به نام خدا

درس سیگنال ها و سیستم ها

گزارش تمرین متلب 1

امید شرفی

96101838

استاد

دکتر حمید کربلایی آقاجان

زمستان 1397

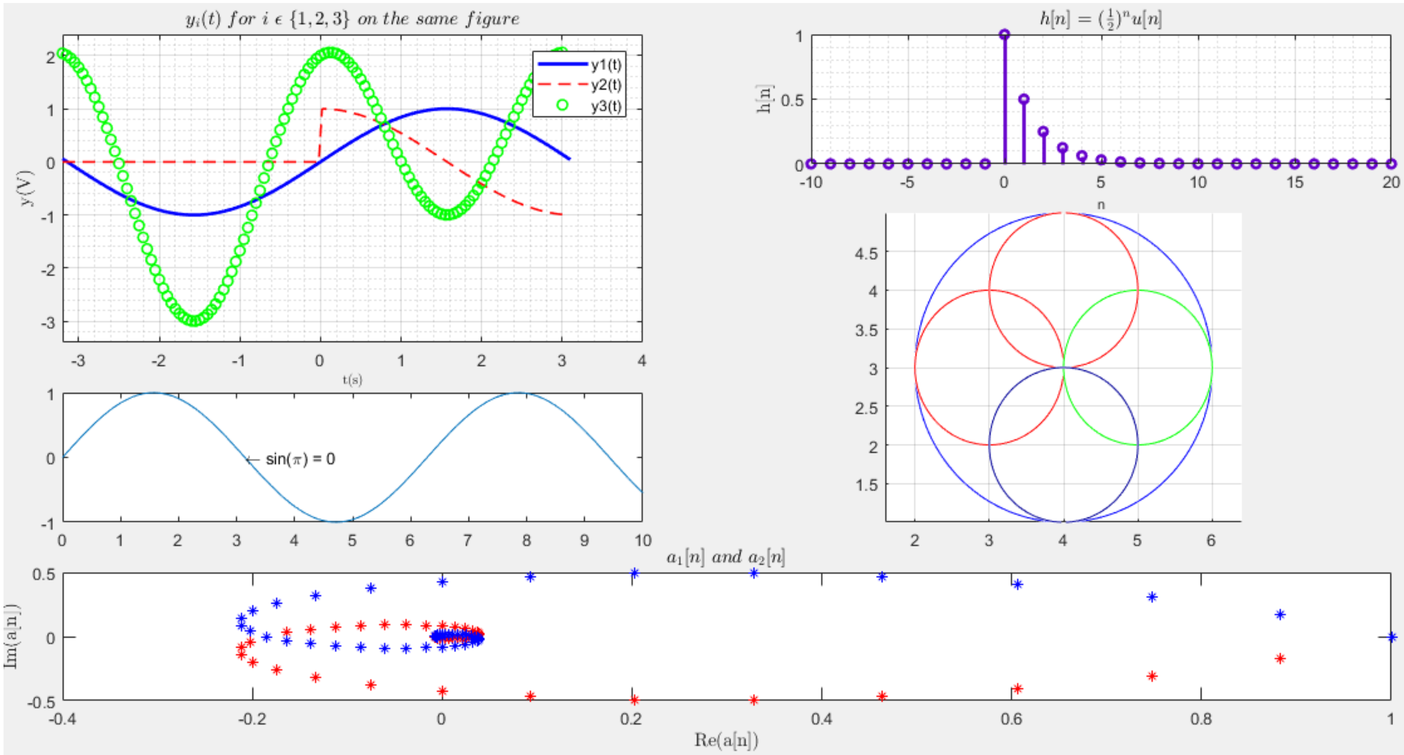
قسمت اول

سوال 1

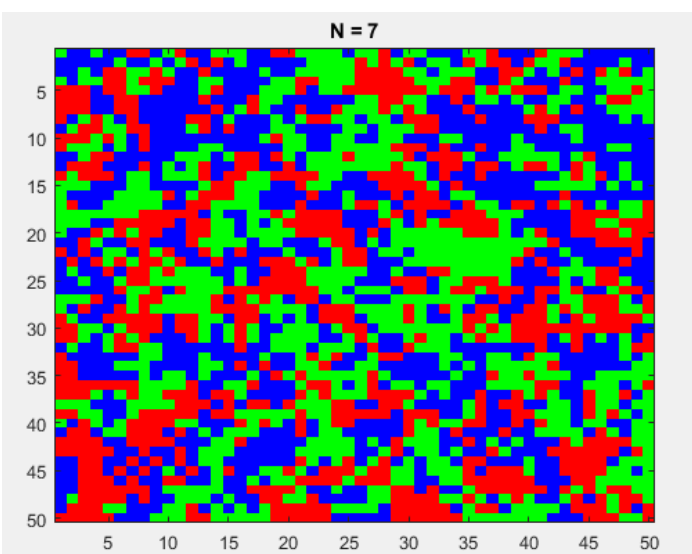
در این بخش تا جای ممکن سعی شد که خروجی نهایی به شکل سوال نزدیک شود. حتی مثلا برای تابع y1 مانند شکل تا کمی بعد از 3 رسم شده است. یا مثلا قطر میله ها در نمودار دوم تا جای ممکن نزدیک به صورت سوال انتخاب شد. از جمله دستورات تنظیمی که از آنها استفاده شد می توان به موارد زیر اشاره کرد :

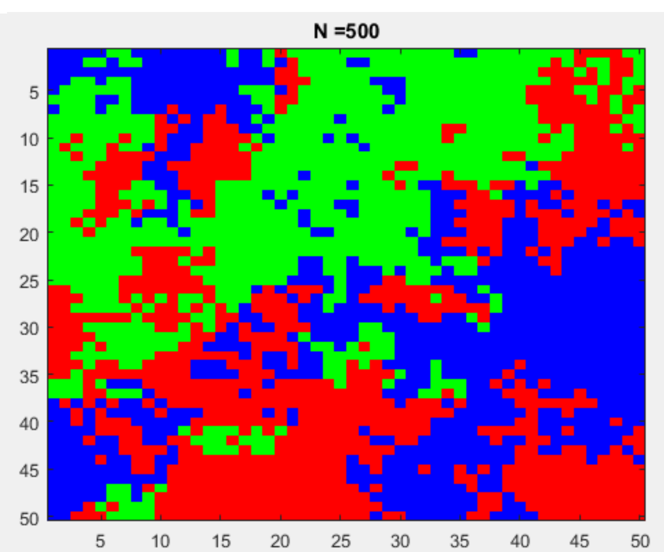
- linewidth: برای تنظیم ضخامت خط ها
- Color: برای تنظیم رنگ که برای بعضی از خطوط برای تنظیم دقیق تر و افزایش تشابه از فرمت rgb این دستور نیز استفاده شد.
- Markersize: در دستور stem برای تنضیم اندازه ی دایره ها می توان استفاده کرد.
- Fontsize: برای تنظیم بزرگی نوشته.
- همچنین از تنظیم linestyle نیز استفاده شد و دستور legend هم برای نمودار اول استفاده شد.
- برای تنظیم مکان هر نمودار در صفحه من از شبکه بندی صفحه و استفاده از دستور subplot استفاده کردم. البته از تنظیمات position هم می توانستیم استفاده کنیم.
- برای نوشته ها نیز چون در نمودار دوم ½ را به صورت کسری عمودی نداشتیم مجبور به استفاده از اینترپرتر LaTeX شدم که البته فکر کنم راه های ساده تری هم وجود داشته باشد.
- برای رفع مشکل تابع پله نیز از کلک t+eps استفاده کردم که خروجی مورد نظر را بدهد البته که هم خودمان می توانستیم یک پله به صورت دستی تعریف کنیم و هم می توانستیم از تنظیمات متلب تعریف تابع پله اش را در صفر تغییر دهیم.
- نهایتا از دستور grid برای رسم خطوط زمینه، از دستور viscircles برای رسم دوایر استفاده کردم و توابع را نیز به صورت سمبلیک تعریف کردم.

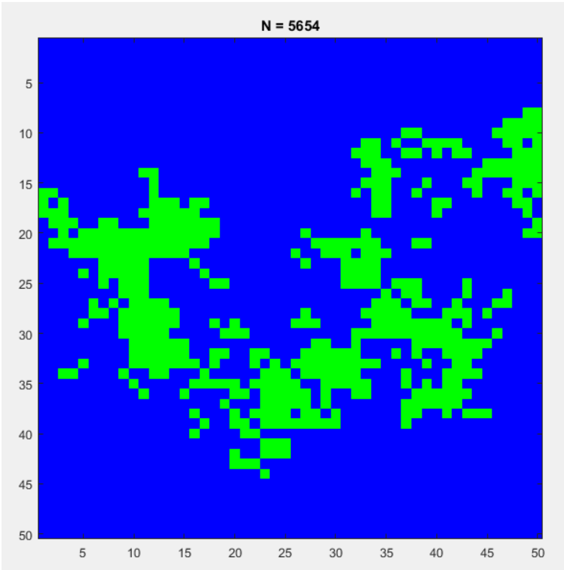
خروجی حاصل به صورت زیر گردید :

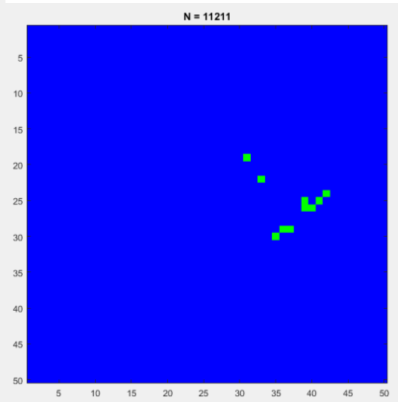

$y_i(t)$ for $i \in \{1,2,3\}$ on the same figure
y1(t)
y2(t)
y3(t)
y(V)
t(s)
$h[n] = (\frac{1}{2})^n u[n]$
h[n]
n
← sin(π) = 0
$a_1[n]$ and $a_2[n]$
Im(a[n])
Re(a[n])

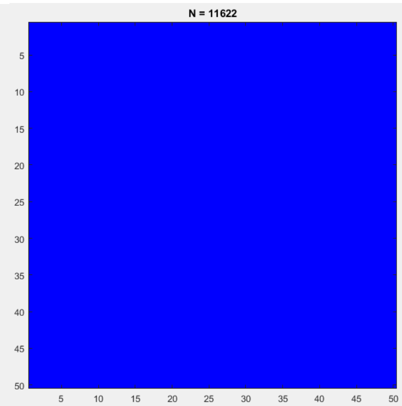
سوال 2


N = 7


N =500







در مورد این سوال همان طور که در مساله خواسته شده بود، موارد پیاده سازی شدند. از نکات مهم می توان به موارد زیر اشاره کرد:

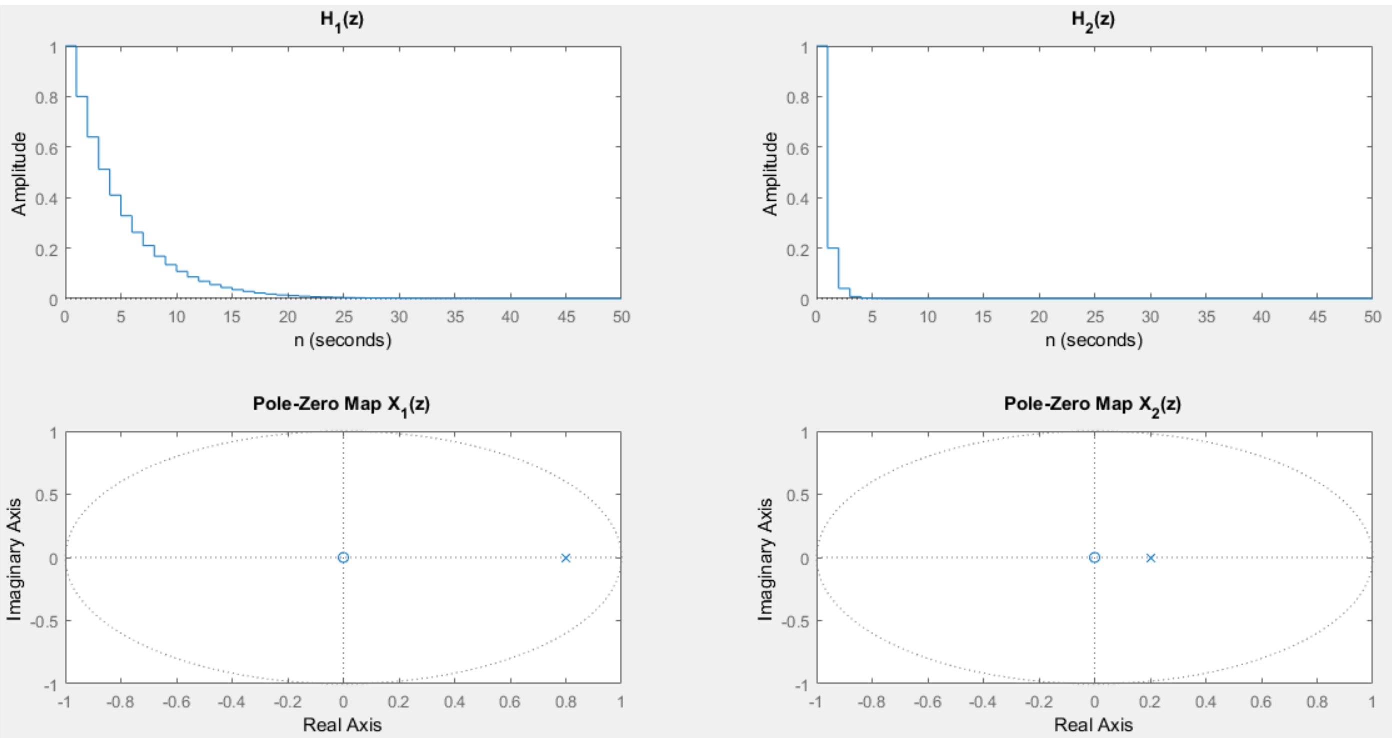
1. تمام سوال به صورت تابعی برحسب n,N,k پیاده سازی شد.
2. سرعت را به گونه ای تنظیم کردم که در ابتدا با سرعت کم تغییرات شروع شود تا پراکندگی اولیه قابل رویت باشد و سپس سریع تر شود.
3. برای رفع مشکل خانه های مرزی از دستورات min , max کمک گرفته شد و همچنین چک شد تا همسایه ی انتخاب شده خود خانه نباشد!
4. مشکل باز شدن figure پس از بستن آن هم حل شد. (البته هنوز گاهی ران برنامه بدون باز شدن figure ادامه میابد!)

با بررسی روند تغییرات کلی نواحی رای دهنده در حقیقت خانه هایی که همسایه های آن ها همرنگ آن هستند، تغییر رنگ نخواهند داد و در نتیجه پی از برهم کنش های رندوم اولیه، هنگامی که نواحی تشکیل میشوند، بیشتر تغییرات در مرزهای نواحی اتفاق می افتد و بسته به اندازه نواحی و شانس در حالت های تقریبا برابر، نهایتا نواحی یکپارچه، بزرگ و بزرگ تر شده تا صفحه به پایداری برسد.

قسمت دوم

سوال 1

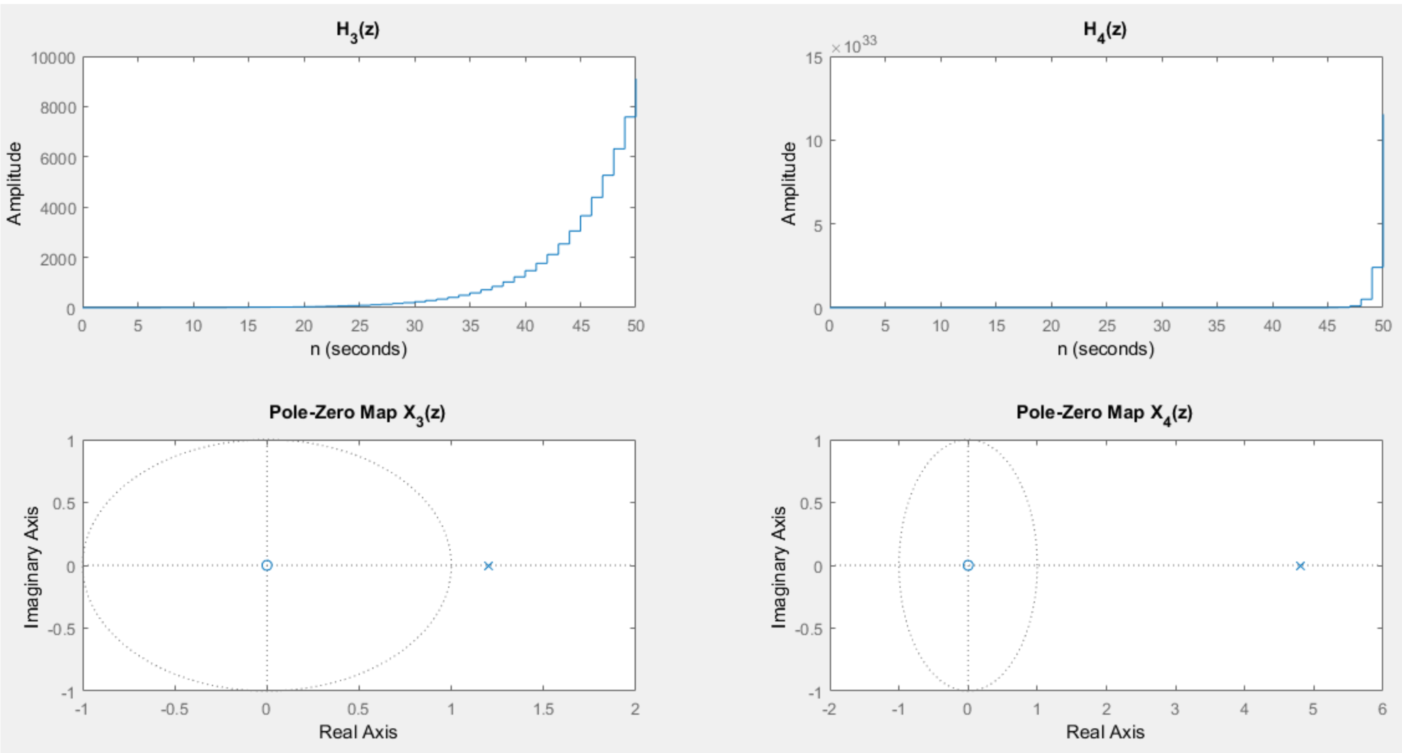
.1



ابتدا باید به این نکته توجه شود که پیش فرض دستورات متلب در حوزه ی تبدیل z علی بودن سیستم است. حال چون هر دو تابع تبدیل، قطب های داخل دایره واحد داشته و به علت علی بودن دست راستی می باشند و دایره واحد را شامل می شوند، همگرا هستند ولیکن تبدیلی که قطب نزدیک تری به صفر دارن زودتر همگرا می شود چون این قطب در حقیقت همان آلفای ضریب می باشد که هرچه کوچکتر باشد زودتر پاسخ ضربه را دمپ می کند.

```
Properties Of X1

    Pole        Magnitude      Damping       Frequency       Time Constant
                                           (rad/seconds)       (seconds)

  8.00e-01      8.00e-01      1.00e+00       2.23e-01         4.48e+00

Properties Of X2

    Pole        Magnitude      Damping       Frequency       Time Constant
                                           (rad/seconds)       (seconds)

  2.00e-01      2.00e-01      1.00e+00       1.61e+00         6.21e-01
```

.2



در مورد این دو تابع تبدیل اما بر عکس دو تابع قبلی چون قطب ها خارج دایره واحد هستند و سیتم هم علی هست دیگر ناحیه همگرایی دایره واحد را شامل نمی شود و در نتیجه سیستم ها پایدار نمی باشند. همان طور که انتظار داشتیم برای تابع 4ام که اندازه ی قطب آن که همان ضریب آلفا پشت سری زمانی دست راستی ما هست، بزرگتر

است و پاسخ ضربه ی آن شدیدتر واگرا است.(همان طور که در شکل بالا راست مشاهده می کنید به حدی سیگنال واگرا است که مقادیر چند مرحله ی قبل آن در مقابل آن صفر دیده می شوند. این تفاوت را از اندازه ی دامنه تا n=50 هم قابل مشاهده می باشد.)

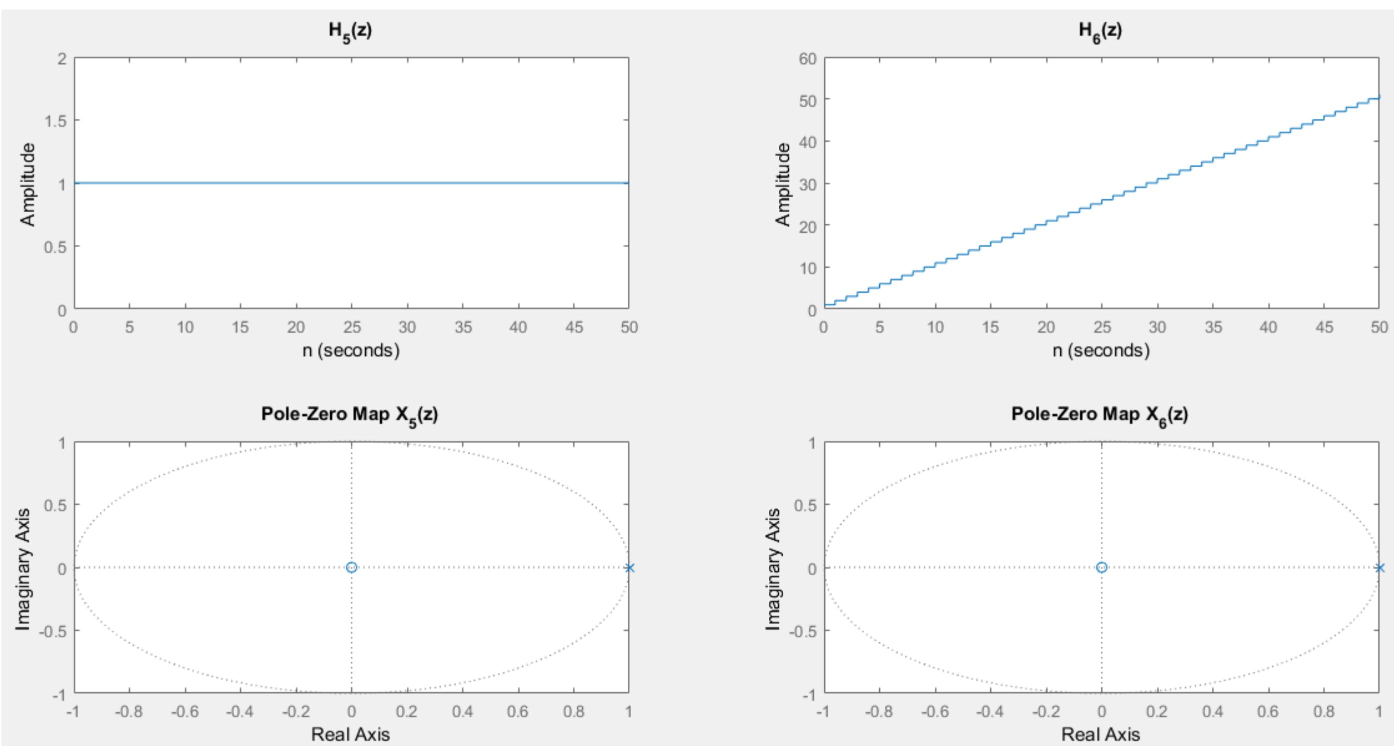
Properties Of X3

Pole	Magnitude	Damping	Frequency (rad/seconds)	Time Constant (seconds)
1.20e+00	1.20e+00	-1.00e+00	1.82e-01	-5.48e+00

Properties Of X4

Pole	Magnitude	Damping	Frequency (rad/seconds)	Time Constant (seconds)
4.80e+00	4.80e+00	-1.00e+00	1.57e+00	-6.38e-01

.3



تابع 5ام که در حقیقت همان تبدیل تابع پله است و در مورد تابع 6 ام چون تبدیل آن همان ضرب تبدیل تابع 5ام در خودش است، پاسخ ضربه آن در حقیقت حاصل کانولوشن دو تا پله در هم است که همان طور که مشاهده می شود تابع خط (با یک شیفت به چپ به خاطر z^-1 ای که در صورت وجود ندارد) رو داده است. این مورد را می توان از خاصیت مشتق تبدیل z نیز اثبات کرد.

x[n] = u[n] => $\sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]z^{-k}$ = $\sum_{k=0}^{+\infty} z^{-k}$ = $\frac{1}{1-z^{-1}}$ (Roc : |z| > 1)

S1: $\frac{1}{(1-z^{-1})^2}$ = $\frac{1}{1-z^{-1}}$ x $\frac{1}{1-z^{-1}}$ => x[n] = u[n]*n[n] = $\int_{\tau=-\infty}^{+\infty} u[\tau]u[n-\tau]d\tau$ = $\int_{\tau=0}^{\max(n,0)} 1d\tau$ = (n+1)u[n] ✓

S2: nu[n] => -z$\frac{d}{dz}$X(z) = -z$\frac{-z^{-2}}{(1-z^{-1})^2}$ = $z^{-1}\frac{1}{(1-z^{-1})^2}$ = (n+1)u[n+1] = (n+1)u[n] ✓

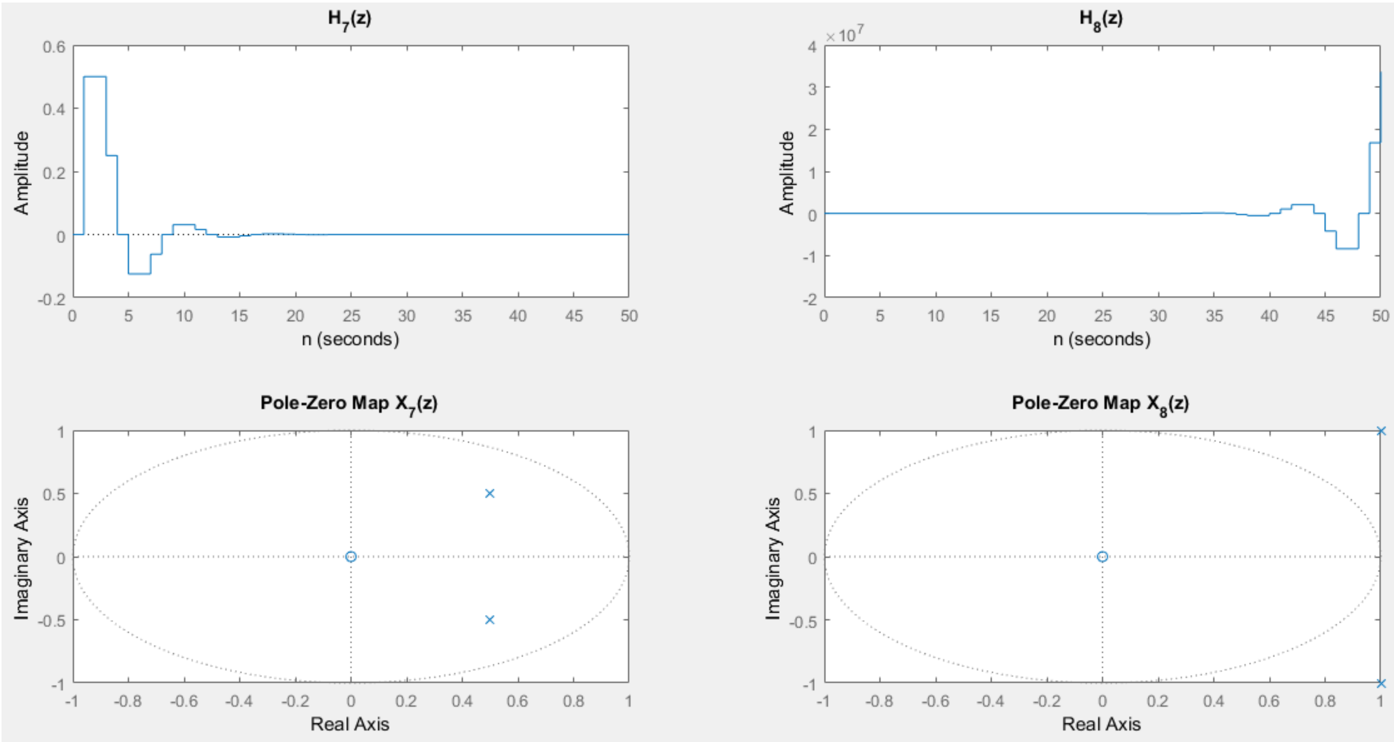
Properties Of X5

Pole	Magnitude	Damping	Frequency (rad/seconds)	Time Constant (seconds)
1.00e+00	1.00e+00	-1.00e+00	0.00e+00	Inf

Properties Of X6

Pole	Magnitude	Damping	Frequency (rad/seconds)	Time Constant (seconds)
1.00e+00	1.00e+00	-1.00e+00	0.00e+00	Inf
1.00e+00	1.00e+00	-1.00e+00	0.00e+00	Inf

.4

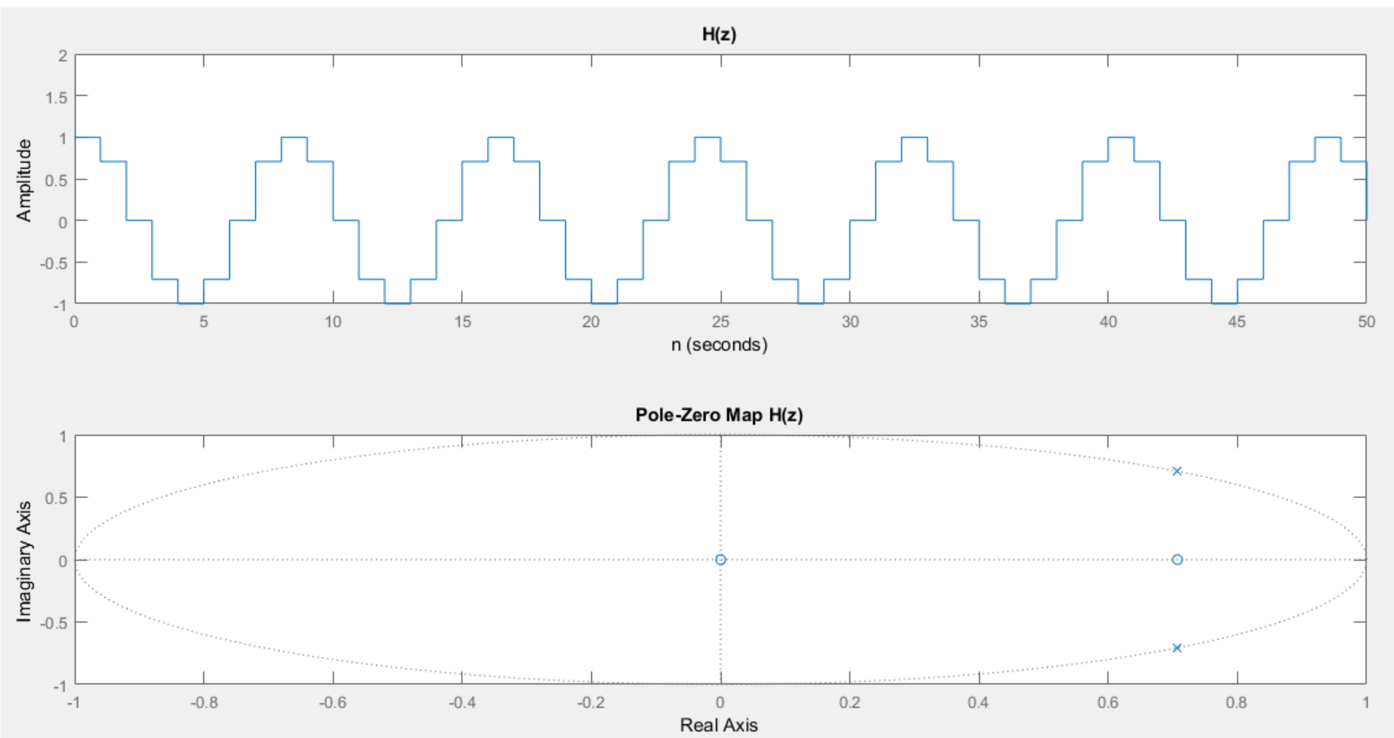


برای بررسی پایداری یا عدم پایداری مانند قبل همان شامل شدن یا عدم شمول دایره واحد در roc معیار صحیح است که در نتیجه تابع تبدیل 7ام پایدار و 8ام ناپایدار است که در پاسخ ضربه هم مشهود است. وقتی که قطب ها به صورت مختلط مزدوج هستند، یک فرم سینوسی هم بر روی پاسخ ضربه سوار می شود و در حقیقت رفتار پوش تابع مانند توابع قبل برای تابع 7ام همگرا به صفر و برای تابع 8 ام واگرا می باشد. علت این که این سینوسی خیلی خوب در پاسخ ضربه های بالا مشاهده نمی شود به علت آن است که این همگرایی یا واگرایی به گونه ای است که هنگامی که محور عمودی با پیک تابع تنظیم میشود بقیه نوسان خیلی خوب مشاهده نمی شود. در حقیقت برای مشاهده ی بهتر یا از روش های yy در متلب باید استفاده کنیم یا قطب ها را در جایی بیندازیم که اندازه ی آن ها به یک نزدیک تر باشد تا دمپ یا رشد پوش کم تر شود تا دامنه نوسان سینوس قابل مشاهده شود.

```
Properties Of X7

        Pole              Magnitude     Damping       Frequency      Time Constant
                                                    (rad/seconds)      (seconds)

  5.00e-01 + 5.00e-01i    7.07e-01     4.04e-01       8.58e-01         2.89e+00
  5.00e-01 - 5.00e-01i    7.07e-01     4.04e-01       8.58e-01         2.89e+00

Properties Of X8

        Pole              Magnitude     Damping       Frequency      Time Constant
                                                    (rad/seconds)      (seconds)

  1.00e+00 + 1.00e+00i    1.41e+00    -4.04e-01       8.58e-01        -2.89e+00
  1.00e+00 - 1.00e+00i    1.41e+00    -4.04e-01       8.58e-01        -2.89e+00
```

سوال 2

.1



Pole	Magnitude	Damping	Frequency (rad/seconds)	Time Constant (seconds)
7.07e-01 + 7.07e-01i	1.00e+00	0.00e+00	7.85e-01	Inf
7.07e-01 - 7.07e-01i	1.00e+00	0.00e+00	7.85e-01	Inf

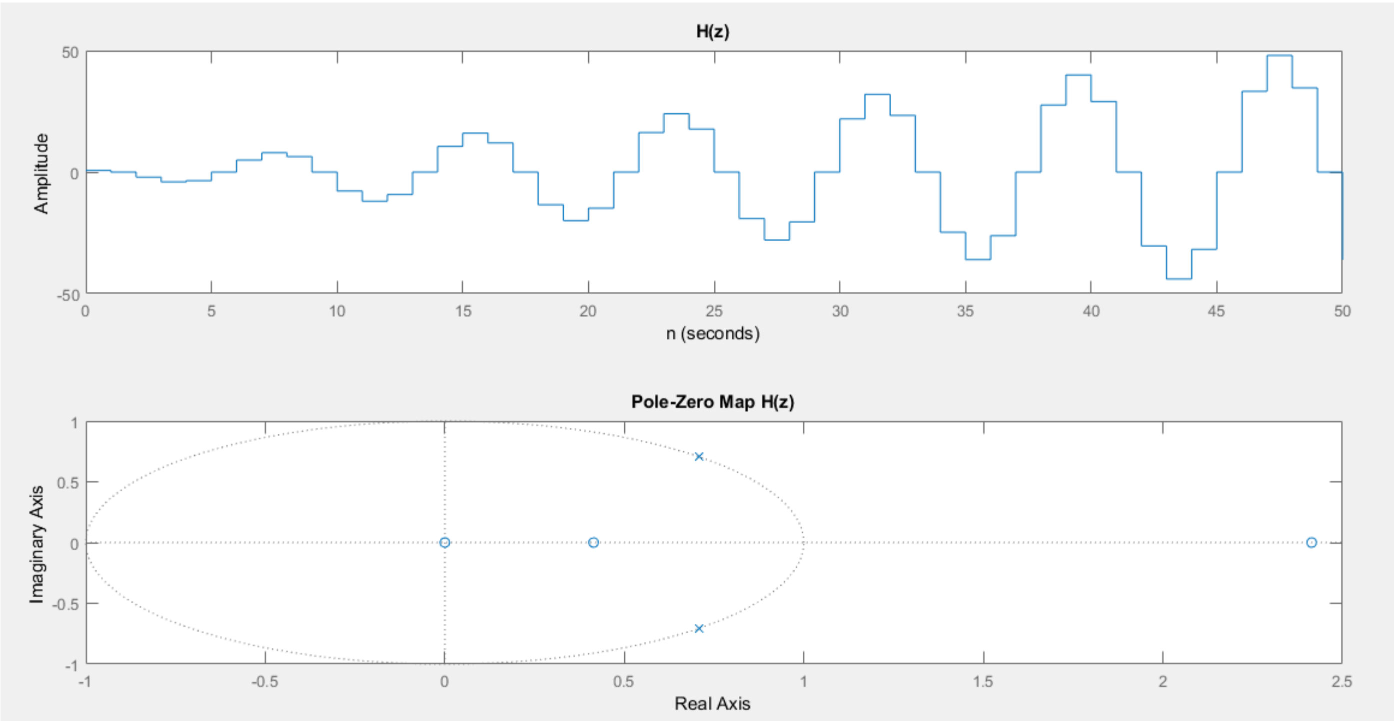
همان طور که مشاهده می شود دو قطب بر روی دایره واحد دارد (اندازه ی 1 قطب ها از مقدار عددی هم قابل مشاهده است و هم از روی تابع تبدیل) و با توجه به آن که سیگنال دست راستی است ROC : |Z| > 1 می باشد. در حقیقت چون کسینوس بین 1 و −1 نوسان می کند اگر بنویسیم خواهیم دید که باید Z اندازه ای کمتر از 1 داشته باشد تا سری همگرا شود.

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]z^{-n} = \sum_{n=0}^{\infty} \cos(\frac{n\pi}{4})z^{-n} = \sum_{k=0}^{\infty}(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}z^{-1} + 0 - \frac{\sqrt{2}}{2}z^{-3} - 1z^{-4} - \frac{\sqrt{2}}{2}z^{-5} + 0 + \frac{\sqrt{2}}{2}z^{-7})\, z^{-8k} = \frac{(1-z^{-4})(1+\frac{\sqrt{2}}{2}z^{-1}-\frac{\sqrt{2}}{2}z^{-3})}{1-z^{-8}} = \frac{z(z^4-1)(z^3+\frac{\sqrt{2}}{2}z^2-\frac{\sqrt{2}}{2})}{z^8-1}$$

$$= \frac{z(z^2+\sqrt{2}z+1)(z-\frac{\sqrt{2}}{2})}{(z^2+\sqrt{2}z+1)(z^2-\sqrt{2}z+1)} = \frac{z(z-\frac{\sqrt{2}}{2})}{(z^2-\sqrt{2}z+1)} \checkmark$$

```
   /     sqrt(2) \
 z | z - ------- |
   \        2    /
------------------
 2
z  - sqrt(2) z + 1
```

2.



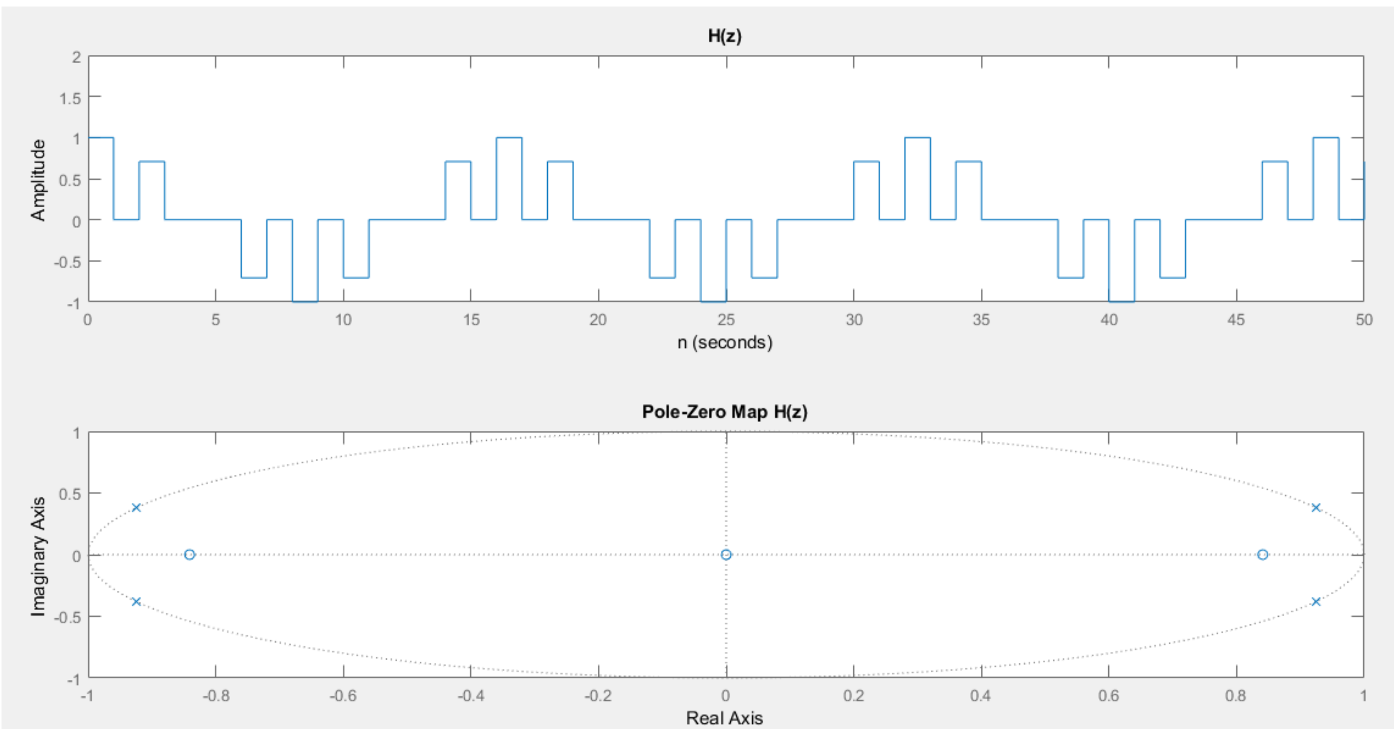
Pole	Magnitude	Damping	Frequency (rad/seconds)	Time Constant (seconds)
7.07e-01 + 7.07e-01i	1.00e+00	-8.08e-09	7.85e-01	-1.57e+08
7.07e-01 - 7.07e-01i	1.00e+00	-8.08e-09	7.85e-01	-1.57e+08
7.07e-01 + 7.07e-01i	1.00e+00	8.08e-09	7.85e-01	1.57e+08
7.07e-01 - 7.07e-01i	1.00e+00	8.08e-09	7.85e-01	1.57e+08

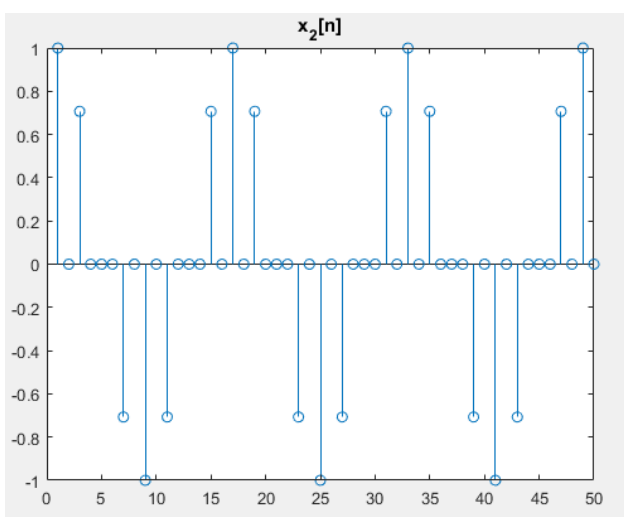
همان طور که از درس میدانیم برای این حالت، حاصل $-z\frac{d}{dz}X(z)$ باید باشد و در نتیجه قطب ها مکرر می شوند.

$$-z\frac{d}{dz}X(z) = -z\frac{\left(2z-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(z^2-\sqrt{2}\,z+1)-(2z-\sqrt{2})(\,z^2-\frac{\sqrt{2}}{2}z)}{(z^2-\sqrt{2}z+1)^2} = -z\frac{-\frac{\sqrt{2}}{2}z^2+2z-\frac{\sqrt{2}}{2}}{(z^2-\sqrt{2}z+1)^2} = \frac{z(\sqrt{2}z^2-4z+\sqrt{2})}{2(z^2-\sqrt{2}z+1)^2}\checkmark$$

```
                2
z (sqrt(2) z   - 4 z + sqrt(2))
-----------------------------
          2                  2
     2 (z   - sqrt(2) z + 1)
```

.3

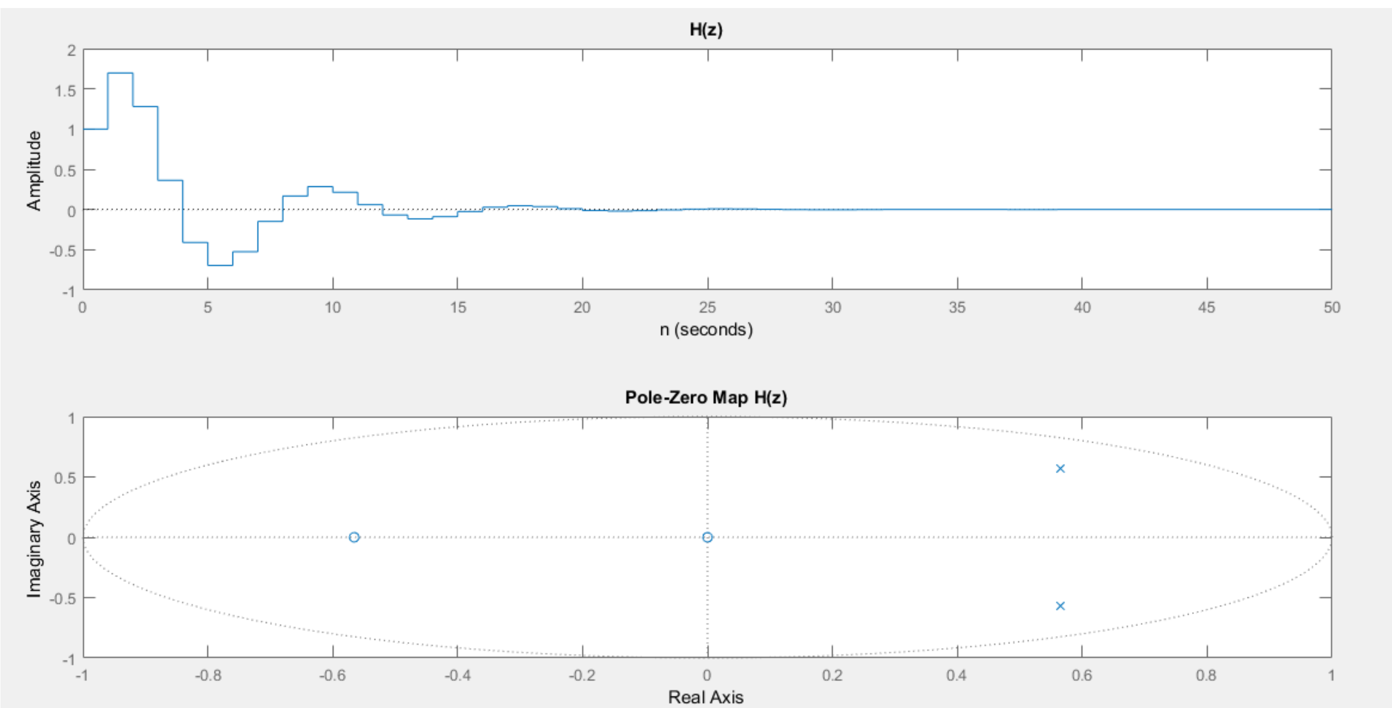




همان طور که در درس هم داشتیم با جایگذاری z^2 به جای z در حقیقت انگار سیگنال ما یک در میان صفر قرار داده شده که باعث شده وقتی تبدیل z را محاسبه میکنیم، قدر نسبت سری به جای z ، z^2 شود که این 0 قرار دادن های یکی در میان در نمودار میله ای و هم در پاسخ ضربه سیگنال x2 قابل مشاهده است. از طرفی در تبدیل z چون z^2 قرار دادیم، قطب ها نسبت به محور موهومی قرینه خواهند شد. (هر z که ریشه ی مخرج بود، اکنون منفی آن هم ریشه خواهد بود.)

سوال 3

.1



با توجه به این که قطب ها در دایره واحد قرار دارند و سیستم علی فرض شده است، پس دایره واحد در ناحیه همگرایی قرار دارد و در نتیجه سیگنال پایدار است (در پاسخ ضربه سیستم هم قابل مشاهده است). ROC نیز طبیعتا می شود ناحیه ی بیرون از دورترین قطب که مقدار آن توسط متلب محاسبه و در خروجی زیر دیده می شود.

```
         Pole               Magnitude     Damping       Frequency       Time Constant
                                                      (rad/seconds)       (seconds)

 5.66e-01 + 5.66e-01i       8.00e-01     2.73e-01       8.16e-01           4.48e+00
 5.66e-01 - 5.66e-01i       8.00e-01     2.73e-01       8.16e-01           4.48e+00

ROC : |Z|> 0.8
```

2.

```
r =

   0.5000 - 1.0000i
   0.5000 + 1.0000i


p =

   0.5657 + 0.5657i
   0.5657 - 0.5657i


k =

     0
```

H(z) = $\frac{1+0.4\sqrt{2}z^{-1}}{1-0.8\sqrt{2}z^{-1}+0.64z^{-2}} = \frac{0.5-i}{1-0.4\sqrt{2}(1+i)z^{-1}} + \frac{0.5+i}{1-0.4\sqrt{2}(1-i)z^{-1}}$

⇨ R = [0.5-i, 0.5+i]

⇨ P = [$0.4\sqrt{2}(1+i)$, $0.4\sqrt{2}(1-i)$] ≅ [0.5657 + 0.5657i, 0.5657 – 0.5657i]

h[n] is causal =>

h[n] = $(0.5-i)(0.4\sqrt{2}(1+i))^n u[n]$ + $(0.5+i)(0.4\sqrt{2}(1-i))^n u[n]$✓

3.

به طور کلی دستور iztrans به خاطر این که یک الگوریتم کلی برای محاسبه ی وارون تبدیل z استفاده می کند، ممکنه فرم پاسخ را به صورت دقیق مانند فرمی که به صورت تئوری در بالا محاسبه کردیم ندهد و در حقیقت فرم را نمیتواند تا این حد جمع کند به همین منظور نتایج زیر را مشاهده کنید.

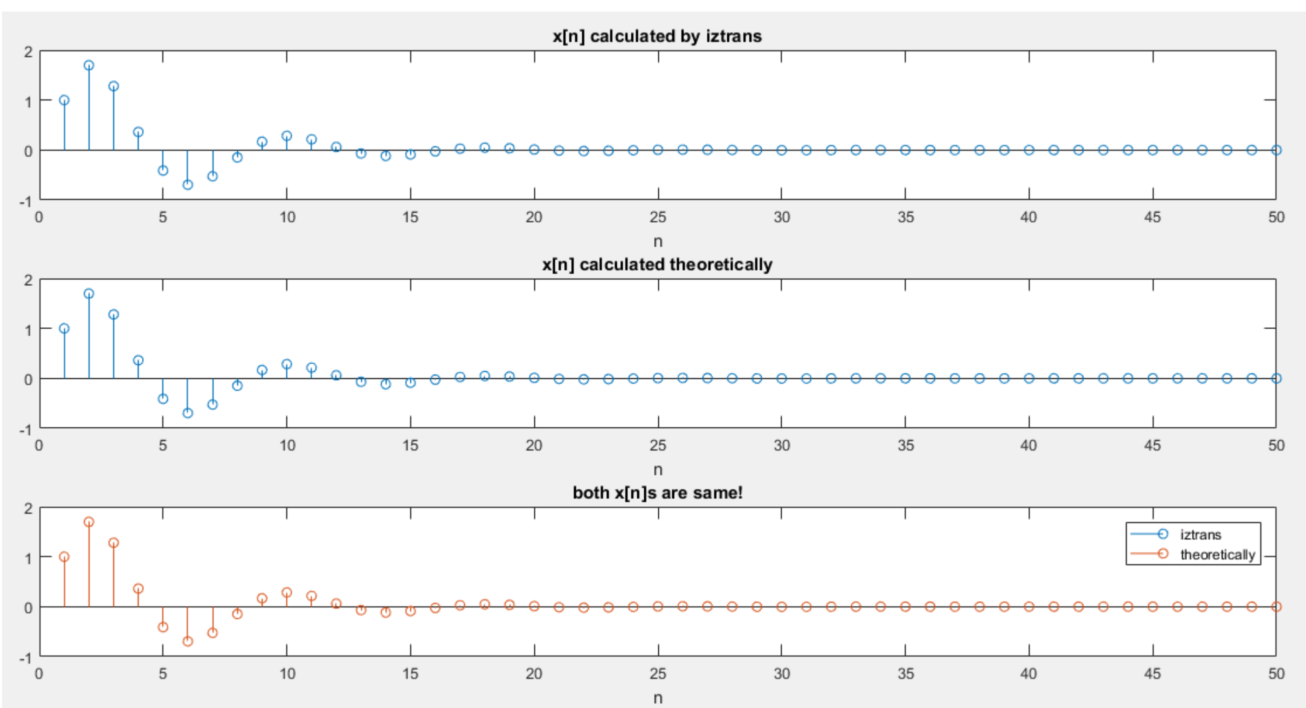
❖ در ابتدا با استفاده مستقیم از فرم H(z) ، خروجی به صورت زیر درآمد:

```
H(z):
    2 sqrt(2)
    --------- + 1
       5 z
---------------------
  16    4 sqrt(2)
----- - --------- + 1
    2      5 z
25 z


h[n]:
    n           1 - n                      n - 1          n           1 - n                      n - 1
(-1)  sqrt(2) 25      (sqrt(2) (- 10 - 10i))      4i  (-1)  sqrt(2) 25      (sqrt(2) (- 10 + 10i))      4i
---------------------------------------------------- - ----------------------------------------------------
                         5                                                    5

         n   n  1     / 3 pi n \
   + (-1)  16  --- cos| ------ | 3
                n     \    4   /
               20
```

❖ حال با استفاده از ضرایب p,q به دست آمده در بخش قبل، خروجی به صورت زیر خواهد شد که به نظر می رسد با فرم بسته ی محاسبه ی تئوری ما همخوانی و شباهت بیشتری دارد:

```
H(z):
          1                       1
        - - - i                 - - + 1i
          2                       2
---------------------- + ----------------------
        / 2   2  \             / 2   2  \
sqrt(2) | - - -i |       sqrt(2) | - + -i |
        \ 5   5  /             \ 5   5  /
------------------ - 1   ------------------ - 1
         z                        z


h[n]:
        /         /         / 2   2  \ \n / 1   1  \
sqrt(2) | sqrt(2) | sqrt(2) | - + -i | |  | - - -i | + sqrt(2) kroneckerDelta(n,
        \         \         \ 5   5  / /  \ 8   8  /

     /  1   1  \ \
  0) | - - + -i | | (3 - i) + kroneckerDelta(n,
     \  8   8  / /

               /         /         / 2   2  \ \n / 1   1  \                                 /  1   1  \ \
  0) + sqrt(2) | sqrt(2) | sqrt(2) | - - -i | |  | - + -i | + sqrt(2) kroneckerDelta(n, 0) | - - - -i | | (3 + 1i)
               \         \         \ 5   5  / /  \ 8   8  /                                 \  8   8  / /
```

❖ نهایتا برای این که مطمئن شویم که پاسخ ها یکی هستند هر دو را با هم رسم کردیم. البته از دستور isequal هم میتوانستیم استفاده کنیم. نهایتا خروجی همان طور که انتظار داشتیم یکسان به دست آمد:



.4

در اینجا دستور iztrans تنها برای سیستم های علی پاسخگو می باشد. برای محاسبات وارون با فرض ضد علی بودن سیستم در ادامه محاسبات بخش 2 داریم:

H(z) = $\frac{0.5-i}{1-0.4\sqrt{2}(1+i)z^{-1}} + \frac{0.5+i}{1-0.4\sqrt{2}(1-i)z^{-1}}$

h[n] is unti-causal =>

h[n] = $-(0.5-i)\left(0.4\sqrt{2}(1+i)\right)^n u[-n-1]$ + $-(0.5+i)\left(0.4\sqrt{2}(1-i)\right)^n u[-n-1]$✓

سوال 4

1. این بخش همان موارد سوال 3 با یک تابع تبدیل دیگر است که خروجی ها و محاسبات آن مانند بخش 3 به صورت زیر می شود. در حقیقت معادله دیفرنس به یک تابع تبدیل می انجامد.

y[n] - 1.8 cos(pi/16) y[n-1] + 0.81 y[n-2] = x[n] + ½ x[n-1] =>

Y (1 - 1.8 cos(pi/16) z^-1 + 0.81 z^-2) = X (1 + ½ z^-1) =>

H(z) = $\frac{1+\frac{1}{2}z^{-1}}{1-1.8cos\left(\frac{\pi}{16}\right)z^{-1}+0.81z^{-2}}$ = $\frac{1+\frac{1}{2}z^{-1}}{1-1.7654z^{-1}+0.81z^{-2}}$ ✓

```
r =

   0.5000 - 3.9375i
   0.5000 + 3.9375i


p =

   0.8827 + 0.1756i
   0.8827 - 0.1756i


k =

     0
```

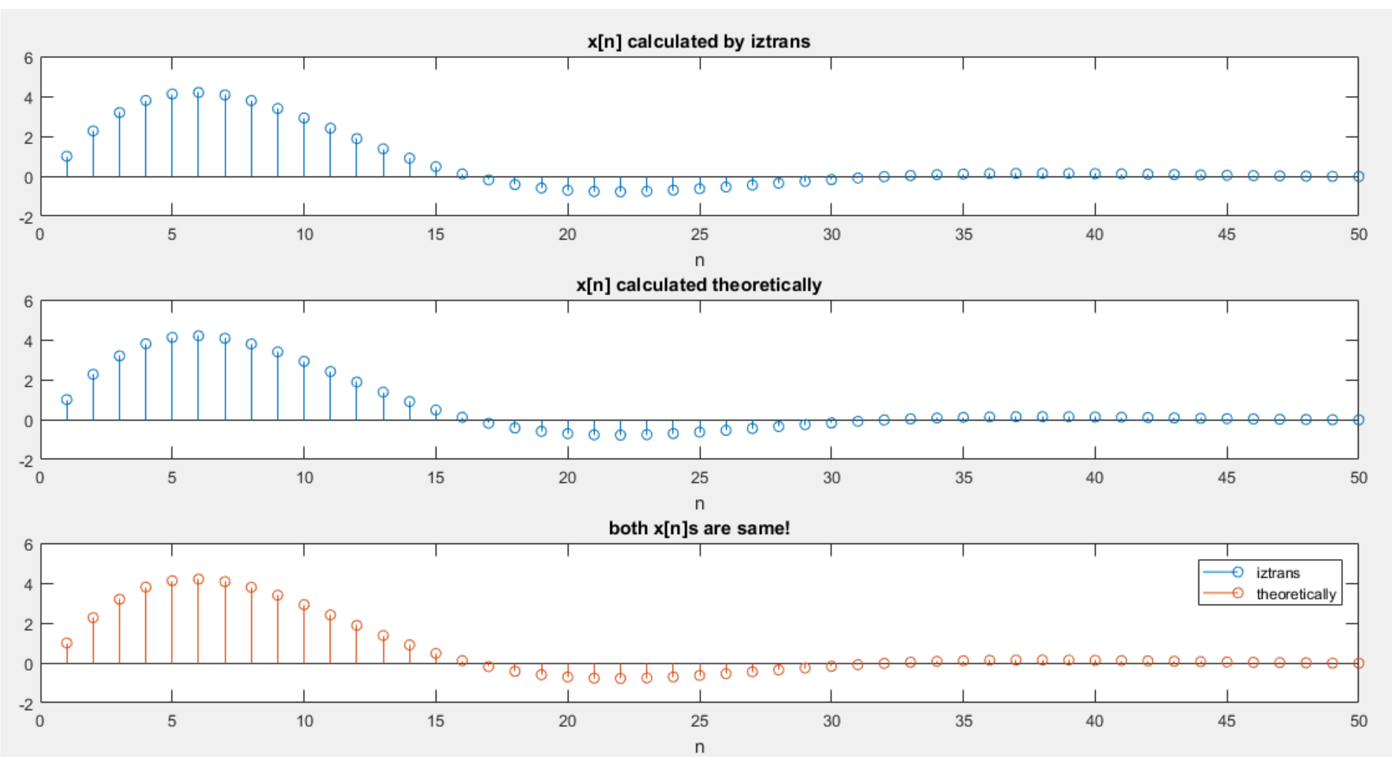
H(z) = $\frac{0.5-3.9375i}{1-(0.8827+0.1756i)z^{-1}} + \frac{0.5+3.9375i}{1-(0.8827-0.1756i)z^{-1}} = \frac{1+0.5z^{-1}}{1-1.7654z^{-1}+0.8099z^{-2}}$

h[n] is causal =>

h[n] = $(0.5-3.9375i)(0.8827+i0.1756)^n u[n]$ + $(0.5+3.9375i)(0.8827-i0.1756)^n u[n]$✓

```
H(z):
             1
            --- + 1
            2 z
-------------------------------
 7950715602038021       81
------------------ + ------ + 1
4503599627370496 z       2
                    100 z


h[n]:
/     n                   1 - n                                       / 198767890050950525      \n - 1
| (-1)  112589990684262400      sqrt(62528213283515036344509114256271) | ------------------ - #1 |
\                                                                     \          2              /

                                      \
   62873942387012976362612557086720i |/497144040920804034063138186945389047073279679691
                                      /

     /     n                   1 - n                                       /      198767890050950525 \n - 1
   - | (-1)  112589990684262400      sqrt(62528213283515036344509114256271) | #1 + ------------------ |
     \                                                                     \                2        /

                                      \
   62873942387012976362612557086720i |/497144040920804034063138186945389047073279679691
                                      /

       n                  n         1              /       / 39753578010190105 \ \
     (-1)  9119789245425254 4  ------------------ cos| n acos| ----------------- | | 113978315767055 46
                                                n    \       \ 40532396646334464 / /
                           101330991615836160
   + ---------------------------------------------------------------------------------------------------
                                             7950715602038021
```

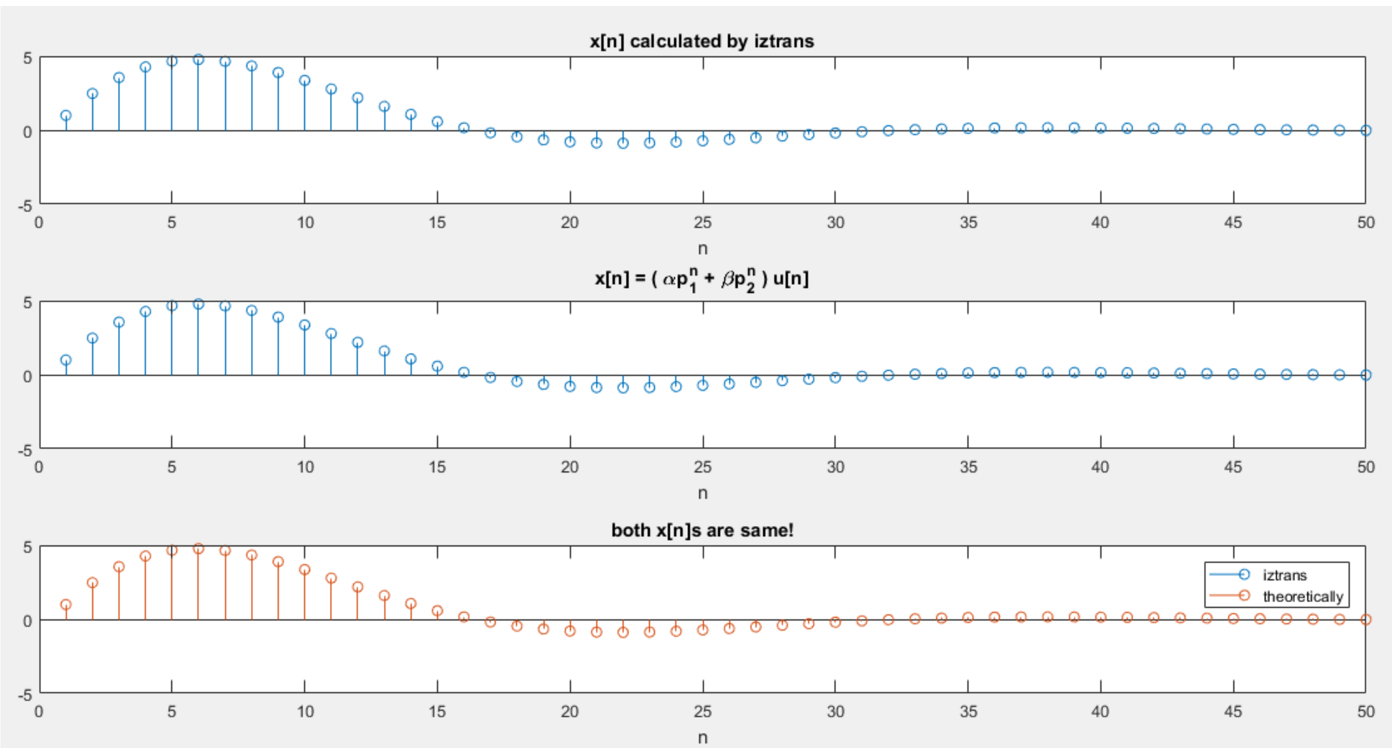
```
where

        sqrt(62528213283515036344509114256271) 5i
   #1 == -----------------------------------------
                            2


H(z):
           1   8866488025692589                       1   8866488025692589
         - - - ----------------i                   - - + ----------------i
           2   2251799813685248                       2   2251799813685248
-------------------------------------------- + -----------------------------------------
7950715602038019    6325982651055075         7950715602038019    6325982651055075
---------------- - -----------------i        ---------------- + -----------------i
9007199254740992   36028797018963968         9007199254740992   36028797018963968
------------------------------------- - 1   ------------------------------------- - 1
                 z                                            z


h[n]:
/ 7950715602038019    6325982651055075  \n / 1   8866488025692589  \   / 7950715602038019    6325982651055075  \n
| ---------------- - -----------------i |   | - + ----------------i | + | ---------------- + -----------------i |
\ 9007199254740992   36028797018963968  /   \ 2   2251799813685248  /   \ 9007199254740992   36028797018963968  /

   / 1   8866488025692589  \
   | - - ----------------i |
   \ 2   2251799813685248  /
```



2.

$H(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]z^{-n} = \sum_{n=0}^{\infty}(\alpha p1^n + \beta p2^n)z^{-n}$

- ⇨ (z=inf.) $H(\text{inf.}) = \alpha + \beta$
- ⇨ (z=1) $H(1) = \sum_{n=0}^{\infty}(\alpha p1^n + \beta p2^n) = \frac{\alpha}{1-p1} + \frac{\beta}{1-p2}$



3*.

The whole sequence, x, is the vertical concatenation of x1 and x2.

Define the numerator and denominator coefficients for the rational transfer function,

$$H(z) = \frac{b(1) + b(2)z^{-1}}{a(1) + a(2)z^{-1}} = \frac{2 + 3z^{-1}}{1 + 0.2z^{-1}}.$$

```
b = [2,3];
a = [1,0.2];
```

در حقیقت تابع فیلتر میاید یک دنباله ای را با تعدادی شیفت در کنار هم چیده و با ضرایبی که به آن می دهیم با یکدیگر جمع می کند و می توان از آن استفاده های متنوعی از جمله برای حل معادلات دیفرنس انجام داد و فیلتر های مختلفی را روی یک سیگنال انجام داد.
نهایتا با انتخاب صحیح ضرایب متناسب با تابع تبدیل، خروجی یکسانی برای پاسخ ضربه به صورت زیر به دست آمد: