



باسمه تعالی

دانشگاه صنعتی شریف

دانشکده مهندسی برق

۲۵۷۴۲ گروه ۴ - سیگنال‌ها و سیستم‌ها - بهار ۱۳۹۷ - ۹۸

تمرین متلب سری دوم

موعد تحویل: جمعه ۱۶ فروردین ۱۳۹۸، ساعت ۲۳:۵۵

نحوه‌ی تحویل:

- گزارش تمرین خود را در قالب یک فایل pdf. تحویل دهید. در گزارش لازم است تمامی خروجی‌ها و نتایج نهایی، پرسش‌های متن تمرین، و توضیح مختصری از فرآیند حل مسأله‌ی خود در هر قسمت را ذکر کنید.
- کد کامل تمرین را در قالب یک فایل m. تحویل دهید. لازم است بخش‌های مختلف تمرین در sectionهای مختلف تفکیک شوند و کد تحویلی منظم و دارای کامنت‌گذاری مناسب باشد. بدیهی است آپلود کردن کدی که به درستی اجرا نشود، به منزله‌ی فاقد اعتبار بودن نتایج گزارش شده نیز می‌باشد.
- توابعی را که (در صورت لزوم) نوشته‌اید، در قالب فایل‌های m. در کنار فایل‌های گزارش و کد اصلی تمرین، ضمیمه کنید.
- مجموعه‌ی تمامی فایل‌ها (گزارش، کد اصلی، توابع، و خروجی‌های دیگر در صورت لزوم) را در قالب یک فایل zip/.rar. ذخیره کرده و از طریق سامانه‌ی CW تحویل دهید.
- نام‌گذاری فایل‌های تحویلی را به صورت HW02_StudentNumber.pdf/.m/.zip/.rar انجام دهید.

معیار نمره دهی:

- ساختار مرتب و حرفه‌ای گزارش
- استفاده از توابع و الگوریتم‌های مناسب
- پاسخ به سؤالات تئوری و توضیح روش‌های مطلوب سوال
- کد و گزارش خروجی کد برای خواسته‌های مسأله

نکات تکمیلی:

- همواره در تمامی تمارین و پروژه‌ها، تا سقف ۱۰٪ نمره اضافه برای قسمت‌های امتیازی و نیز هر گونه روش‌های ابتکاری و فرادرسی در نظر گرفته می‌شود و سقف نمره‌ی قابل کسب معادل با ۱۱۰/۱۰۰ می‌باشد.
- شرافت انسانی ارزشی به مراتب بالاتر از تعلقات دنیوی دارد. رونویسی تمارین، زیر پا گذاشتن شرافت خویشتن است؛ به کسانی که شرافتشان را زیر پا می‌گذارند هیچ نمره‌ای تعلق نمی‌گیرد.

۱ تبدیل لاپلاس

۱. تبدیل لاپلاس توابع زیر را به کمک متلب محاسبه کنید.

(a) $f_1(t) = 5e^{-5t}u(t)$

(b) $f_2(t) = 5te^{-5t}u(t)$

(c) $f_3(t) = (t \sin 2t + e^{-2t})u(t)$

(d) $f_4(t) = 5t^2e^{-5t}u(t)$

۲. وارون تبدیل لاپلاس سیستم‌های زیر را محاسبه کنید.

(a) $F_1(s) = \frac{28}{s(s+8)}$

(b) $F_2(s) = \frac{s-5}{s(s+2)^2}$

(c) $F_3(s) = \frac{10}{(s+1)^2(s+3)}$

(d) $F_4(s) = \frac{2(s+1)}{s(s^2+s+2)}$

۳. سیستم زیر را در نظر بگیرید:

$$G(s) = \frac{25}{s^2 + 4s + 25}$$

(الف) پاسخ ضربه و پاسخ پله‌ی سیستم را در حوزه‌ی زمان رسم کنید.

(ب) دیاگرام Bode سیستم را رسم کنید.

(ج) ارتباط میان پاسخ ضربه و دیاگرام Bode سیستم را به طور کامل و دقیق در گزارش کار توضیح دهید.

۲ بررسی پایداری و مشخصات سیستم

۱. قطب‌های سیستم‌های زیر را بیابید و به کمک مکان آن‌ها نسبت به محور موهومی، پایدار یا ناپایدار بودن سیستم را تعیین کنید.

$$(a) H_1(s) = \frac{1}{s^3 + 20s^2 + 10s + 400}$$

$$(b) H_2(s) = \frac{1}{s^4 + 12.5s^3 + 10s^2 + 10s + 1}$$

$$(c) H_3(s) = \frac{1}{s^6 + 5s^5 + 125s^4 + 100s^3 + 100s^2 + 20s + 10}$$

$$(d) H_4(s) = \frac{1}{s^5 + 125s^4 + 100s^3 + 100s^2 + 20s + 10}$$

۲. پاسخ پله‌ی سیستم‌های بخش قبل را رسم کنید. ارتباط این نمودارها را با پایداری سیستم بیان کنید و صحت نتایج قسمت قبل را بررسی کنید.

۳. سیستم‌های H_3 و H_4 به ترتیب سیستم‌های مرتبه‌ی شش و پنج هستند اما با این حال، پاسخ پله‌ی آن‌ها شباهت زیادی به یک‌دیگر دارد. علت این موضوع چیست؟

۴. سیستم زیر را در نظر بگیرید:

$$G_1(s) = \frac{s + 1}{s^2 + 5s + 6}$$

به کمک متلب، پاسخ این سیستم را به ورودی‌های زیر بیابید و رسم کنید.

$$(a) x_1(t) = \delta(t)$$

$$(b) x_2(t) = u(t)$$

$$(c) x_3(t) = \sin(2t)u(t)$$

$$(d) x_4(t) = e^{-t}u(t)$$

۵. سیستم زیر را در نظر بگیرید:

$$G_2(s) = \frac{10s + 4}{s^2 + 4s + 4}$$

(الف) پاسخ این سیستم را به ورودی پله به دست آورید و رسم کنید.

(ب) به کمک متلب، مقادیر زیر را از روی پاسخ پله‌ی محاسبه‌شده در قسمت قبل محاسبه کنید:

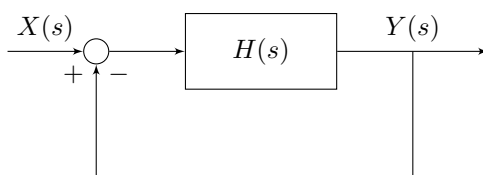
- مقدار نهایی پاسخ
- بیشترین مقدار پاسخ
- زمانی که پاسخ به بیشترین مقدار خود می‌رسد.
- زمانی که برای نخستین بار پاسخ به بیش از نصف مقدار نهایی خود می‌رسد.

۳ فیدبک و کنترل‌کننده

۱. سیستم $H(s)$ به صورت زیر تعریف شده است. با تعیین مکان قطب‌ها، وضعیت پایداری این سیستم را بررسی کنید.

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + s - 2}$$

۲. حال سیستم شکل ۱ را در نظر بگیرید:

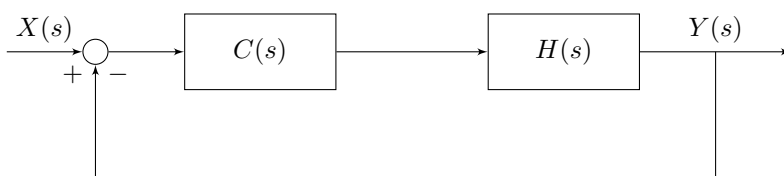


شکل ۱

به کمک متلب، مکان قطب‌های این سیستم را بیابید. چه تفاوتی میان مکان قطب‌های این سیستم و سیستم H مشاهده می‌کنید؟

(راهنمایی: می‌توانید از دستور feedback متلب استفاده کنید)

۳. سیستم زیر را در نظر بگیرید که در آن $C(s)$ یک سیستم کنترل‌کننده است. در این مسأله فرض کنید $C(s) = K$ که در آن K مقداری ثابت (یک بهره‌ی ثابت) است.



شکل ۲

K را از -10 تا 10 در پله‌های دوتایی تغییر دهید و در هر مرحله، مکان قطب‌های سیستم جدید را بیابید. به ازای کدام مقادیر K سیستم پایدار است؟

۴. مکان ریشه‌های سیستم را به ازای مقادیر مختلف $K \in \mathbb{R}$ به کمک متلب ترسیم کنید. (راهنمایی: می‌توانید از دستور rlocus کمک بگیرید.)

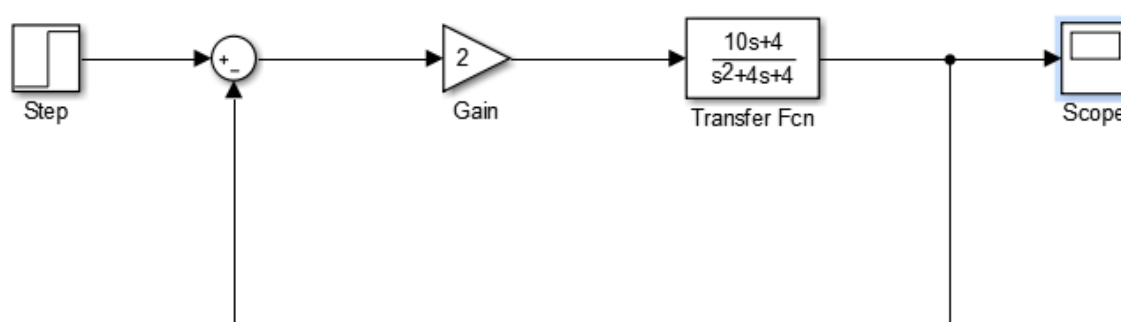
۵. تابع انتقال سیستم بخش ۳ را با انجام محاسبات دستی برحسب K به دست آورید. ریشه‌های معادله‌ی مشخصه‌ی این سیستم را حساب کنید و محدوده‌ای از K را به دست آورید که به ازای آن، هیچ ریشه‌ای در سمت راست صفحه‌ی لاپلاس وجود نداشته باشد (یا به صورت معادل، سیستم پایدار باشد).

۴ شبیه‌سازی با سیمولینک

در این قسمت می‌خواهیم به کمک سیمولینک به مدل‌سازی مسائلی با نمود فیزیکی واقعی بپردازیم. تذکر: در این بخش، علاوه بر این که فایل‌های .slx را ضمیمه می‌کنید، تمامی جزئیات عملکرد خود از جمله شکل دیاگرام‌های ترسیم‌شده در سیمولینک را در گزارش ذکر کنید.

۱.۴ آشنایی با سیمولینک

- سیستم شکل ۳ را در سیمولینک شبیه‌سازی کنید و شکل پاسخ خروجی را به ازای $-5 < t < 15$ در گزارش کار بیاورید.

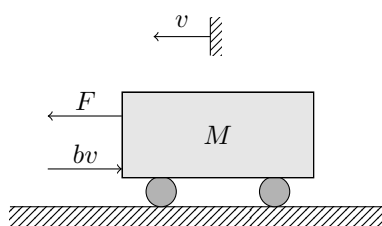


شکل ۳: دیاگرام بلوکی سیستم بخش ۱.۴

۲.۴ مسأله‌ی حرکت خودرو

می‌خواهیم حرکت یک ماشین را شبیه‌سازی کنیم. فرض می‌کنیم در صورتی که ماشین در یک سطح صاف حرکت کند، دیاگرام نیروهای وارد بر آن به صورت شکل ۴ است، که در آن:

- v = سرعت جسم
- F = نیروی موتور که باعث پیش‌روی ماشین می‌شود.
- b = ضریب اصطکاک ناشی از باد. در این جا فرض کرده‌ایم که نیروی اصطکاک با سرعت ماشین متناسب است. فرض کنید b برابر ۴۰ واحد SI است.
- M = جرم ماشین. فرض کنید M برابر ۱۰۰۰ کیلوگرم است.



شکل ۴: دیاگرام نیروهای وارد بر خودرو

از قانون دوم نیوتن داریم:

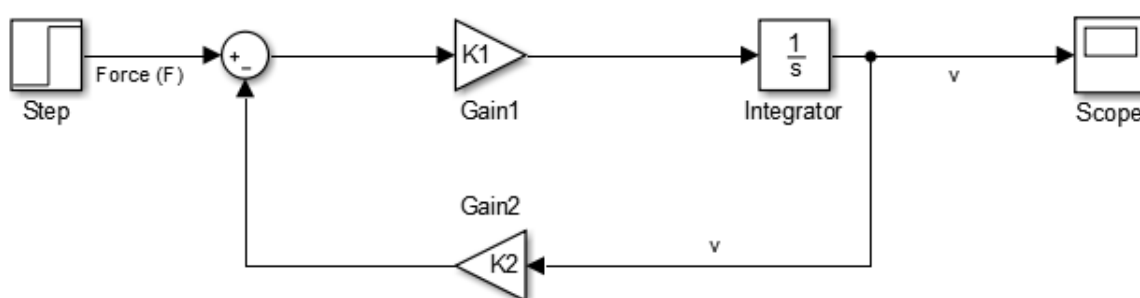
$$M \frac{dv}{dt} = F - bv \rightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{F - bv}{M}$$

می‌توانیم این ماشین را به صورت یک سیستم در نظر بگیریم که ورودی آن F (نیروی موتور) و خروجی آن v (سرعت ماشین) است.

با در نظر گرفتن توضیحات فوق، به سؤالات زیر پاسخ دهید:

۱. شکل ۵ دیاگرام بلوکی این سیستم را نشان می‌دهد. ضرایب K_1 و K_2 را برحسب M و b بیابید و در گزارش کار ذکر کنید.

(راهنمایی: بلوک $\frac{1}{s}$ همان بلوک انتگرال گیر است.)



شکل ۵: دیاگرام بلوکی خودرو

۲. سیستم بالا را به همراه K_1 و K_2 ای که در بخش قبل به دست آوردید در سیمولینک شبیه سازی کنید و پاسخ آن را در زمان $0 < t < 150$ در گزارش کار بیاورید. بلوک step را به گونه ای تنظیم کنید که در زمان $t = 0$ از مقدار 0 به 500 برسد.

۳. در این بخش می‌خواهیم پارامترهای تابع تبدیل سیستم را با استفاده از پاسخ پله‌ای که در قسمت قبل محاسبه شد، به دست آوریم. شکل کلی تابع تبدیل سیستم به صورت زیر است:

$$T(s) = \frac{L}{\tau s + 1}$$

(الف) ابتدا با استفاده از معادلات سیستم، پارامترهای L و τ را به صورت تحلیلی مشخص کنید.

(ب) حال به کمک پاسخ پله‌ای که در بخش ۲ به دست آوردید و با در گرفتن ثابت زمانی سیستم و نیز مقدار نهایی این پاسخ (به قضیه‌ی مقدار نهایی توجه کنید)، سعی کنید دو پارامتر مذکور را مجدداً محاسبه کنید. (در مورد ثابت زمانی می‌توانید تناظر این سیستم را با مدارهای RC که در درس گذشته بررسی کرده‌اید، در نظر بگیرید.)

(ج) توابع تبدیل محاسبه شده در قسمت‌های ۳ الف و ۳ ب را با هم مقایسه کنید. این دو نتیجه باید یک‌دیگر را تأیید کنند. در صورتی که نتایج دقیقاً یکسان نیستند، سعی کنید علت این پدیده را توجیه کنید.

۴. حال فرض کنید به جای ورودی پله، ورودی پالس مربعی به خودرو وارد شود که دوره‌ی تناوب آن ۱۰۰ ثانیه است که به مدت ۲۰ ثانیه مقدار آن برابر 400N، و به مدت ۸۰ ثانیه نیز برابر صفر است. پاسخ خروجی را در این حالت به دست آورید و در گزارش کار ذکر کنید.

۵. (امتیازی) با نوشتن روابط ریاضی، استدلال کنید که چه رابطه‌ای بین شکل پالس ورودی و شکل پاسخ خروجی برقرار است و پالس ورودی باید چه شرطی داشته باشد تا پاسخ خروجی پیش از رسیدن به تناوب بعدی به مقدار صفر برسد؟