UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA

CENTRO UNIVERSITARIO DE CIENCIAS EXACTAS E INGENIERIAS

Método de Euler 01

Materia: *Seminario de Problemas de Modelado y Simulación de Sistemas* Profesor: *Javier Lorenzo Dominguez Beltran*

Carlos Omar Rodriguez Vazquez
219570126

Fecha de Entrega: August 28, 2024

Objetivo

Considérese la ecuación diferencial no lineal de segundo orden

$$\frac{\mathrm{d}^2 y(t)}{\mathrm{d}t^2} = -y(t)\left(\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}\right)^2$$

Por el método de Euler, obtener el valor $y(0.6)$ de esta ecuación considerando $T = 0.2$, y las condiciones iniciales $w_1(0) = -1$ y $w_2 = 1$. Realizar estas operaciones tanto analitica como gráficamente.

Desarrollo

Se definienen las siguientes variables:

$$\begin{aligned} w_1(t) &= y(t) \\ w_2(t) &= \frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t} \end{aligned}$$

y al derivar se optiene que

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}w_1(t)}{\mathrm{d}t} &= w_2(t) && = f_1(w_1(t), w_2(t)) \\ \frac{\mathrm{d}w_2(t)}{\mathrm{d}t} &= -w_1(t)w_2^2(t) && = f_2(w_1(t), w_2(t)) \end{aligned}$$

por lo que se tiene que

$$\begin{aligned} f_1(w_1(kT), w_2(kT)) &= w_2(kT) \\ f_2(w_1(kT), w_2(kT)) &= -w_1(kT)w_2^2(kT) \end{aligned}$$

Metodo de Euler

En el método de Euler, la solución de esta ecuación esta dada por

$$\begin{aligned} w_1((k+1)T) &= w_1(kT) + T f_1(w_1(kT), w_2(kT))T \\ &= w_1(kT) + T w_2(kT) \\ w_2((k+1)T) &= w_2(kT) + T f_2(w_1(kT), w_2(kT))T \\ &= w_2(kT) - T w_1(kT) w_2^2(kT) \end{aligned}$$

Si se considera $T = 0.2$, y las condiciones iniciales $w_1(0) = -1$ y $w_2(0) = 1$, se pueden obtener los siguientes valores
Para $\boldsymbol{k = 0}$

$$\begin{aligned} w_1(0.2) &= w_1(0) + T w_2(0) \\ &= -1 + (0.2)(1) \\ &= -0.8. \\ w_2(0.2) &= w_2(0) + T w_1(0) w_2^2(0) \\ &= 1 - (0.2)(1)(1)^2 \\ &= 1.2. \\ y(0) &= w_1(0) = -1 \end{aligned}$$

Para $\boldsymbol{k = 1}$

$$\begin{aligned} w_1(0.4) &= w_1(0.2) + T w_2(0.2) \\ &= -0.8 + (0.2)(1.2) \\ &= -0.56 \\ w_2(0.4) &= w_2(0.2) + T w_1(0.2) w_2^2(0.2) \\ &= 1.2 - (0.2)(-0.8)(1.2)^2 \\ &= 1.4304 \\ y(0.2) &= w_1(0.2) = -0.8 \end{aligned}$$

Para $\boldsymbol{k = 2}$

$$\begin{aligned} w_1(0.6) &= w_1(0.4) + T w_2(0.4) \\ &= -0.56 + (0.2)(1.4304) \\ &= -0.27392 \\ y(0.4) &= w_1(0.4) = -0.56 \\ y(0.6) &= w_1(0.6) = -0.27392 \end{aligned}$$

Por lo que

$$\boldsymbol{y(0.6)} = -0.27392.$$

Simulación y Método de Euler en Simulink

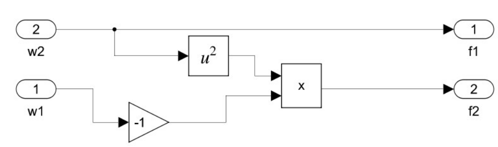

Figure 1: Subsistema de Simlink para la Ecuacion Diferencial con las variables w_1 y w_2.

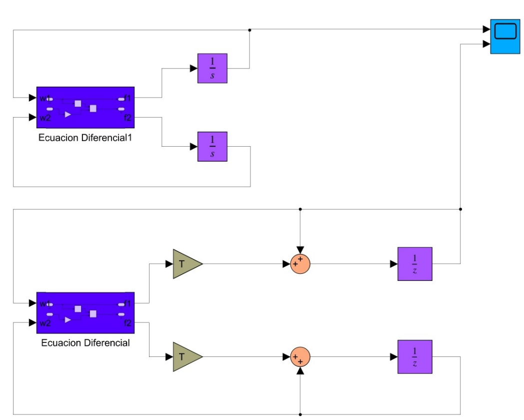

Figure 2: Diagrama de la resolución de la Ecuación Diferencial mediante Simulink y el Método de Euler.

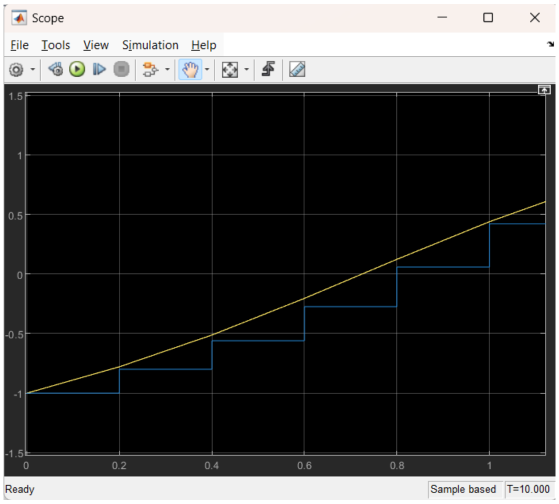

Figure 3: Salidas de los diagramas de simulación. En amarillo la realizada por Simulink y en azul la realizada con el Método de Euler.

En la Figura 3 se puede apreciar la solución a la ecuación diferencial, y se puede observar que tanto la obtenido 'analiticamente' por Simulink es muy similar a la obtenida con el Método de Eueler, esta ultima es clara la discretización de la solucion. Ademas se puede observar que con la solución mediante el Método de Euler la respuesta $y(0.6)$ conincide con la calculada anteriormente en la primera seccion.