מבחן במקצוע גרפיקה ממוחשבת

14 בפברואר 2021

תוכן העניינים

שאלה מספר 1 **2**
סעיף א 2
סעיף ב 2
סעיף ג 3

שאלה מספר 2 **4**
סעיף א 4
סעיף ב 4
סעיף ג 5

שאלה מספר 3 **7**
סעיף א 7
סעיף ב 8

שאלה מספר 1

סעיף א

מסך B יכול להציג יותר צבעים.
זאת מכיוון שהגמוט של B מכיל בתוכו את הגמוט של A ולכן מסך B מסוגל להפיק את כל הצבעים שמסך A מסוגל להפיק ו(ואם הוא מכיל ממש את A כלומר $\text{Gammut}_A \subset \text{Gammut}_B$) אז מסך B מסוגל להפיק צבעים שאין במסך A.
הגמוט זה למעשה טווח שבו המסך יכול להפיק תדרים.

סעיף ב

נזכור כי $\text{Gammut}_A \subset \text{Gammut}_B$

האם מסך A מסוגל להציג באותם צבעים בדיוק כמו מסך B? לא.
נניח מכיוון ש$\text{Gammut}_A \subset \text{Gammut}_B$ נובע כי קיימים צבעים $c \in \text{Gammut}_B$ אבל $c \notin \text{Gammut}_A$ ולכן קיימים צבעים שמסך B מסוגל להפיק ומסך A אינו מסוגל להפיק.

האם מסך B מסוגל להציג באותם צבעים בדיוק כמו מסך A? מכיוון שמסך B יכול להפיק את כל הצבעים בדיוק כמו מסך A נובע מכך שקיימת טרנס' לתמונה בה מסך B יכול להציג את התמונה בדיוק כמו מסך A.
הדגמה:

- נסמן R_A, G_A, B_A את הקור' של גמוט של מסך A.
- נסמן R_B, G_B, B_B את הקור' של גמוט של מסך B.
- $\text{Gammut}_A \subset \text{Gammut}_B$ בפרט $R_A, G_A, B_A \in \text{Gammut}_B$ ולכן :
  - קיימות קור' ברצנטריות $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \in [0,1]$ כך ש $R_A = \alpha_1 R_B + \alpha_2 G_B + \alpha_3 B_B$.
  - קיימות קור' ברצנטריות $\beta_1, \beta_2, \beta_3 \in [0,1]$ כך ש $G_A = \beta_1 R_B + \beta_2 G_B + \beta_3 B_B$.
  - קיימות קור' ברצנטריות $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3 \in [0,1]$ כך ש $B_A = \gamma_1 R_B + \gamma_2 G_B + \gamma_3 B_B$.
- אזי עבור פיקסל בצבע R, G, B , במסך A נשתמש ב$(R,G,B)\,(R_A, G_A, B_A)^T$ ע"מ להציג אותה ובמסך B נשתמש ב

$$(R,G,B)\overbrace{\begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} R_B \\ G_B \\ B_B \end{pmatrix}}^{\equiv(R_A,G_A,B_A)^T}$$

ונקבל תמונה זהה.

- נסמן $\tilde{R}$ את הקור הברצנטריות

סעיף ג

ראה תשובה סעיף ב, "האם מסך B מסוגל להציג באותם צבעים בדיוק כמו מסך A".

שאלה מספר 2

$$V - E + F = 2$$

סעיף א

נבחין כי בפאון משולשי קיים יחס בין E לF.היחס הוא $1.5F = E$.
לכן תחילה נבודד את V:

$$V = 2 - F + E$$

E כפונ' של V:

$$V = 2 - \frac{1}{1.5}E + E = 2 - \frac{2}{3}E + E = 2 + \frac{1}{3}E \Rightarrow V = 2 + \frac{1}{3}E \Rightarrow 3\left(V - 2\right) = E$$

F כפונ' של V:

$$V = 2 - F + 1.5F = 2 + 0.5F \Rightarrow V = 2 + 0.5F \Rightarrow 2\left(V - 2\right) = F$$

מכןא ש

$$F\left(V\right) = 2\left(V - 2\right)$$

$$E\left(V\right) = 3\left(V - 2\right)$$

כלומר

$$F = 2\left(V - 2\right)$$

$$E = 3\left(V - 2\right)$$

סעיף ב

נחשב את הדרגה הממוצעת של קודקוד.
דרגה של קודקוד שווה לכמות הצמתים שאליה מחובר הקוד קוד מספר זה שווה לכמות הקשתות שמחוברת לקודקוד.
כל קשת תורמת ל2 קודקודים +1 בדרגה.
לכן הדרגה הממוצעת היא למעשה סך הדרגות חלקי סך הקודקודים

לכן הדרגה הממוצעת של קוד קוד נתונה על ידי סך הקשתות חלקי סך הקודקודים כפול 2 (כאמור כל קשת תורמת 2 לסך הדרגות הכולל) כלומר היא $\frac{2E}{V}$.נסמן $\bigstar$

אבחנה:כמות הפעמים שבה צומת יישלח לרינדור שווה לדרגתו.נימוק:בפאון סגור כמות הצמתים היוצאת מקודקוד שווה לכמות המשולשים בהם הוא משתתף ומכאן זה נובע.

לכן:

בסעיף א׳ ראינו כי

$$E = 3\left(V-2\right)$$

נכפיל ב 2 ונחלק בV ונקבל

$$\overbrace{\frac{2E}{V}}^{\bigstar} = 6\left(1-\frac{2}{V}\right)$$

אזי כמות הפעמים שבמוצע ייבוד כל פקוקוד של הפאון במש משולשי עם מספר צמתים גדול נתונה על ידי

$$\lim_{V\to\infty}\bigstar = \lim_{V\to\infty} 6\left(1-\frac{2}{V}\right) = 6$$

התשובה היא 6.

סעיף ג

נניח בה"כ ואנו שולחים את כל המש המשולשי ברשימה אחת ארוכה.(שימו לב בכל מקרה אחר של פיצול הרשימה לכמה רשימות כל קודקוד ייעובד יותר יותר פעמים ולכן מקרה זה מהווה חסם מלמטה של כמות השליחה של הצמתים בכל מקרה אחר שבו נבצע פיצול רשימות).

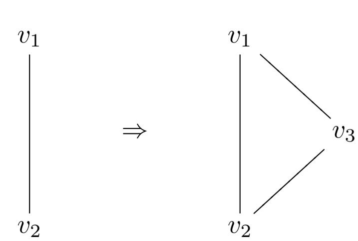
נסמן את הרשימה

$$\left(v_1, v_2, \ldots, v_n\right)$$

המטרה שלנו היא למצוא חסם תחון על מספר הפעמים **הממוצע** שכל קודקוד בפאון המשולשי יעבוד.

כלומר עלינו לחפש את $\frac{n}{V}$.

נזכור שבפאון סגור לכל צלע ישנן אך ורק שני פאות סמוכות.כלומר בפעם הראשונה שמוסיפים 2 צמתים סוגרים קשת אחת בינהם ועבור כל צומת שמתווספת לרשימה מעבר לכך אנו למעשה מוסיפים שני קשתות ע"מ לסגור משולש עם הצומת השלישית שקיימת.



המשמעות המעשית של כל הקשקשת הזו בהקשר שלנו היא ש:
פרט לשני הוורטקסים הראשונים , בכל וורטקס שנוסף אנו מוסיפים פאה.
ולכן מספר הפאות במש המשולשי נתון על ידי:

$$F = \overbrace{0}^{\text{first two elments on the list}} + \overbrace{(n-2)}^{\text{rest of the elements}}$$

כלומר:

$$F + 2 = n$$

איזה יופי בדיוק בסעיף א' מצאנו ש$F = 2\,(V-2)$ ולכן:

$$n = 2 + F = 2 + 2\,(V-2) = 2 + 2V - 4 = 2V - 2$$

$$\Rightarrow n = 2V - 2$$

רוצים למצוא את $\frac{n}{V}$. ולכן נחלק בV ונקבל:

$$\frac{n}{V} = 2 - \frac{2}{V}$$

נסמן

$$A = \frac{n}{V}$$

כלומר A זה החסם התחתון שאנו רוצים לחשב.
המשוואה נכונה לכל מש משולשי ובפרט למש משולשי עם V גדול מאוד:

$$\lim A = \lim_{V\to\infty}\left(2 - \frac{2}{V}\right) = 2$$

כלומר $A = 2$.
$\Leftarrow$ החסם התחתון הוא 2.

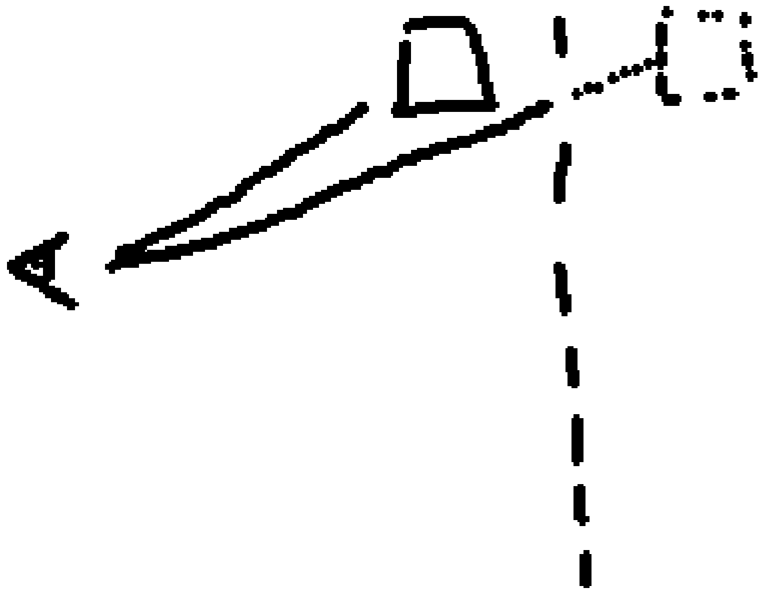
שאלה מספר 3

סעיף א

הערה 1. אני מניח כי אין אובייקטים נוספים ש"מתחבאים" בתוך/מתחת לאובייקט האטום

הערה 2. אני מניח שיש לנו את משוואת המישור שמתארת את הפוליגון המישורי האטום.

נזכר איך מראה עובדת



כלומר מה שנעשה יהיה

1. **להוסיף לסצנה** את השיקוף את האובייקטים בסצנה סביב משוואת המישור שמתארת את הפוליגון (ראה מבחן 2006 שמסביר יפה איך לעשות כך (איך מחלצים את השיקוף בקצרה:למרכז את המישור לסובב אותו שייתלכד עם מישור XY לבצע טרס Scale $(1, 1, -1, 1)$ לבצע סיבוב הופכי והזזה הופכית).
2. להסיר הפוליגון האטום מהסצנה.
3. לרנדר את התמונה מעין הצופה.

התשובה אינה תקפה להטלה פרספקטיבית מהסיבה שהטלה פרספקטיבית מופשעת בין היתר מהמרחק שלהאויבקט מעין הצופה.אילו הינו רוצים להשתמש בשיטה הנ"ל בהטלה פרספקטיבית היינו מקבלים שהקוביה המשוקפת קטנה יותר במימדים שלה ונראת שונה מהקוביה המקורית דבר שאינה מייצג נאמנה את פעולת המראה.

שאלתי שאלה בדיקורד על סעיף א'

סעיף ב

התשובה שלי תשתנה.הפעם,במקום שלב 1 נבצע שלב מעט שונה.

בקצרה:משקפים רק מה שצריך(למרכז את המישור לסובב אותו שייתלכד עם מישור XY **להכפיל בפונ' חלון במימדי המישור ורק על האלמנטים שנותרו** לבצע טרס $(1,1,-1,1)$ Scale לבצע סיבוב הופכי והזזה הופכית).

הערה 3. מניח עדיין שהפוליגון מישורי.

בשלב החיתוך עם החלון:

צומת v "תשרוד" את שלב החיתוך $\iff$ הקור x,y שלה בשילוב עם $z=0$ נמצאות על המישור הממורכז+מנורמל+מסובב.

הערה 4. התשובה שלהם קצתיחותר מתחכמת (ואומנם בסבוכיות מעט גדולה יותר משלי ,לטעמי): משקפים הכל ובפיקסלים של הפוליגון האטום רק נשים את התמונה המשוקפת.