Aufgabe: Berechne die Inverse von $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$.

I	2	1	3	1	0	0
$\mathrm{I}' = \frac{1}{2}\cdot\mathrm{I}$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0
II	4	5	6	0	1	0
$-4\cdot\mathrm{I}'$	-4	-2	-6	-2	0	0
III	7	8	9	0	0	1
$-7\cdot\mathrm{I}'$	-7	$-\frac{7}{2}$	$-\frac{21}{2}$	$-\frac{7}{2}$	0	0
$\mathrm{II}' = \mathrm{II} - 4\mathrm{I}'$	0	3	0	-2	1	0
$\mathrm{II}'' = \frac{1}{3}\cdot\mathrm{II}'$		1	0	$-\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	0
$\mathrm{III}' = \mathrm{III} - 7\mathrm{I}'$	0	$\frac{9}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{7}{2}$	0	1
$-\frac{9}{2}\cdot\mathrm{II}''$		$-\frac{9}{2}$	0	3	$-\frac{3}{2}$	0
$\mathrm{III}'' = \mathrm{III}' - \frac{9}{2}\mathrm{II}''$	0	0	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$	1
$\mathrm{III}''' = -\frac{2}{3}\mathrm{III}''$			1	$\frac{1}{3}$	1	$-\frac{2}{3}$

I'	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0
$-\frac{3}{2}\mathrm{III}'''$	0	0	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$	1
II''	0	1	0	$-\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	0
$-0\cdot\mathrm{III}'''$	0	0	0	0	0	0
III'''	0	0	1	$\frac{1}{3}$	1	$-\frac{2}{3}$
$\mathrm{I}'' = \mathrm{I}' - \frac{3}{2}\mathrm{III}'''$	1	$\frac{1}{2}$	0	0	$-\frac{3}{2}$	1
$-\frac{1}{2}\cdot\mathrm{II}'''$	0	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{6}$	0
$\mathrm{II}''' = \mathrm{II}'' - 0\cdot\mathrm{III}'''$	0	1	0	$-\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	0
$\mathrm{I}''' = \mathrm{I}'' - \frac{1}{2}\mathrm{II}'''$	1	0	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{5}{3}$	1

$$
\begin{array}{l}
\mathrm{I}''' \\
\mathrm{II}''' \\
\mathrm{III}'''
\end{array}
\underbrace{\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}}_{E_3}
\;\Bigg|\;
\underbrace{\begin{array}{ccc} \frac{1}{3} & -\frac{5}{3} & 1 \\ -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ \frac{1}{3} & 1 & -\frac{2}{3} \end{array}}_{A^{-1}}
$$

Lösung: $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{5}{3} & 1 \\ -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ \frac{1}{3} & 1 & -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$

Probe:

$$\begin{array}{cc} & \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{5}{3} & 1 \\ -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ \frac{1}{3} & 1 & -\frac{2}{3} \end{pmatrix} = A^{-1} \\ A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

✓