

חורף תשע"ה
15/2/2017

הטכניון – הפקולטה למדעי המחשב
גרפיקה ממוחשבת – 234325

מרצה: פרופ גרשון אלבר
מתרגל: בן עזר

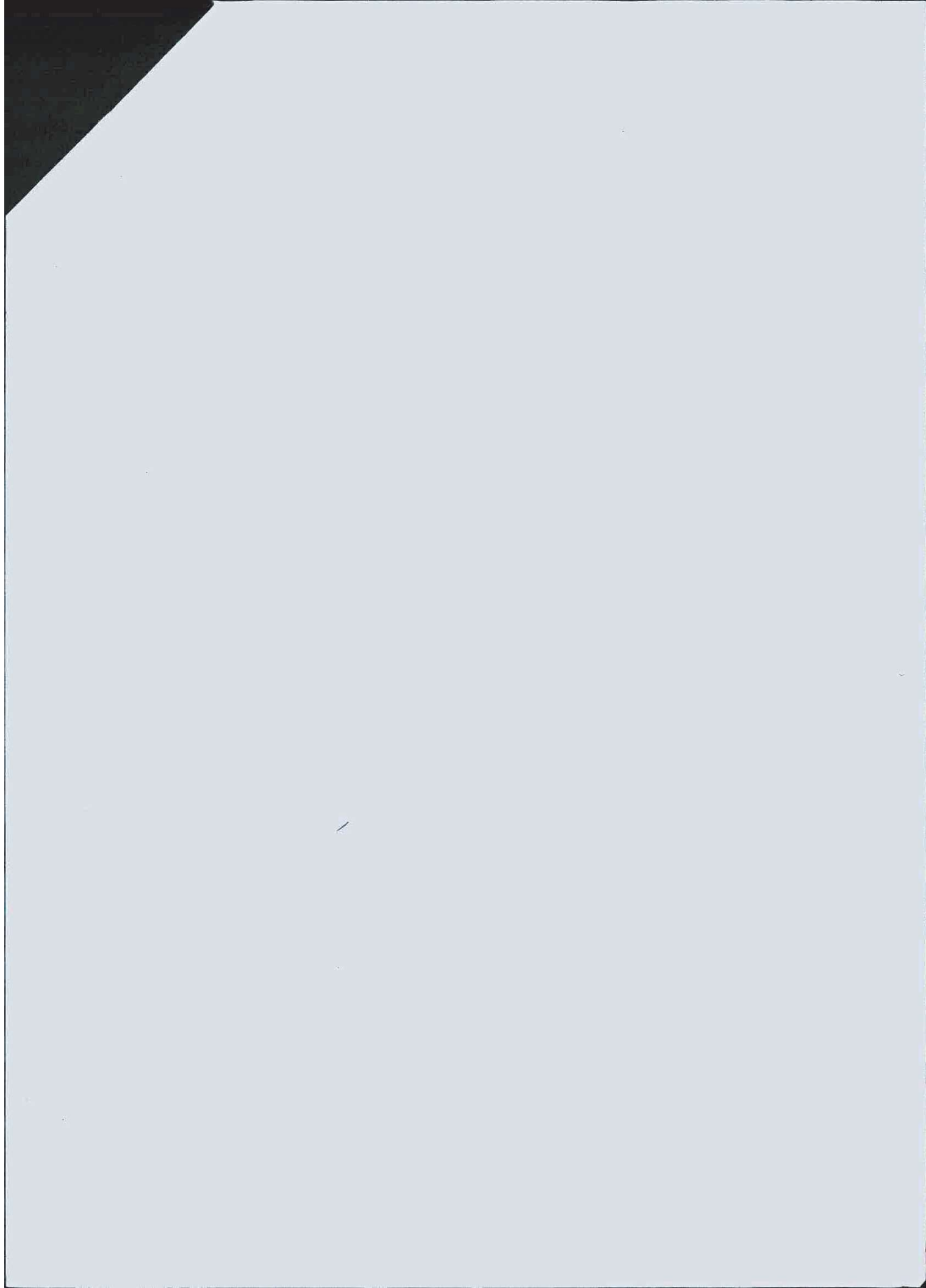
מבחן – מועד א

הנחיות:

1. בבחינה שלפניכם 8 דפים כולל דף זה. בדקו זאת.
2. עליכם לענות על כל 4 השאלות.
3. כתבו בקצרה. כל המאריך גורע!
4. משך הבחינה: 180 דקות
5. יש לכתוב את כל התשובות בטופס המבחן.
6. יש להגיש את טופס הבחינה.
7. כל חומר מודפס\כתוב מותר.

בהצלחה


מבחן		
	נקודות	שאלה
29	30	1
30	30	2
23	30	3
8	10	4
90	100	סה"כ



א. (15 נק.) האם מטריצת טרנספורמציה כזו תמיד קיימת? באם קיימת, מהם התנאים

קיומה? האם היא יחידה? נמקד!
 מתקיים $W \cdot W^T = A$ כן
 נסמן $Q = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix}$
 $A = P \cdot Q^{-1}$
 כלומר, קיימת טרנספורמציה P וסדרה Q
 P הסדרה Q וסדרה P

לחישובה. התיאור יכול את סדר פעולות הנדרש (של הזזה סיבוב וכו'), למשל הזזה ב $(\Pi - Qi)$. לחילופין אם הטרינספורמציה איננה קיימת כלל הסבר מדוע היא איננה אפשרית בשום מצב.

$(x=0)$  : $P_1 = (0,0,0)$, $P_2 = (0,0,1)$, $P_3 = (0,1,0)$ 2

המשפטים: אם C_1 ו- C_2 קבוצות סדורות, אז $A = C_2^{-1} \cdot C_1$ היא קבוצת סדורה.

אם P_1, P_2 רציבים ו- $P_1 \leq P_2$ אז $P_1 \leq P_2$ ו- $P_1 \leq P_2$

הן P_3 ל shear σ_{33} $\begin{pmatrix} \times & \times \\ \times & \times \end{pmatrix}$ $x=0$ נדמה ויהיה 112

$\frac{7}{8} = 1 \approx \frac{1}{2} P_1$ כן יש shear γ_{21} (xx)

$\begin{matrix} P_3 \\ \nearrow \\ P_1 \\ \nwarrow \\ P_2 \end{matrix}$ * $\begin{matrix} P_3 \\ \nearrow \\ P_1 \\ \nwarrow \\ P_2 \end{matrix}$ ** $\begin{matrix} P_3 \\ \nearrow \\ P_1 \\ \nwarrow \\ P_2 \end{matrix}$ *** $\begin{matrix} P_3 \\ \nearrow \\ P_1 \\ \nwarrow \\ P_2 \end{matrix}$ -3- $\begin{matrix} P_3 \\ \nearrow \\ P_1 \\ \nwarrow \\ P_2 \end{matrix}$ **** $\begin{matrix} P_3 \\ \nearrow \\ P_1 \\ \nwarrow \\ P_2 \end{matrix}$ ***** $\begin{matrix} P_3 \\ \nearrow \\ P_1 \\ \nwarrow \\ P_2 \end{matrix}$

[Handwritten notes in red ink, mostly illegible due to bleed-through from the reverse side.]

$$\begin{array}{r} 14 \\ \hline 15 \end{array}$$

(... ..)

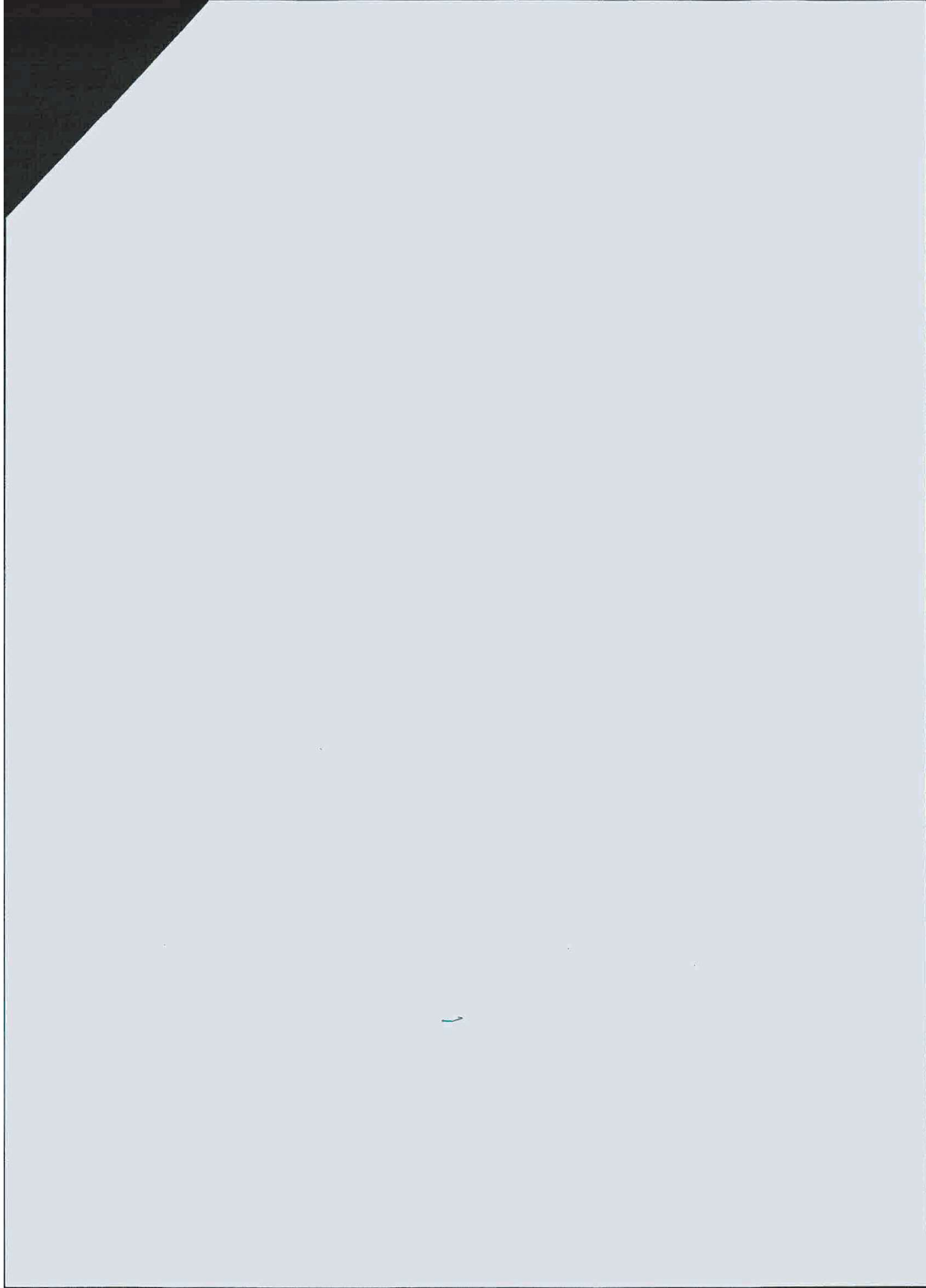
- 7

ratio risk
risk SHEAR

7 x = 550 P₃

P₀ 7 5

2 SCALE



2. (30 נק.).

(א) (10 נק.) בפרק Modeling טענו כי פונקציות ה Uniform Cubic B-spline סכומן 1 בכל נקודה (שקף 40). הוכח את הטענה בהסתמך על נוסחאות פונקציות הבסיס (שקף 39).

על נק' $t \in [0, 1]$ נקבע 4-ה פונקציה מסוג B-spline.

נוגד רק לסכום:

$$\frac{1}{6} \left[r^3 + (-3r^3 + 3r^2 + 3r + 1) + (3r^3 - 6r^2 + 4) + (1 - 3r + 3r^2 - r^3) \right] =$$

$$= \frac{1}{6} \left[r^3 (1 - 3 + 3 - 1) + r^2 (3 - 6 + 3) + r (3 - 3) + 1 (1 + 4 + 1) \right] =$$

$$= \frac{6}{6} = 1$$

10/10

(ב) (10 נק.) בהינתן פונקציות הבסיס של Uniform Cubic B-spline (שקף 39 בפרק Modeling), בהרצאה נטען כי הינן רציפות מסדר C^k . מהו k והוכח את תשובתך.

$k=2$. רציפות C^2 (בזוהי הנק' שמונח).

הנ' צריך. כלומר שבוך 0 של העקום

הבא הערך זהה לערך הנק' 1

של העקום הנכונה.

10/10

C_0

$r^3/6$
 $(-3r^3 + 3r^2 + 3r + 1)/6$
 $(3r^3 - 6r^2 + 4)/6$
 $(1-r)^3/6$

$r=0$	$r=1$
0	1/6
1/6	4/6
4/6	1/6
1/6	0

C_1 (נצטרך)

$r^2/2$
 $(-3r^2 + 2r + 1)/2$
 $(3r^2 - 4r)/2$
 $-(1-r)^2/2$

$r=0$	$r=1$
0	1/2
1/2	0
0	-1/2
-1/2	0

C_2 (נצטרך)

r	$r=0$	$r=1$
r	0	1
$-3r + 1$	1	-2
$3r - 2$	-2	1
$1 - r$	1	0

C_3 (נצטרך)

r	$r=0$	$r=1$
1	1	1
-3	-3	-3
3	3	3
-1	-1	-1

כבר לא מתקיים שוויון בין $r=0$ ו $r=1$ בין קטעים, ולכן רק C^2 .



(ג) (6 נק.) האם יתכנו שני עקומים פולינומים פרמטריים מישוריים, $C_1(t)$ ו $C_2(r)$, השונים זה מזה, אך בדרגה זהה, ואשר מציירים את אותו עקום עבור $t, r \in [0,1]$? נמקד!

אם הכוונה של $C_1(t) = C_2(r)$ לכל $t=r$, אז זה כמובן אותו עקום וזהו כולו.
אם הכוונה היא שאיזשהו ציור מקבלים את אותו עקום, ~~אז~~ כן, נוכל למשל לצייר אותו ~~עם~~ להכוון ההפוך:
 $C_2(r) = C_1(1-r)$.
וכמובן כמעט כל עקום $C_1(t) \neq C_2(r)$, ולכן אמנם התוצאה שונה, אבל הכוונה שונה.

אבל לא!
הכלל!

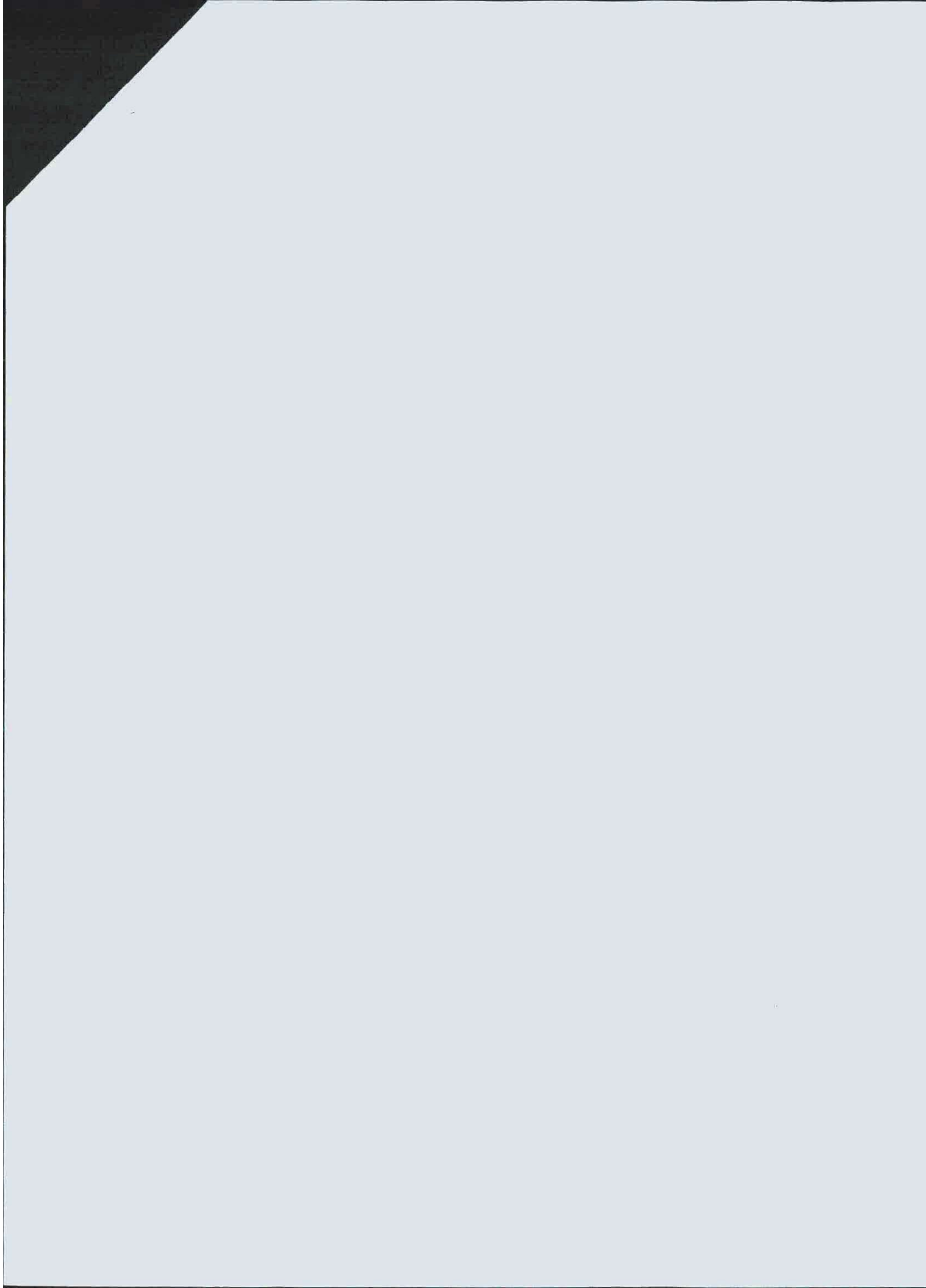
ע/ע

(ד) (4 נק.) האם יתכנו שני עקומים פולינומים פרמטריים מישוריים בייצוג Bezier, $B_1(t)$ ו $B_2(r)$, השונים זה מזה אך בדרגה זהה ואשר מציירים את אותו עקום עבור $t, r \in [0,1]$? נמקד!

כמו מקודם, כן, אמאלו נראה.
~~אז~~
נוכל למשל להפוך את סדר הנקודות, ~~אז~~
נקבל $B_2(t) = B_1(1-t)$.

4/4

אבל לא?!



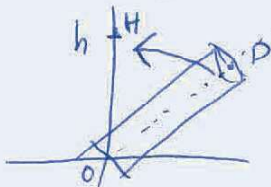
3. (30 נק.) ברצוננו למצוא את החיתוך הראשון בין קרן שיוצאת מ- (x_0, y_0, z_0) ובכיוון (dx, dy, dz) , ושפתו (boundary) של גליל. החיתוך הראשון הוא זה שיתרחש בנקודה הקרובה ביותר לנקודת המוצא של הקרן, בכיוון התקדמות הקרן.
 א. (10 נק.) נניח שמרכזי המעגלים של הגליל הם בנקודות (x_1, y_1, z_1) ו- (x_2, y_2, z_2) . תארו את הפעולות שיש לבצע בכדי למצוא את הטרנספורמציות גוף קשיח שיביאו את הגליל למצב קנוני: מרכז עיגול אחד של הגליל נמצא בראשית והשני במיקום $(0, 0, h)$, גובה הגליל.

והוא נמצא על ה- z (הוא $(0, 0, h)$)

הראשון יהיה בראשית

כעת נסיב (rotate) את האלמנטים

כשנו"ר $P = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$ $\neq POH$
 $O = (0, 0, 0)$
 $H = (0, 0, h)$



לכנס, אם יש צורך

נקודת אור האלמנטים צריך קצת שאלה יהיה h (scale) z ב- z

סידור
הוא
ציר
(הנניח ש)
מאונך
9/10

ב. (10 נק.) רדיוס הגליל במיקום הקנוני הוא x . תארו את הפעולות שיש לבצע (עדיף כ- pseudo code) בכדי למצוא את החיתוך הראשון בין הקרן לשפת הגליל. ניתן להניח כי הקרן במיקום כללי (ללא אירועים סינגולריים) בסעיף זה.

$P_0 = (x_0, y_0, z_0)$
 $P_d = (x_d, y_d, z_d)$
 $H(d)$

הוקדור P_0, P_d מייצג את הקרן

נכנסים את ה- z מסמל z על הקרן

כעת יש לנו את P_0 ו- P_d ונחיל את הקרן והצורה היא $(T \cdot P_0 \rightarrow T \cdot P_d)$

הנק' זה כיוון של הקרן מצדדים ישר במרחב. נמצא

2 נק' בהן מרחק הישר מצדדים הוא z (הוא z)

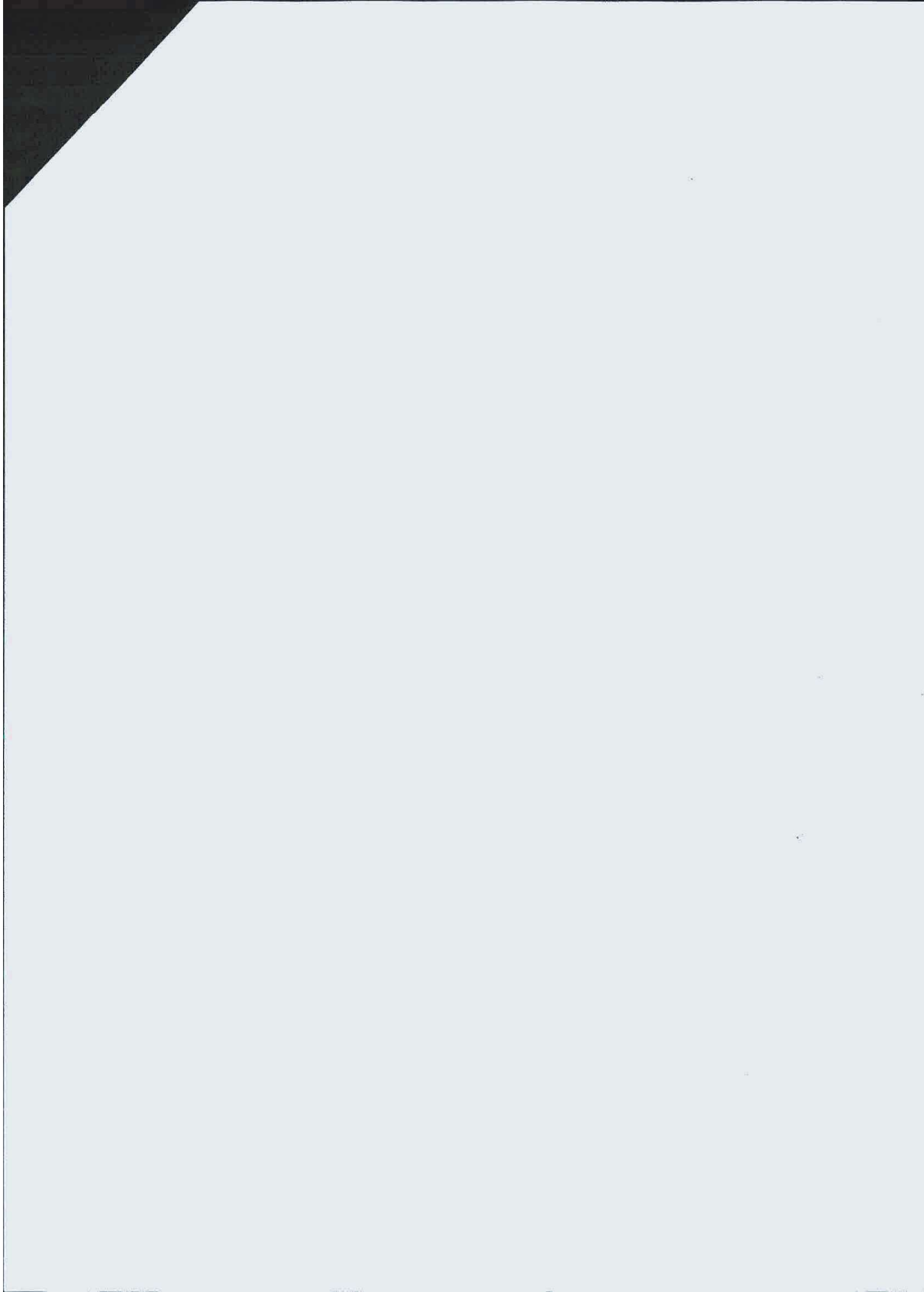
כעת נותר לבדוק איזו נק' קרובה יותר לקרן והוא הוא

חלק מהקרן (יכול להיות שהקרן חותמת את הנק') וחלק מהאלמנט $(z \in [0, 1])$

נותר למצוא את הנק' חזרה ~~הוא~~ במרחב המצדדים

4
חיתוך
הוא
הוא
2

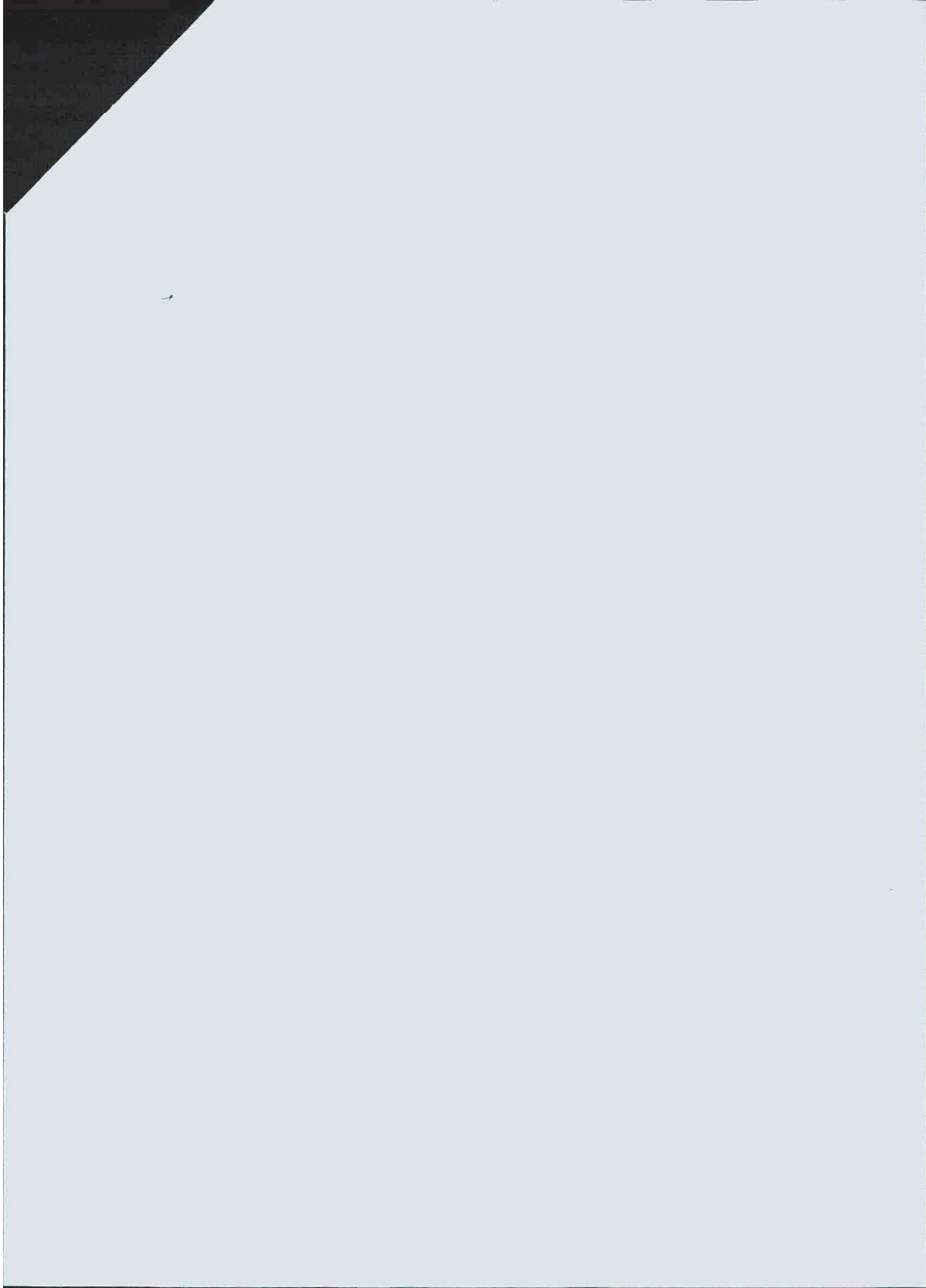
ואם הוא
יכול להיות
הוא
הוא



ג. (10 נק.) תארו את כל המקרים הסינולריים מיוחדים שידרשו טיפול נוסף שהתעלמתם מהם בסעיף ב. ציינו אירוע אחד בשורה.

- קרן מקבלת ~~שכר~~ (עזרה) ~~לשם~~ ~~הכנסה~~ (הכנסה).
- קרן יוצאת מעק' בתוך השל' או ~~לא~~ ~~כיוון~~ של השל'.
- קרן מוכרת ~~ה~~ בסיסים של השל'.

✓
70
76




4. (10 נק.) בתיבה חוסמת יש צורך על מנת לייעל הרבה חישובים (כמו Ray tracing). בהינתן הפונקציה BboxPrimitive(PrimObj) המקבלת פרימיטיב גיאומטרי (כמו בשקף 9 פרק Modeling) ומחזירה את התיבה החוסמת (המקבילה למישורים הראשיים) ההדוקה, תארו כיצד תחשבו את התיבה החוסמת של


- $\text{PrimObj1} * \text{PrimObj2}$ - פעולת חיתוך
- $\text{PrimObj1} + \text{PrimObj2}$ - פעולת איחוד
- $\text{PrimObj1} - \text{PrimObj2}$ - פעולת חיסור


בעזרת BboxPrimitive וציינו האם החסם הדוק.

נחלק את הבעיה למסלולי חיתוך/איחוד/חיסור של Bbox. נראה כי ניתן להשתמש ב-BboxPrimitive כדי לקבל את התיבה החוסמת.

(א) $P_1 * P_2 \in \text{Bbox}$ התיבה היא חיתוך ה-Bbox ימין שלהם

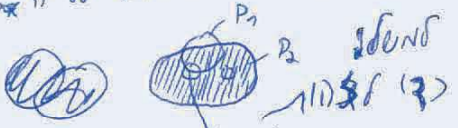
כלומר, $x_{\min} = \max\{x_{\min, P_1}, x_{\min, P_2}\}$ וכו' (עבור ה-y ו-z). 

(ב) $P_1 + P_2 \in \text{Bbox}$ התיבה היא איחוד ה-Bbox ימין שלהם. $x_{\min} = \min\{x_{\min, P_1}, x_{\min, P_2}\}$ וכו' 

(ג) $P_1 - P_2 \in \text{Bbox}$ התיבה היא איחוד של P_1 ושל P_2 (כלומר, $\text{Bbox}\{P_1 - P_2\} = \text{Bbox}\{P_1\} \cup \text{Bbox}\{P_2\}$). 

ב(א) וב(ב) נקבע חסם הזווית (מחלקי שטח) לקבל את התיבה המקבילה למישורים הראשיים (המחלקים).

הכיוונה היא שכדי לחשב Bbox הזווית, נצטרך לבצע את כלל החיבור של האובייקטים, ולא נוכל להשתמש ב-Bbox של ה-Bbox ימין שלהם.



כדי לחשב את Bbox הזווית, נצטרך לחשב את Bbox הזווית של P1 ושל P2, ולא את Bbox הזווית של P1 ושל P2.

החלקים האלו יקבעו את ה-Bbox הזווית של P1 ושל P2.

חלק

