



Esercizi svolti di modellazione matematica ver 2.0.0

Fabrizio Marinelli
fabrizio.marinelli@univpm.it
tel. 071 - 2204823

Un problema di mix produttivo

Un problema di mix produttivo

[Problema]

- La Ambrosoli S.p.A. produce due tipi di caramelle: *Al Miele* e *Fior di Liquirizia*. Le *Al Miele* sono vendute a **1€** al pacchetto, le *Fior di Liquirizia* a **1.5 €**.
- L'azienda dispone di una linea in grado di produrre entrambi i tipi di caramelle, ma non contemporaneamente. Tuttavia i tempi di cambio produzione (*changeover*) sono trascurabili.
- La produttività del sistema è di **40 pacchetti/h** di caramelle *Al Miele* e **30 pacchetti/h** di caramelle *Fior di Liquirizia*.
- La settimana lavorativa è di **40 ore** e l'azienda non fa magazzino.
- Da ricerche di marketing si scopre che il mercato è in grado di assorbire settimanalmente al massimo **1000 pacchetti** di *Al Miele* e **900 pacchetti** di *Fior di Liquirizia*.

Quali sono i livelli di produzione dei due tipi di caramelle che massimizza il profitto dell'azienda?

Pianificazione di investimenti (ver 1)

Pianificazione di investimenti (ver. 1)

- **[Problema]** Si dispone di un budget di b € per realizzare n progetti. Ogni progetto ha un costo c_i e un guadagno atteso di p_i €. Quali progetti occorre selezionare per **massimizzare il guadagno** atteso rispettando il **vincolo di budget**?

► **[Dati]**

	<i>guadagno p (K€)</i>	<i>costo c (K€)</i>
progetto 1	60	3
progetto 2	65	5
progetto 3	45	1
progetto 4	55	2

budget: $b = 7.000$ €

Problema di trasporto

Problema di trasporto

[Problema] Una società di logistica movimentata container vuoti da M magazzini a P porti.

La richiesta dei porti (vedi tabella) può essere soddisfatta prelevando i container vuoti da uno qualsiasi dei magazzini.

Ogni magazzino, tuttavia, ha una disponibilità limitata di container (vedi tabella)

	Container richiesti
La Spezia	20
Trieste	15
Ancona	25
Napoli	33
Bari	21

	Container vuoti
Padova	10
Arezzo	12
Roma	20
Teramo	24
Lecce	18
Catanzaro	40

Problema di trasporto

La movimentazione avviene attraverso una flotta di camion, ognuno dei quali può trasportare al massimo 2 container. Il costo di ogni viaggio dipende dalla distanza che intercorre tra magazzino e porto ed è descritto dalla seguente tabella:

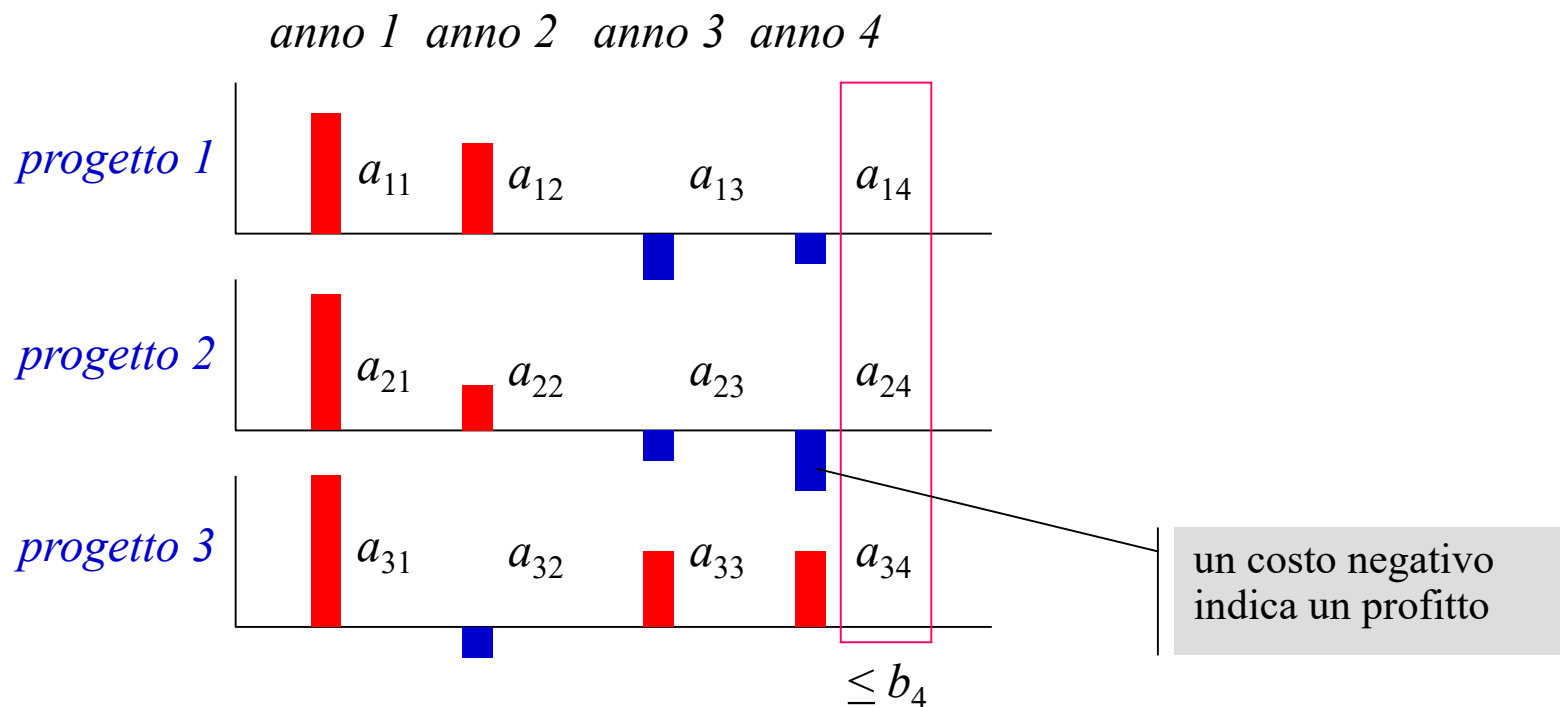
	La Spezia	Trieste	Ancona	Napoli	Bari
Padova	8.700	3.450	10.650	21.450	24.300
Arezzo	11.400	10.200	4.950	11.400	18.300
Roma	15.150	15.900	8.550	6.600	13.500
Teramo	19.650	13.500	4.650	7.200	9.450
Lecce	30.300	25.200	16.500	9.150	2.850
Catanzaro	32.160	32.910	22.410	11.160	9.990

Come devono essere organizzate le consegne al fine di minimizzare il costo totale di movimentazione?

Pianificazione di investimenti (ver 2)

Pianificazione di investimenti (ver. 2)

- **[Problema]** Si vogliono realizzare n progetti nei prossimi T anni. Di ogni progetto i si conosce un indice di redditività p_i che esprime il guadagno finale atteso (in Euro) e un profilo di costo $\mathbf{a}_i = (a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{iT})$ per ogni anno del periodo considerato. Inoltre, in ogni anno j del periodo si dispone di un budget di b_j €. Quali progetti occorre selezionare per **massimizzare il guadagno** atteso rispettando i **vincoli di budget**?



Pianificazione di investimenti (ver. 2)

- **[Problema]** Si vogliono realizzare n progetti nei prossimi T anni. Di ogni progetto i si conosce un indice di redditività p_i che esprime il guadagno finale atteso (in Euro) e un profilo di costo $\mathbf{a}_i = (a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{iT})$ per ogni anno del periodo considerato. Inoltre, in ogni anno j del periodo si dispone di un budget di b_j €. Quali progetti occorre selezionare per **massimizzare il guadagno** atteso rispettando i **vincoli di budget**?

► **[Dati]**

		costi a (K€)			
reddittività p (K€)		anno 1	anno 2	anno 3	anno 4
progetto 1	30	10	5	-2	-1
progetto 2	20	12	2	-2	-5
progetto 3	25	15	-1	5	5

budget	30	6	6	6
--------	----	---	---	---

Pianificazione di investimenti: esercizi

- ▶ Scrivere un modello matematico per ognuna delle seguenti varianti (in ordine di difficoltà):
 - **[Ex Appl_1]** Ogni nuovo progetto i comporta un costo globale di gestione c_i . Si vuole massimizzare il ricavo, cioè la differenza tra il guadagno atteso e i costi di gestione.
 - **[Ex Appl_2]** Il budget disponibile in ogni anno j è pari ad una quota fissa b_j sommata al budget residuo dei periodi precedenti.
 - **[Ex Appl_3]** Si supponga che i progetti abbiano una durata di $T' < T$ anni. Per ogni progetto selezionato si vuole individuare anche l'anno di avvio

Machine tooling

Machine tooling

- **[Problema]** Una macchina a controllo numerico dispone di un numero limitato di slot per l'alloggiamento degli utensili.



Dato un insieme di lavorazioni, ognuna delle quali garantisce un determinato profitto e richiede un set specifico di utensili, quali utensili montare al fine di massimizzare il profitto totale delle lavorazioni che possono essere effettuate?

Machine tooling

Lavorazione	Utensili	profitto
Job 1	A, C, D, E	800
Job 2	A, B, C, E	1200
Job 3	B, D, E, G	950
Job 4	E, F, G	850
Job 5	A, D, G	750

5 slot utensili disponibili

Pianificazione di investimenti (ver 3)

Pianificazione di investimenti (ver. 3)

- **[Problema]** Si dispone di un budget da investire in n titoli di borsa. Qual è la strategia di investimento più *robusta*? Ovvero, come deve essere ripartito il budget sui titoli per **massimizzare il guadagno** atteso nel **peggiore dei casi**?

Ma che significa nel *peggiore dei casi*?

- **[Esempio]** 3 famose agenzie di rating forniscono le previsioni di performance (rendimento percentuale) di 3 titoli di borsa A , B , C :

scommette sui titoli B e C

punta sul titolo B e non crede al titolo A

In questo scenario i rendimenti sono simili, con una leggera predominanza del titolo A .

	A	B	C
<i>Agenzia 1</i>	6%	22%	24%
<i>Agenzia 2</i>	9%	25%	21%
<i>Agenzia 3</i>	16%	12%	13%

Pianificazione di investimenti (ver. 3)

► Su quali titoli investire?

tutto su *B*; nel caso peggiore si guadagna il 12%



	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
<i>Agenzia 1</i>	6%	22%	24%
<i>Agenzia 2</i>	9%	25%	21%
<i>Agenzia 3</i>	16%	12%	13%

tutto su *A*; nel caso peggiore si guadagna il 6%



tutto su *C*; nel caso peggiore si guadagna il 13%



Investendo su un solo titolo, il rendimento massimo atteso (nel caso peggiore) è del 13% (titolo *C*).

Pianificazione di investimenti (ver. 3)

- Invece, con una equa ripartizione del budget sui 3 titoli il rendimento atteso nel caso peggiore è del 13.66%:

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
<i>Agenzia 1</i>	6%	22%	24%
<i>Agenzia 2</i>	9%	25%	21%
<i>Agenzia 3</i>	16%	12%	13%

$$\frac{1}{3} \cdot 6 + \frac{1}{3} \cdot 22 + \frac{1}{3} \cdot 24 = 17.33$$

$$\frac{1}{3} \cdot 9 + \frac{1}{3} \cdot 25 + \frac{1}{3} \cdot 21 = 18.33$$

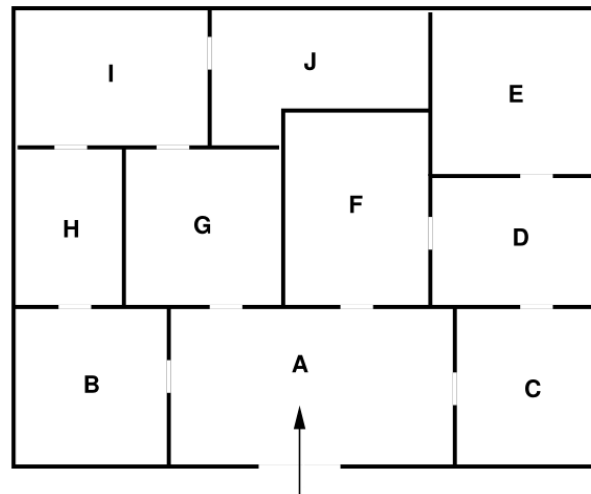
$$\frac{1}{3} \cdot 16 + \frac{1}{3} \cdot 12 + \frac{1}{3} \cdot 13 = 13.66$$

Ma allora, qual è la strategia migliore?

Una notte al museo

Una notte al museo

[Problema] Il direttore di un famoso museo deve decidere quante guardie debbano essere impiegate per controllare una nuova ala del museo la cui mappa è riportata in figura. La *spending review* lo ha costretto a posizionare le guardie alle porte, in modo che ognuna possa controllare due stanze.



Qual è il minimo numero di guardie necessarie?

Pianificazione della produzione

Pianificazione della produzione

[Problema] Una società farmaceutica deve pianificare la produzione di tre prodotti: *Tantum Verde Spray* (S), *Tantum Verde Collutorio* (C) e *Tantum Verde Gola* (G).

Per ogni prodotto si conosce il **prezzo di vendita**, il **costo di produzione** e la **domanda** dei prossimi **5 mesi** (ottobre ha 23 giorni lavorativi e i restanti mesi ne hanno 20)

	Spray	Collutorio	Gola
Prezzo di vendita	7 €/pz.	5 €/pz.	9 €/pz.
Costo di produzione	2 €/pz.	1 €/pz.	5 €/pz.

	Ottobre	Novembre	Dicembre	Gennaio	Febbraio
Spray	10.000 pz.	40.000 pz.	100.000 pz.	100.000 pz.	50.000 pz.
Collutorio	25.000 pz.	30.000 pz.	50.000 pz.	50.000 pz.	40.000 pz.
Gola	20.000 pz.	70.000 pz.	150.000 pz.	200.000 pz.	100.000 pz.

Pianificazione della produzione

- Per ogni prodotto, l'impianto ha una data **capacità produttiva** giornaliera, un **costo fisso** di produzione mensile e un **lotto minimo** di produzione giornaliera.
- La produzione di un articolo può essere avviata solo su base mensile.

	Spray	Collutorio	Gola
Capacità produttiva	13.000 pz./gg	15000 pz./gg	18.000 pz./gg
Costo fisso di prod.	75.000 €	50.000 €	150.000 €
Lotto minimo di prod.	1000 pz/gg	2000 pz/gg	3000 pz/gg

- I prodotti possono essere stoccati con un **costo di magazzino** mensile pari allo 5% del costo di produzione; tutti i prodotti occupano lo stesso spazio e la **capacità del magazzino** è di 200.000 pz.

Qual è il piano di produzione che massimizza il profitto totale nel periodo considerato?

[ipotesi di lavoro]

- Il magazzino è inizialmente vuoto;
- La vendita dei prodotti avviene a fine mese.
- ...

1. Lezioni e esercitazioni dei proff. Claudio Arbib, Fabrizio Rossi, Stefano Smriglio (www.oil.di.univaq.it)
2. AMPL: A Modeling Language for Mathematical Programming, *Robert Fourer, David M. Gay, e Brian W. Kernighan*, 2003