



הטכניון – מכון טכנולוגי לישראל

מחברת זו הינה רכוש הטכניון
והיא מיועדת לצרכי בחינה בלבד

מחברת בחינה



ציונים לשימוש הבוחן
ציון לכל שאלה ** ציון

1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	שאלה מס' 1
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	שאלה מס' 2
4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	שאלה מס' 3
5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	שאלה מס' 4
6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	שאלה מס' 5
7	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	שאלה מס' 6
8	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	סה"כ :
9	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	

* מס' תעודת הזהות

319517744

0	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

פקולטה _____

סמסטר _____

מקצוע בחינה _____

תאריך בחינה _____

* על הסטודנט למלא את מספר תשדת הזהות (ב-9 ספרות). הן בכתב יד והן ע"י סימון X-ים במשבצות המתאימות (בכל טור של משבצות - סימון X במשבצת מתאימה אחת).
מזדקק סימון שנרשם בטעוית תדא ע"י השודרת המשבצות.
** הציון ימולא רק על ידי הבוחן. הן בכתב יד במקום המתאים והן ע"י סימון X-ים במשבצות המתאימות.

מחברת _____ מתוך _____ מחברות

לתשומת לבך !!!

- יש לכתוב במחברת הבחינה בעט בלבד (לא בעפרון).
- אין לתלוש דפים ממחברת הבחינה.
- אין להוסיף דפים למחברת הבחינה שלא אושרו על-ידי המתרגל או מרצה הקורס.
- אין לשדך סיכות נוספות, לסיכה הקיימת, למחברות הבחינה.

מבחן – מועד א

הנחיות:

1. בבחינה שלפניכם 8 דפים כולל דף זה ודף פרטים אישיים. בדקו זאת.
2. **עליכם לענות על כל 4 השאלות.**
3. כתבו בקצרה. כל המאריך גורע!
4. משך הבחינה: **180 דקות**
5. יש לכתוב את כל התשובות בטופס המבחן.
6. יש להגיש את טופס הבחינה.
7. כל חומר עזר מודפס\כתוב מותר.

בהצלחה

1. (30 נק.) שאלה זו עוסקת בטרנספורמציות.

א. (15 נק.) הוכח או הפוך עבור מטריצות טרנספורמציה במישור (תן דוגמה אם נכון ובמק
באם נכון או לא):

(i) מכפלה של כל שתי מטריצות שיקוף במישור היא תמיד מטריצת סיבוב במישור

האצה נכונה. כל מטריצה סיבוב היא מטריצה אורתוגונלית עם $\det = 1$

כל מטריצה שיקוף היא מטריצה אורתוגונלית עם $\det = -1$. מכפלה של שתי

מטריצות אורתוגונליות וזוג מטריצות אורתוגונליות, ופירמידה שלה זה מכפלה של גאומטרי

(ii) מכפלה של כל שתי מטריצות שיקוף במישור יכולה להיות מטריצת סיבוב במישור

כן, עבור שתי מטריצות שיקוף מכפלה היא מטריצה סיבוב.

שיקוף וסיבוב במישור

רעיונה לפני סעיפים

ב. (15 נק.) הסבירו מה המטריצות הבאות מבצעות:

i.

$$(x, y, z) \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

זוהי מטריצה סיבוב ראשית

סיבוב כנף בין השטח ב 90° וזו שיקוף לפי מישור xy

ii.

$$(x, y, 1) \begin{bmatrix} \cos(t) & \sin(t) & 0 \\ -\sin(t) & \cos(t) & 0 \\ 0 & 0 & -0.5 \end{bmatrix}$$

סיבוב ב t רדיאנים כנף בין שטח, אחרי זה שיקוף

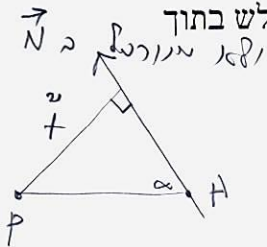
סיבוב ישר $y = -x$ וזו האצעה פי 2

1. The first part of the paper is devoted to the study of the properties of the function $f(x)$ defined by the equation $f(x) = \int_0^x f(t) dt$. It is shown that $f(x)$ is a constant function.

2. In the second part, we consider the function $g(x)$ defined by the equation $g(x) = \int_0^x g(t) dt$. It is shown that $g(x)$ is a constant function.

ב. (18 נק.) משולש יחשב 'בתוך' העיגול גליל אם יש לו לפחות נקודה בודדת בתוך העיגול גליל. כדי לזהות את קבוצת המשולשים אשר נמצאת בתוך העיגול המסומן הוצעו השלבים הבאים:

a. (6 נק.) בדיקה האם אחד מקודקודי המשולש (V_1, V_2, V_3) נמצא בתוך העיגול גליל המסומן. הצע(י) בדיקה מהירה ככל הניתן האם לפחות אחד מהקודקודים של משולש בתוך העיגול המסומן.



נסמן בקוטר כולו את A וכוון שלילי מכוון P \vec{N}

ואם נקשר מחבר בקוטר בדיקה אנו P ו A \vec{PA}

$$\vec{PA} \cdot \vec{N} = |\vec{PA}| \cdot \cos \alpha \Rightarrow \frac{\vec{PA} \cdot \vec{N}}{|\vec{PA}|} = \cos \alpha$$

$$\frac{(\vec{PA} \cdot \vec{N})^2}{|\vec{PA}|^2} = \cos^2 \alpha \Rightarrow 1 - \frac{(\vec{PA} \cdot \vec{N})^2}{|\vec{PA}|^2} = \sin^2 \alpha = \frac{x^2}{|\vec{PA}|^2}$$

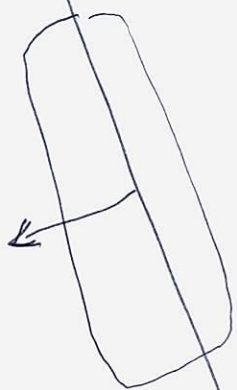
$$|\vec{PA}|^2 - (\vec{PA} \cdot \vec{N})^2 = x^2 \Rightarrow$$

$$x^2 = |\vec{PA}|^2 - \left(\frac{\vec{PA} \cdot \vec{N}}{|\vec{N}|} \right)^2$$

יחס x^2 שיהיה חיובי מראה שנקודה נמצאת בתוך העיגול המסומן. אם x^2 שלילי, הנקודה נמצאת מחוץ לעיגול המסומן.

b. (12 נק.) הבדיקה ב a איננה מספיקה מכיוון ששלושת הקודקודים יכולים להיות מחוץ לעיגול גליל ועדין חלק מן המשולש יכול להיות בתוכו. הצע(י) בדיקה מהירה ככל הניתן להשלים את התשובה האם חלק מהמשולש בתוך העיגול גליל כאשר שלושת הקודקודים מחוץ לעיגול גליל.

אם נקודות נמצאות מחוץ לעיגול גליל, נבדוק האם חלק מהמשולש נמצא בתוך העיגול גליל. נסמן את הקודקודים A, B, C ונבדוק האם חלק מהמשולש נמצא בתוך העיגול גליל.



סביר להניח שנקודות נמצאות מחוץ לעיגול גליל, נבדוק האם חלק מהמשולש נמצא בתוך העיגול גליל.

מקרה נוסף: נבדוק האם חלק מהמשולש נמצא בתוך העיגול גליל.

ואם נקודות נמצאות מחוץ לעיגול גליל, נבדוק האם חלק מהמשולש נמצא בתוך העיגול גליל.

סביר להניח שנקודות נמצאות מחוץ לעיגול גליל, נבדוק האם חלק מהמשולש נמצא בתוך העיגול גליל.

מאידך, נבדוק האם חלק מהמשולש נמצא בתוך העיגול גליל.

מאידך, נבדוק האם חלק מהמשולש נמצא בתוך העיגול גליל.

מאידך, נבדוק האם חלק מהמשולש נמצא בתוך העיגול גליל.

מאידך, נבדוק האם חלק מהמשולש נמצא בתוך העיגול גליל.

מאידך, נבדוק האם חלק מהמשולש נמצא בתוך העיגול גליל.

מאידך, נבדוק האם חלק מהמשולש נמצא בתוך העיגול גליל.

מאידך, נבדוק האם חלק מהמשולש נמצא בתוך העיגול גליל.

מאידך, נבדוק האם חלק מהמשולש נמצא בתוך העיגול גליל.

מאידך, נבדוק האם חלק מהמשולש נמצא בתוך העיגול גליל.

הערה: נבדוק האם חלק מהמשולש נמצא בתוך העיגול גליל.

מאידך, נבדוק האם חלק מהמשולש נמצא בתוך העיגול גליל.



הערה: נבדוק האם חלק מהמשולש נמצא בתוך העיגול גליל.

סעיף ב: קידם ב מודאמ מרכז אל מועד ומחודש מועד

ואז ~~היה~~ כיבול מחקים ממנו לקודקודין ואשמושים
המקטעוים אל מחקים כאמור על רדיוס מעל מחוס אש
ואז בודקים אן מרכז נמצא במרחק זה דרכים גליל אן הוליל
אם כן אז בודקים אז צנחור אל מועד בודק ק אל גליל אם
מחקים אלה ממנו קטנים מה אל גליל.

פסוק תלמי על מועד סיבוב סביב ראשית למעשה דירי אל גליל
זרין להפסד אל מועד וועט קוויים שבמישור גליל כולם.
שקבעת אל ידע במוקד גליל וועט קוויים שבמישור גליל כולם.
אל כיון אל גליל וועט קוויים שבמישור גליל כולם.

ערשין זה בעיה במישור בו קידם בודקים אם אחד וקדור
ה אסע אל מוקד אל גליל ואם כן אז בודקים עכו ב צנחור
אז מחקים ממנו הוליל ומכין ריבועים אל מחקים
נראה לי שזה כחוד יעד

סיוקציה $\chi^3 + \dots$

3. (30 נק.) בכתה הכרנו את פונקציות ה-Hermite הפולינומיות (מסדר 4 (דרגה 3) אשר הוגדרו בין שתי נקודות. בשאלה זו נבנה את פונקציות ה-Hermite מסדר 6 (דרגה 5) בין שתי נקודות, כאשר ננסה לנצל את הדרגה היותר גבוהה (ויותר דרגות חופש) להשגת רציפות כוללת טובה ככול הניתן ואם אפשר.

$\chi^5 + \dots$

א. (10 נק) כמה דרגות חופש יהיו לפולינום Hermite מדרגה 5 ומהן הרציפות המכסימלית שנוכל להשיג עם פונקציית Hermite בין שתי נקודות מדרגה 5? כמה פולינומי Hermite שונים מדרגה 5 יהיו?

כאשר $\chi^3 + \dots$ ו $\chi^5 + \dots$ הם פולינומים של דרגה 3 ו 5 בהתאמה. $\chi^3 = 3\chi$ ו $\chi^5 = 5\chi^3 + 10\chi$ (אנחנו יכולים לכתוב את הפולינומים בצורה $\chi^3 = 3\chi$ ו $\chi^5 = 5\chi^3 + 10\chi$ וזה נקראת "בסיס חזקה").
 הפולינומים χ^3 ו χ^5 הם פולינומים של דרגה 3 ו 5 בהתאמה. $\chi^3 = 3\chi$ ו $\chi^5 = 5\chi^3 + 10\chi$ (אנחנו יכולים לכתוב את הפולינומים בצורה $\chi^3 = 3\chi$ ו $\chi^5 = 5\chi^3 + 10\chi$ וזה נקראת "בסיס חזקה").
 הפולינומים χ^3 ו χ^5 הם פולינומים של דרגה 3 ו 5 בהתאמה. $\chi^3 = 3\chi$ ו $\chi^5 = 5\chi^3 + 10\chi$ (אנחנו יכולים לכתוב את הפולינומים בצורה $\chi^3 = 3\chi$ ו $\chi^5 = 5\chi^3 + 10\chi$ וזה נקראת "בסיס חזקה").

ב. (10 נק) בנו את טבלת האילוצים הנדרשת (בדומה לטבלת האילוצים שהכרנו בכתה עבור את פונקציות ה-Hermite מדרגה 3) על מנת שנוכל לבנות את כל פולינומי ה-Hermite מדרגה 5.

האילוצים $f(0), f(1), f'(0), f'(1), f''(0), f''(1)$ עבור פונקציה f

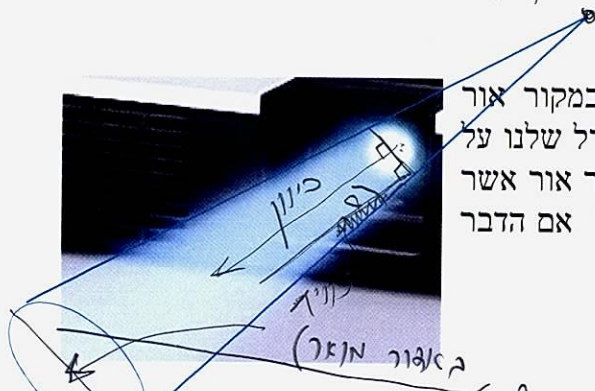
פולינום h_i	$f(0)$	$f(1)$	$f'(0)$	$f'(1)$	$f''(0)$	$f''(1)$
h_0	1	0	0	0	0	0
h_1	0	1	0	0	0	0
h_2	0	0	1	0	0	0
h_3	0	0	0	1	0	0
h_4	0	0	0	0	1	0
h_5	0	0	0	0	0	1

ג. (10 נק) תאר את כל המשוואות הנדרשות למציאת פונקציית Hermite הראשונה מדרגה

5, אשר מבטיחה אינטרפולציה של (מעבר ב) הנקודה הראשונה ומתאפסת עבור כל שאר האילוצים: $F(x) = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f$ / חזון 3

$$\left\{ \begin{array}{l} F(0) = 1 : f = 1 \\ F(1) = 0 : a + b + c + d + e + f = 0 \\ F'(0) = 0 : e = 0 \\ F'(1) = 0 : 5a + 4b + 3c + 2d + e = 0 \\ F''(0) = 0 : 2d = 0 \\ F''(1) = 0 : 20a + 12b + 6c + 2d = 0 \end{array} \right.$$

מיקום של spot-light במודל



4. (10 נק.) בכתה הכרנו מודל תאורה אשר תמך במקור אור נקודתי או כווני. מה נדרש, אם אפשר, לשנות במודל שלנו על מנת לתמוך במקור אור זרקור (spot light) - מקור אור אשר חסום ומאיר באופן מלא רק בתוך נפח מרחבי קוני? אם הדבר אינו אפשרי לדעתך נמקו!

ראה כיצד למטה

6: ממחינו ה איה של סקטור של spot-light מביא בדיק כמו מקור קרינה אשר מרכזו במיקום של spot-light.

כמו קרינה סבוכ כל יקודה במסג מודלים את כיוון אור מקור (מיקום מקור אור הוור מיקום נקודה ואז מודלים) מיקום את וקטור צפייה

מיקום מודלים פתור מיקום וקודה, ואז וקטור חדה של אור \vec{R} לפי $\vec{R} = \vec{L} \cdot \vec{L} \cdot \vec{L}$
אבל בנוסף לזה גם מודלים את כיוון בין סין של spot light לפי כיוון של אור \vec{L} . (מסביר למה dot)

ואם לשינוי זה זה שם מיקום מיקום של spot-light (אז יחד אוב שם קוסינוס של מיקום זה שחוסר מיקום). גם מיקום אנו מקבל וור מיקום של spot-light (סקטור לקוסינוס קטן) אז לא מאירים את וקודה אחר מיקום אור לפי אזה נוסחה.

בנוסף בשביל יופי אגב לשינוי שם מיקום קרינה ניתן לשינוי attenuation יאז אור יגלם באוב מיקום spot light בהדרגה.

הערה: כפי שצווי ה איור ומונים לנו מיקום של קין של אור מיקום של מקור אור כמיקום. אז לפי נוסח הולו מראש ניתן למדא את מיקום של מקור אור נקודה שדיברת עליו.

