UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA

CENTRO UNIVERSITARIO DE CIENCIAS EXACTAS E INGENIERIAS

Método de Runge-Kutta 2

Materia: *Seminario de Problemas de Modelado y Simulación de Sistemas* Profesor: *Javier Lorenzo Dominguez Beltran*

Carlos Omar Rodriguez Vazquez
219570126

Fecha de Entrega: September 11, 2024

1 Objetivo

1. Contruir el diagrama de bloques en SIMULINK para el método de **"RK4"**, o "método clásico de Runge-Kutta" que resuelva la ecuación

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -x^2, \quad x(0) = 1$$

   considerando varios tamañs de paso T. En general las ecuaciones para este método están definidas por

$$x((k+1)T) = x(kT) + \frac{T}{6}(m_1 + 2m_2 + 2m_3 + m_4)$$

   usando

$$\begin{aligned} m_1 &= f(x(kT)) \\ m_2 &= f(x(kT) + 0.5Tm_1) \\ m_3 &= f(x(kT) + 0.5Tm_2) \\ m_4 &= f(x(kT) + Tm_3) \end{aligned}$$

2. Comparar los resultados de simulación entre este método y los obtenidos por los métodos tanto **Euler Predictor-Corrector** como **RK2** para varios valroes de **T**.

2 Resultados

2.1 Diagrama de bloques

2.1.1 Ecuación Diferencial

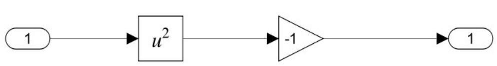
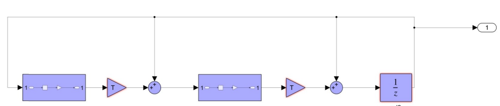
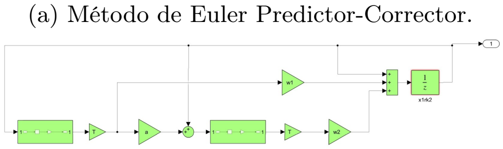


Figure 1: Diagrama de bloques para la ecuación diferencial.

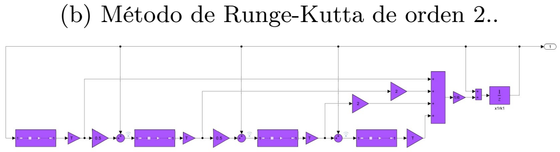
2.2 Metodos



(a) Método de Euler Predictor-Corrector.



(b) Método de Runge-Kutta de orden 2..



(c) Método de Runge-Kutta de orden 4.

Figure 2: Diagrama de Bloques de los métodos de resolución de la ecuación diferencial.

2.2.1 Diagrama

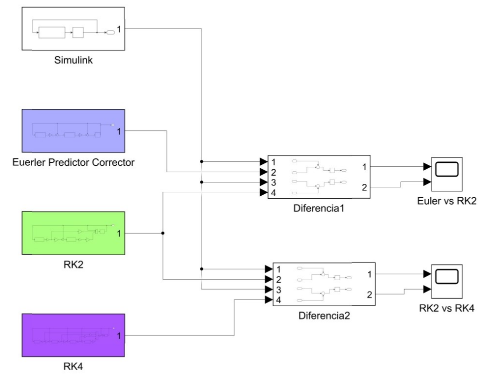
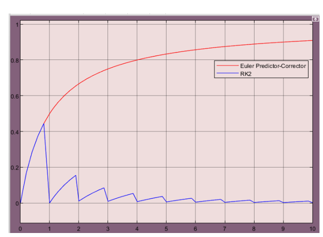


Figure 3: Diagrama de bloques que se utilizó para realizar las comparaciones.

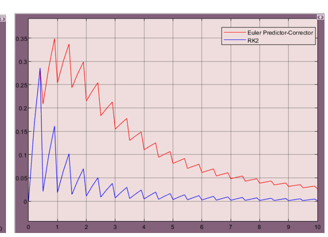
Se decidió utilizar el bloque subsystem para los métodos de Euler Predictor-Corrector, RK2 y RK4 para facilitar el proceso de comparación de las seáles.
La manera en la que se realizan las comparacion en mediente la diferencia en valor absoluto entre la solución "analitica" otorgada por SIMULINK con la solución obtenida del método numerico para tener una mejor visualización del "error" del método.
Para el método de RK2 se utilió la siguiente variante.

$$\begin{aligned} y((k+1)T) &= t(kT) + 0.5(m_1 + m_2) \\ m_1 &= Tf(y(kT)) \\ m_2 &= Tf(y(kT) + 0.5(m_1)) \end{aligned}$$

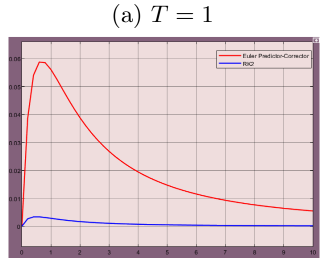
2.3 Euler Predictor-Corrector vs RK2



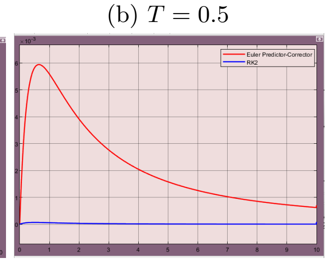
(a) $T = 1$



(b) $T = 0.5$



(c) $T = 0.2$

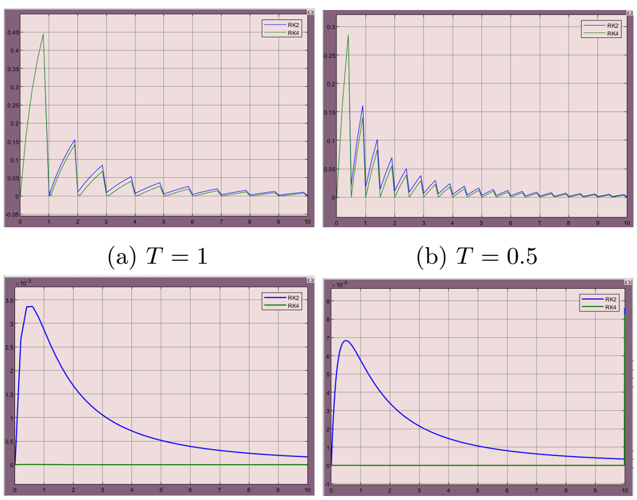


(d) $T = 0.03$

Figure 4: Comparación de la solución obtenida con Euler Predictor-Corrector y RK2 con diferentes valores de paso T.

En las gráficas obtenidas se puede observar que para $T = 1$ el método de Euler P-C diverge y se aleja de la solución analitica, mientras que RK2 tiene algunos picos pero despues de un tiempo se estabiliza, para $T = 0.5$ RK2 se estabiliza mas rapido y el método de Euler P-C consige estabilizarse en un mayor tiempo y con algunos picos, para $T = 0.2$ encontramos un comportamiento diferente, el método RK2 consegue ser bastante similar a la solución analitica y pierde los picos de las gráficas anteriorer, por otro lado el método de Euler P-C tambien pierde los picos. Para $T = 0.03$ encontramos un resulta similar al de $T = 0.2$ pero la curva es mas suave.

2.4 RK2 vs RK4



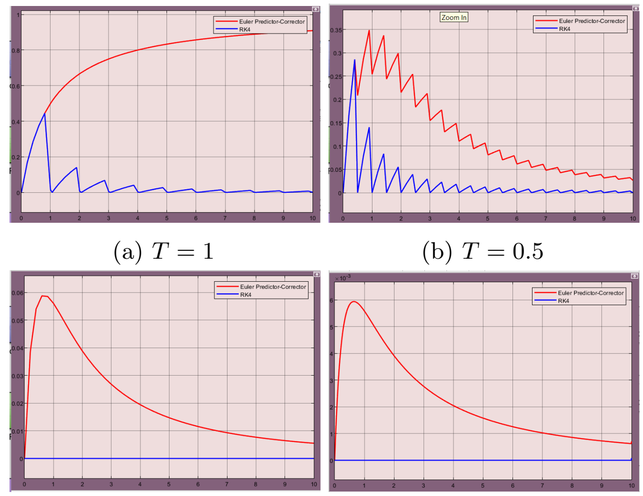
(a) $T = 1$ (b) $T = 0.5$

(c) $T = 0.2$ (d) $T = 0.03$

Figure 5: Comparación de la solución obtenida con RK2 y RK4 con diferentes valores de paso T.

Podemos observar que para $T = 1$ y $T = 0.5$ el método RK2 y RK4 tienen resultados similares, ambos para $T = 1$ tiene picos altos pero despues de un tiempo llega a estabilizarse y para $T = 0.5$ tambien tienen picos pero son mas pequeños y se estabiliza en un menor tiempo pero ambos tienen un comportamiento similar. Lo interesante pasa para $T = 0.2$ y $T = 0.03$ donde vemos una notable diferencia, el método RK4 parece ser practicamente el mismo que la solución "analitica" ya que el "error" en todo momento es 0, si bien el método RK2 no llega a este "error 0" da una solución bastate buena ya que se acerca mucho a RK4.

2.5 Euler Predictor-Corrector vs RK4



(a) $T = 1$ (b) $T = 0.5$

(c) $T = 0.2$ (d) $T = 0.03$

Figure 6: Comparación de la solución obtenida con Euler Predictor-Corrector y RK4 con diferentes valores de paso T.

Para esta comparación podemos llegar a las mismas conclusiones que en las comparaciones anteriores, el método de Euler P-C para $T = 1$ diverge y se aleja de la solcución "analitica" pero mientras T se hace pequeño llega a estabilizarse y dar una solución buena. Por otro lado el método RK4 para $T = 1$ y $T = 0.5$ tiene bastante picos peor llega a estabilizarse rápido pero apartir de $T = 0.2$ la solución es practicamente la misma que la solución "analitica"'