

Apellidos:
Nombre:
DNI:

Universidad de Oviedo
Escuela de Ingeniería Informática
Estructuras de Datos

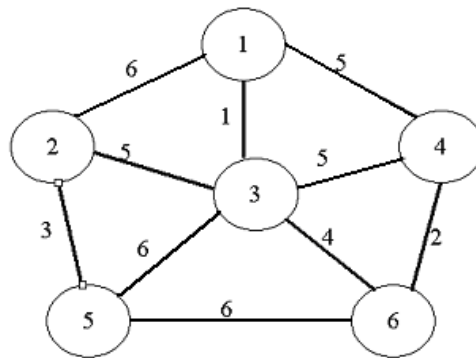
DURACIÓN DEL EXAMEN: 90 minutos.

INSTRUCCIONES

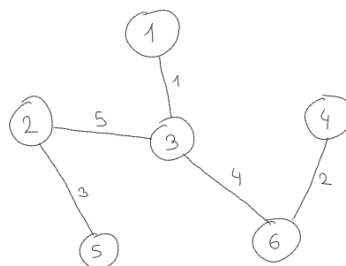
- Incluya sus datos personales en las dos caras de **todas las hojas**.
- Se atenderán dudas solo durante los **primeros 20 minutos del examen**.
- **No deje respuestas indicadas**, deberá llegar hasta al menos un decimal en los cálculos numéricos.
- El uso de **cualquier tipo de dispositivo electrónico está estrictamente prohibido**.
- **Sea breve**. Toda anotación fuera del espacio previsto para la respuesta **no será evaluada**.
- Utilice la versión de los algoritmos y estructuras de datos vistas en **clase de teoría (EXP)**.
- **Deberá entregar el examen completo** (incluso si está en blanco).

PARTE I: ESTRUCTURAS EN RED

1. **[1 Punto]** Realice la traza del algoritmo de **PRIM** sobre el grafo siguiente. Indique de manera detallada los valores de los conjuntos T y U, además del pivote w sobre la tabla adjunta, añadiendo las filas que considere oportunas. Dibuje el árbol abarcador de coste mínimo.



T	U	w
	{ 1 }	
{ (1,3) }	{ 1, 3 }	3
{ (1,3), (3,6) }	{ 1, 3, 6 }	6
{ (1,3), (3,6), (6,4) }	{ 1, 3, 4, 6 }	4
{ (1,3), (3,6), (6,4), (3,2) }	{ 1, 2, 3, 4, 6 }	2
{ (1,3), (3,6), (6,4), (3,2), (2,5) }	{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 }	5



Apellidos:
Nombre:
DNI:

Universidad de Oviedo
Escuela de Ingeniería Informática
Estructuras de Datos

DURACIÓN DEL EXAMEN: 90 minutos.

2. **[1 Punto]** Dado el siguiente grafo G_1 , ejecute sobre él el algoritmo de **Floyd**. Rellene la **matriz A** de costes incluida a continuación.

$$G_1 = (V, E, W)$$

$$V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$E = \{(1,2) \ (1,3) \ (2,3) \ (2,4) \ (3,4) \ (3,5) \ (4,2) \ (4,5) \ (5,1)\}$$

$$W = \{1, 11, 12, 9, 8, 7, 5, 10, 6\}$$

A	1	2	3	4	5
1	0	1	11	10	18
2	25	0	12	9	19
3	13	13	0	8	7
4	16	5	17	0	10
5	6	7	17	16	0

A	1	2	3	4	5
1	0	1	11	10	18
2	25	0	12	9	19
3	13	13	0	8	7
4	16	5	17	0	10
5	6	7	17	16	0

Matriz inicial
Nodo intermedio $\rightarrow 1$
Nodo intermedio $\rightarrow 2$
Nodo intermedio $\rightarrow 3$
Nodo intermedio $\rightarrow 4$
Nodo intermedio $\rightarrow 5$

Además, devuelva para cada nodo, su excentricidad (Ex) e indique la complejidad y justificación de la misma.

Ex (1) 25

Ex (2) 13

Ex (3) 17

Ex (4) 16

Ex (5) 19

Complejidad del cálculo excentricidad $O(n)$ lineal

Justificación:

Hay que iterar sobre todos los caminos que llegan a ese nodo (recorrer todas las filas de 1 columna, y hay tantas filas como nodos); así que, complejidad lineal.

¿6 nodos y nodos 1,2,3,4,5?

3. **[1 Punto]** Sea un grafo de 6 nodos ($V=1, 2, 3, 4, 5$), tras aplicar Dijkstra tomando como nodo origen 1, el resultado de los vectores, P (Rutas) y D (Costes), es el siguiente:

$$\begin{array}{l} \text{Rutas} \quad P = [-1, 1, 2, 1, 3] \quad 1,5 \rightarrow 1,3,5 \rightarrow 1,2,3,5 \\ \text{Coste} \quad D = [0, 1, 6, 4, 7] \end{array}$$

¿Cuál es el coste, así como el camino entre el nodo 1 y el nodo 5? ¿Cuál es la complejidad del cálculo del coste (justifique la respuesta)?

Camino: 1, 2, 3, 5

Coste: 7

Complejidad Cálculo de coste: $O(1)$

Apellidos:
Nombre:
DNI:

Universidad de Oviedo
Escuela de Ingeniería Informática
Estructuras de Datos

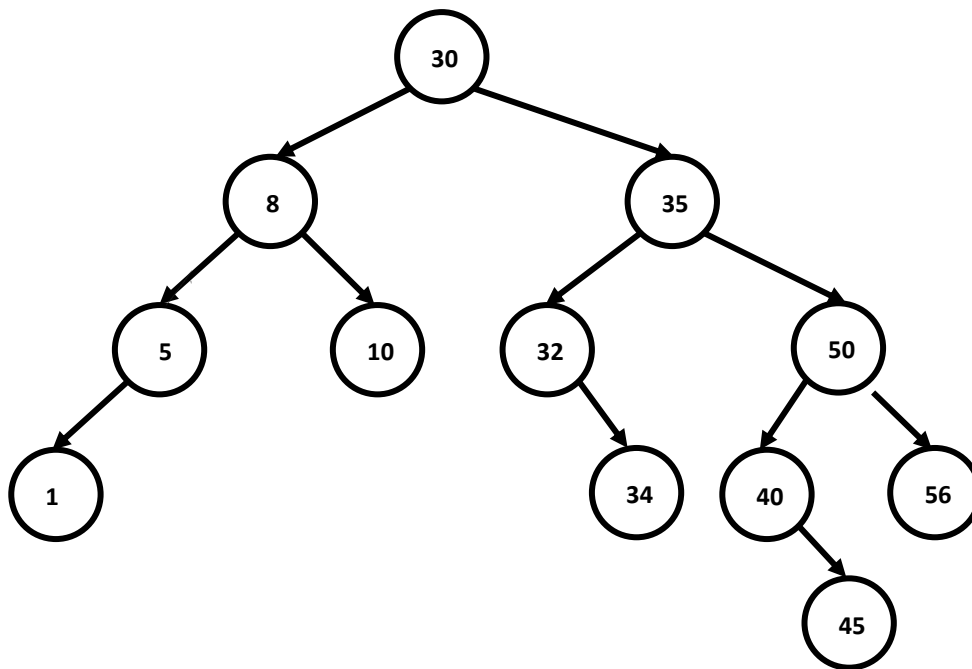
DURACIÓN DEL EXAMEN: 90 minutos.

Justifique la complejidad:

Si ya hemos hecho Dijkstra y sabemos el índice del nodo destino la complejidad es constante, ya que sólo hay que acceder a una posición concreta dentro del vector de costes de Dijkstra.

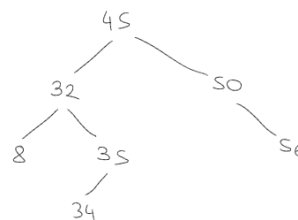
Parte II. ESTRUCTURAS DE DATOS JERÁRQUICAS

4. **[2 Puntos]** Dado el siguiente árbol AVL



Borrar los siguientes elementos, en el orden indicado, teniendo en cuenta que el sustituto para el elemento borrado será el menor del subárbol derecho (el menos de los mayores).

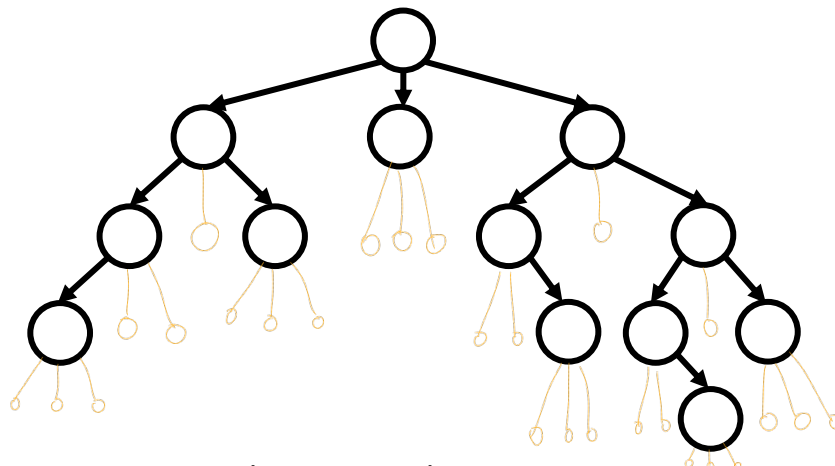
- a) **[0.4 Puntos]** Borrar el 30
- b) **[0.4 Puntos]** Borrar el 10
- c) **[0.4 Puntos]** Borrar el 40
- d) **[0.4 Puntos]** Borrar el 5
- e) **[0.4 Puntos]** Borrar el 1



5. **[1 Punto]** Dado el siguiente árbol de orden 3 calcular la longitud del camino externo medio (**LCE_m**). Razona tu respuesta detalladamente mediante los cálculos matemáticos correspondientes. **Dar un valor sin más, implicará un cero.**

Apellidos:
Nombre:
DNI:

DURACIÓN DEL EXAMEN: 90 minutos.



6. **[1 Punto]** Calcular la capacidad máxima de un árbol B de orden 3 y de altura 4. Cuantas claves se podrán almacenar en el nivel 3. Razona tu respuesta detalladamente mediante los cálculos matemáticos correspondientes. **Dar un valor sin más, implicará un cero.**

Altura 4 \rightarrow 4 niveles
 $3 \times 2 = 6$ elementos/pag
 Nivel 1 $\rightarrow 1 \text{ pag} \times 6 = 6$ elementos
 Nivel 2 $\rightarrow (6+1) \times 1 = 7$ pag $\times 6 = 42$ elem
 Nivel 3 $\rightarrow (6+1) \times 7 = 49$ pag $\times 6 = 294$ elem
 Nivel 4 $\rightarrow (6+1) \times 49 = 343$ pag $\times 6 = 2058$ elem

Handwritten calculation for level 3 capacity:

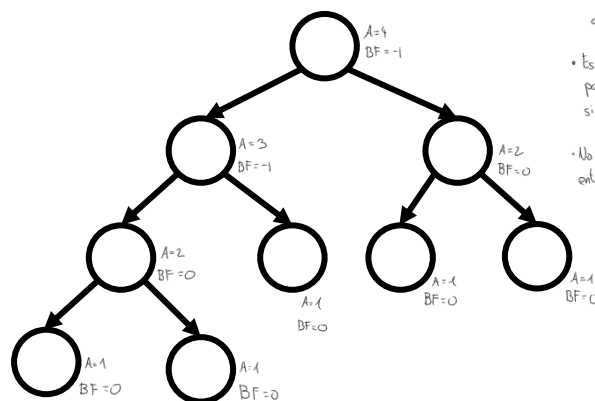
$$\begin{array}{r} 6 \\ 42 \\ 294 \\ \hline 240 \end{array} \quad \text{elementos en todo el árbol} \quad 294 \text{ en el nivel 3}$$

7. **[0.5 Puntos]** Calcula el número de nodos máximo de árbol de orden 3 y de altura 5. Razona tu respuesta detalladamente mediante los cálculos matemáticos correspondientes. **Dar un valor sin más, implicará un cero.**

Altura 5 \rightarrow 5 niveles

Nivel 1 \rightarrow 1 nodo (raíz)	$3^0 + 3^1 + 3^2 + 3^3 + 3^4 = 1 + 3 + 9 + 27 + 81 = 10 + 30 + 81 = 121$ nodos
Nivel 2 \rightarrow 3 nodos	
Nivel 3 \rightarrow 3x3 nodos	
Nivel 4 \rightarrow 3x3x3 nodos	
Nivel 5 \rightarrow 3x3x3x3 nodos	

8. **[0.5 Puntos]** Indica si el siguiente árbol es o no AVL, APE y/o de altura mínima. En cada caso razona tu respuesta. **Indicar simplemente SI o NO implicará un cero.**



. Todos los factores de balance (BF) son $-1 \leq BF \leq 1$, así que sí es AVL

• Es de altura mínima, pues los nodos no se pueden colocar de otra manera para que el árbol tenga menor altura. Este árbol tiene altura 4 y tiene 9 nodos. Si tuviera una altura de 3 sólo cabrían 7 nodos.

• No es perfectamente equilibrado. La diferencia en valor absoluto del número de nodos entre el subárbol izquierdo y el subárbol derecho es mayor que 1.

Apellidos:
Nombre:
DNI:

Universidad de Oviedo
Escuela de Ingeniería Informática
Estructuras de Datos

DURACIÓN DEL EXAMEN: 90 minutos.

Ejercicio 4

