

מבוא למערכת מכונה - שאלה 3

מצאו את נקודות הקצה של הפונקציות הבאות:

שאלה 1:

$$f(x, y) = x^2 - y^2$$

שאלה 1 (א):

פתרון:

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = 2x \Rightarrow 2x = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = -2y \Rightarrow -2y = 0 \Rightarrow y = 0$$

קיבלנו נקודה
משוערת קיצון
(0,0)

$$\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} = 2$$

$$\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y \partial y} = -2$$

$$\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x \partial y} = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = \begin{vmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{yx} & f_{yy} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} = -4 - 0 = -4$$

מכיון $\Delta < 0$ נקודה $f(0, 0)$ היא נקודה אופקית.

$$f(x, y) = xy - \sin(x + y)$$

שאלה 1 (ב):

פתרון:

נמצא נגזרות חלקיות:

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = y - \cos(x + y)$$

$$\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x \partial y} = 1 + \sin(x + y)$$

$$\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x \partial x} = \sin(x + y)$$

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = x - \cos(x + y)$$

$$\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y \partial x} = 1 + \sin(x + y)$$

$$\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y \partial y} = \sin(x + y)$$

נמצא נק' חסדות לקיצון:

$$y - \cos(x + y) = 0$$

$$x - \cos(x + y) = 0$$

$$\Rightarrow x + y = 0 \Rightarrow x = -y$$

נציב נקודות ונקבל:

$$x = \cos(x - x) \Rightarrow x = \cos(0) = 1 \Rightarrow (1, -1)$$

$$y = \cos(-y + y) \Rightarrow y = \cos(0) = 1 \Rightarrow (-1, 1)$$

נבדוק את נק' חסדות:

$$\Delta = \begin{vmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{yx} & f_{yy} \end{vmatrix} = \sin^2(x + y) - (1 + \sin(x + y))^2$$

$$(1, -1) \Rightarrow \Delta = \sin^2(x + y) - (1 + \sin(x + y))^2 = \sin^2(1 - 1) - (1 + \sin(1 - 1))^2 = 0 - (1)^2 = -1$$

$$(-1, 1) \Rightarrow \Delta = \sin^2(x + y) - (1 + \sin(x + y))^2 = \sin^2(-1 + 1) - (1 + \sin(-1 + 1))^2 = 0 - (1)^2 = -1$$

כלומר נק' $(1, -1)$ ונק' $(-1, 1)$ אופקית מכיון $\Delta < 0$

שאלה 5:

ראינו בכיתה תכנית לינארית (linear program) למציאת מפריד לינארי עבור דאטהסט במרחב האוקלידי. כלומר בהינתן $x_1, x_2, \dots, x_N \in \mathbb{R}^n$ ו- $y_1, y_2, \dots, y_N \in \{ \pm 1 \}$ כתבנו תכנית לינארית המוצאת $w = (w_1, \dots, w_n) \in \mathbb{R}^n$ כך ש- $y_i w^T x_i \geq 1$ לכל $i = 1, 2, \dots, N$.

שאלה 5 (א):

שנו את התכנית הלינארית שכתבנו, כך שתתקבל תכנית לינארית המוצאת מפריד לינארי טוב, גם כשאין הפרדה לינארית מושלמת. לדוגמה, כאשר ישנו מפריד לינארי, המפריד בצורה כמעט מושלמת, להוציא מספר בודד של טעויות.

פתרון:

בהרצאה האנו למציאת w כך ש- $y_i w^T x_i \geq 1$ לכל $i \leq N$ אך יתכן ויש מציבים בהרצ $y_i w^T x_i < 1$ עבור מציבים אלו אפ קיים אפילו אחד כזה האלמנט לא יספיק לכן נרצה "לרפף" אותו למציבים אלו.

לכן נסיע וקטור μ כך ש- $\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_N)$ ונרצה למצוא פתרון לכזו הנראה: $y_i w^T x_i \geq 1 - \mu_i$ כך שכל $\mu_i \geq 0$.
 אם מנת שנתבטא w אופטימלי נרצה ש- $\sum_{i=1}^N \mu_i$ מוחזר, $y_i w^T x_i + \mu_i \geq 1$

ובכן נקבע מפריד לינארי שמפריד את בצורה "כמעט" מושלמת" על ידינו מספר קטן ככל שנוכל של טעויות.

סימנים: n = מ"מ פנימי, N = מ"מ חיצוני, y = מטריצת הדאטה, X = וקטור מיקודים למינימי w , וקטור "חריאת" μ

מכיון ש- μ ו- w אותם נרצה למצוא אנחנו נחבר אותם לוקטור אחד שבו ווקטור החיצוני $(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_N)$ נשים בווקטור הקדמי הסגולי לווקטור החיצוני אפסית שבו w מכיון שאלו נקודות פנימיות, נשים אחדות שבו w כך ש- $c = (0, 0, \dots, 0, 1, 1, \dots, 1)$ נוס

$$N \begin{pmatrix} | & | & | & | & | & | \\ -y_1 x_1 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -y_2 x_2 & 0 & -1 & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -y_N x_N & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

מטריצה A : A נבנה את מטריצת האילוצים כך:

$$y_i w^T x_i + \mu_i \geq 1$$

$$-y_i w^T x_i - \mu_i \leq -1 \iff -(y_i w^T x_i + \mu_i \geq 1)$$

נראה כי בכל שורה i יש ו-1 שבו w .

וקטור b :

נבנה ווקטור שבו נרצה להציג את האילוץ של -1 , N פעמים אחדות פנימיות.

נראה כי העימותים $(n+1, N)$ c , $(n, 1)$ b , $(n+1, N)$ A .

ונרצה לתמוך את סדכי הניבוי שבו w בטווח $(-\infty, \infty)$ וסדכי μ בטווח $[0, \infty)$ מכיון שאנחנו שכל $\mu_i \geq 0$, $\mu_i \geq 0$ כלומר $bounds = [(0, \infty) \cdot n + (-\infty, \infty) \cdot N]$.

שאלה 5 (ב):

האם יש דרך אחת לבחור תכנית כנדרש לעיל, או ישנן מספר אפשרויות? אם ישנן מספר אפשרויות, בנוסף לדרך בה בחרתם, ציינו אחת מהן.

פתרון:

יש יותר מדרך אחת לבחור פתרון, מכיון שמעבר בשר במרחב ויש אינסוף ישרים במרחב ולכן יש הרבה ישרים שיקחו את חלק מהאילוצים כמו שפתח במסלוק. למעשה ניתן להוסיף אילוצים לכל $\sum_{i=1}^N \mu_i$ יהיה מינימלי בנוסף $\sum_{i=1}^N \mu_i$ עלענת לקדם סדכי w נוחים וקטנים יותר.

שאלה 5 (4):

האם ניתן לכתוב תכנית לינארית גם לבעיית רגרסיה? אם כן, כתבו תכנית כזו, אם לא הסבירו מדוע.
זה לא אפשרי. נזכיר, בעיית רגרסיה היא בעיה בה פונקציית המטרה היא ממשית, כלומר מהצורה $f: X \rightarrow \mathbb{R}$. שימו לב שמרכיבי מודל הלמידה, כולל פונקציית הטעות, נתונים לבחירתכם.

פתרון:

נתון לבתוב תכנית אל תחיה לטענות טכניות. נניח של שרשרת לטענות היא מציאת השר המביאה את הפסד הקטן ביותר (X, y) לשר למציאת בקצרה X למציאות.

$$L^2 \text{ error: } E(a, b) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (ax_i + b - y_i)^2$$

הגרסה לטענות היא:

ואותו רצו להביא למציאות. אבל היא אינה מתאמה לטענות לטענות. היא פיסית.

$$L^1 \text{ error: } E(a, b) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |ax_i + b - y_i|$$

לכן נשתמש ב- L^1 error, כונקציה הניתנת לטענות לטענות. ונצטרף להביא אותה למציאות.

$$e_i = |ax_i + b - y_i| \quad \text{כך ש-} e_i = |ax_i + b - y_i| \quad \text{למשל נצטרף} \quad e_i \geq ax_i + b - y_i \quad \wedge \quad e_i \geq -(ax_i + b - y_i)$$

$$e_i \geq \max(ax_i + b - y_i, -(ax_i + b - y_i)) = |ax_i + b - y_i|$$

שהוא:

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ -y_1 \\ y_2 \\ -y_2 \\ \vdots \\ y_N \\ -y_N \end{pmatrix}$$

2N

וקטור b :

$$\begin{pmatrix} x_1 & -x_1 & x_2 & -x_2 & \vdots & x_N & -x_N \\ -1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

2N

מטריצה A :

נרצה שוקטור c ייצג את המטריצה A כמטריצה $(x_1, -x_1, x_2, -x_2, \dots, x_N, -x_N)$

וקטור c :

אנחנו רוצים למצוא את סכום הקריטריון המינימלי של השאיות. $\sum_{i=1}^N e_i$ לכן נניח אבסורב δ -ה האבסורב הראשוני ב- c .

1-1 N האבסורב הראשוני ב- N כמטריצה.

$$c = (0, 0, \dots, 0, 1, 1, \dots, 1)$$

0N

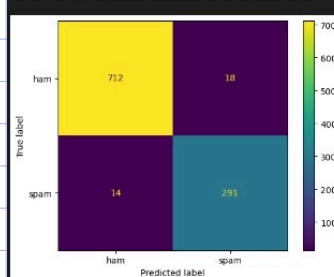
[-1.52141135e-01 -1.88724491e-01 -3.90679566e-01 1.48866679e-01
-2.22144889e-01 2.21429080e-01 1.24875610e-01 1.67576580e-01
1.81343431e-01 -1.98284163e-01 -2.22418378e-01 7.74392880e-02
-8.09688090e-02 -8.58867839e-01 -4.31030402e-02 -5.80379120e-02
-6.13788948e-01 -1.31616033e-02 -6.81034931e-02 -2.02702069e-01
-3.42158000e-01 2.29711860e-01 7.02298043e-02 -3.99752194e-01
1.67796534e-01 8.96380530e-02 1.41339690e-02 -3.75356737e-01
-3.03418740e-01 -3.94625554e-03 -4.85085733e-01 -2.18295459e-02
1.58679060e-03 1.29166984e-01 -5.45186739e-01 -1.65797730e-01
-1.60846016e-01 -5.49039566e-01 -1.80168677e-01 -8.80178550e-02
-6.01698541e-01 -2.00048188e-01 -1.84323900e-01 -2.00434447e-01
2.62143603e-01 -9.62783344e-03 -4.78756880e-01 -1.59364896e-01
-2.75375908e-02 -5.73385421e-01 -5.24836326e-01 1.58992990e-01
-2.25461900e-01 -6.17943333e-02 -2.17316637e-02 -6.48357068e-02
-3.59170791e-01 1.84827821e-01 -1.04074528e-01 -1.52579323e-01
5.21701996e-01 -1.73292230e-01 1.20653532e-02 -2.02267404e-01
7.32235485e-02 -9.23985807e-02 -1.19120473e-01 -1.10144632e-01
5.44151586e-01 1.67051184e-01 -1.11693766e-01 2.82766381e-02
-8.05736771e-02 -2.90217734e-02 -3.35256109e-01 -2.85684260e-01
1.74360613e-01 -3.33195481e-02 8.67296239e-02 -1.35396246e-01
4.21737572e-02 -6.23299124e-01 -9.30578312e-02 -4.03826350e-02
-8.97171471e-02 -2.51945986e-03 -4.25264494e-02 -1.64761390e-02
1.43026104e-01 -5.77938556e-01 -6.63782022e-02 1.12055568e-01
4.38671862e-01 -1.25990584e-01 -3.19169699e-02 2.12427086e-01
-1.78508142e-01 5.24539866e-02 3.76637094e-01 -1.35401794e-01
3.32282210e-01 -1.61277398e-02 1.06051308e-01 -1.17837157e-01
4.95852709e-01 -3.46255306e-02 -1.59533897e-01 -8.23100685e-02
-7.92470055e-02 -2.35438609e-02 -5.36413751e-02 1.43695684e-01
3.86969150e-02 4.51664652e-03 -7.78271438e-02 -2.00728014e-01
-3.66312197e-01 -2.00414048e-01 -7.48912785e-02 -1.93364011e-01
-2.07976123e-01 -2.44386204e-02 -2.29507510e-01 -2.86104437e-02
-1.64971530e-01 -1.94783149e-02 1.28184853e-01 -2.73196532e-02
-2.69804534e-02 1.44266367e-01 -1.02282876e-01 2.07697593e-02
-1.97140987e-01 -2.22049747e-01 9.10105151e-02 -1.08519059e-01
-1.14967469e-01 -1.51447660e-01 -2.14169443e-01 7.58428019e-03
-3.23154609e-01 -1.01808705e-01 1.22188698e-01 -2.22375980e-02
-1.60446731e-01 -6.30166503e-02 8.56821031e-02 4.25883097e-02
-2.51034506e-02 -6.77226385e-02 2.63976599e-03 1.32743652e-02
-1.94107697e-01 1.54793406e-01 -1.08763707e-01 1.04162740e-01
-2.56076568e-01 -6.78830034e-03 -2.66440075e-01 1.30397824e-01
2.01665446e-02 9.07545985e-02 -8.28218296e-02 -6.26692431e-02
7.42377864e-02 -1.67037652e-02 -7.36422571e-02 -8.50425304e-02
7.42009730e-02 -2.91357539e-02 -1.10669496e-01 -6.20619552e-02
7.79706294e-02 -1.64303826e-02 -1.04366136e-01 1.30942223e-01
-1.45835615e-01 2.50135996e-02 -7.06663632e-02 -1.31160177e-01
-2.47548658e-02 -6.17850872e-02 1.74482655e-02 -1.67441553e-01
-6.20788678e-02 9.74609707e-02 9.86526750e-02 -5.97363721e-02
1.61403626e-01 -7.51933528e-02 -4.13738241e-02 -2.35187473e-01
3.09898610e-02 1.11724876e-02 -1.95384402e-02 4.43330882e-02
3.73556289e-03 1.28666533e-01 7.98922834e-02 -3.39094138e-02
-5.33155781e-02 7.10236206e-03 -1.78063350e-01 6.76934961e-02
-1.61634325e-02 5.01425920e-02 1.22552588e-02 -5.96341721e-03
-1.74427254e-01 5.94677168e-03 7.42487176e-02 2.44384574e-02
-1.17974089e-02 -1.17059562e-01 -9.29882633e-02 -8.49834104e-02
-1.62926383e-02 -1.38437616e-01 -1.31050891e-02 3.77021078e-02
-2.98428616e-02 -3.18573090e-02 1.19970780e-01 -7.92124342e-02
-5.76298807e-03 -4.06659301e-02 9.76861178e-02 1.02406458e-01
-1.41211155e-01 -5.27928886e-02 -1.05049114e-01 2.02937898e-01
-3.96326771e-02 -7.37103272e-02 -6.09646289e-03 -4.19617195e-02
-7.99766633e-02 -2.00654197e-01 1.77308434e-02 -3.89804801e-02
-2.76648783e-02 -4.85539334e-02 -3.28700181e-02 5.80775233e-02
-1.03651659e-01 5.37796800e-02 -4.83294718e-02 4.69536087e-02
-3.47566818e-02 1.04593687e-01 -8.74436853e-02 7.96566310e-02
2.75659213e-02 -3.11864497e-02 -1.14021766e-02 7.57075607e-02
-8.85141228e-02 -5.26324645e-02 1.19201342e-01 7.80663996e-02
2.84416062e-02 -8.01833503e-02 -4.39682027e-02 1.41282820e-02
1.76148243e-01 -8.04076175e-02 2.60036551e-01 4.88639746e-02
7.77217967e-02 -4.32845252e-02 -1.23096304e-01 1.10187063e-01
-8.03736087e-02 1.10104444e-02 1.42058233e-01 -1.02360678e-02
1.97248851e-02 2.84290990e-01 -4.14671432e-02 -6.20860786e-02
-2.85191143e-02 -1.14664242e-01 7.88318945e-03 6.93157601e-02
-9.03295401e-02 -8.00322290e-02 -1.08378880e-01 6.50233205e-02
-9.89267115e-02 7.90005779e-02 -4.04660033e-02 -5.42493192e-02
-9.15024994e-02 5.67205900e-02 4.13434664e-02 3.37838533e-02
-9.80495127e-02 8.87972549e-02 1.72974723e-01 -5.30861916e-02
-3.20566111e-02 9.76953720e-02 -7.20228864e-02 -3.96108830e-02
-9.79639421e-02 -7.27714380e-02 7.10170043e-02 -1.27556451e-01
-9.23343105e-02 -1.12708225e-01 -7.73283755e-02 -9.34722931e-02
-7.28449139e-02 -3.79914109e-02 -1.22825569e-01 1.28486300e-01
1.29812035e-01 4.21820705e-02 -8.57973707e-02 2.22869998e-02
1.58571647e-01 6.45393315e-02 1.71451867e-01 -2.01567211e-02
4.42980884e-02 9.73037896e-02 -1.05052648e-01 -7.85412420e-03
-5.68434630e-02 -1.15984490e-01 -9.20306252e-02 -4.15131172e-02
-7.89131605e-02 5.11917214e-02 -1.23706763e-02 -5.84718960e-02
-1.32688686e-02 -3.97557102e-02 9.67831655e-03 -1.21693134e-01
-3.16099434e-02 1.52793107e-01 -9.43717158e-02 1.87384924e-01
2.14654509e-02 -4.59323549e-02 3.21366327e-02 -7.36638437e-02
2.30922111e-03 -3.87414741e-02 -9.66548814e-02 5.07106203e-02
-2.75673102e-02 2.58584181e-01 -8.39636821e-02 4.65455473e-02
6.27023012e-03 -6.23064161e-03 1.16241354e-02 -9.55116533e-02
-1.46432591e-02 -5.42721313e-02 -7.64848478e-02 1.45298687e-01
-3.05043282e-02 2.65848597e-02 -4.33627405e-02 5.70060329e-02
4.29182616e-02 2.20427081e-01 6.29604519e-02 1.42662858e-01
-8.37939108e-03 -6.55088871e-02 1.23225765e-01 3.26626491e-02
...
-1.08715314e-03 -3.18220727e-05 -3.18220727e-05 -3.18220727e-05
-3.18220727e-05 -5.47447588e-04 -5.47447588e-04 -5.47447588e-04
-5.47447588e-04 3.97658155e-03 3.97658155e-03 3.97658155e-03
-3.02224371e-05 -3.02224371e-05 3.39451301e-01]

אם תסתכל בפרק

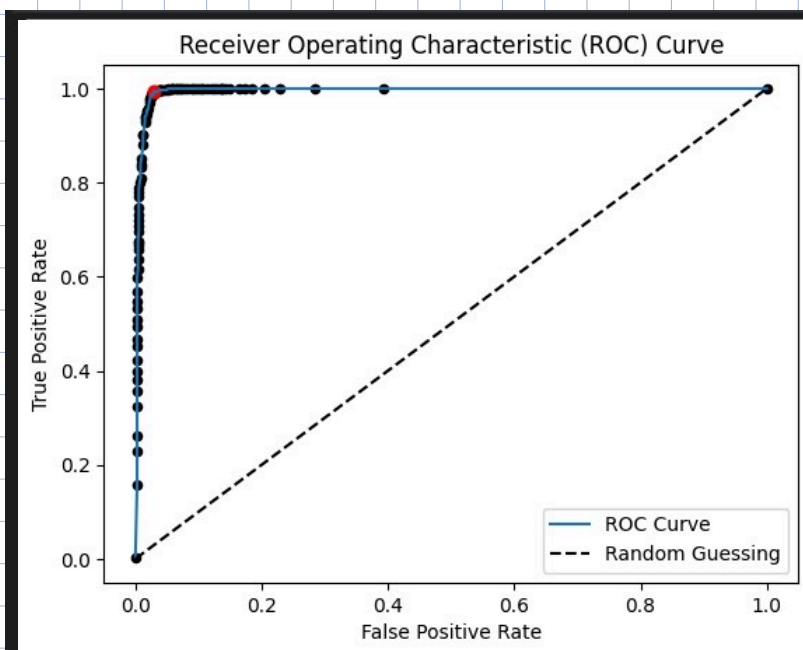
הם תסתכל בפרק

3.3

Loss after iteration 0: 0.6931271807599426
Loss after iteration 25: 0.207008764620133
Loss after iteration 50: 0.16455658089029443
Loss after iteration 75: 0.1423050497800297
Loss after iteration 100: 0.12754829501208675
Loss after iteration 125: 0.11674527905607646
Loss after iteration 150: 0.10835690995941301
Loss after iteration 175: 0.1015805658421055
Loss after iteration 200: 0.09594863692787384
Loss after iteration 225: 0.0911662661113786
Loss after iteration 250: 0.0870362508140412
Loss after iteration 275: 0.08342062790641452
Loss after iteration 299: 0.0803404932377402
----- Scores -----
Accuracy Score: 0.9690821256038648
F1 Score: {'recall': 0.941747572815534, 'precision': 0.9540983606557377, 'F1': 0.9478827361563518}
Log Loss: 0.1138225273692818



4.3



The good threshold: 0.46

Jupiter הודו 5.7.2020