UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA

CENTRO UNIVERSITARIO DE CIENCIAS EXACTAS E INGENIERIAS

Modelo Mecánico

Materia: *Seminario de Problemas de Modelado y Simulación de Sistemas* Profesor: *Javier Lorenzo Dominguez Beltran*

Carlos Omar Rodriguez Vazquez
219570126

Fecha de Entrega: September 18, 2024

1 Objetivo

1. Contruir el diagrama en SIMSCAPE para la Figura 1.

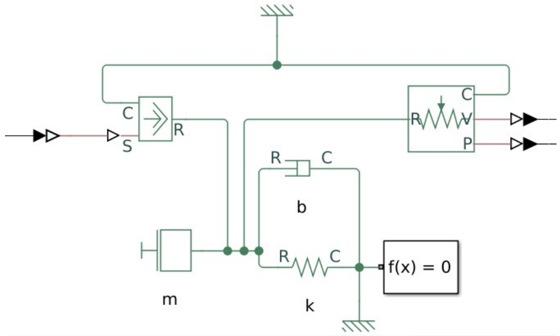


Figure 1

- Simular para los siguientes conjuntos de valores de los parámetros del sistema: masa m (kg); constante de amortiguador b ($nN \cdot s/m$), y constantes del $k(N/m)$. Considerar condiciones iniciales iguales a cero y una entrada escalón.
  - (a) $m = 1$, $b = 2$, $k = 1$.
  - (b) $m = 1$, $b = 2$, $k = 26$.
  - (c) $m = 1$, $b = 0$, $k = 4$.
  - (d) $m = 1$, $b = 1$, $k = 0$.
  - (e) $m = 1$, $b = 7$, $k = 12$.
  - (f) $m = 1$, $b = 10$, $k = 26$.
  - (g) $m = 1$, $b = 0$, $k = 36$.
  - (h) $m = 1$, $b = 5$, $k = 0$.
- Observar los diferentes comportamientos en la posición coo en la velocidad.
  - (a) ¿Cuales oscilan sostenidamente (no crece ni decrece)? ¿Cuáles comportamientos no oscilan?
  - (b) ¿Qué sucede cuando no hay resorte ($k = 0$)? ¿Qué diferencia existe entre ambos casos? ¿Por qué se da esta diferencia?
  - (c) ¿Qué sucede cuando no hay amortiguador ($b = 0$)? ¿Qué diferencia existe entre ambos casos? ¿Por qué se da esta diferencia?
  - (d) Comparar con la respuesta de la función de transferencia.
- Determine las raíces de la ecuación

$$ms^2 + bs + k = 0$$

  para cada uno de los casos. ¿Son reales? ¿Son complejas? ¿Son imaginarias? ¿Alguna d elas raíces es igual a cero? De acuerdo con las raíces obtenidas ¿Qué relación hay entre el tipo de raíces (reales, imaginarias, complejas) y el comportamiento de sistema (oscilación sostenida, oscilación decreciente , sin oscilación)?
- Proponer conjunto de valores de parámetros (m, b, k) para obtener los tres tipos de comportamientos; oscilación sostenida, oscilación decreciente sin oscilación.

2. Considrese el sistema mostradao en la Figura 2.

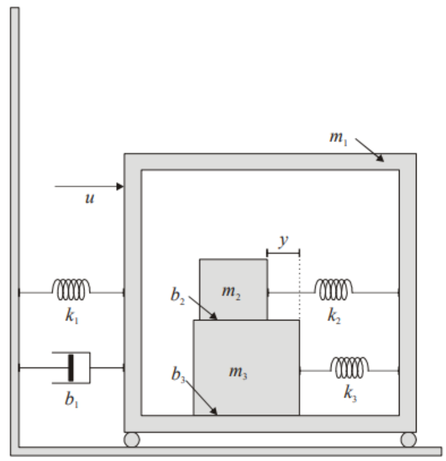


Figure 2

- Construir el diagrama del modelo físico en SIMSCAPE.
- Obtener el modelo matemático en funciones de transferencia.
- Contruir su diagrama de bloques en SIMULINK.
- Proponer un conjunto de valores para la masa, y coeficiante de resortes y amortiguadores. Simular y compara las tres posiciones obtenidas con ambos modelos (fisico y matematico).

2 Resultados

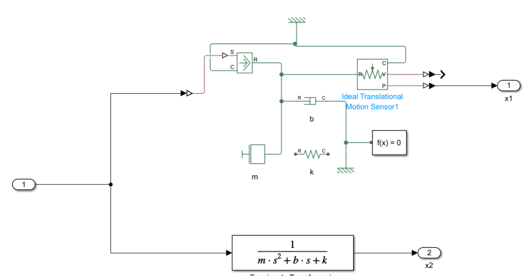
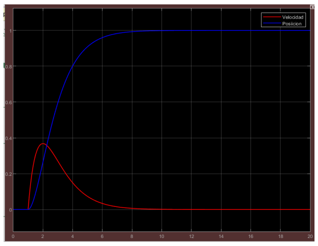
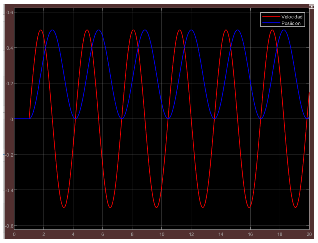


Figure 3: Modelo del sistema en SIMSCAPE y diagrama de bloques de la función de transferencia en SIMULINK.

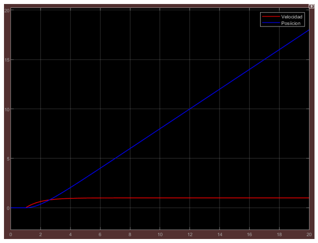


(a) Caso $m = 1,\ b = 2,\ k = 1$

(b) Caso $m = 1,\ b = 2,\ k = 26$

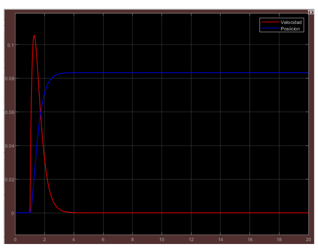


(c) Caso $m = 1,\ b = 0,\ k = 4$

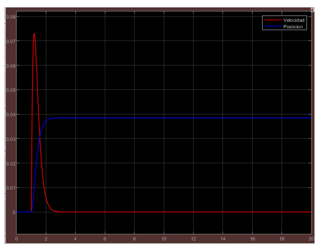


(d) Caso $m = 1,\ b = 1,\ k = 0$

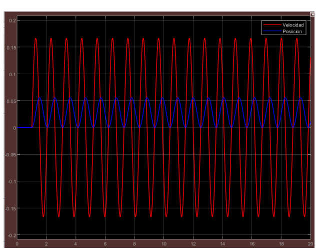
Figure 4



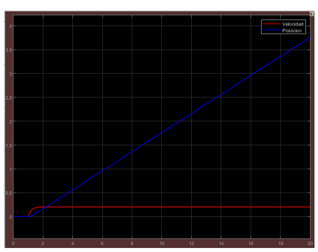
(a) Caso $m = 1,\ b = 7,\ k = 12$



(b) Caso $m = 1,\ b = 10,\ k = 26$



(c) Caso $m = 1,\ b = 0,\ k = 36$



(d) Caso $m = 1,\ b = 5,\ k = 0$

Figure 5

El caso de las Figuras 4c y 5c oscilan sostenidamente. El caso de las Figuras 4a, 5a y 5b no oscilan.
Cuando no hay resorte $k = 0$ el sistema se vuelve inestable, a diferencia de los casos en los que k si tiene un valor distinto de cero, no hay una fuerza que devualva la msas a su posición de equilibrio cuando se desplaza. El sistema solo tiene el amortiguador y la masa.
En los casos donde no hay amortiguador $b = 0$ el sistema es estable pero se mantiene oscilando, esto debido a que al no tener amortiguador el sistema no hay disipación de energía, lo que genera un movimiento armónico simple.
Raíces de la ecuación

$$ms^2 + bs + k = 0$$

La obtención de las raíces asi como el **procedimiento a mano** de este y otros procesos se encuentran al **final del documento**.

a) $s = -1$

b) $s = -1 \pm 5i$

c) $\pm 2i$

d) $s = 0$ y $s = -1$

e) $s = -4$ y $s = -3$

f) $s = -5 \pm i$

g) $s = \pm 6i$

h) $s = 0$ y $s = -5$

Claramente vemos una relación entre el tipo de raíces y el comportamiento del sistema. En los casos en el que las raíces tienen parte rearl igual a cero, encontramos un comportamiento de oscilación sostenida, mientras que las raices que son reales negativas el sistema no presenta oscilaciónes y es estable. Por otro lado las raíces complejas con parte real negativa tambien son estable y convergen pero con oscilaciones.

Figura 4c con valores $m = 1$, $b = 0$ y $k = 4$ es un claro ejemplo de **osilación sostenida**.

Figura 4b con valores $m = 1$, $b = 2$ y $k = 26$ es un ejemplo de **osilación decreciente**.

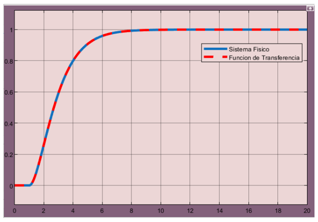
Figura 5a con valores $m = 1$, $b = 7$ y $k = 12$ es un ejemplo de **sin oscilación**.

El modelo matematico del sistema esta dado por la ecuación

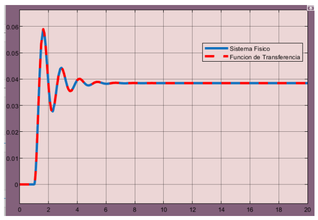
$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = u(t).$$

Aplicando la transformada de Laplace tomando en cuenta condiciones iniciales iguales a cero, se obtiene

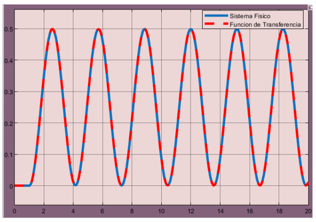
$$\begin{aligned} ms^2X(s) + bsX(s) + kX(s) &= U(s) \\ (ms^2 + bs + k)X(s) &= U(s) \\ G(s) = \frac{X(s)}{U(s)} &= \frac{1}{ms^2 + bs + k}. \end{aligned}$$



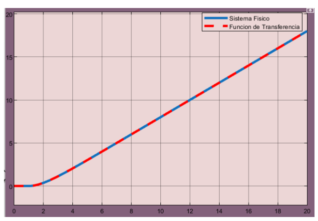
(a) Caso $m = 1$, $b = 2$, $k = 1$



(b) Caso $m = 1$, $b = 2$, $k = 26$

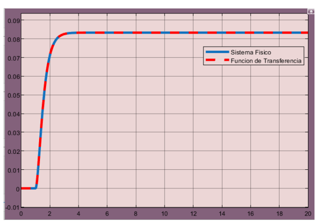


(c) Caso $m = 1$, $b = 0$, $k = 4$

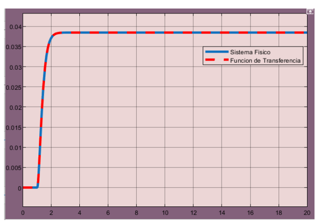


(d) Caso $m = 1$, $b = 1$, $k = 0$

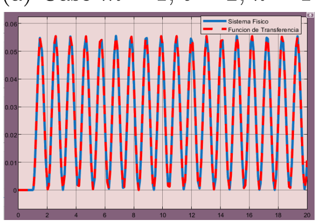
Figure 6



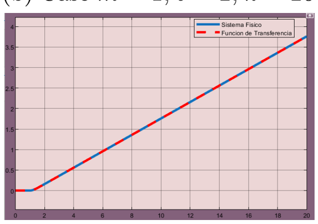
(a) Caso $m = 1$, $b = 2$, $k = 1$



(b) Caso $m = 1$, $b = 2$, $k = 26$



(c) Caso $m = 1$, $b = 0$, $k = 4$



(d) Caso $m = 1$, $b = 1$, $k = 0$

Figure 7

En las Figuras 6 y 7 se puede observar la comparación de la posición en azul mediante el modelos fisico en SIMSCAPE y en rojo mediante la función de transferencia. Observamos en todos los casos que ambas señales son practicamente las mismas.
Tomando en cuenta la relación entre el tipo de raíces y el comportamiento del sistema, se puede proponer los siguientes conjuntos de valores para obtener las diferentes tipos de salidas.

Ocilación sostenida

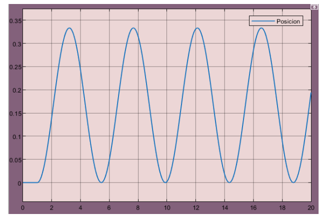
$$m = 3, \quad b = 1, \quad k = 0.$$

Ocilación decreciente

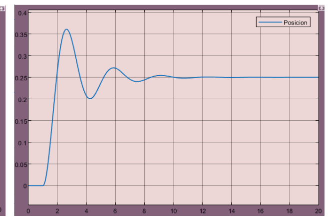
$$m = 4, \quad b = 1, \quad k = 4.$$

Sin oscilación

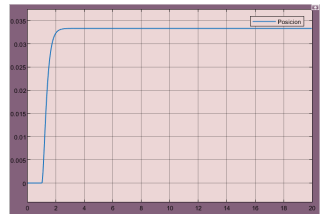
$$m = 1, \quad b = 11, \quad k = 30.$$



(a) Osicilación sostenida.



(b) Osicilación decreciente.



(c) Sin oscilación.

Figure 8

Modelo 2

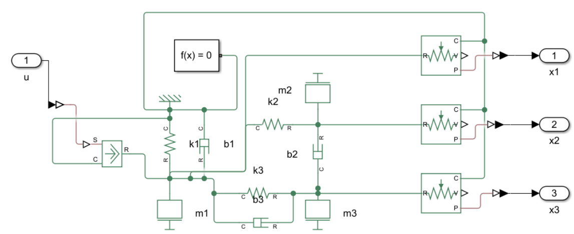


Figure 9: Modelo del sistema en SIMSCAPE.

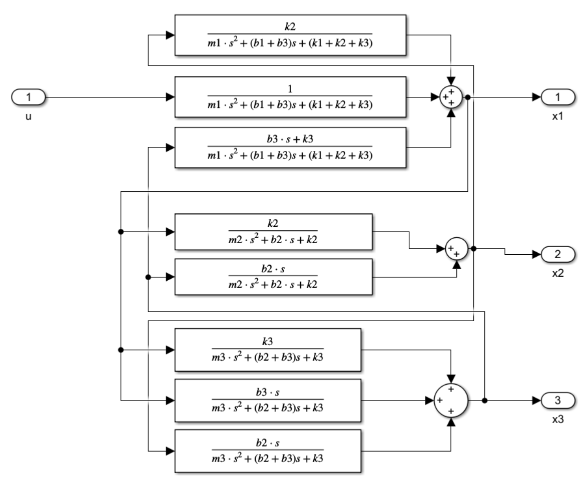


Figure 10: Modelo matematico en funcioens de transferencia.

Proponiendo los siguientes valores para las masas y coeficiente de resortes y amortiguadores

$$m_1 = 5, \quad b_1 = 2, \quad m_3 = 1$$

$$k_1 = 10, \quad k_2 = 15, \quad k_3 = 5$$

$$b_1 = 5, \quad b_2 = 3, \quad b_3 = 1$$

Se obtiene las siguientes señales.

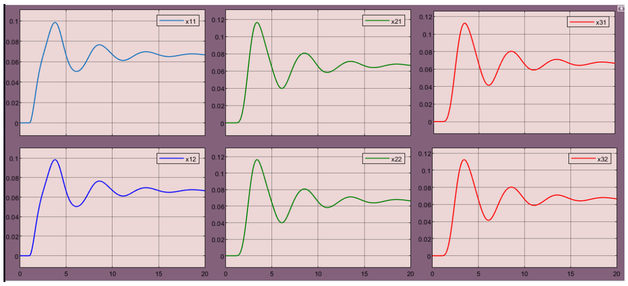


Figure 11: Salida del sistema para los valores dados.

Las graficas de la parte superior representan la posición de cada masa utilizando en modelado fisico. Mientras que las de la parte inferior se utilizo el modelo matematico. Podemos observar en la Figura 11 que las señales proporsionadas por cada modelo son bastante similares en cada una de las masas por lo ya sea por el modelo fisico o el matematico encontramos la misma respuesta..