

- برای استفاده از تجزیه‌های تانسوری مختلف (CP, Tucker, NTF و ...) تولباکس‌های مختلفی ارائه شده است که چند نمونه از مهم‌ترین آنها در زیر آمده است:

1. MATLAB Toolbox for Tensor Decomposition and Analysis [TDALAB] by Zhou & Cichocki.
2. TensorLab: MATLAB toolbox for tensor computations by Laurent Sorber, Marc Van Barel, and Lieven De Lathauwer.
3. MATLAB Tensor Toolbox by Brett W. Bader, Tamara G. Kolda and others.
4. The N-way toolbox for MATLAB by Rasmus Bro and Claus A. Andersson.

۱- الگوریتم ALS برای تجزیه CP یک تانسور مرتبه ۳ را پیاده‌سازی کنید. ورودی‌ها تانسور \underline{T} و ماتریس‌های عامل اولیه $(U1_0, U2_0, U3_0)$ بوده و خروجی آن بایستی مقادیر به دست آمده ماتریس‌های عامل $(U1, U2, U3)$ باشد.

۲- با استفاده از تولباکس Tensorlab تجزیه CP را در حالت‌های زیر محاسبه کرده و با مقادیر به دست آمده از تابع خودتان مقایسه کنید.

- نکته ۱: از تابع $\text{cpd}(\underline{T}, U0, \text{options})$ استفاده کنید. در هر بخش options.Algorithm را به ازای سه حالت @cpd_als ، @cpd3_sd و @cpd_minf تغییر داده و نتایج را به دست آورید.
- نکته ۲: برای اینکه مقایسه بین الگوریتم‌ها عادلانه باشد، در هر حالت بایستی مقادیر اولیه ماتریس‌های عامل داده شده به همه الگوریتم‌ها یکسان باشد.
- نکته ۳: برای اضافه کردن نویز به تانسورها، SNR را به صورت زیر محاسبه کنید:

$$SNR = 10 \log_{10} \left(\frac{\|\underline{T}\|_F^2}{\|\underline{N}\|_F^2} \right)$$

که در آن \underline{T} تانسور اصلی و \underline{N} تانسور نویز است.

- نکته ۴: برای محاسبه خطا از معیار Total relative mean square factor error (TMSFE) استفاده کنید که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$TMSFE = \sum_{r=1}^R \min_{M_i} \left(\frac{\|\hat{U}^{(i)} M_i - U^{(i)}\|_F^2}{\|U^{(i)}\|_F^2} \right)$$

که در آن $U^{(i)}$ و $\hat{U}^{(i)}$ به ترتیب i-امین ماتریس عامل و تخمین آن هستند و M_i ماتریسی است که عدم قطعیت‌های جایگشتی و مقیاسی را برطرف می‌کند. کد این تابع ضمیمه شده است و به صورت زیر استفاده می‌شود:

```

U{1} = original_U1 ;
U{2} = original_U2 ;
U{3} = original_U3 ;
esU{1} = estimated_U1 ;
esU{2} = estimated_U2 ;
esU{3} = estimated_U3 ;
tmsfe = TMSFE(U, esU) ;

```

۲-الف) تانسور مرتبه ۳ بدون همبستگی: یک مجموعه ۵۰ تایی از تانسورهای حقیقی مرتبه ۳ به ابعاد $(6 \times 6 \times 6)$ تولید کنید. بدین منظور برای تولید هر تانسور، سه ماتریس عامل $U_{org}^{(1)}$ ، $U_{org}^{(2)}$ و $U_{org}^{(3)}$ به ابعاد (6×3) را به طور مستقل از یکدیگر از یک توزیع گوسی با میانگین صفر و واریانس واحد (نرمالیزه) استخراج کنید. تانسور مرتبه ۳ $T = \llbracket I; U_{org}^{(1)}, U_{org}^{(2)}, U_{org}^{(3)} \rrbracket$ را با استفاده از این ماتریس‌های عامل تولید کنید. تانسور نويز مرتبه ۳ N به ابعاد $(6 \times 6 \times 6)$ را به صورت تصادفی ساخته و با مقادیر $SNR = 0, 20, 40, 60dB$ با تانسور T جمع کنید. الگوریتم‌های تجزیه CP را با مقادیر ماتریس‌های عامل اولیه تصادفی اجرا کرده و برای هر SNR میانگین خطا را محاسبه کنید.

۲-ب) قسمت (الف) را با ماتریس‌های عامل اولیه به دست آمده از تجزیه HOSVD تکرار کنید.

۲-ج) تانسور مرتبه ۳ با همبستگی: یک مجموعه ۵۰ تایی از تانسورهای حقیقی مرتبه ۳ به ابعاد $(6 \times 6 \times 6)$ تولید کنید. بدین منظور برای تولید هر تانسور، سه ماتریس عامل $U_{org}^{(1)}$ ، $U_{org}^{(2)}$ و $U_{org}^{(3)}$ به ابعاد (6×3) را به صورت زیر استخراج کنید. اولین ستون $u_1^{(1)}$ از ماتریس $U_{org}^{(1)}$ را از یک توزیع گوسی نرمالیزه استخراج کنید. ستون دوم آن را به صورت $u_2^{(1)} = u_1^{(1)} + 0.5v_2$ تولید کنید که در آن v_2 از یک توزیع گوسی نرمالیزه به دست آمده است. ستون سوم $U_{org}^{(1)}$ به طور مستقل از توزیع گوسی نرمالیزه به دست آمده است. ماتریس عامل دوم $U_{org}^{(2)}$ به طور مستقل مشابه ماتریس $U_{org}^{(1)}$ تولید می‌شود در حالی که ستون‌های ماتریس عامل سوم $U_{org}^{(3)}$ ناهمبسته بوده و مشابه بخش (الف) استخراج می‌شوند. تانسور مرتبه ۳ $T = \llbracket I; U_{org}^{(1)}, U_{org}^{(2)}, U_{org}^{(3)} \rrbracket$ را با استفاده از این ماتریس‌های عامل تولید کنید. تانسور نويز مرتبه ۳ N به ابعاد $(6 \times 6 \times 6)$ را به صورت تصادفی ساخته و با مقادیر $SNR = 0, 20, 40, 60dB$ با تانسور T جمع کنید. الگوریتم‌های تجزیه CP را با مقادیر ماتریس‌های عامل اولیه تصادفی اجرا کرده و برای هر SNR میانگین خطا را محاسبه کنید.

۲-د) قسمت (ج) را با ماتریس‌های عامل اولیه به دست آمده از تجزیه HOSVD تکرار کنید.

۳- داده‌های amino acids fluorescence و توضیحات مربوط به آن ضمیمه شده‌اند. ابعاد تانسوری این داده‌ها $5 \times 201 \times 61$ ($samples \times emission \times excitation$) و رتبه آن برابر ۳ است. می‌خواهیم اثر رتبه تخمین زده شده را بر نتایج بررسی کنیم.

۳-الف) الگوریتم CP شبیه‌سازی شده و چند الگوریتم CP ارائه شده در تولباکس Tensorlab را با مقادیر $R = 2, 3, 4, 5$ بر تانسور داده‌ها اعمال کرده و نتایج را با هم مقایسه کنید.

۳-ب) برای هر یک از موارد بالا معیار corcondia (تولباکس nway331، تابع corcond.m) را محاسبه کرده و در مورد نتایج بحث کنید.