UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA

CENTRO UNIVERSITARIO DE CIENCIAS EXACTAS E INGENIERIAS

Modelado de Sistemas Mecánicos

Nombre: *Carlos Omar Rodriguez Vazquez* Codigo: *219570126*

Materia: *Modelado y Simulación de Sistemas* Profesor: *Jairo Cain Sanchez Estrada*
Fecha de Entrega: *August 30, 2024*

1. Considere la figure (1). Modele el sistema mecánico utilizando las leyes de Newton.

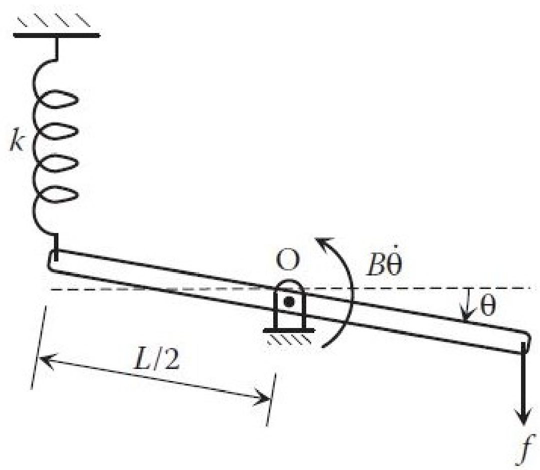

Figure 1: Sistema palanca-resorte.

Analisis en diagrama de cuerpo libre.

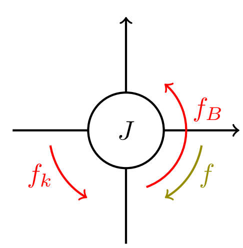

Figure 2: Diagrama de cuerpo libre del Sistema palanca-resorte.

Por lo que

$$-f_k - f_B + f = J\ddot{\theta}$$
$$J\ddot{\theta} + f_B + f_k = f.$$

Donde

- $\boldsymbol{f}$ es la fuerza de entrada del sistema
- $\boldsymbol{J} = \frac{1}{4}\int L^2\,dm$
- $\boldsymbol{f_k} = k\theta$

- $\boldsymbol{f_B} = B\dot{\theta}$.

Asi que

$$J\ddot{\theta} + B\dot{\theta} + k\theta = f.$$

2. Considere la figure (3). Modele el sistema mecánico utilizando las leyes de Newton. φ es una tercer variable.

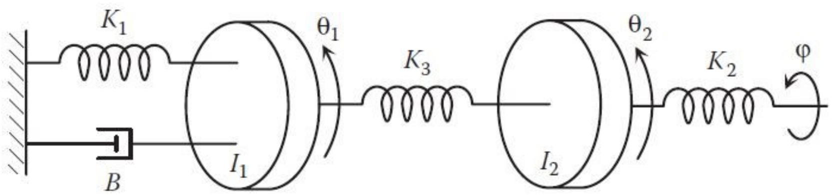

Figure 3: Sistema rotcional

Analisis en diagrama de cuerpo libre.

Figure 4: Diagra de cuerpo libre en del Sistema rotacional en (a) I_1 y (b) I_2.

Por lo que

$$-f_{K_1} - f_{K_3} - f_B = J_{I_1}\ddot{\theta}$$
$$J_{I_1}\ddot{\theta} + f_{K_1} + f_{K_3} + f_B = 0$$

y

$$-f_{K_2} - f_{K_3} + \varphi = J_{I_2}\ddot{\theta}$$
$$J_{I_2}\ddot{\theta} + f_{K_2} + f_{K_3} = \varphi.$$

Donde

Para I_1

- $\boldsymbol{f_{K_1}} = K_1\theta_1$
- $\boldsymbol{f_B} = B\dot{\theta}_1$
- $\boldsymbol{f_{K_3}} = K_3(\theta_1 - \theta_2)$.

Para I_2

- $\boldsymbol{\varphi}$ es la fuerza de entrada del sistema
- $\boldsymbol{f_{K_2}} = K_2\theta_2$
- $\boldsymbol{f_{K_3}} = K_3(\theta_2 - \theta_1)$.

Asi que

$$J_{I_2}\ddot{\theta}_2 + K_2\theta_2 + K_3(\theta_2 - \theta_1) = \varphi$$
$$J_{I_1}\ddot{\theta} + B\dot{\theta}_1 + K_1\theta_1 + K_3(\theta_1 - \theta_2) = 0$$

3. Considere la figure (5). Modele el sistema mecánico utilizando las leyes de Newton.

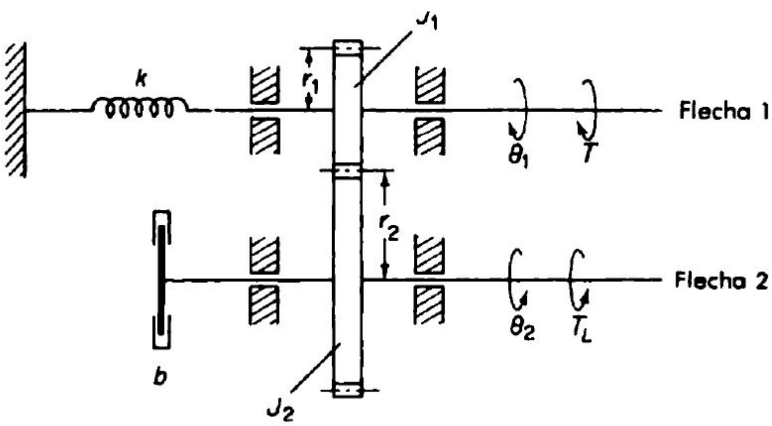

Figure 5: Sistema rotacional con engranes

Analisis en diagrama de cuerpo libre.

Figure 6: Diagra de cuerpo libre en del Sistema rotacional en (a) I_1 y (b) I_2.

Por lo que

$$
\begin{aligned}
-f_k - f_{r_1} + T &= J_1\ddot{\theta}_1 \\
J_1\ddot{\theta}_1 + f_{r_1} + f_k &= T
\end{aligned}
$$

y

$$
\begin{aligned}
-f_b - f_{r_2} + T_L &= J_2\ddot{\theta}_2 \\
J_2\ddot{\theta}_2 + f_{r_2} + f_b &= T_L
\end{aligned}
$$

Donde

Para J_1

- $\boldsymbol{f_k} = k\theta_1$
- $\boldsymbol{f_{r_1}} = Fr_1$
- $\boldsymbol{T}$ es una entrada al sistema.

Para J_2

- $\boldsymbol{f_b} = b\dot{\theta}_2$
- $\boldsymbol{f_{r_2}} = Fr_2$
- $\boldsymbol{T_L}$ es una entrada al sistema.

Asi que

$$
J_1\ddot{\theta}_1 + Fr_1 + k\theta_1 = T \tag{1}
$$

$$
J_2\ddot{\theta}_2 + Fr_2 + b\dot{\theta}_2 = T_L \tag{2}
$$

Despejando F de (2)

$$
F = \frac{1}{r_2}\left[T_L - J_2\ddot{\theta}_2 - b\dot{\theta}_2\right]. \tag{3}
$$

(3) en (1) se obtiene

$$J_1\ddot{\theta}_1 + k\theta_1 + \frac{r_1}{r_2}\left[T_L - J_2\ddot{\theta}_2 - b\dot{\theta}_2\right] = T.$$

Sabien que

$$\theta_2 = \frac{r_1}{r_2}\theta_1 \quad \text{y} \quad \theta_2^{(n)} = \frac{r_1}{r_2}\theta_1^{(n)}$$

Luego

$$J_1\ddot{\theta}_1 + k\theta_1 + \frac{r_1}{r_2}\left[T_L - J_2\frac{r_1}{r_2}\ddot{\theta}_1 - b\frac{r_1}{r_2}\dot{\theta}_1\right] = T$$

$$\underbrace{\left[\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 J_2 + J_1\right]}_{J_e}\ddot{\theta}_1 + \underbrace{\left[\frac{r_1}{r_2}J_2\right]}_{b_e}\dot{\theta}_1 + \underbrace{k}_{k_e}\theta_1 = \underbrace{T - \frac{r_2}{r_1}T_L}_{\tau}$$

Por lo que

$$J_e\ddot{\theta}_1 + b_e\dot{\theta}_1 + k_e\theta_1 = \tau.$$