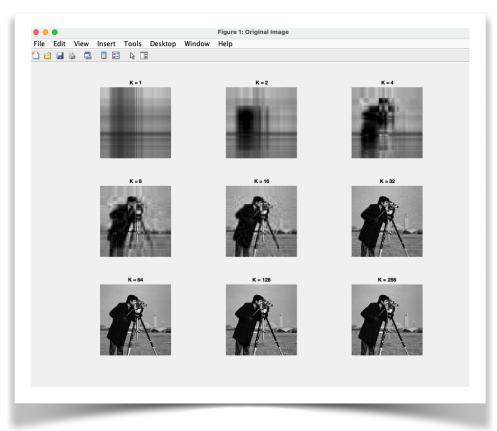
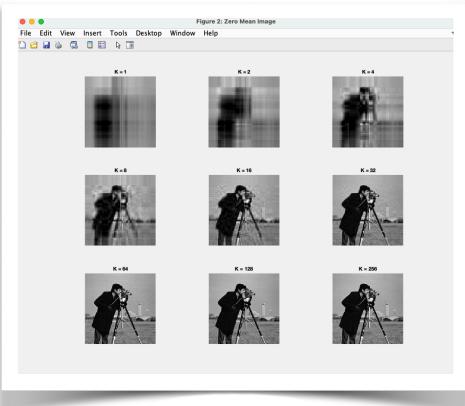
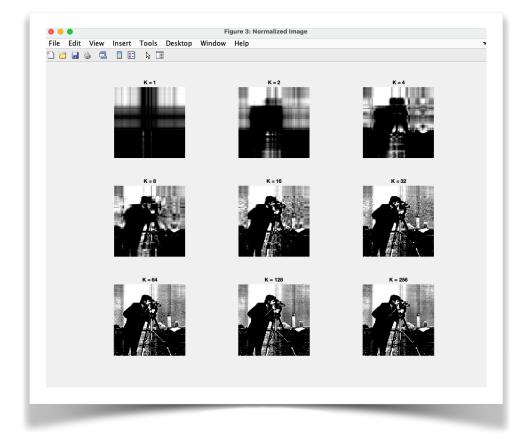
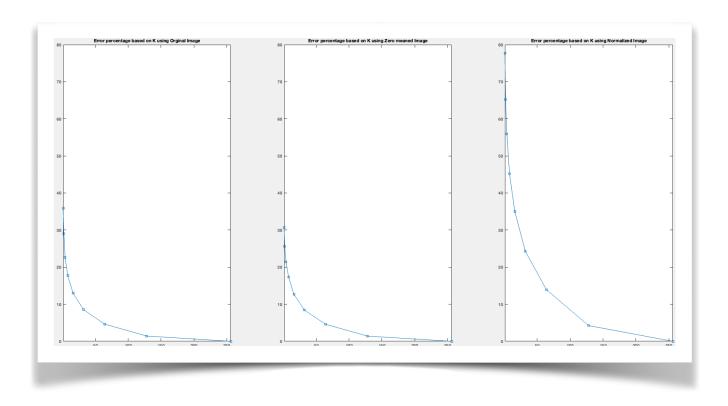
الف) برای نرمالیزاسیون تصویر یکبار با صفر کردن میانگین عکس و جمع کردن مجدد میانگین بعد از اعمال SVD در بازگشت به فضای تصویر و بار دیگر با استفاده از دستور normalize متلب و محاسبه ی خطا نسب به خود عکس نرمال شده نتایج به شرح زیر است.



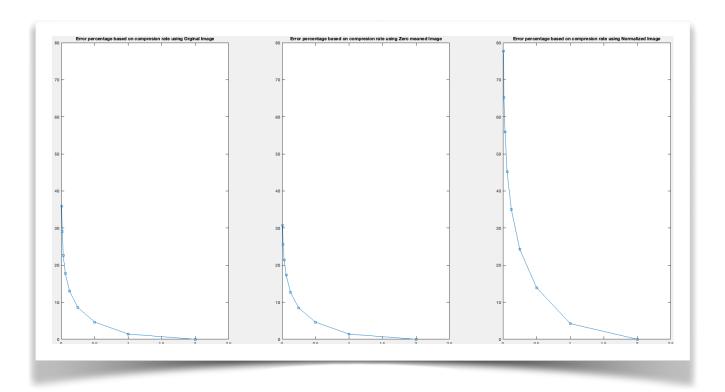




ب) نمودار درصد خطا برحسب رتبه به شرح زیر

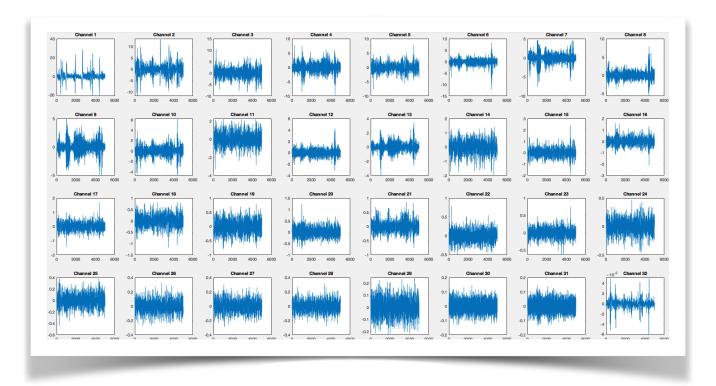


پ) و بر حسب فشرده شدن تصویر به شرح زیر می باشد.

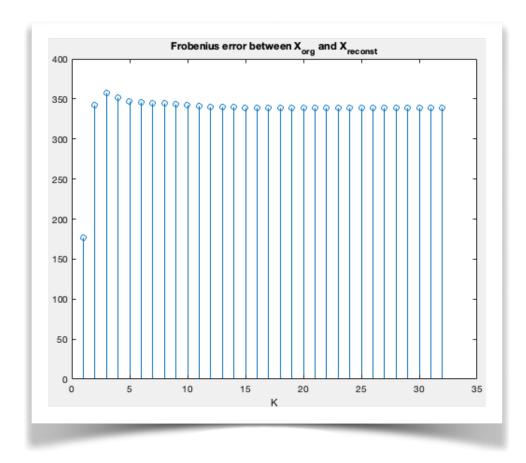


نتیجه ای که موارد بالا به ما نشان می دهد این است که زمانی که میانگین را کم می کنیم و سپس svd کوتاه شده را اعمال می کنیم و مجدد میانگین را جمع می کنیم خطای بازسازی با تعداد عناصر یکسان کمتر می باشد. همچنین روند خطای تصویر بازسازی شده به شکل شبه لگاریتمی بر حسب تعداد عناصر انتخاب شده یا میزان فشردگی تصویر نزولی می شود که طبیعی هم هست چرا که عناصر اولیه ای که برمیداریم و لحاظ می کنیم مقادیر تکین بزرگتری دارد.

در ابتدا اگر بخواهیم منابع را رسم کنیم، ۳۲ منبع به ترتیب به شکل زیر در می آیند.

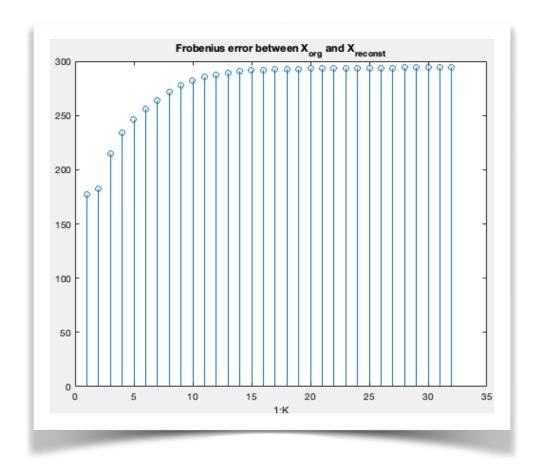


حال اگر نمودار خطا برحسب بازسازی سیگنال با استفاده از یک منبع را رسم کنیم به شرح زیر می شود:



همانطور که مشاهده می شود، به صورت تک منبع با اختلاف خطای سیگنال بازسازی شده با منبع اول نویز کمتری نسبت به بقیه منابع دارد. بقیه منابع دارد. از طرفی زمودار خطای سرگزال دانسانی شده نسرت به سرگزال اصلی دون نورنی وقتی که از کا وزد تر اول تونده استفاده

از طرفی نمودار خطای سیگنال بازسازی شده نسبت به سیگنال اصلی بدون نویزی وقتی که از k منبع اول تجزیه استفاده می کنیم به صورت زیر می شود.



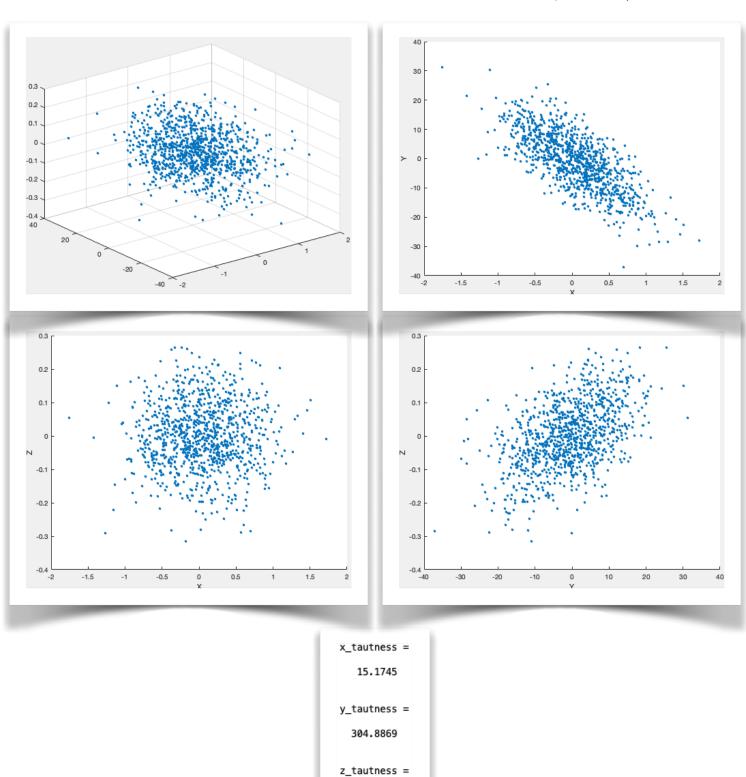
در نتیجه به نظر می رسد که صرفا منبع اول حاوی اطلاعات مفید در راستای بازسازی سیگنال بوده و با اضافه شدن منابع دیگر صرفا نویز سیگنال بالاتر می رود.

به عنوان آخرین تلاش، مقدار خطا برای حالات انتخاب دو مبع در تمامی جفت منابع را رسم کرده و همانطور که مشاهده میشود عنصر یک یک این ماتریس کمترین خطای ممکن را دارد که گویای بازسازی صرف تک منبع اول انتخاب شده svd را نشان می دهد.

											Fro	benius	s erro	r betw	veen)	(a	nd X_		using	i and	j sour	ces												
1	176.7	182.5	209.8	199.3	192.7	190.6	188	187.5	186.1	183.6		179.9				_	T	177.2		Т	177	177	176.9	176.9	176.8	176.8	176.8	176.8	176.8	176.7	176.7	176.7		1
2	182.5	182.5	360.1	354.1	350.4	349.2	347.8	347.6	346.8	345.5	344.7	343.5	343.5	343.1	342.3	342.4	342.3	342.1	342.1	342.1	342	342	342	341.9	341.9	341.9	341.9	341.9	341.9	341.9	341.9	341.9	-	360
3	209.8	360.1	214.7	368.9	365.3	364.2	362.9	362.6	361.9	360.6	359.9	358.8	358.8	358.4	357.6	357.6	357.6	357.4	357.4	357.4	357.3	357.3	357.3	357.2	357.2	357.2	357.2	357.2	357.2	357.2	357.2	357.2		
4	199.3	354.1	368.9	233.6	359.4	358.3	356.9	356.7	355.9	354.6	353.9	352.7	352.7	352.3	351.6	351.6	351.5	351.4	351.4	351.4	351.2	351.2	351.2	351.2	351.2	351.2	351.2	351.1	351.1	351.1	351.1	351.1		
5	192.7	350.4	365.3	359.4	245.9	354.6	353.2	353	352.2	351	350.2	349	349	348.6	347.8	347.9	347.8	347.6	347.7	347.6	347.5	347.5	347.5	347.5	347.5	347.4	347.4	347.4	347.4	347.4	347.4	347.4		340
6	190.6	349.2	364.2	358.3	354.6	256.1	352.1	351.9	351.1	349.8	349	347.9	347.9	347.5	346.7	346.7	346.7	346.5	346.5	346.5	346.4	346.4	346.3	346.3	346.3	346.3	346.3	346.3	346.3	346.3	346.3	346.2		
7	188	347.8	362.9	356.9	353.2	352.1	263.9	350.5	349.7	348.4	347.6	346.4	346.5	346	345.3	345.3	345.2	345.1	345.1	345.1	344.9	344.9	344.9	344.9	344.9	344.9	344.9	344.8	344.8	344.8	344.8	344.8		
8	187.5	347.6	362.6	356.7	353	351.9	350.5	271.3	349.5	348.1	347.4	346.2	346.2	345.8	345	345	345	344.8	344.8	344.8	344.7	344.7	344.7	344.6	344.6	344.6	344.6	344.6	344.6	344.6	344.6	344.6		
9	186.1	346.8	361.9	355.9	352.2	351.1	349.7	349.5	277.5	347.4	346.6	345.4	345.4	345	344.2	344.3	344.2	344	344	344	343.9	343.9	343.9	343.8	343.8	343.8	343.8	343.8	343.8	343.8	343.8	343.8	1	320
10	183.6	345.5	360.6	354.6		349.8	348.4	348.1	347.4	281.9	345.3	344.1	344.1	343.7	342.9	342.9	342.9	342.7	342.7	342.7	342.6	342.6	342.6	342.5	342.5	342.5	342.5	342.5	342.5	342.5	342.5	342.5		
11	182.1	344.7	359.9	353.9	350.2	349	347.6	347.4	346.6	345.3	285.3	343.3	343.3	342.9	342.1	342.1	342.1	341.9	341.9	341.9	341.8	341.8	341.8	341.7	341.7	341.7	341.7	341.7	341.7	341.7	341.7	341.7		
12	179.9	343.5	358.8	352.7	349	347.9	346.4	346.2	345.4	344.1	343.3	287.3	342.1	341.7	340.9	341	340.9	340.7	340.7	340.7	340.6	340.6	340.6	340.5	340.5	340.5	340.5	340.5	340.5	340.5	340.5	340.5		300
13	179.9	343.5	358.8	352.7	349	347.9	346.5	346.2	345.4	344.1	343.3	342.1	289.3	341.7	341	341	340.9	340.8	340.8	340.8	340.6	340.6	340.6	340.6	340.6	340.5	340.5	340.5	340.5	340.5	340.5	340.5		
14	179.1	343.1	358.4	352.3	348.6	347.5	346	345.8	345	343.7	342.9	341.7	341.7	290.7	340.5	340.5	340.5	340.3	340.3	340.3	340.2	340.2	340.2	340.1	340.1	340.1	340.1	340.1	340.1	340.1	340.1	340.1		
15	177.6	342.3	357.6	351.6	347.8	346.7	345.3	345	344.2	342.9	342.1	340.9	341	340.5	291.3	339.8	339.7	339.5	339.5	339.5	339.4	339.4	339.4	339.3	339.3	339.3	339.3	339.3	339.3	339.3	339.3	339.3	-	280
16	177.7	342.4	357.6	351.6	347.9	346.7	345.3	345	344.3	342.9	342.1	341	341	340.5	339.8	291.8	339.7	339.5	339.6	339.5	339.4	339.4	339.4	339.4	339.4	339.3	339.3	339.3	339.3	339.3	339.3	339.3		
17	177.6	342.3	357.6	351.5	347.8	346.7	345.2	345	344.2	342.9	342.1	340.9	340.9	340.5	339.7	339.7	292.3	339.5	339.5	339.5	339.4	339.4	339.3	339.3	339.3	339.3	339.3	339.3	339.3	339.3	339.3	339.2		
18	177.2	342.1	357.4	351.4	347.6	346.5	345.1	344.8	344	342.7	341.9	340.7	340.8	340.3	339.5	339.5	339.5	292.6	339.3	339.3	339.2	339.2	339.2	339.1	339.1	339.1	339.1	339.1	339.1	339.1	339.1	339.1		260
19	177.2	342.1	357.4	351.4	347.7	346.5	345.1	344.8	344	342.7	341.9	340.7	340.8	340.3	339.5	339.6	339.5	339.3	292.9	339.3	339.2	339.2	339.2	339.1	339.1	339.1	339.1	339.1	339.1	339.1	339.1	339.1		200
20	177.2	342.1	357.4	351.4	347.6	346.5	345.1	344.8	344	342.7	341.9	340.7	340.8	340.3	339.5	339.5	339.5	339.3	339.3	293.2	339.2	339.2	339.2	339.1	339.1	339.1	339.1	339.1	339.1	339.1	339.1	339.1		
21	177	342	357.3	351.2	347.5	346.4	344.9	344.7	343.9	342.6	341.8	340.6	340.6	340.2	339.4	339.4	339.4	339.2	339.2	339.2	293.3	339.1	339	339	339	339	339	339	339	338.9	338.9	338.9		
22	177	342	357.3	351.2	347.5	346.4	344.9	344.7	343.9	342.6	341.8	340.6	340.6	340.2	339.4	339.4	339.4	339.2	339.2	339.2	339.1	293.5	339	339	339	339	339	339	339	338.9	338.9	338.9	-	240
23	176.9	342	357.3	351.2	347.5	346.3	344.9	344.7	343.9	342.6	341.8	340.6	340.6	340.2	339.4	339.4	339.3	339.2	339.2	339.2	339	339	293.6	339	339	339	339	339	338.9	338.9	338.9	338.9		
24	176.9	341.9	357.2	351.2	347.5	346.3	344.9	344.6	343.8	342.5	341.7	340.5	340.6	340.1	339.3	339.4	339.3	339.1	339.1	339.1	339	339	339	293.7	338.9	338.9	338.9	338.9	338.9	338.9	338.9	338.9		
25	176.8	341.9	357.2	351.2	347.5	346.3	344.9	344.6	343.8	342.5	341.7	340.5	340.6	340.1	339.3	339.4	339.3	339.1	339.1	339.1	339	339	339	338.9	293.7	338.9	338.9	338.9	338.9	338.9	338.9	338.9	-	220
26	176.8	341.9	357.2	351.2	347.4	346.3	344.9	344.6	343.8	342.5	341.7	340.5	340.5	340.1	339.3	339.3	339.3	339.1	339.1	339.1	339	339	339	338.9	338.9	293.8	338.9	338.9	338.9	338.9	338.9	338.9		
27	176.8	341.9	357.2	351.2	347.4	346.3	344.9	344.6	343.8	342.5	341.7	340.5	340.5	340.1	339.3	339.3	339.3	339.1	339.1	339.1	339	339	339	338.9	338.9	338.9	293.8	338.9	338.9	338.9	338.9	338.9		
28	176.8	341.9	357.2	351.1	347.4	346.3	344.8	344.6	343.8	342.5	341.7	340.5	340.5	340.1	339.3	339.3	339.3	339.1	339.1	339.1	339	339	339	338.9	338.9	338.9	338.9	293.9	338.9	338.9	338.9	338.8	_	200
29	176.8	341.9	357.2	351.1	347.4	346.3	344.8	344.6	343.8	342.5	341.7	340.5	340.5	340.1	339.3	339.3	339.3	339.1	339.1	339.1	339	339	338.9	338.9	338.9	338.9	338.9	338.9	293.9	338.9	338.9	338.8		200
30	176.7	341.9	357.2	351.1	347.4	346.3	344.8	344.6	343.8	342.5	341.7	340.5	340.5	340.1	339.3	339.3	339.3	339.1	339.1	339.1	338.9	338.9	338.9	338.9	338.9	338.9	338.9	338.9	338.9	293.9	338.8	338.8		
31	176.7	341.9	357.2	351.1	347.4	346.3	344.8	344.6	343.8	342.5	341.7	340.5	340.5	340.1	339.3	339.3	339.3	339.1	339.1	339.1	338.9	338.9	338.9	338.9	338.9	338.9	338.9	338.9	338.9	338.8	293.9	338.8		
32	176.7	341.9	357.2	351.1	347.4	346.2	344.8	344.6	343.8	342.5	341.7	340.5	340.5	340.1	339.3	339.3	339.2	339.1	339.1	339.1	338.9	338.9	338.9	338.9	338.9	338.9	338.9	338.8	338.8	338.8	338.8	293.9	L	180
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32		

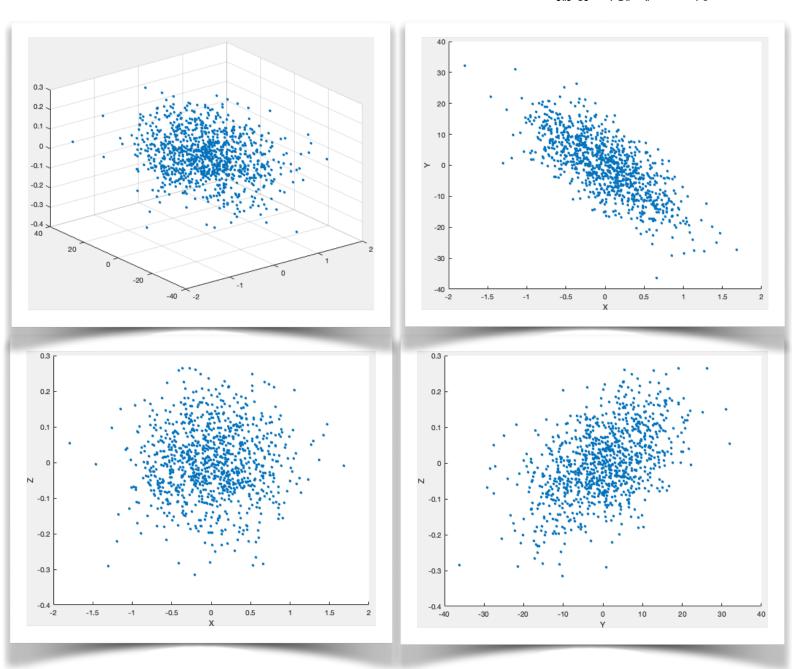
الف)

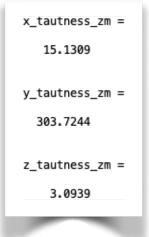
کشیدگی و پخش سه بعدی دیتا در حالت اصلی به شرح زیر:



3.0939

و با حذف میانگین به شرح زیر است:





ب) با توجه به مفاهیم مطرح شده در درس تجزیه svd را بر روی داده های میانگین صفر شده اعمال می کنیم. در نتیجه محورهای جدید ما ستون های ماتریس V هستند.

1	-0.0366	-0.9842	0.1732
2	0.9993	-0.0351	0.0112
3	0.0049	-0.1734	-0.9848

مقادیر تکین همان کشیدگی در راستای محورهای جدید می باشند.

1	303.9310	0	0
2	0	10.4305	0
3	0	0	2.0500

و با توجه به صفر بودن میانگین دیتا، کشیدگی به توان دو و قسم بر تعداد مشاهدات همان واریانس را به ما خواهد داد.

1	92.3740	0	0
2	0	0.1088	0
3	0	0	0.0042

و در نهایت داده سفیدشده هم که همان U*S می شود که یک ماتریس 3*1000 می باشد.

پ) برای تبدیل PCA داریم :

جهت های حدید همان ستون های ماتریس coeff می باشد.

	1	2	3
1	-0.0366	0.9842	-0.1732
2	0.9993	0.0351	-0.0112
3	0.0049	0.1734	0.9848

که دقیقا با همان جهت های حاصله از svd همخوانی دارد.

واریانس در هر جهت به دست آمده همان مقادیر موجود در بردار latent است.

	1
1	92.4665
2	0.1089
3	0.0042

که دقیقا با مقادیر واریانس محاسبه شده در بخش قبل همخوانی دارد.

در نهایت به سادگی کشیدگی از واریانسی که اینجا محاسبه کردیم با ضرب در تعداد مشاهدات و جذر گرفتن به دست می آمد.

1	304.0830
2	10.4357
3	2.0510

داده سفید PCA همان ماتریس score 3*1000 می باشد که با U*S حاصل از SVD برابر است.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	3.9496e+03	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	(
2	0	1.7766e+03	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	(
3	0	0	642.8637	0	0	0	0	0	0	0	0	0	(
4	0	0	0	366.9821	0	0	0	0	0	0	0	0	(
5	0	0	0	0	158.6346	0	0	0	0	0	0	0	(
6	0	0	0	0	0	118.6498	0	0	0	0	0	0	(
7	0	0	0	0	0	0	90.0667	0	0	0	0	0	(
8	0	0	0	0	0	0	0	69.3635	0	0	0	0	(
9	0	0	0	0	0	0	0	0	40.6575	0	0	0	(
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	24.4208	0	0	(
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11.3514	0	(
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5.5091	(
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.2420

که مقادیر تکین اول به نسبت مقادیر بزرگتری داشته اما در مجموع یک روند ضریبی یکنواختی در کاهش مقادیر تکین مشاهده می شود.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	0.0293	-0.0067	-0.0115	0.0271	0.9523	-0.1691	0.2162	0.1244	0.0138	-0.0166	-0.0020	-0.0020	5.1297e
2	-0.0436	-0.0012	0.6329	0.7681	-0.0057	0.0468	0.0352	-0.0514	0.0235	0.0307	0.0055	1.9374e	1.2725e
3	0.0283	0.0049	-0.0883	-0.0128	-0.0571	0.3437	0.7859	-0.4908	0.0353	-0.0981	-0.0179	0.0081	-0.0042
4	-5.5585e-05	1.0268e-04	-9.7532e-04	8.5439e-04	-0.0022	-0.0035	0.0051	-0.0114	-0.0178	0.0016	-0.0159	-0.9996	-0.0080
5	4.4972e-04	-1.8207e-06	-0.0018	6.7966e-04	-1.6586e-04	0.0019	0.0039	-0.0044	-0.0139	0.0106	0.0115	-0.0078	0.999
6	-0.0012	-3.6575e-04	0.0047	0.0057	-0.0133	-0.0727	0.0082	-0.0149	-0.0529	0.0510	-0.9942	0.0173	0.0104
7	0.0836	0.0057	-0.7559	0.6366	-0.0463	-0.1094	-0.0263	0.0176	0.0232	-0.0261	0.0055	8.9168e	-9.1602e
8	-0.0066	-3.5369e-04	0.0451	0.0026	-0.0065	0.0073	-0.0893	0.0654	0.2245	-0.9648	-0.0633	-0.0059	0.0148
9	0.0450	0.0086	0.0028	-0.0196	0.1723	-0.2094	-0.4324	-0.8544	-0.0704	-0.0389	0.0240	0.0087	-0.002
.0	0.9497	0.2924	0.0939	-0.0200	-0.0327	-0.0033	0.0025	0.0468	-0.0020	4.7869e	-7.7441e	-5.1754e	-7.3493e
.1	0.0056	0.0025	-0.0112	-0.0320	0.0218	0.0410	-0.0713	-0.0600	0.9659	0.2299	-0.0430	-0.0161	0.0113
.2	-0.2912	0.9562	-0.0236	0.0040	0.0170	0.0059	-0.0013	-0.0031	-0.0019	-2.1087e	-6.1575e	1.5488e	5.2749e
3	0.0229	-0.0058	-0.0928	0.0453	0.2364	0.8878	-0.3654	0.0182	-0.0769	0.0223	-0.0664	-0.0031	-9.0636e

مقادیر ضرایب هر کدام از ویژگی در بردارهای جهت svd به صورت بالا است اما همانطور که مشاهده می شود ضرایب خیلی بر ربط و عملا غیرقابل تفسیر هستند چرا که کشیدگی ها و اسکیل اعداد در جهت های مختلف باهم برابر نیست. در نتیجه داده را نرمالایز میکنیم:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	0.2510	-0.3153	0.2466	-0.0618	0.0822	-0.2197	0.7776	-0.1534	0.2604	-0.0194	-0.1096	-0.0868	0.046
2	-0.2563	-0.3233	0.2959	-0.1287	0.3206	-0.3234	-0.2750	0.4027	0.3581	-0.2675	0.2628	0.0714	-0.080
3	0.3467	0.1125	-0.0159	-0.0171	-0.0078	-0.0761	-0.3396	-0.1739	0.6444	0.3635	-0.3032	0.1132	-0.251
4	0.0050	0.4548	0.2898	-0.8159	0.0865	0.1675	0.0741	0.0247	-0.0137	0.0062	0.0139	0.0040	0.035
5	0.3429	0.2191	0.1210	0.1282	0.1369	-0.1530	-0.1996	-0.0801	-0.0185	-0.2311	0.1113	-0.8043	0.043
6	-0.1892	0.1493	0.5940	0.2806	-0.4234	0.0593	0.0639	0.3268	0.0479	0.4314	0.0532	-0.1529	0.045
7	0.3137	0.3120	-0.0177	0.1752	0.0167	-0.0717	0.1160	0.6008	-0.0676	-0.3628	-0.4592	0.2119	-0.038
8	-0.3215	-0.3491	-0.0497	-0.2154	0.0986	0.0234	-0.1039	0.1218	-0.1533	0.1712	-0.6957	-0.3909	-0.018
9	0.3198	-0.2715	0.2873	-0.1323	-0.2041	-0.1432	-0.1379	-0.0804	-0.4709	-0.0219	0.0365	0.1070	-0.633
10	0.3385	-0.2395	0.2207	-0.1033	-0.1305	-0.1929	-0.3149	-0.0828	-0.1766	0.0352	-0.1048	0.2152	0.720
11	0.2049	-0.3059	-0.3234	-0.2826	-0.5840	0.2732	0.0023	0.3179	0.2544	-0.1534	0.1745	-0.2096	0.023
12	-0.2030	0.2386	-0.3001	-0.1685	-0.3456	-0.8035	0.0703	0.0049	-0.0449	0.0965	0.0193	-0.0417	-0.004
13	0.3098	-0.0743	-0.2670	-0.0694	0.3946	-0.0532	0.0870	0.4244	-0.1952	0.6007	0.2714	-0.0552	0.024

در نتیجه در بردار جهت اول که بیشترین مقدار تکین را دارد ترکیبی تقریبا با بزرگی یکسان از ویژگی های مختلف را داریم. (به جز ویژگی چهارم که احتمالا چون ساختار ۰ و ۱ دارد به این ضریب رسیده است)

حال در ادامه میخواهیم ببینیم قیمت ها با بردارهای به دست آمده از svd چه وضعیتی دارند. انتظار ما این است که با ترکیب ویژگی هایی که مقادیر تکین بیشتری داشتند همبستگی بیشتری داشته باشد. در نتیجه همبستگی داده سفید شده در فضای جدید را با مقادیر قیمت ها محاسبه میکنیم.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	-0.2310	0.1079	0.1602	0.0411	-0.0838	-0.0223	-0.0028	-0.0269	0.0032	-0.0214	0.0243	0.0521	-0.0350

تقریبا همان روندی که انتظار داشتیم در همبستگی قیمت دیده می شود. این بدان معنا است که ویژگی هایی که ما انتخاب کردیم فارغ از بحث این که برای چه مساله ای می خواهیم استفاده کنیم، عملا برای دسته بندی مساله ترکیب ویژگی مناسب می باشد که تقریبا با ضریب یکسان از تمام ویژگی های فضای اولیه ساخته می شود.

در نتیجه اگر بر فرض مثال بخواهیم دو ویژگی بهتر از فضای جدید که بیشترین همبستگی با قیمت را دارد انتخاب کنیم ماتریس بزرگی همبستگی به شکل زیر در می آید که همچنان بزرگ بودن اعداد سمت چپ تر و بالاتر این ماتریس گویای توانیی SVD در انتخاب ویژگی می باشد.

3	0.1448	0.1881	0.1602	0.1495	0.07081	0.1164	0.1324	0.1263	0.1463	0.1394	0.1582	0.1683	0.1486	- 0.2
4	0.2019	0.1105	0.1495	0.04109	0.02958	0.01621	0.03048	0.01887	0.03732	0.02699	0.04751	0.0587	0.03046	
5	0.2457	0.03494	0.07081	0.02958	0.08376	0.07747	0.06715	0.08423	0.07097	0.08427	0.06537	0.05499	0.09005	0.15
6	0.2265	0.0768	0.1164	0.01621	0.07747	0.02232	0.01847	0.03411	0.01697	0.03002	0.008286	0.003667	0.0317	0.15
7	0.2223	0.09057	0.1324	0.03048	0.06715	0.01847	0.002833	0.01967	0.0004147	0.01392	0.00991	0.02306	0.01407	
8	0.2305	0.08298	0.1263	0.01887	0.08423	0.03411	0.01967	0.02688	0.01855	0.03431	0.008421	0.00601	0.03796	- 0.1
9	0.2253	0.1001	0.1463	0.03732	0.07097	0.01697	0.0004147	0.01855	0.003229	0.01181	0.01791	0.03463	0.0122	
10	0.2309	0.09264	0.1394	0.02699	0.08427	0.03002	0.01392	0.03431	0.01181	0.02136	0.0007308	0.01828	0.03537	
11	0.2234	0.1097	0.1582	0.04751	0.06537	0.008286	0.00991	0.008421	0.01791	0.0007308	0.02432	0.05356	0.003348	- 0.05
12	0.2193	0.119	0.1683	0.0587	0.05499	0.003667	0.02306	0.00601	0.03463	0.01828	0.05356	0.05209	0.02615	

