

חורף תשס"ח
13/4/2008

הטכניון – הפקולטה למדעי המחשב
גרפיקה ממוחשבת – 234325

מרצה: פרופ' חיים גוטסמן
מתרגלים: מירי בן-חן, אמיר וקסמן

מבחן סיום – מועד א

שם: _____
מס' סטודנט: _____

הנחיות:

1. משך הבחינה 3 שעות
2. כל השאלות שוות משקל. עליך לענות על כל 4 השאלות.
3. קרא בעיון את כל השאלות לפני שאתה עונה או שואל שאלות.
4. יש לכתוב את כל התשובות במחברת המבחן.
5. נמק היטב כל תשובה. ציין במפורש כל הנחה שאתה מניח.
6. כל חומר עזר מותר.

בהצלחה

	נקודות	שאלה
	25	1
	25	2
	25	3
	25	4
	100	סה"כ

1) טרנספורמציות (25 נקודות)

א) A ו-B הן מטריצות סיבוב תלת מימדיות. המטריצה C מוגדרת כקומבינציה ליניארית שלהם:
 $C = \alpha A + (1-\alpha)B$. הוכח או הפרך: C היא מטריצת סיבוב תלת מימדית.

נתונה סצינה תלת מימדית שמכילה גם נורמלים לקודקודים, ומפעילים טרנספורמציה אפינית T על הסצינה.
ב) סטודנט בקורס הציע לחשב את הנורמלים החדשים (לאחר הטרנספורמציה) באופן הבא: עבור הנורמל $n = (n_x, n_y, n_z)^t$ הנורמל החדש יתקבל ע"י חישוב הוקטור (בקואורדינטות הומוגניות)

$$n' = T \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \\ 1 \end{pmatrix}$$

ושליפת שלושת הרכיבים הראשונים של n' ונירמולם לאורך יחידה.

תן דוגמא לטרנספורמציה T עבורה חישוב זה של הנורמלים החדשים יהיה שגוי.

ג) חשב את הטרנספורמציה M כתלות ב-T, כך שהחישוב

$$n' = M \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \\ 0 \end{pmatrix}$$

יתן נורמלים נכונים עבור הסצינה החדשה, לא בהכרח מנורמלים לאורך יחידה.

רמז: בהינתן שתי נקודות על מישור, p_1, p_2 , הנורמל למישור n מקיים $n^t(p_1 - p_2) = 0$. איזו טרנספורמציה צריך לעבור הנורמל, כדי שיהיה נורמל גם בסצינה החדשה?

(2) תורת הצבע (25 נקודות)

א) פלוני הלך לחנות בדים על מנת לרכוש בד חדש, לפי דוגמית בצבע אדום (Red) שהביא מהבית. הוא בחר בד שנראה לו בצבע זהה ורכש אותו. בהגיעו הביתה, גילה שהבד שרכש הוא למעשה בעל גוון סגול (Magenta) ואינו דומה לצבע הדוגמית שהביא מהבית. מדוע שני הבדים נראו זהים לחלוטין בחנות ואינם נראים כך בבית? נמק בפרוטרוט.

ב) במדפסת שעובדת עם דיו מסוגי CMY התחלפו מיכלי הדיו של Magenta ו- Cyan. רשום איזה צבע יתקבל בהדפסה במקום הצבעים המתוכננים הבאים: אדום, סגול ושחור.

ג) הסבר מדוע תמונה דיגיטלית אחת עשויה להיראות שונה על שני מסכי תצוגה שונים.

ד) ציין שתי תופעות אופטיות (לפחות) שדורשות שימוש במודל תאורה גלובלית (global illumination model) כדי למדל אותן נכונה.

(3) העלמת הנסתר (25 נקודות)

נתונה סצינה תלת מימדית המכילה רק פוליגונים שקופים. בוגר הקורס מתבקש לממש אלגוריתם העלמת הנסתר, שיהיה מותאם לעבודה עם סצינות מסוג זה. הסטודנט כבר מימש אלגוריתם z-buffer לפוליגונים אטומים (לא שקופים), והוא שוקל כיצד, אם בכלל, האלגוריתם הממומש יעזור לו בפתרון הבעיה החדשה. נתונים שני מודלים שלפיהם מחושב הצבע של פיקסל בהיטל קנוני של פוליגון שקוף אחד או יותר:

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n \quad (\text{א})$$

$$I = I_1 + (1/d_1)I_2 + (1/d_2)I_3 + \dots + (1/d_{n-1})I_n \quad (\text{ב})$$

כאשר: I הוא הצבע המחושב, I_1 הוא הצבע של הפוליגון הקרוב ביותר לעין, I_2 הוא הצבע של הפוליגון השני הקרוב ביותר לעין, וכך הלאה. d_i הוא המרחק על ציר ה- z בין הפוליגון בעל הצבע I_i והפוליגון בעל הצבע I_{i+1} . לכל אחד מהמודלים הנ"ל הסבר כיצד היית מחשב בצורה יעילה את הצבע של הפיקסל בנקודה נתונה. האם יש צורך להשתמש באלגוריתם z-buffer לפתרון הבעיה? אם כן, הסבר מה שהשינויים שיש להכניס באלגוריתם z-buffer הסטנדרטי לשם מימוש הפתרון.

4) ציור קווים (25 נקודות)

א) באמצעות אלגוריתם Bresenham או מצייירים קו אופקי וקו אלכסוני (בזווית 45°) בצבע שחור על מסך לבן. האם הקו האלכסוני יראה בהיר יותר, כהה יותר או בעל עוצמה דומה לקו האופקי? נמק.

ב) ברצוננו לצייר על המסך עקומה פולינומיאלית פרמטרית הנתונה כ- $C(t) = (x(t), y(t)), 0 \leq t \leq 1$, כאשר $x(t), y(t)$ הם פולינומים. הדרך הפשוטה ביותר לעשות זאת היא בחירת Δt קבוע, דגימת נקודות על גבי העקומה באותם מרווחי Δt קבועים, וחיבור הנקודות לפי סדר הדגימה ע"י קווים ישרים. מנו שני חסרונות של שיטה זו (רמז: מה ההשפעה של גודלו של Δt ?)

ג) אם יש צורך להעריך פולינום בכמה נקודות עם הפרשים קבועים ביניהן, $t, t+\Delta t, t+2\Delta t, \dots$, ניתן להפעיל את שיטת ה-"הפרשים הקדמיים", שמשתמש בעיקר בפעולות חיבור. בשיטה זו מחשבים את ההפרשים בין ערך הפונקציה בשתי נקודות עוקבות, ומשתמשים בערך זה הרבה פעמים בהמשך. לדוגמא, עבור פולינום ליניארי, $f(t) = a_0 + a_1 t$ נשתמש ב-"נוסחת ההפרשים" הבאה:

$$\Delta_1(t) = f(t + \Delta t) - f(t) = (a_0 + a_1(t + \Delta t)) - (a_0 + a_1 t) = a_1 \Delta t$$

שים לב, שהערך של $\Delta_1(t)$ אינו תלוי ב t , ולכן ניתן לחשבו מראש. כלומר, על מנת להדפיס את הערכים של $f(t)$ ב- n נקודות t במרווחים קבועים של Δt ניתן לבצע:

```
f = a0
Δ1 = a1*Δt
for i=1 to n do
    f = f + Δ1
    print f
endfor
```

רשום אלגוריתם (פסאדו-קוד), המקבל כקלט את המקדמים של עקומה ריבועית (ממעלה 2) $C(t) = (x(t), y(t)), 0 \leq t \leq 1$, וקבוע Δt , ומצייר את העקומה. בכל שלב של לולאת הציור אין לחשב במפורש את ערך הפונקציות $x(t)$ או $y(t)$, אלא להשתמש בנוסחת הפרשים בלבד (גם עבור נגזרות הפונקציות). במילים אחרות, האלגוריתם משתמש בפעולות חיבור בלבד, למעט $O(1)$ פעולות כפל (לא תלוי ב- n).
רמז: רישמו את נוסחת ההפרשים עבור פולינום ריבועי. מה דרגת הפולינום המופיע בנוסחת ההפרשים?