

# تمرین شماره ۴

درس تجزیه های تانسوری

امید شرفی

**400201518**

دکتر سپیده حاجی پور

June 17, 2022

## سوال ۱

```
function [U1, U2, U3] = ALS(T, U1_0, U2_0, U3_0, n_itr)

    % Unfold-mode1
    Un1 = zeros(size(T,1), size(T,2)*size(T,3));
    cnt = 1;
    for k = 1:size(T,3)
        for j = 1:size(T,2)
            Un1(:, cnt) = T(:, j, k);
            cnt = cnt + 1;
        end
    end

    % Unfold-mode2
    Un2 = zeros(size(T,2), size(T,1)*size(T,3));
    cnt = 1;
    for k = 1:size(T,3)
        for i = 1:size(T,1)
            Un2(:, cnt) = T(i, :, k);
            cnt = cnt + 1;
        end
    end

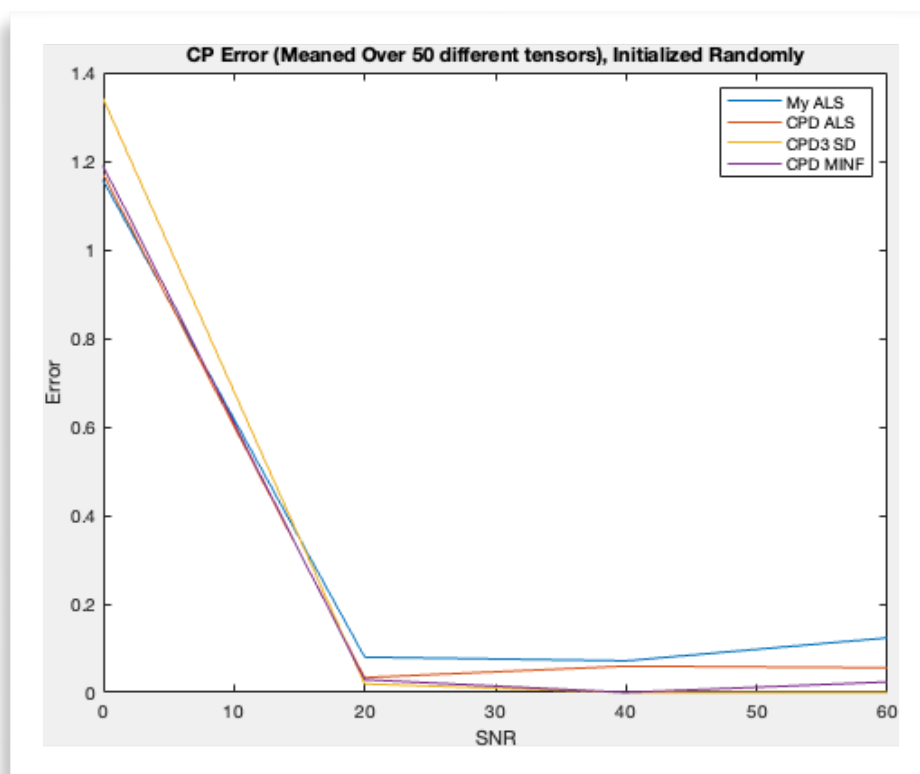
    % Unfold-mode3
    Un3 = zeros(size(T,3), size(T,1)*size(T,2));
    cnt = 1;
    for j = 1:size(T,2)
        for i = 1:size(T,1)
            Un3(:, cnt) = T(i, j, :);
            cnt = cnt + 1;
        end
    end

    % ALS
    U1 = U1_0;
    U2 = U2_0;
    U3 = U3_0;
    for i = 1:n_itr
        U1 = Un1 * kr(U3,U2) * pinv((U2'*U2) .* (U3'*U3));
        U2 = Un2 * kr(U3,U1) * pinv((U1'*U1) .* (U3'*U3));
        U3 = Un3 * kr(U2,U1) * pinv((U1'*U1) .* (U2'*U2));
    end

end
```

## سوال ۲

(الف)



در نویزهای سنگین (پایین SNR) تقریباً روش‌ها نزدیک به هم عمل کرده و البته روش‌های بر پایه ALS نسبت به روش SD عملکرد بهتری داشته‌اند. در ادامه با کاهش نویز روش‌های MINF و SD به سمت خطای صفر رفته و خطای روش ALS پیاده‌سازی شده توسط ما از ALS تولباکس بالاتر می‌رود.

```

function [U1, U2, U3] = HOSVD(T)

% Unfold-mode1
Un1 = zeros(size(T,1), size(T,2)*size(T,3));
cnt = 1;
for k = 1:size(T,3)
    for j = 1:size(T,2)
        Un1(:, cnt) = T(:, j, k);
        cnt = cnt + 1;
    end
end

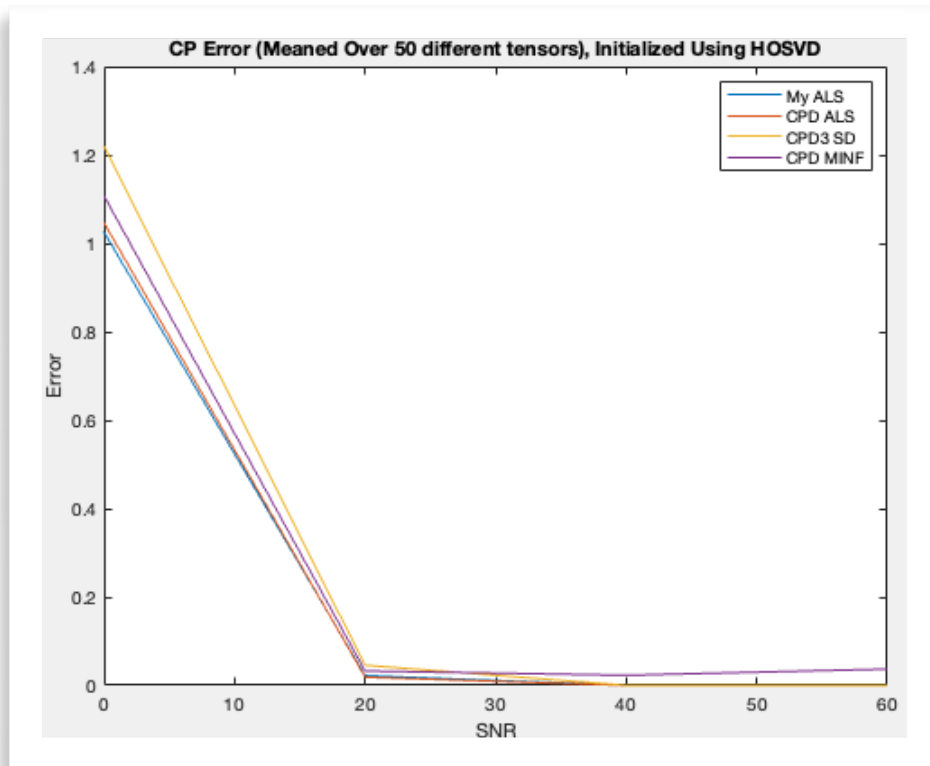
% Unfold-mode2
Un2 = zeros(size(T,2), size(T,1)*size(T,3));
cnt = 1;
for k = 1:size(T,3)
    for i = 1:size(T,1)
        Un2(:, cnt) = T(i, :, k);
        cnt = cnt + 1;
    end
end

% Unfold-mode3
Un3 = zeros(size(T,3), size(T,1)*size(T,2));
cnt = 1;
for j = 1:size(T,2)
    for i = 1:size(T,1)
        Un3(:, cnt) = T(i, j, :);
        cnt = cnt + 1;
    end
end

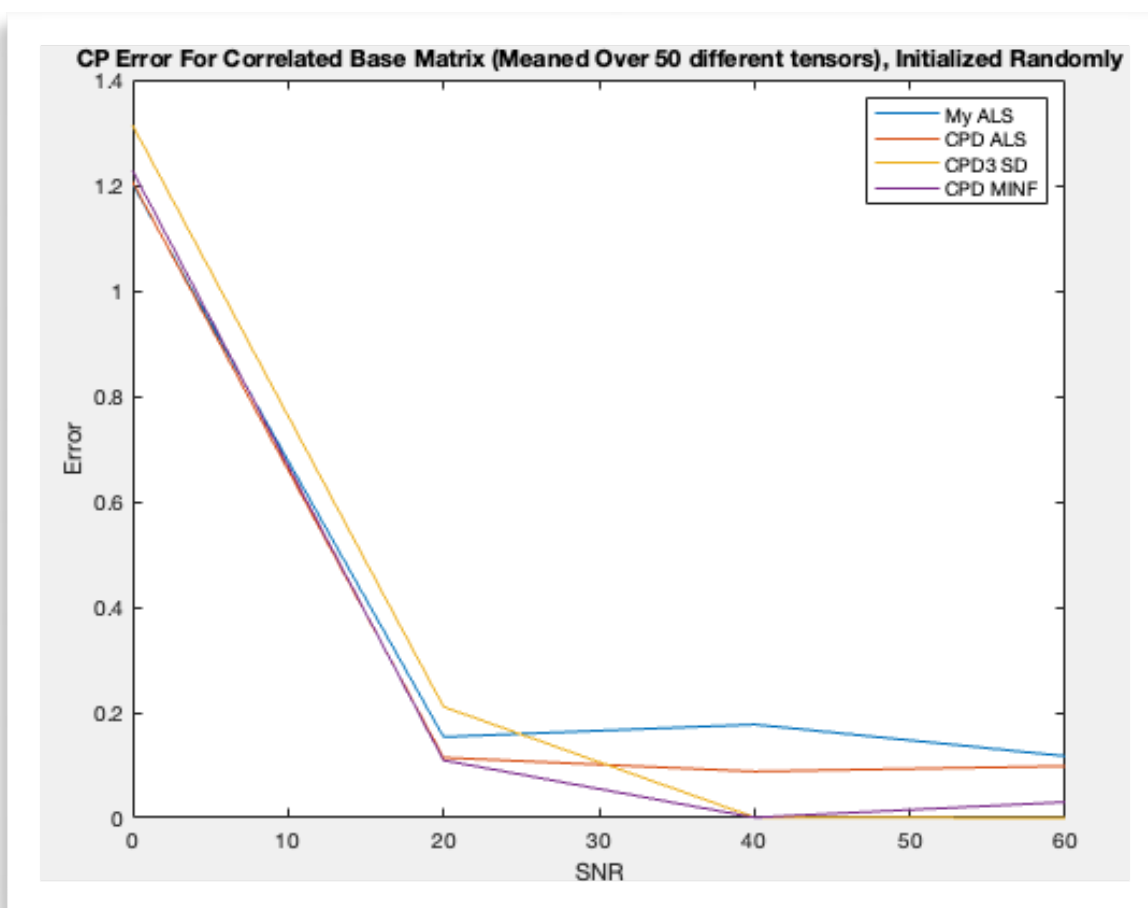
% HOSVD
[U1, ~, ~] = svd(Un1);
[U2, ~, ~] = svd(Un2);
[U3, ~, ~] = svd(Un3);
U1 = U1(:, 1:3);
U2 = U2(:, 1:3);
U3 = U3(:, 1:3);

end

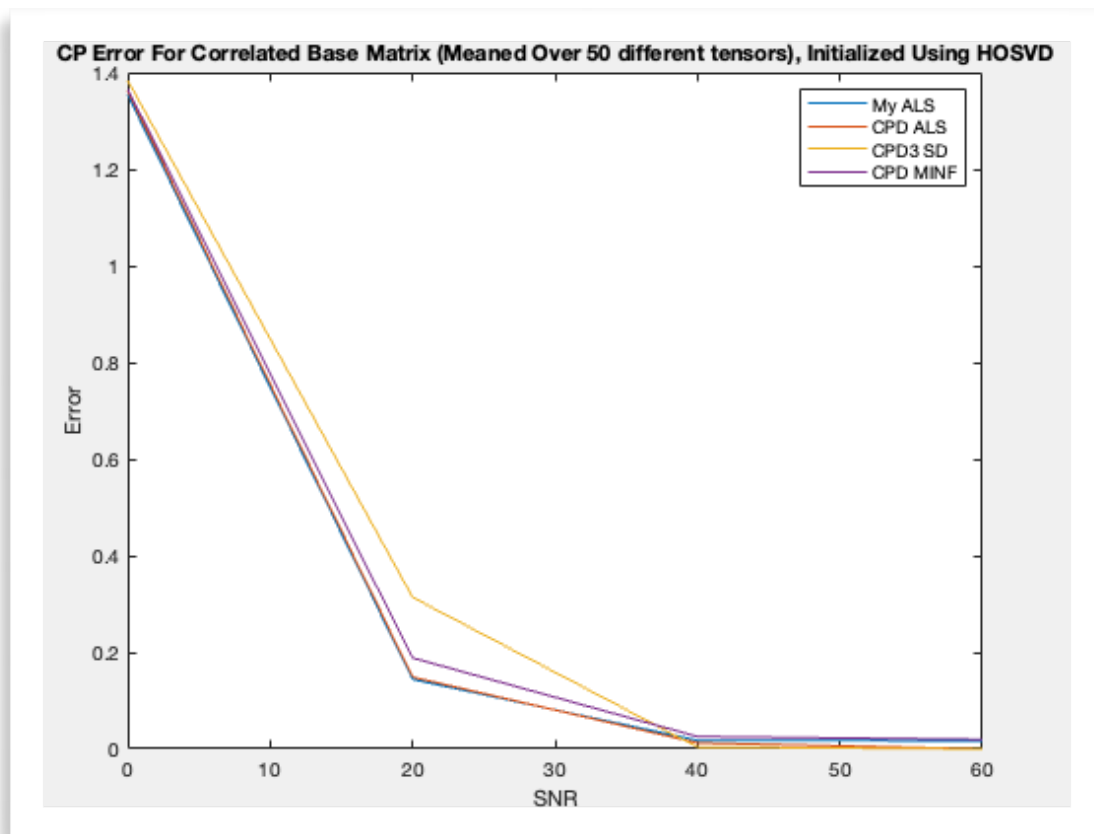
```



با اضافه کردن روش HOSVD به عنوان تعیین کننده عامل‌های اولیه‌ی تجزیه به جای روش رندوم، در حالت نویز SNR صفر هم هر چهار روش حدود ۰.۲ خطای کمتر نسبت به حالت ابتدایی خود دارند. در ادامه نیز همچنان روند عملکردی الگوریتم‌ها مشابه روش قبل حفظ شده است. یعنی در نویزهای بالا روش‌های بر پایه ALS عملکرد بهتری داشته و در ادامه خطای ALS پیاده سازی شده ما از بقیه روش‌های بالاتر می‌شود. اما نکته‌ی مهم این است که در نویزهای پایین نیز با استفاده از روش HOSVD خطا به وضوح پایین تر از حالت رندوم باقی می‌ماند.

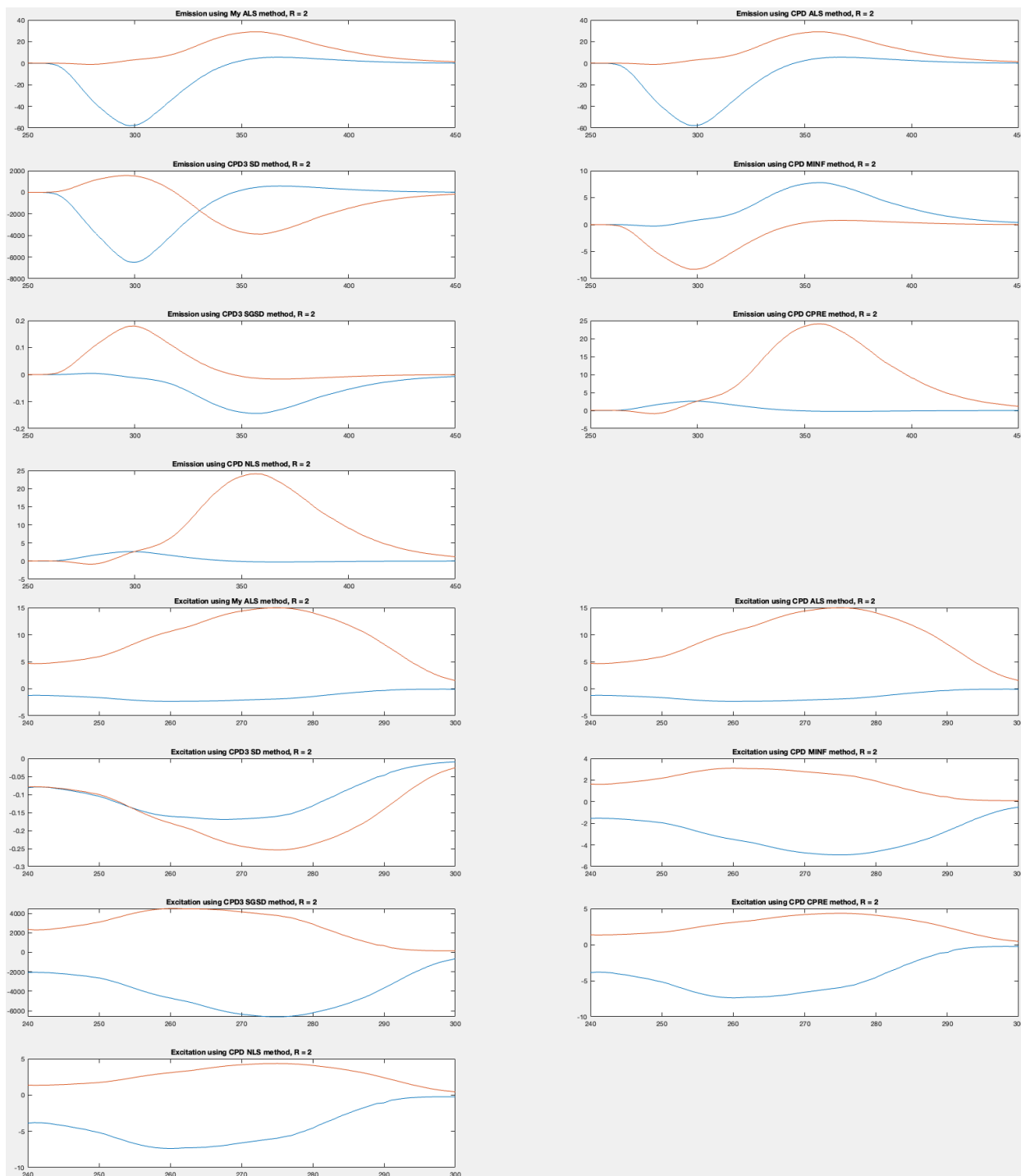


زمانی که ماتریس‌های عامل از حالت مستقل خارج می‌شوند، همچنان در نویزهای پایین روش SD نویز بالاتری از الگوریتم‌های دیگر داشته و سه الگوریتم دیگر دقت‌های نزدیک به یکدیگری دارند. در ادامه اما با کاهش نویز و افزایش SNR، به وضوح روش‌های ALS با افزایش خطای شدید نسبت به حالت کاملاً مستقیم همراه هستند. در بازه نویز پایین روش SD بهترین عملکرد را داشته، سپس روش MNIF. بعد از آن با یک گپ خطای روش ALS تولباکس و نهایتاً ALS پیاده سازی شده توسط خودمان بیشترین خطا را دارند.



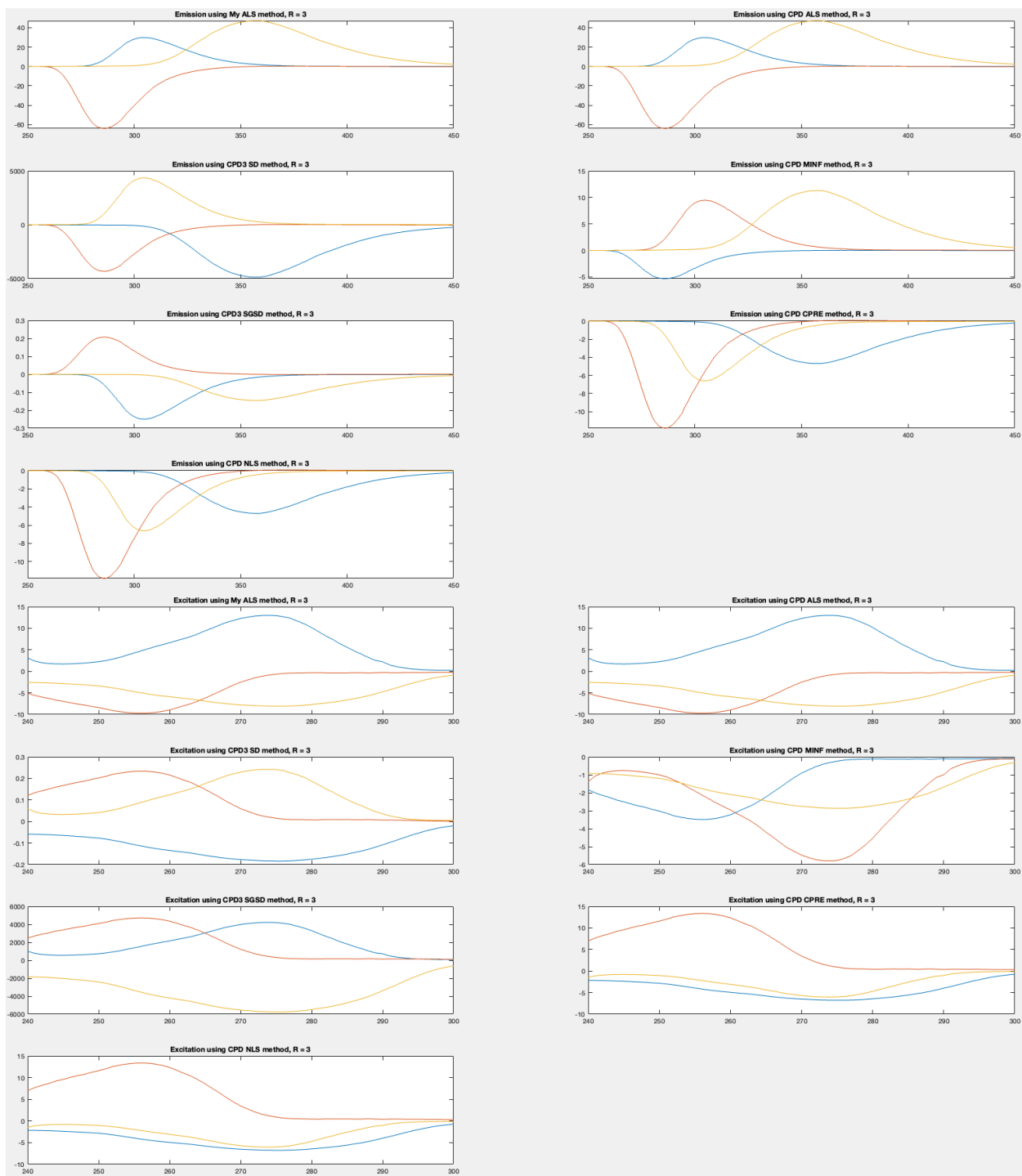
در نویزهای بالا در خطای الگوریتم SD تقریباً تغییری ایجاد نمی‌شود اما عملاً سه روش دیگر با مقداره‌ی HOSVD خطای اندکی بالاتر را خروجی می‌دهند. در ادامه اما با کاهش نویز به وضوح خطا نسبت به حالت رندوم کمتر شده و عملاً نتیجه‌ی خطای نزدیک صفر برای هر چهار روش ثبت می‌شود.

## سوال ۳

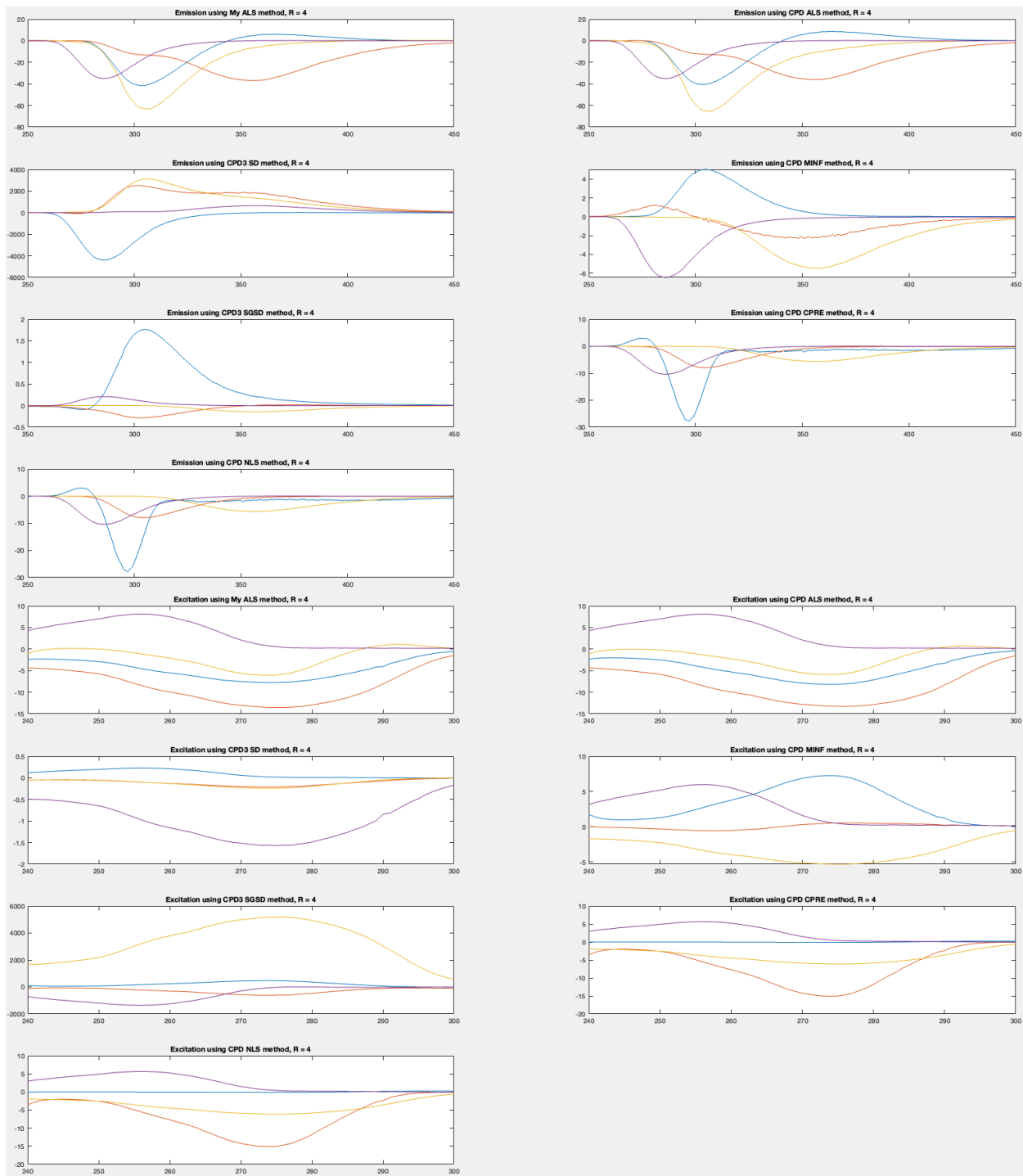


مشخصا به ازای هر ۸ روش برای  $R=2$  چه در تحریک و چه در پاسخ مواد به تحریک دو عامل تشخیص داده شده اند که با توجه به این که رتبه تنسور ۳ است منطقی می باشد.



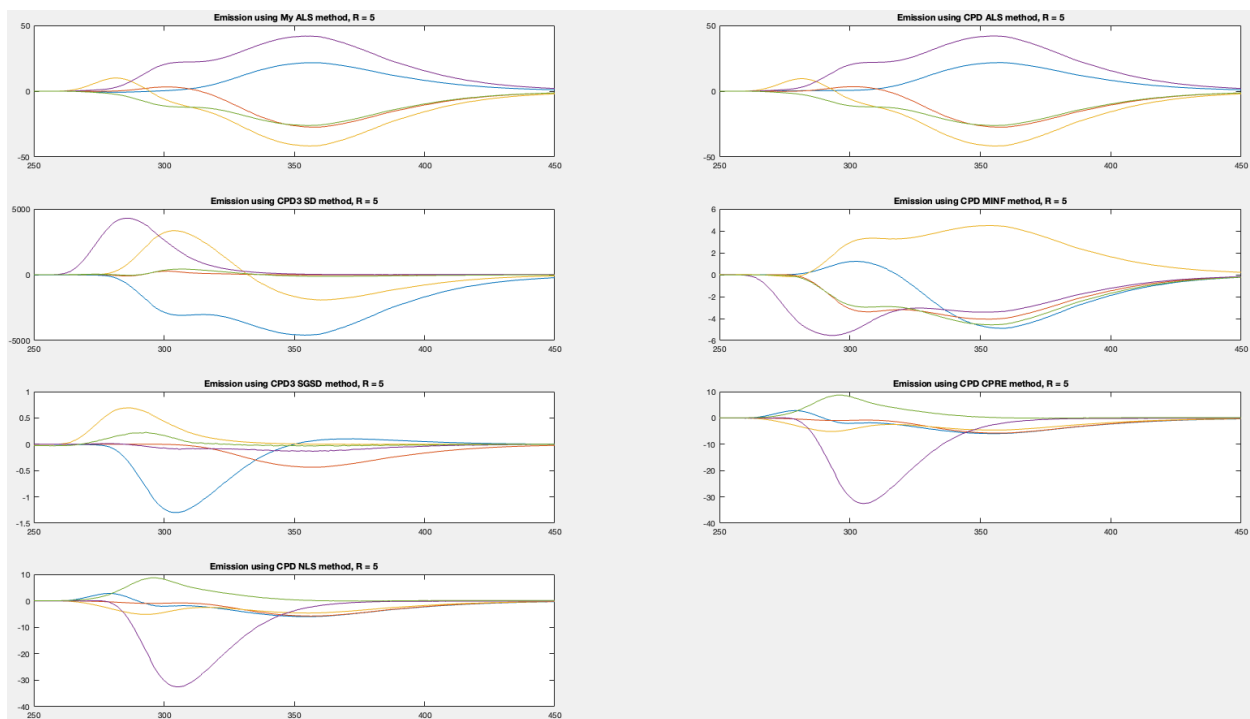


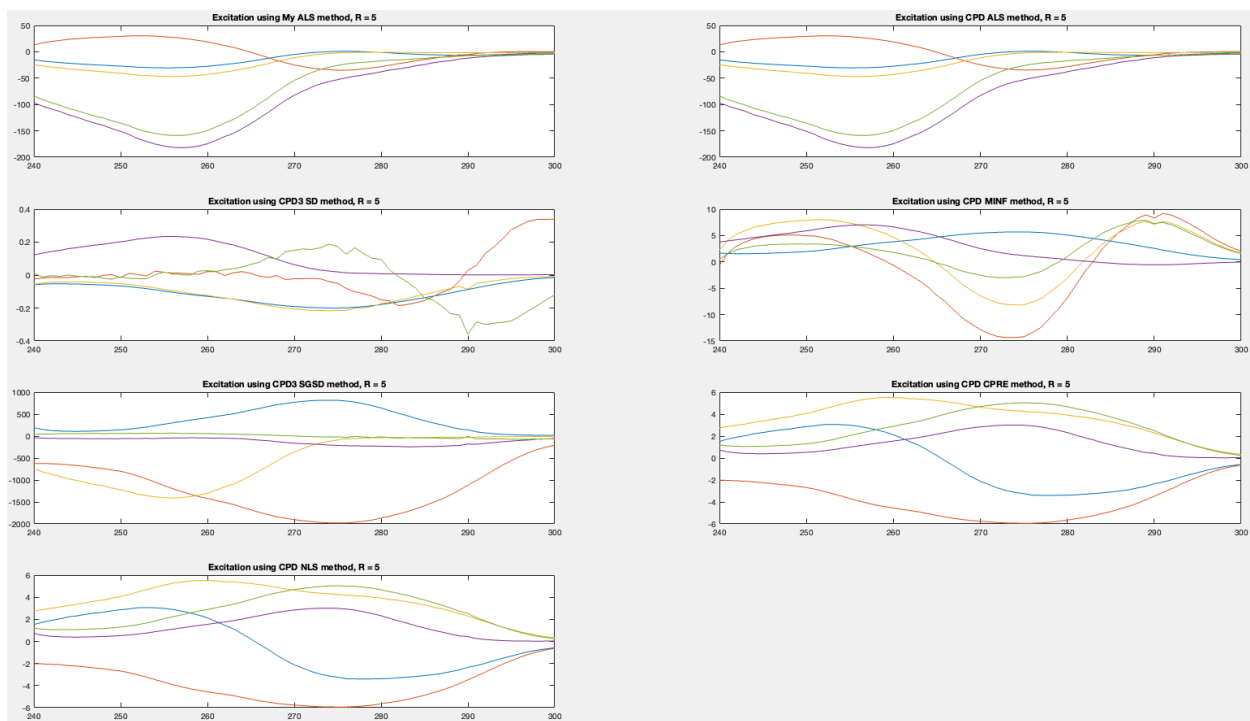
برای حالت  $R=3$  نیز با توجه به رتبه تانسور همچنان تمام روش‌های ۳ تحریک و پاسخ تحریک را به دست آورده اند. روند کلی پاسخ تحریکها در هر سه روش تقریباً مشابه به نظر می‌رسند.



در حالت  $R=4$  ابتدا انتظار ما با توجه به رتبه تانسور وجود سه تحریک و پاسخ تحریک در نتیجه پایه‌ها می‌باشد، اما همانطور که سرکلاس هم صحبت گردید، در تانسور ها رتبه مانند SVD نیست که اگر ۳ باشد بعد از آن مقادیر تکین صفر در تجربه دریافت کنیم و عملاً تعیین نزدیکی

نتیجه نهایی ترکیب عامل‌ها با تانسور نهایی حالت غیر خطی دارد. در نتیجه عمر در نتایج حاطه چه در بخش تحریک و چه در بخش پاسخ مواد پایه به تحریک ما عامل های مشخص شده را داریم. منتهی در روش SD به وضوح یکی از عوامل عملا تحریک نزدیک به صفر بوده و عملا گویا به درستی سه ماده پایه تشخیصی داده شده است. روش SGSD نیز تقریبا همچین وضعیتی دارد و در بخش تحریک NLS و CORE هر دو یک تحریک تقریبا صفر دارند. روش های مبتنی بر ALS به وضوح ۴ عامل تشخیص داده‌اند.

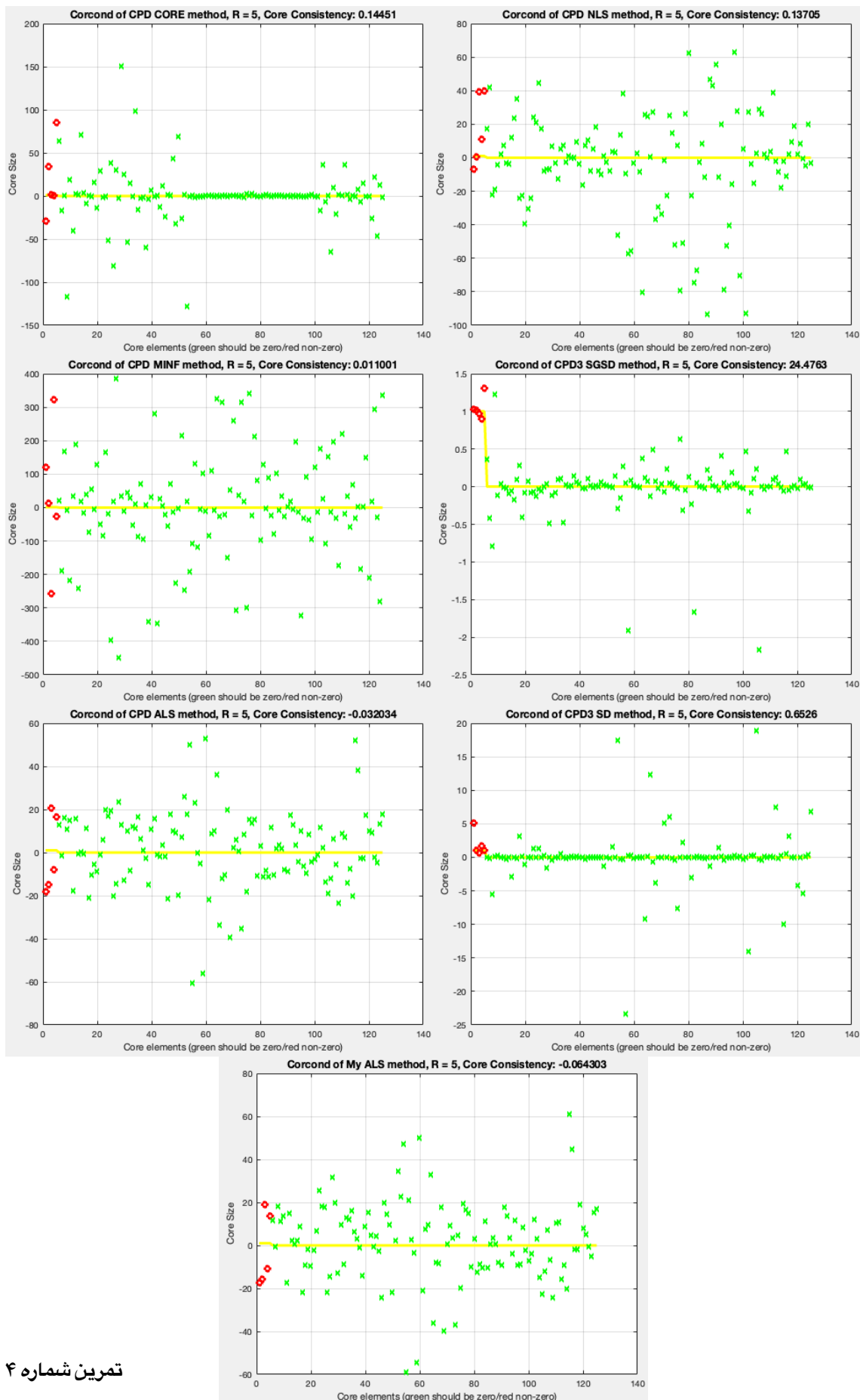


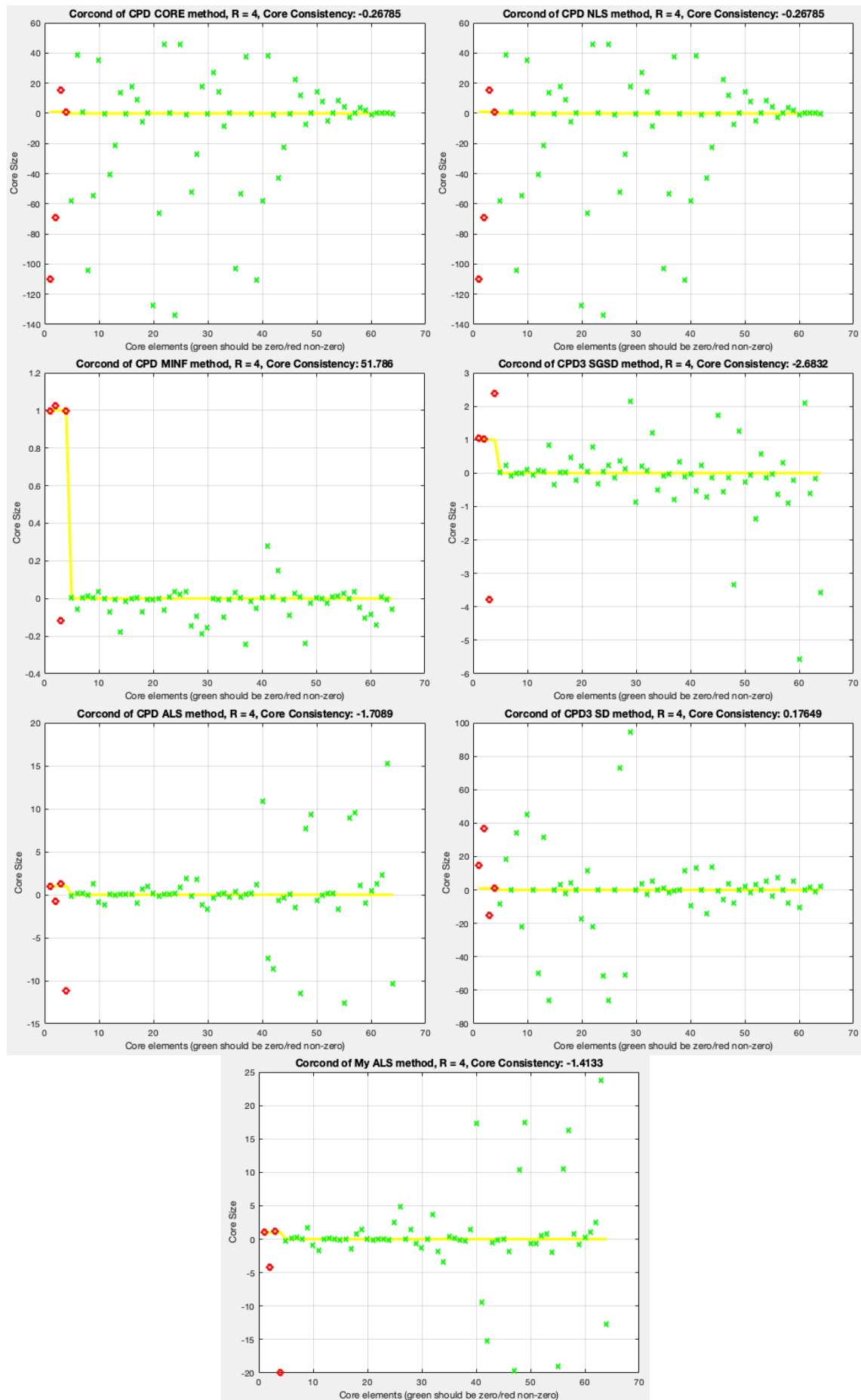


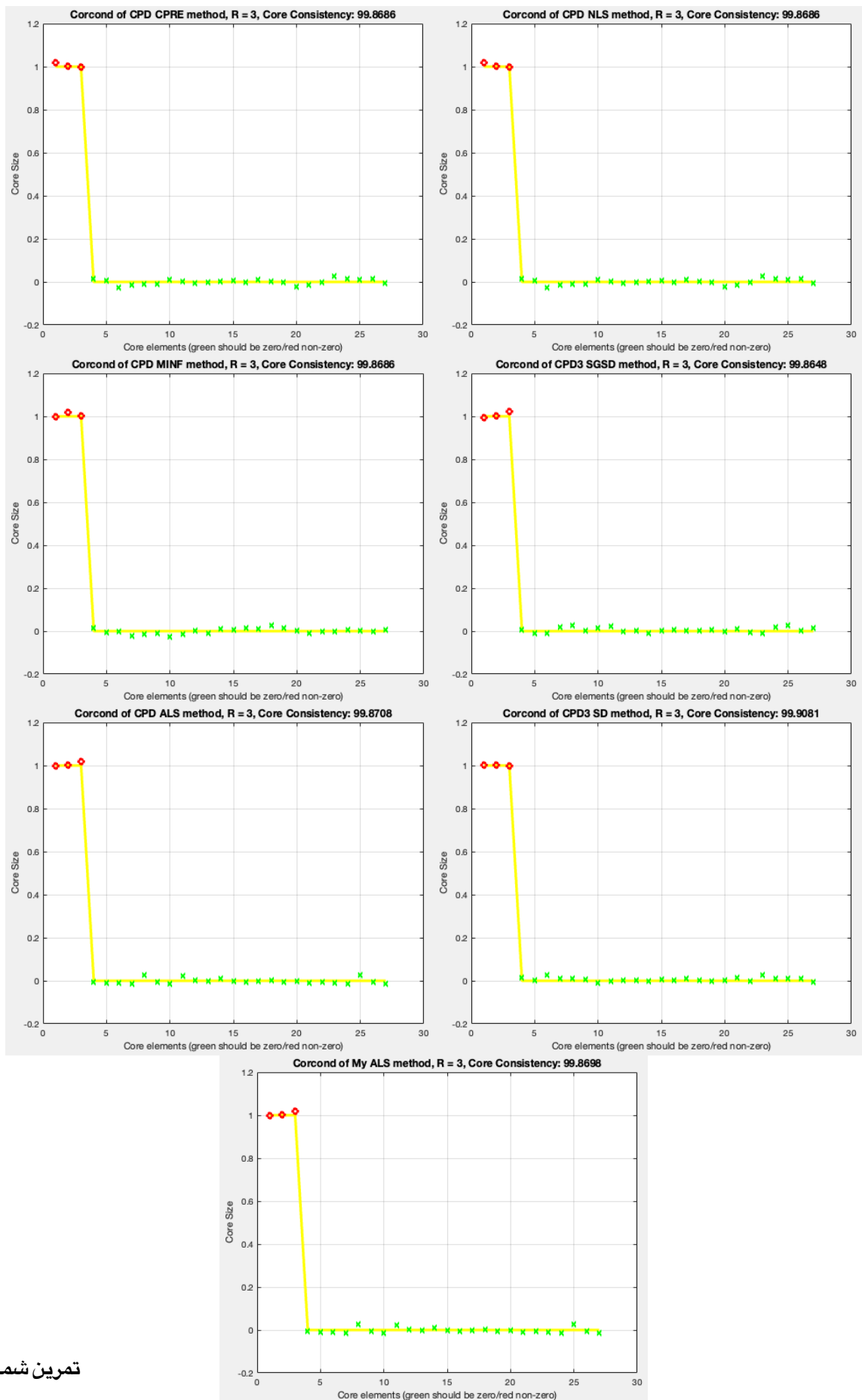
در حالت  $R=5$  الگوریتم SD مجدداً با تقریب خوبی ۴ عامل پاسخ ماده شیمیایی تشخیص داده است. البته نکته جالب این است که عامل های تشخیص داده شده در الگوریتمها برای  $R$  های مختلف تغییر کرده و متفاوت از پاسخ آنها برای  $R$  کمتر می باشد که این در تایید نتیجه ترکیب پایه ها برای ابعاد مختلف پایه می باشد.

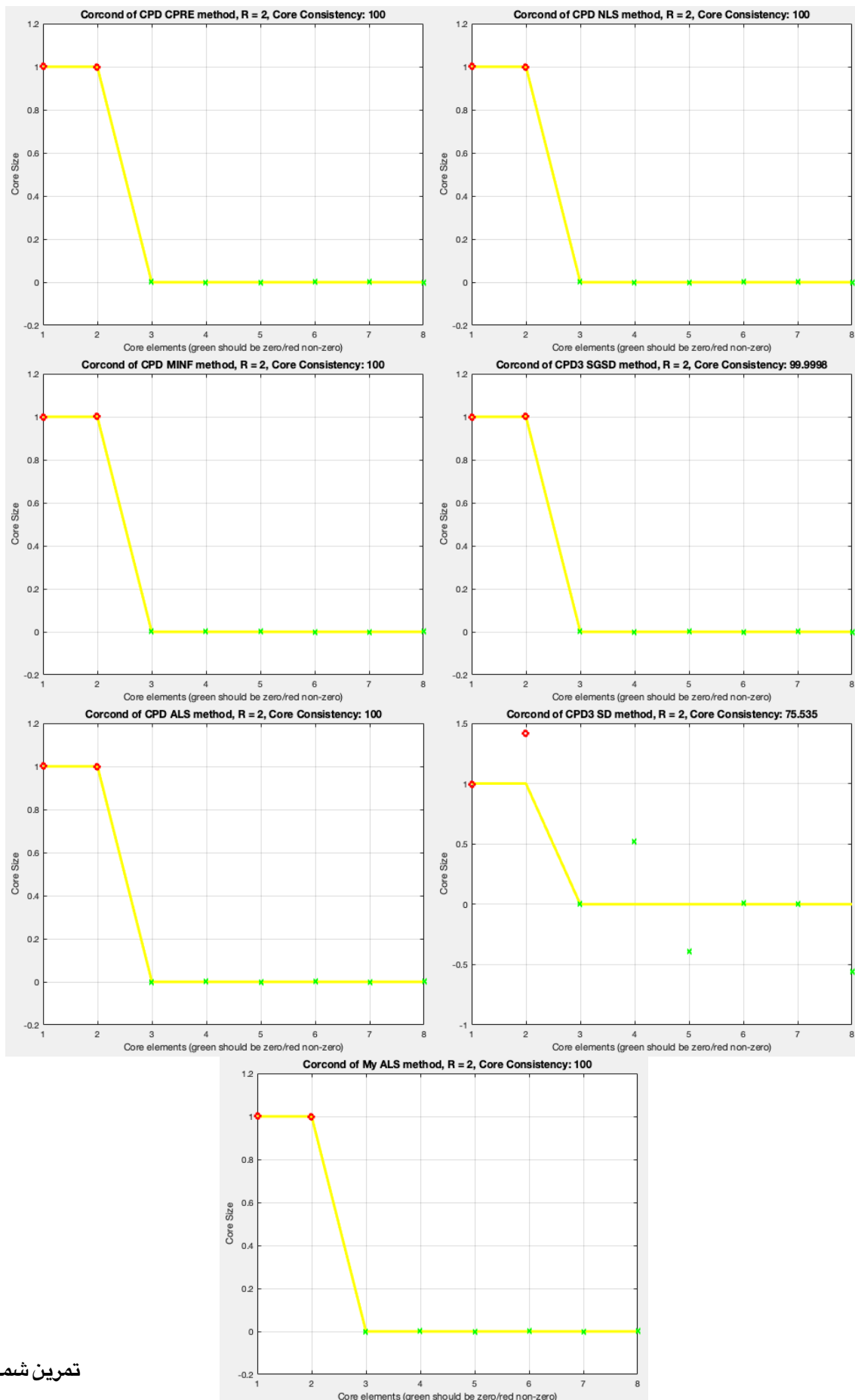
در مجموع در این حالت برای خود تحریک تقریباً تمام ۵ تحریک وجود داشته و پاسخ نزدیک صفر نداریم، البته که در CP دو تحریک نزدیک به یکدیگر می باشند. پاسخ تحریکها نیز برای NLS و CORE سه پاسخ نزدیک به هم و برای SGSD دو پاسخ تقریباً صفر دارد.

(ب)











Core Consistency	My ALS	CPD ALS	CPD3 SD	CPD MINF	CPD3 SGSD	CPD CORE	CPD NLS
R = 2	100.0000	100.0000	75.5350	100.0000	99.9998	100.0000	100.0000
R = 3	99.8698	99.8708	99.9081	99.8686	99.8648	99.8686	99.8686
R = 4	-1.4133	-1.7089	0.1765	51.7860	-2.6832	-0.2678	-0.2678
R = 5	-0.0643	-0.0320	0.6526	0.0110	24.4763	0.1445	0.1371

در شکل‌های بالا نمودارهای حاصل از اجرای دستور corcond بر روی نتایج روش‌های مختلف آورده شده‌ها است. در ابتدا توجه گردد که با اجرای مکرر الگوریتم‌ها تمام نتایج آورده شده در این سوال، اعم از پاسخ‌های به دست آمده برای تحریک‌ها و مقادیر CC جدول بالا برای حالات R بزرگتر از سه که مرتبه تانسور است تغییر می‌کند و در نتیجه لزوماً خود اعداد رپورت شده قابل اتکا نیستند. ولیکن روند تغییرات مقدار CC به وضوح به این صورت بوده که متریک برای دو حالت R کمتر از رنک تانسور و مساوی با رنک تانسور نزدیک ۱۰۰ بوده و در ادامه برای R های بزرگتر مقدار CC در تماماً الگوریتم‌ها به مقادیر پایین و اکثراً نزدیک صفر یا منفی می‌رود. یک نکته ی جالب دیگر روند تغییر مقادیر CC الگوریتم SD بوده که برای حالت R=2 تنهای الگوریتمی است که پاسخ نزدیک به ۱۰۰ ندارد. این تفاوت با الگوریتم‌های دیگر در نتایج SD در یافته هایش برای منابع تحریک نیز مشاهده شد.