

Aufgabe H32 (10 Punkte)

Geben Sie **DPDAs** an, die die folgenden Sprachen erkennen. Beschreiben Sie kurz die Idee Ihres Automaten.

a) $L_1 = \{w\$ \mid w \in \{a,b\}^*, |w|_a = 2|w|_b\} \quad M_a$

b) $L_2 = \{w \in \{a,b\}^* \mid |w|_a = 2|w|_b\} \quad M_b$

a) $w \in \{a,b\}^*$

Idee (1)

Mylhill-nerode

$$[aba][acb][baa] \equiv_L [\varepsilon]$$

$$[ab] \equiv [ba]$$

$$[bb]$$

$$[aa]$$

$$\text{DPDA } M_a = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \Gamma_0, F)$$

$$C := [ab]$$

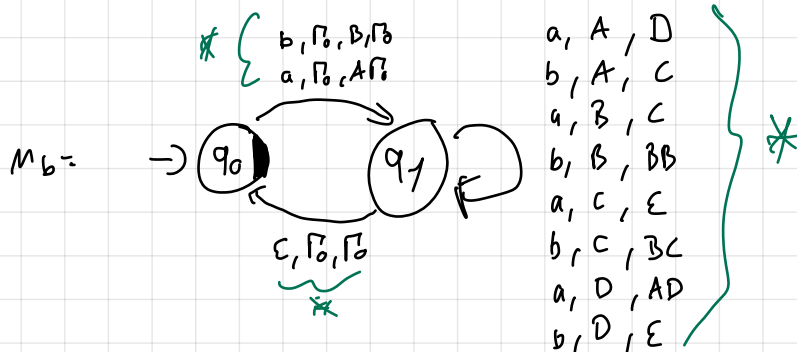
$$D := [aa]$$

$$\begin{matrix} a, \Gamma_0, A \\ b, \Gamma_0, B \\ a, A, D \\ b, A, C \\ a, B, C \\ b, B, BB \\ a, C, \varepsilon \\ b, C, BC \\ a, D, AD \\ b, D, \varepsilon \end{matrix}$$

"sry" (Erklärung nächste Seite)



b)



$$\text{DPDA } M_b = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \Gamma_0, F)$$

$$F_0 = \{q_1\}$$

$$F_1 = \{q_0\}$$

$$Q = \{q_0, q_1\}$$

$$\Sigma_0 = \{a, b, \$\}$$

$$\Sigma_1 = \{a, b\}$$

$$\Gamma = \{A, B, C, D, \Gamma_0\}$$

$$\delta_0 = *$$

$$\delta_1 = *$$

Erklärung:

Wir versuchen ein Wort zu erkennen, welches die bedingung hat, dass für jedes b zwei a im w sind. Dadurch wissen wir, dass wir irgendwie die Äquivalenzklasse $[aab]$ in Teilworten finden und diesen Teil akzeptieren.

also sei w' Teilwort von w mit $w' \in [aab]_*$, dann wissen wir das, wenn wir w in genau n viele w' zerlegen, mit $w = w'_1 \dots w'_n$, dann ist $w \in L$.

Den Keller verwenden wir hierfür wie folgt:

(1)

- lese das erste Zeichen und schreibe A oder B auf den Keller, dann lese das nächste Zeichen
- wenn wir $[ab]$ haben, dann wollen wir vermerken, dass wir ein a haben wollen
- wenn wir $[aa]$ haben, dann wollen wir ein b .

\Rightarrow Wir zählen also quasi hoch und eliminieren das Zeichen, wenn wir ein gültiges w' gefunden haben, dann können wir anhand der verbleibenden Zeichen erkennen ob $w \in L$.

(im endeffekt halt $\notin DCFL$ aber die geht ich jetzt nicht an)

bei a) Wenn $\$$ gelesen und der Keller leer, dann können wir akzeptieren, ansonsten ist $w \notin L$

bei b) wir benutzen q_0 als endzustand, weil wir kein klares endzeichen haben.