A.A. 2021-2022

Elementi di Elettronica (INF)

Prof. Paolo Crippa

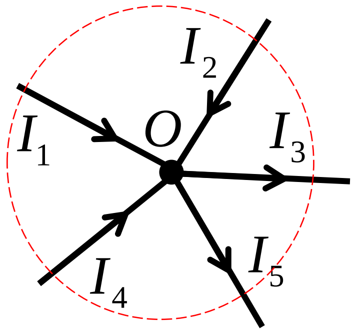
Richiami di Circuiti Lineari

Leggi di Kirchhoff: KVL & KCL

- **Legge di Kirchhoff delle correnti (LKC o KCL)**

Definita una superficie chiusa che contenga un circuito elettrico in regime stazionario, la somma algebrica delle correnti che attraversano una superficie chiusa (con segno diverso se entranti o uscenti) è nulla.

$$\sum_i I_i = 0$$

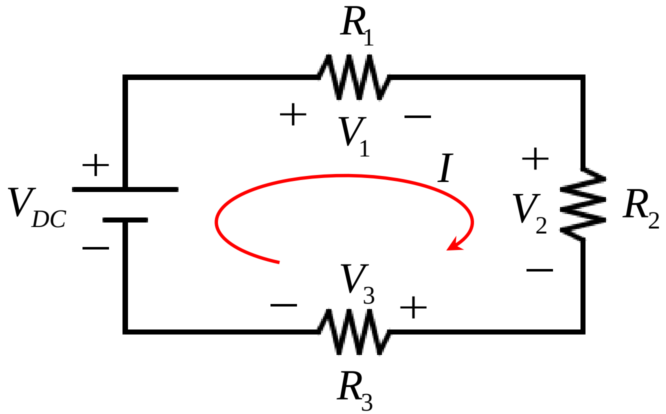


$$I_1 + I_2 - I_3 + I_4 - I_5 = 0$$

- **Legge di Kirchhoff delle tensioni (LKT o KVL)**

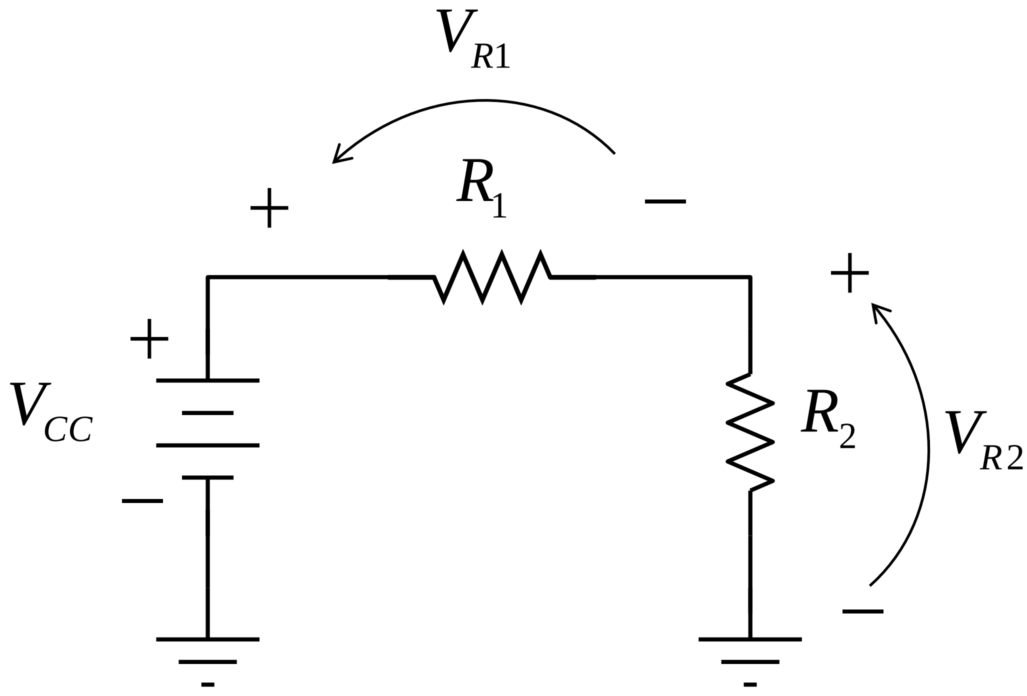
La somma algebrica delle tensioni lungo una linea chiusa o maglia (con il segno assegnato in funzione del verso di percorrenza) è pari a zero.

$$\sum_i V_i = 0$$



$$V_{DC} - V_1 - V_2 - V_3 = 0$$

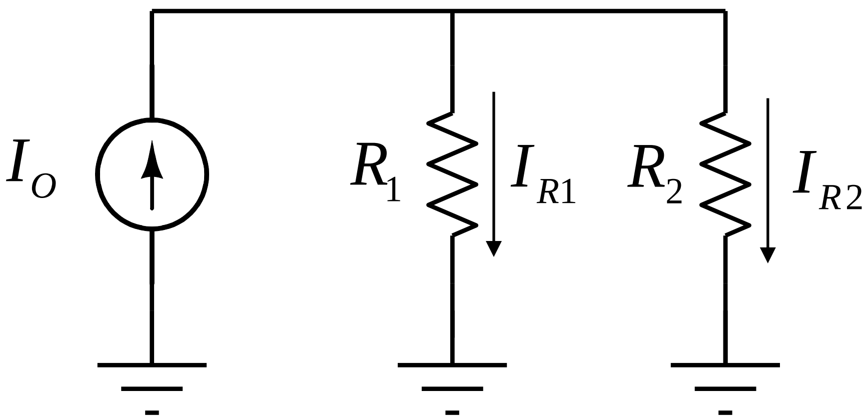
Partitore di Tensione



$$V_{CC} = V_{R1} + V_{R2}$$

$$V_{R1} = V_{CC}\frac{R_1}{R_1 + R_2} \qquad V_{R2} = V_{CC}\frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Partitore di Corrente

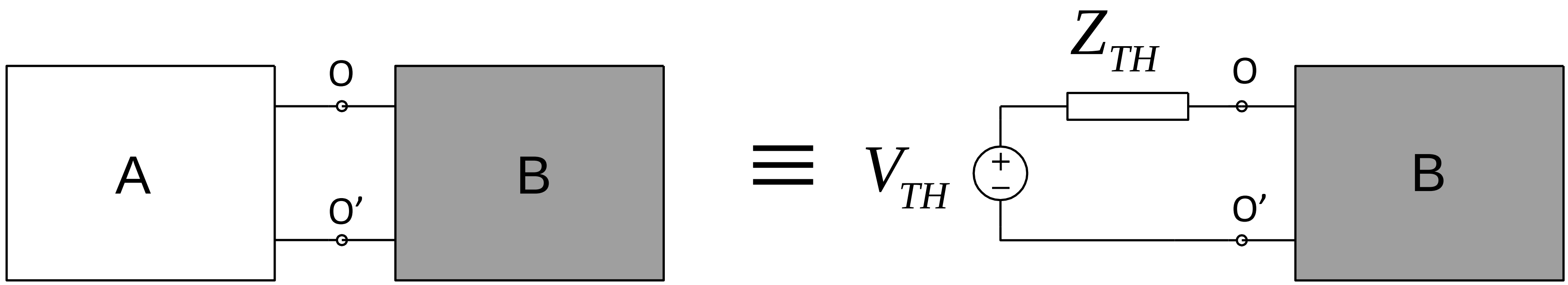


$$I_O = I_{R1} + I_{R2}$$

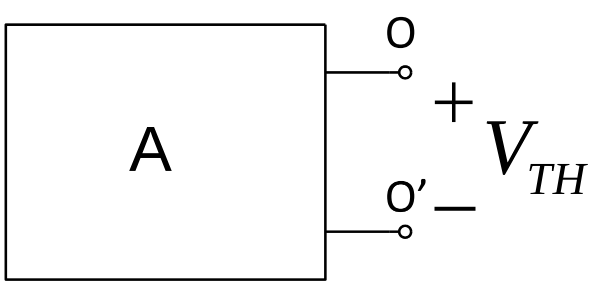
$$I_{R1} = I_O \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

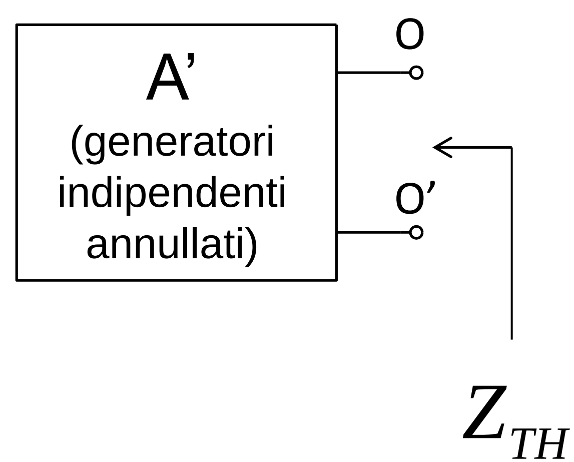
$$I_{R2} = I_O \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Teorema di Thevenin

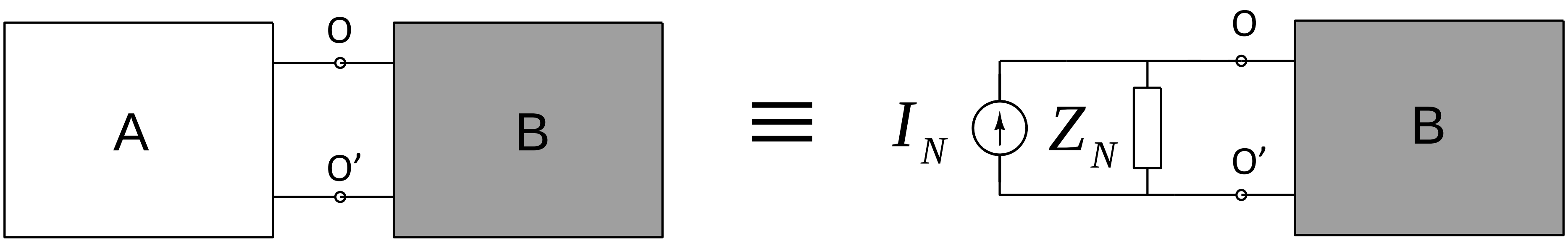


dove:

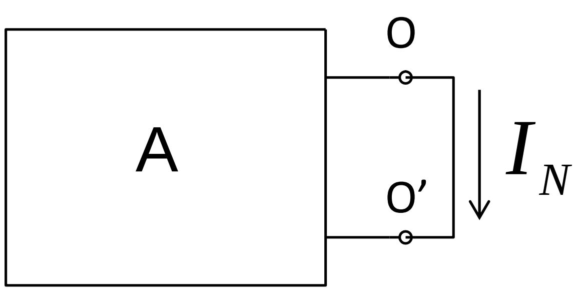


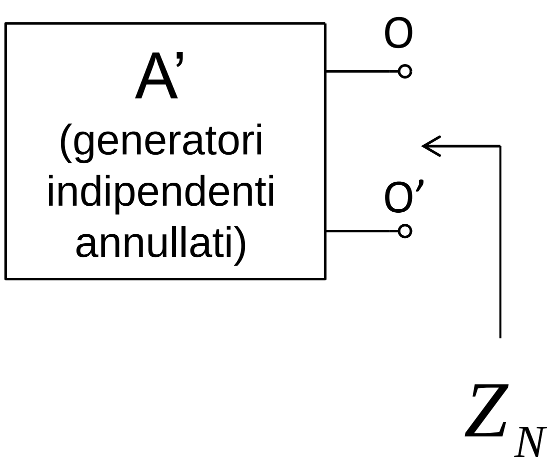


Teorema di Norton



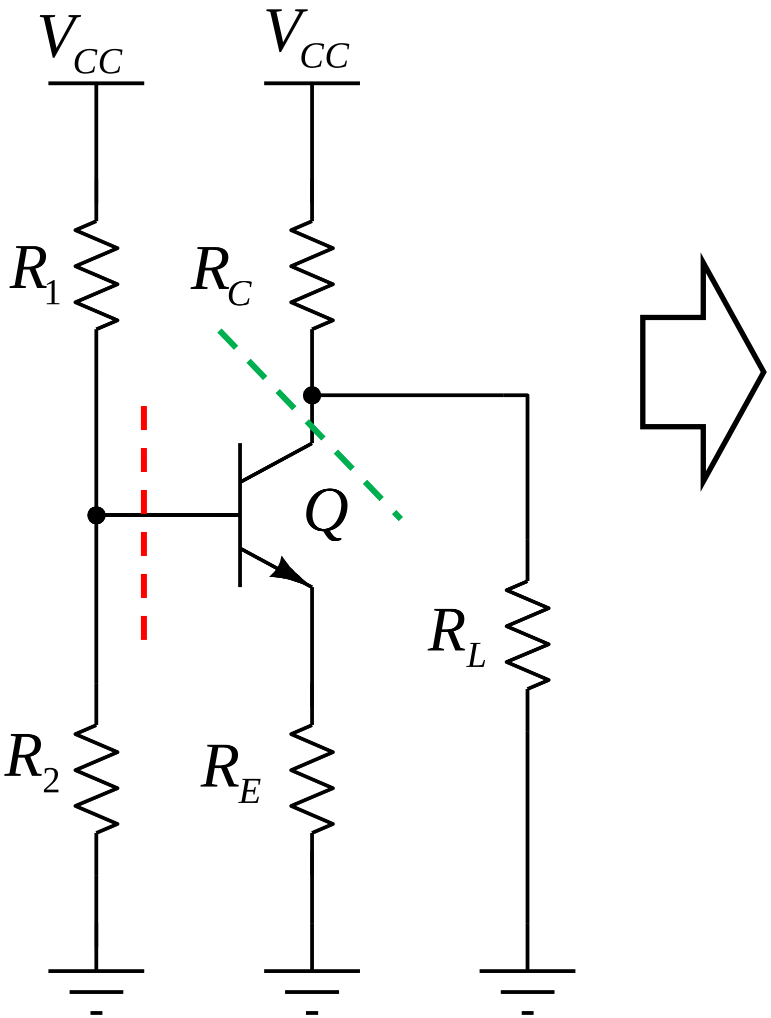
dove:

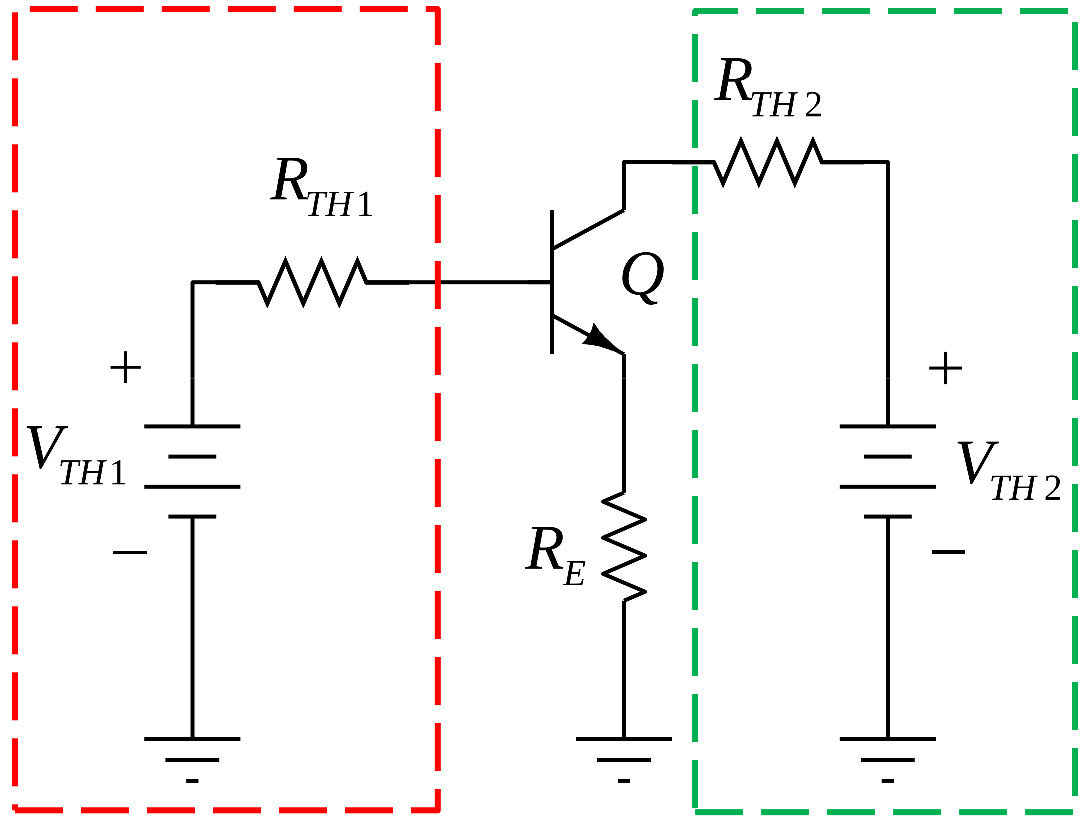




$$I_N = V_{TH} / Z \qquad Z = Z_N = Z_{TH}$$

Teorema di Thevenin: Esempio Applicativo





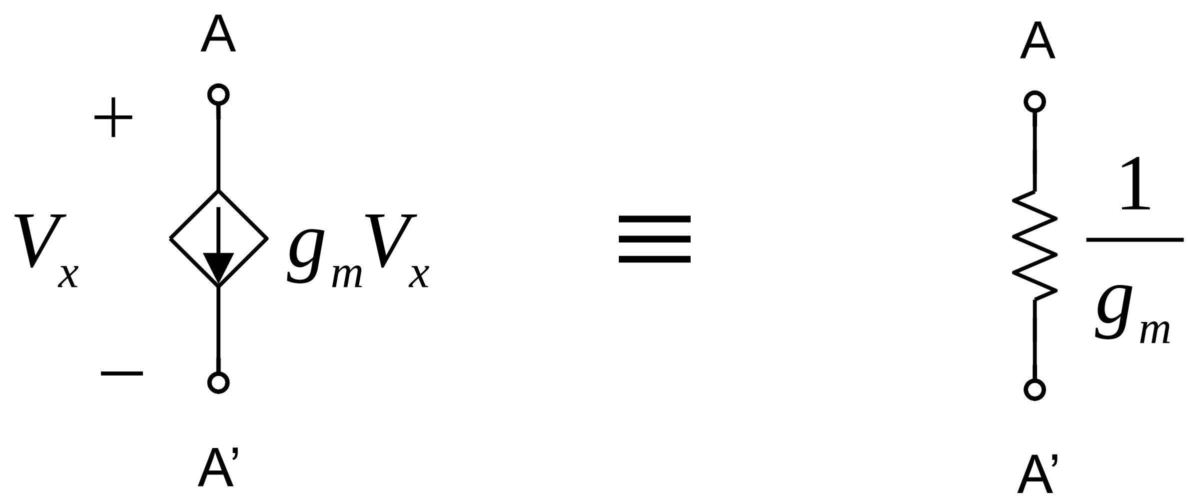
$$V_{TH1} = V_{CC}\frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_{TH1} = R_1 \| R_2$$

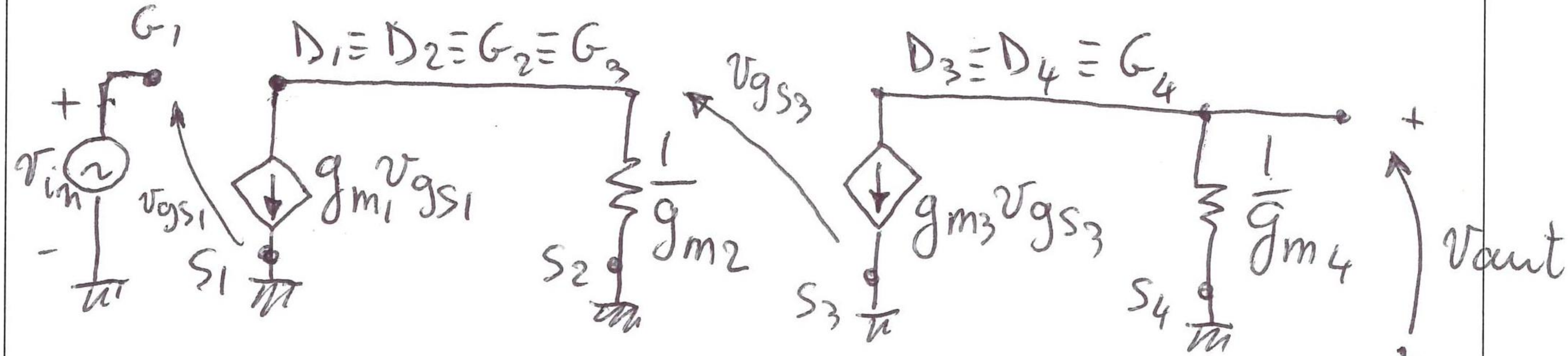
$$V_{TH2} = V_{CC}\frac{R_L}{R_C + R_L}$$

$$R_{TH2} = R_C \| R_L$$

Teorema dell’Assorbimento del Generatore



6. Relativamente all'esercizio precedente, disegnare il circuito equivalente alle variazioni e calcolare sia in forma simbolica che numerica il guadagno di tensione $A_V = v_{out}/v_{in}$



$v_{gs1} = v_{in}$; $v_{gs3} = -g_{m1} v_{gs1} \cdot \frac{1}{g_{m2}}$; $v_{out} = -g_{m3} v_{gs3} \cdot (1/g_{m4})$

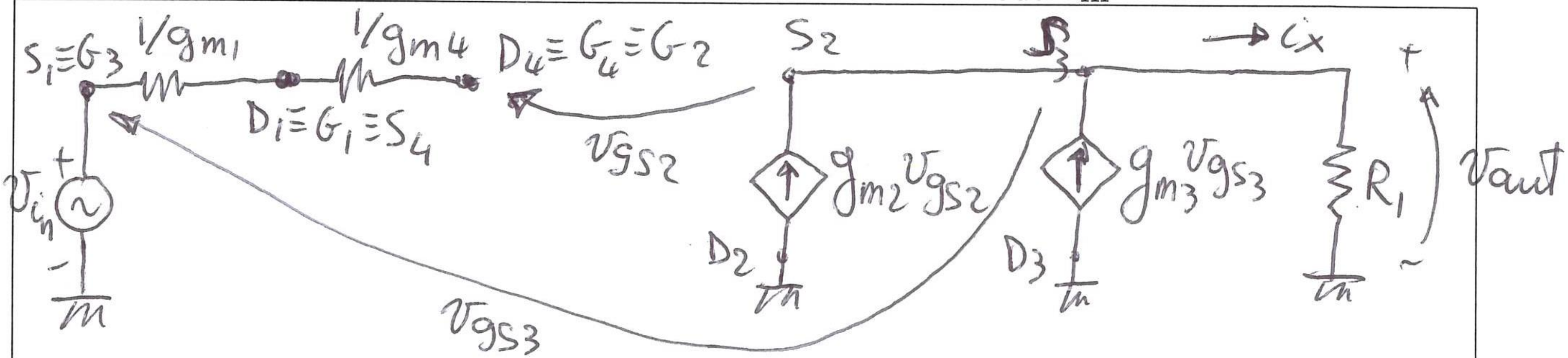
$$v_{out}/v_{in} = \frac{g_{m3} \cdot g_{m1}}{g_{m4} \cdot g_{m2}}$$

$v_{out}/v_{in} =$ + 1.000 V/V

Dal compito del 18/09/2018

Risoluzione di Semplici Circuti Lineari

6. Relativamente all'esercizio precedente, disegnare il circuito equivalente alle variazioni e calcolare sia in forma simbolica che numerica il guadagno di tensione $A_V = v_{\text{out}}/v_{\text{in}}$



$v_{out} = i_x R_1$; $i_x = g_{m2} v_{gs2} + g_{m3} v_{gs3}$; $v_{gs2} = v_{in} - v_{out}$;

$v_{gs3} = v_{in} - v_{out}$; $v_{out} = [g_{m2}(v_{in} - v_{out}) + g_{m3}(v_{in} - v_{out})] R_1$

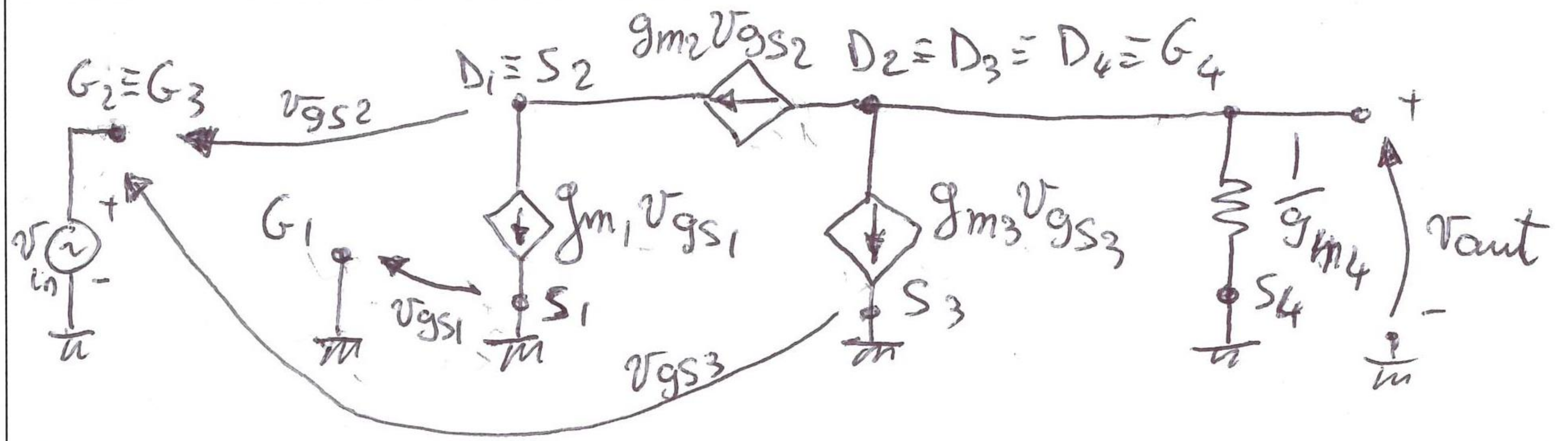
$$v_{\text{out}}/v_{\text{in}} = \frac{g_{m2} + g_{m3}}{1/R_1 + g_{m2} + g_{m3}}$$

$v_{\text{out}}/v_{\text{in}} =$ + 0.800 V/V

Dal compito del 10/07/2018

Risoluzione di Semplici Circuti Lineari

6. Relativamente all'esercizio precedente, disegnare il circuito equivalente alle variazioni e calcolare sia in forma simbolica che numerica il guadagno di tensione $A_V = v_{\mathrm{out}}/v_{\mathrm{in}}$



$v_{gs_1}=0$; $g_{m_1}v_{gs_1}=g_{m_2}v_{gs_2} \Rightarrow v_{gs_2}=0$; $v_{gs_3}=v_{in}$; $v_{out}=-g_{m_3}v_{gs_3}\dfrac{1}{g_{m_4}}$

$v_{\mathrm{out}}/v_{\mathrm{in}} = -g_{m_3}/g_{m_4}$

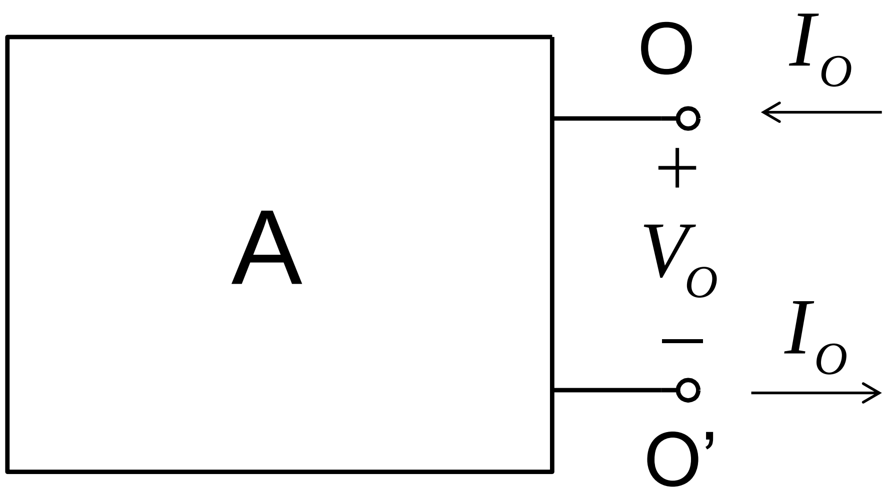
$v_{\mathrm{out}}/v_{\mathrm{in}} =$ − 0.632 V/V

Dal compito del 12/06/2018

Reti 2 Porte

- Definizione
- Parametri di ammettenza
- Parametri di impedenza
- Parametri ibridi
- Parametri ibridi inversi
- Circuiti Equivalenti
- Parametri di trasmissione
- Parametri di trasmissione inversa
- Interconnessione di quadrupoli: in serie, in parallelo, in cascata

Rete monoporta o bipolo:



Una porta è costituita da una coppia di terminali dai quali entra ed esce la stessa corrente

Reti 2 Porte

- Una rete due porte può essere trattata come una scatola nera, purché si conoscano le relazioni fra le grandezze (tensioni e correnti) ai suoi terminali.

- In altre parole, non è necessario conoscere la struttura interna del circuito che costituisce la rete, purché siano noti i legami fra le varie grandezze accessibili alle due porte.

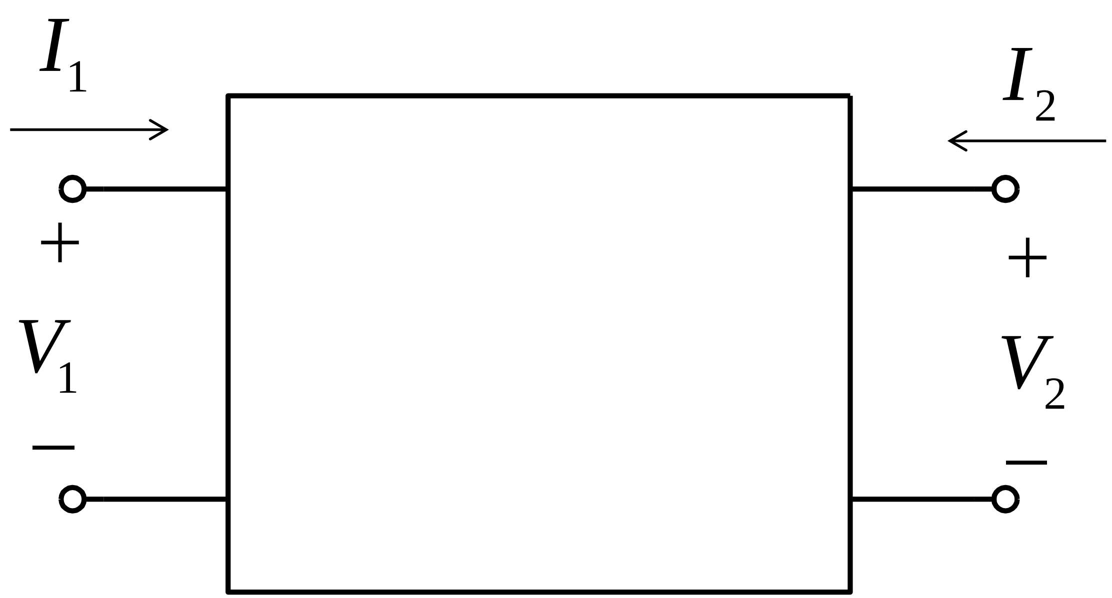
Reti 2 Porte

- Il legame fra tensioni e correnti viene solitamente rappresentato attraverso matrici che coinvolgono diversi tipi di parametri:

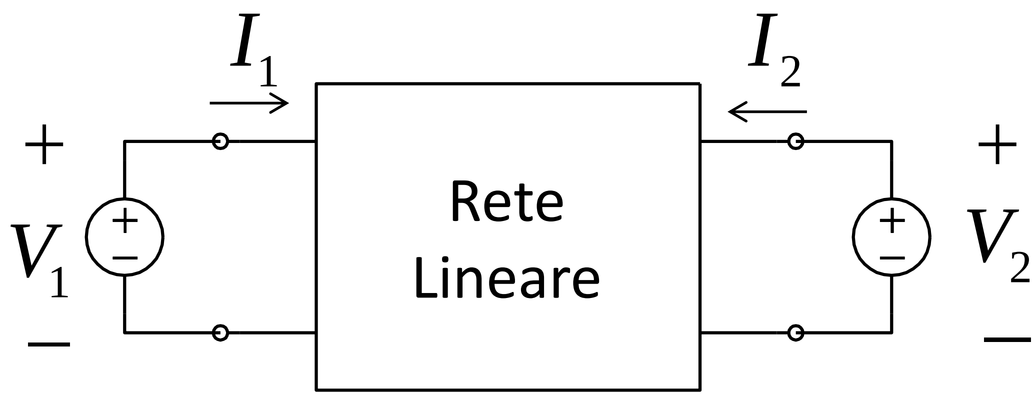
- parametri di ammettenza
- parametri di impedenza
- parametri ibridi
- parametri ibridi inversi
- parametri di trasmissione

Reti 2 Porte

Consideriamo una rete a 2 porte, detta anche doppio bipolo o quadrupolo:



Parametri di Ammettenza



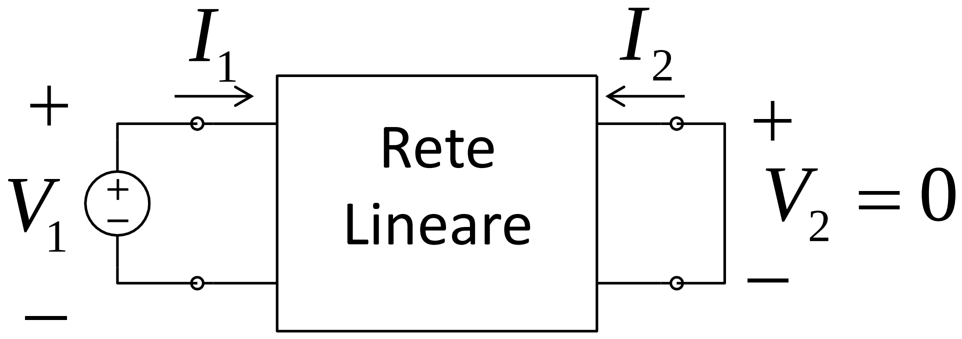
$$\begin{cases} I_1 = y_{11}V_1 + y_{12}V_2 \\ I_2 = y_{21}V_1 + y_{22}V_2 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \mathbf{Y} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

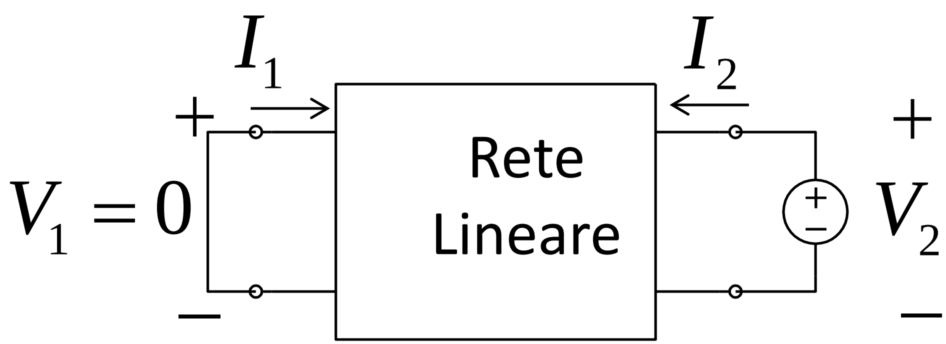
I coefficienti della matrice **Y** sono detti parametri di ammettenza o parametri *y* e sono espressi in Siemens.

Parametri di Ammettenza

I valori dei parametri di ammettenza si ricavano considerando **V**1=0 oppure **V**2=0.

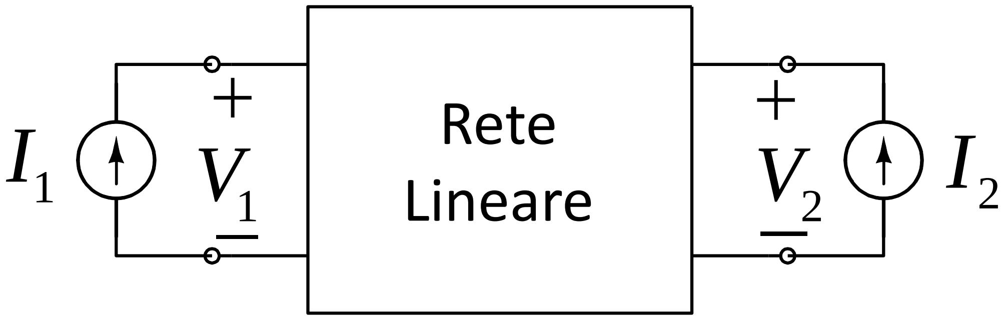


$$y_{11} = \left.\frac{I_1}{V_1}\right|_{V_2=0} \qquad y_{21} = \left.\frac{I_2}{V_1}\right|_{V_2=0}$$



$$y_{12} = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{V_1=0} \qquad y_{22} = \left.\frac{I_2}{V_2}\right|_{V_1=0}$$

Parametri di Impedenza



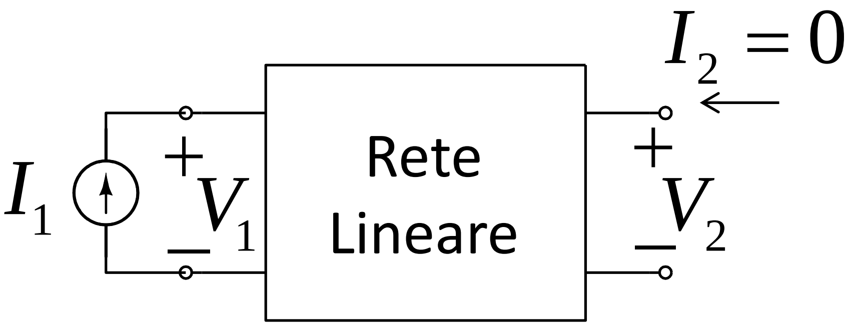
$$\begin{cases} V_1 = z_{11} I_1 + z_{12} I_2 \\ V_2 = z_{21} I_1 + z_{22} I_2 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \mathbf{Z} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

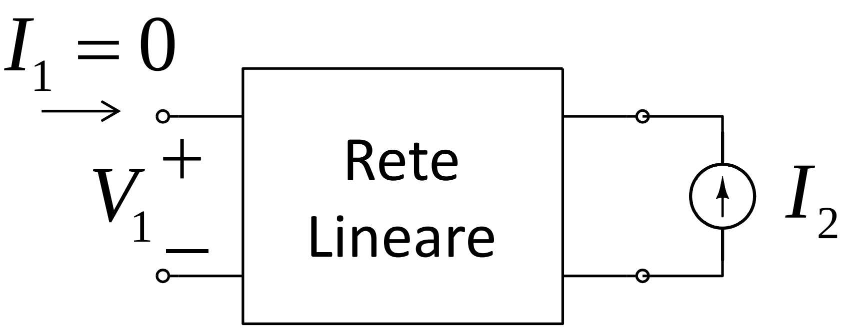
I coefficienti della matrice **Z** sono detti parametri d’impedenza o parametri *z* e sono espressi in Ohm.

Parametri di Impedenza

I valori dei parametri d'impedenza si ricavano considerando **I**$_1$=0 oppure **I**$_2$=0.

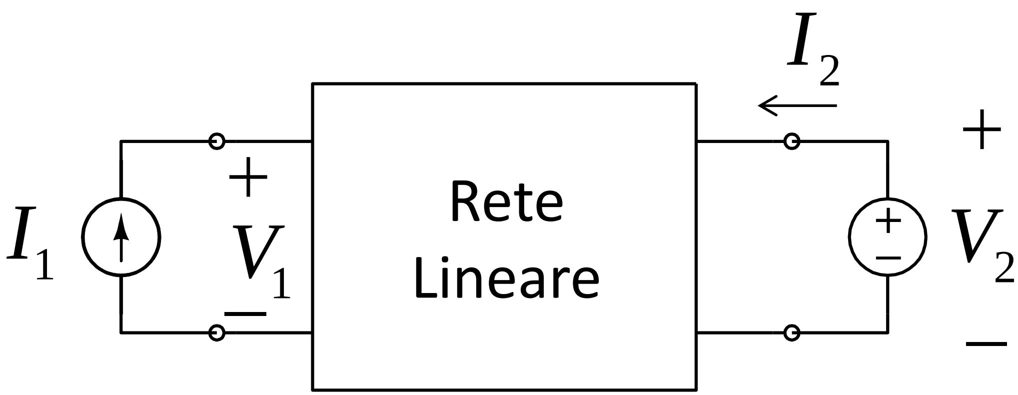


$$z_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{I_2=0} \qquad z_{21} = \left.\frac{V_2}{I_1}\right|_{I_2=0}$$



$$z_{12} = \left.\frac{V_1}{I_2}\right|_{I_1=0} \qquad z_{22} = \left.\frac{V_2}{I_2}\right|_{I_1=0}$$

Parametri Ibridi



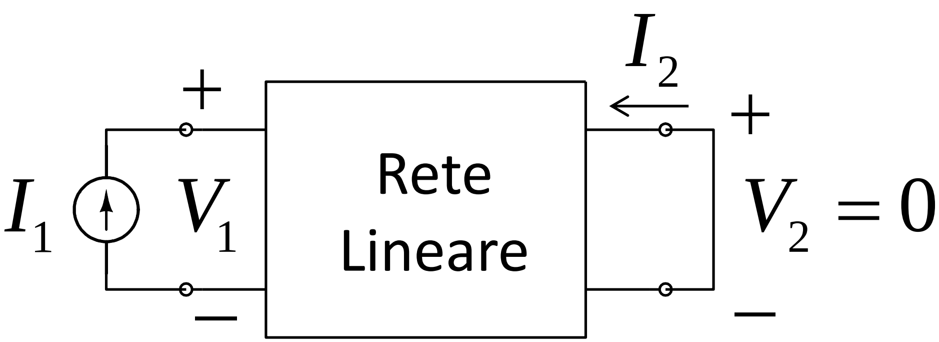
$$\begin{cases} V_1 = h_{11} I_1 + h_{12} V_2 \\ I_2 = h_{21} I_1 + h_{22} V_2 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \mathbf{H} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

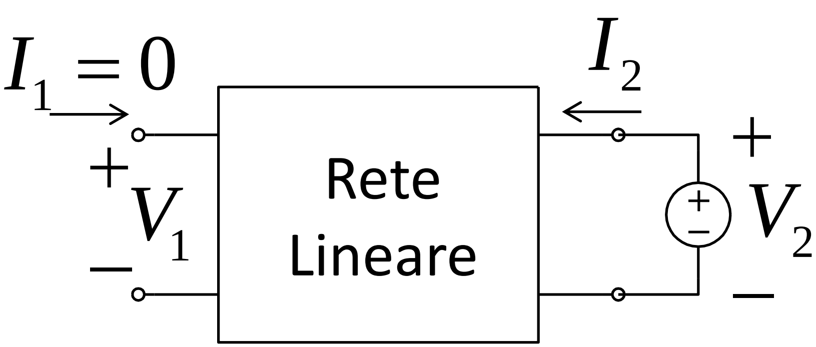
I coefficienti della matrice **H** sono detti parametri ibridi o parametri *h*.

Parametri Ibridi

I valori dei parametri ibridi si ricavano considerando **I**$_1$=0 oppure **V**$_2$=0.

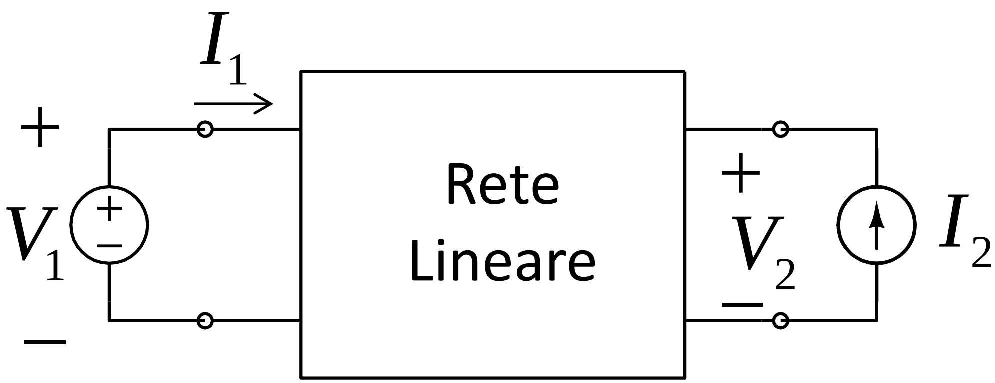


$$h_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{V_2=0} \qquad h_{21} = \left.\frac{I_2}{I_1}\right|_{V_2=0}$$



$$h_{12} = \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{I_1=0} \qquad h_{22} = \left.\frac{I_2}{V_2}\right|_{I_1=0}$$

Parametri Ibridi Inversi



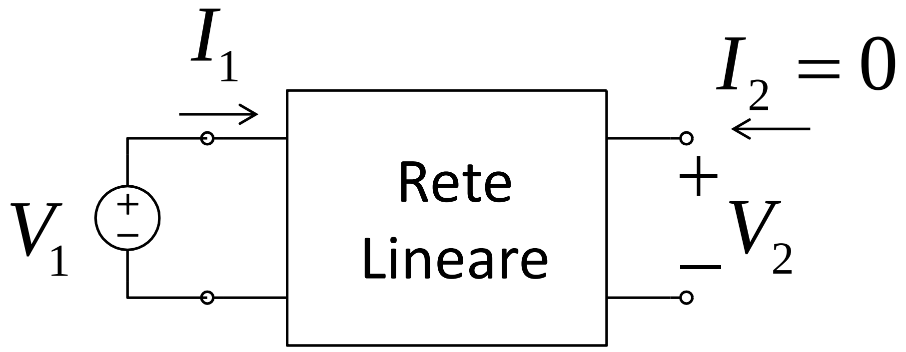
$$\begin{cases} I_1 = g_{11}V_1 + g_{12}I_2 \\ V_2 = g_{21}V_1 + g_{22}I_2 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \mathbf{G} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

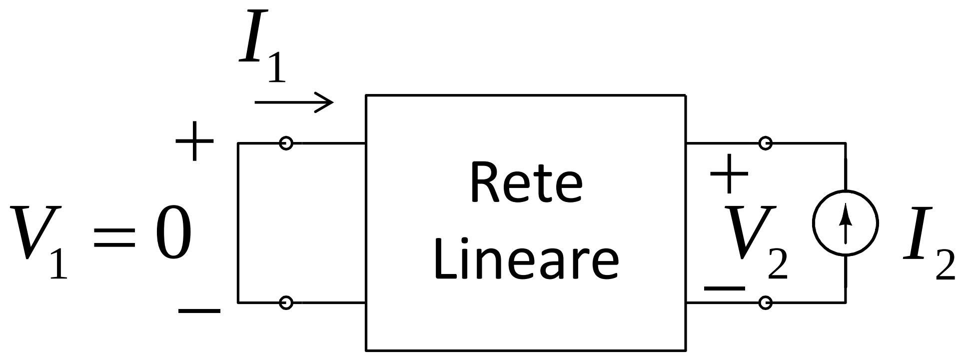
I coefficienti della matrice **G** sono detti parametri ibridi inversi o parametri *g*.

Parametri Ibridi Inversi

I valori dei parametri ibridi inversi si ricavano considerando **V**1=0 oppure **I**2=0.

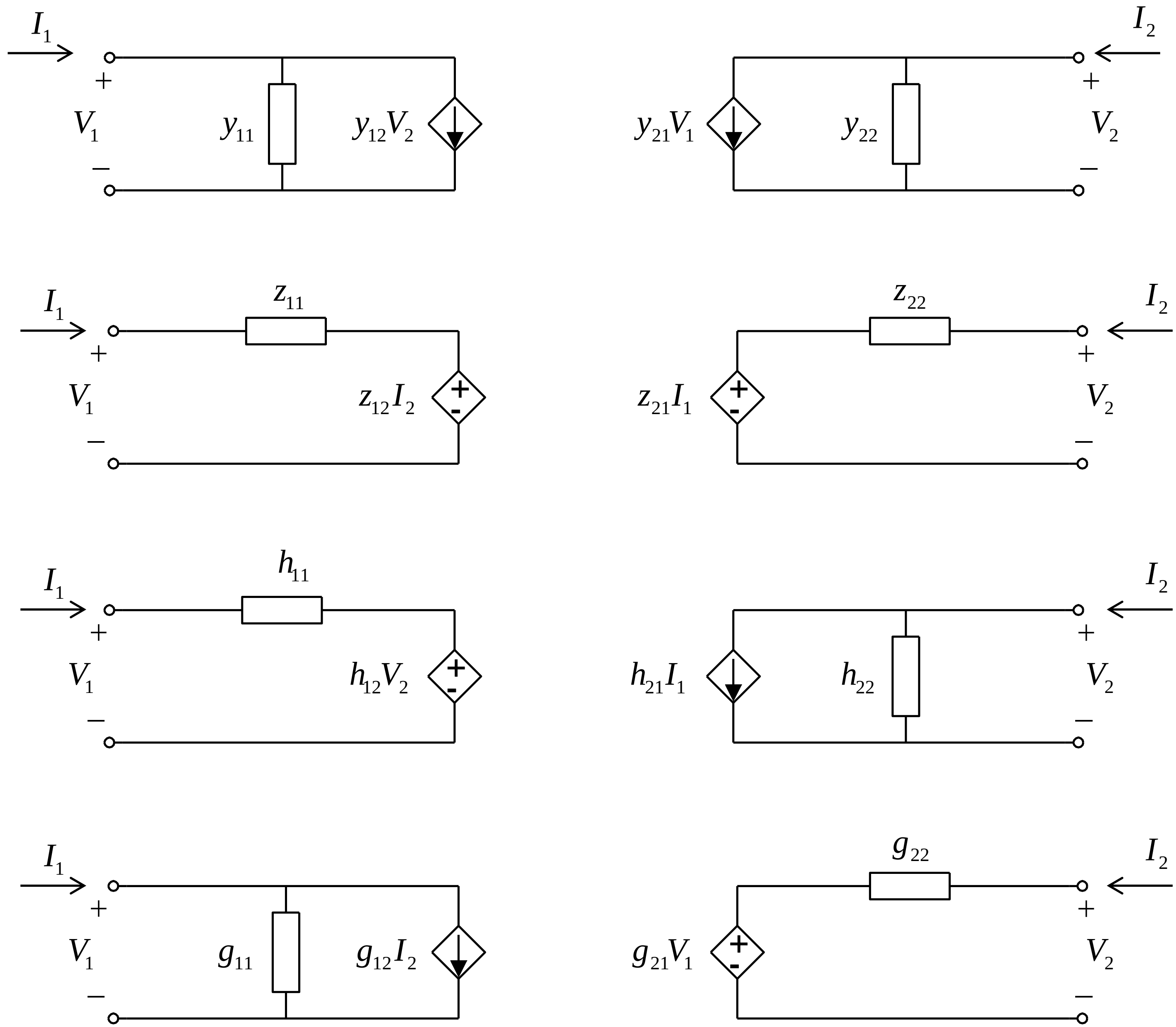


$$g_{11} = \left.\frac{I_1}{V_1}\right|_{I_2=0} \qquad g_{21} = \left.\frac{V_2}{V_1}\right|_{I_2=0}$$

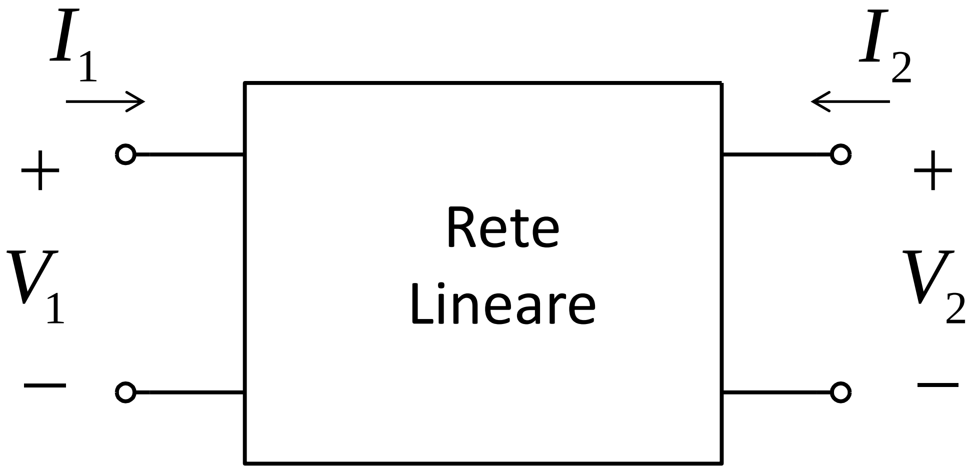


$$g_{12} = \left.\frac{I_1}{I_2}\right|_{V_1=0} \qquad g_{22} = \left.\frac{V_2}{I_2}\right|_{V_1=0}$$

Reti 2 Porte: Circuiti Equivalenti



Parametri di Trasmissione



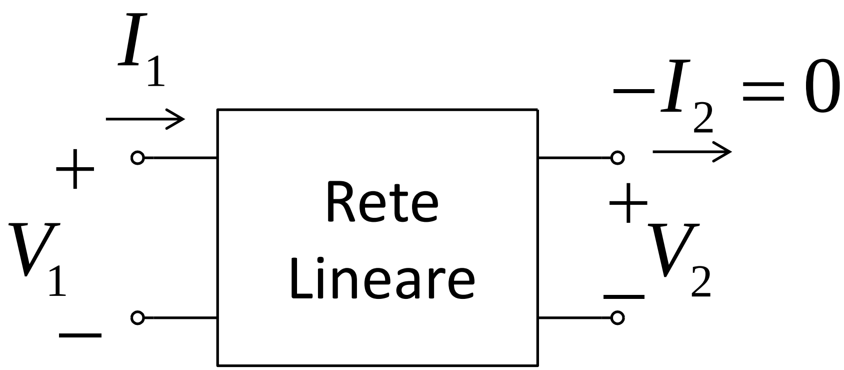
$$\begin{cases} V_1 = t_{11}V_2 - t_{12}I_2 \\ I_1 = t_{21}V_2 - t_{22}I_2 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

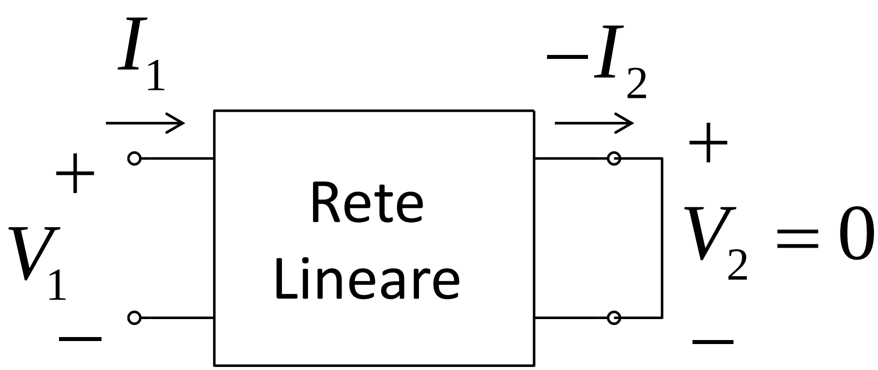
I coefficienti della matrice **T** sono detti parametri di trasmissione o parametri *ABCD*.

Parametri di Trasmissione

I valori dei parametri di trasmissione si ricavano considerando **V**2=0 oppure -**I**2=0.

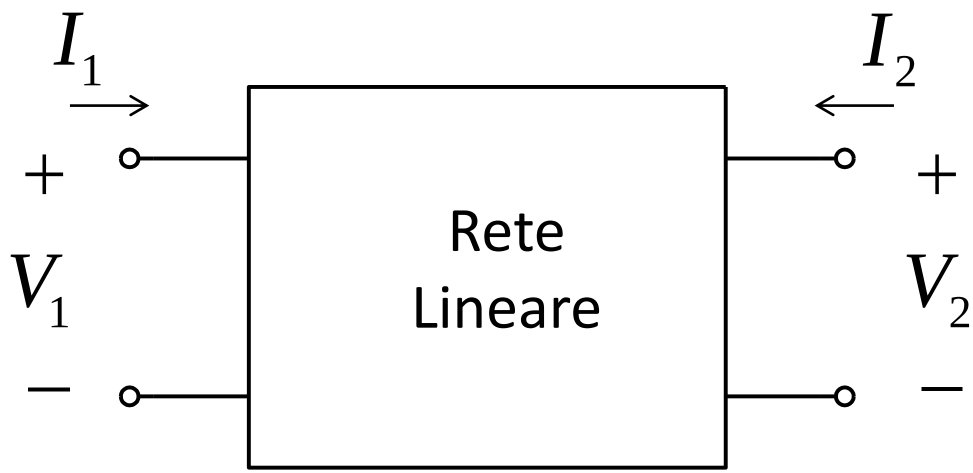


$$t_{11} = \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{-I_2=0} \qquad t_{21} = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{-I_2=0}$$



$$t_{12} = \left.\frac{V_1}{-I_2}\right|_{V_2=0} \qquad t_{22} = \left.\frac{I_1}{-I_2}\right|_{V_2=0}$$

Parametri di Trasmissione Inversi



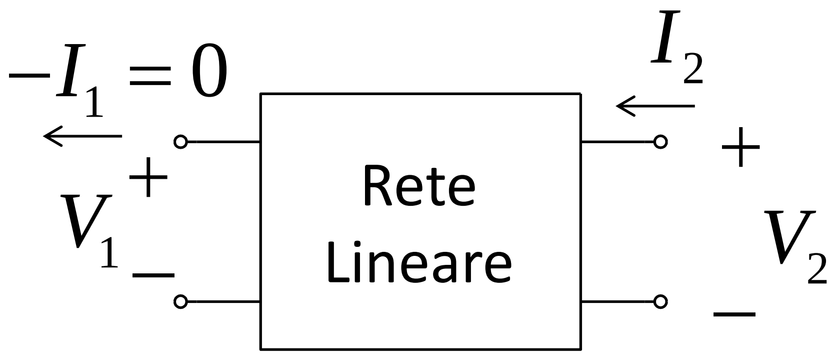
$$\begin{cases} V_2 = t'_{11} V_1 - t'_{12} I_1 \\ I_2 = t'_{21} V_1 - t'_{22} I_1 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t'_{11} & t'_{12} \\ t'_{21} & t'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ -I_1 \end{bmatrix} = \mathbf{T}' \begin{bmatrix} V_1 \\ -I_1 \end{bmatrix}$$

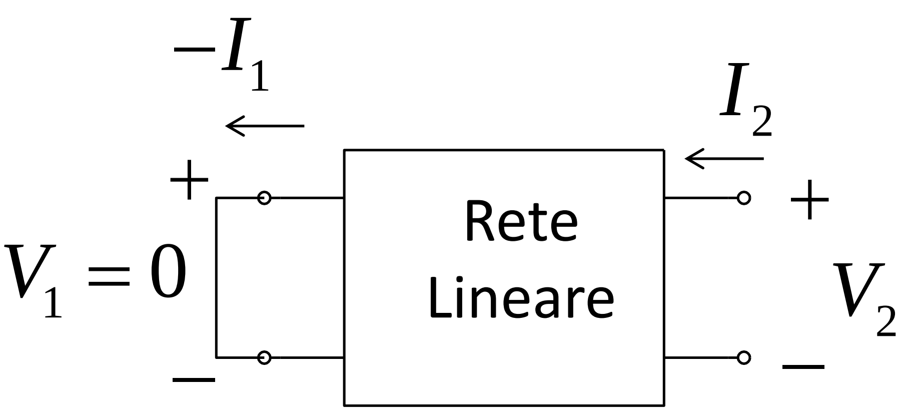
I coefficienti della matrice **T’** sono detti parametri di trasmissione inversi.

Parametri di Trasmissione Inversi

I valori dei parametri di trasmissione inversa si ricavano considerando $\mathbf{V}_1=0$ oppure $-\mathbf{I}_1=0$.

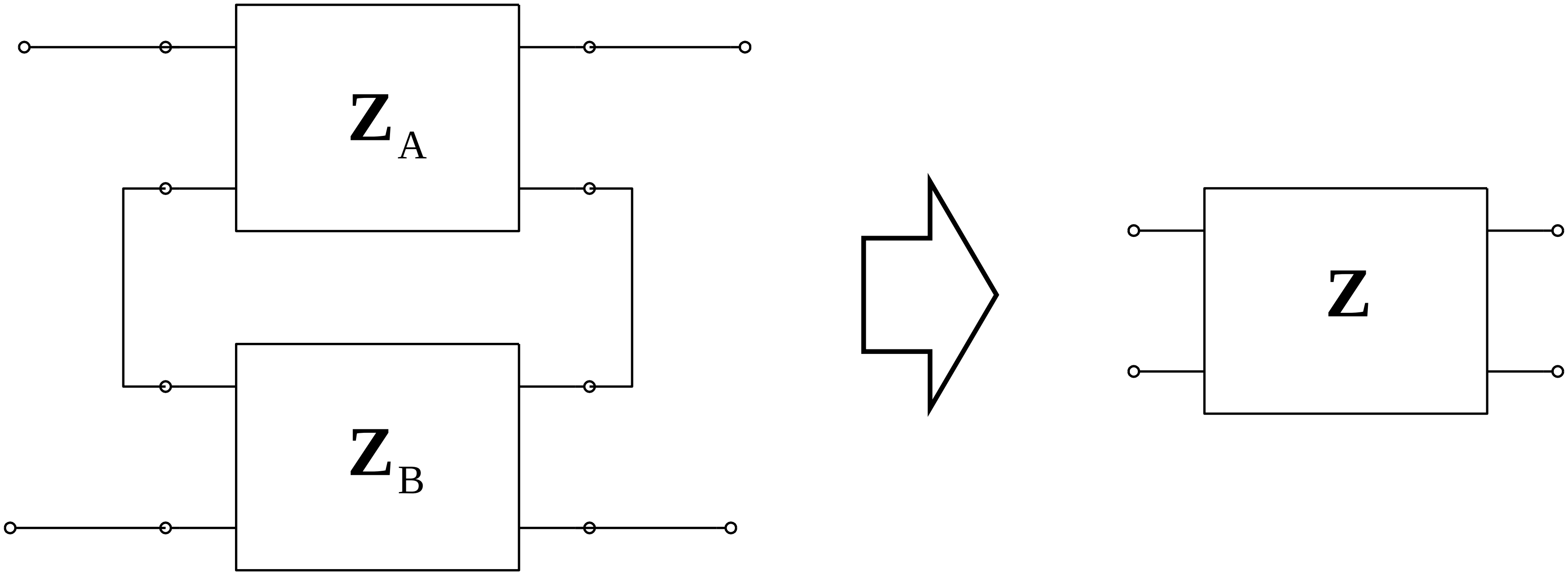


$$t'_{11} = \left.\frac{V_2}{V_1}\right|_{-I_1=0} \qquad t'_{21} = \left.\frac{I_2}{V_1}\right|_{-I_1=0}$$



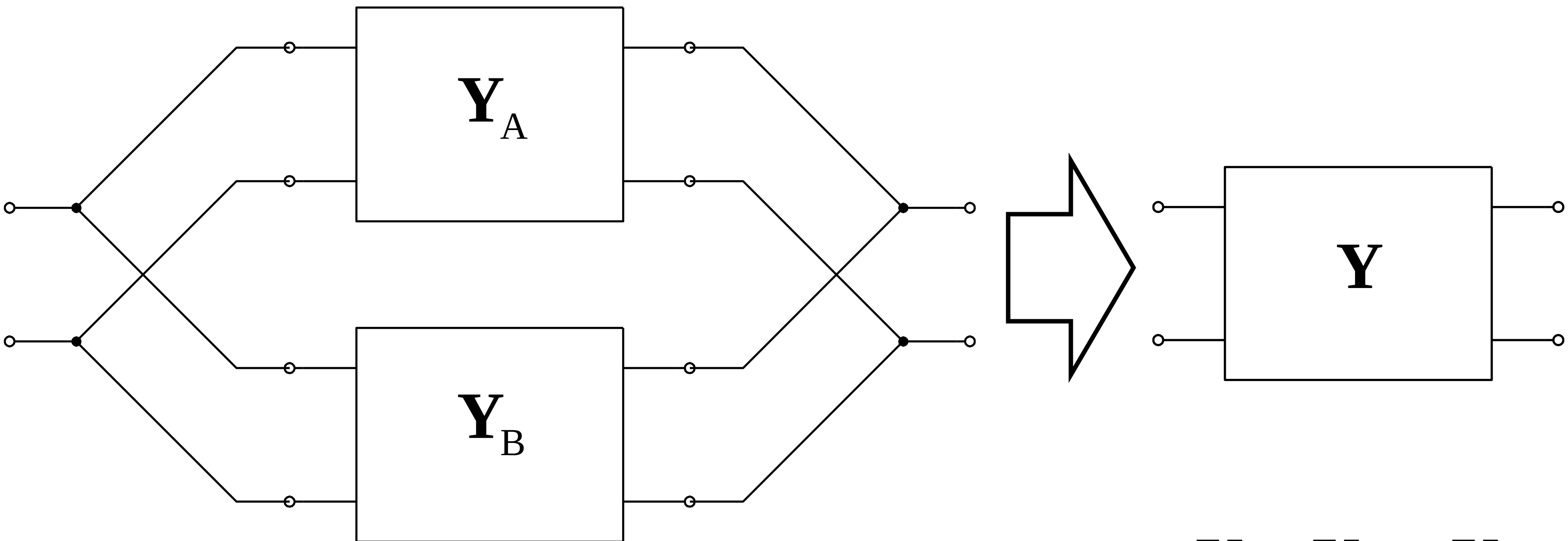
$$t'_{12} = \left.\frac{V_2}{-I_1}\right|_{V_1=0} \qquad t'_{22} = \left.\frac{I_2}{-I_1}\right|_{V_1=0}$$

Interconnessione di Quadrupoli: Serie - Serie



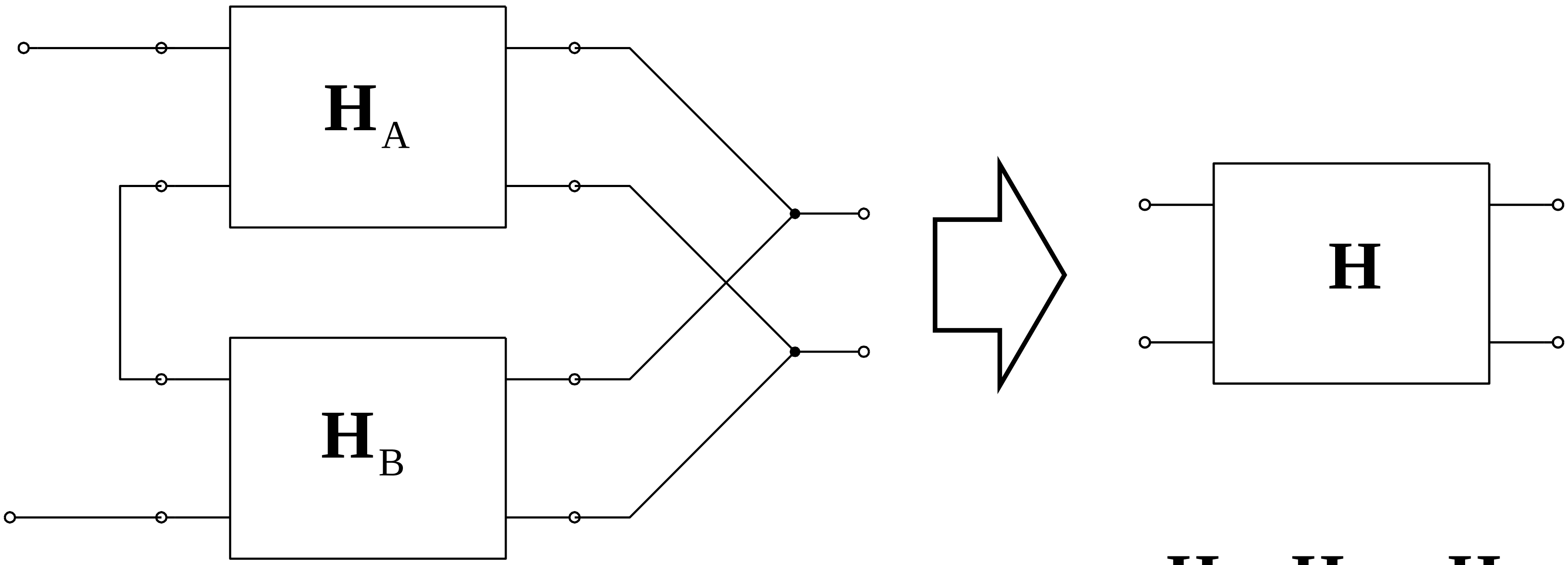
$$\mathbf{Z} = \mathbf{Z}_A + \mathbf{Z}_B$$

Interconnessione di Quadrupoli: Parallelo - Parallelo



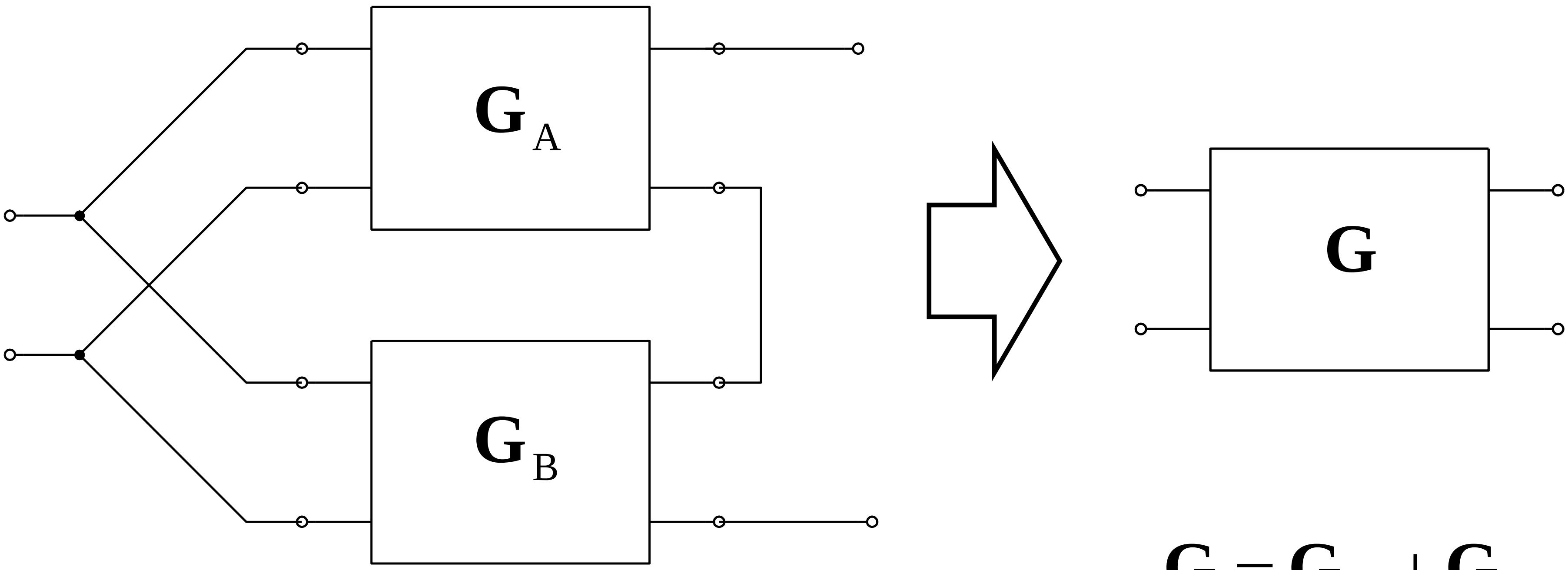
$$\mathbf{Y} = \mathbf{Y}_A + \mathbf{Y}_B$$

Interconnessione di Quadrupoli: Serie - Parallelo



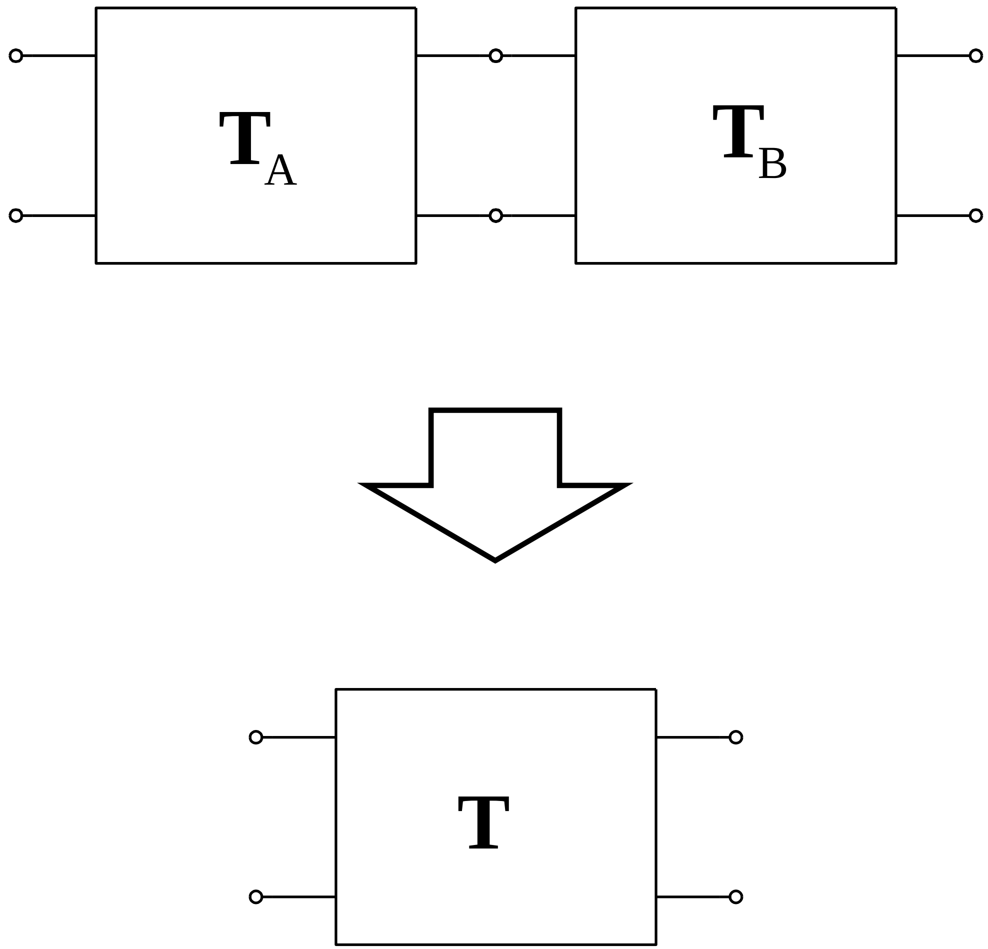
$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_A + \mathbf{H}_B$$

Interconnessione di Quadrupoli: Parallelo - Serie



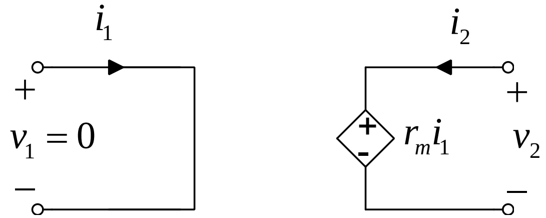
$$\mathbf{G} = \mathbf{G}_A + \mathbf{G}_B$$

Interconnessione di Quadrupoli: in Cascata



$$\mathbf{T} = \mathbf{T}_A \cdot \mathbf{T}_B$$

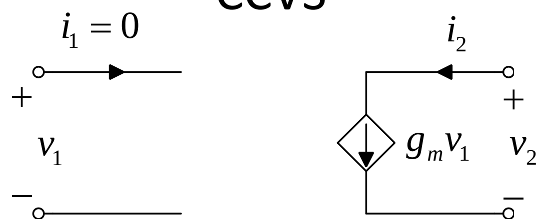
Gli Amplificatori



CCVS

$$\begin{cases} v_1 = 0 \\ v_2 = r_m \, i_1 \end{cases}$$

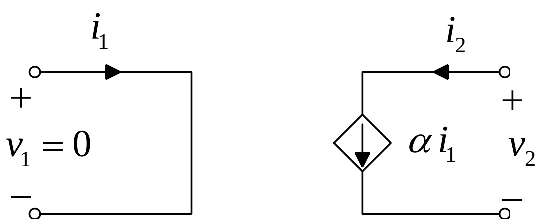
Current-Controlled Voltage Source
Generatore di Tensione Controllato in Corrente



VCCS

$$\begin{cases} i_1 = 0 \\ i_2 = g_m \, v_1 \end{cases}$$

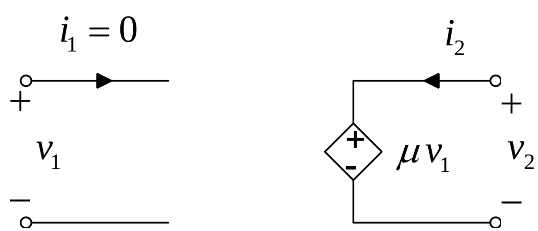
Voltage-Controlled Current Source
Generatore di Corrente Controllato in Tensione



CCCS

$$\begin{cases} v_1 = 0 \\ i_2 = \alpha \, i_1 \end{cases}$$

Current-Controlled Current Source
Generatore di Corrente Controllato in Corrente



VCVS

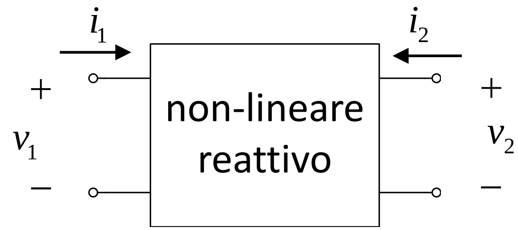
$$\begin{cases} i_1 = 0 \\ v_2 = \mu v_1 \end{cases}$$

Voltage -Controlled Voltage Source
Generatore di Tensione Controllato in Tensione

Un circuito amplificatore approssima il comportamento di uno dei 4 elementi ideali 2-porte

Gli Amplificatori

In generale:



Ipotesi semplificative

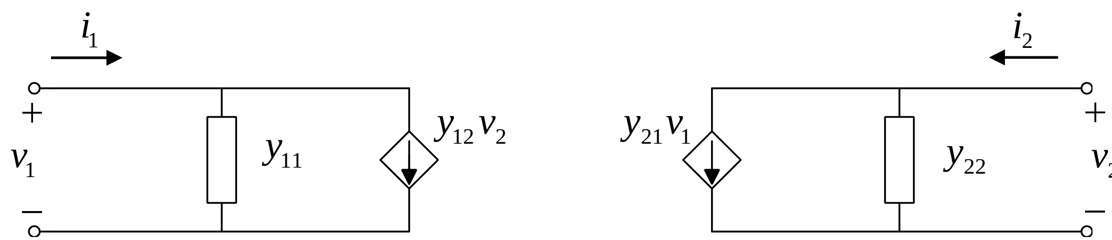
1) Effetti reattivi trascurabili (comportamento in DC)

$$\begin{cases} i_1 = f_1(v_1, v_2) \\ i_2 = f_2(v_1, v_2) \end{cases}$$

2-porte non-lineare

2) Linearità (comportamento in AC)

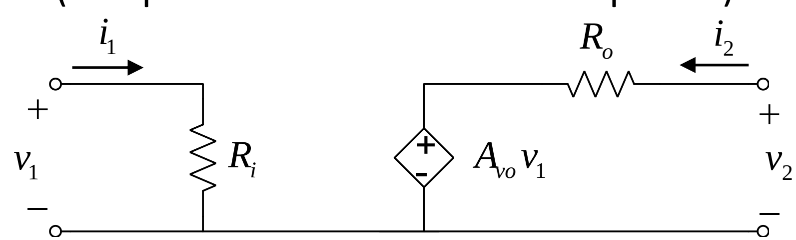
$$\begin{cases} i_1 = y_{11}v_1 + y_{12}v_2 \\ i_2 = y_{12}v_1 + y_{22}v_2 \end{cases}$$



3) Unidirezionalità

$$y_{12} \simeq 0$$

4) Linearità, effetti reattivi trascurabili, unidirezionalità (comportamento alle medie frequenze)



Gli Amplificatori

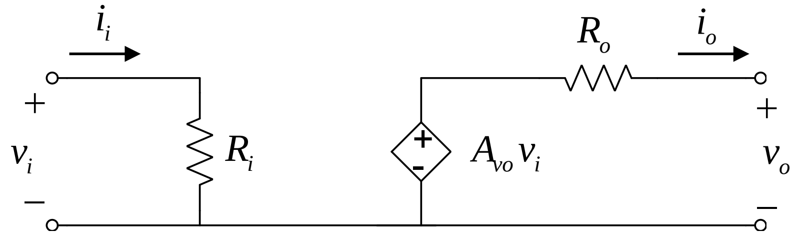
$$\begin{cases} i_1 \simeq g_{11} v_1 \\ i_2 \simeq g_{21} v_1 + g_{22} v_2 \end{cases}$$

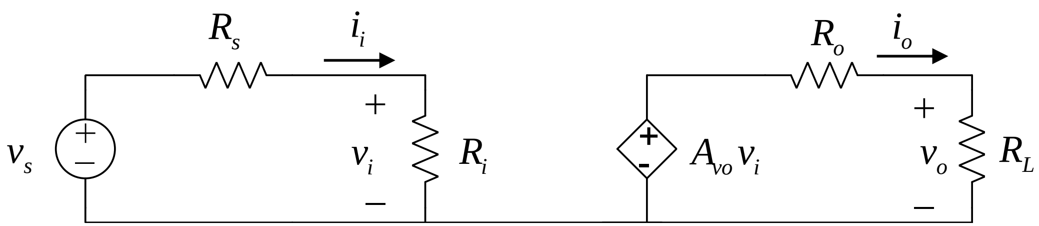
$$R_i = 1/g_{11}$$ Resistenza di ingresso

$$i_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad A_{vo} = \frac{v_2}{v_1} = -\frac{g_{21}}{g_{22}}$$ Guadagno di tensione a vuoto

$$v_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad R_o = \frac{v_2}{i_2} = \frac{1}{g_{22}}$$ Resistenza di uscita

1 - Amplificatore di Tensione





$$v_o = A_{vo} v_i \frac{R_L}{R_o + R_L} \qquad A'_v = \frac{v_o}{v_i} = A_{vo} \frac{R_L}{R_o + R_L}$$

A_{vo} Guadagno di tensione a circuito aperto

Gli Amplificatori

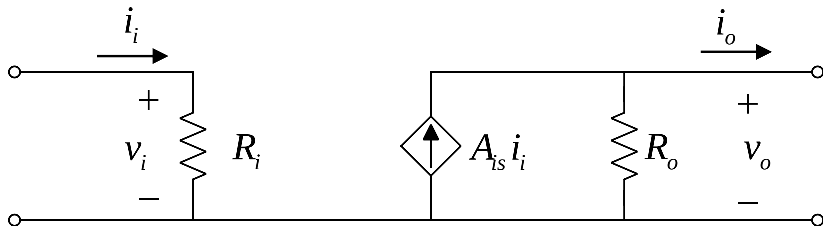
$$v_i = v_s \frac{R_i}{R_i + R_s}$$

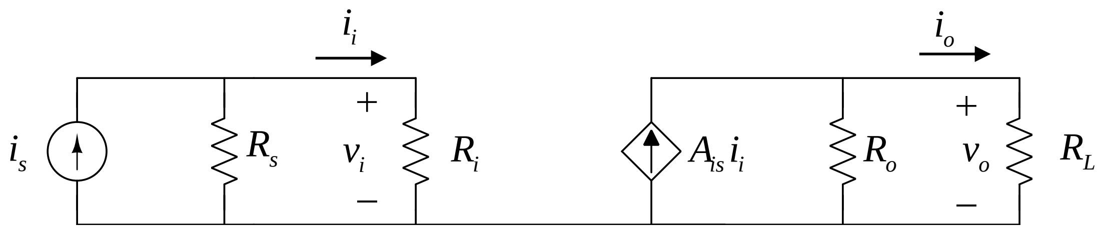
$$A_v = \frac{v_o}{v_s} = \frac{v_o}{v_i}\frac{v_i}{v_s} = \frac{R_i}{R_i + R_s} A_{vo} \frac{R_L}{R_o + R_L}$$

Amplificatore ideale di tensione $\begin{cases} R_i \to \infty \\ R_o \to 0 \end{cases}$ $A_v \to A_{vo}$

Consente di mantenere pressoché invariato il guadagno $A_v \simeq A_{vo}$ al variare di R_s e R_L.

2 - Amplificatore di Corrente





$$i_o = A_{is} i_i \frac{R_o}{R_o + R_L}$$ $$A_i' = \frac{i_o}{i_i} = A_{is} \frac{R_o}{R_o + R_L}$$

A_{is} Guadagno di corrente in corto circuito

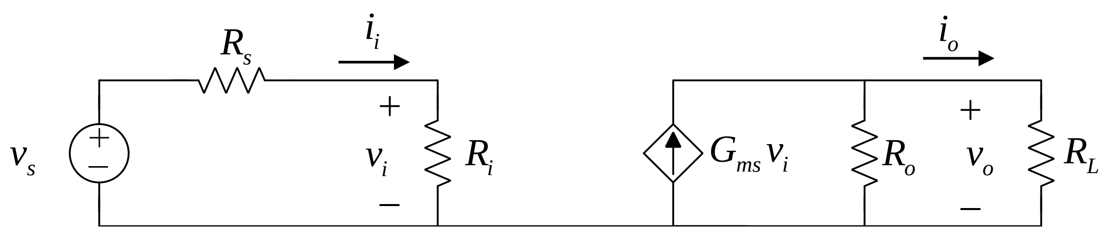
$$i_i = i_s \frac{R_s}{R_i + R_s}$$

$$A_i = \frac{i_o}{i_s} = \frac{i_o}{i_i}\frac{i_i}{i_s} = \frac{R_s}{R_i + R_s} A_{is} \frac{R_o}{R_o + R_L}$$

Amplificatore ideale di corrente $\begin{cases} R_i \to 0 \\ R_o \to \infty \end{cases}$ $A_i \to A_{is}$

Consente di mantenere pressoché invariato il guadagno $A_i \simeq A_{is}$ al variare di R_s e R_L .

3 - Amplificatore di Transconduttanza



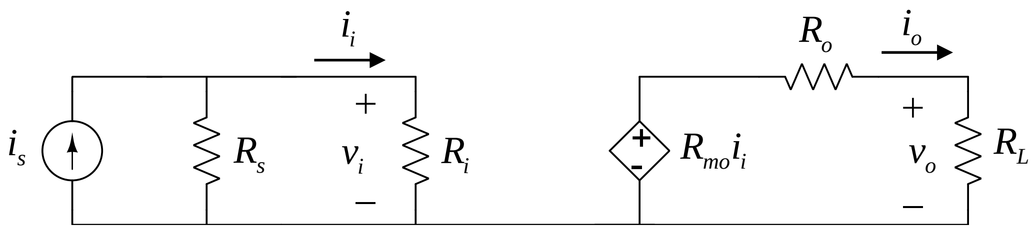
G_{ms} Guadagno di transconduttanza in corto circuito

$$A_G = \frac{i_o}{v_s} = \frac{i_o}{v_i}\frac{v_i}{v_s} = \frac{R_i}{R_i + R_s} G_{ms} \frac{R_o}{R_o + R_L}$$

Amplificatore ideale di transconduttanza $\begin{cases} R_i \to \infty \\ R_o \to \infty \end{cases}$ $A_G \to G_{ms}$

Consente di mantenere pressoché invariato il guadagno $A_G \simeq G_{ms}$ al variare di R_s e R_L .

4 - Amplificatore di Transresistenza



R_{mo} Guadagno di transresistenza a circuito aperto

$$A_R = \frac{v_o}{i_s} = \frac{v_o}{i_i}\frac{i_i}{i_s} = \frac{R_s}{R_i + R_s} R_{mo} \frac{R_L}{R_o + R_L}$$

Amplificatore ideale di transresistenza $\begin{cases} R_i \to 0 \\ R_o \to 0 \end{cases}$ $A_R \to R_{mo}$

Consente di mantenere pressoché invariato il guadagno $A_R \simeq R_{mo}$ al variare di R_s e R_L .

	Tensione		Corrente		Transammettenza		Transimpedenza	
	Ideale	Reale	Ideale	Reale	Ideale	Reale	Ideale	Reale
Z_i	∞	$\lvert Z_i \rvert \gg R_s$	0	$\lvert Z_i \rvert \ll R_s$	∞	$\lvert Z_i \rvert \gg R_s$	0	$\lvert Z_i \rvert \ll R_s$
Z_o	0	$\lvert Z_o \rvert \ll R_L$	∞	$\lvert Z_o \rvert \gg R_L$	∞	$\lvert Z_o \rvert \gg R_L$	0	$\lvert Z_o \rvert \ll R_L$
Guadagno	$v_o \simeq A_v v_s$		$i_o \simeq A_i i_s$		$i_o \simeq G_m v_s$		$v_o \simeq Z_m i_s$	