Metodo di analisi su base tagli e metodo delle tensioni nodali

Prof. Simone Fiori

s.fiori@univpm.it

Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

Università Politecnica delle Marche

Argomenti

- Richiamo: Topologia circuitale
- Ipotesi per l'applicazione del metodo
- Metodo di analisi su base tagli (MABT)
- Esempio di applicazione del MABT
- Il grafo 'aumentato' associato ad un circuito elettrico
- Il metodo delle "tensioni nodali" o "metodo di analisi su base nodi" (MABN).
- Esempio di applicazione del MABN

Nozioni di topologia circuitale

È utile richiamare le seguenti nozioni di topologia circuitale:

- **Grafo** ($\mathcal{G}$): Insieme di archi tra i nodi.
- **Albero** ($\mathcal{A}$): Sottoinsieme degli archi del grafo che unisce tutti i nodi senza formare percorsi chiusi.
- **Coalbero** ($\mathcal{C}$): Complemento dell'albero rispetto al grafo.
- **Maglia fondamentale**: Maglia topologica che comprende un solo arco di coalbero.
- **Taglio fondamentale**: Taglio topologico che comprende un solo arco di albero.

Leggi di Kirchhoff

Le leggi di Kirchhoff riguardano la connessione di componenti in un circuito elettrico. Sono di due tipi:

- Legge di Kirchhoff alle tensioni (LKT) su una maglia $\mathcal{M}$:

$$\sum_{k \in \mathcal{M}}^{\text{alg}} v_k(t) = 0.$$

- Legge di Kirchhoff alle correnti (LKC) su un taglio $\mathcal{T}$:

$$\sum_{k \in \mathcal{T}}^{\text{alg}} i_k(t) = 0.$$

Equazioni topologiche

Indichiamo con $\mathbf{V}_\mathrm{a}$ e $\mathbf{V}_\mathrm{c}$ il vettore delle tensioni sugli archi di albero e coalbero, rispettivamente.

Le tensioni di albero sono indipendenti tra loro.

Indichiamo con $\mathbf{I}_\mathrm{a}$ e $\mathbf{I}_\mathrm{c}$ il vettore delle correnti sugli archi di albero e coalbero, rispettivamente.

Le correnti di coalbero sono indipendenti tra loro.

- Equazione topologica "A": $\mathbf{I}_\mathrm{a} + \mathbf{A}\mathbf{I}_\mathrm{c} = \mathbf{0}$,
- Equazione topologica "B": $\mathbf{V}_\mathrm{c} + \mathbf{B}\mathbf{V}_\mathrm{a} = \mathbf{0}$,
- Terza equazione topologica: $\mathbf{B} = -\mathbf{A}^\top$ oppure $\mathbf{A} = -\mathbf{B}^\top$.

Equazioni topologiche

In un grafo con R rami (o archi) e N nodi, risulta:

- Numero di rami dell'albero: $a = N - 1$,
- Numero di rami del co-albero: $c = R - N + 1$.

Le dimensioni dei vettori sono:

- Vettori $\mathbf{I}_\mathrm{a}$ e $\mathbf{V}_\mathrm{a}$: Hanno dimensione $a \times 1$ (appartengono a $\mathbb{R}^a$),
- Vettori $\mathbf{I}_\mathrm{c}$ e $\mathbf{V}_\mathrm{c}$: Hanno dimensione $c \times 1$ (appartengono a $\mathbb{R}^c$).

Le caratteristiche delle matrici sono:

- La matrice $\mathbf{A}$ ha dimensione $a \times c$ e i suoi elementi appartengono a $\{0, \pm 1\}$.
- La matrice $\mathbf{B}$ ha dimensione $c \times a$ e i suoi elementi appartengono a $\{0, \pm 1\}$.

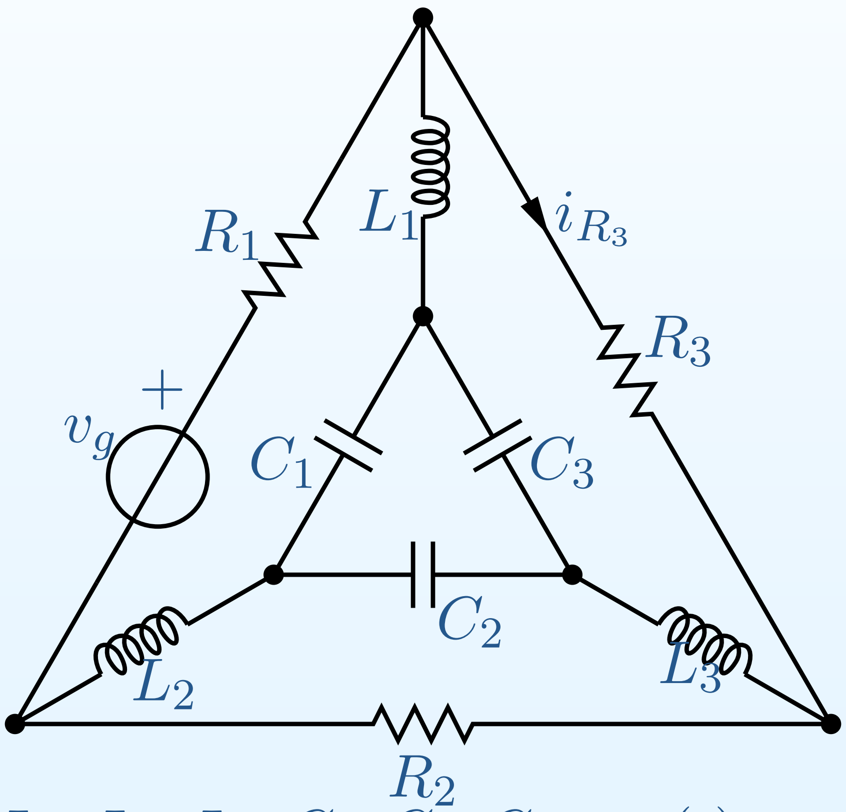
Equazioni topologiche

Valgono le seguenti proprietà:

- Le equazioni topologiche “A” costituiscono un sottoinsieme delle leggi di Kirchhoff alle correnti (LKC) e *sono equazioni indipendenti tra loro*.
- Le equazioni topologiche “B” costituiscono un sottoinsieme delle leggi di Kirchhoff alle tensioni (LKT) e *sono equazioni indipendenti tra loro*.

Obiettivo dei metodi di analisi di circuiti

Dati un circuito e i valori dei suoi componenti, determinare una delle tensioni e correnti nel circuito. Esempio:



Dati R_1, R_2, R_3, L_1, L_2, L_3, C_1, C_2, C_3 e $v_g(t)$, trovare $i_{R_3}(t)$.

Ipotesi per l'applicazione del MABT

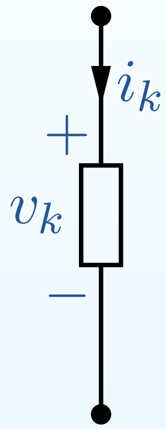
Perché si possa applicare il metodo di analisi su base tagli (MABT), è necessario che il circuito da analizzare contenga *solamente*:

$\boxed{\text{Resistori e generatori indipendenti di corrente (GIC).}}$

Una volta sviluppato il metodo di analisi su base tagli valido in questa ipotesi restrittiva, è possibile estenderlo in modo diretto al caso realistico in cui il circuito contenga anche tutti gli altri componenti.

Metodo di analisi su base tagli

Consideriamo un generico bipolo $k$mo all'interno di un circuito che contiene solo resistori e GIC.



- Se il bipolo è un resistore di conduttanza G_k, allora vale $i_k = G_k v_k$.
- Se il bipolo è un generatore indipendente di corrente di valore $i_{g,k}$, allora vale $i_k = i_{g,k}$.
- Per l'ipotesi fatta, non esistono altre possibilità.

Metodo di analisi su base tagli

I due casi precedenti si possono riassumere nella relazione costitutiva:

$$i_k = G_k v_k + i_{g,k},$$

con la convenzione che:

- se il bipolo è un *resistore*, si intende che $i_{g,k} = 0$;
- se il bipolo è un *generatore indipendente di corrente*, si intende che $G_k = 0$.

Per un grafo con R archi, si ha $k = 1, \ldots, R$. Per ogni arco dell'albero e per ogni arco del coalbero si può scrivere una relazione del tipo $i_k = G_k v_k + i_{g,k}$.

Metodo di analisi su base tagli

Le relazioni costitutive per gli archi dell'albero si possono riassumere nell'equazione:

$$\mathbf{I}_{\mathrm{a}} = \mathbf{G}_{\mathrm{a}}\mathbf{V}_{\mathrm{a}} + \mathbf{I}_{\mathrm{g,a}},$$

dove:

- $\mathbf{G}_{\mathrm{a}}$ è una matrice $a \times a$ *diagonale* che contiene i valori delle conduttanze sugli archi dell'albero;
- $\mathbf{I}_{\mathrm{g,a}}$ è un vettore $a \times 1$ che contiene i valori dei generatori indipendenti di corrente sugli archi dell'albero.

Metodo di analisi su base tagli

Analogamente, le relazioni costitutive per gli archi di coalbero si possono riassumere nell'equazione:

$$\mathbf{I}_{\mathrm{c}} = \mathbf{G}_{\mathrm{c}}\mathbf{V}_{\mathrm{c}} + \mathbf{I}_{\mathrm{g,c}},$$

dove:

- $\mathbf{G}_{\mathrm{c}}$ è una matrice $c \times c$ *diagonale* che contiene i valori delle conduttanze sugli archi del coalbero;
- $\mathbf{I}_{\mathrm{g,c}}$ è un vettore $c \times 1$ che contiene i valori dei generatori indipendenti di corrente sugli archi del coalbero.

Metodo di analisi su base tagli

Riassumendo, sono disponibili le equazioni:

$$\begin{cases} \mathbf{I}_{\mathrm{a}} = \mathbf{G}_{\mathrm{a}}\mathbf{V}_{\mathrm{a}} + \mathbf{I}_{\mathrm{g,a}}, & (a \text{ equazioni}), \\ \mathbf{I}_{\mathrm{c}} = \mathbf{G}_{\mathrm{c}}\mathbf{V}_{\mathrm{c}} + \mathbf{I}_{\mathrm{g,c}}, & (c \text{ equazioni}), \\ \mathbf{V}_{\mathrm{c}} + \mathbf{B}\mathbf{V}_{\mathrm{a}} = \mathbf{0} \; (c \text{ equazioni}), \\ \mathbf{I}_{\mathrm{a}} + \mathbf{A}\mathbf{I}_{\mathrm{c}} = \mathbf{0} \; (a \text{ equazioni}), \end{cases}$$

dove:

- sono *note* le quantità: $\mathbf{G}_{\mathrm{a}}$, $\mathbf{G}_{\mathrm{c}}$, $\mathbf{I}_{\mathrm{g,a}}$, $\mathbf{I}_{\mathrm{g,c}}$, $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$;
- sono *incognite* le quantità: $\mathbf{V}_{\mathrm{a}}$, $\mathbf{V}_{\mathrm{c}}$, $\mathbf{I}_{\mathrm{a}}$, $\mathbf{I}_{\mathrm{c}}$.

Metodo di analisi su base tagli

Le equazioni, in totale, sono:
$a + c + c + a = 2(a + c) = 2(N - 1 + R - N + 1) = 2R$.

Le equazioni sono linearmente indipendenti l'una dall'altra.

Le incognite in totale sono $2R$ (una coppia (v_k, i_k) per ogni ramo del circuito/arco del grafo).

$\boxed{\text{Il sistema risolvente è consistente.}}$

Metodo di analisi su base tagli

Conviene scrivere il sistema risolvente in funzione di un solo gruppo di incognite dette *fondamentali*.

Nel MABT le incognite fondamentali sono le tensioni $\mathbf{V}_{\mathrm{a}}$.

Il sistema risolvente per il metodo di analisi su base tagli si scrive:

$$\mathbf{G}_{\mathrm{T}}\mathbf{V}_{\mathrm{a}} = \mathbf{I}_{\mathrm{g,T}}.$$

Complessità sistema risolvente $=$ Dimensione albero (a).

Sclta del metodo risolvente

Per quanto visto relativamente ai metodi MABM e MABT, possiamo affermare che:

- Il MABM è conveniente quando $c \ll a$.
- Il MABT è conveniente quando $a \ll c$.

Questa osservazione può guidare nella scelta del metodo risolvente più opportuno per un dato circuito elettrico.

Metodo di analisi su base tagli

Sostituendo le relazioni costitutive:

$$\mathbf{I}_{\mathrm{a}} = \mathbf{G}_{\mathrm{a}}\mathbf{V}_{\mathrm{a}} + \mathbf{I}_{\mathrm{g,a}},\ \mathbf{I}_{\mathrm{c}} = \mathbf{G}_{\mathrm{c}}\mathbf{V}_{\mathrm{c}} + \mathbf{I}_{\mathrm{g,c}}$$

nell'equazione topologica “A”:

$$\mathbf{I}_{\mathrm{a}} + \mathbf{A}\mathbf{I}_{\mathrm{c}} = \mathbf{0},$$

si ottiene:

$$\mathbf{G}_{\mathrm{a}}\mathbf{V}_{\mathrm{a}} + \mathbf{I}_{\mathrm{g,a}} + \mathbf{A}(\mathbf{G}_{\mathrm{c}}\mathbf{V}_{\mathrm{c}} + \mathbf{I}_{\mathrm{g,c}}) = \mathbf{0},$$

ovvero:

$$\mathbf{G}_{\mathrm{a}}\mathbf{V}_{\mathrm{a}} + \mathbf{A}\mathbf{G}_{\mathrm{c}}\mathbf{V}_{\mathrm{c}} = -\mathbf{I}_{\mathrm{g,a}} - \mathbf{A}\mathbf{I}_{\mathrm{g,c}}.$$

Metodo di analisi su base tagli

Dalla relazione:

$$\mathbf{G}_{\mathrm{a}}\mathbf{V}_{\mathrm{a}} + \mathbf{A}\mathbf{G}_{\mathrm{c}}\mathbf{V}_{\mathrm{c}} = -\mathbf{I}_{\mathrm{g,a}} - \mathbf{A}\mathbf{I}_{\mathrm{g,c}}$$

e dalla equazione topologica “B”:

$$\mathbf{V}_{\mathrm{c}} = -\mathbf{B}\mathbf{V}_{\mathrm{a}},$$

si ottiene:

$$\mathbf{G}_{\mathrm{a}}\mathbf{V}_{\mathrm{a}} + \mathbf{A}\mathbf{G}_{\mathrm{c}}(-\mathbf{B}\mathbf{V}_{\mathrm{a}}) = -\mathbf{I}_{\mathrm{g,a}} - \mathbf{A}\mathbf{I}_{\mathrm{g,c}},$$

ovvero:

$$(\mathbf{G}_{\mathrm{a}} - \mathbf{A}\mathbf{G}_{\mathrm{c}}\mathbf{B})\mathbf{V}_{\mathrm{a}} = -\mathbf{I}_{\mathrm{g,a}} - \mathbf{A}\mathbf{I}_{\mathrm{g,c}}.$$

Metodo di analisi su base tagli

Dalla relazione:

$$(\mathbf{G}_{\mathrm{a}} - \mathbf{A}\mathbf{G}_{\mathrm{c}}\mathbf{B})\mathbf{V}_{\mathrm{a}} = -\mathbf{I}_{\mathrm{g,a}} - \mathbf{A}\mathbf{I}_{\mathrm{g,c}}$$

ponendo:

$$\mathbf{G}_{\mathrm{T}} \stackrel{\mathrm{def}}{=} \mathbf{G}_{\mathrm{a}} - \mathbf{A}\mathbf{G}_{\mathrm{c}}\mathbf{B},$$
$$\mathbf{I}_{\mathrm{g,T}} \stackrel{\mathrm{def}}{=} -\mathbf{I}_{\mathrm{g,a}} - \mathbf{A}\mathbf{I}_{\mathrm{g,c}},$$

il sistema risolvente si scrive $\mathbf{G}_{\mathrm{T}}\mathbf{V}_{\mathrm{a}} = \mathbf{I}_{\mathrm{g,T}}$.

Metodo di analisi su base tagli

Valgono le seguenti proprietà:

- la matrice $\mathbf{G}_{\mathrm{T}}$ è dimensionalmente omogenea (tutti gli elementi hanno unità di misura Ω^{-1});
- il vettore $\mathbf{I}_{\mathrm{g,T}}$ è dimensionalmente omogeneo (tutti gli elementi hanno unità di misura Ampere);
- la matrice $\mathbf{G}_{\mathrm{T}}$ è simmetrica (cioè vale $\mathbf{G}_{\mathrm{T}}^{\top} = \mathbf{G}_{\mathrm{T}}$).

Metodo di analisi su base tagli

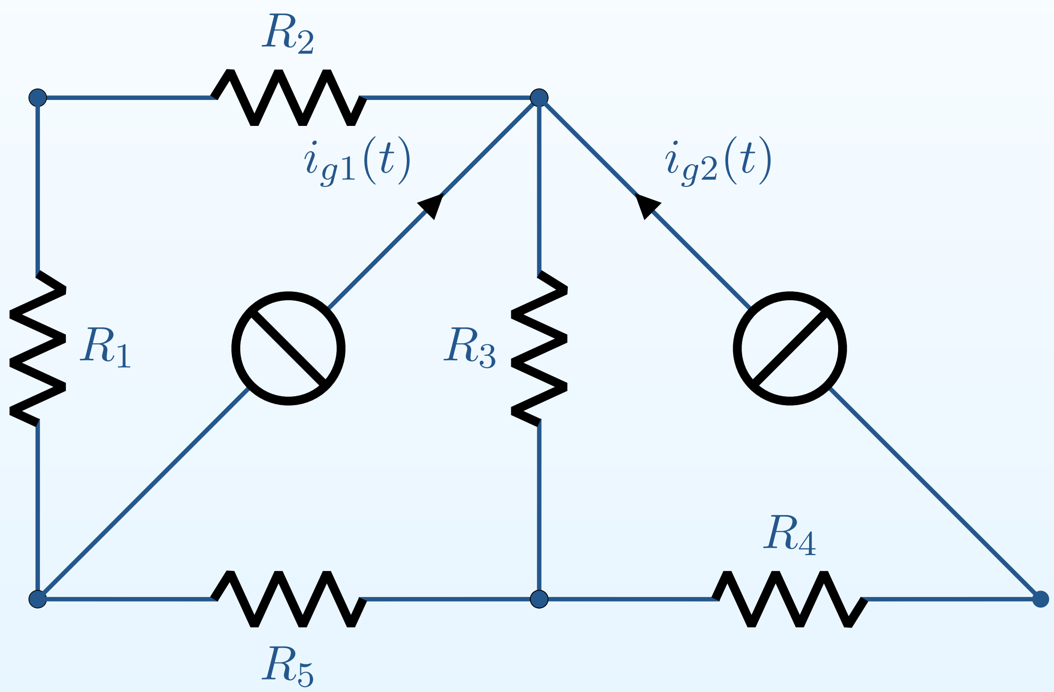
Per dimostrare la proprietà di simmetria si può procedere come segue:

$$
\begin{aligned}
\mathbf{G}_{\mathrm{T}}^{\top} &= (\mathbf{G}_{\mathrm{a}} - \mathbf{A}\mathbf{G}_{\mathrm{c}}\mathbf{B})^{\top} \\
&= \mathbf{G}_{\mathrm{a}}^{\top} - (\mathbf{A}\mathbf{G}_{\mathrm{c}}\mathbf{B})^{\top} \\
&= \mathbf{G}_{\mathrm{a}} - \mathbf{B}^{\top}\mathbf{G}_{\mathrm{c}}^{\top}\mathbf{A}^{\top} \\
&= \mathbf{G}_{\mathrm{a}} + \mathbf{A}\mathbf{G}_{\mathrm{c}}(-\mathbf{B}) \\
&= \mathbf{G}_{\mathrm{T}},
\end{aligned}
$$

dove si è usata la terza equazione topologica.

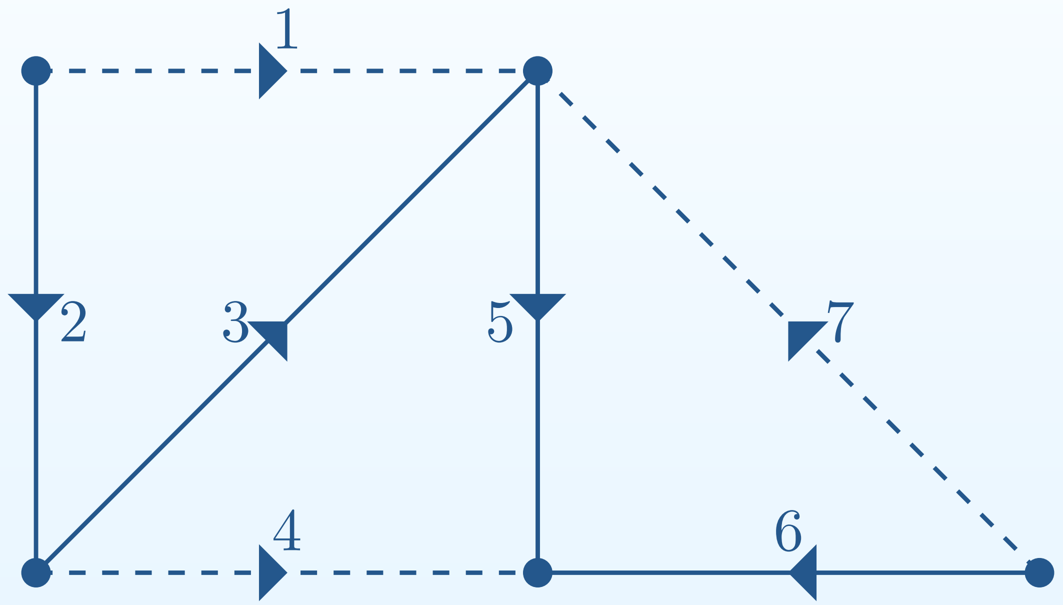
Esercizio su metodo di analisi su base tagli

Sia dato il seguente circuito, in cui sono da considerarsi noti R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, $i_{g1}(t)$ e $i_{g2}(t)$.



Esercizio su metodo di analisi su base tagli

Consideriamo il seguente grafo orientato con l'indicata partizione.



Si vuole scrivere scrivere il sistema risolvente per il circuito utilizzando il MABT.

Esercizio su metodo di analisi su base tagli

Abbiamo già determinato le matrici topologiche relative a questo grafo e a questa partizione, ovvero:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \ \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Occorre quindi determinare le matrici delle conduttanze e i vettori dei GIC secondo la topologia del circuito e i valori dei componenti.

Esercizio su metodo di analisi su base tagli

Per quanto riguarda gli archi di coalbero, abbiamo:

$$\begin{cases} i_1 = G_2 v_1 \\ i_4 = G_5 v_4 \\ i_7 = i_{g2} \end{cases}$$

Da cui si trova che

$$\underbrace{\begin{bmatrix} i_1 \\ i_4 \\ i_7 \end{bmatrix}}_{\mathbf{I}_\mathrm{c}} = \underbrace{\begin{bmatrix} G_2 & 0 & 0 \\ 0 & G_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{G}_\mathrm{c}} \underbrace{\begin{bmatrix} v_1 \\ v_4 \\ v_7 \end{bmatrix}}_{\mathbf{V}_\mathrm{c}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ i_{g2} \end{bmatrix}}_{\mathbf{I}_{\mathrm{g,c}}}.$$

Esercizio su metodo di analisi su base tagli

Per quanto riguarda gli archi di albero, abbiamo:

$$\begin{cases} i_2 = G_1 v_2 \\ i_3 = i_{g1} \\ i_5 = G_3 v_5 \\ i_6 = G_4 v_6 \end{cases}$$

da cui si trova che

$$\underbrace{\begin{bmatrix} i_2 \\ i_3 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix}}_{\mathbf{I}_{\mathrm{a}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} G_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_4 \end{bmatrix}}_{\mathbf{G}_{\mathrm{a}}} \underbrace{\begin{bmatrix} v_2 \\ v_3 \\ v_5 \\ v_6 \end{bmatrix}}_{\mathbf{V}_{\mathrm{a}}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ i_{g1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{I}_{\mathrm{g,a}}}.$$

Esercizio su metodo di analisi su base tagli

Eseguendo i calcoli matriciali si trova che

$$\mathbf{G}_{\mathrm{T}} = \mathbf{G}_{\mathrm{a}} - \mathbf{A}\mathbf{G}_{\mathrm{c}}\mathbf{B} = \begin{bmatrix} G_1 + G_2 & G_2 & 0 & 0 \\ G_2 & G_2 + G_5 & G_5 & 0 \\ 0 & G_5 & G_3 + G_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_4 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{I}_{\mathrm{g,T}} = -\mathbf{I}_{\mathrm{g,a}} - \mathbf{A}\mathbf{I}_{\mathrm{g,c}} = \begin{bmatrix} 0 \\ -i_{g1} \\ i_{g2} \\ -i_{g2} \end{bmatrix}.$$

Esercizio su metodo di analisi su base tagli

Per cui, il sistema risolvente ridotto, si scrive:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} G_1 + G_2 & G_2 & 0 & 0 \\ G_2 & G_2 + G_5 & G_5 & 0 \\ 0 & G_5 & G_3 + G_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_4 \end{bmatrix}}_{\mathbf{G}_{\mathrm{T}}} \underbrace{\begin{bmatrix} v_2 \\ v_3 \\ v_5 \\ v_6 \end{bmatrix}}_{\mathbf{V}_{\mathrm{a}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ -i_{g1} \\ i_{g2} \\ -i_{g2} \end{bmatrix}}_{\mathbf{I}_{\mathrm{g,T}}}.$$

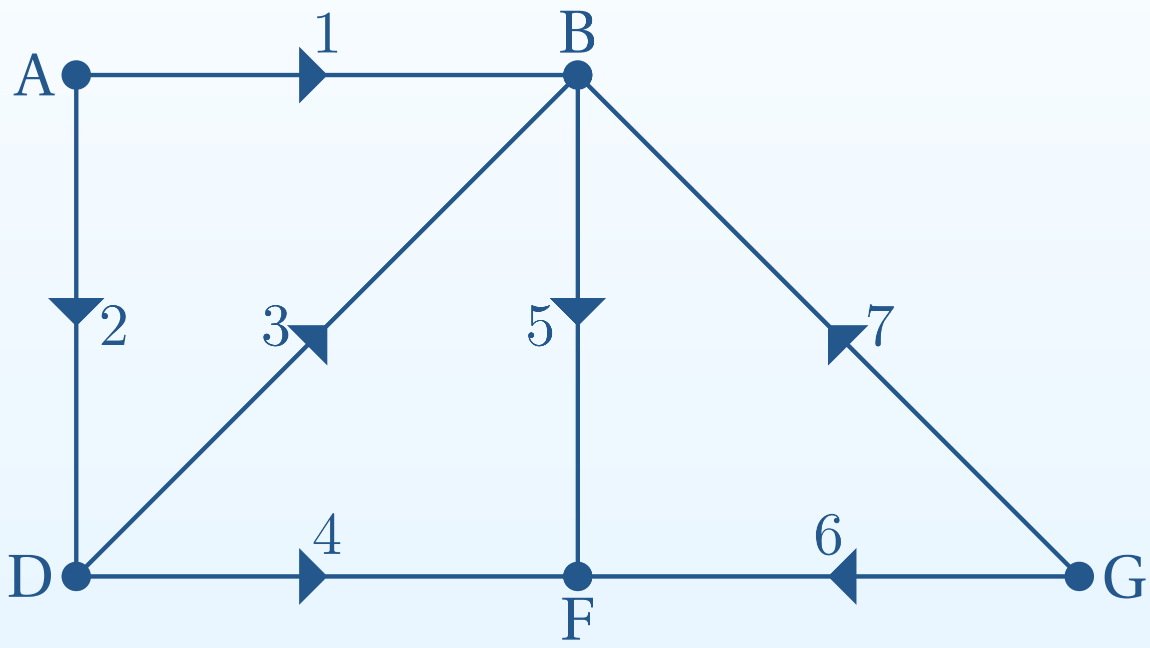
Metodo di analisi su base nodi

Il metodo di analisi su base nodi (MABN) o *delle tensioni nodali* è un algoritmo implementativo del MABT che permette di scrivere il sistema risolvente senza eseguire calcoli matriciali.

È basato sul concetto di *grafo aumentato*.

Grafo aumentato associato ad un circuito

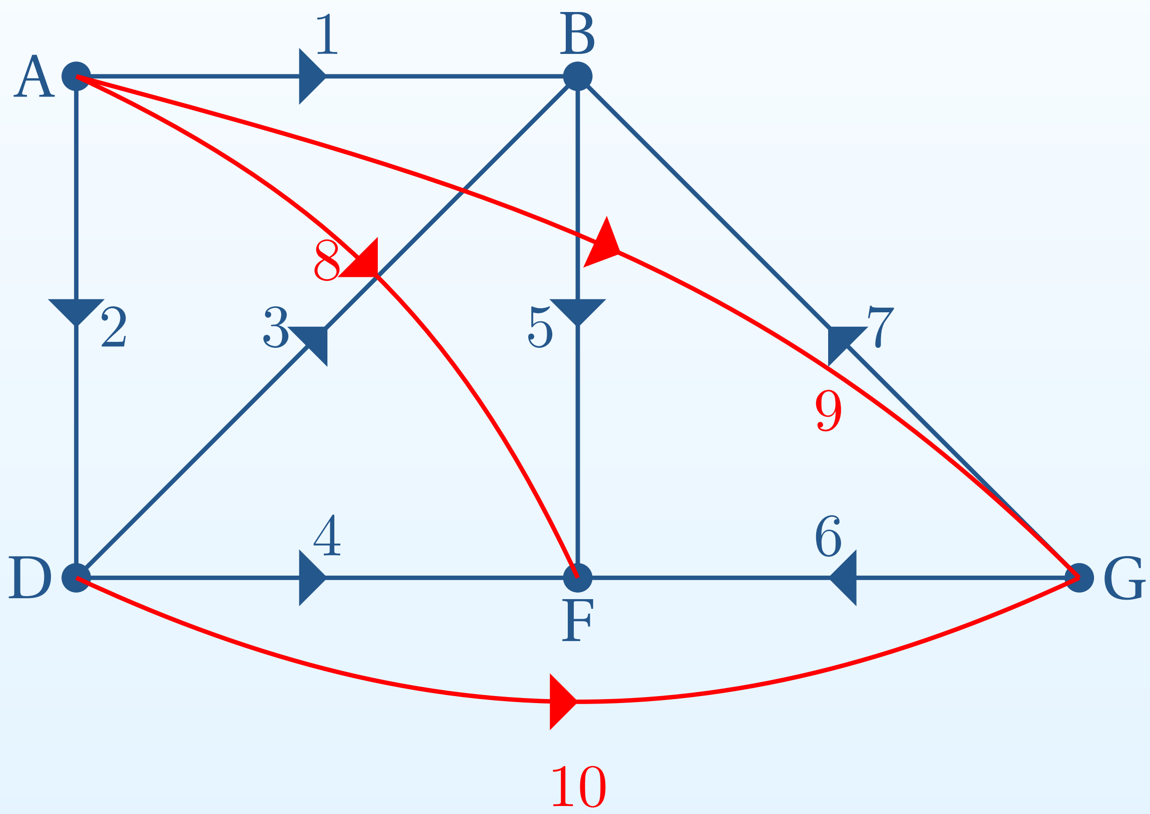
Osservando il grafo relativo al circuito dell'esempio, osserviamo che non tutte le coppie di nodi sono connesse.



Per esempio, non esiste alcun arco tra la coppia di nodi (A,F) né tra la coppia di nodi (D,G).

Grafo aumentato associato ad un circuito

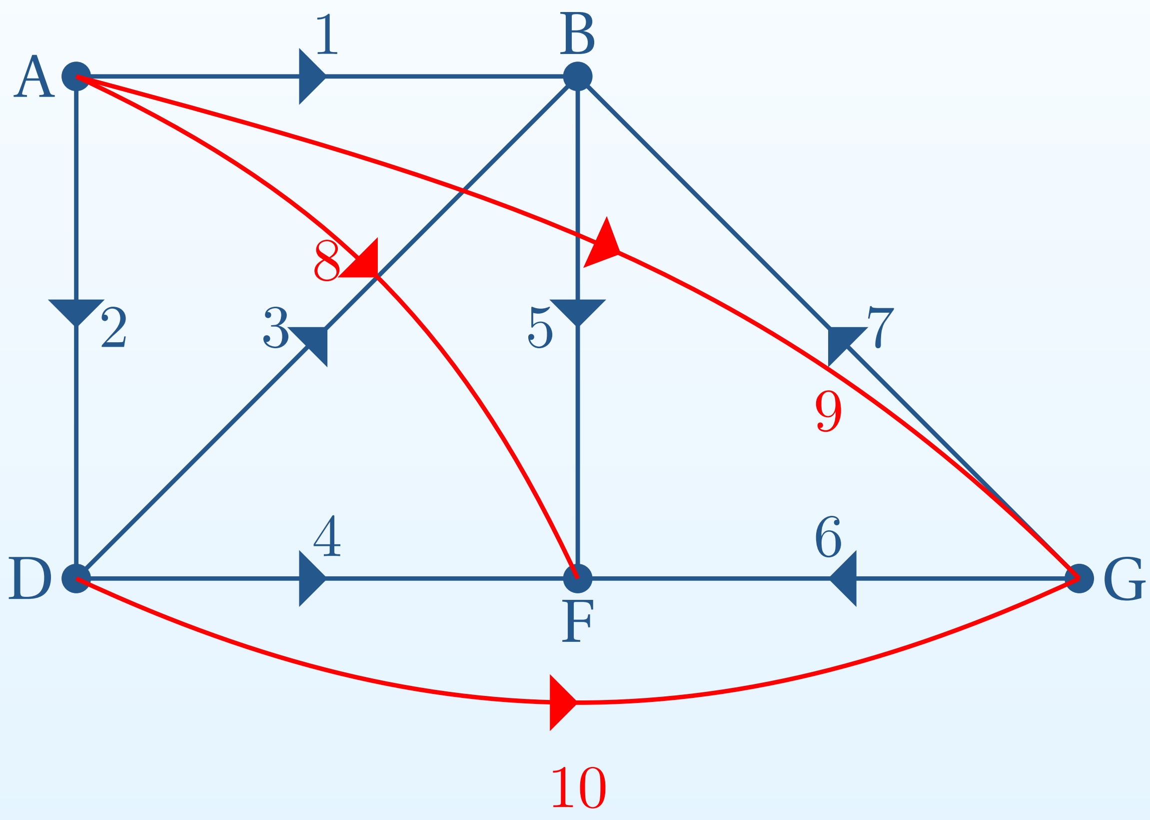
Il grafo aumentato si ottiene aggiungendo un arco tra ciascuna coppia di nodi che non è già connessa:



Si osservi che da ogni nodo del grafo aumentato partono esattamente quattro (ovvero $N-1$) archi.

Grafo aumentato associato ad un circuito

Il grafo aumentato ha ancora $N = 5$ nodi (come il grafo originario) ma $R = 10$ archi.



Pertanto l'albero ha ancora $a = 4$ archi, mentre il coalbero ha $c = 6$ archi.

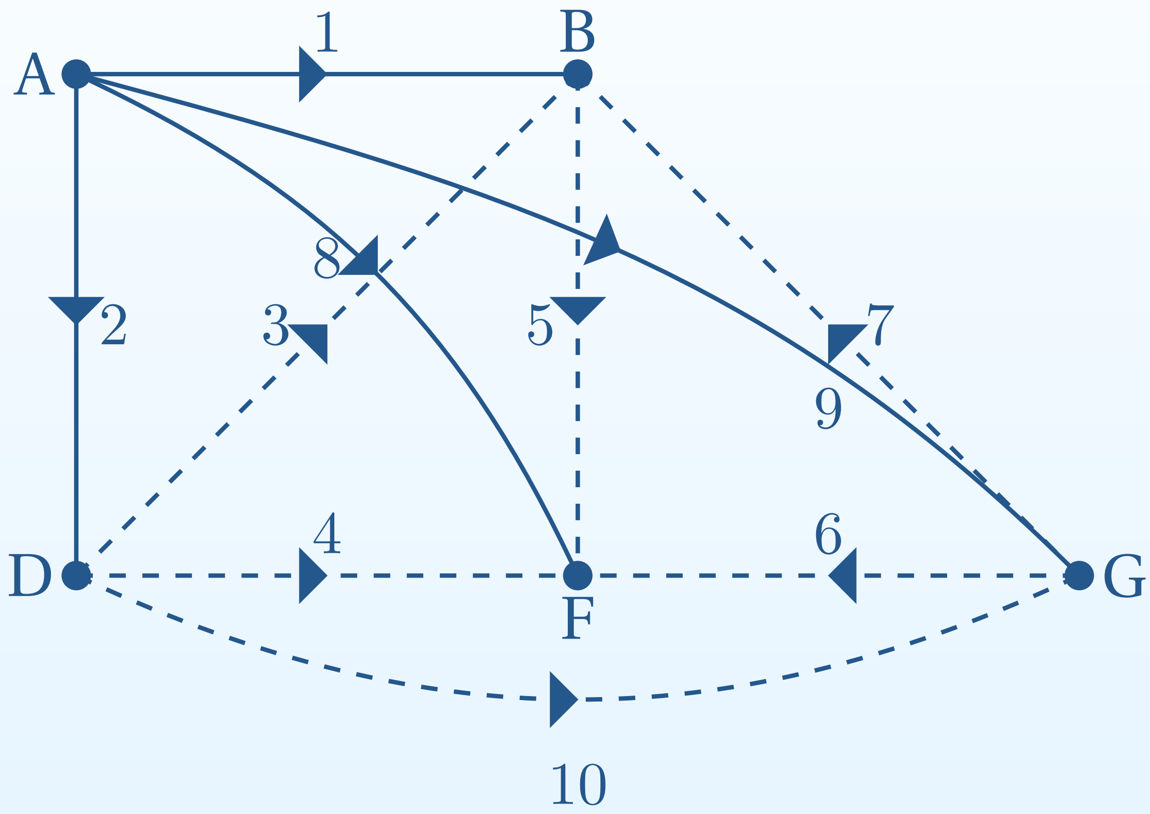
Grafo aumentato associato ad un circuito

Per consistenza logica, osserviamo che un arco nel grafo **deve** corrispondere ad un bipolo del circuito. Tale corrispondenza si ottiene aggiungendo al circuito diversi **circuiti aperti** o, equivalentemente, resistori a conduttanza nulla ($G = 0$), che non modificano nè le tensioni nè le correnti del circuito originario.

Ora osserviamo che, **in un grafo completamente connesso, è sempre possibile scegliere un albero prendendo tutti gli archi che connettono un dato nodo agli altri nodi**. Il nodo da cui partono gli archi si chiama **nodo di riferimento**.

Grafo aumentato associato ad un circuito

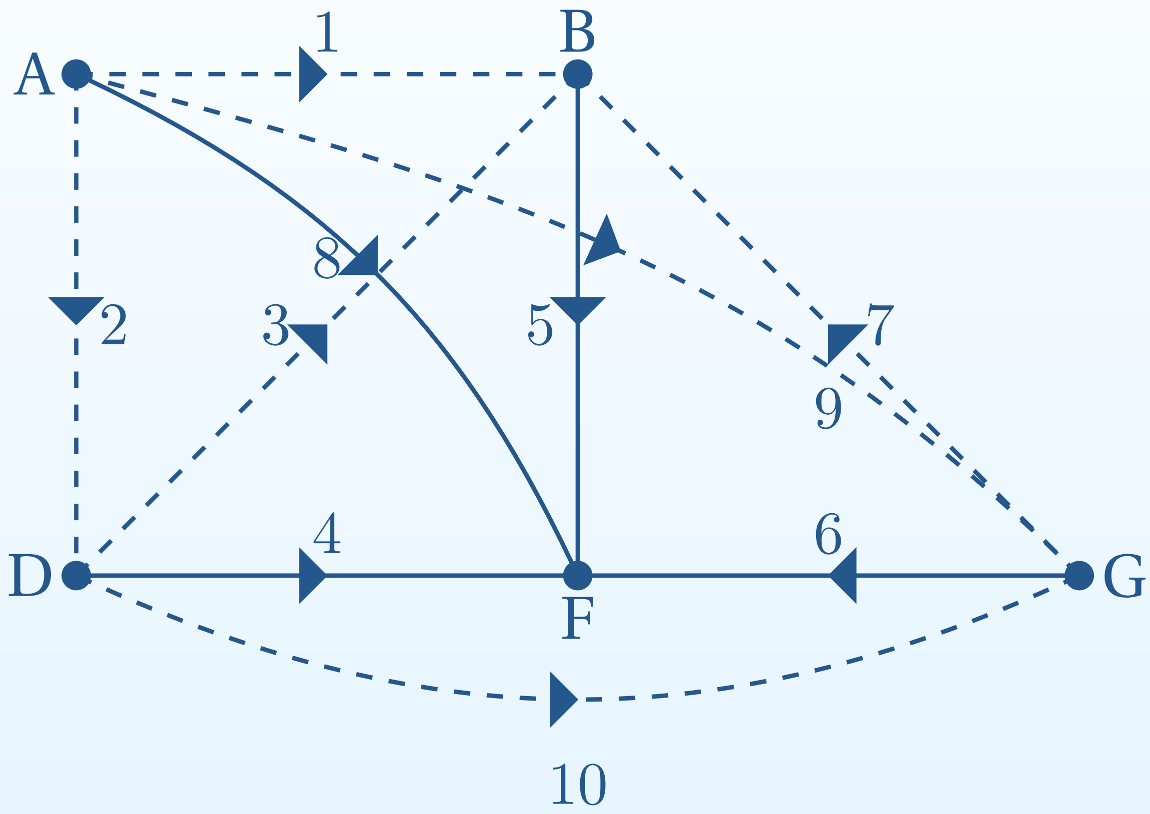
Esempio di albero corrispondente al nodo di riferimento A:



In questo caso, l'albero è $\mathcal{A}_\mathrm{A} = \{1, 2, 8, 9\}$.

Grafo aumentato associato ad un circuito

Esempio di albero corrispondente al nodo di riferimento F:



In questo caso, l'albero è $\mathcal{A}_{\mathrm{F}} = \{4, 5, 6, 8\}$.

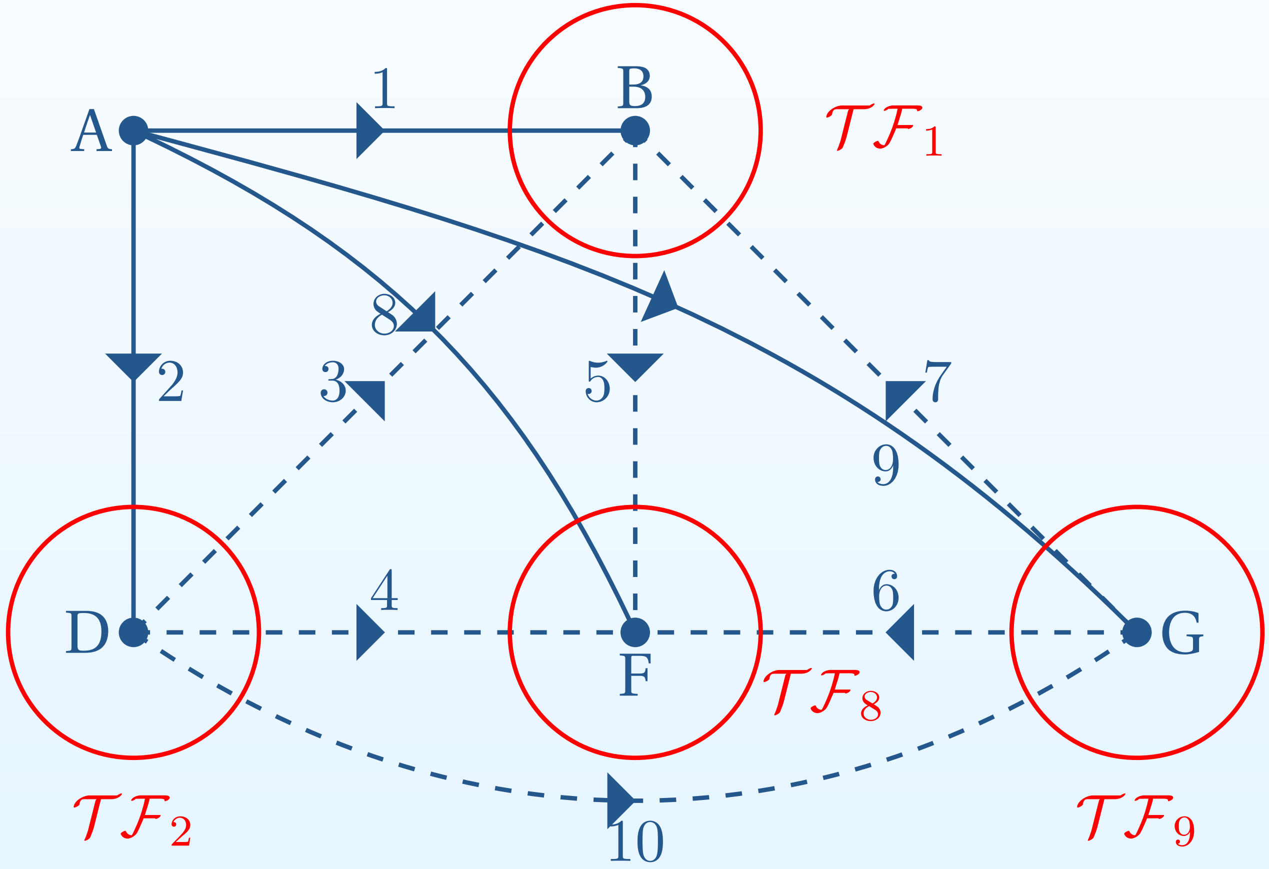
Grafo aumentato associato ad un circuito

Un grafo completamente connesso ha una importante proprietà: **I tagli fondamentali relativi all'albero costruito come mostrato si determinano tramite delle superfici che circondano i nodi (ad eccezione del nodo di riferimento).**

Vantaggio: In questo modo, non è necessario individuare una partizione e i relativi tagli forndamentali in quanto, scelto il nodo di riferimento, l'albero è automaticamente determinato.

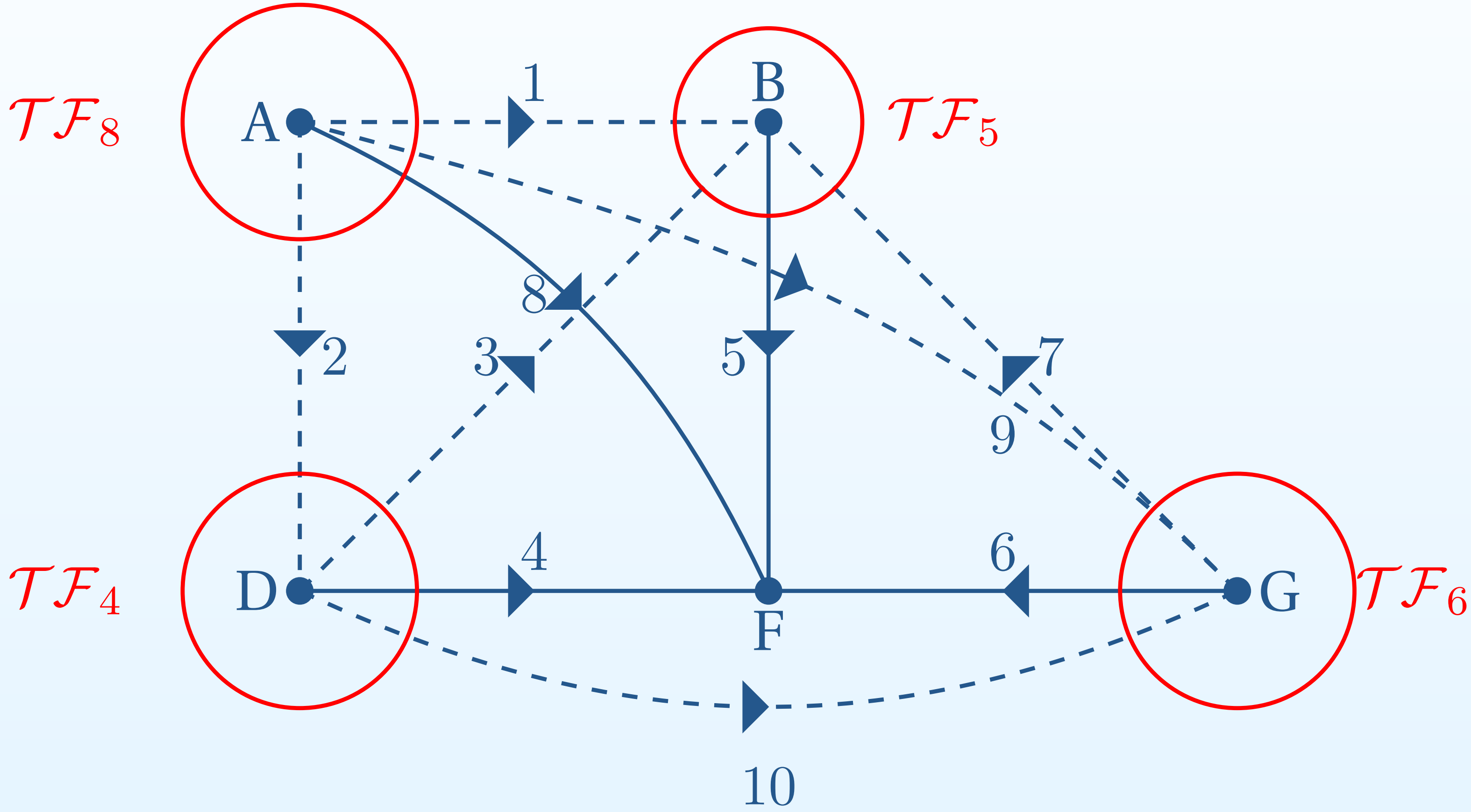
Grafo aumentato associato ad un circuito

Esempio: Tagli fondamentali corrispondenti all'albero $\mathcal{A}_\mathrm{A}$:



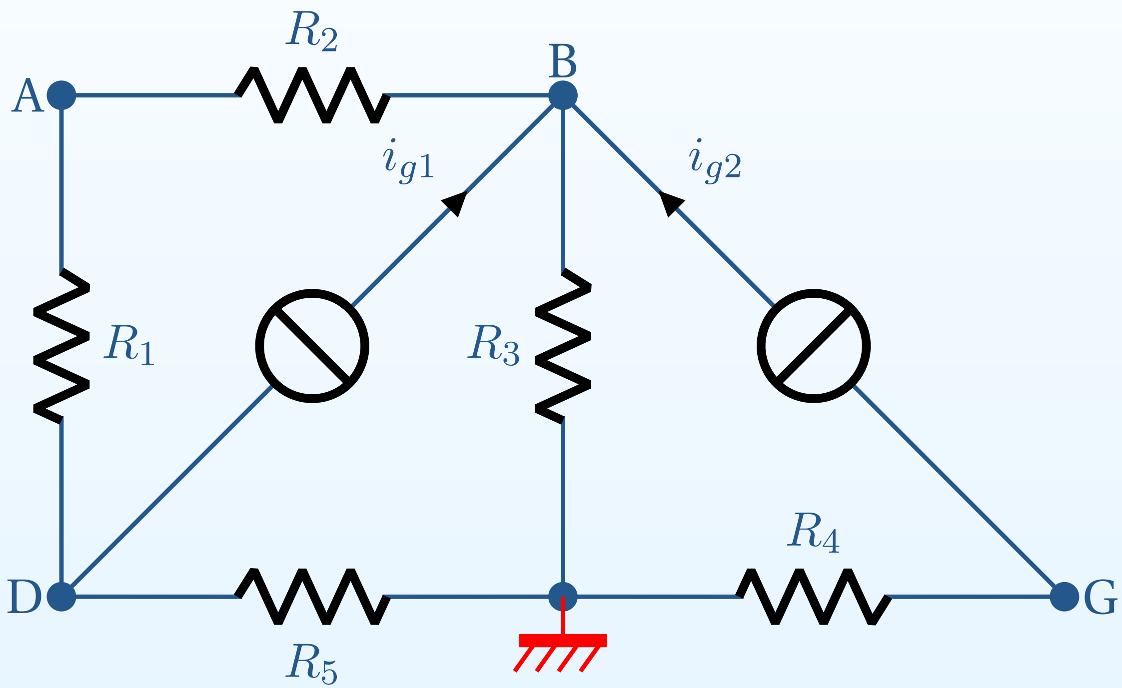
Grafo aumentato associato ad un circuito

Esempio: Tagli fondamentali corrispondenti all'albero $\mathcal{A}_{\mathrm{F}}$:



Metodo di analisi su base nodi

Si consideri il circuito seguente e si scelga come riferimento il nodo indicato dal simbolo in rosso.



Definiamo **tensioni nodali** le tensioni tra ciascun nodo e il nodo di riferimento e_{A}, e_{B}, e_{D}, e_{G}. La tensione nodale e_{A} ha il segno $+$ nel nodo A e il segno $-$ nel nodo di riferimento, e così via.

Metodo di analisi su base nodi

Il metodo di analisi su base nodi consiste nel seguente algoritmo:

- Scegliere un nodo di riferimento.
- Definire, come tensioni nodali (coincidenti con tensioni di albero), le tensioni tra ciascun nodo e il nodo di riferimento, preso il segno − su quest'ultimo per tutte le tensioni nodali.

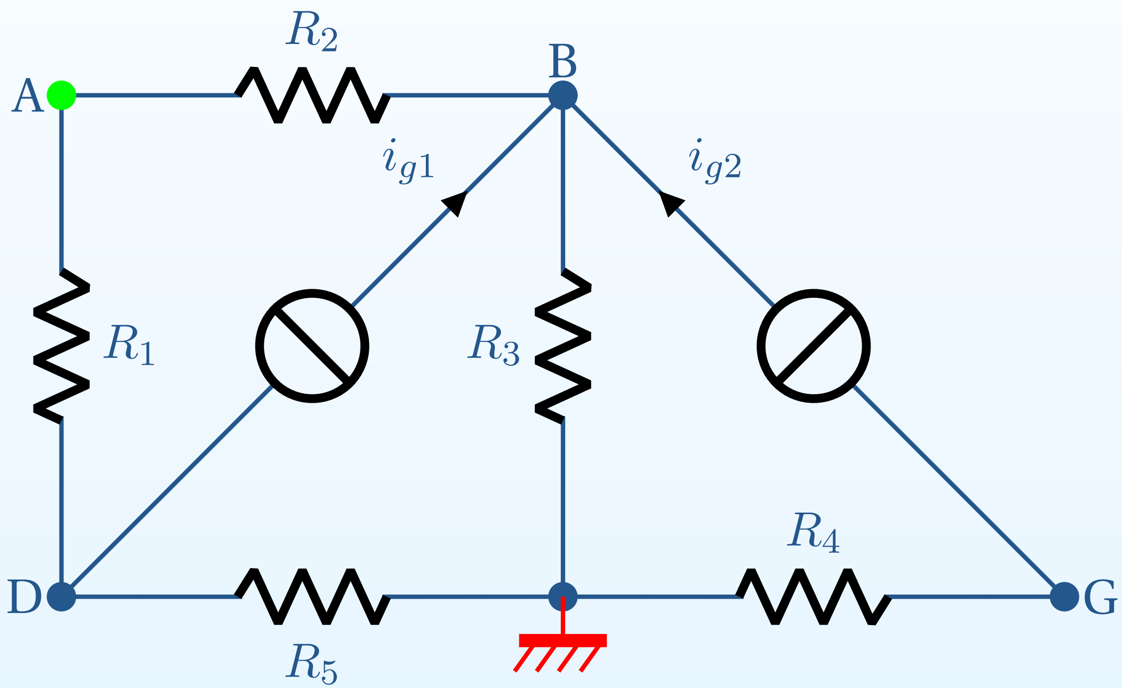
Metodo di analisi su base nodi

Il metodo di analisi su base nodi consiste nel seguente algoritmo (continua):

- Scrivere il bilancio delle correnti (LKC) su ciascun nodo, utilizzando i valori dei GIC, delle tensioni nodali e delle conduttanze. **In ciascun nodo, si prendano positive le correnti uscenti dal nodo stesso.**
- Le correnti sui **resistori** si considerano sempre **uscenti** dal nodo sul quale si sta scrivendo la LKC.
- Gli archi aggiunti possono essere trascurati in quanto, corrispondendo a dei circuiti aperti, non contribuiscono al bilancio delle correnti nei nodi.

Metodo di analisi su base nodi

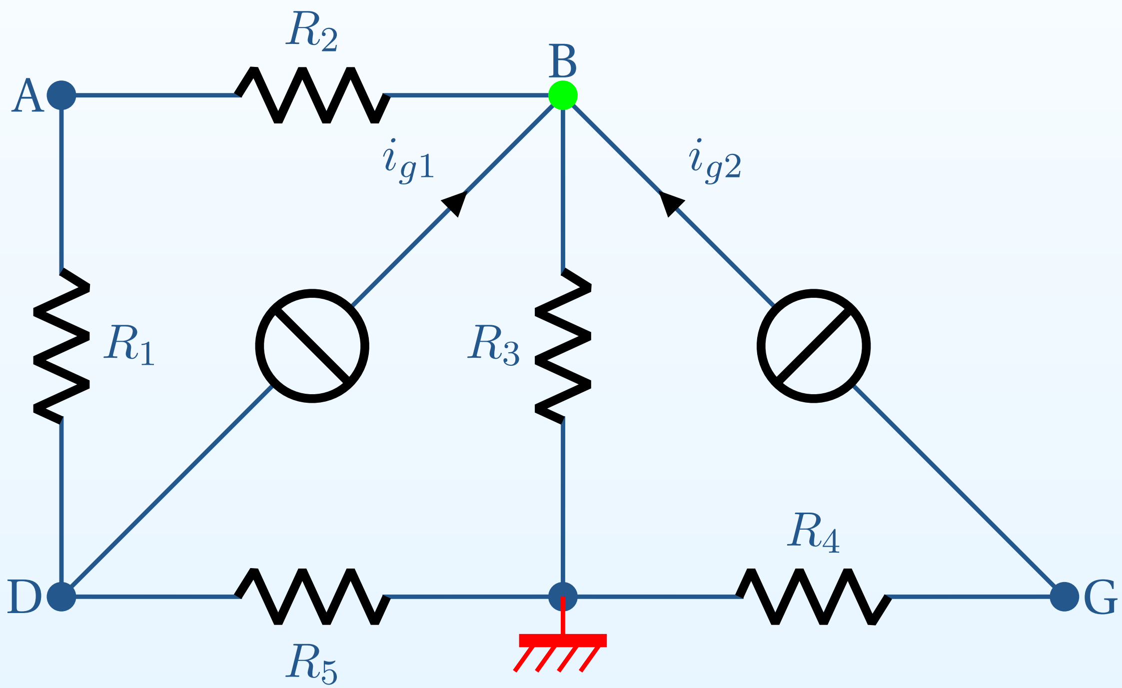
Nel MABN, si scrivono le LKC ai tagli fondamentali, ovvero i bilanci delle correnti nei nodi.



Nodo A) $G_1(e_A - e_D) + G_2(e_A - e_B) = 0.$

Metodo di analisi su base nodi

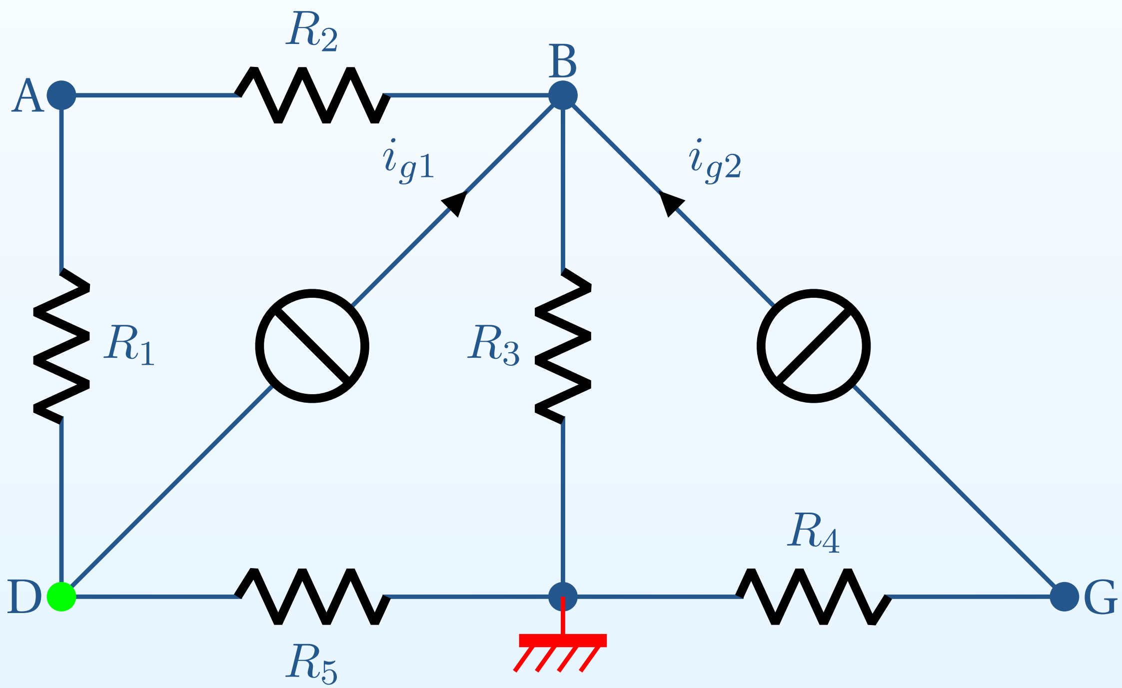
Nel MABN, si scrivono le LKC ai tagli fondamentali, ovvero i bilanci delle correnti nei nodi.



Nodo B) $G_2(e_\mathrm{B} - e_\mathrm{A}) - i_{g1} + G_3 e_\mathrm{B} - i_{g2} = 0.$

Metodo di analisi su base nodi

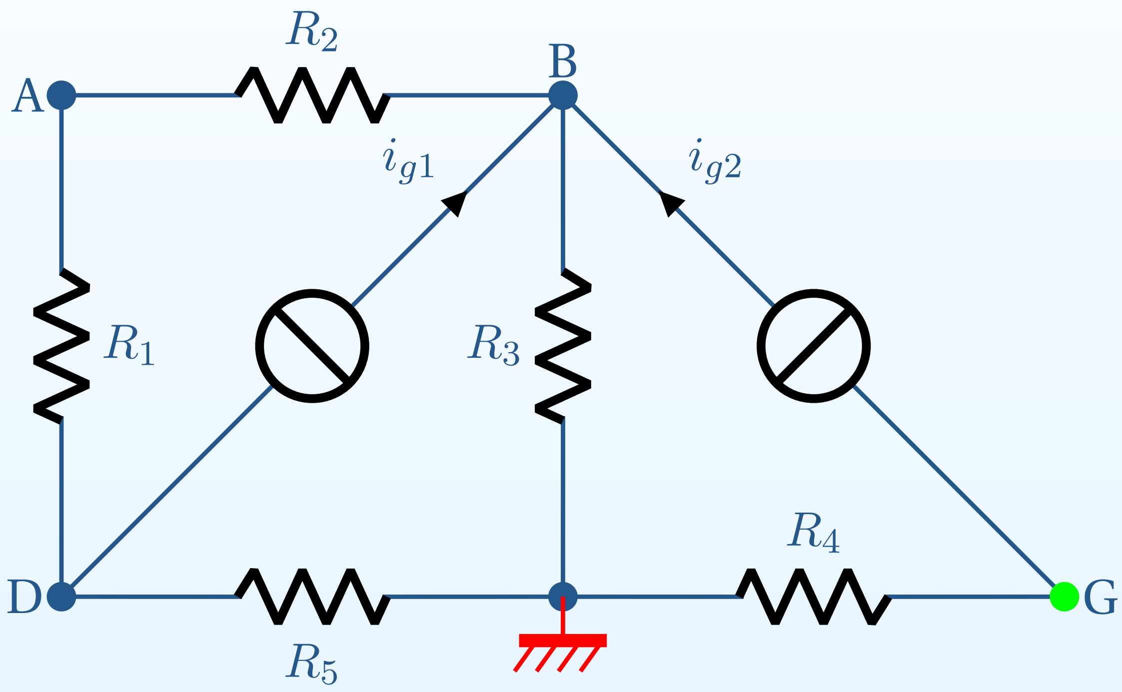
Nel MABN, si scrivono le LKC ai tagli fondamentali, ovvero i bilanci delle correnti nei nodi.



Nodo D) $G_1(e_\mathrm{D} - e_\mathrm{A}) + i_{g1} + G_5 e_\mathrm{D} = 0.$

Metodo di analisi su base nodi

Nel MABN, si scrivono le LKC ai tagli fondamentali, ovvero i bilanci delle correnti nei nodi.



Nodo G) $G_4 e_{\mathrm{G}} + i_{g2} = 0.$

Metodo di analisi su base nodi

Quindi il sistema risolvente per questo circuito, scritto con il MABN, è:

$$\begin{cases} G_1(e_{\mathrm{A}} - e_{\mathrm{D}}) + G_2(e_{\mathrm{A}} - e_{\mathrm{B}}) = 0 \\ G_2(e_{\mathrm{B}} - e_{\mathrm{A}}) - i_{g1} + G_3 e_{\mathrm{B}} - i_{g2} = 0 \\ G_1(e_{\mathrm{D}} - e_{\mathrm{A}}) + i_{g1} + G_5 e_{\mathrm{D}} = 0 \\ G_4 e_{\mathrm{G}} + i_{g2} = 0 \end{cases}$$

Risoluzione del sistema risolvente

Il sistema risolvente $\mathbf{G}_{\mathrm{T}}\mathbf{V}_{\mathrm{a}} = \mathbf{I}_{\mathrm{g,T}}$ cresce rapidamente di dimensione al crescere della dimensione dell'albero, conviene quindi risolverlo utilizzando uno strumento di calcolo automatico. In questo corso introduciamo e utilizziamo

MATLAB (MATrix LABoratory)

Metodo di analisi su base tagli *misto* (1)

Il metodo di analisi su base tagli *misto* estende il metodo di analisi su base tagli (o delle tensioni nodali o MABN) al caso in cui il circuito da analizzare contenga altri bipoli oltre a resistori e generatori indipendenti di corrente e contenga reti 2-porte (esclusi i componenti con memoria).

Esso **consiste nel riguardare ciascuna porta elettrica diversa da un resistore o da un generatore indipendente di corrente come un generatore indipendente di corrente fittizio (ovvero con corrente impressa incognita)**. Ciò dà luogo ad una incognita in più ma anche ad una equazione in più nel sistema risolvente.

Metodo di analisi su base tagli *misto* (2)

Il sistema risolvente nel caso di utilizzo del metodo di analisi su base tagli (o nodi) misto è lineare (algebrico) del tipo:

$$Ax = b,$$

dove A è la matrice (quadrata) dei coefficienti del sistema lineare risolvente, b è il vettore dei termini noti e x è il vettore delle incognite. Da notare che:

- Il vettore delle incognite può contenere sia incognite in tensione che incognite in corrente.
- La matrice A non è, in generale, né simmetrica né omogenea dimensionalmente.
- Il vettore b non è, in generale, omogeneo dimensionalmente.

Metodo di analisi su base tagli *misto* (3)

Per determinare una tensione o una corrente in uno specifico ramo del circuito occorre:

- Scrivere il sistema risolvente e determinare le incognite fondamentali.
- Per determinare la tensione ai capi di un ramo del circuito che non faccia parte delle incognite fondamentali, occorre scrivere la LKT su una maglia qualsiasi (cioè, non necessariamente una maglia fondamentale) che contenga tale ramo.
- Per determinare la corrente su di un ramo del circuito che non faccia parte delle incognite fondamentali, occorre scrivere la LKC su un taglio qualsiasi (cioè, non necessariamente un taglio fondamentale) che contenga tale ramo.

Metodo di analisi su base tagli *misto* (4)

Criteri per scegliere il nodo di riferimento:

- In genere, è conveniente scegliere come nodo di riferimento un nodo in cui sono collegati molti componenti (questo consente di scrivere le tensioni ai capi di quei componenti come tensioni nodali, piuttosto che come differenze tra tensioni nodali).
- E' conveniente lasciare i GIT sugli archi di albero, cioè scegliere come nodo di riferimento un nodo dove sono collegati uno o più generatori indipendenti di tensione.