

# تمرین شماره ۳

درس تحلیل و پردازش تصاویر پزشکی

امید شرفی

**400201518**

دکتر فاطمی زاده

May 14, 2022

# بخش تئوری

## سوال ۱

### (الف)

در عملکرد NLM در این روش هدف بررسی تصویر به صورت دسته به دسته است. به این صورت که ابتدا یک کرنل برای هر پیکسل تعریف کرده که مساله را به فضای ویژگی ببرد. به طور مثال معمولاً میتوان یک برش مربعی حول پیکسل را به عنوان تابع ویژگی در نظر گرفت. در ادامه یک تابع فاصله تعریف میکنیم که بین دو پیکسل در فضای ویژگی تعریف می شود. مقدار این تابع فاصله به عنوان صورت در توان یک تابع نمایی و با ضرب منفی ظاهر میشود. در نهایت این تابع نهایی وزن ها برای هر جفت پیکسل محاسبه و با ضرب شدن این تابع در مقادیر روشنایی پیکسل ها مقدار جدید پیکسل مربوطه محاسبه میشود.

در مقاله ی داده شده عملاً کل کاری که اعمال شده فرم بندی مساله به روش جدید زیر است:

$$u = \frac{1}{4}f + \frac{1}{2}N(f) + \frac{1}{4}N(N(f))$$

که در این روش با ضرب  $1/4$  از اصل تصویر،  $1/2$  از حاصل اعمال یکبار NLM و  $1/4$  از حاصل اعمال دو مرتبه NLM بر روی تصویر میباشد.

در نتیجه همانطور که در تصویر نتایج زیر نیز قابل مشاهده است PSNR تصویر رفع نویز شده در روش جدید عملاً از هر دو روش اصلی NLM و مرتبه دوم NLM بهتر عمل میکند.

Images	$h_1$	$h_2$	noisy image $\sigma = 10$	PSNR values		
				NLM	NLM2	INLM
Cameraman	13.04	8.37	28.15	31.50	30.40	<b>32.05</b>
Lena	12.25	8.37	28.15	<b>32.89</b>	31.96	32.77
Barbara	13.42	10.00	28.14	30.79	29.97	<b>31.33</b>
1.1.10	10.49	8.37	28.14	30.70	29.77	<b>31.01</b>
1.1.11	9.49	7.07	28.14	29.97	29.03	<b>30.32</b>
1.1.12	9.49	6.32	28.14	29.79	28.83	<b>30.29</b>
1.1.13	11.40	8.94	28.13	30.04	28.96	<b>30.58</b>
1.3.01	11.83	8.94	28.14	30.68	29.91	<b>31.10</b>
1.3.02	10.49	7.07	28.14	31.11	30.42	<b>31.29</b>
1.4.02	10.49	8.37	28.09	32.11	31.48	<b>32.33</b>
1.5.03	10.49	7.07	28.13	30.87	30.04	<b>31.15</b>

همچنین نکته ی نهایی دیگری که در روش INLM نسبت به روش اصلی ارتقا ع پیدا کرده است که البته حاصل کار یک فرد دیگری میباشد و در مقاله اشاره میشود اعمال ترم مدل غیرمحلّی H می باشد.

$$\begin{aligned}
 F(u) &= Du + \frac{\lambda}{2} \|f - u\|_{L^2_{\bar{\omega}}}^2 \\
 &= \frac{1}{4} \int \int (u(y) - u(x))^2 \omega(x, y) dy dx \\
 &\quad + \frac{\lambda}{2} \int (u - f)^2(x) \bar{\omega}(x) dx
 \end{aligned}$$

که در حالت گسسته به روشی موجود به فرم زیر در می آید:

$$\begin{aligned}
 u_i^{n+1} &= u_i^n + \frac{\Delta t}{\sum_k \omega_{ik}} \sum_l \omega_{il} (u_l^n - u_i^n) + \lambda \Delta t (f_i - u_i^n) \\
 &= (1 - \Delta t) u_i^n + \frac{\Delta t}{\sum_k \omega_{ik}} \sum_l \omega_{il} u_l^n + \lambda \Delta t (f_i - u_i^n)
 \end{aligned}$$

که در این مقاله مقدار دلتا  $t$  را  $1/2$  قرار داده و با قرار دادن مقدار لاندا برابر با صفر با

استفاده از فرمولی که در ابتدا ذکر شد نتایج نشان داده شده را به دست می آورد.

## ب)

روش BL معمول شامل دو ترم گوسی یکی برای اعمال تاثیر فاصله و دیگری تاثیرپذیری پیکسل مربوطه از پیکسل های با سطح روشنایی نزدیک میباشد. همانطور که میدانیم این روش به خوبی تصاویر پزشکی را رفع نویز میکند اما همچنان با مشکل محو شدگی لبه ها روبرو است. در نتیجه برای رفع این مشکل در این مقاله از یک پنجره فضایی باریک به ابعاد ۳ پیکسل در هر بعد استفاده میشود. در فرمول بندی روش عملا علاوه بر استفاده از داده موقعیت فضایی پیکسل ها و میزان شباهت شدت روشنایی که در فرمول بندی استاندارد وجود داشتند، اطلاعات ساختاری تصویر نیز به صورت محلی برای رفع نویز استفاده می شود.

فرمول بندی روش به صورت زیر میباشد:

$$\vec{I}^{(t+1)}(\vec{x}) = \frac{1}{k(\vec{x})} \sum_{\vec{\xi} \in \mathcal{N}_{\vec{x}}} \vec{I}^{(t)}(\vec{\xi}) \cdot w(\vec{\xi}, \vec{x}, t)$$

که تابع وزن ما عملا به شرح زیر محاسبه میشود:

$$w(\vec{\xi}, \vec{x}, t) = (1 - a(\vec{x})) \cdot c(\vec{\xi}, \vec{x}) + a(\vec{x}) \cdot c(\vec{\xi}, \vec{x}) \cdot s(\vec{I}^{(t)}(\vec{\xi}), \vec{I}^{(t)}(\vec{x})) \cdot \sum_{i=1}^{D-1} d_i(\vec{\xi}, \vec{x})$$

که در رابطه ی بالا ترم  $a$  مشخص کننده میزان همریختی فضا میباشد. در نتیجه اگر  $a$  به سمت صفر برود عملا فضا یکنواخت بوده و پاسخ روش مشابه همان روش BL میشود. اما اگر فضا یکنواخت نباشد و در لبه ها باشیم در نتیجه یک ضریب  $d$  خواهیم داشت که میزان شباهت

جهت گیری رتبه  $i$  محلی بین پیکسل ها را محاسبه کرده و در نتیجه با فرم بندی تابع  $d$  به صوت زیر در مناطق غیرهموار علاوه بر اعمال ترم شباهت سطح روشنایی که برای حفظ لبه ها کمک میکند و ترم فاصله فضایی  $C$  این شباهت جهت گیری نیز در حفظ لبه ها و افزایش عملکرد روش

کمک میکند.

$$d_i(\vec{\xi}, \vec{x}) = \exp\left(-\frac{\delta^2(\vec{\xi} - \vec{x}, \hat{e}_i)}{2\sigma^2}\right),$$

where

$$\delta(\vec{u}, \vec{v}) = 1 - \left| \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \|\vec{v}\|} \right|,$$

در حقیقت رابطه ی بالا پس از تفاضل بردارهای پیکسل های مربوطه  $u$  و  $v$  همجهتی آن با بردار ویژه ماتریس جهت را بررسی کرده به گونه ای که اگر همجهت باشند ترم دلتا صفر شده و مقدار  $d$  یک می شود و اگر بر هم عمود باشند کمترین مقدار را خواهند داشت.

## سوال ۲

در رابطه زیر با توجه به این که نویز ما صرفا فلفل نمکی است، در نتیجه هدف ما این است که اگر پیکسل صفر یا یک نویزی نشده باشد عملا  $u$  همان مقدار  $v$  را نگه دارد و در غیر این صورت ترم گرادیان را کمینه کند.

$$u = \operatorname{argmin}_u \left( \int_{\Omega} |\nabla u| \, d\mathbf{x} + \lambda \int_{\Omega} |u - v|_p^p \, d\mathbf{x} \right)$$

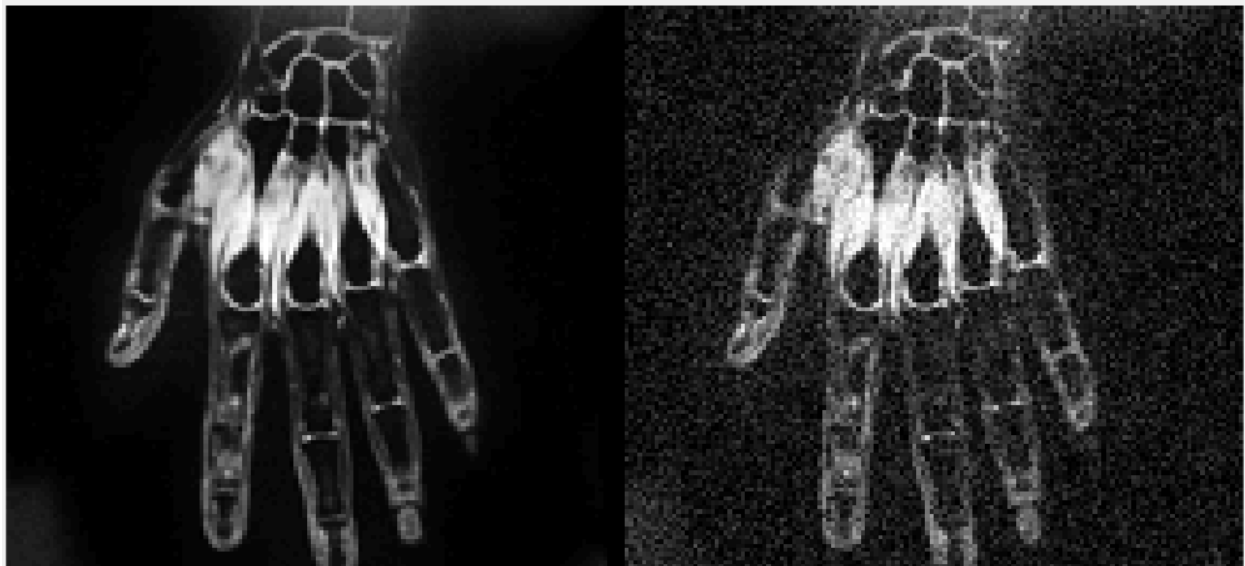
نرم صفر انتخاب مناسبی است، به این صورت که صرفا زمانی که  $u$  و  $v$  دقیقا یکسان باشند صفر میشود، در نتیجه اگر نویز فلفل نمکی وجود داشته باشد که به هیچ عنوان صفر کردن ترم دوم به صرفه نیست چرا که مقدار گرادیان به شدت بالا می رود. اما اگر نویز وجود نداشته باشد  $u$  و  $v$  خود را در اکثر مواقع که ترم دوم با توجه به پارامتر لامبدا به صرفه باشد یکسان می کنند.

# بخش شبیه سازی

سوال ۱

(الف)

با توجه به پیچیدگی زمانی بخش ب و ج که  $O(N^4)$  هستند و همچنین بخش د که  $O(N^4 * n^2)$  هست، برای این که یک زمان معقولی اجرای کد برای تصویر داشته باشیم تصویر را به ضریب 0.2 سائزدهی مجدد میکنیم. در نتیجه به طور مثال اجرای بخش ب در حد ۱۰ ثانیه به طول می انجامد.



SNR =

8.3061

(ب)

کرنل گوسی در روش CRF به این صورت عمل میکند که ماتریس ضرایب با استفاده از فاصله ی مکانی پیکسل ها محاسبه شده و متناسب با مقدار  $h_x$  میزان تاثیری که هر پیکسل از همسایه های خود میگیرد مشخص میشود. اگر این مقدار کم باشد وزن ها سریع افت کرده و نویز بیشتری باقی می ماند و از طرفی اگر این مقدار زیاد باشد باعث محو شدگی تصویر می شود.



(ج)

روش BL معمول شامل دو ترم گوسی یکی برای اعمال تاثیر فاصله و دیگری تاثیرپذیری پیکسل مربوطه از پیکسل های با سطح روشنایی نزدیک میباشد.

$$K(X, Y; g(X), g(Y)) = \exp\left(-\frac{\|X - Y\|_2^2}{2h_x^2}\right) \exp\left(-\frac{\|g(X) - g(Y)\|_2^2}{2h_g^2}\right)$$

در نتیجه پارامتر  $hx$  مجدد مانند بخش قبل نماینده بزرگی میدان دید مختصاتی پیکسل مربوطه بوده که در بخش قبل هم موجود بود. در عین حال برای رفع و بهبود مشکل پخش شدگی لبه ها ترم فاصله ی سطح روشنایی نیز اثر داده میشود. همچنین با استفاده از پارامتر  $hg$  که در مخرج ترم دوم قرار دارد میزان تاثیر و عملا آستانه تاثیر روشنایی مشخص میشود. بدین صورت که با بزرگ کردن  $hg$  پیکسل ها با تفاوت شدت روشنایی بیشتر هم مورد استفاده قرار می گیرند و با کوچک کردن این ضریب عملا ترم دوم سریع تر دمپ شده و صرفا پیکسل های با آستانه نزدیک در نظر گرفته می شوند.

بزرگ بودن  $hx$  زمانی احتیاج است که لبه های تصویر کم بوده و اکثر تصویر یک تکسچر یکنواخت و هموار دارد. در عین حال  $hg$  بزرگ زمانی کاربرد دارد که ما بخواهیم از شدن روشنایی های بیشتری استفاده کنیم، به طور مثال از نویز فلفل نمکی باشد اگر  $hg$  کوچک باشد عملا در پیکسل های نویز به علت اختلاف زیاد این ترم صفر شده و نویز باقی می ماند. در نتیجه در این شرایط بهتر است  $hg$  بزرگتری مشخص کنیم. همچنین متناسب با شدت تیزی لبه های تصویر نیز برای شدت های بیشتر می توان از  $hg$  های بزرگتری استفاده کرد و لبه ها همچنان پخش نشوند. در نهایت برای تخمین مقادیر مناسب پارامترها،  $hx$  را که مشابه بخش قبل همان حدود ۱ قرار می دهیم که تقریبا ۴ ۵ پیکسل از اطراف در هر جهت توسط کرنل گوسی مشاهده شود. در عین حال  $hg$  باید با توجه به آن که واریانس نویز ۰.۰۱ است به گونه ای انتخاب شود که در تفاوت شدت روشنایی حدود ۲۵ همچنان بتواند مقدار داشته باشید چرا که این تفاوت در حقیقت ممکن است عامل از نویز اضافه شده باشد. در نهایت خروجی روش به صورت زیر بوده که  $SNR$  بهتری از روش قبلی دارد.





(د)

در عملکرد NLM در این روش هدف بررسی تصویر به صورت دسته به دسته است. به این صورت که ابتدا یک کرنل برای هر پیکسل تعریف کرده که مساله را به فضای ویژگی ببرد. به طور مثال معمولاً میتوان یک برش مربعی حول پیکسل را به عنوان تابع ویژگی در نظر گرفت. در ادامه یک تابع فاصله تعریف میکنیم که بین دو پیکسل در فضای ویژگی تعریف می شود. مقدار این تابع فاصله به عنوان صورت در توان یک تابع نمایی و با ضرب منفی ظاهر میشود. در نهایت این تابع نهایی وزن ها برای هر جفت پیکسل محاسبه و با ضرب شدن این تابع در مقادیر روشنایی پیکسل ها مقدار جدید پیکسل مربوطه محاسبه میشود.

$$K(g(X), g(Y)) = \exp\left(-\frac{\text{dist}(S_g(X), S_g(Y))}{2h_V^2}\right)$$



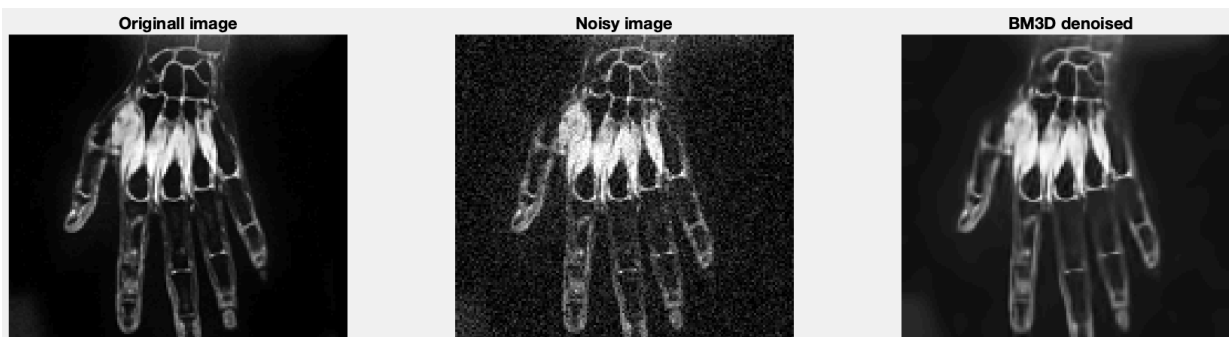
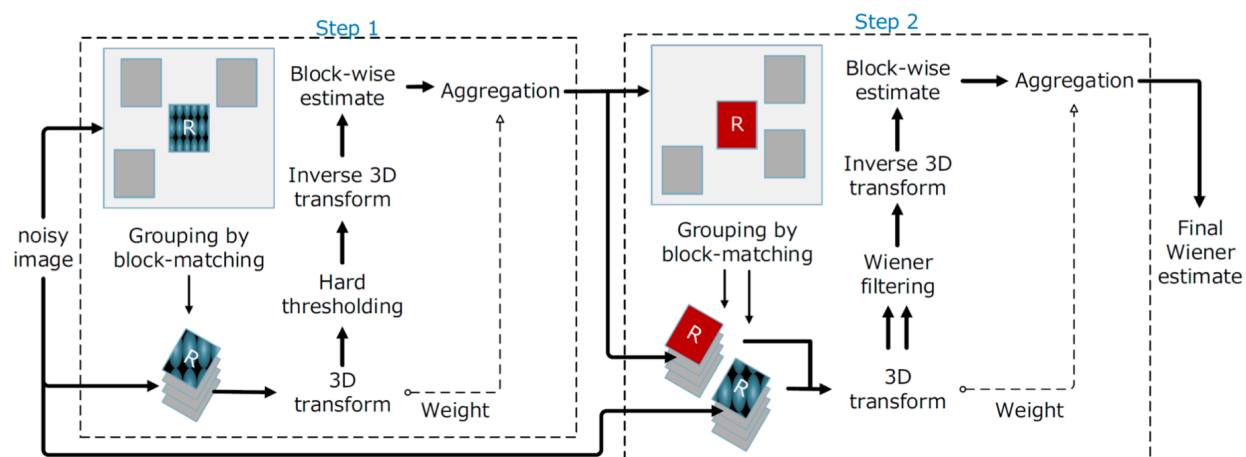
SNR =

18.5438

(۵)

الگوریتم BM3D در دو مرحله انجام می شود. در بخش اول با استفاده از شباهت میان یک بلوک (مشابه روش NLM) و استک کردن بلوک های مشابه در این تانسور سه بعدی تشکیل شده با استفاده از بردن در فضای ضرایب ویژه و صفر کردن مقادیر کوچک با آستانه گذاری سخت و سپس برگشت مساله یک تخمین اولیه از تصویر تمیز شده به دست می آوریم.

حال در مرحله ی دوم با استفاده از تصویر اولیه و تخمین امان از تصویر تمیز مجدد بلوک بندی و استک بلوک ها را انجام داده و در این مرحله میتوانیم فیلتر وینر مربوط را طراحی کرده و با اعمال این فیلتر ها بر روی بلوک ها و سپس میانگین گیری وزندار برای هر پیکسل از مقدار به دست آمده آن در هر بلوک تصویر تمیز شده نهایی را محاسبه کنیم.



SNR =  
10.4339

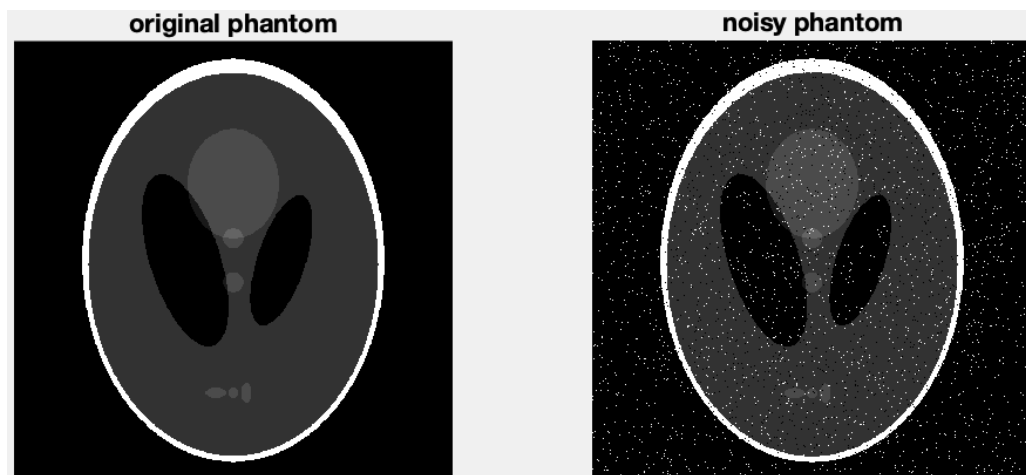
خروجی تصویر تمیز شده پس از اعمال فیلتر BM3D به شرح زیر است.

و

مقادیر SNR به ترتیب در روش های مختلف از بخش ب تا د بهتر شده اند و عملاً بخش د بسیار خوب عمل کرده است. همچنین بخش ه نیز با این که از دید بصری بسیار کیفیت خوبی دارد اما همچنان به علت محوشدگی هایی که قابل مشاهده است SNR پایین تری نسبت به بخش د دارد.

## سوال ۲

(الف)

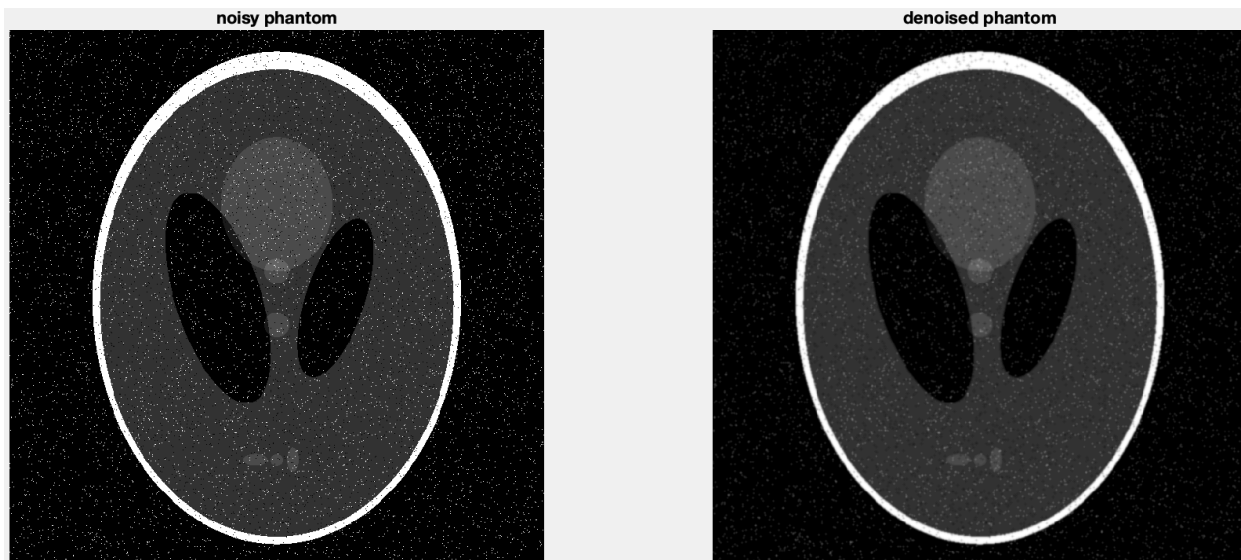


(ب)

در ابتدا ورودی های تابع  $\text{anisodiff}$  به ترتیب تصویر اصلی، تعداد تکرار الگوریتم، ضرایب کاپا و لامبدا و نهایتا پارامتر آپشن که مشخص کننده فرمول های مورد استفاده برای محاسبه ی ضرایب رسانایی  $cN$   $cS$   $cE$   $cW$  به صورت نمایی (گزینه ۱) یا به صورت تابع یک بر روی یک به اضافه ی جز تغییرات تقسیم بر کاپا به توان دو می باشد. (گزینه ۲)

پیاده سازی تابع به این صورت است که در هر تکرار مشتق در چهار جهت با استفاده از کسر تصویر از شیفت یافته آن محاسبه شده، مقادیر  $cN$   $cS$   $cE$   $cW$  با استفاده از فرمول مورد استفاده در روش انتخابی (۱ یا ۲) محاسبه شده که عملا ضریب کاپا حساسیت مقادیر را تنظیم می کند. در نهایت انتگرال با ضریب  $\lambda$  اندا آپدیت می شود.

اعمال پارامترها با مقادیر ۲۰ و ۰.۱۱ برای کاپا و لامبدا، روش دوم محاسباتی و ۵ تکرار نتایج مناسبی را دارد.



(ج)

متریک EPI به منظور ارزیابی حفظ لبه های تصویر بعد از رفع نویز می باشد که علاوه بر بحث SNR تصویر رفع نویز شده از متریک های مهم ارزیابی کیفیت الگوریتم رفع نویز امان می باشد.

برای محاسبه ی این متریک ابتدا یک فیلتر لاپلاسین تعریف می کنیم که لبه ها را پیدا کند و بر روی تصویر اصلی و تصویر رفع نویز شده امان اعمال می کنیم. در ادامه میانگین دو حاصل به دست آمده را صفر کرده و EPI از نسبت جمع ضرایب ضرب دو تصویر لبه حاصل تقسیم بر ضرب توان هر کدام از تصاویر به دست می آید. در نتیجه متریک یک عدد بین ۰ تا ۱ خواهد بود که هرچه به یک نزدیک تر باشد یعنی کرولیشن لبه های تصویر رفع نویز شده و تصویر اصلی بالاتر بوده و عملاً الگوریتم ما بهتر لبه های تصویر اصلی را از روی تصویر نویزی حفظ کرده است.

EPI =

0.3101

SNR =

13.8244

### سوال ۳

#### (الف)

در روش استاندارد در ابتدای کار هدف ما کمینه کردن ترم تصویر رفع نویز شده خروجی الگوریتم نیست به تصویر نویزی اولیه است.

$$\min_u \int_{\Omega} |u - u_0|^2 dx$$

با توجه به آن که این مساله جواب بدیهی دارد عملا رفع نویز به درستی انجام نمی شود. در نتیجه در روش ROF با ضریب لامبدا ترم گرادیان  $u$  را لحاظ می کنیم.

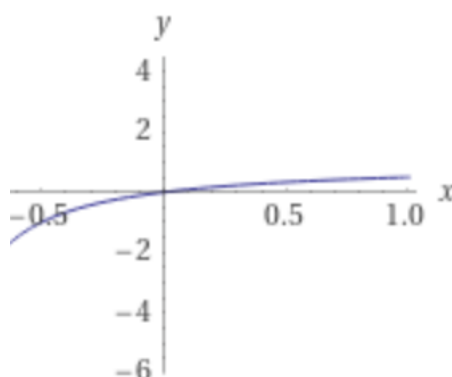
$$J(u) = \min_u \left\{ \int_{\Omega} |u - u_0|^2 dx + \lambda \int_{\Omega} |\nabla u| dx \right\}$$

مشکل این روش این است که در لبه ها با توجه به بالا ساختارهای نویز و لبه در بخش شدگی لبه مشکل داریم.

در نتیجه در این مقاله با اعمال یک ترم تابع غیرخطی فی این مشکل را رفع میکنیم.

$$\int_{\Omega} \varphi(|\nabla u|) dx$$

ترم فی به صورت تابع شبه لگاریتمی زیر ظاهر می شود



در نتیجه حول ۰ این تابع به صورت خطی ظاهر شده و در ادامه با بالا رفتن مقدار گرادیان تابع به صورت لگاریتمی به اشباع می رود. در نتیجه عملاً متفاوت با فرم بندی قبلی که ترم گرادیان صورت خطی و با ضریب لامبدا بالا می رود و در نتیجه در لبه ها وقتی که بخواهیم مساله ی بهینه سازی را حل کنیم عملاً برای تابع بهینه است که مقداری لبه را کم کند چرا که ترم گرادیان تاثیر بالایی دارد، اما وقتی که از فرم اشباع شده استفاده میکنیم در نتیجه تابع وقتی که ضریب آلفا بین صفر تا یک است همیشه از تابع  $X$  پایین تر بوده و در نتیجه لبه ها را بهتر حفظ کرده اما گاهی این ترم بندی باعث حفظ نویز می شود.

در نتیجه فرم نهایی که این مقاله استفاده می کند ترکیبی از هر دو تابع گرادیان و اعمال

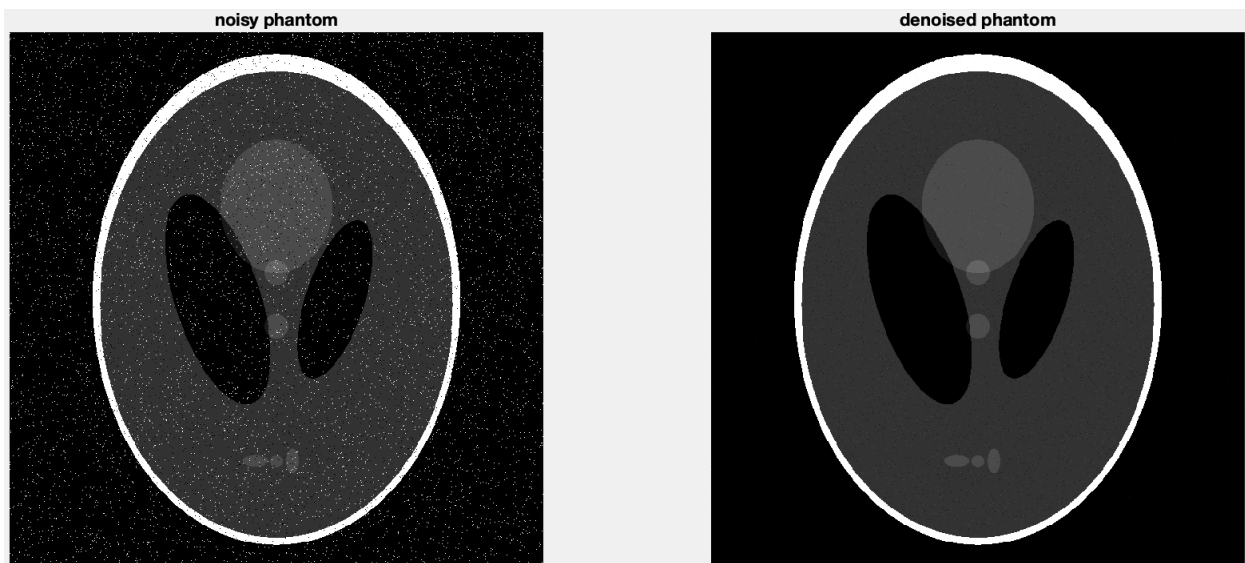
ضریب غیرخطی را استفاده می کند.

$$\min_u \left\{ \int_{\Omega} |u - u_0|^2 dx + \varepsilon \int_{\Omega} |\nabla u| dx + (1 - \varepsilon) \int_{\Omega} \varphi(|\nabla u|) dx \right\}$$

(ب)

پارامترهای ورودی به ترتیب در ابتدا که تصویر ورودی است. در ادامه ضریب لامبدا که  $\lambda$  از روی آن محاسبه شده و در نهایت تعداد تکرار را دریافت می کند. تابع به این صورت عمل می کند که بعد از نرمالایز کردن تصویر ورودی پارامتر  $p$  مشتق های تصویر نرمالایز شده با استفاده از اختلاف تصویر و شیفت تصویر به دست می آید. در ادامه گرادیان های مربوطه محاسبه شده و نهایتاً با استفاده از نرم اول  $\text{div}$  محاسبه و آپدیت می شود.

نتایج با پارامتر لامبدا ۱ و ۱۰۰ تکرار به فرم زیر به دست می آید.





به وضوح هم از دید SNR دارد این روش بهتر عمل می کند و عملاً اوردر SNR به نزدیک ۲۷ که مرز عدم تشخیص چشم انسان است می رسد. ولی از آن مهم تر پارامتر EPI است که به وضوح افزایش پیدا کرده است و مرزها در تصویر حاصل بسیار بهتر به دست آمده است.

EPI =

0.9330

SNR =

25.0980