מחברת זו הינה רכוש הטכניון
והיא מיועדת לצרכי בחינה בלבד

הטכניון - מכון טכנולוגי לישראל

מחברת בחינה

2014

* מס' תעודת הזהות

3 1 4 2 3 3 4 8 7

ציונים לשימוש הבוחן

ציון ______

שאלה מס' 1	30
שאלה מס' 2	25
שאלה מס' 3	30
שאלה מס' 4	10
שאלה מס' 5	
שאלה מס' 6	
שאלה מס' 7	
שאלה מס' 8	
שאלה מס' 9	
שאלה מס' 10	
סה"כ	95

שם מקצוע: קרמיקה

מספר מקצוע ______

חדר מבחן ______

פקולטה ______

סמסטר ______

תאריך ______

מחברת ______ מתוך ______ מחברות

* יש למלא X בתוך המשבצות בטבלה שלהלן עבור כל ספרה של תעודת הזהות, כולל ספרת הביקורת (סה"כ 9 ספרות), כאשר כל עמודה מייצגת ספרה בתעודת הזהות

נא הדבק/י את המדבקה
במרכז המלבן

לתשומת לבך !!!

1. אין לשדך סיכות נוספות, לסיכה הקיימת, למחברת הבחינה.
2. אין לתלוש דפים ממחברת הבחינה.
3. אין להוסיף דפים למחברת הבחינה שלא אושרו על-ידי המתרגל או מרצה הקורס.
4. יש לכתוב במחברת הבחינה בעט בלבד (לא בעפרון).
5. הקפד למלא בטבלת המשבצות של תעודת הזהות את ה- X בתוך המשבצת.
6. במידה וטעית במיקום ה- X בטבלת המשבצות, השחר את הריבוע לחלוטין.

הטכניון – הפקולטה למדעי המחשב
גרפיקה ממוחשבת – 234325

חורף תשע"ד
3/2/2016

מרצה: פרופ גרשון אלבר
מתרגל: פאדי מאסארווי

מבחן – מועד א

הנחיות:

1. בבחינה שלפניכם 8 דפים כולל דף זה ודף פרטים אישיים. בדקו זאת.
2. **עליכם לענות על כל 4 השאלות.**
3. כתבו בקצרה. כל המאריך גורע!
4. משך הבחינה: **180 דקות**
5. יש לכתוב את כל התשובות בטופס המבחן.
6. יש להגיש את טופס הבחינה.
7. כל חומר עזר מודפס\כתוב מותר.

בהצלחה

i. (30 נק.) שאלה זו עוסקת בטרנספורמציות.

א. (15 נק.) הוכח(י) או הפרכ(י) עבור מטריצות טרנספורמציה במרחב (תנו דוגמה נגדית אם לא נכון **ונמקו** באם נכון או לא):

i. מכפלה של כל שתי מטריצות שיקוף במרחב R^3 היא תמיד או מטריצת סיבוב או מטריצת הזזה במרחב R^3.

לא נכון, יהי $A=\begin{pmatrix}-1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\+2&0&0&1\end{pmatrix}$ שיקוף סביב ציר $x=1$

ויהי $B=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$ שיקוף סביב ציר $y=0$

אזי $A\cdot B=\begin{pmatrix}-1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&1&0\\2&0&0&1\end{pmatrix}$ קשה לי להגיד, סיבוב או הזזה אלא הכללה של

סיבוב + הזזה.

ii. מכפלה של כל שתי מטריצות Shear ההומוגניות $\begin{bmatrix}1&0&0\\b&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&a&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$ במרחב R^2 היא תמיד מטריצת הזזה במרחב R^2.

לא נכון, עבור $a=b=1$ מקבלים $\begin{pmatrix}1&1&0\\1&2&0\\0&0&1\end{pmatrix}$

שאינה של מטריצה מהצורה $\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\x&y&1\end{pmatrix}$ $\forall x,y$ ולכן לא הזזה.

iii. מכפלה של כל שתי מטריצות סילום (Scale) במרחב R^3 יכולה להיות מטריצת סיבוב במרחב R^3. כמה מטריצות כאילו יש, אם בכלל?

$\begin{pmatrix}a&0&0\\0&b&0\\0&0&c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}d&0&0\\0&e&0\\0&0&f\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}ad&0&0\\0&be&0\\0&0&cf\end{pmatrix}$ נחשב מכפלה של במטריצות סילום

מכיוון שקיבלנו אפסים אחוץ לאלכסון (הראשי), אזי אם

$(\sin\theta=0)$ נקבל מטריצת סיבוב אזי הסיבוב הוא ב 0 או π רדיאן

אז מכפלה של כמה מטריצות כאלו, אלו באלכסון ±1 $(\cos\theta)$

מטריצות אפשריות $(cf=1,\ ad=be=\pm1)$, $(ad=cf=\pm1,\ be=1)$, $(be=cf=\pm1,\ ad=1)$

סה"כ 4 מטריצות שונות, (ובסה"כ לא מזיזה מטריצה חדשה)

ב. (15 נק.) הסבירו מה המטריצות הבאות מבצעות גיאומטרית:

.i

$$(x,y,z,1)\overset{M}{\begin{bmatrix}1&1&0&0\\1&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}} = (x+y, x+y, z, 1)$$

ואיך תראה קוביית היחידה ([0, 1]^3) אחרי הטרנספורמציה הזו?

Shear Y

מתבצעת הטלה למישור X=Y עם מקדם של x+y קווי YZ

המתקבלת ע"י

$$\begin{pmatrix}1&1&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix} = M$$

Shear Y

מינימום מתקבלת את ~~צורה~~ מלבן הנו

x=y הנמצא על המישור (0,0,0),(0,0,1),(2,2,1),(2,2,0)

.ii נתון ווקטור יחידה $v = (v_x, v_y, v_z)$ ו $M = I - 2v^Tv$ (I מטריצת היחידה):

$$(x,y,z)M$$

ואיך תראה קוביית היחידה ([0, 1]^3) אחרי הטרנספורמציה הזו אם $v = (1,-1,0)/\sqrt{2}$?

מתבצעת שיקוף ביחס למישור המאונך בראשית

שהנורמל שלו זה $\vec{v}$

סיבוב קוביה מתהפכת קוביה ~~שלמה~~ קיימת $[0,1]^3$

2. (30 נק.) נתון אובייקט פוליגונלי P, מעוניינים לצייר את קווי המתאר (Silhouette) החיצוניים בלבד. נניח כי P בצבע שחור והוא מוטל ונצבע על רקע לבן. עקום סילואט יחשב לחיצוני אם הוא נמצא על הקו המפריד בין התחום השחור ללבן בהיטל.

א) (10 נק.) הצע(י) אלגוריתם **במרחב המסך** (Screen Space) שמצייר את קווי המתאר החיצוניים בלבד. מותר ל'רנדר' את האובייקט P פעם אחת בלבד. (רמז: מותר להשתמש בתוצאת תמונת הרנדור יותר מפעם אחת).

מרנדרים את P לתוך תמונה I, מקבלים את העיבוד של I לתוך תמונה J הממוצע, $J(x,y)=\frac{1}{4}\sum_{k=0}^{1}\sum_{l=0}^{1} I(x+k,y+l)$ (ממוצע של 4 ערכים ב-I) לכל x,y

אחר כך עוברים $J \to K$

$$K(x,y)=\begin{cases} \text{white} & J(x,y)=\text{black} \text{ or } J(x,y)=\text{white} \\ \text{black} & \text{otherwise} \end{cases}$$

מציגים K.

אחרי הפיכה ל שחור שחור הופך ללבן.

ב) (10 נק.) הצע(י) אלגוריתם **במרחב העולם** (Object space) שמצייר את קווי המתאר החיצוניים בלבד. כעת מותר ל'רנדר' את האובייקט P לכל היותר פעמיים.

מרנדרים את P רק את ה back-faces רק של הקטור מוזז (קודקוד) קודקוד בכיוון הנורמל בצבע שחור.

מרנדרים את P רק את front-faces במיקום הרגיל בצבע לבן.

ג) (5 נק.) האם שני האלגוריתמים, מסעיפים א ו ב, מזהים ומציירים גם קווי שפה (Boundary)? הסבר(י) את תשובתך עבור כל אלגוריתם.

~~שני האלגוריתמים [illegible]~~

שני האלגוריתמים לא מציירים קו שפה כי הם לא מבדילים איפה יש שפה כי הם פנימיות דוקר של האובייקט.

-3

קווי שפה כן מזוהים [illegible]

ד) (5 נק.) מה היתרונות ומה החסרונות של כל שיטה א ו ב?

א) עובד מהר כי במרחב המסך ומרנדרים אובייקט פעם אחת.

אבל יכול לצייר את ה קווי המתאר עם איכות לא אחידה (Jagginess)

עם תלות ב "מיגור" silhouette של אובייקט כנראה.

ב) מאפשר יותר שליטה, אבל מצייר פעמיים את ה רנדור של האובייקט

בנוסף אפשר לטפל בעישות ב Z-Buffer עם קווי מתאר שמסתירים ע"י אובייקט אחר.

מה? בעבודות?

לא הבנתי

-2

3. (30 נק.) נתון עקום Bezier קובי:

$$B(t) = \sum_{i=0}^{3} P_i B_i(t), \quad P_i \in R^2$$

ונתון עקום Hermite (קובי גם כן):

$$H(t) = Q_0 h_{00}(t) + Q_1 h_{01}(t) + T_0 h_{10}(t) + T_1 h_{11}(t), \qquad Q_j, T_j \in R^2, j = 0,1$$

א. (6 נק.) נטען כי ניתן לייצג כל עקום Hermite קובי כעקום Bezier קובי וההפך. הסבר(י) בקצרה מדוע הטענה נכונה.

$B(t), H(t)$ שניהם פולינומים ממעלה 3, כמו כן

בשתי המקרים הבסיסים $B_i(t)$ ו- $h_{xy}(t)$

מהווים בסיס שלם, שנוצרים פורשים את Poly(deg 3)

ולכן ניתן לעבור מאחד לשני.

ב. (12 נק.) מצא(י) את הקשר הנדרש בין P_i לבין Q_i (נקודה) ו T_i (שיפוע). במילים אחרות, בהנתן Q_i ו T_i מה ה P_i אשר מייצגים עקום זהה? הוכח את טענתך!

נניח $t \in [0,1]$ (תחת)

$B(t) = P_0 \cdot (1-t)^3 + P_1 \cdot 3(1-t)^2 t + P_2 \cdot 3(1-t) t^2 + P_3 t^3$

$H(t) = Q_0 (t^2(2t-3)+1) + Q_1 (-t^2(2t-3)) + T_0 t(t-1)^2 + T_1 t^2(t-1)$

$B(0) = H(0) \Rightarrow P_0 = Q_0$

$B(1) = H(1) \Rightarrow P_3 = Q_1$

$B'(t) = -3P_0(1-t)^2 + 3P_1[-2(1-t)t + (1-t)^2] + 3P_2[-t^2 + 2t(1-t)] + 3P_3 t^2$

$B'(0) = H'(0) \Rightarrow -3P_0 + 3P_1 = T_0 \Rightarrow P_1 = \frac{T_0}{3} + Q_0$

$B'(1) = H'(1) \Rightarrow -3P_2 + 3P_3 = T_1 \Rightarrow P_2 = Q_1 - \frac{T_1}{3}$

לסיכום: $P_0 = Q_0$, $P_1 = \frac{T_0}{3} + Q_0$, $P_2 = Q_1 - \frac{T_1}{3}$, $P_3 = Q_1$

על פי הניתוח של ב' קבלנו צריך

יש רק פולינום יחיד מדרגה 3 עם 4 נעלמים.

ג. (12 נק.) נדרשת להגדיר עקומות Hermite חדשות אבל עם רציפות נדרשת k (C^k, $k \ge 0$).

a. מה תהיה דרגת פולינום Hermite עבור רציפות נדרשת C^0 ? רציפות נדרשת C^3 ?

b. מה יהיו פולינומי הHermite עבור רציפות נדרשת C^0 ?

a. עבור C^0 יש רק 2 אילוצים $H(0)=P_1$, $H(1)=P_2$,

ולכן דרגת הפולינום היא 1, קו ישר.

עבור C^3, יש 8 אילוצים $H^{(i)}(1)=P_{1i}$, $H^{(i)}(0)=P_{0i}$ עבור $i=\{0,1,2,3\}$

ולכן דרגת הפולינום היא 7.

b. $H(t)=P_0h_0(t)+P_1h_1(t)$

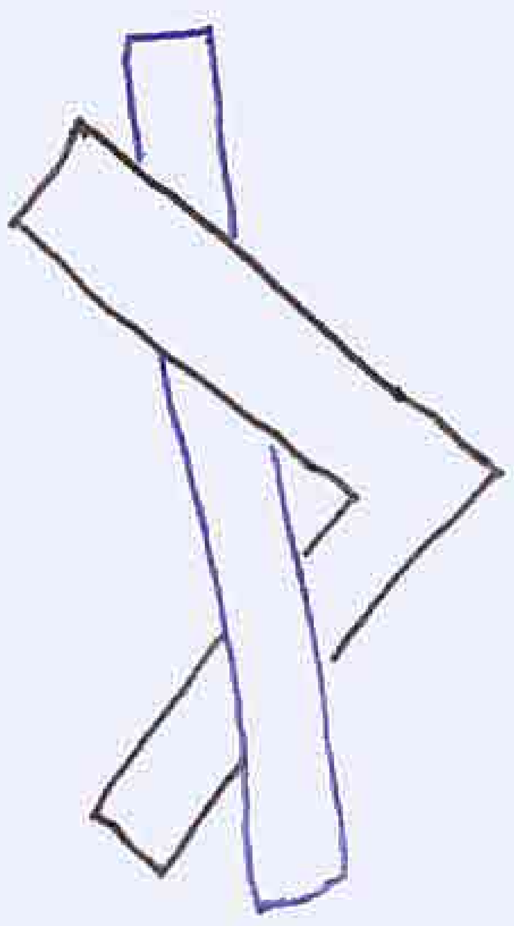
$h_0(0)=1$, $h_0(1)=0 \Rightarrow h_0(t)=1-X$

$h_1(0)=0$, $h_1(1)=1 \Rightarrow h_1(t)=X$

ובסיס עבור C^0 הוא

$\{1-X, X\}$

4. (10 נק.) לשיפור חמשת השלבים של אלגוריתם הצייר (ראו שקף 16 בפרק הסרת הנסתר (Depth Sort)), נטען כי למרות שזה יקר חישובית ניתן למצוא מישור הפרדה בין כל שני פוליגונים כלשהם שלא נחתכים (וללא שום נקודה משותפת) ב R^3. נמק(י) בקצרה מדוע טענה זו נכונה או תנ(י) דוגמה נגדית מדוע לא.



טענה לא נכונה, דוגמה נגדית

המצולע הכחול עם מישור YX, והשחור מסובב

קצת סביב Z ממישור YX, ~~אבל~~

המצולעים לא נחתכים אבל לא קיים מישור הפרדה

עקב התצורה המשולבת.