Cicli a gas

Prof. Ing. Alberto Salioni

Cicli Termodinamici a Gas

Ciclo di Carnot

Ciclo Joule-Brayton

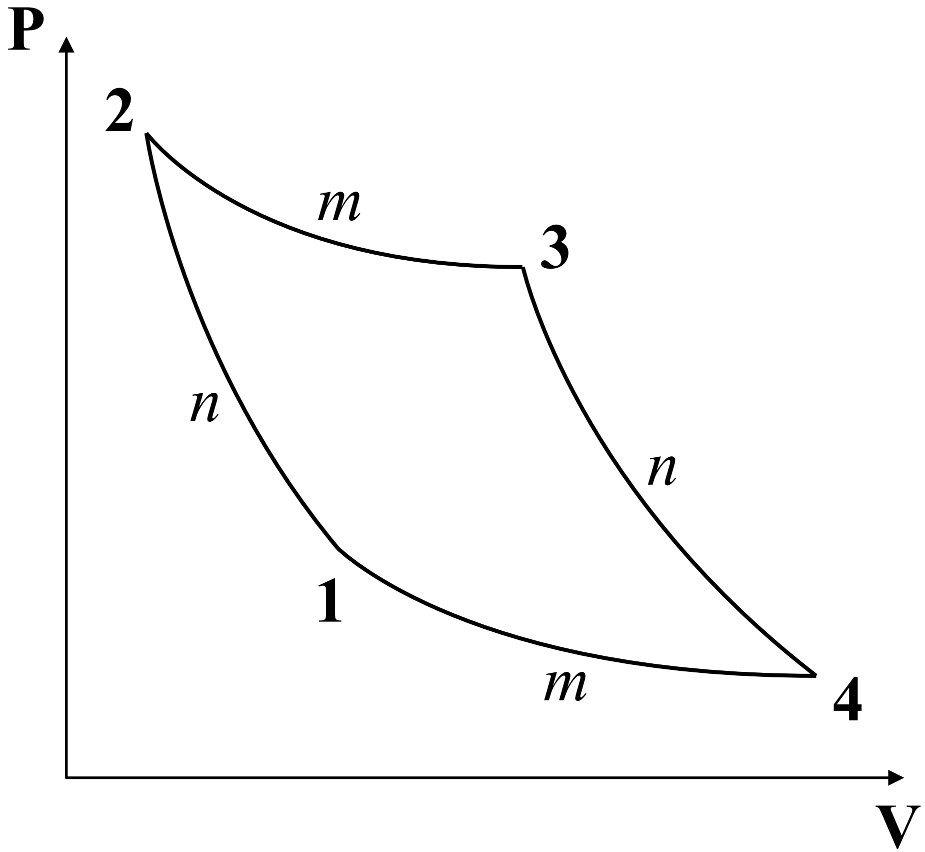
Ciclo Otto

Ciclo Diesel

Ciclo Stirling

Ciclo Ericson

Proprietà dei cicli simmetrici



$$v_1 v_3 = v_2 v_4$$

$$P_1 P_3 = P_2 P_4$$

$$T_1 T_3 = T_2 T_4$$

Cicli Termodinamici a Gas

$$P_1 v_1^n = P_2 v_2^n$$
$$P_2 v_2^m = P_3 v_3^m$$
$$P_3 v_3^n = P_4 v_4^n$$
$$P_4 v_4^m = P_1 v_1^m$$

Moltiplicando membro a membro le equazioni di pari indice:

$$P_1 P_3 (v_1 v_3)^n = P_2 P_4 (v_2 v_4)^n$$
$$P_3 P_1 (v_3 v_1)^m = P_2 P_4 (v_2 v_4)^m$$

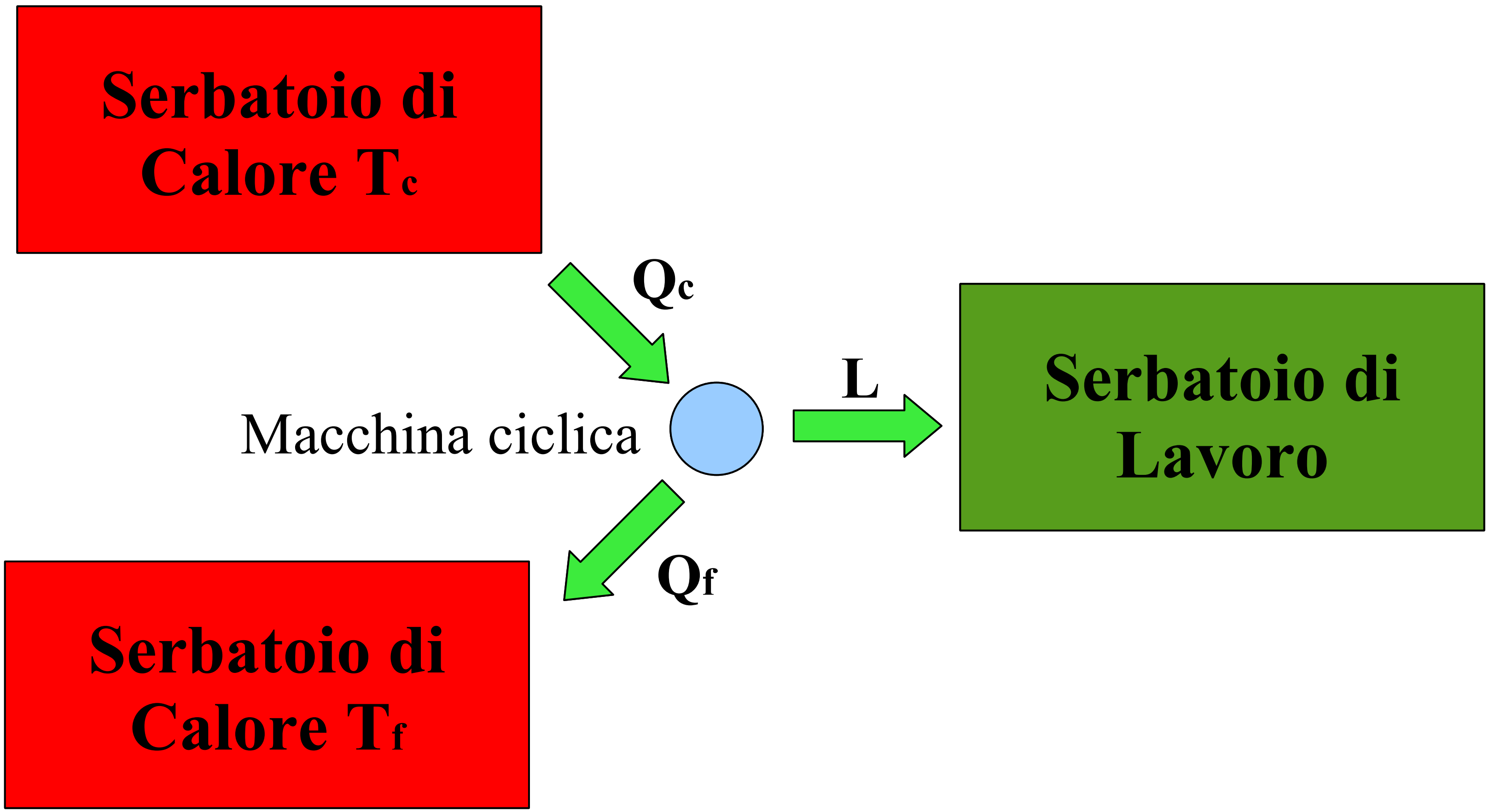
Dividendo membro a membro:

$$v_1 v_3 = v_2 v_4$$

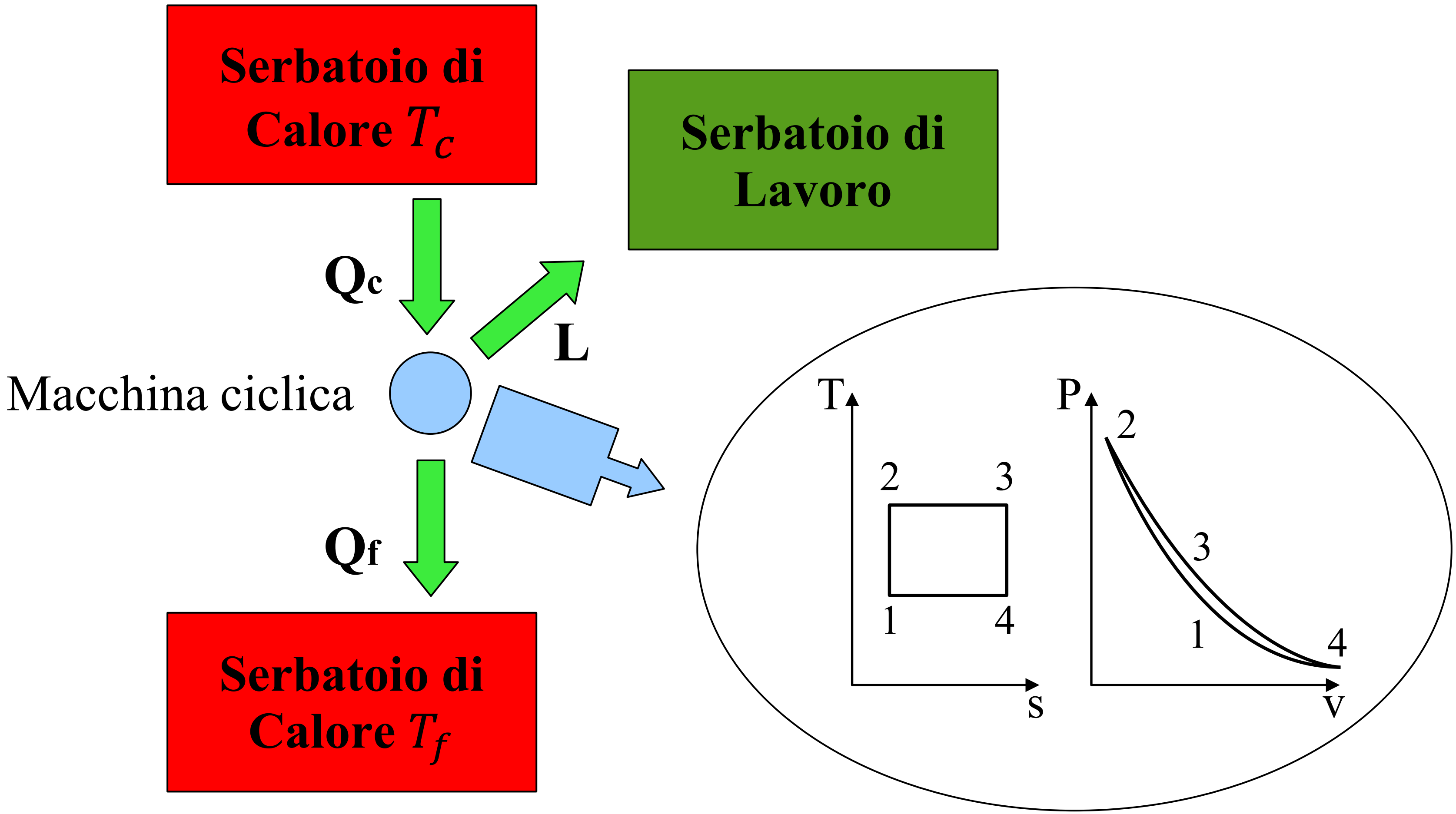
$$P_1 P_3 = P_2 P_4$$
$$T_1 T_3 = T_2 T_4$$

che inserita nella prima equazione e con l’eq di stato dei gas perfetti

Macchina Motrice

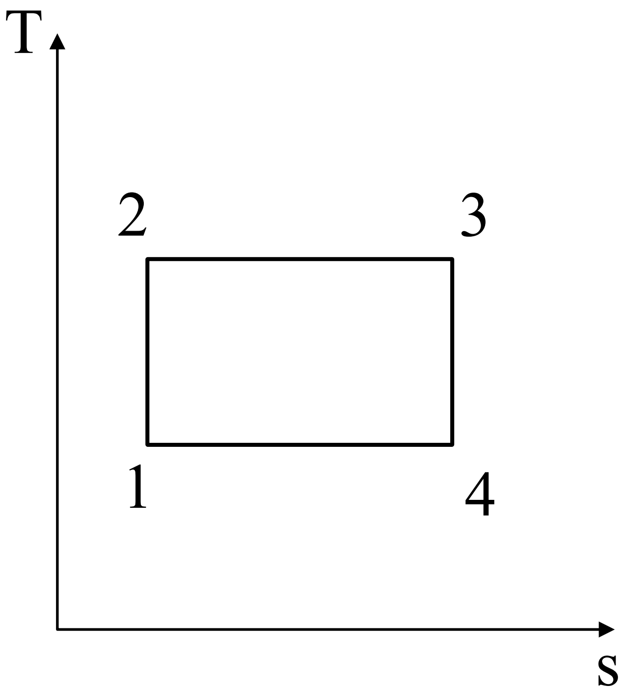


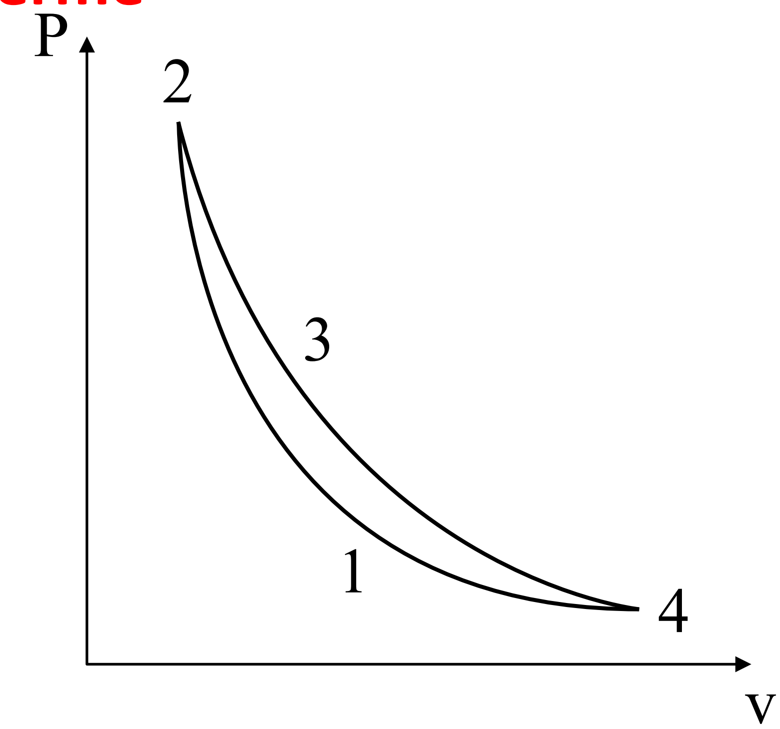
Macchina Motrice



Ciclo di Carnot

Ciclo simmetrico costituito da
due isoentropiche e due isoterme





Ciclo di Carnot

Rendimento del ciclo

$$\eta = \frac{L}{Q_C} = 1 - \frac{Q_F}{Q_C} = 1 - \frac{T_1}{T_3}$$

(essendo isoterme le trasformazioni lungo le quali si scambia calore)

Possibili fonti di irreversibilità per una macchina termodinamica:

irreversibilità esterna $(T_1 > T_F \text{ e } T_2 < T_C)$

irreversibilità interna $(s_1 < s_2 \text{ e } s_3 < s_4)$

Ciclo di Carnot

Irreversibilità esterna $(T_1 > T_F \text{ e } T_2 < T_C)$

$$\eta_{rev} = 1 - \frac{T_F}{T_C} > \eta_{ciclo} = 1 - \frac{T_1}{T_3}$$

Bilancio entropico su tutta la macchina termica $$-\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} = S_{irr}$$

Per il ciclo di Carnot vale: $\dfrac{Q_C}{T_3} = \dfrac{Q_F}{T_1} = \Delta S$

che risolta rispetto a Q_F

$$Q_C\left(\frac{1}{T_F}\frac{T_1}{T_3} - \frac{1}{T_C}\right) = S_{irr} \qquad Q_C\left(\frac{T_C T_1 - T_F T_3}{T_3 T_C T_F}\right) = S_{irr} > 0$$

Ciclo di Carnot

Irreversibilità interna ($s_1 < s_2$ e $s_3 < s_4$)

Bilancio entropico su tutta la macchina termica

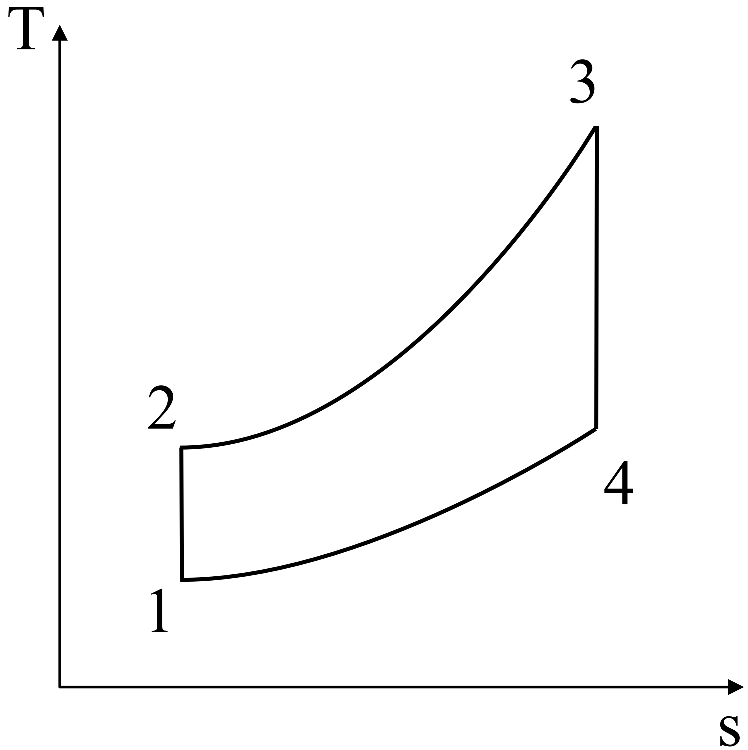
$$-\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} = S_{irr}$$

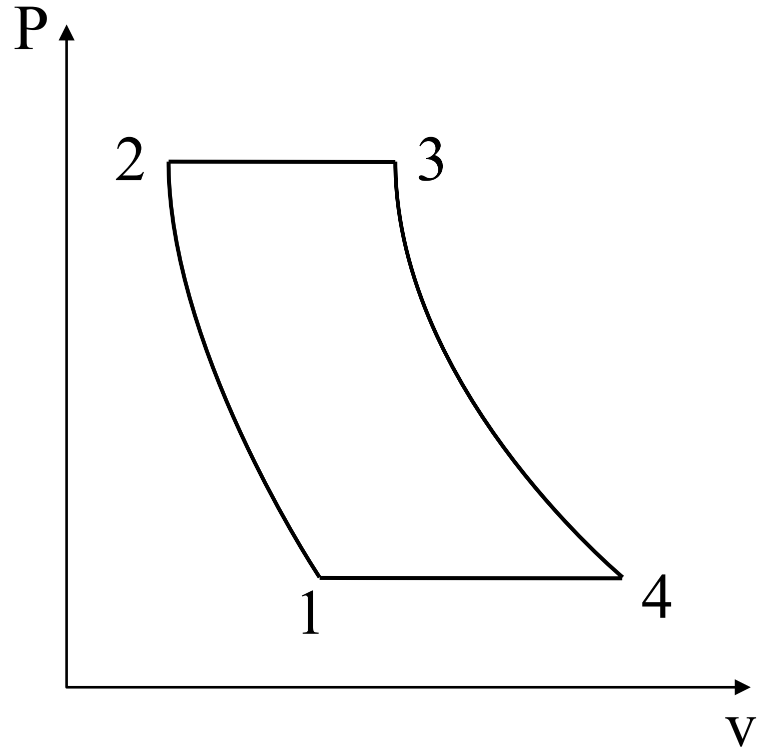
$$\frac{Q_C}{T_C} = S_3 - S_2 \qquad \frac{Q_F}{T_F} = S_4 - S_1$$

$$S_2 - S_3 + S_4 - S_1 = S_{irr} > 0$$

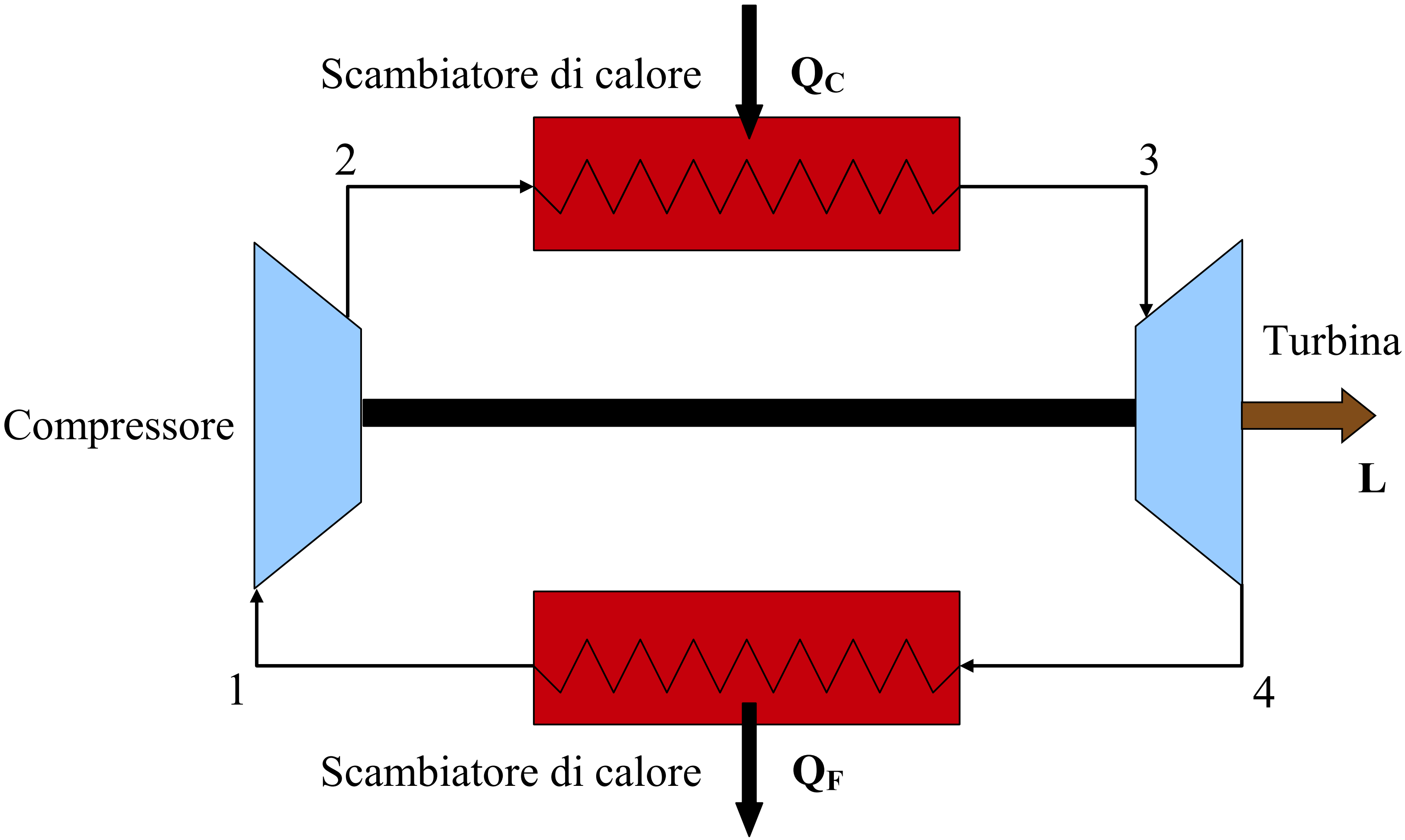
Ciclo di Joule-Brayton

Ciclo simmetrico costituito da
due isoentropiche e due isobare





Ciclo di Joule-Brayton



Ciclo di Joule-Brayton

Rendimento termodinamico del ciclo JB

(gas perfetti, ciclo ideale simmetrico)

Il calore addotto, considerando una trasformazione isobara, vale:

$$\dot{Q}_{in} = \dot{m}(h_3 - h_2)$$

Ritenendo costante il calore specifico nel range di temperatura ipotizzabile si ha:

$$\dot{Q}_{in} = \dot{m}(h_3 - h_2) = \dot{m}c_p(T_3 - T_2)$$

Analogamente l'espressione del calore sottratto vale:

$$\dot{Q}_{out} = \dot{m}(h_4 - h_1) = \dot{m}c_p(T_4 - T_1)$$

Il rendimento termodinamico del ciclo vale:

$$\eta_{JB} = \frac{\dot{Q}_{in} - \dot{Q}_{out}}{\dot{Q}_{in}} = 1 - \frac{\dot{Q}_{out}}{\dot{Q}_{in}} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{T_1\left(\frac{T_4}{T_1} - 1\right)}{T_2\left(\frac{T_3}{T_2} - 1\right)} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

Ciclo di Joule-Brayton

Rendimento del ciclo

$$\eta = \frac{\dot{L}}{\dot{Q}_C} = 1 - \frac{\dot{Q}_F}{\dot{Q}_C} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

(inserendo il bilancio di entropia fra 1 e 2 per i gas perfetti)

$$\Delta s_{1-2} = c_p ln\frac{T_2}{T_1} - R^* ln\frac{P_2}{P_1} = 0$$

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{c_p} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{R^*} \qquad \left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{R^*}{cp}} = r^{\frac{R^*}{cp}} = r^{\frac{(k-1)}{k}}$$

$$\eta_{JB} = 1 - \frac{1}{r^{\frac{(k-1)}{k}}}$$

r è il rapporto di compressione (P_2/P_1)

Ciclo di Joule-Brayton

Il rendimento del ciclo Joule Brayton è funzione del solo rapporto di compressione e presenta un minimo quando la pressione P_2 tende alla pressione P_1

$$r_{pmin\,\mu} = 1$$

E un valore massimo quando T_2 tende a T_3

$$r_{Pmax\,\mu} = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)^{\frac{k}{(k-1)}}$$

Ciclo di Joule-Brayton

Anche il lavoro netto prodotto del ciclo Joule Brayton ideale è funzione del solo rapporto di compressione

$$l = l_T - l_C = c_p(T_3 - T_4) - c_p(T_2 - T_1) =$$

$$= c_p T_3 \left(1 - \frac{T_4}{T_3}\right) - c_p T_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right) =$$

$$= c_p T_3 \left(1 - \frac{1}{r_P^{\frac{(k-1)}{k}}}\right) - c_p T_1 \left(r_P^{\frac{(k-1)}{k}} - 1\right)$$

Si ha il massimo lavoro in corrispondenza del rapporto di compressione

$$r_{P,opt\ lavoro} = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)^{\frac{k}{2(k-1)}} = \sqrt{r_{P,\max \mu}}$$

Ciclo di Joule-Brayton

Ricordando poi che in una turbina isentropica

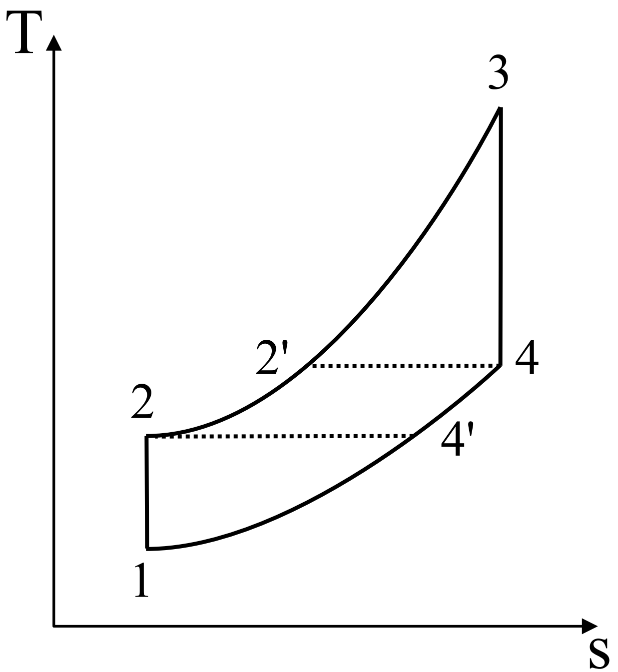
$$\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{P_3}{P_4}\right)^{\frac{R}{cp}} = \left(\frac{P_3}{P_4}\right)^{\frac{k-1}{k}}$$

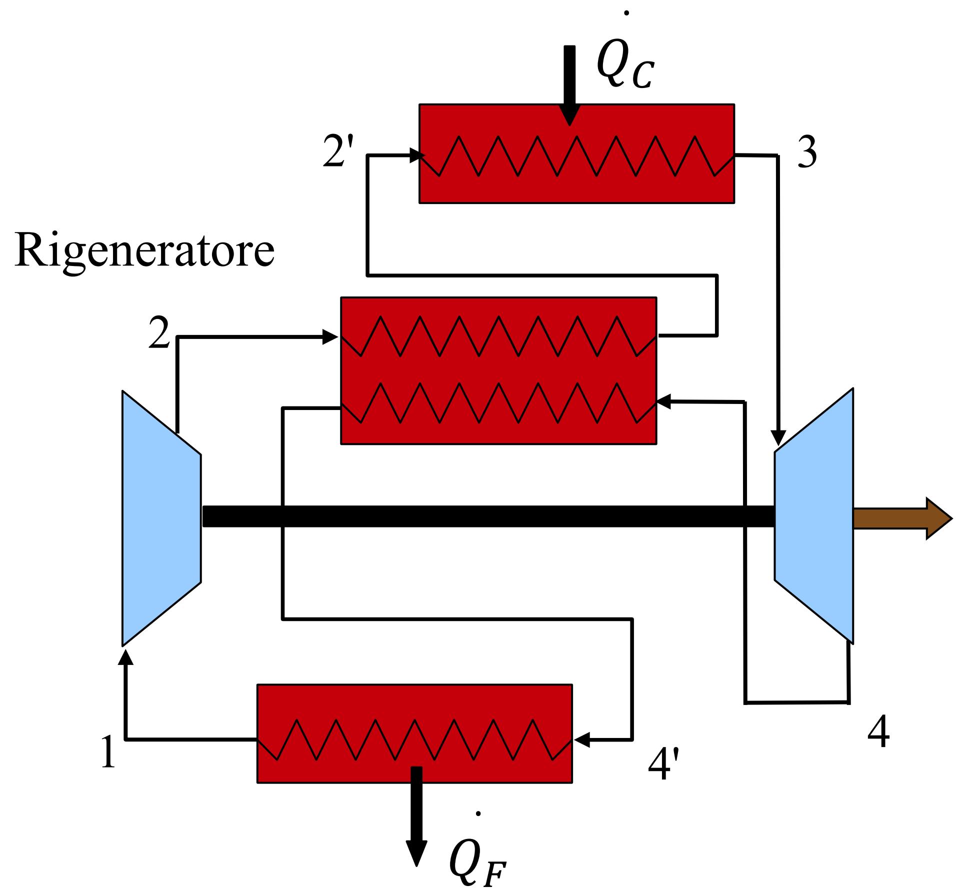
E inserendo in questa espressione al posto di P_3/P_4 (pari a P_2/P_1) il valore di $r_{P,opt}$ e sfruttando le proprietà dei cicli simmetrici si ottiene:

$$T_4 = T_2 = \sqrt{T_1 T_3}$$

Cioè il lavoro specifico è massimo nel ciclo in cui la temperatura di fine espansione coincide con quella di fine compressione.

Ciclo di Joule-Brayton con Rigenerazione





Ciclo di Joule-Brayton con Rigenerazione Ideale

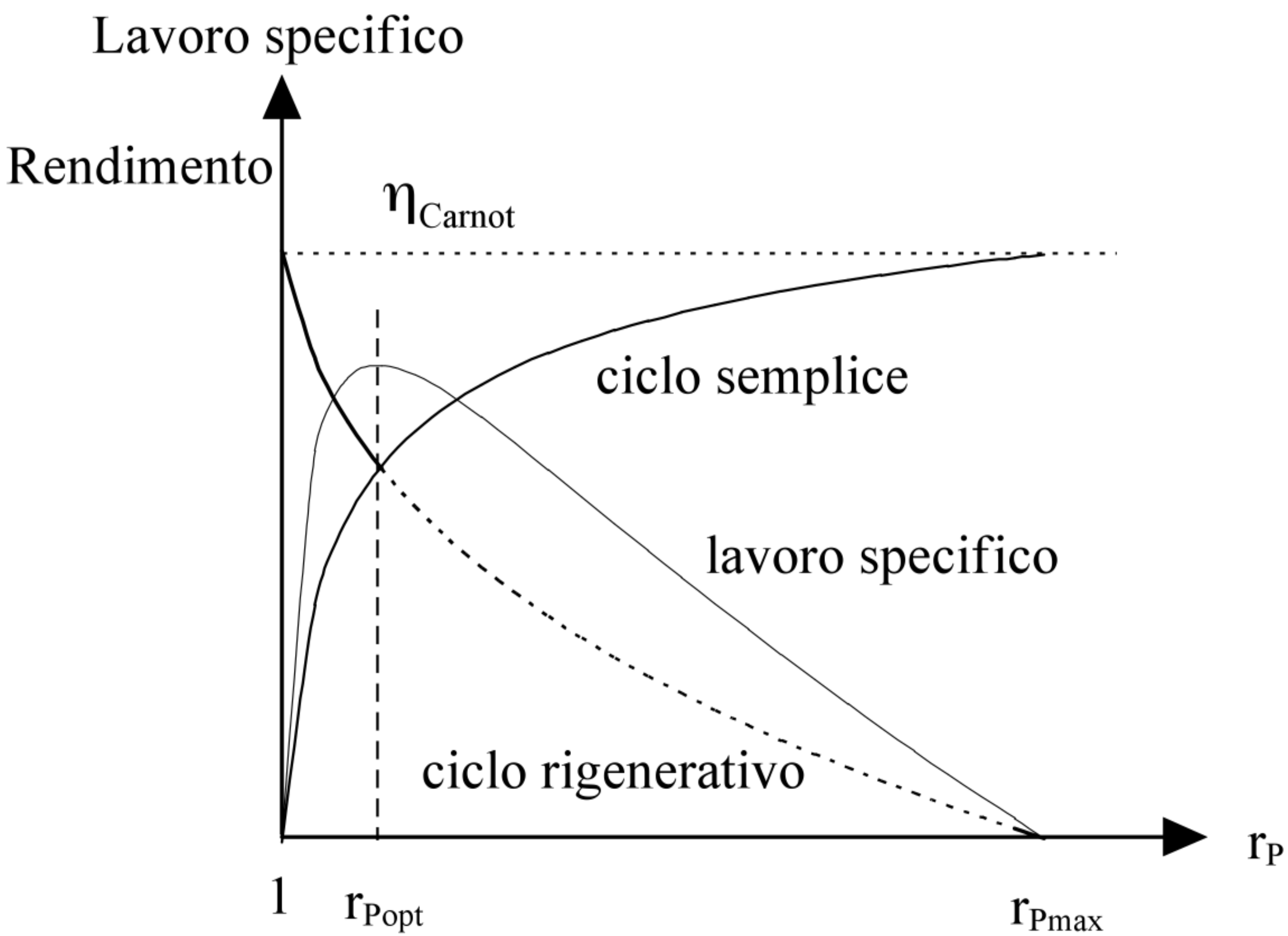
Rendimento del ciclo rigenerato

($T_{2'} = T_4$, gas perfetti e ciclo ideale simmetrico)

$$\eta_{rig} = \frac{\dot{L}}{\dot{Q}} = \frac{\dot{L}_t - \dot{L}_c}{\dot{Q}} = \frac{(T_3 - T_4) - (T_2 - T_1)}{(T_3 - T_4)} = 1 - \frac{T_2 - T_1}{T_3 - T_4}$$

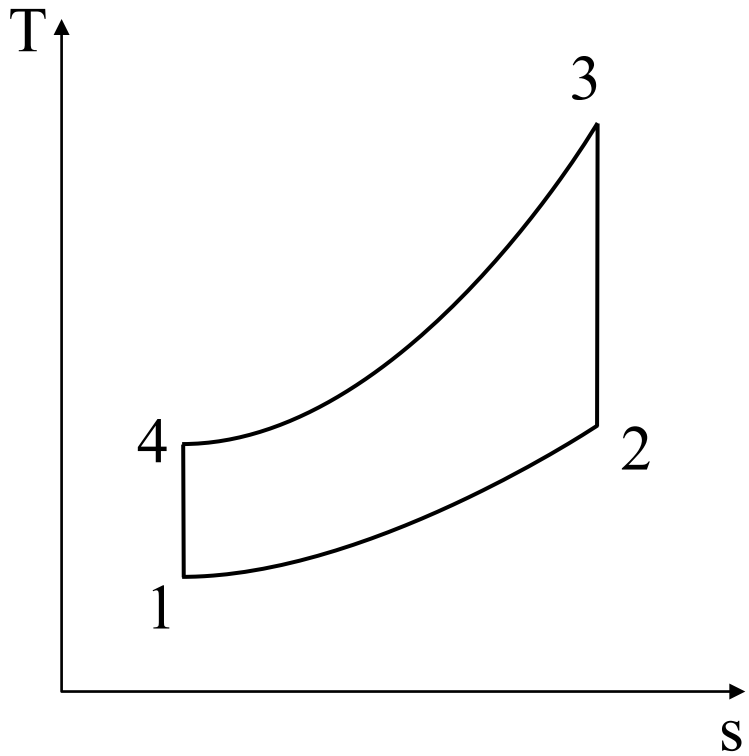
$$\eta_{rig} = 1 - \frac{T_2}{T_3} = 1 - \frac{T_2 T_1}{T_3 T_1} = 1 - \frac{T_1}{T_3} r_P^{\frac{(k-1)}{k}}$$

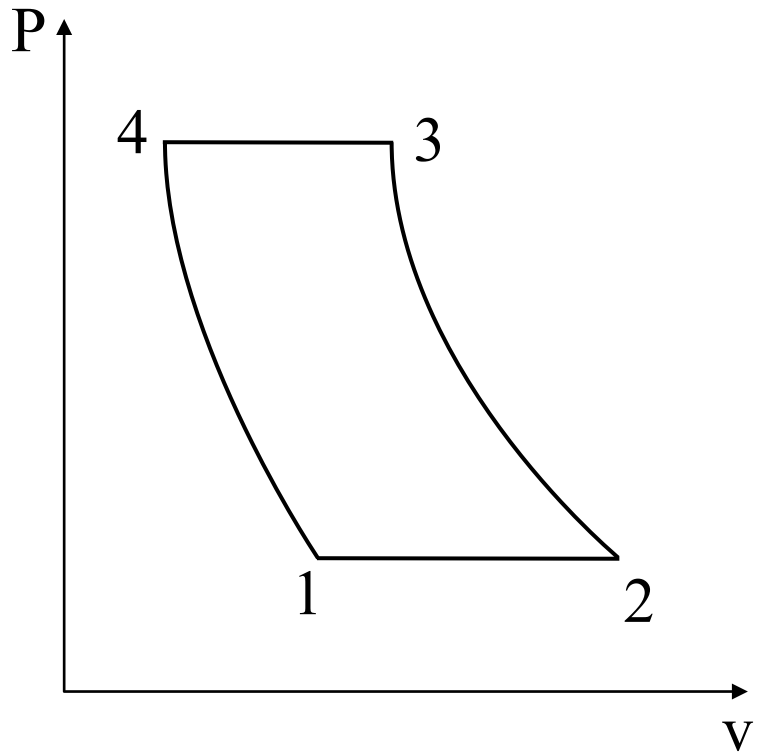
Ciclo di Joule-Brayton



Ciclo di Joule-Brayton inverso

Ciclo frigorifero simmetrico costituito da
due isoentropiche e due isobare





Coefficiente di effetto utile

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}_F}{\dot{Q}_C - \dot{Q}_F} \qquad \varepsilon = \left(\frac{T_2 - T_1}{(T_3 - T_4) - (T_2 - T_1)}\right)$$

$$\varepsilon = \frac{T_2}{T_3 - T_2} = \frac{T_1}{T_4 - T_1} = \left(\frac{1}{r^{\frac{(k-1)}{k}} - 1}\right)$$

(solo per cicli simmetrici)

Note per lo studente

Note per lo studente

Note per lo studente

Note per lo studente