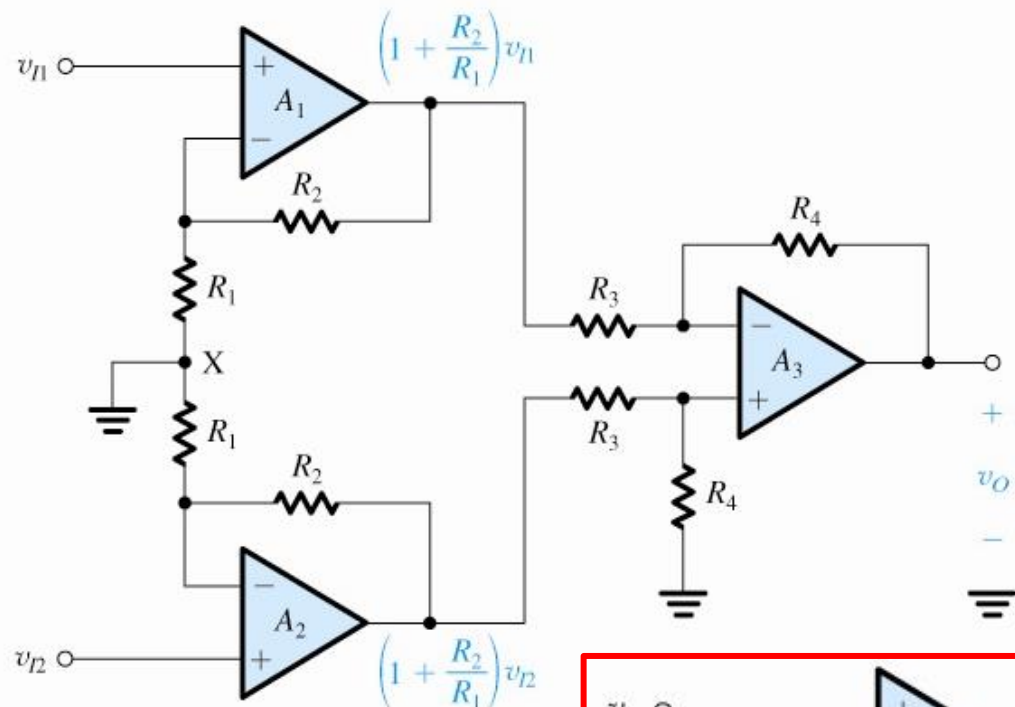
Amplificatore Differenziale con OP-AMP

Resistenza differenziale:

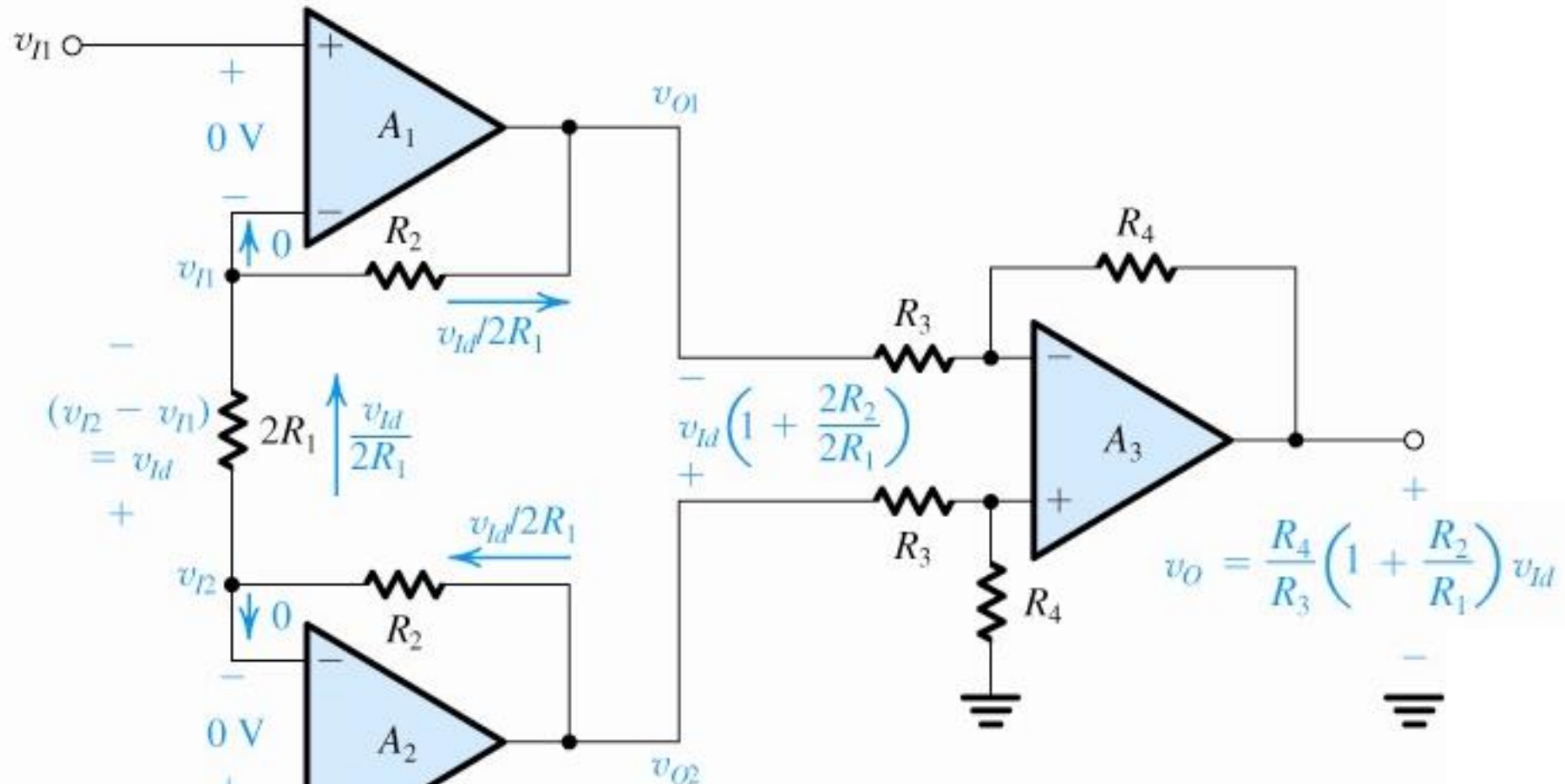


$$R_{id} = \frac{v_{Id}}{i_I} = 2R_1$$

Amplificatore per Strumentazione



Amplificatore per Strumentazione



$$v_{Id} = v_{I2} - v_{I1}$$

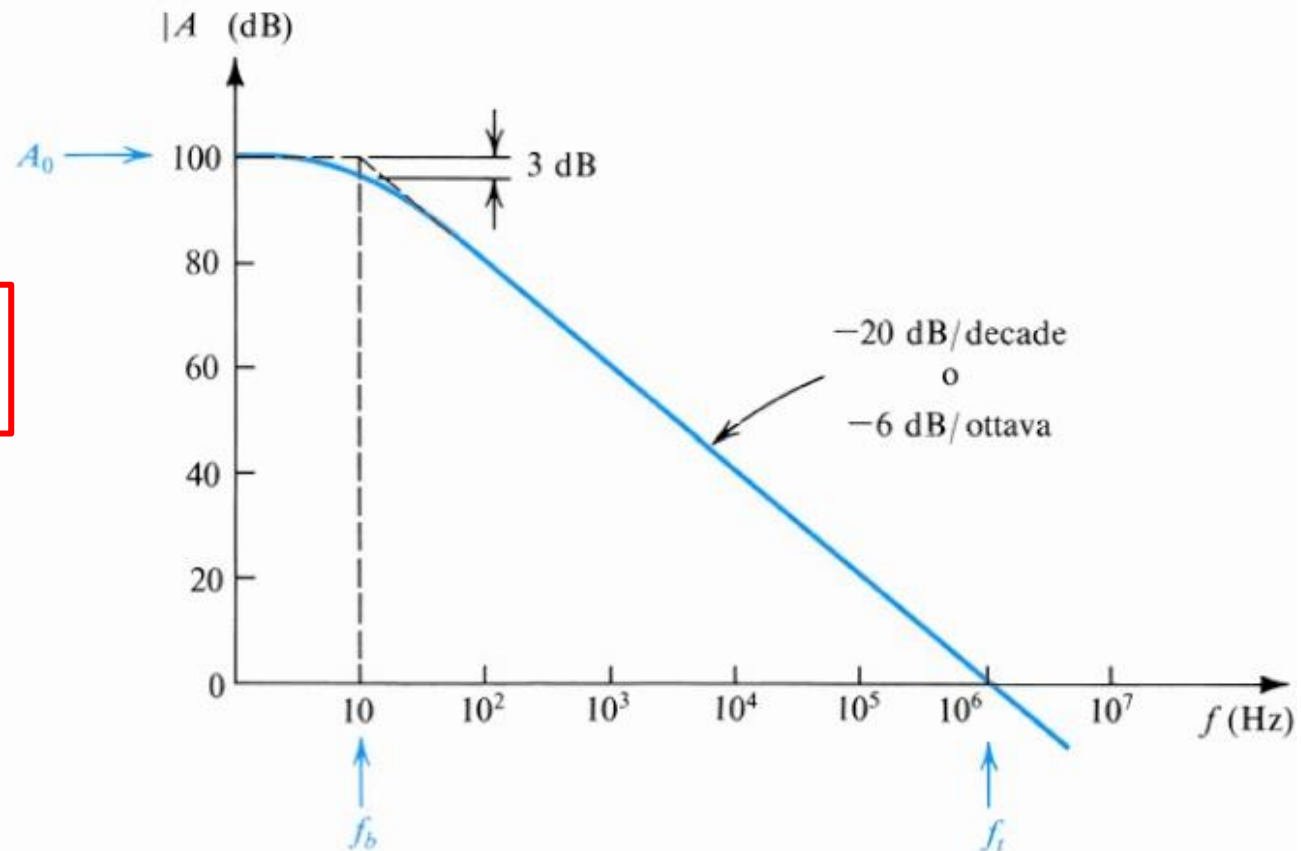
$$v_O = \frac{R_4}{R_3} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) v_{Id}$$

Amplificatori Operazionali NON IDEALI

Negli Amplificatori Operazionali Reali:

$$A < +\infty, \quad Z_i < \infty, \quad Z_o > 0, \quad f_t < \infty, \quad \text{dinamica} < \infty$$

PICCOLI SEGNALE:
Guadagno e Banda



Amplificatori Operazionali NON IDEALI

La funzione di trasferimento è ad un solo polo dominante

$$A(j\omega) = \frac{A_0}{1 + j\omega/\omega_b}$$

per $\omega \gg \omega_b$

$$A(j\omega) = \frac{A_0 \omega_b}{j\omega}$$

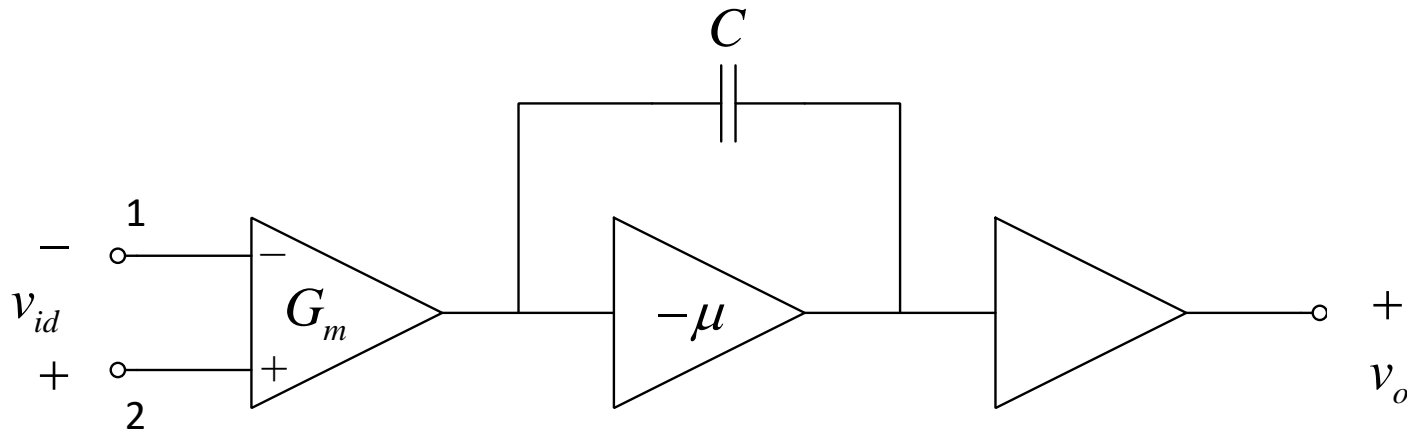
$$|A(j\omega_t)| = 1$$

\Rightarrow

$$\omega_t = A_0 \omega_b$$

**Frequenza a
guadagno unitario**

Struttura Interna di un OP-AMP

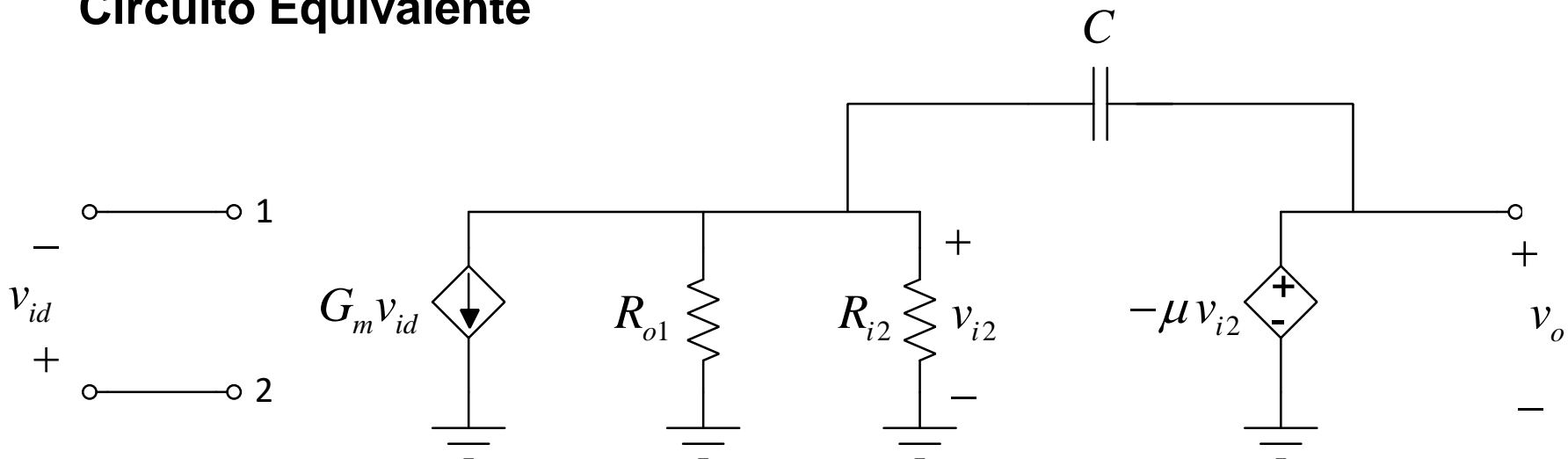


**Amplificatore di
transconduttanza**

**Amplificatore
di tensione**

**Buffer a guadagno
unitario**

Circuito Equivalente



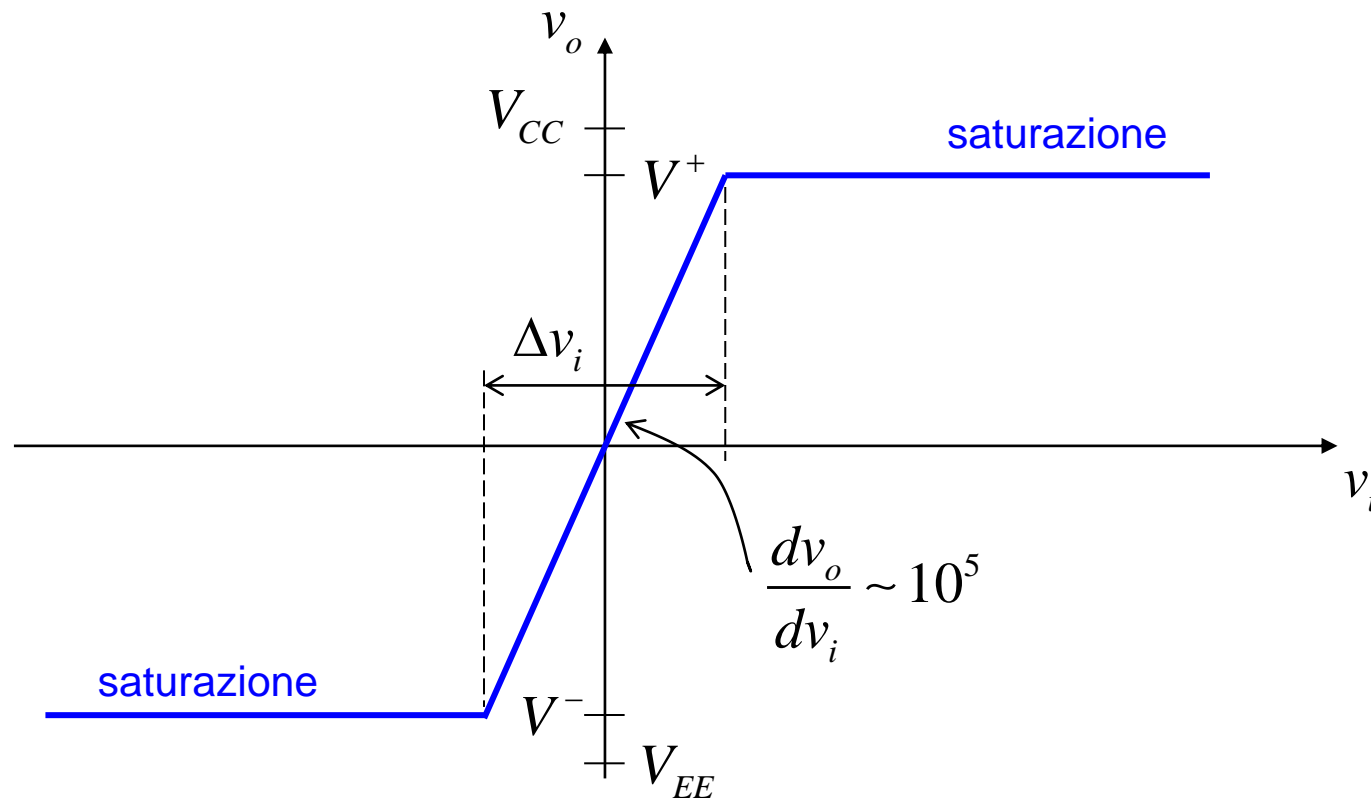
Funzionamento per Grandi Segnali: Saturazione in Uscita

Dinamica in Uscita

E' limitata dall'alimentazione (V_{CC} , V_{EE})

$$V_{EE} < V^- \leq v_0 \leq V^+ < V_{CC}$$

Ad esempio: $V_{CC} = -V_{EE} = 15 \text{ V} \Rightarrow V^+ \cong -V^- \cong 12 \text{ V}$



Funzionamento per Grandi Segnali: Saturazione in Uscita

$$\text{Se } V^+ \cong -V^- \cong 12 \text{ V} \quad \text{e} \quad \frac{dv_o}{dv_i} \sim 10^5$$

$$\frac{dv_o}{dv_i} \cong \frac{\Delta v_o}{\Delta v_i} = \frac{V^+ - V^-}{\Delta v_i} = 10^5 \Rightarrow \Delta v_i = \frac{V^+ - V^-}{10^5} = 24 \cdot 10^{-5} \text{ V}$$

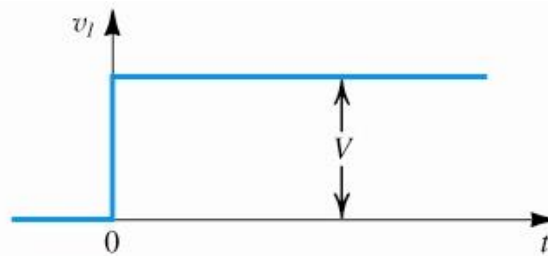
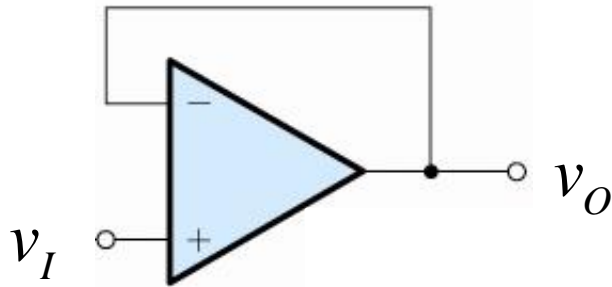
Quindi

$$\Delta v_i \cong 0 \text{ V}$$

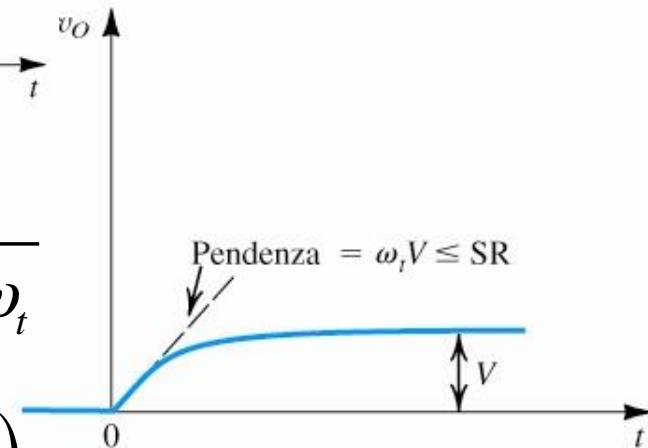
L'amplificatore non può essere utilizzato ad anello aperto poiché risulterebbe sempre saturo (comportamento non lineare)

Funzionamento per Grandi Segnali: Slew Rate

Risposta al gradino nella configurazione ad inseguitore

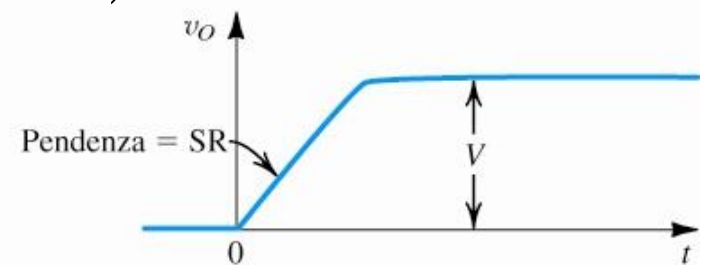


L'analisi per piccoli segnali prevede $\frac{v_I}{v_O} = \frac{1}{1 + s/\omega_t}$



che corrisponde alla risposta $v_O(t) = V(1 - e^{-t/\tau})$

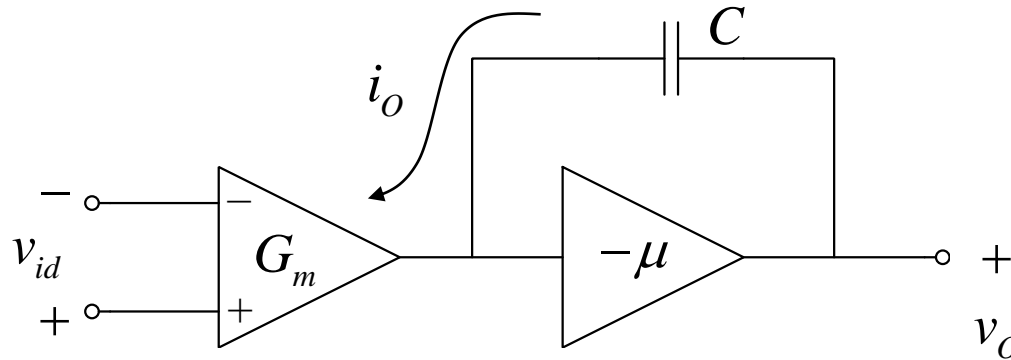
In realtà la risposta cresce quasi linearmente



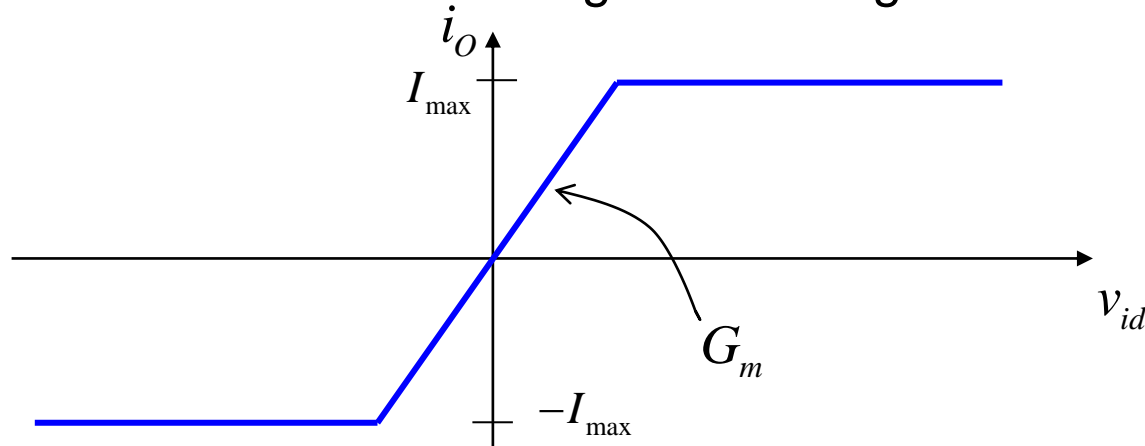
Per minimizzare la prontezza di risposta al gradino si definisce lo **slew rate**:

$$SR = \left. \frac{dv_O}{dt} \right|_{\max}$$

Funzionamento per Grandi Segnali: Slew Rate



- La risposta $v_o(t)$ è limitata dalla corrente massima che può erogare il primo stadio che satura a causa del gradino di ingresso



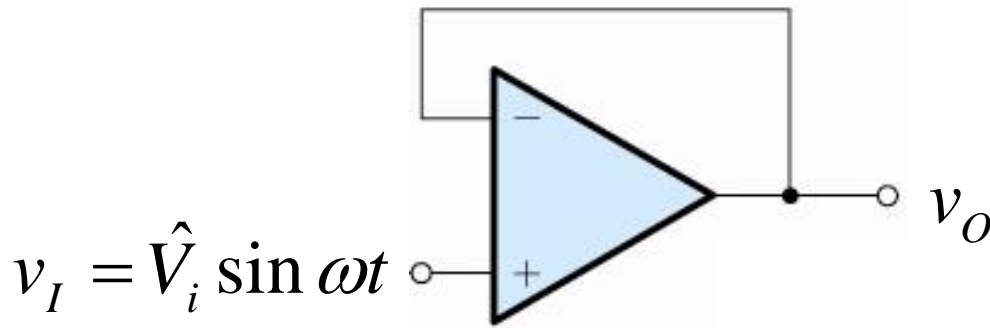
- C si carica a corrente costante I_{\max}

$$I_{\max} = C \frac{dv_o}{dt}$$

$$\text{SR} = \frac{I_{\max}}{C}$$

Funzionamento per Grandi Segnali: Slew Rate

Full Power Bandwidth

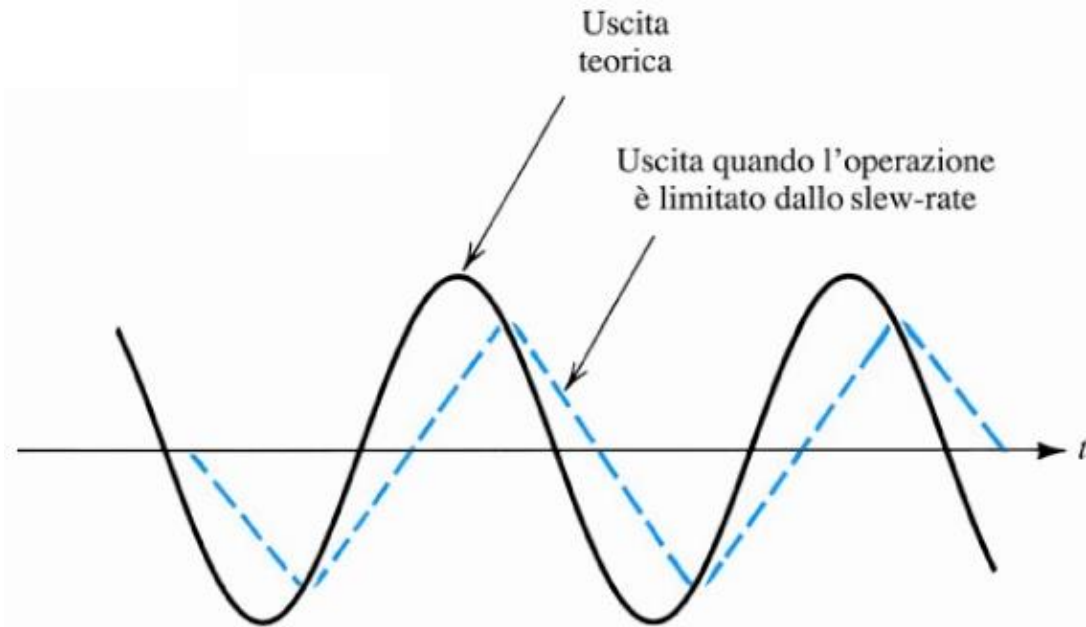


A causa dello
slew-rate $v_O(t)$
può risultare distorta

$$\frac{dv_I}{dt} = \omega \hat{V}_i \cos \omega t$$

se

$$\frac{dv_I}{dt} > \text{SR} = \left. \frac{dv_O}{dt} \right|_{\text{max}} \Rightarrow \omega \hat{V}_i > \text{SR} \quad \underline{\text{il segnale risulta distorto}}$$



Funzionamento per Grandi Segnali: Slew Rate

f_M : full-power bandwidth \rightarrow è la frequenza alla quale una sinusoide di ampiezza pari alla dinamica di uscita ($V_{O\max}$) comincia a presentare distorsione

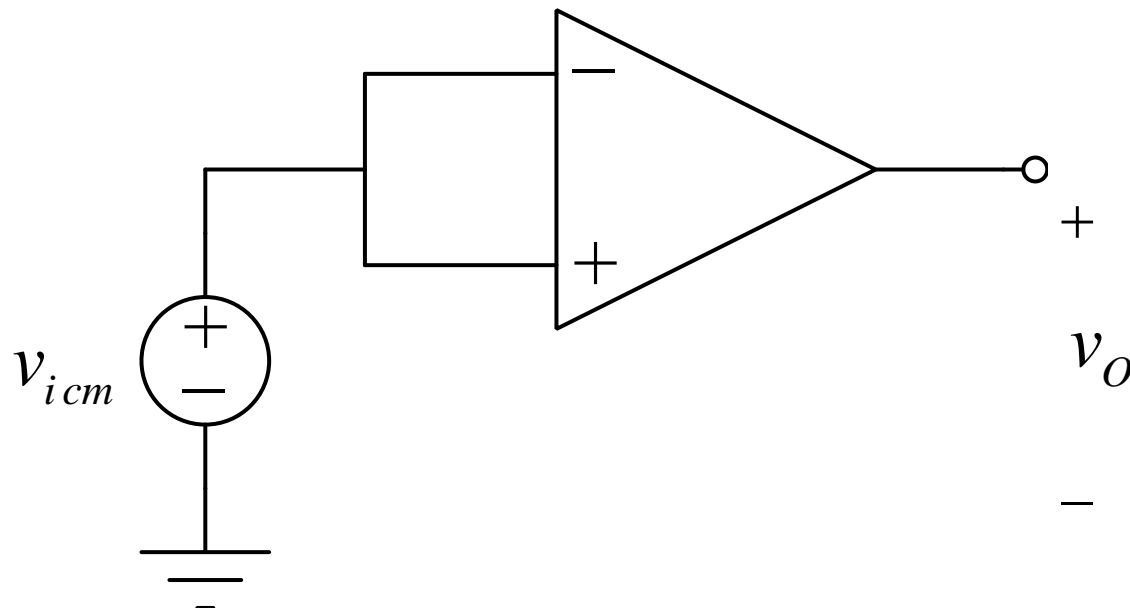
$$\omega_M V_{O\max} = \text{SR} \quad \Rightarrow \quad f_M = \frac{\text{SR}}{2\pi V_{O\max}}$$

se $V_O < V_{O\max}$ si può arrivare a frequenze più elevate

$$V_O = V_{O\max} \left(\frac{\omega_M}{\omega} \right)$$

Reazione di modo comune

- Gli amplificatori operazionali hanno un guadagno di modo comune diverso da zero



Se si applica un segnale v_{icm} si ottiene un segnale di uscita $v_o \neq 0$

Reiezione di Modo Comune

Nel caso ideale

$$v_o = A(v_2 - v_1) = Av_2 - Av_1 = A_2v_2 + A_1v_1 \quad \text{con} \quad A_2 = -A_1$$

In generale: $v_o = A_1v_1 + A_2v_2$ con $-A_1 \neq A_2$

si definisca $v_{id} = v_2 - v_1$ $v_{icm} = \frac{v_2 + v_1}{2}$

$$v_1 = v_{icm} - \frac{v_{id}}{2} \quad v_2 = v_{icm} + \frac{v_{id}}{2}$$

$$v_o = A_1 \left(v_{icm} - \frac{v_{id}}{2} \right) + A_2 \left(v_{icm} + \frac{v_{id}}{2} \right) = (A_1 + A_2)v_{icm} + (A_2 - A_1)v_{id}$$

$$v_o = A_{cm}v_{icm} + A_d \frac{v_{id}}{2}$$

se $-A_1 \neq A_2 \Rightarrow A_{cm} \neq 0$

Si avvicina al caso ideale tanto più $A_{cm} \rightarrow 0$

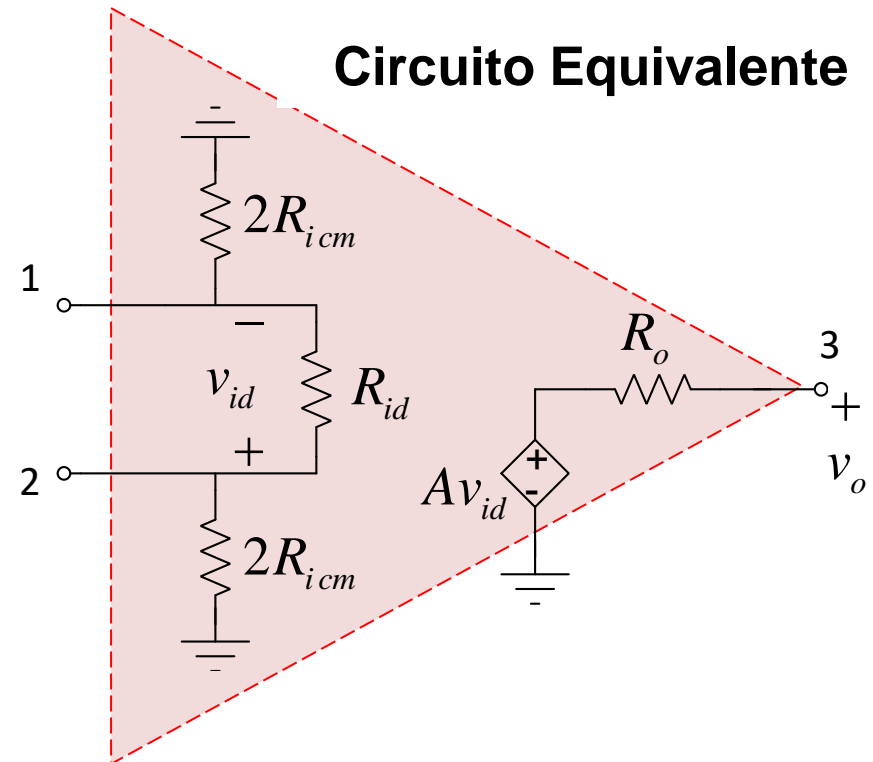
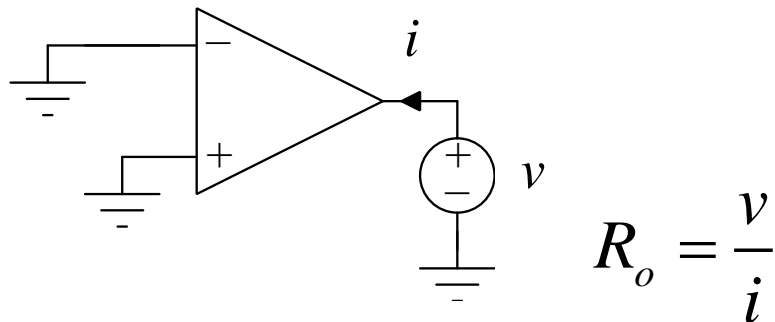
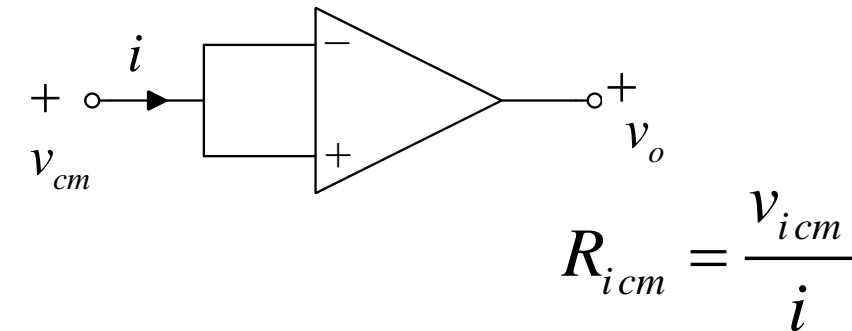
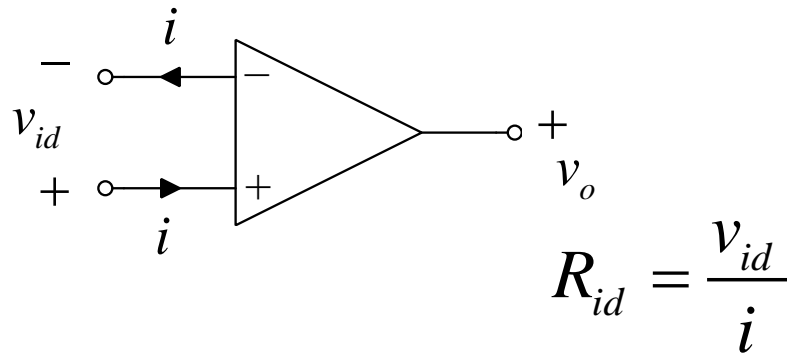
- CMRR (Common Mode Rejection Ratio) : rapporto di reiezione di modo comune

$$\text{CMRR} = \frac{|A|}{|A_{cm}|} \quad \left(\text{CMRR}|_{dB} = 20 \log \frac{|A|}{|A_{cm}|} \right)$$

- Definisce la capacità di amplificare solo la differenza v_{id}

OP-AMP: Resistenze di Ingresso e di Uscita

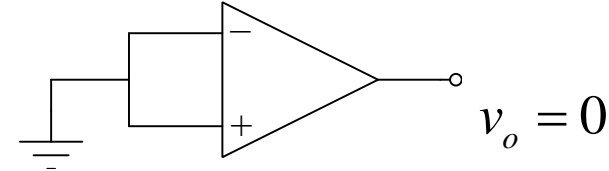
Resistenze di ingresso e di uscita



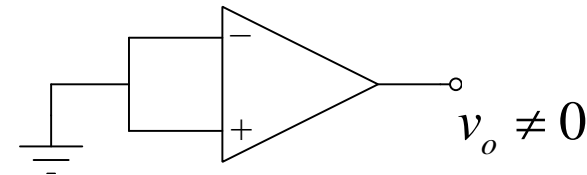
Per simmetria R_{icm} è stata divisa in due resistenze

Effetti di Non-Idealità in DC: Tensione di Offset

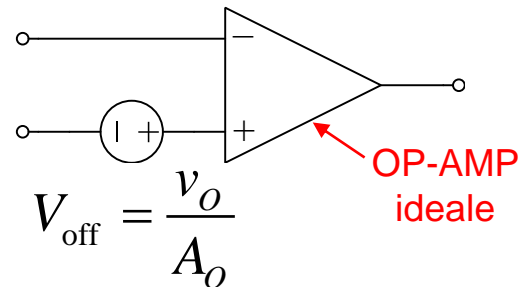
- Nell' amplificatore operazionale ideale:



- Nell' amplificatore operazionale reale:

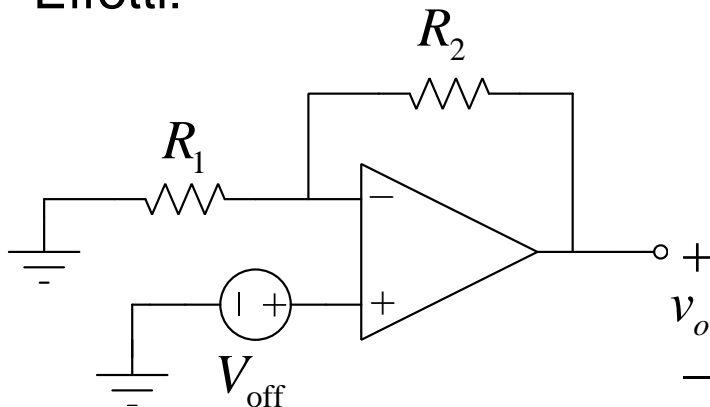


- Modello:



V_{off} : tensione di offset

- Effetti:

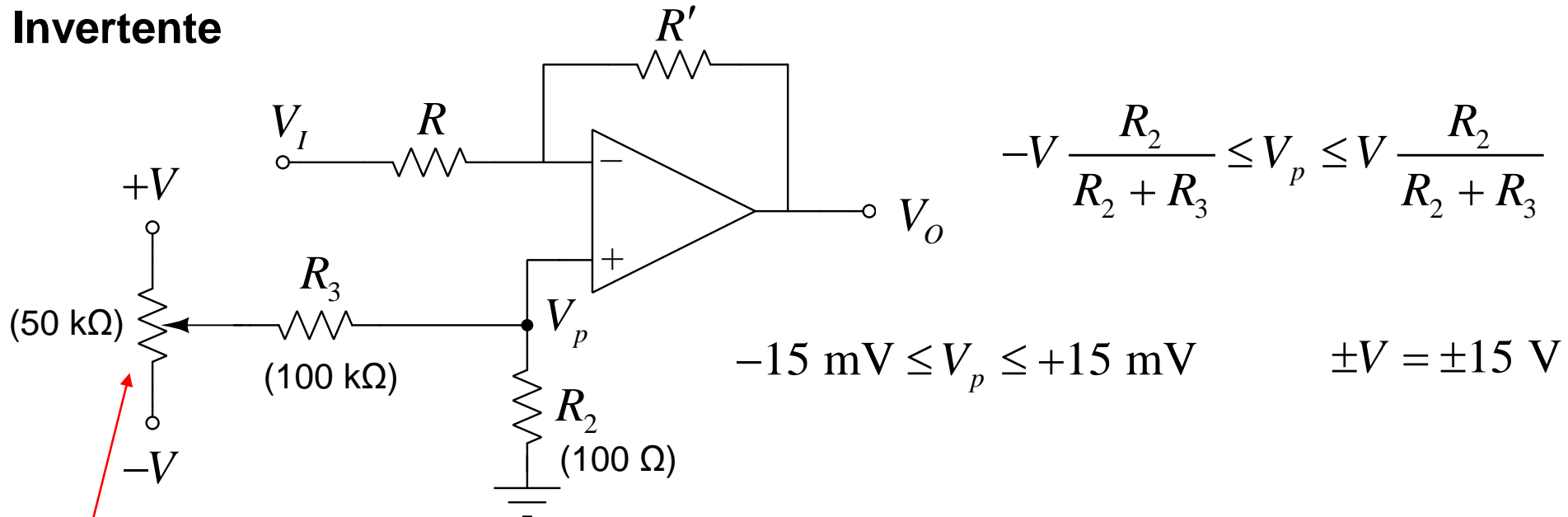


$$\frac{v_o}{R_1 + R_2} R_1 = V_{\text{off}} \Rightarrow v_o = V_{\text{off}} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

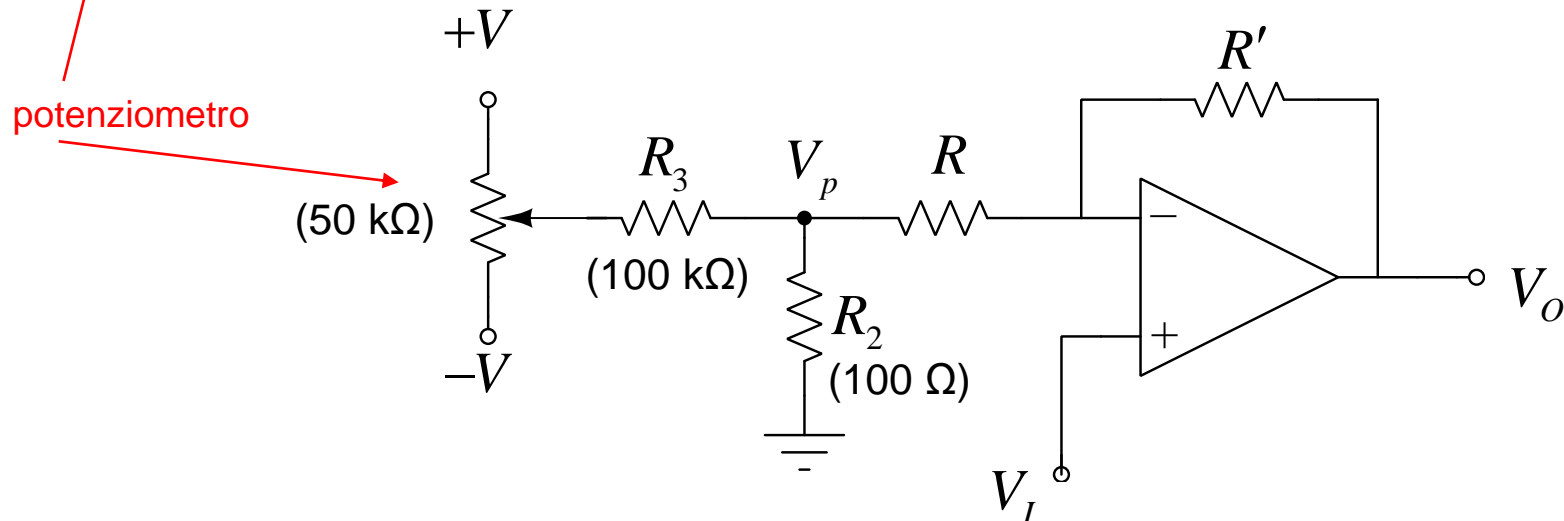
V_{off} viene amplificata in uscita

Tecniche per il Bilanciamento della Tensione di Offset

Invertente

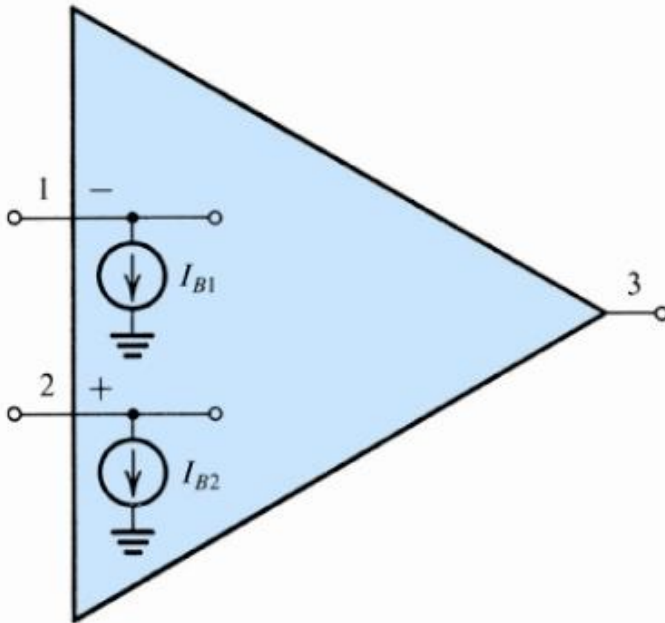


Non Invertente



Effetti di Non-Idealità in DC:

Correnti di Polarizzazione in Ingresso



- Si noti la differenza con il modello per piccoli segnali in cui si considerano le resistenze di ingresso.
- Quando l'amplificatore operazionale è realizzato a BJT, le I_{B1} , I_{B2} corrispondono alle correnti di base di transistori di ingresso (nei MOSFET sono trascurabili).

- Generalmente viene specificata
$$I_B = \frac{I_{B1} + I_{B2}}{2} \quad (\text{valore medio})$$

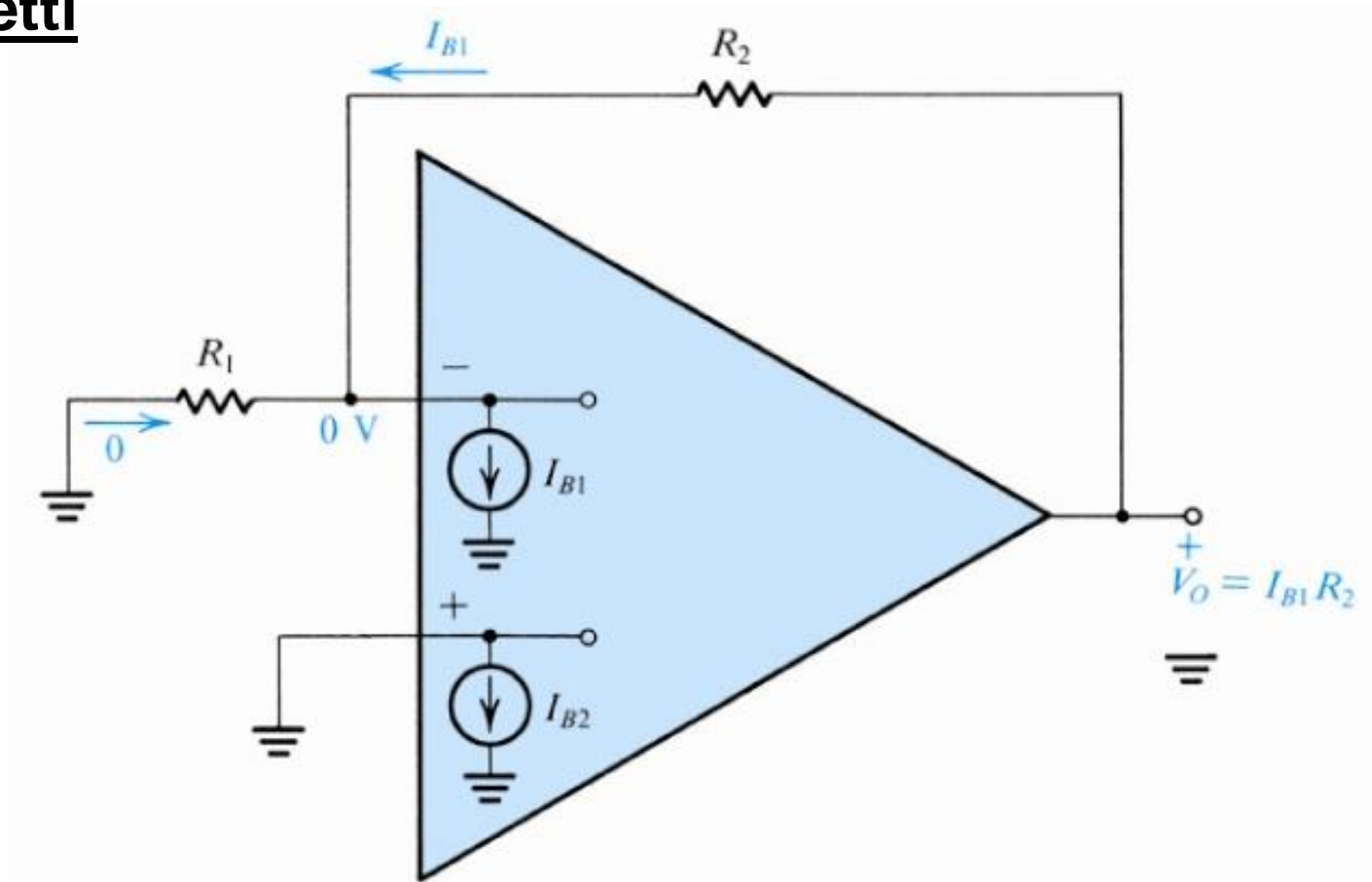
- Corrente di off-set :
$$I_{off} = |I_{B1} - I_{B2}|$$

(dipende dalla non perfetta simmetria)

- Valori tipici:
$$I_B = 100 \text{ nA} \quad I_{off} = 10 \text{ nA}$$

Effetti di Non-Idealità in DC: Correnti di Polarizzazione in Ingresso

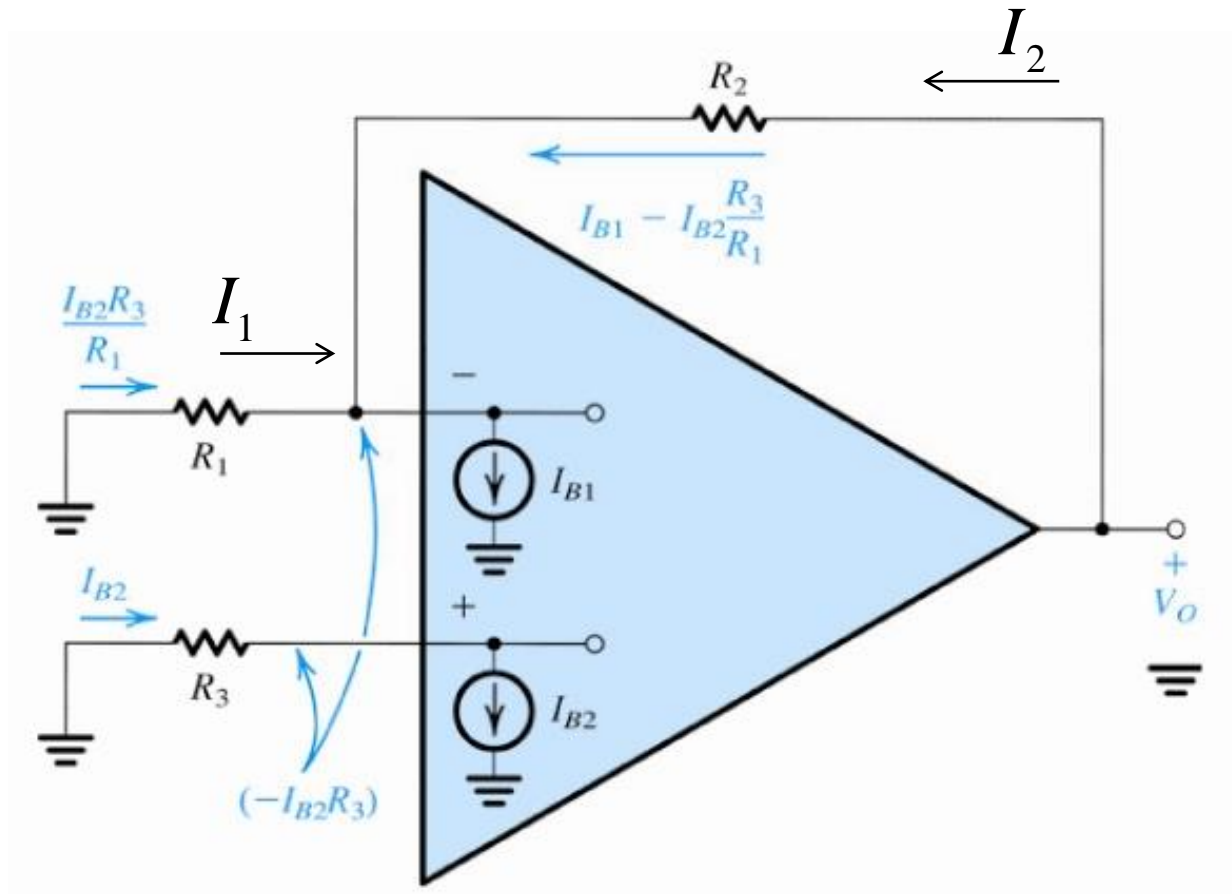
Effetti



$$V_O = I_{B1} R_2 \approx I_B R_2$$

- Costituisce una limitazione per R_2 , che può saturare l'amplificatore

Effetti di Non-Idealità in DC: Correnti di Polarizzazione in Ingresso



$$V_2 = -R_3 I_{B2} \approx V_1 \quad \Rightarrow \quad I_1 = -\frac{V_1}{R_1} = \frac{I_{B2} R_3}{R_1}$$

$$I_2 = I_{B1} - I_1 = I_{B1} - I_{B2} \frac{R_3}{R_1}$$

Effetti di Non-Idealità in DC: Correnti di Polarizzazione in Ingresso

$$V_O = -R_3 I_{B2} + R_2 \left(I_{B1} - I_{B2} \frac{R_3}{R_1} \right)$$

se $I_{off} = 0$ $I_{B1} = I_{B2} = I_B$

$$V_O = I_B \left[R_2 - R_3 \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \right]$$

se $R_3 = \frac{R_2}{\left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow V_O \approx 0$

Effetti di Non-Idealità in DC: Correnti di Polarizzazione in Ingresso

se $I_{off} \neq 0$ $I_{B1} = I_B + \frac{I_{off}}{2}$ $I_{B2} = I_B - \frac{I_{off}}{2}$

$$V_O = -I_{B2} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) R_3 + I_{B1} R_2$$

$$= - \left(I_B - \frac{I_{off}}{2} \right) \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) R_3 + \left(I_B + \frac{I_{off}}{2} \right) R_2$$

$$= -I_B \left[R_2 - R_3 \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \right] + \frac{I_{off}}{2} \left[R_2 + R_3 \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \right]$$

0

$$V_O = I_{off} R_2 < I_B R_2$$

consente di limitare l'effetto di non idealità