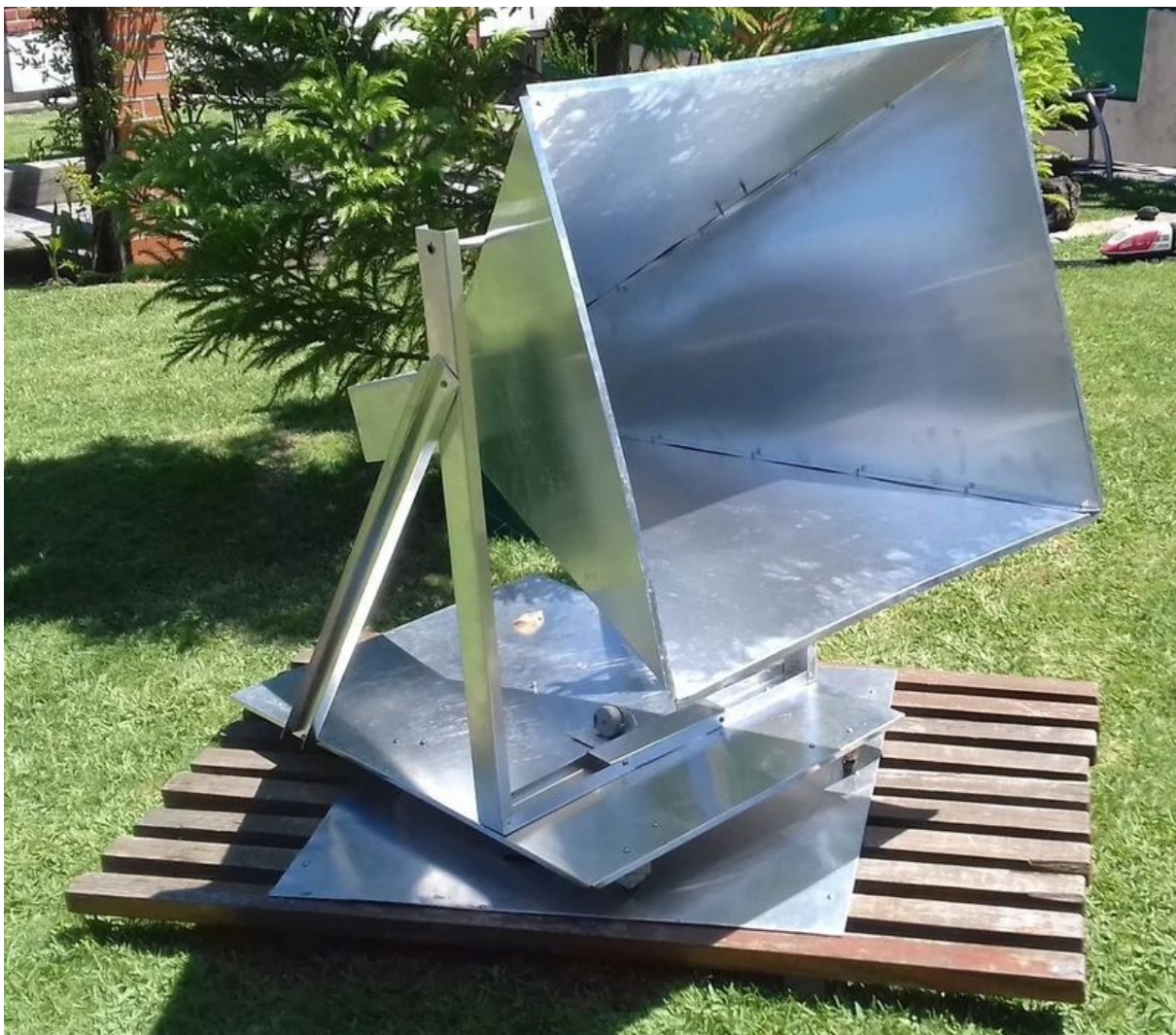


(Re)Cálculo da velocidade de rotação estimada da Via Láctea através da linha de hidrogénio

Valentino Carneiro

Em 1944 van de Hulst previu a existência de uma linha, na banda dos 21cm (aproximadamente 1420,4Mhz), de hidrogénio neutro (HI) ao longo da nossa galáxia que, até então, não era considerada uma espiral. Em 1951, foram feitas as primeiras tentativas para receber este sinal, que levaram ao mapeamento do HI, revelando a estrutura em espiral da mesma. O objetivo deste trabalho foi refazer estas mesmas observações, calculando a velocidade de rotação da galáxia em função da distância ao seu centro, através de dados que foram recolhidos através da construção de uma antena e de um circuito para amplificar e filtrar o sinal recebido, recolhendo os dados através de um módulo SDR, tentando ao máximo reduzir, sempre que possível, os custos necessários para a observação. Este trabalho pretende, assim, mostrar que é possível a qualquer um, mesmo com um orçamento baixo, descobrir imensas informações acerca da nossa galáxia.



O resultado final deste trabalho. Certamente não foi fácil, mas foi possível chegar lá.

Acerca do sinal a ser recebido

O hidrogénio é o elemento mais comum do universo, deste modo a sua mapeação revela importantes informações sobre a nossa galáxia (velocidade de rotação, forma, densidade, etc). Uma das formas de detetar o hidrogénio neutro (HI), a temperaturas entre os 100 a 3000K é através da receção de radiação que este emite, quando ocorre uma *spin flip transition*¹. Tanto o eletrão como o protão do hidrogénio têm a sua própria rotação, e podem rodar paralelamente ou na direção contrária. O estado em que ambos os constituintes rodam paralelamente apresenta mais energia e, quando o *spin* do eletrão troca, energia é libertada. Esta é libertada sob a forma de radiação, nos (aproximadamente) 1420,4 Mhz. Embora esta transição seja rara, elevadas quantidades de gás, nomeadamente o presente nos braços da nossa galáxia, emitirão radiação de forma constante. Como o comprimento de onda deste sinal é de cerca de 21cm, este consegue atravessar mais facilmente do que a luz visível a poeira espacial, oferecendo uma melhor descrição da galáxia.

Através do efeito de Doppler é possível depois calcular a velocidade relativa deste gás (espera-se que a frequência recebida possa ter um desvio em até 2 Mhz face ao valor emitido), e, usando alguma trigonometria, pode-se calcular a velocidade do mesmo em relação ao centro da galáxia.

Construção da antena e guia de ondas

Com o objetivo de receber um sinal que esteja na banda dos $1420,4 \pm 2$ Mhz, foi construída, então, uma antena, assim como uma *horn* pirimídica, e um guia de ondas, utilizando folha de alumínio.

A antena é basicamente um fio de cobre com 5,25 cm de comprimento², correspondendo a $\frac{1}{4}$ do comprimento de onda do sinal que se pretende receber, bloqueando valores de frequência superiores. Esta foi colocada no centro do guia de ondas³, que tem uma abertura retangular, medindo $17,0 \pm 0,5$ cm por $10,4 \pm 0,5$ cm, estando conectada a uma entrada SMA. O valor do comprimento afeta os campos elétricos que se movem transversalmente à antena. Assim, estes campos acabam por corresponder à polarização da antena, e a largura (10,4 cm) não tem qualquer efeito na receção do sinal pretendido. O comprimento do guia de ondas tem uma grande papel na filtragem das radiações que podem ser recebidas, com uma *cut-off frequency* de ≈ 891 Mhz, e uma banda de frequências desde $\approx 1,1$ Ghz até $\approx 1,7$ Ghz. Estes valores enquadram a banda de frequências desejada, $1420,4 \pm 2$ Mhz. Por último, mas de modo algum menos importante, é preciso calcular a que distância a partir do fundo é que a antena é colocada. Uma vez que a distância entre os picos de energia que estão dentro do guia de ondas é diferente da no espaço livre (≈ 21 cm) devido aos ângulos (que são diferentes de 0) nos contornos do guia de ondas, é preciso calcular o comprimento de onda do guia⁴:

¹ A maior parte da informação disponível acerca deste tópico estão presentes em Inglês. De modo a preservar a linguagem científica, caso dúvidas possam ser colocadas quanto à fidelidade das traduções, será utilizado o termo nesta mesma língua, em itálico.

² Ver foto 1 e 2

³ Ver foto 3

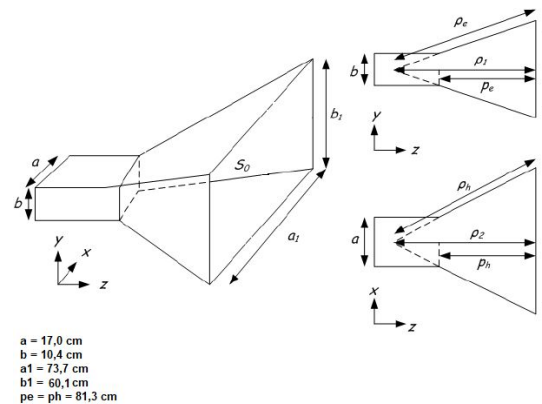
⁴ *Essential Radio Astronomy*, Capítulo. 3.4 - Waveguides.

$$\lambda = \frac{c}{v} \left[1 - \left(\frac{v_c}{v} \right)^2 \right]^{-1/2}$$

Sendo $v_c=891\text{MHz}$ e $v=1420,4\text{MHz}$, este valor será igual a 27 cm, correspondendo $\frac{1}{4}$ a 6,8 cm, a distância da antena até ao fundo do guia de ondas.

Construção da *horn* pirimídica

Para amplificar o sinal foi construída, também em folha de alumínio, uma *horn* pirimídica, conectada ao guia de ondas.⁵ As medidas utilizadas foram fornecidas pelo projeto DSPIRA⁶, desenhadas para esta utilização específica, com algumas alterações nas bordas para permitir fixar todo o sistema. Para completar a folha de alumínio, de forma a tapar quaisquer imperfeições foi utilizada fita de alumínio. O esquema de construção utilizado está representado à direita⁷. Utilizando software CST foi possível calcular o ganho obtido para esta antena específica. Os valores calculados para a frequência desejada variam entre 14 e 17dB, para contar também com imperfeições no fabrico.



Sistema de rotação

De forma a automatizar o processo de recolha de dados (uma vez que outros futuros trabalhos irão ser feitos utilizando o mesmo sistema) foi criado um sistema de rotação mecanizada, que permite através de um computador alterar a latitude e longitude para o qual o radiotelescópio está a apontar. Utilizando 2 motores (um para o eixo dos xy e outro para o eixo z) é possível apontar o aparelho para uma semiesfera que corresponde ao céu inteiro. As coordenadas para as quais este precisa de apontar (latitude e longitude galácticas) são introduzidas, e convertidas para um nº de graus que é necessário rodar. Isto é depois enviado para um arduino, que rodará tanto o eixo xy como o eixo z. O controlo de posição do eixo xy é feito através de um acelerómetro que integra os valores recebidos, calculando o ângulo rodado⁸. Como são movimentos rápidos, pouco erro é introduzido. O controlo do eixo z é feito através de um giroscópio. Usando um fio de sedilha, um motor stepper puxa a antena, mudando o seu ângulo, até chegar ao valor pretendido, quando para.^{9,10}

⁵ Ver fotos 4 e 5

⁶ Projeto mantido pela WVURAIL. Mais informações em wvurail.org/dspira

⁷ Foto adaptada de Guardioli, Marta (2012) : "Fabrication and Measurement of Homemade Standard Antennas"

⁸ A foto 9 mostra o sistema de rotação.

⁹ Para mais informações acerca da construção e funcionamento desta parte do sistema visitar www.instructables.com/id/Automated-Radio-Telescope onde foi publicada a parte de construção deste trabalho com mais detalhes

¹⁰ Imagens 6, 7 e 8

Circuito de amplificação

Não é possível detetar o sinal apenas com a antena ligada ao SDR, aparelho que vai captar o sinal, uma vez que este adiciona muito ruído ao sistema, tornando-se o sinal imperceptível. Deste modo é preciso previamente aumentar a força do sinal, assim como filtrá-lo, para obter resultados. Na comunidade DIY são utilizados *low noise amplifiers* (LNA), aparelhos que amplificam o sinal sem lhe adicionar muito ruído. O custo destes é deveras elevado, assim como dos filtros, sendo que foi decidido criar um circuito, numa PCB, amplificador e filtrador ao mesmo tempo. O sinal, antes de ser recebido pelo SDR faz o seguinte percurso:

Horn>Guia de ondas>Antena>Switch>LNA #1>Filtro>LNA #2>SDR

O switch, os LNA, assim como o filtro foram, então, desenhados numa PCB com 4 camadas, utilizando chips da Minicircuits¹¹, que suportou este trabalho. O primeiro passo é o Switch, que permite, utilizando um arduino conectado ao computador, trocar a entrada de sinal para o primeiro LNA, de forma a permitir usar uma resistência de 50 Ohm (resistência de todos os aparelhos utilizados no sistema) como controlo, sem ser necessário desconectar, de cada vez que se faça uma observação, a antena. Para isto usou-se o módulo VSW2-33-10W+. Os 2 LNA são baseados no mesmo chip: PMA2-43LN+. Estes apresentam um coeficiente de ruído de 0,45dB¹² e um ganho de 21.6dB, introduzindo muito pouco ruído ao sistema. Finalmente, o filtro utilizado foi o BFCN-1445+, em que apenas frequências entre 1420-1470Mhz sofrem pouca redução, com uma perda por inserção de 2,23dB, na frequência de 1420,00 Mhz.¹³

Deste modo, foram criadas no total 4 placas PCB (respeitando as regras de construção de PCBs para radiofrequências, de modo a obter os melhores resultados), com 2 conectores SMA cada um. Admite-se que cada SMA leva a uma perda de 0,06dB na força do sinal. No entanto este valor é quase irrelevante, uma vez que todos os conectores SMA apresentam um total de 0,5dB de perda, valor desprezável, quando comparado ao ganho causado pelos LNA.

Concluindo:

$$G_{circuito} = 41,0dB; G_{sistema} = 55,0 - 58,0 dB$$

O coeficiente de ruído pode então ser calculado através da fórmula de Friis para ruído:

$$F_{total} = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} + \frac{F_3 - 1}{G_1 G_2} + \dots + \frac{F_n - 1}{G_1 G_2 \dots G_{n-1}}$$

onde os valores são dados através de rácios (e não decibéis). F representa os coeficientes de ruído de cada componente do sistema e G o ganho de cada componente. É evidente agora porque motivo é que um SDR pode ser usado para captar o sinal, mesmo tendo um coeficiente de ruído de 4-7dB. Como pode ser visto pela expressão, apenas o primeiro

¹¹ www.minicircuits.com

¹² Na frequência de 1,5GHz, valores testados pelo fabricante.

¹³ Valores calculados pelo fabricante.

amplificador é que tem um papel relevante no coeficiente de ruído total. No caso do nosso sistema:

$$F_1 = F_2 = 0,56 \text{ dB} = 10^{0,56/10} = 1,14 \text{ e } G_1 = G_2 = 21,6 = 10^{21,6/10} = 145$$

$$F_{total} = 1,14 = 1 \text{ dB}$$

Uma vez que estes valores são do fabricante (e devido a falta de equipamento para testar cada chip) espera-se que estes valores sejam “ideais” de mais. Assim, espera-se que o coeficiente de ruído total realístico esteja entre 1dB e 1,4dB ou um rácio de 1,26 a 1,38. É importante realçar que, embora o sistema reduza em 26-38% a força do sinal em relação ao ruído, este acaba por ser amplificado mais de trezentas mil vezes.

Infelizmente, não foi possível neste trabalho fazer testes completos de performance no circuito construído por falta de equipamento. Deste modo, apenas a teoria poderá funcionar como suporte.

Software Defined Radio

Como já realçado, a recolha e processamento digital dos dados será feito através de um módulo SDR, neste trabalho um RTL-SDR.¹⁴ Este apresenta um banda de frequência entre 10Mhz e 1,7Ghz (embora um *downconverter* possa ser também utilizado), com uma impedância de 50 Ohm e uma largura de banda de 2,4Mhz. Este valor é baixo demais para as observações desejadas (procura-se analisar numa largura de 4Mhz) e, por isso, para cada posição analisada do céu são precisas fazer duas iterações de recolha de dados de forma a resolver este problema.

GNU Radio

O GNU Radio é uma ferramenta open-source que permite, através de fluxogramas, receber, filtrar, calibrar e até fazer cálculos com o sinal que recebe, o que o torna ideal para este tipo de aplicação. O fluxograma utilizado, *spectrometer_w_cal.grc*, foi criado pelo projeto DSPIRA, tendo sido modificados alguns parâmetros. Este apresenta diversas partes que passarão a ser explicadas¹⁵.

No parte Input Stream é preciso ter em conta a taxa de amostragem, cujo máximo no módulo utilizado é 3,2MS/s. No entanto, este valor é muito instável e poderia comprometer a fidelidade das observações. Deste modo, usou-se 2,6 MS/s, o máximo valor estável para o RTL-SDR. O ganho interno do módulo foi colocado para 0.

Polyphase Filter e Spectrometer- Após o sinal ser recebido, estes dois blocos irão permitir analisar, finalmente, o sinal em concreto. O objetivo do espectrômetro é dividir a potência recebida em pequenas “caixas”, por unidade de frequência. Deste modo, quanto mais energia for recebida para uma determinada frequência num determinado intervalo de tempo, maior será o pico quando representado num gráfico. O bloco polyphase filter funciona como suporte ao seguinte, melhorando os resultados¹⁶. Para este passo, utiliza-se a Transformada Rápida de Fourier (FTT), que transforma a função de tempo numa de

¹⁴ Ver imagem 10

¹⁵ O ficheiro .grc foi anexado para poder ser explorado

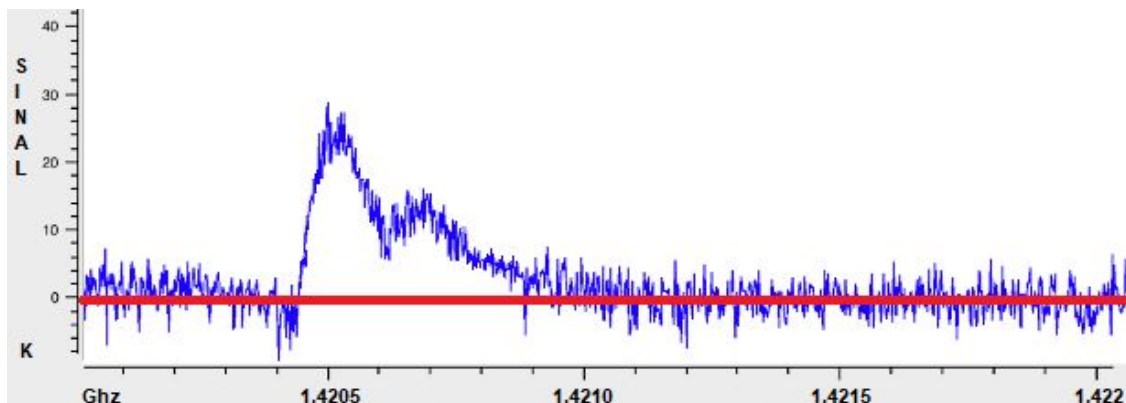
¹⁶ Edmund Lai, “*Practical Digital Signal Processing*”

frequência, uma vez que se considera que ao longo do tempo o sinal recebido é constante. O tamanho da FFT foi alterado de 4096 para 1024 “caixas”, para evitar a adição de erro devido a ruído. Assim, os dados estarão divididos em intervalos de ≈ 2 KHz. Ainda no Spectrometer, foi usado o bloco Complete to Magnitude², que multiplica os dados da FFT pelos seus conjugados complexos, convertendo-os para IR. A última parte deste mesmo bloco permite cancelar mais ruído, uma vez que calcula o sinal médio de várias iterações, integrando-as. O tempo escolhido para cada observação foi de 2 segundos.

A última parte serve, simplesmente, para criar a janela que apresenta os dados.

Para facilitar a recolha autónoma dos dados, além da janela de observação ter sido removida, ativou-se a definição que permite guardar os dados num ficheiro .csv, para futura análise e cálculo automático da velocidade relativa da massa de gás.

Eis aqui o resultado já calibrado de uma observação. A antena foi apontada para as seguintes coordenadas galácticas: latitude = (-6 ± 1) graus e longitude = (151 ± 1) graus.

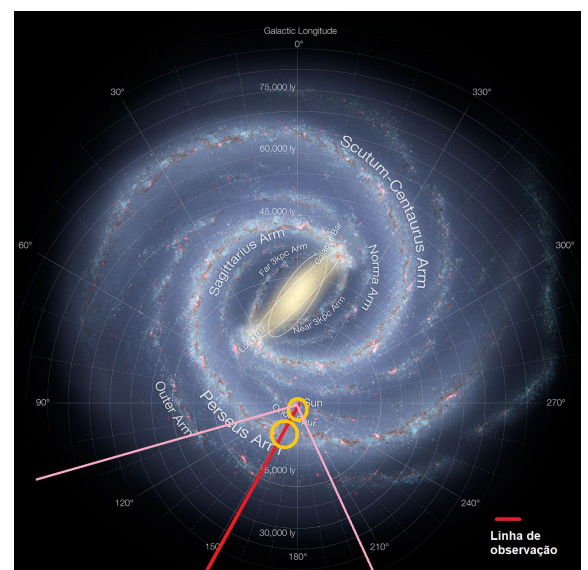


Um dos aspetos deste gráfico a realçar é o eixo das ordenadas, cuja escala está em Kelvin. Uma vez que a FFT descreve a potência por unidade de frequência (W/Hz) esperaria-se que esta fosse a escala dos resultados. No entanto, em astronomia, é utilizada uma escala de temperatura, em Kelvin. Mais especificamente, a temperatura que uma resistência (neste caso de 50 Ohm) iria gerar caso fosse aplicada uma potência com o mesmo valor que a antena está a receber¹⁷.

Análise elementar do gráfico obtido

A primeira coisa que se observa imediatamente ao olhar para o gráfico é que há um pico, e logo depois um outro, com menos amplitude. Além disso, é possível observar que o sinal sofreu um desvio para o azul, logo a massa de gás está a aproximar-se de nós, ou nós a aproximar-nos dela. Mas, voltando ao dois picos, tal sugere que existe uma enorme quantidade de gás,

¹⁷ Condon, *Essential Radio Astronomy*, capítulo 3.6



depois um espaço com ausência de HI, e novamente mais gás. Como isto continua a acontecer para outras longitudes, é possível afirmar que a galáxia tem uma estrutura de “braços” curvos com pelo menos 2 destes, tal como é possível observar na imagem lateral acima. A linha vermelha representa a direção para o qual a observação foi feita, as duas circunferências amarelas representam as duas massas observadas de HI e as linhas rosa o campo de visão nos quais a informação recolhida é válida - o nosso campo de observação.

Recolha de dados-Ângulos

Antes de se desenvolver esta parte, convém referir alguns aspetos importantes para a observação: assumiu-se que a movimento da massa de gás é uniforme, que a energia emitida ao longo do tempo é também constante, e (de forma a simplificar a trigonometria) que a galáxia se encontra num plano bidimensional, daí ser usada latitude=0°.

Além disso, embora se possa utilizar os métodos trigonométricos descritos a seguir entre longitudes de -90° a 90°, alguns problemas reduzem os ângulos possíveis de observação da longitude para ≈25° a ≈75°. Visto estarmos no hemisfério norte, os ângulos menores que 0° foram excluídos. Além disso, próximo do centro da galáxia, deixa de ser possível considerar que o movimento

das massas de gás é circular uniforme. Para ângulos próximos de 90°, uma vez que a diferença entre a distância do planeta Terra ao centro da galáxia e das massas de HI, o desvio observado não se deverá tanto ao movimento da massa de gás como um todo, mas sim a diferenças de velocidade mais locais e específicos. A tabela acima mostra, para

Latitude (graus)	Longitude (graus)	Right Ascencion (graus)	Declination (graus)	Right Ascencion (h/m/s)
0	25	279.224	-7.055	18h36m54s
0	35	283.803	1.840	18h55m13s
0	45	288.428	10.724	19h13m43s
0	55	293.333	19.535	19h33m20s
0	65	298.803	28.198	19h55m13s
0	75	305.229	36.606	20h20m55s

cada longitude (reforçando mais uma vez, no sistema de coordenadas galáticas), os valores da *right ascension* (tanto em graus como em horas/minutos/segundos) e da *declination*¹⁸ das longitudes observadas.

Efeito Doppler

Visto ser conhecida a frequência que o HI emite com precisão (1,420,405,751.7667 ±0.0009 Hz mais especificamente), o efeito de Doppler pode ser usado para calcular a velocidade relativa da massa de gás em relação ao planeta. Para isto utiliza-se a fórmula:

$$\Delta f = \frac{\Delta v}{c} f_0$$

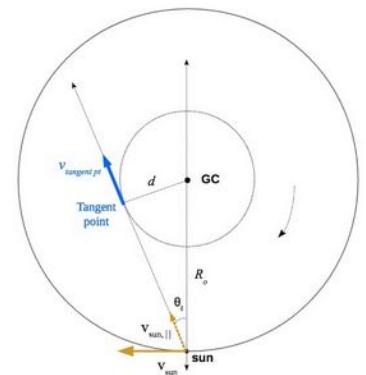
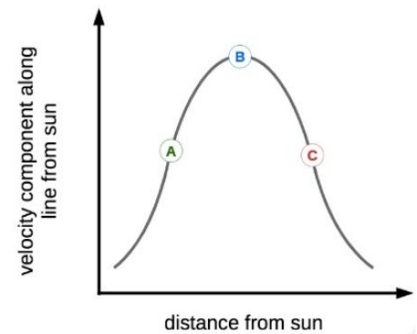
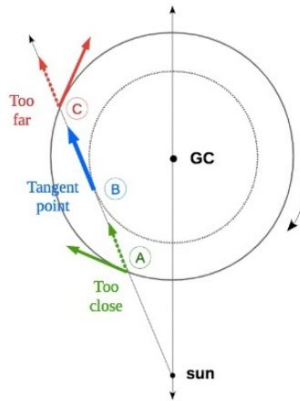
Onde c representa a velocidade da luz no vácuo e f_0 representa a frequência emitida.

Pontos de Tangência e trigonometria

Como visto no gráfico apresentado anteriormente, uma grande variedade de frequências sofreu desvio (tanto para o vermelho para o azul), o que significa que estão a

¹⁸ Valores determinados usando a biblioteca para Python Astropy.coordinates

ser observados diferentes massas gasosas, a diferentes velocidades. Como o objetivo é calcular a velocidade em função da distância ao núcleo, isto torna-se problemático. No entanto, para ângulos entre -90° e 90° e se a velocidade angular não aumentar mais do que uma função linear de distância (o que explica porque é que para longitudes próximas do centro da galáxia não se pode utilizar este método) é possível determinar qual a frequência que deve ser utilizada. A imagem lateral¹⁹ explica o conceito. O ponto com maior relativa velocidade (maior desvio observado) é o que está alinhado com a nossa linha de vista, ou seja, o ponto de tangência em relação ao Sol (B, na imagem). Isto acontece uma vez que, uma vez quanto mais/menos próximos estes pontos estão próximos de nós, menor será o efeito de Doppler, uma vez que a velocidade relativa em relação a nós será menor. Além disso, o ponto de tangência é ponto mais perto do centro da galáxia, na nossa linha de vista. Esta distância pode ser calculada, então, com simples trigonometria. A velocidade do ponto de tangência ao centro da galáxia corresponde à soma da velocidade deste em relação ao Sol (que é calculado através do efeito Doppler) com a velocidade de rotação do Sol em relação ao centro da Via Láctea.



Como é possível ver pela imagem,

$$v_{\text{pontoTangência/CentroGaláxia}} = v_{\text{observada}} + v_{\text{sol}} * \sin(\theta_l)$$

Além disso,

$$d = R_0 * \sin(\theta_l)$$

Ora, a velocidade do sol, é um dado para o qual não foi possível obter nenhuma referência que tivesse estudado este valor. Deste modo, foi assumido que $v_{\text{sol}} \approx 200 \text{ km/s}$.²⁰ Além disso considerou-se também que a distância do Sol ao centro da galáxia é constante ao longo das observações e que apresenta um valor de 8,17 kpc.

Dados das observações

Para controlo, através do switch trocou-se a recolha de dados da antena para a resistência de 50 Ohm, o que, como esperado, não apresentou nenhum resultado. Apenas ruído.

¹⁹ As duas imagens laterais foram obtidas através do projeto DSPIRA, e estão disponíveis online, no módulo *classroom astronomy resources*

²⁰ Valor obtido no website da NASA: <https://solarsystem.nasa.gov/solar-system/sun/in-depth/>

Longitude (graus)	Distância ao Centro da Galáxia (d) (kpc)	Velocidade Relativa (km/s)	Velocidade do Sol em relação ao ponto de tangência (km/s)	Velocidade do pontoTangência em relação ao Centro da Galáxia (km/s)
0	0	0	0	0
25	3.5	115.5	85	201
35	4.7	108.4	115	223
45	5.8	69.8	141	211
55	6.7	67.2	163	230
65	7.4	49.1	181	230
75	7.9	22.2	193	215

Embora estes resultados possam parecer satisfatórios não se levou em conta a velocidade da Terra em relação ao Sol, cerca de 30km/s, levando a um grande erro nos resultados finais. Recordando o gráfico obtido, o primeiro pico observado era devido a gás presente perto do sistema solar, no nosso braço da galáxia. Deste modo, pode-se afirmar que a velocidade do Sol em relação a este gás será relativamente semelhante (embora não o seja completamente). Usando o efeito de Doppler, mais uma vez, é possível então calcular a velocidade relativa da Terra ao Sol e subtrair ao resultado obtido anteriormente. Assim:

Longitude (graus)	Velocidade do pontoTangência em relação ao Centro da Galáxia (km/s)	Velocidade da Terra estimada em relação ao sol (km/s)	(km/s) Velocidade ajustada
0	0	0	0
25	201	16	185
35	223	15	208
45	211	13	198
55	230	11	219
65	230	8	222
75	215	5	210

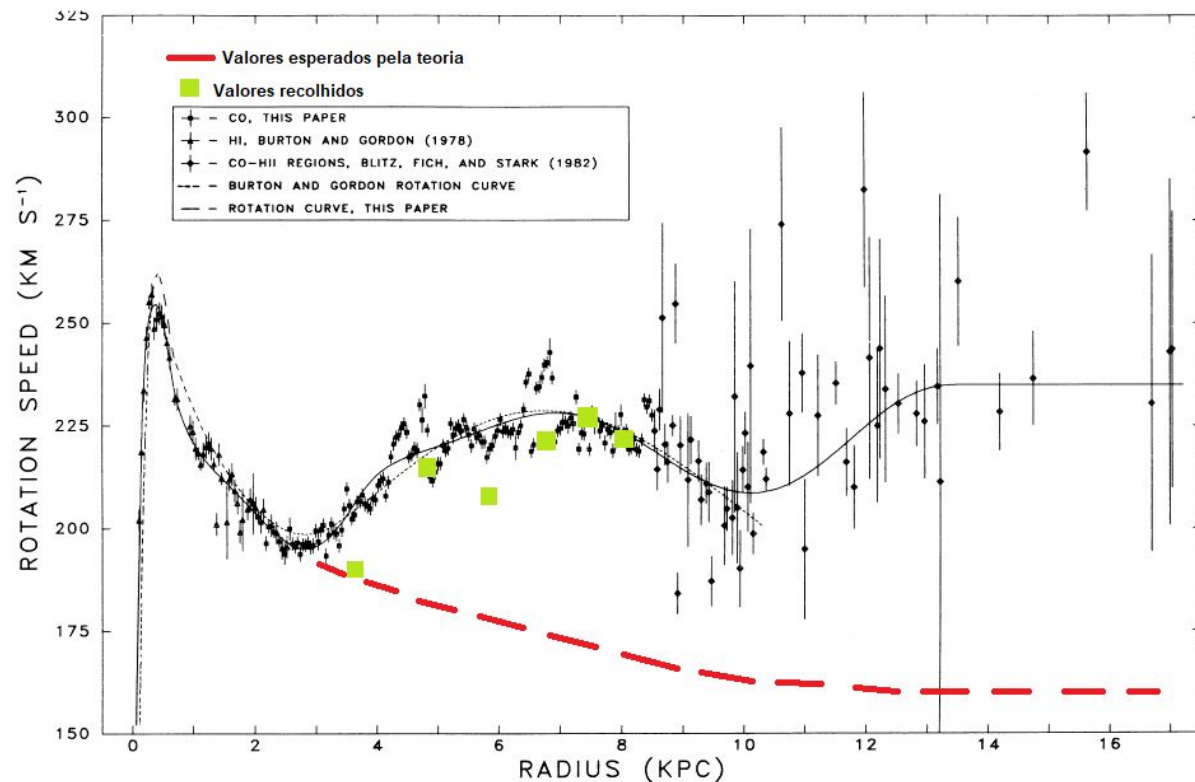
Conclusão

Abaixo estão representados os resultados num gráfico²¹, juntamente com alguns dos estudos já realizados, para efeitos de comparação.

Como já referido, os valores obtidos teriam um erro de ± 30 km/s, no entanto foi possível reduzir este valor. Face à falta de meios para obter melhores resultados acerca da rotação da terra em relação ao Sol, é impossível obter com certeza qual é a margem de erro para cada observação. Que é mais baixo do que 30 km/s isso é certo, quantitativamente é que é impossível de determinar. Embora outros erros possam também alterar os resultados (ao usar o efeito de Doppler na FTT, é apresentado um erro de ± 2 km/s, por exemplo),

²¹Prof. Dale E. Gary, NJIT, Astrophysics II: Lecture #19

estes, no final, acabam por ser irrelevantes face ao erro apresentado pelo movimento da Terra.



É de valor também referir que os valores observados não estão de acordo com a teoria de Kepler. Segundo este, a velocidade de rotação da galáxia deveria de diminuir, tal como uma função raiz, ao aumentar a distância ao centro da galáxia. Como é possível ver pelas observações efetuadas neste trabalho (e de acordo com outras observações de autoridades astronómicas) tal não corresponde à realidade. Este é dos motivos pelos quais os (alguns) físicos pensam que deverá existir uma enorme quantidade de massa nos braços espirais da nossa galáxia, então chamada de matéria escura.

Bibliografia

Ewan, H. I.; Purcell, E. M. (1951).
"Observation of a line in the galactic radio spectrum"

Guardiola, Marta (2012) : "Fabrication and Measurement of Homemade Standard Antennas"

KTonix, "Using Two Tri-Axis Accelerometers for Rotational Measurements"

Helmuth Hellwig; et al. (1970). "Measurement of the unperturbed hydrogen hyperfine transition frequency"

The GRAVITY Collaboration, (2019). "A geometric distance measurement to the Galactic center black hole with 0.3% uncertainty"