



POLITECNICO
MILANO 1863

Lavoro, Calore, Politropiche Entropia per i gas ideali

Prof. Ing. Alberto Salioni

Lavoro Termodinamico

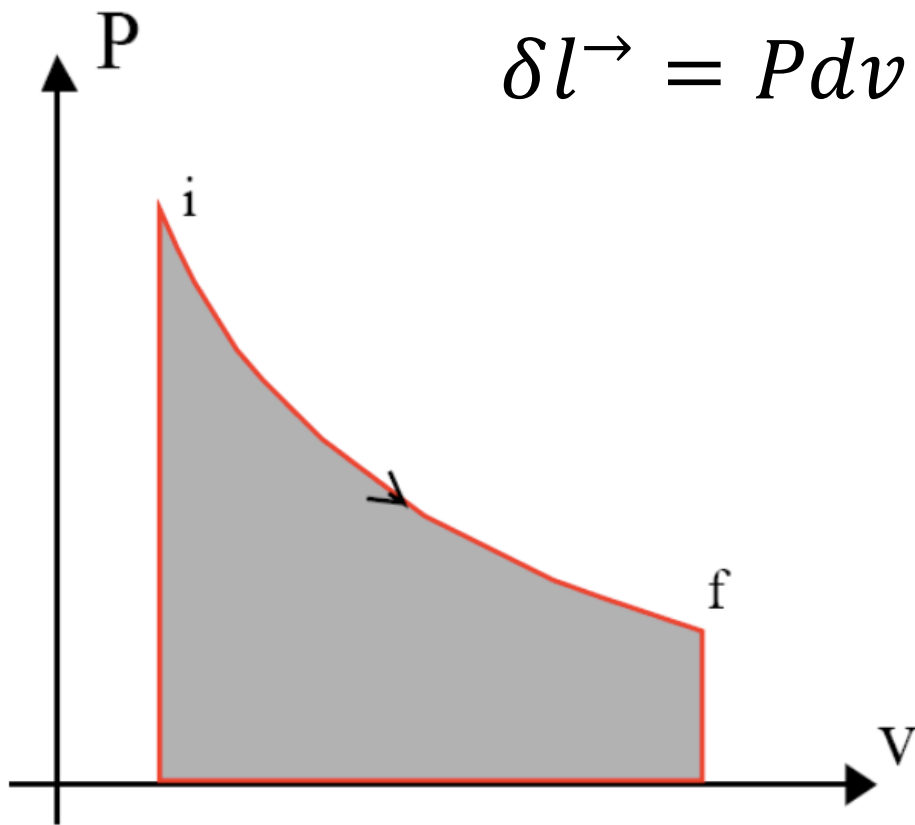
In un dispositivo cilindro-pistone, uno squilibrio di forze infinitesimo tra forze esterne e forza interna (P^*A) provoca uno spostamento infinitesimo del pistone a cui corrisponde un lavoro

$$\delta L^{\rightarrow} = P A ds = P dV$$

(Si è considerato il sistema composto dal solo fluido comprimibile e la trasformazione quasi statica)

Quando il sistema evolve da uno stato iniziale 'i' a uno stato finale 'f' attraverso una successione di stati di equilibrio sarà possibile esprimere una legge detta **equazione di trasformazione** tra le variabili di stato **P** e **v** e la sua integrazione rappresenterà il lavoro scambiato durante la trasformazione.

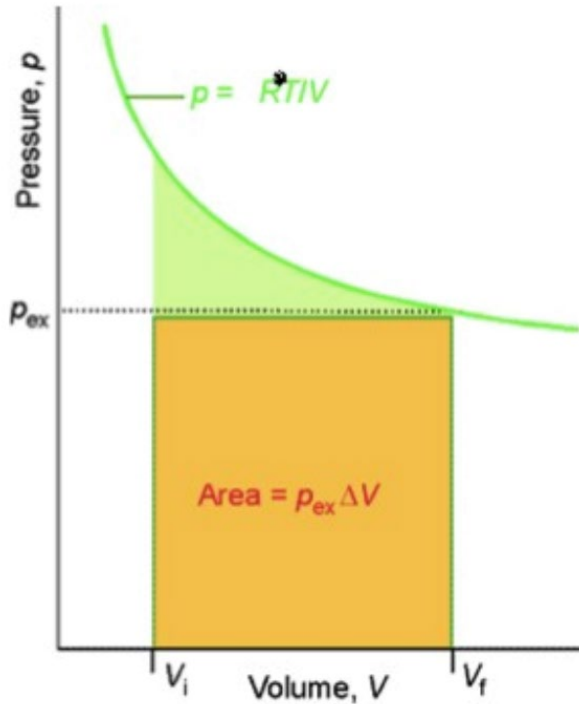
Lavoro Termodinamico



$$l^{\rightarrow} = \int_i^f P dv$$

Il calcolo dell'integrale al secondo membro richiede la conoscenza della funzione $P=P(v)$ detta **equazione della trasformazione**

Espansione isoterma



Consideriamo ora un'espansione isoterma reversibile da v_i a v_f

$$l = R^* \int_{v_i}^{v_f} \frac{T}{v} dv = R^* T \ln \frac{v_f}{v_i}$$

Se espandiamo il gas in modo irreversibile, il lavoro compiuto è invece

$$l = P_{ex} \Delta v$$

Il Lavoro Reversibile è maggiore del lavoro Irreversibile (vero in generale)

Funzione di stato

Una **funzione di stato** è una proprietà del sistema che dipende solamente dallo stato in considerazione, e non dalla natura del processo (**cammino**) attraverso il quale il sistema è arrivato allo stato attuale

Un banale esempio di funzione di stato è l'altezza



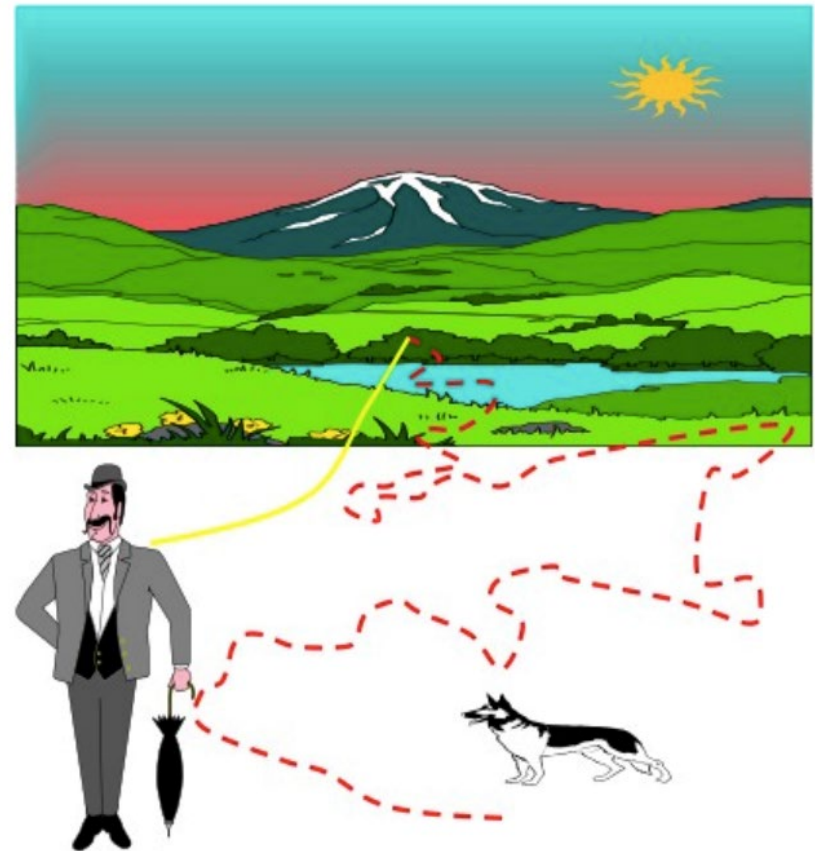
Lavoro e Funzione di stato

Il Lavoro **NON** è una funzione di stato

Il Lavoro compiuto **DIPENDE** dal cammino

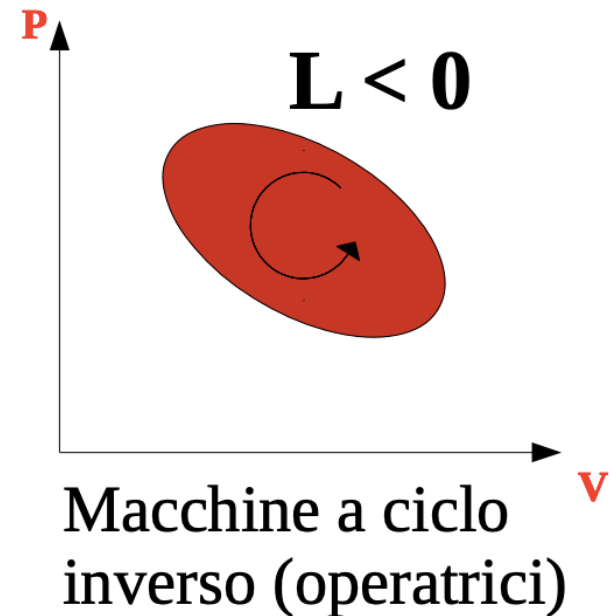
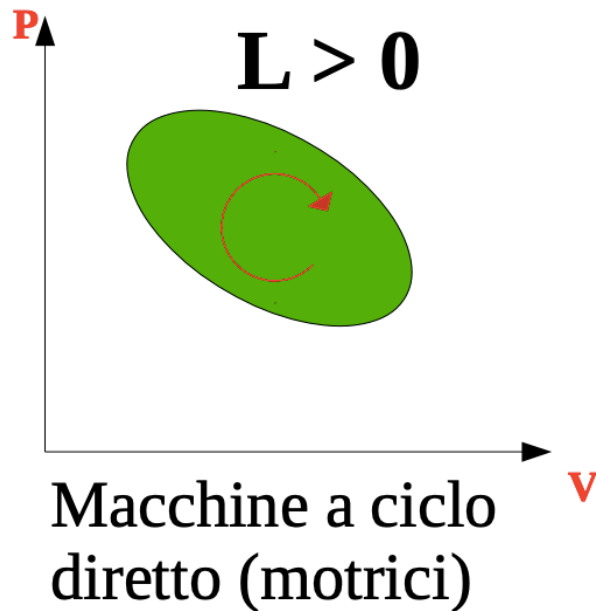
L'altezza finale **NON DIPENDE** dal cammino

Il tempo trascorso **DIPENDE** dal cammino



Il Lavoro Termodinamico in un ciclo

δl non è un differenziale esatto e il lavoro L non è una funzione di stato in quanto l'area sottesa dipende dall'**equazione di trasformazione**



La Natura del Calore

Per lungo tempo **Calore** e **Temperatura** furono confusi..

Ora noi sappiamo che il calore è una forma di energia, legata all'incessante movimento degli atomi e delle molecole di cui sono composti i vari oggetti. Essendo una particolare forma di energia, non ci deve sorprendere che si trasformi in altre forme di energia.

Calore e Temperatura

Evoluzione del concetto di Calore

Calore è ciò che produce una sensazione di caldo



Quando il calore fluisce all'interno del nostro corpo produce una sensazione di caldo; quando ne fuoriesce produce una sensazione di freddo



Il calore è ciò che modifica l'altezza di un termometro



Il calore è un fluido calorico invisibile, privo di massa, indistruttibile

Calore e Temperatura

Sir Francis Bacon e il Calore



Francis Bacon (1561-1626)

Nel 1620 Bacon ebbe l'intuizione che il calore era nient'altro che *"movimento, rapida e vigorosa agitazione delle particelle di cui è composta la materia"*.

Morì di bronchite sperimentando l'idea che il freddo potesse prevenire la putrefazione della carne e permetterne la sua conservazione.

La sua teoria del calore venne dimenticata

La Teoria del Calorico

L'opinione prevalente (*Lavoisier, Fourier, Laplace e Poisson*), era che il calore fosse una sorta di fluido misterioso, il **calorico**, che fluiva in ogni sostanza e spontaneamente passava da un corpo caldo ad un corpo freddo.

La **teoria del calorico** assegnava a questo fluido strane proprietà. Prima di tutto non aveva peso: scaldare un etto di ferro non portava ad un aumento del suo peso; però occupava spazio.

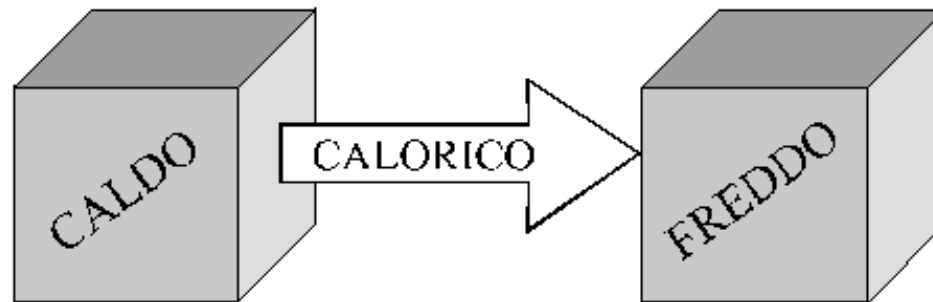
I corpi, infatti, aumentavano di volume se riscaldati. Nonostante i numerosi tentativi, il calorico sfuggiva ad ogni sforzo per essere isolato e investigato direttamente.

Pian piano aumentava l'evidenza sperimentale e teorica che la teoria del calorico fosse errata.

La Teoria del Calorico

I corpi caldi contengono più calorico del corpi freddi

Mettendo a contatto un corpo caldo con un corpo freddo, il calorico fluisce dal corpo caldo a quello freddo



La Teoria del Calorico



Benjamin Thompson (1754-1814)

Benjamin Thompson, Conte Rumford, supervisionava la fabbricazione di cannoni.

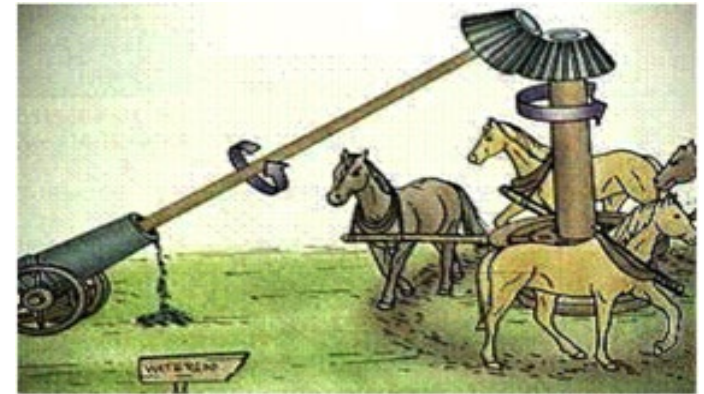
Il corpo di un cannone veniva fabbricato a partire da un cilindro di metallo, in cui veniva prodotto meccanicamente un foro del diametro desiderato.

L'attrito meccanico generava moltissimo calore.

La Teoria del Calorico

Il Conte Rumford

La teoria del calorico sosteneva che la polvere di metallo poteva “contenere” meno calorico del blocco di metallo originale. Durante la lavorazione del cannone, il calorico non poteva più essere immagazzinato nella Polvere metallica, e veniva disperso sotto forma di calore.



Thompson immerse un blocco metallico in acqua, e dimostrò che era necessaria la stessa quantità di calore per innalzare di un grado la polvere metallica generata, oppure un blocco di metallo dello stesso peso. La polvere metallica non era meno capace di immagazzinare calore rispetto al pezzo di metallo non polverizzato. Il calore prodotto proveniva semplicemente dal lavoro meccanico compiuto per forare il cannone.

La Teoria del Calorico

Il Calorico

Il calore quindi **non era una sostanza**.

Le idee sbagliate però sono dure a morire, e la teoria del calorico sopravvisse ancora un poco. Ancora oggi, nel linguaggio comune, sono presenti dei “resti linguistici” di quella teoria. Parliamo infatti di calore che “entra” ed “esce” dai corpi, o dalle finestre aperte.

L’uso della **caloria (cal)** come unità di energia è una vestigia di quel passato.

Calore e Temperatura

James Prescott Joule

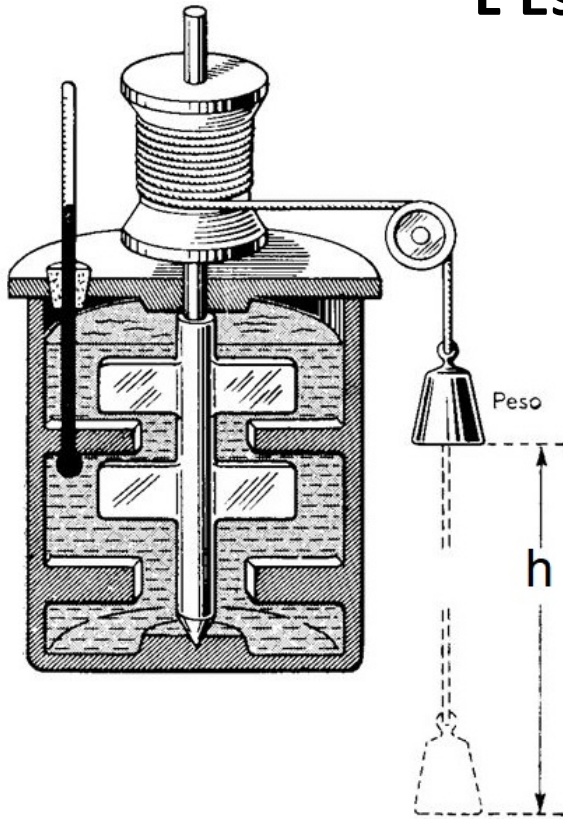


Il riconoscimento e l'enunciazione del principio universale della conservazione dell'energia è dovuto principalmente a James Prescott Joules (1818-1889), birraio e appassionato di scienza.

In suo onore oggi usiamo il **joule** come unità di misura del lavoro e dell'energia del Sistema Internazionale (SI). Tuttavia in alcuni campi sono ancora utilizzate le **calorie**, ad esempio nelle etichette dei cibi, (**in realtà Kilocalorie**).

Calore e Temperatura

L'Esperimento di Joule



Joule provò l'equivalenza tra calore e lavoro meccanico

Il lavoro eseguito per far ruotare le pale, causa un aumento della temperatura dell'acqua. Joule mostrò anche che la quantità di calore prodotto era proporzionale alla quantità di lavoro.

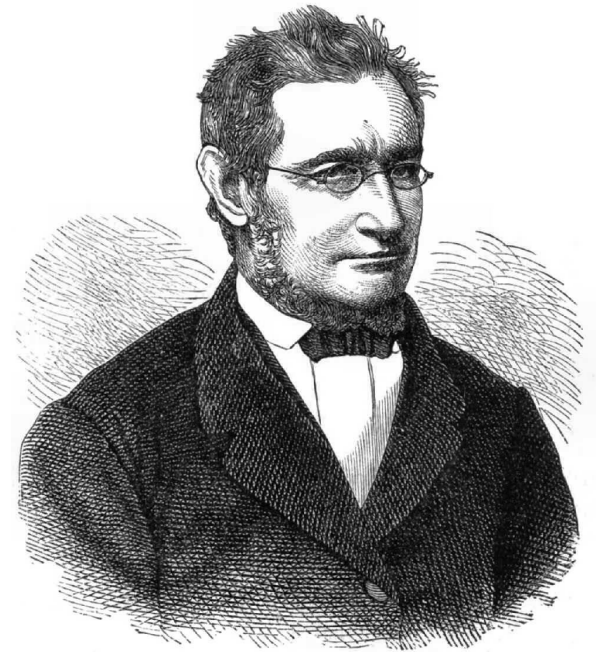
Joule e la Conservazione dell'Energia

“I fenomeni della natura, siano essi meccanici, chimici o vitali (**biologici**), consistono quasi interamente nella continua conversione di attrazione nello spazio (**energia potenziale**), forza vitale (**energia cinetica**) e calore, uno nell’altro. Questo è il modo in cui l’ordine viene mantenuto nell’universo: nulla è sbilanciato, nulla viene perso, ma l’intero meccanismo, per quanto complicato, lavora incessantemente e armoniosamente. E sebbene, come nella terribile profezia di Ezechiele, “ruote potranno incastrarsi in altre ruote”, e ogni cosa possa apparire complicata e implicato nell’apparente confusione e nella varietà quasi senza fine di cause, effetti, conversioni e arrangiamenti, tuttavia la più perfetta regolarità viene preservata. Il tutto governato dal volere superiore di Dio”

Il Principio di Conservazione dell'Energia

Julius Robert von Mayer fu il primo a enunciare esplicitamente il principio di conservazione dell'energia

Le varie forme di energia
(Chimica, Elettrica, Magnetica, Meccanica, Calore) **si possono trasformare una nell'altra, ma l'energia totale rimane costante**



Julius Robert von Mayer
(1814-1878)

Calore

Capacità termica = rapporto tra il calore fornito al sistema e la variazione di temperatura del sistema stesso

$$C_x = \left(\frac{\delta Q^{\leftarrow}}{dT} \right)_x$$

Calore specifico = rapporto tra la capacità termica del sistema e la sua massa

$$c_x = \frac{1}{m} \left(\frac{\delta Q^{\leftarrow}}{dT} \right)_x$$

Calore specifico a volume costante

$$c_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v$$

$$c_v = c_v(T, P)$$

Infatti...

Calore specifico a volume costante

$$u = u(T, v)$$

$$\delta q^{\leftarrow} = du + Pdv$$

$$\delta q^{\leftarrow} = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v dT + \left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_T dv + Pdv$$

$$dV = 0 \quad \text{(Volume Costante)}$$

$$\delta q^{\leftarrow} = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v dT$$

$$\left(\frac{\delta q^{\leftarrow}}{dT} \right)_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v = c_v$$

Entalpia

$$h = u + Pv$$

L'**entalpia** è una funzione di stato che esprime la **quantità di energia che un sistema termodinamico può scambiare con l'ambiente.**

L'entalpia è definita dalla somma dell'energia interna e del prodotto tra volume e pressione di un sistema.

Calore specifico a pressione costante

$$c_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_P \qquad c_p = c_p(T, P)$$

Per le **trasformazioni che avvengono a pressione costante** la variazione di entalpia è uguale al calore scambiato dal sistema con l'ambiente esterno.

Calore specifico a pressione costante

$$dh = du + v dP + P dv$$

$$dh = \delta q^{\leftarrow} + v dP$$

$$\delta q^{\leftarrow} = dh - v dP$$

$$\delta q^{\leftarrow} = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_P dT + \left(\frac{\partial h}{\partial P} \right)_T dP - v dP$$

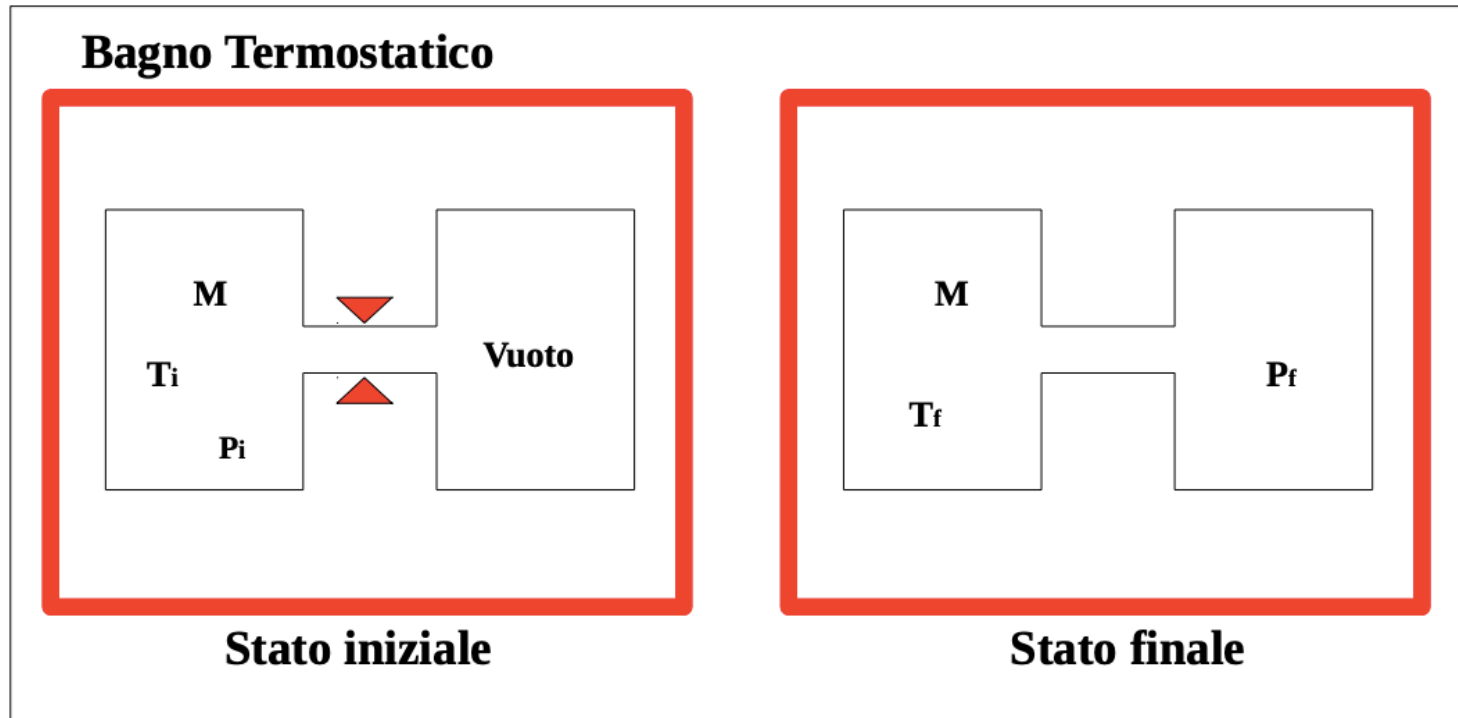
$$dP = 0 \quad (\text{Pressione Costante})$$

$$\delta q^{\leftarrow} = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_P dT$$

$$\left(\frac{\delta q^{\leftarrow}}{dT} \right)_P = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_P = c_P$$

Energia Interna di un gas ideale

Espansione Libera



$$u = u(T)$$

Energia Interna di un gas ideale

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV$$

dal primo principio in forma differenziale

$$\delta Q - PdV = dU$$

ricordando che per una trasformazione reversibile $\delta Q = TdS$

$$TdS - PdV = dU$$

$$dS = \frac{dU}{T} + \frac{P}{T}dV$$

$$dS = \frac{1}{T} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV \right] + \frac{P}{T}dV$$

Energia Interna di un gas ideale

$$S = S(T, V) \qquad dS = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T dV$$

dunque

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V \\ \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \frac{1}{T} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + P\right] \end{cases}$$

Derivando la prima equazione rispetto a V e la seconda rispetto a T si ottiene

$$\frac{\partial^2 S}{\partial V \partial T} = \frac{1}{T} \frac{\partial^2 U}{\partial V \partial T}$$
$$\frac{\partial^2 S}{\partial T \partial V} = -\frac{1}{T^2} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + P\right] + \frac{1}{T} \left[\frac{\partial^2 U}{\partial T \partial V} + \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V\right]$$

Energia Interna di un gas ideale

Per il teorema di Schwarz l'ordine delle derivate parziali di una derivata mista di una funzione a variabili reali è influente:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial V \partial T} = \frac{\partial^2 S}{\partial T \partial V}$$

$$\frac{1}{T} \frac{\partial^2 U}{\partial V \partial T} = -\frac{1}{T^2} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + P \right] + \frac{1}{T} \left[\frac{\partial^2 U}{\partial T \partial V} + \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V \right]$$

$$0 = -\frac{1}{T^2} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + P \right] + \frac{1}{T} \left[\left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V \right]$$

$$0 = -\frac{1}{T} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + P \right] + \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V - P$$

Energia Interna di un gas ideale

Per un gas ideale $PV = mR^*T$ quindi $P = \frac{mR^*T}{V}$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{mR^*}{V}$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T \frac{mR^*}{V} - P = P - P = 0$$

U non dipende da V e dunque $U = U(T)$

Il calore specifico a volume e pressione costante per i gas ideali

$$c_v = c_v(T)$$

$$c_p = c_p(T)$$

Calore e Temperatura

Se $u = u(T)$ anche c_v e c_p risulteranno funzione della sola temperatura **per il gas ideale**.

Infatti:

$$c_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v = \left(\frac{du}{dT} \right)$$

E poiché l'entalpia specifica sarà funzione della sola temperatura **per il gas ideale essendo**:

$$h = u + Pv = u + R^*T$$

$$h = h(T)$$

$$c_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_P = \left(\frac{dh}{dT} \right)$$

Relazione di Mayer

Relazione di Mayer

$$c_p = c_v + R^*$$

Dimostrazione della Relazione di Mayer

$$\begin{aligned} c_p &= \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_P = \left(\frac{dh}{dT} \right) = \left(\frac{du + d(Pv)}{dT} \right) = \\ &= \left(\frac{du + d(R^*T)}{dT} \right) = \frac{du}{dT} + R^* = c_v + R^* \end{aligned}$$

Gas Perfetto

Gas ideali con c_p e c_v costanti

Gas Monoatomico

$$c_v = \frac{3}{2}R^* \quad c_p = \frac{5}{2}R^*$$

Gas Biatomico o Poliatomico lineare

$$c_v = \frac{5}{2}R^* \quad c_p = \frac{7}{2}R^*$$

Gas Poliatomico non lineare

$$c_v = \frac{6}{2}R^* \quad c_p = \frac{8}{2}R^*$$

**Il calore specifico del liquido
incomprimibile ideale**

$$c_v = c_p = c(T)$$

**liquido incomprimibile perfetto
liquido incomprimibile ideale con c costante**

Calore e Temperatura

Si consideri una generica trasformazione quasi-statica per un sistema costituito da un gas perfetto

$$\begin{array}{l} \delta q^{\leftarrow} = du + Pdv \\ \delta q^{\leftarrow} = dh - vdP \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} \delta q^{\leftarrow} = c_v dT + Pdv \\ \delta q^{\leftarrow} = c_p dT - vdP \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \Rightarrow \\ \delta q^{\leftarrow} = c_x dT \end{array} \quad \begin{array}{l} (c_x - c_p)dT = -vdP \\ (c_x - c_v)dT = Pdv \end{array}$$

$$\frac{c_x - c_p}{c_x - c_v} \quad \text{viene definito 'n', indice della politropica (trasformazione di un gas ideale per la quale } c_x \text{ è costante)}$$

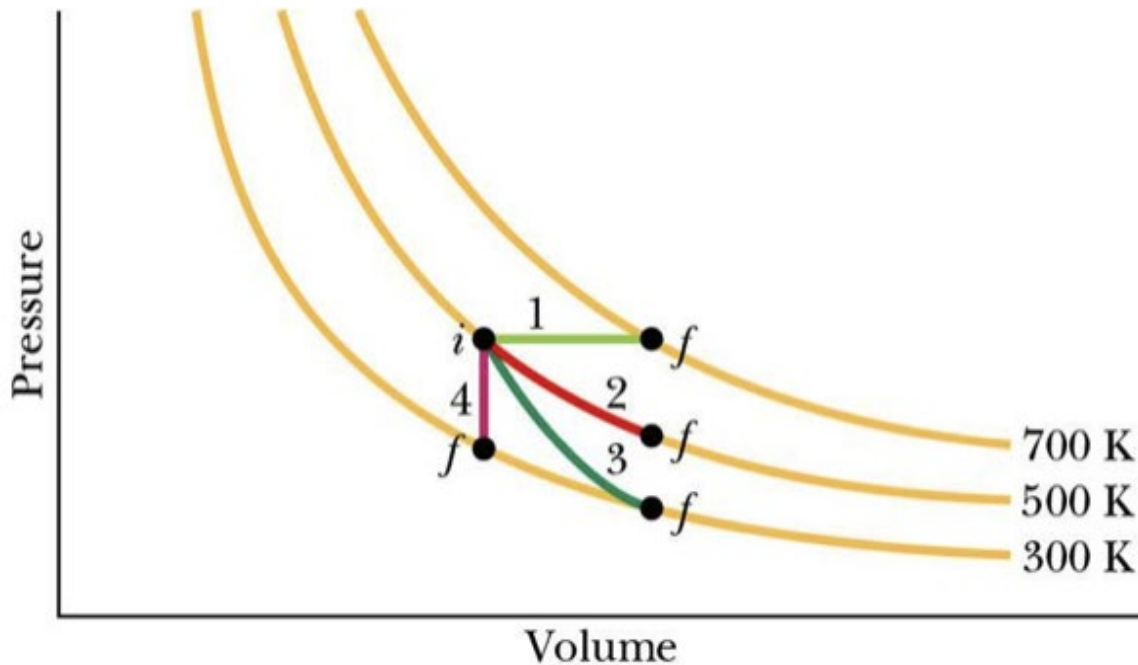
Trasformazione Politropica

**Trasformazione quasi-statica per la quale c_x
è costante**

Per un gas ideale si definisce “n” indice della
politropica:

$$n = \frac{c_x - c_p}{c_x - c_v} = - \frac{v dP}{P dv}$$

Trasformazione Politropica



Separando le variabili
ed integrando:

$$\frac{ndv}{v} = -\frac{dP}{P}$$

$$n \ln(v) = -\ln(P)$$

$$Pv^n = \text{cost}$$

1:Isobaro 2:Isotermo 3:Adiabatico 4:Isocoro

Trasformazione Politropica

$$Pv^n = \text{cost}$$

$$Pvv^{n-1} = \text{cost}$$

$$Tv^{n-1} = \text{cost}'$$

$$T \left(\frac{R^* T}{P} \right)^{n-1} = \text{cost}'$$

$$\frac{T^n}{p^{n-1}} = \text{cost}''$$

$$PT^{\frac{n}{1-n}} = \text{cost}'''$$

Trasformazioni

Trasformazione	C_x	$n = \frac{C_x - C_p}{C_x - C_v}$
Isoterma (T = cost)	$\pm\infty$	1
Isocora (v = cost)	C_v	$\pm\infty$
Isobara (P = cost)	C_p	0
Isentropica (adiabatica reversibile) (s = cost)	0	$K = \frac{C_p}{C_v}$

Lavoro scambiato lungo una generica politropica

Per $n \neq 1$ l'integrale del lavoro diventa:

$$l^{\rightarrow} = \int_1^2 P dv$$

$$l^{\rightarrow} = \frac{P_1 v_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} \right]$$

$$l^{\rightarrow} = \frac{P_1 v_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]$$

Lavoro scambiato lungo una generica politropica

Per $n=1$ (trasformazione isoterma)
l'integrale del lavoro diventa:

$$l = P_1 v_1 \ln \frac{v_2}{v_1} = P_1 v_1 \ln \frac{P_1}{P_2}$$

Dimostrazione per $n \neq 1$

$$l = \int_1^2 P dv \quad \Rightarrow \quad P v^n = P_1 v_1^n \quad P = P_1 v_1^n v^{-n}$$

$$l = \int_{v_1}^{v_2} P_1 v_1^n \frac{dv}{v^n} = P_1 v_1^n \left[\frac{v^{-n+1}}{-n+1} \right]_1^{v_2} = \frac{P_1 v_1^n}{1-n} [v_2^{1-n} - v_1^{1-n}] =$$

$$= \frac{P_1 v_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} \right] = \frac{P_1 v_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]$$

Dimostrazione per $n = 1$

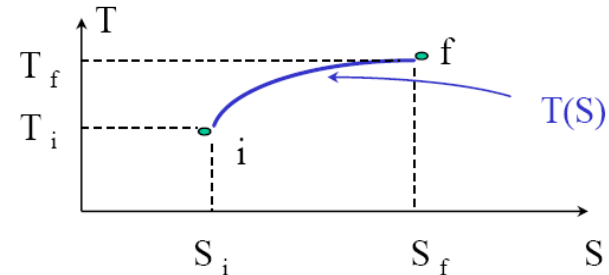
$$l^{\rightarrow} = \int_1^2 P dv \quad \Rightarrow \quad Pv = P_1 v_1 \quad P = P_1 \frac{v_1}{v}$$

$$l = \int_{v_1}^{v_2} P_1 v_1 \frac{dv}{v} = P_1 v_1 [\ln v]_1^2 = P_1 v_1 [\ln v_2 - \ln v_1] =$$

$$= P_1 v_1 \ln \frac{v_2}{v_1} = P_1 v_1 \ln \frac{P_1}{P_2}$$

Diagramma T-S

Gli stati termodinamici e le trasformazioni termodinamiche possono essere rappresentati in un “**diagramma T-S**” :



In un diagramma T-S, l'**area sottesa dalla curva** rappresentativa di una **trasformazione reversibile** è uguale al **calore scambiato** dal sistema nella trasformazione:

$$\int_i^f T(S) dS = \int_i^f \delta Q = Q$$

Per una **trasformazione ciclica reversibile**, le **aree** incluse nelle curve chiuse rappresentative del ciclo **nei diagrammi p-V e T-S sono uguali**, essendo, per il

1° Principio: $L = Q$

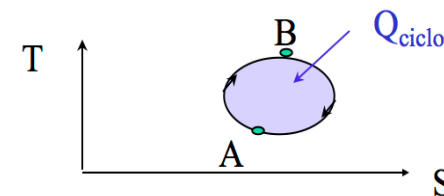
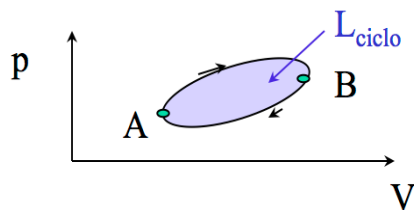


Diagramma T-S

$$Tds = c_x dT$$

Separando le variabili e integrando si ottiene
l'equazione della politropica nel piano T-s

$$\frac{dT}{T} = \frac{ds}{c_x}$$

$$\int_{T_0}^T \frac{dT}{T} = \int_{s_0}^s \frac{ds}{c_x}$$

$$\ln \frac{T}{T_0} = \frac{s - s_0}{c_x}$$

$$T = T_0 \cdot e^{\frac{s - s_0}{c_x}}$$

Diagramma T-S

$$T = T_0 \cdot e^{\frac{s-s_0}{c_x}}$$

Nel piano T-s tutte le politropiche sono rappresentate da esponenziali.

In particolare le **isoterme** avendo $c_x = \infty$ sono **rette orizzontali** e così, per il gas ideale, anche le **isentropiche** dato che $h=h(T)$.

Le **isentropiche** invece sono **rette verticali** visto che $c_x = 0$.

Le **isocore** essendo $c_v < c_p$ sono **più ripide** delle **isobare**.

Trasformazioni termodinamiche sui piani P-v e T-s

Trasformazioni Politropiche di gas ideali: rappresentazione nei piani Pv e Ts

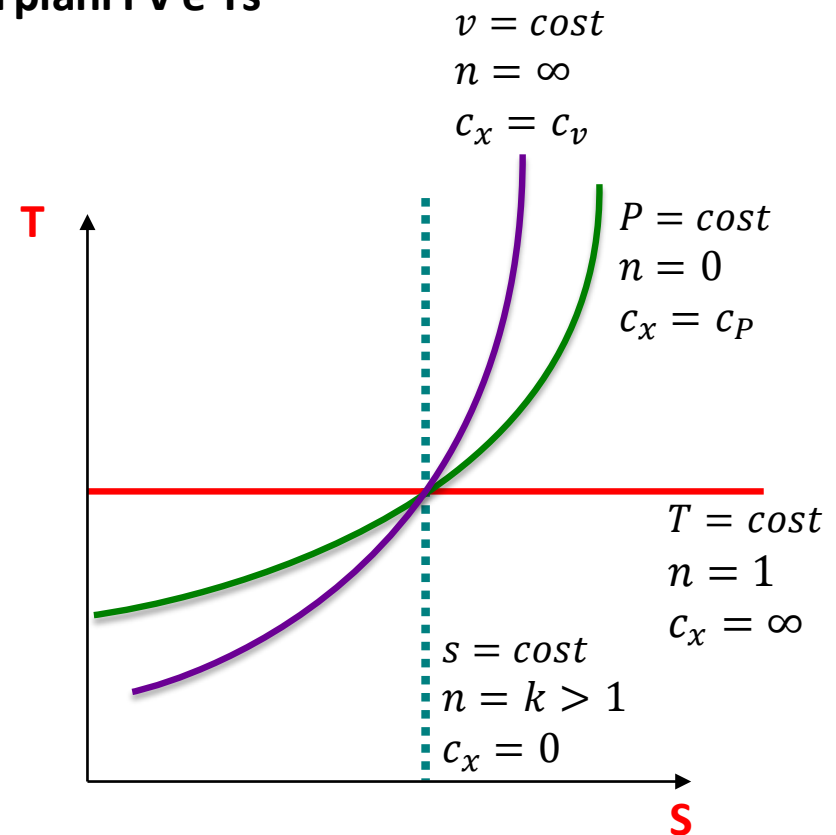
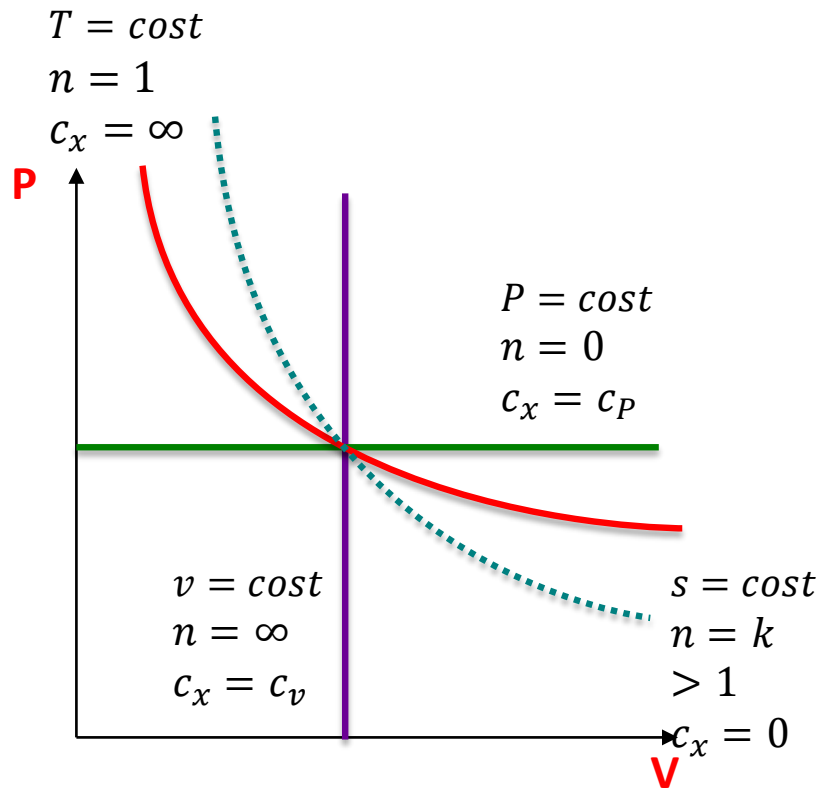


Diagramma T - s

Trasformaz.	Lavoro per unità di massa (l)	Calore per unità di massa (q)	Variazione di en. interna (Δu)	Variazione di entalpia (Δh)
Isobara $P = \text{costante}$	$l^{\rightarrow} = p \cdot \Delta v$	$q^{\leftarrow} = c_p \cdot \Delta T$	$\Delta u = c_v \cdot \Delta T$	$\Delta h = c_p \cdot \Delta T$
Isocora $V = \text{costante}$	$l^{\rightarrow} = 0$	$q^{\leftarrow} = c_v \cdot \Delta T$	$\Delta u = c_v \cdot \Delta T$	$\Delta h = c_p \cdot \Delta T$
Isoterma $T = \text{costante}$	$l^{\rightarrow} = R^* \cdot T \cdot \ln \frac{v_2}{v_1}$ $l^{\rightarrow} = R^* \cdot T \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}$	$q^{\leftarrow} = R^* \cdot T \cdot \ln \frac{v_2}{v_1}$ $q^{\leftarrow} = R^* \cdot T \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}$	$\Delta u = 0$	$\Delta h = 0$
Adiabatica $Q = \text{costante}$	$l^{\rightarrow} = \frac{R^* T_1}{k-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]$ $l^{\rightarrow} = -c_v \cdot \Delta T$	$q^{\leftarrow} = 0$	$\Delta u = c_v \cdot \Delta T$	$\Delta h = c_p \cdot \Delta T$
Generale $c_x = \text{costante}$	$l^{\rightarrow} = (c_x - c_v) \cdot \Delta T$ $l^{\rightarrow} = \frac{R^* T_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]$	$q^{\leftarrow} = c_x \cdot \Delta T$	$\Delta u = c_v \cdot \Delta T$	$\Delta h = c_p \cdot \Delta T$

VALIDE PER I GAS PERFETTI!

Entropia

In un **processo reversibile** si ha:

$$du = Tds - Pdv$$

Ovvero

$$ds = \frac{du}{T} + \frac{P}{T} dv$$

Gas Perfetto

Gas Perfetto:

$$du = c_v dT \quad Pv = R^* T$$

$$ds = c_v \frac{dT}{T} + R^* \frac{dv}{v}$$

oppure:

$$ds = c_p \frac{dT}{T} - R^* \frac{dP}{P}$$

$$ds = c_p \frac{dv}{v} + c_v \frac{dP}{P}$$

Entropia per un gas perfetto

Infatti in un processo reversibile si ha :

$$dh = Tds + v dP$$

Ovvero

$$ds = \frac{dh}{T} - \frac{v}{T} dP$$

Gas perfetto:

$$dh = c_p dT$$

$$Pv = R^* T$$



$$ds = c_p \frac{dT}{T} - R^* \frac{dP}{P}$$

Gas Perfetto

$$ds = c_v \frac{dT}{T} + R^* \frac{dv}{v}$$

$$Pv = R^*T$$

$$Pdv + vdP = R^*dT$$

$$ds = c_v \left(\frac{P}{R^*T} dv + \frac{v}{R^*T} dP \right) + R^* \frac{dv}{v}$$

$$ds = c_v \frac{dv}{v} + c_v \frac{dP}{P} + R^* \frac{dv}{v}$$

$$ds = c_p \frac{dv}{v} + c_v \frac{dP}{P}$$

Gas Perfetto

Integrando...

$$s = s_0 + c_v \ln \frac{T}{T_0} + R^* \ln \frac{v}{v_0}$$

$$s = s_0 + c_p \ln \frac{T}{T_0} - R^* \ln \frac{P}{P_0}$$

$$s = s_0 + c_p \ln \frac{v}{v_0} + c_v \ln \frac{P}{P_0}$$

La variazione di entropia (**funzione di stato**) è indipendente dal cammino che porta il sistema tra lo stato iniziale e lo stato finale.

Liquido incompressibile perfetto

$$du = cdT \qquad v = cost$$

$$ds = c \frac{dT}{T_0}$$

$$s = s_0 + c \cdot \ln \frac{T}{T_0}$$

Diagramma T-s

Trasformaz.	Lavoro per unità di massa (l)	Calore per unità di massa (q)	Variazione di en. interna (Δu)	Variazione di entalpia (Δh)	Variazione di entropia (Δs)
Isobara $P = \text{costante}$	$l^{\rightarrow} = p \cdot \Delta v$	$q^{\leftarrow} = c_p \cdot \Delta T$	$\Delta u = c_v \cdot \Delta T$	$\Delta h = c_p \cdot \Delta T$	$\Delta s = c_p \cdot \ln \frac{T_2}{T_1}$
Isocora $V = \text{costante}$	$l^{\rightarrow} = 0$	$q^{\leftarrow} = c_v \cdot \Delta T$	$\Delta u = c_v \cdot \Delta T$	$\Delta h = c_p \cdot \Delta T$	$\Delta s = c_v \cdot \ln \frac{T_2}{T_1}$
Isoterma $T = \text{costante}$	$l^{\rightarrow} = R^* \cdot T \cdot \ln \frac{v_2}{v_1}$ $l^{\rightarrow} = R^* \cdot T \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}$	$q^{\leftarrow} = R^* \cdot T \cdot \ln \frac{v_2}{v_1}$ $q^{\leftarrow} = R^* \cdot T \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}$	$\Delta u = 0$	$\Delta h = 0$	$\Delta s = R^* \cdot \ln \frac{v_2}{v_1}$ $\Delta s = R^* \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}$
Adiabatica $Q = \text{costante}$	$l^{\rightarrow} = \frac{R^* T_1}{k-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]$ $l^{\rightarrow} = -c_v \cdot \Delta T$	$q^{\leftarrow} = 0$	$\Delta u = c_v \cdot \Delta T$	$\Delta h = c_p \cdot \Delta T$	$\Delta s = 0$
Generale $c_x = \text{costante}$	$l^{\rightarrow} = (c_x - c_v) \cdot \Delta T$ $l^{\rightarrow} = \frac{R^* T_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]$	$q^{\leftarrow} = c_x \cdot \Delta T$	$\Delta u = c_v \cdot \Delta T$	$\Delta h = c_p \cdot \Delta T$	$\Delta s = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R^* \ln \frac{p_2}{p_1}$ $\Delta s = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R^* \ln \frac{v_2}{v_1}$

VALIDE PER I GAS PERFETTI!

Note per lo studente



Note per lo studente

A decorative horizontal bar consisting of many thin, vertical white lines of equal height and width, spaced evenly across the width of the slide.

Note per lo studente

A series of thin, vertical white lines of varying heights, creating a comb-like or barcode-like effect, spanning the width of the slide.

Note per lo studente

A series of thin, light blue vertical lines of uniform height and width, spaced evenly across the width of the slide, creating a comb-like or barcode-like decorative element.