Teoremi di caratterizzazione esterna delle reti bipolari di Thevenin e Norton

Prof. Simone Fiori

s.fiori@univpm.it

Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione (DII)

Università Politecnica delle Marche

Argomenti

- Motivazione: Semplificazione di bipoli
- Teoria su Teorema di Thevenin per bipoli affini
- Teoria su Teorema di Norton per bipoli affini
- Il metodo del ‘finto dato’ per determinare i coefficienti della funzione generatrice di un bipolo affine.
- Estensione al dominio fasoriale dei teoremi di Thevenin e Norton
- Appendici (*non fanno parte del corso*): Metodo classico (puramente circuitale) per determinare i coefficienti di Thevenin e Norton

Semplificazione delle reti bipolari affini

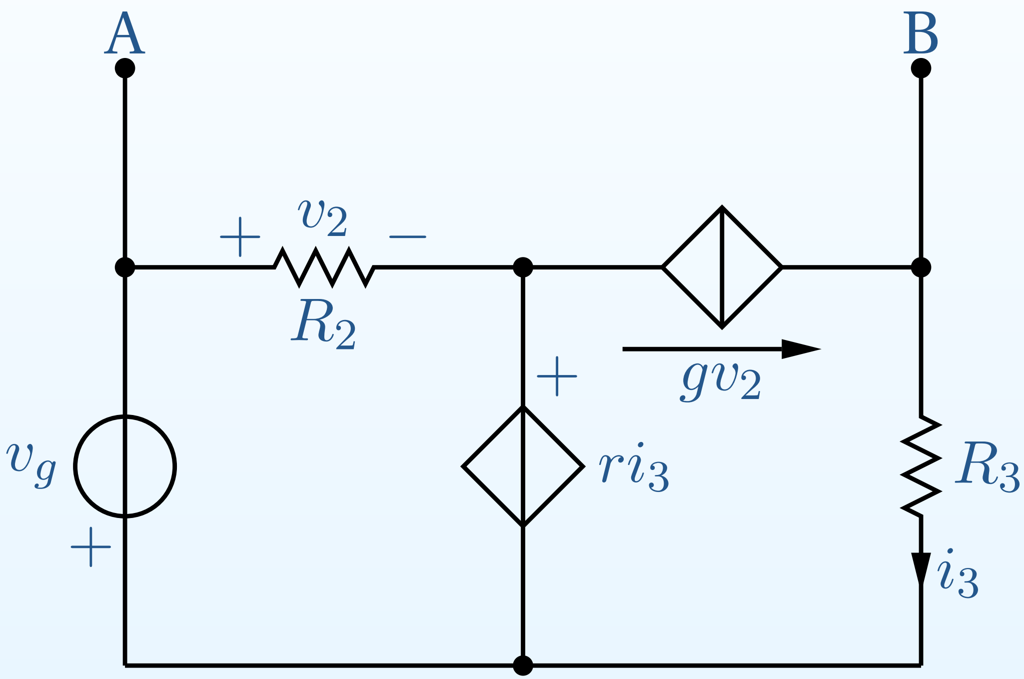
I teoremi di Thevenin e Norton consentono di semplificare una rete bipolare tramite un bipolo equivalente più semplice contenente due componenti soltanto.

Una rete bipolare è semplificabile se:

- È una rete bipolare *affine*.
- Le eventuali reti 2-porte appartenenti al bipolo da semplificare sono *complete*.
- Gli eventuali generatori controllati appartenenti al bipolo da semplificare fanno riferimento a variabili elettriche *interne* al bipolo stesso.

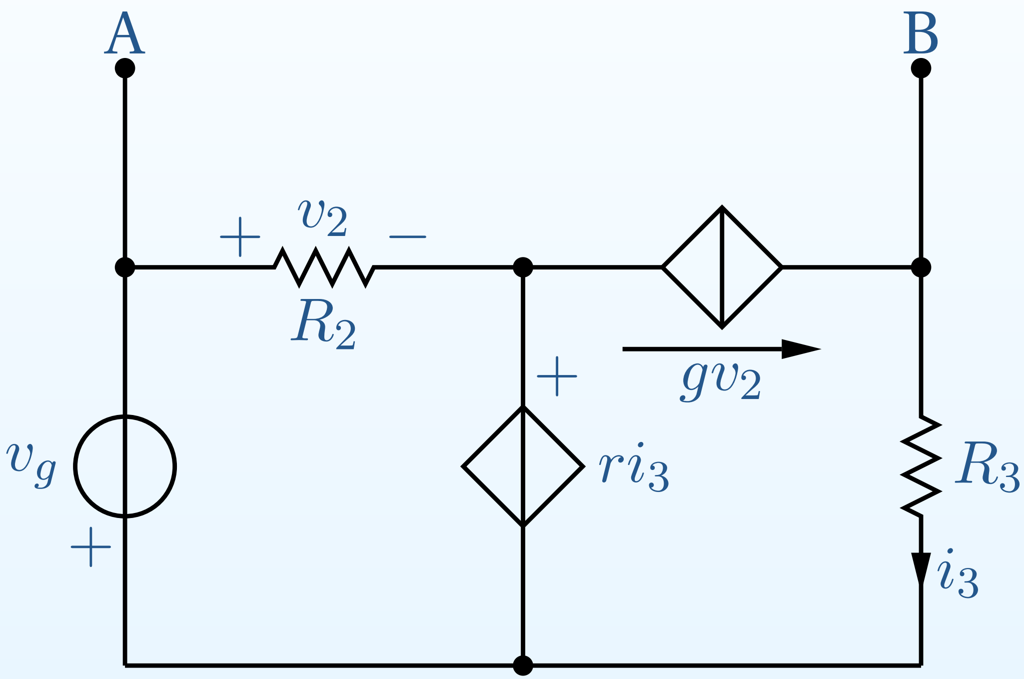
Semplificazione delle reti bipolari affini: Esempio

È possibile semplificare la seguente rete bipolare ?



Semplificazione delle reti bipolari affini: Esempio

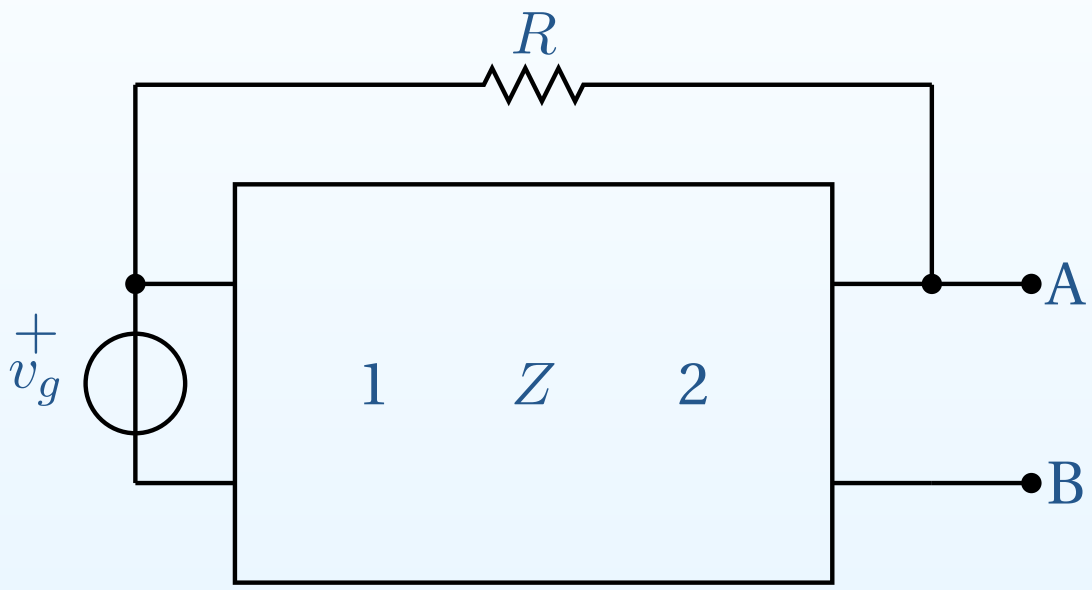
È possibile semplificare la seguente rete bipolare ?



È possibile perché sono soddisfatte tutte le condizioni.

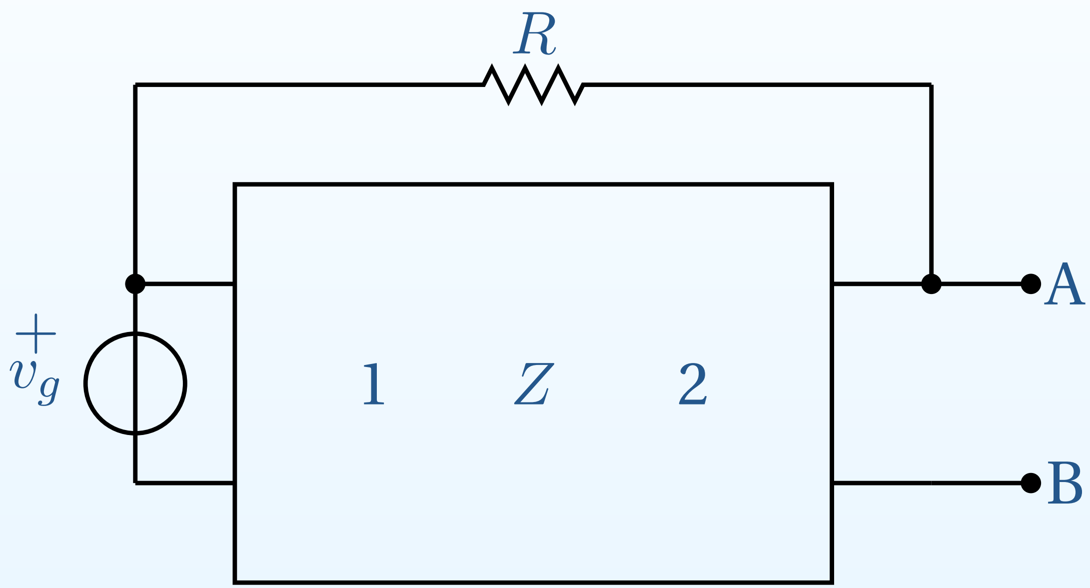
Semplificazione delle reti bipolari affini: Esempio

È possibile semplificare la seguente rete bipolare ?



Semplificazione delle reti bipolari affini: Esempio

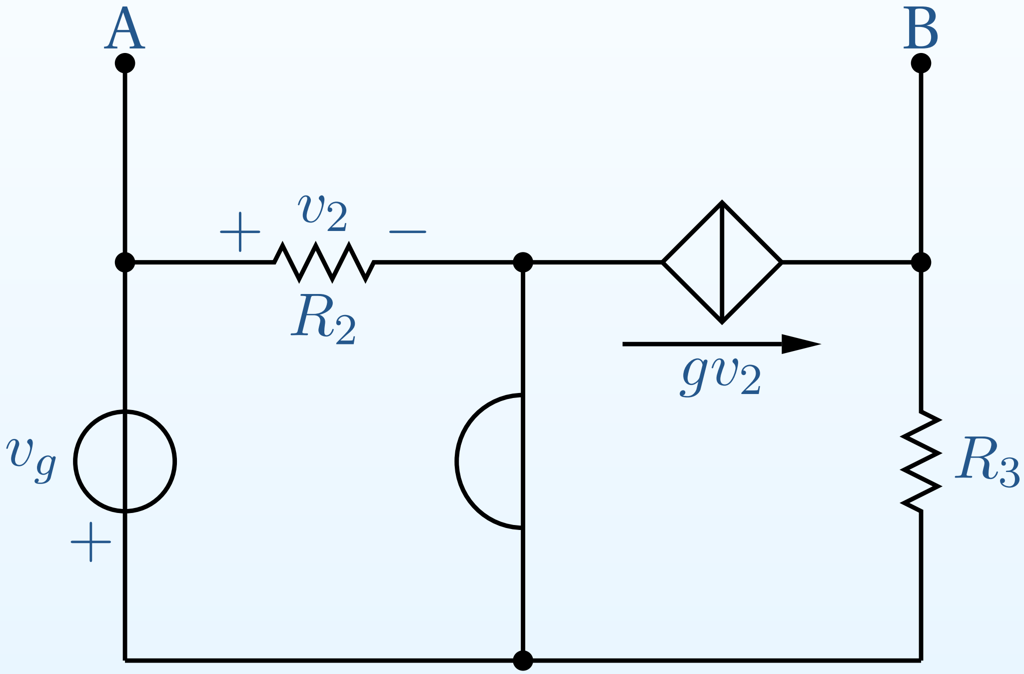
È possibile semplificare la seguente rete bipolare ?



È possibile perché sono soddisfatte tutte le condizioni.

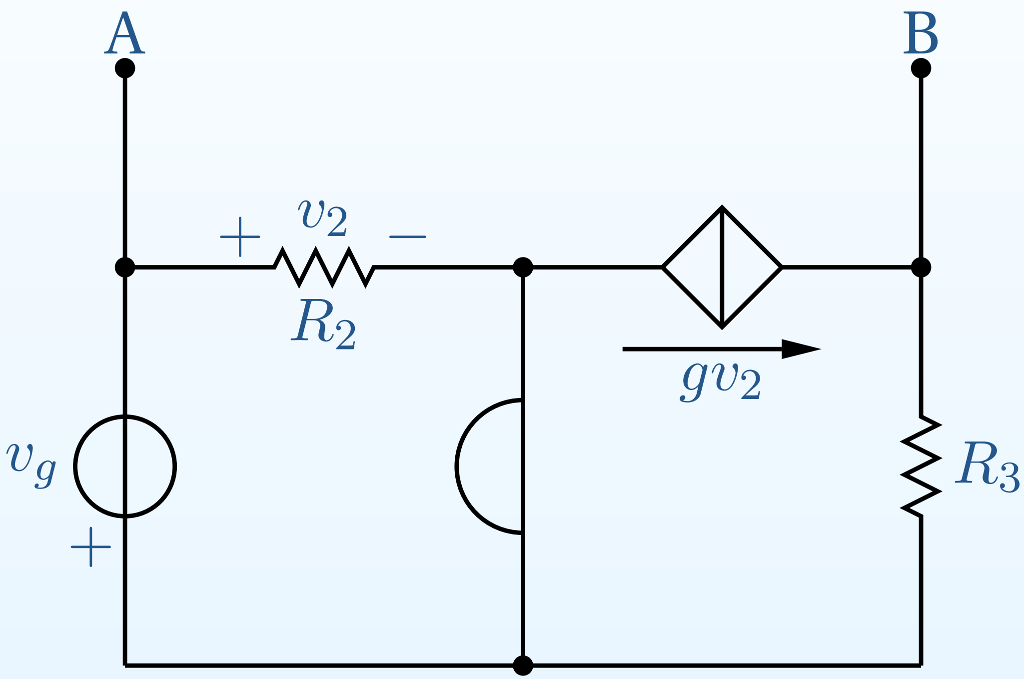
Semplificazione delle reti bipolari affini: Esempio

È possibile semplificare la seguente rete bipolare ?



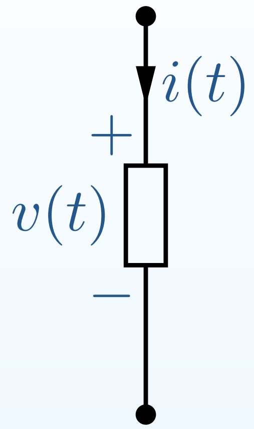
Semplificazione delle reti bipolari affini: Esempio

È possibile semplificare la seguente rete bipolare ?



Non è possibile perché il giratore è incompleto.

Bipoli affini



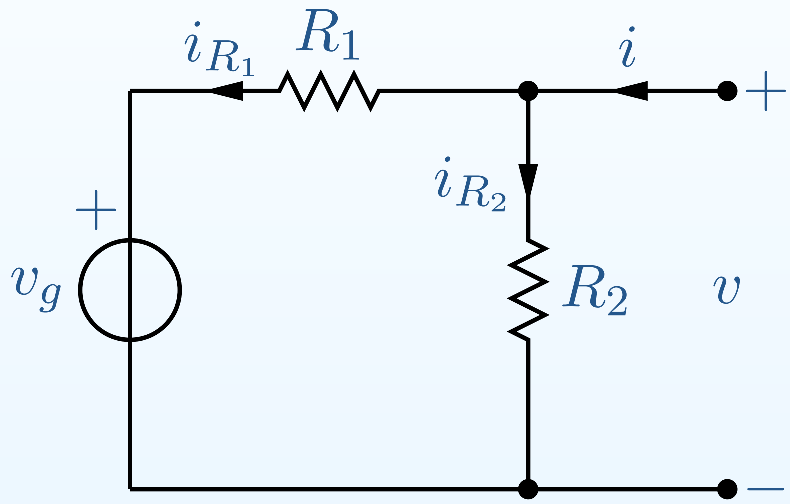
Si ricorda che un bipolo affine è descritto dalla funzione generatrice:

$$\boxed{f(v(t), i(t), t) = a \cdot v(t) + b \cdot i(t) + c(t)}$$

con a, b e $c(t)$ parametri caratteristici del bipolo affine.

Bipoli affini: Esempio

Determinare la funzione generatrice del seguente bipolo (con R_1, R_2 e $v_g(t)$ dati):



Equazioni utili: $$\begin{cases} v_g(t) - v(t) + R_1 i_{R_1}(t) = 0, \\ i_{R_1}(t) + i_{R_2}(t) - i(t) = 0, \\ i_{R_2}(t) = \frac{v(t)}{R_2}. \end{cases}$$

Bipoli affini: Esempio (2)

Combinate, danno luogo all'equazione:

$$(R_1 + R_2)v(t) - R_1R_2i(t) - R_2v_g(t) = 0.$$

Quindi il bipolo in esame è descritto dalla funzione generatrice $f(v(t), i(t), t) = a \cdot v(t) + b \cdot i(t) + c(t)$, dove:

$$a = R_1 + R_2,$$

$$b = -R_1R_2,$$

$$c(t) = -R_2v_g(t).$$

In questo esempio, si verifica che i parametri a e b sono indipendenti da tutte le variabili, mentre c dipende dal tempo (tramite i valori dei generatori indipendenti).

Teorema di Thevenin

Ipotesi fondamentale: $\boxed{a \neq 0}$

Dalla relazione:

$$av(t) + bi(t) + c(t) = 0,$$

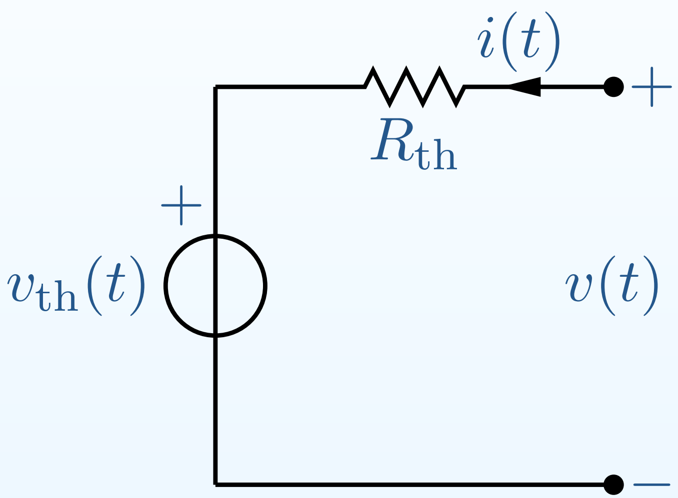
segue che:

$$\begin{aligned} v(t) &= -\frac{b}{a} i(t) - \frac{c(t)}{a}, \\ &= R_{\mathrm{th}} i(t) + v_{\mathrm{th}}(t). \end{aligned}$$

Nota: Se un bipolo affine ha coefficiente $a = 0$, esso **non può essere semplificato con il circuito equivalente di Thevenin**.

Circuito equivalente di Thevenin

Il bipolo affine dato è allora equivalente al seguente bipolo:



Inapplicabilità del teorema di Thevenin

Se un bipolo affine è tale che $a = 0$ e $b \neq 0$, risulta:

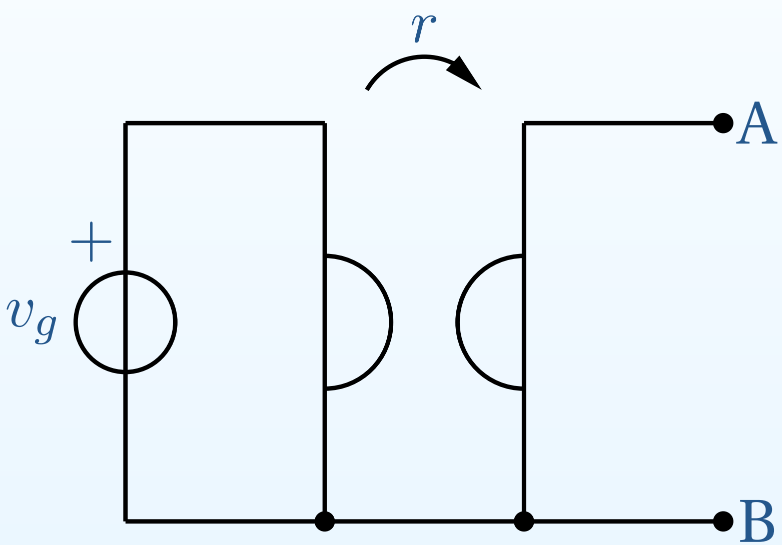
$$bi(t) + c(t) = 0,$$

$$\Longrightarrow i(t) = -\frac{c(t)}{b},$$

quindi, **tutti i bipoli equivalenti a generatori indipendenti di corrente non possono essere semplificati con il circuito equivalente di Thevenin**.

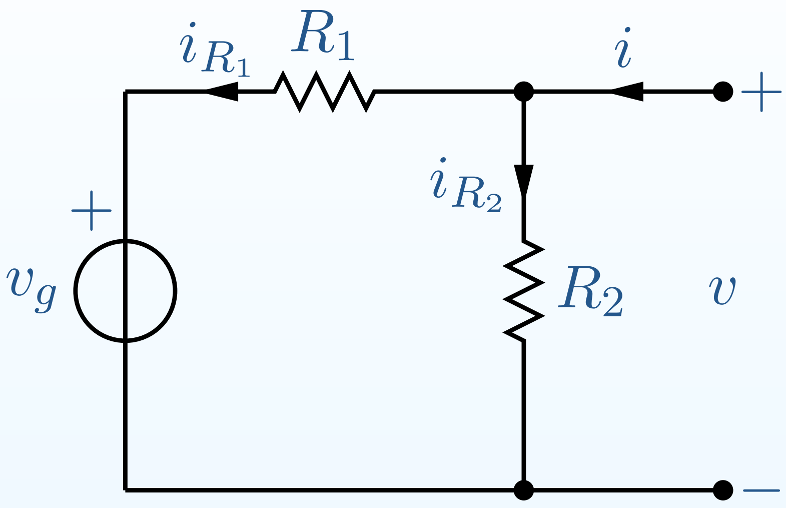
Inapplicabilità del teorema di Thevenin: Esempio

Il seguente bipolo affine ha $a = 0$ e non è – pertanto – semplificabile tramite il teorema di Thevenin:



(In effetti, il bipolo affine in oggetto è equivalente ad un generatore indipendente di corrente di valore $-\frac{v_g}{r}$.)

Teorema di Thevenin: Esempio



Per questo bipolo si era trovato che $a = R_1 + R_2$, $b = -R_1 R_2$ e $c(t) = -R_2 v_g(t)$. Risulta $a \neq 0$, quindi si può applicare il teorema di Thevenin con:

$$R_{\text{th}} = -\frac{b}{a} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$v_{\text{th}}(t) = -\frac{c(t)}{a} = \frac{R_2 v_g(t)}{R_1 + R_2}.$$

Teorema di Norton

Ipotesi fondamentale: $\boxed{b \neq 0}$

Dalla relazione:

$$av(t) + bi(t) + c(t) = 0,$$

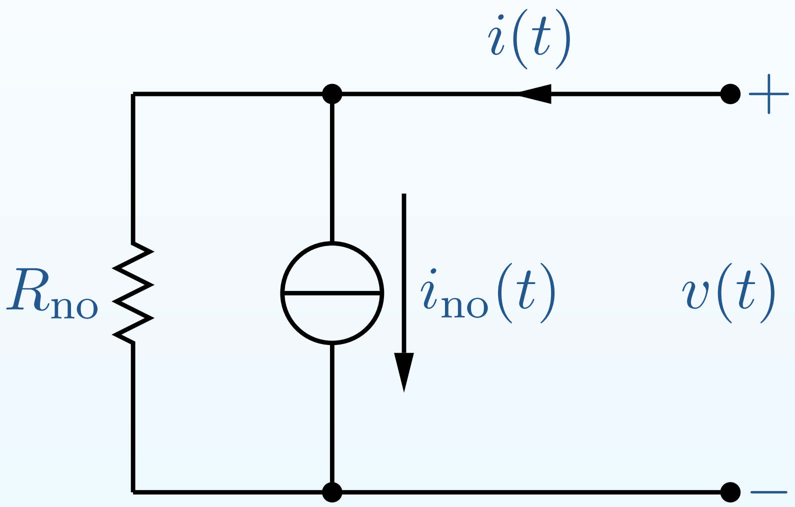
segue che:

$$\begin{aligned} i(t) &= -\frac{a}{b}v(t) - \frac{c(t)}{b} \\ &= \frac{1}{R_{\text{no}}}v(t) + i_{\text{no}}(t) = G_{\text{no}}v(t) + i_{\text{no}}(t). \end{aligned}$$

Nota: Se un bipolo affine ha coefficiente $b = 0$, esso **non può essere semplificato con il circuito equivalente di Norton**.

Circuito equivalente di Norton

Il bipolo affine dato è allora equivalente al seguente bipolo:



Inapplicabilità del teorema di Norton

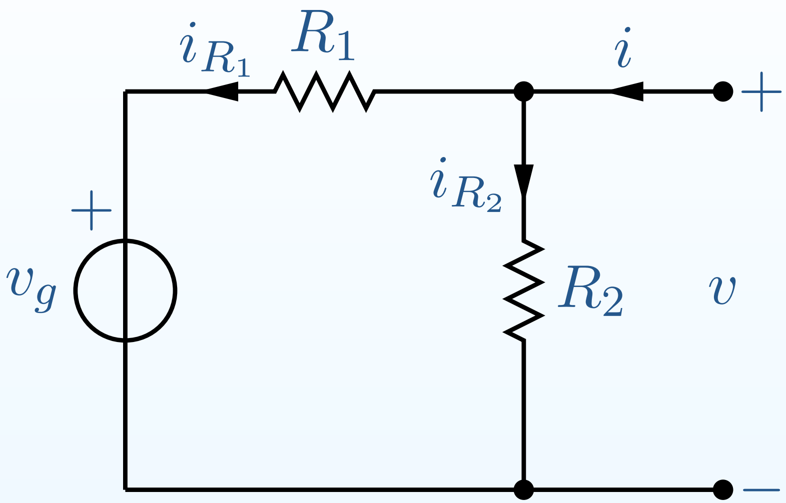
Se un bipolo affine è tale che $b = 0$ e $a \neq 0$, risulta:

$$av(t) + c(t) = 0,$$

$$\Longrightarrow v(t) = -\frac{c(t)}{a},$$

quindi, **tutti i bipoli equivalenti a generatori indipendenti di tensione non possono essere semplificati con il circuito equivalente di Norton**.

Teorema di Norton: Esempio



Si era trovato che $a = R_1 + R_2$, $b = -R_1 R_2$ e $c(t) = -R_2 v_g(t)$.
Risulta $b \neq 0$, quindi si può applicare il teorema di Norton con:

$$R_{\text{no}} = -\frac{b}{a} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$i_{\text{no}}(t) = -\frac{c(t)}{b} = -\frac{v_g(t)}{R_1}.$$

Formule di passaggio Thevenin $\leftrightarrow$ Norton

Se un bipolo affine ha $a \neq 0$ e $b \neq 0$, esso ammette sia una rappresentazione semplificata equivalente di Thevenin che una rappresentazione semplificata equivalente di Norton. In questo caso, è facile vedere che:

- $R_{\mathrm{th}} = R_{\mathrm{no}}$.
- $v_{\mathrm{th}}(t) = -R_{\mathrm{th}} i_{\mathrm{no}}(t) = -R_{\mathrm{no}} i_{\mathrm{no}}(t)$.

Determinazione dei valori di Thevenin e Norton

Esistono due metodi distinti per la determinazione dei parametri dei circuiti equivalenti di Thevenin e Norton:

- **Metodo puramente circuitale**: E' il metodo classico che ha alcuni svantaggi, tra i quali la necessità di risolvere due circuiti distinti.
- **Metodo puramente algebrico**: E' il metodo moderno, basato sull'applicazione della regola dei determinanti di Cramer.

Anche in vista della risoluzione tramite uno strumento di calcolo (ad esempio MATLAB), è preferibile utilizzare il metodo algebrico, detto del "finto dato".

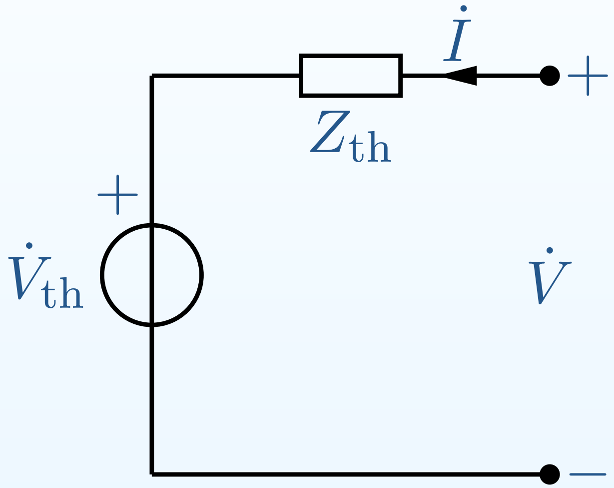
Estensione al dominio fasoriale

L'ipotesi fondamentale alla base dei teoremi di Thevenin e Norton è che i bipoli da semplificare siano di tipo *affine*. Tale ipotesi, nell'ambito dei circuiti elettrici LTI, **esclude la presenza di elementi con memoria**.

Nei circuiti nel dominio fasoriale, tuttavia, tutti i bipoli (elementari e compositi) sono di tipo affine. Dunque, **quando un bipolo è rappresentabile con il metodo dei fasori, è possibile utilizzare i teoremi di Thevenin e Norton se sono verificate le rispettive condizioni di applicabilità**.

Circuito equivalente di Thevenin ai fasori

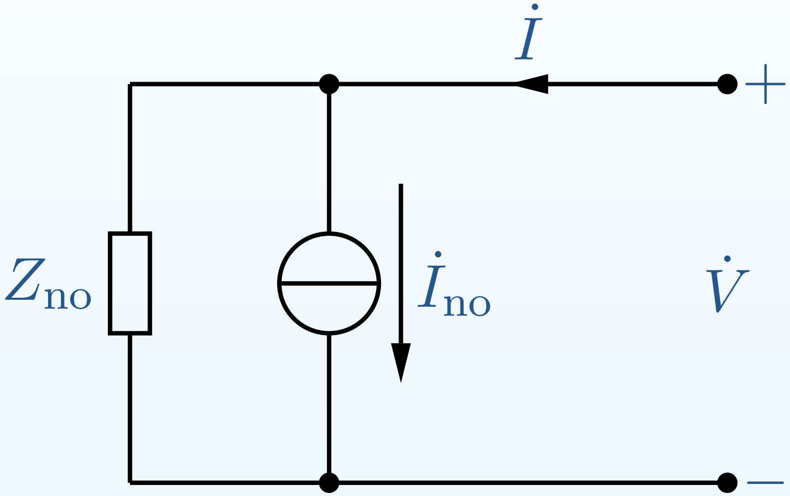
Un bipolo affine con $a \neq 0$ è equivalente al seguente bipolo:



I parametri equivalenti di Thevenin, $\dot{V}_{\text{th}}$ e Z_{th}, si determinano con un metodo di analisi ai fasori.

Circuito equivalente di Norton ai fasori

Un bipolo affine con $b \neq 0$ è equivalente al seguente bipolo:



I parametri equivalenti di Norton, $\dot{I}_{\text{no}}$ e Z_{no}, si determinano con un metodo di analisi ai fasori.

Metodo puramente algebrico del “finto dato”

L’applicazione pratica dei teoremi di Thevenin e Norton si riconduce alla determinazione della funzione generatrice $f(v, i, t)$ del bipolo da caratterizzare.

Si assume che i bipoli siano formati da componenti LTI e da generatori indipendenti di tensione e di corrente.

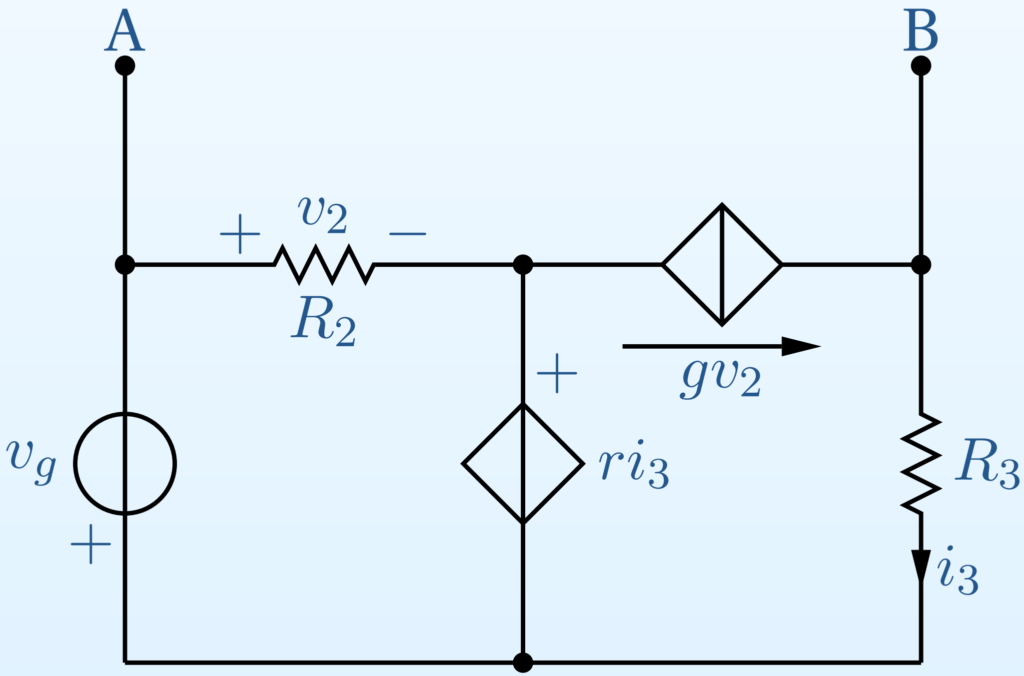
Se l’analisi è condotta nel dominio dei fasori, si deve assumere che i generatori siano sinusoidali isofrequenziali.

L’obiettivo del metodo qui sviluppato, detto **del “finto dato”** è di ricondurre la determinazione della funzione generatrice ad un problema di analisi circuitale, seppure con alcune caratteristiche specifiche.

Metodo puramente algebrico del “finto dato”: Esempio

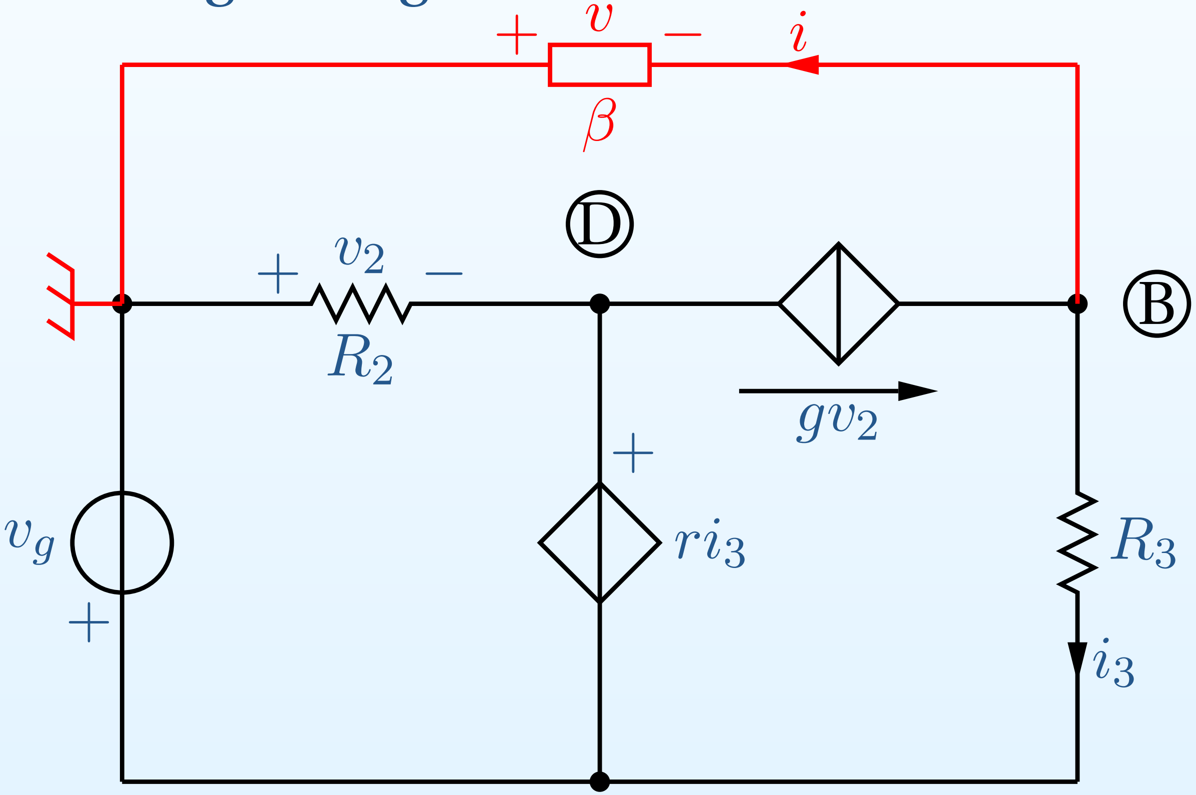
Per spiegare il metodo del “finto dato”, consideriamo un esempio.

Nel bipolo seguente, sono dati R_2 (Ω), R_3 (Ω), v_g (V), r (Ω) e g (Ω^{-1}) e si vuole determinare la funzione generatrice del bipolo accessible attraverso la coppia di terminali A–B.



Metodo puramente algebrico del "finto dato": Esempio

Passo 1: Dato che i metodi di analisi circuitale (MABM e MABN) si applicano a circuiti e non a bipoli, chiudiamo il bipolo da caratterizzare con un bipolo **inteterminato** β, come mostrato nella figura seguente.



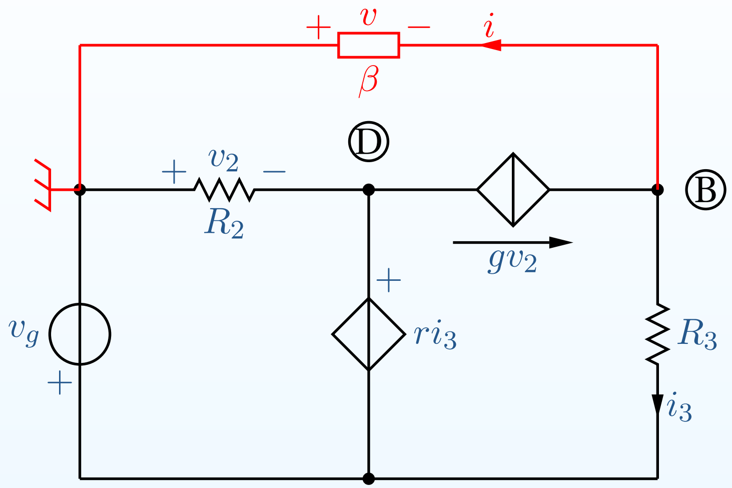
Metodo puramente algebrico del “finto dato”: Esempio

Conviene osservare che la tensione v ai capi del bipolo β coincide con la tensione ai capi del bipolo del quale vogliamo determinare la funzione generatrice, così come la corrente i che scorre sul bipolo indeterminato β coincide con la corrente del bipolo del quale vogliamo determinare la funzione generatrice. Tuttavia, mentre la coppia (v, i) è coordinata sul bipolo del quale vogliamo determinare la funzione generatrice, essa risulta necessariamente *scoordinata* sul bipolo β.

Metodo puramente algebrico del “finto dato”: Esempio

Passo 2: Il circuito ottenuto può essere studiato tramite il MABM o tramite il MABN (in generale, puri o misti, nel tempo o ai fasori). In ogni caso, l’applicazione del metodo di analisi prescelto condurrà ad un sistema risolvente di tipo algebrico. E’, ora, importante osservare che, a differenza di quanto accade quando si applica un metodo di analisi nella risoluzione “ordinaria” di un circuito, nel caso presente il sistema risolvente risulta necessariamente *sotto-determinato*. In particolare, certamente **il numero di incognite eccederà sempre di 1 il numero di equazioni**.

Metodo puramente algebrico del “finto dato”: Esempio



In questo esempio, il sistema risolvente si scrive:

$$
\begin{cases}
(\mathrm{B})\ G_3(e_B - v_g) - g(-e_D) + i = 0, \\
(GTCC)\ e_D - v_g = rG_3(e_B - v_g), \\
v = -e_B.
\end{cases}
$$

Metodo puramente algebrico del “finto dato”: Esempio

$$\begin{cases} G_3(e_B - v_g) - g(-e_D) + i = 0, \\ e_D - v_g = rG_3(e_B - v_g), \\ v = -e_B. \end{cases}$$

Notare bene! Il sistema è formato da 3 equazioni ma contiene 4 incognite (e_B, e_D, v, i). L’equazione mancante è la relazione costitutiva che del bipolo β. Infatti, essendo quest’ultimo indeterminato, non è nota e non può essere inserita nel sistema.

Metodo puramente algebrico del “finto dato”

Evidentemente, il sistema risolvente che, in generale, contiene n equazioni in $n+1$ incognite, non può essere risolto, a meno di non considerare una delle incognite (scelta tra v e i) come quantità “nota”. *Si tratta, tuttavia, di una quantità che non è realmente nota, in quanto non fa parte dei dati del problema, e viene definita “finto dato”.*

Metodo puramente algebrico del “finto dato”: Esempio

Passo 3: Scegliamo la corrente di bipolo i come “finto dato” e scriviamo il sistema risolvente in forma vettoriale considerando come incognite v, e_D, e_B:

$$\begin{bmatrix} G_3 & g & 0 \\ -rG_3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_B \\ e_D \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_3 v_g - i \\ (1 - rG_3) v_g \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Si noti che:

- l’incognita v è stata posta in **ultima posizione** all’interno del vettore delle incognite: questa scelta facilita l’utilizzo della **regola di Cramer** per determinarla;
- l’incognita i (il “finto dato”) fa parte del vettore dei termini noti (compare, infatti, a destra del segno $=$).

Metodo puramente algebrico del “finto dato”

Conviene ricordare la **regola di Cramer** per la risoluzione dei sistemi lineari:

`https://it.wikipedia.org/wiki/Regola_di_Cramer`

Metodo puramente algebrico del “finto dato”: Esempio

Passo 4: Si applica la regola di Cramer per determinare l’incognita v. In questo caso, il metodo fornisce:

$$v = \frac{\det\left(\begin{bmatrix} G_3 & g & G_3 v_g - i \\ -rG_3 & 1 & (1-rG_3)v_g \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}\right)}{\det\left(\begin{bmatrix} G_3 & g & 0 \\ -rG_3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}\right)} = \frac{i + [g - G_3(1+rg)]v_g}{(1+rg)G_3},$$

o, equivalentemente:

$$-(1+rg)G_3 v + i + [g - (1+rg)G_3]v_g = 0.$$

Metodo puramente algebrico del “finto dato”: Esempio

L’equazione ottenuta vincola tra loro la tensione v e la corrente i di bipolo incognite (le altre grandezze che vi compaiono sono quantità note), pertanto, per definizione, è la *relazione costitutiva* del bipolo che si vuole caratterizzare. In altri termini, la funzione

$$f(v, i, t) = -(1 + rg)G_3 v + i + [g - (1 + rg)G_3]v_g(t)$$

è una funzione generatrice del bipolo (ricordiamo che un bipolo ha infinite funzioni generatrici).

Come atteso, tale funzione generatrice è di tipo **affine**.

Metodo puramente algebrico del “finto dato”

I passi visti possono essere generalizzati ad una ampia gamma di circuiti. Inoltre, tali passi contengono alcune informazioni di carattere generale.

Dopo aver svolto i passi da 1 a 3, si ottiene un sistema risolvente algebrico del tipo $Mx = d$ dove M è una matrice $n \times n$ contenente solo termini noti, x è il vettore (matrice $n \times 1$) delle incognite che contiene, in ultima posizione, la tensione di bipolo v se si è scelta la corrente i come “finto dato” (oppure la corrente di bipolo i se si è scelta v come “finto dato”), e d è un vettore (matrice $n \times 1$) di termini noti che contiene anche il “finto dato” i (oppure v). Per fissare le idee, assumiamo, come nell’esempio, i come “finto dato”.

Metodo puramente algebrico del “finto dato”

Dall’esempio si può osservare che il vettore d può sempre essere scritto come $d = \ell + h \cdot i$, dove ℓ e h sono vettori $n \times 1$ completamente noti. Il sistema risolvente è del tipo

$$\underbrace{\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & \dots & m_{1n} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & \dots & m_{2n} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & \dots & m_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ m_{n1} & m_{n2} & m_{n3} & \dots & m_{nn} \end{bmatrix}}_{M} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ v \end{bmatrix}}_{x} = \underbrace{\begin{bmatrix} \ell_1 \\ \ell_2 \\ \ell_3 \\ \vdots \\ \ell_n \end{bmatrix}}_{\ell} + \underbrace{\begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ \vdots \\ h_n \end{bmatrix}}_{h} i$$

dove x_1, x_2, ..., x_{n-1} sono tensioni e correnti del circuito.

Metodo puramente algebrico del “finto dato”

Per esempio, dal sistema risolvente del circuito appena studiato

$$\begin{bmatrix} G_3 & g & 0 \\ -rG_3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_B \\ e_D \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_3 v_g - i \\ (1 - rG_3)v_g \\ 0 \end{bmatrix}$$

si trova:

$$\ell = \begin{bmatrix} G_3 v_g \\ (1 - rG_3)v_g \\ 0 \end{bmatrix}, \; h = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Metodo puramente algebrico del “finto dato”

Per applicare la regola di Cramer per ricavare l’incognita v dal sistema risolvente generale, è necessario partizionare la matrice M. In particolare, è necessario definire la sotto-matrice N (rettangolare, di dimensioni $n \times (n-1)$) come:

$$N = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & \dots & m_{1(n-1)} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & \dots & m_{2(n-1)} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & \dots & m_{3(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ m_{n1} & m_{n2} & m_{n3} & \dots & m_{n(n-1)} \end{bmatrix}$$

Metodo puramente algebrico del “finto dato”

Per esempio, dal sistema risolvente del circuito studiato

$$\begin{bmatrix} G_3 & g & 0 \\ -rG_3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_B \\ e_D \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_3 v_g - i \\ (1 - rG_3) v_g \\ 0 \end{bmatrix}$$

si trova:

$$N = \begin{bmatrix} G_3 & g \\ -rG_3 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Metodo puramente algebrico del “finto dato”

La regola di Cramer fornisce

$$v = \frac{\det([N|d])}{\det(M)} = \frac{\det([N|\ell + hi])}{\det(M)},$$

dove il simbolo $|$ indica concatenazione per colonne. Ricordiamo che l’operatore “det” non è lineare, ovvero $\det(A + B) \neq \det(A) + \det(B)$, tuttavia, se *una singola colonna è una combinazione lineare*, vale una proprietà di *linearità limitata*, ovvero si può scrivere che

$$\det([N|\ell + hi]) = \det([N|\ell]) + i \det([N|h]).$$

Metodo puramente algebrico del “finto dato”

Sostituendo questa identità nella relazione per v si ottiene:

$$-v + \frac{\det([N|\ell]) + i\det([N|h])}{\det(M)} = 0.$$

Dato che risulta certamente $\det(M) \neq 0$, è possibile moltiplicare ambo i membri della relazione precedente per $\det(M)$, ottenendo così la relazione costitutiva del bipolo da caratterizzare:

$$f(v,i,t) = -\det(M)v + \det([N|h])i + \det([N|\ell]).$$

Metodo puramente algebrico del “finto dato”

Notiamo, allora, che il bipolo da caratterizzare è di tipo *affine*, ovvero la sua funzione generatrice è del tipo $f(v, i, t) = a\,v + b\,i + c(t)$, dove a e b sono costanti (non dipendono da v, i o t), mentre c non dipende da v né da i ma, in generale, dipende dal tempo t (infatti, essa contiene i valori dei GIT/GIC presenti all’interno del bipolo).

Metodo puramente algebrico del “finto dato”

Nell’esempio si ha:

$$\det(M) = (1 + rg)G_3,$$

$$\det([N|\ell]) = \det\left(\begin{bmatrix} G_3 & g & G_3 v_g \\ -rG_3 & 1 & (1 - rG_3)v_g \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}\right)$$

$$= [g - (1 + rg)G_3]v_g(t),$$

$$\det([N|h]) = \det\left(\begin{bmatrix} G_3 & g & -1 \\ -rG_3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}\right) = 1.$$

Appendice: Bipolo affine disattivato

Per disattivare un bipolo, occorre porre a zero tutti i generatori **indipendenti**. In particolare:

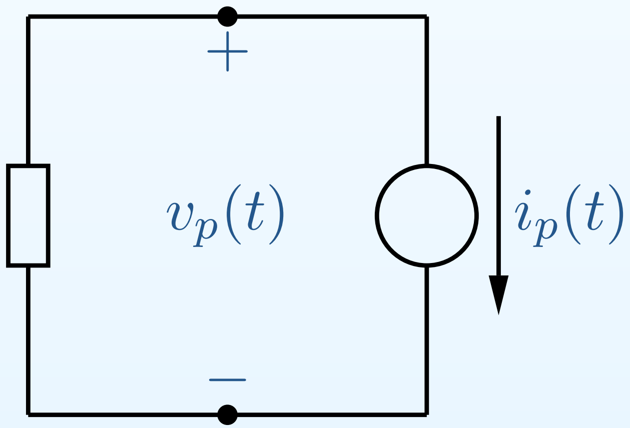
- I generatori indipendenti di *tensione* vanno sostituiti con dei *cortocircuiti*.
- I generatori indipendenti di *corrente* vanno sostituiti con dei *circuiti aperti*.

Una proprietà notevole di un bipolo affine disattivato è che il parametro $c(t)$ è nullo.

Appendice: Resistenza equivalente di un bipolo affine

Se un bipolo affine ha il parametro $c(t)$ nullo, esso si comporta come un resistore, la cui resistenza indichiamo con R_{eq}.

Per determinare il valore di R_{eq}, si può utilizzare il metodo del *generatore di prova.*



$$R_{\mathrm{eq}} = -\frac{v_p(t)}{i_p(t)}.$$

Resistenza equivalente di un bipolo affine (2)

E' importante notare che non è specificato se il generatore di prova è un GIT oppure un GIC.

Infatti, il generatore di prova può essere uno qualsiasi dei due tipi. Il tipo di generatore di prova va scelto sulla base di considerazioni sul metodo di analisi da utilizzare e, quindi, sulla struttura del bipolo affine.

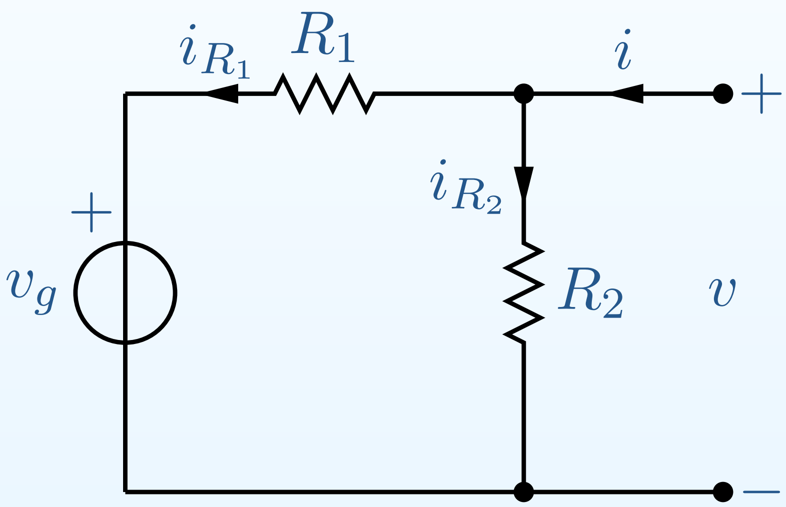
Appendice: Calcolo dei parametri di Thevenin

Per calcolare i parametri R_{th} e $v_{\mathrm{th}}(t)$ di un bipolo semplificabile con il circuito equivalente di Thevenin, si può utilizzare il seguente metodo *puramente circuitale*:

- La tensione equivalente di Thevenin è la tensione sul circuito aperto collegato con il bipolo affine da caratterizzare. (Infatti, se $i = 0$ rimane $v = v_{\mathrm{th}}$.)
- La resistenza equivalente di Thevenin è la resistenza equivalente del bipolo affine *disattivato*. (Infatti, in un bipolo disattivato vale $c = 0$, quindi $v = R_{\mathrm{th}} i$).

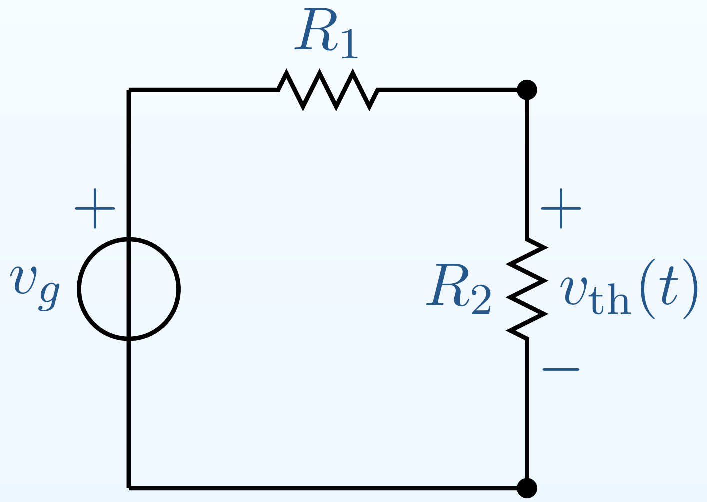
Calcolo dei parametri di Thevenin: Esempio

Dato il seguente circuito, si vuole calcolare i parametri equivalenti di Thevenin utilizzando il metodo in due passi descritto.



Calcolo della tensione di Thevenin: Esempio

La tensione $v_{\mathrm{th}}(t)$ coincide con la tensione ai capi del bipolo quando la corrente di bipolo $i(t)$ è nulla:

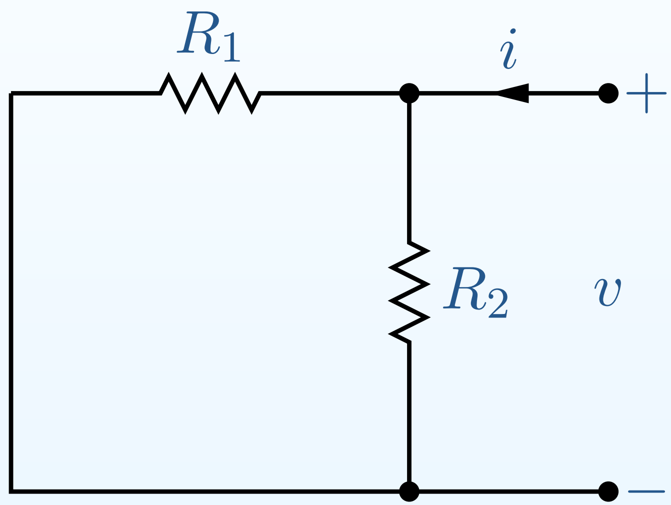


Utilizzando il MABM si trova immediatamente che:

$$v_{\mathrm{th}}(t) = R_2 \frac{v_g(t)}{R_1 + R_2}.$$

Calcolo della resistenza di Thevenin: Esempio

La resistenza R_{th} è la resistenza equivalente del bipolo disattivato:



I due resistori si trovano in parallelo, quindi la resistenza equivalente del bipolo disattivato vale:

$$R_{\text{th}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

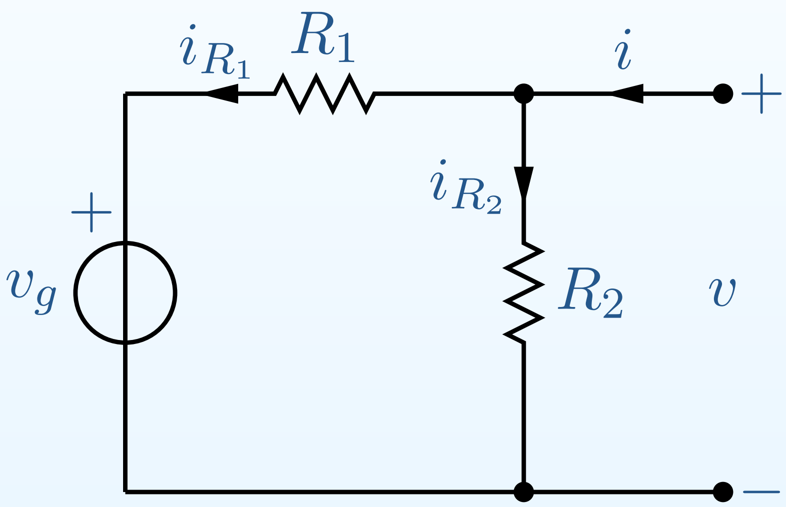
Appendice: Calcolo dei parametri di Norton

Per calcolare i parametri R_{no} e $i_{\text{no}}(t)$ di un bipolo semplificabile con il circuito equivalente di Norton, si può utilizzare il seguente metodo *puramente circuitale*:

- La corrente equivalente di Norton è la corrente su un cortocircuito collegato con il bipolo affine da caratterizzare. (Infatti, se $v = 0$ rimane $i = i_{\text{no}}$.)
- La resistenza equivalente di Norton è la resistenza equivalente del bipolo affine *disattivato*. (Infatti, in un bipolo disattivato vale $c = 0$, quindi $v = R_{\text{no}} i$).

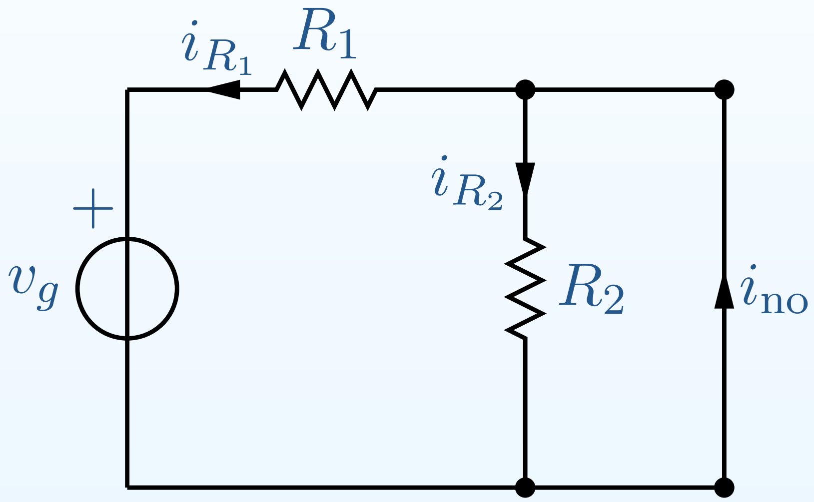
Calcolo dei parametri di Norton: Esempio

Dato il seguente circuito, si vuole calcolare i parametri equivalenti di Norton utilizzando il metodo in due passi descritto.



Calcolo della tensione di Norton: Esempio

La corrente $i_{\text{no}}(t)$ coincide con la corrente su un cortocircuito collegato al bipolo:

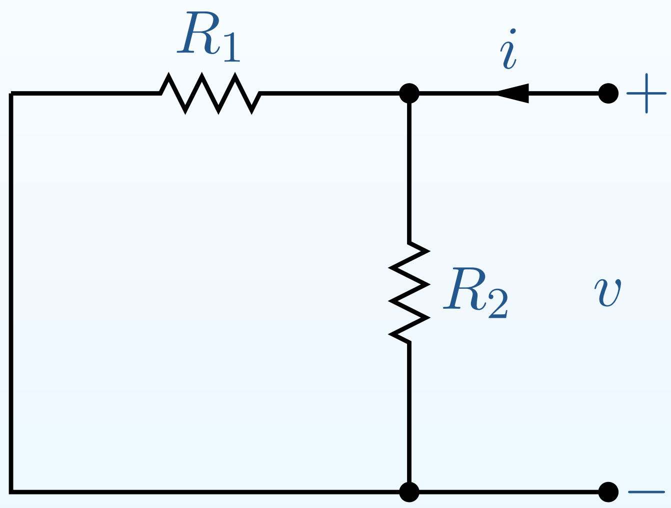


Poiché $i_{R_2} = 0$, dal MABN risulta:

$$i_{\text{no}}(t) = i_{\text{R}_1}(t) = -\frac{v_g(t)}{R_1}.$$

Calcolo della resistenza di Norton: Esempio

La resistenza R_{no} è la resistenza equivalente del bipolo disattivato:



I due resistori si trovano in parallelo, quindi la resistenza equivalente del bipolo disattivato vale:

$$R_{\text{no}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$