1) **טרנספורמציות (25 נקודות)**

א) C אינה מטריצת סיבוב תלת מימדית. דוגמא נגדית:

$$A=\begin{pmatrix}0&1&0\\-1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix},\qquad B=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix},\qquad \alpha=0.5$$

$$C=0.5A+0.5B=\begin{pmatrix}0.5&0.5&0\\-0.5&0.5&0\\0&0&1\end{pmatrix}$$

מטריצת סיבוב חייבת לקיים $C^t=C^{-1}$, כלומר $C^tC = I$.

אבל, מתקבל:

$$C^tC=\begin{pmatrix}0.5&-0.5&0\\0.5&0.5&0\\0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0.5&0.5&0\\-0.5&0.5&0\\0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0.5&0&0\\0&0.5&0\\0&0&1\end{pmatrix}$$

ולכן C אינה מטריצת סיבוב.

ב) כל טרנספורמציית הזזה T תיתן נורמלים שגויים, כיוון שטרנספורמציית הזזה לא אמורה לשנות את הנורמלים, אך לפי החישוב בשאלה הם ישתנו.

ג) $M = (T^{-1})^t$.

בהינתן שתי נקודות על מישור, p_1,p_2, הנורמל למישור n מקיים $n^t(p_1-p_2) = 0$. הנקודות על המישור לאחר הטרנספורמציה יהיו $\tilde{p}_1=Tp_1,\tilde{p}_2=Tp_2$.

אם הנורמל החדש הוא $\tilde{n}$, נבדוק מה המכפלה הפנימית החדשה:

$\tilde{n}^t(\tilde{p}_1-\tilde{p}_2)=\tilde{n}^tT(p_1-p_2)=(Mn)^tT(p_1-p_2)=n^tM^tT(p_1-p_2)$.

אם $M^tT=I$, נקבל: $\tilde{n}^t(\tilde{p}_1-\tilde{p}_2)=n^t(p_1-p_2)=0$, ואז הנורמל החדש אכן יהיה נורמל למישור החדש.

2) **תאוריית הצבע (25 נקודות)**

א) הצבע האור בבית הוא לבן, לעומת צבע האור בחנות, שהוא צהוב (לצורך העניין מונוכרומטי, כלומר RGB=(1,1,0)). האור הצהוב אינו מכיל שום רכיב כחול, והדוגמית שהובאה מהבית היא סגולה, כלומר הרכב כלשהו של חומר המחזיר צבע אדום וחומר המחזיר צבע כחול. לפיכך, אותה דוגמית בד החזירה בחנות אך ורק את גווני האדום של האור, והדוגמית נראתה אדומה.

ב) ההרכב של הצבעים הנוכחי, במודל CMYK:

אדום: (0,1,1), סגול (0,1,0), שחור (1,1,1)

לכן הצבעים החדשים שיתקבלו (לפי סדר מחייב) הם:

ירוק (1,0,1), טורקיז (1,0,0), שחור (1,1,1)

ג) גמטות (gamuts) שונות גורמות לפרשנות שונה של ערכי RGB.

ד) מגוון תופעות: Color bleeding, caustics, shadows ,refractions & reflections וכו'.

3) **העלמת הנסתר (25 נקודות)**

במודל הראשון, אין צורך כלל ב z-buffer, וניתן לרנדר כל פוליגון בנפרד ולסכם את הצבעים המתקבלים. במודל השני, יש צורך לשנות את ה z-buffer , כך שבכל פיקסל נשמור רשימה של פוליגונים ממויינים לפי ערכי ה z שלהם.

4) **ציור קוים (25 נקודות)**

א) קו אלכסוני יראה בהיר יותר, מכיוון שיצבעו אותו מספר של פיקסלים, על קו יותר ארוך. כלומר, צפיפות הפיקסלים תהיה נמוכה יותר, והקו יהיה בהיר יותר.

ב) (1) יש צורך לחשב את ערך הפוליגונים בכל איטרציה, תהליך כבד חישובית.
(2) מכיוון הדגימה היא במרווחים קבועים, אין רגישות לרמת הפירוט של העקומה, כלומר לעקמומיות שלה.

ג) נוסחת ההפרשים לפולינום ריבועי $f(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$ היא:

$$\Delta_1(t) = f(t+\Delta t) - f(t) =$$
$$\left(a_0 + a_1(t+\Delta t) + a_2(t+\Delta t)^2\right) - \left(a_0 + a_1 t + a_2 t^2\right) =$$
$$a_1 \Delta t + a_2 (\Delta t)^2 + 2a_2 t \Delta t$$

כלומר, ההפרש של פולינום ריבועי הוא פולינום מדרגה 1, שגם לו ניתן לעשות נוסחת הפרשים, ולקבל:

$$\Delta_2(t) = \Delta_1(t+\Delta t) - \Delta_1(t) =$$
$$\left(a_1 \Delta t + a_2(\Delta t)^2 + 2a_2(t+\Delta t)\Delta t\right) - \left(a_1 \Delta t + a_2(\Delta t)^2 + 2a_2 t \Delta t\right) =$$
$$2a_2(\Delta t)^2$$

מכיוון שמדובר בעקומה, כלומר שני פולינומים, האלגוריתם המתקבל הוא:

```
x = a0x, y = a0y
Δ1x = a1x*Δt  + a2x*(Δt)^2
Δ1y = a1y*Δt  + a2y*(Δt)^2
Δ2x = 2*a2x*(Δt)^2
Δ2y = 2*a2y*(Δt)^2

MoveTo(x,y)
for i=1 to k do
   x += Δ1x; Δ1x += Δ2x;
   y += Δ1y; Δ1y += Δ2y;
   LineTo(x,y)
endfor
```