

## 《MATLAB 语言与应用》实验课程任务书

### 一、 实验教学目标与基本要求

上机实验是本课程重要的实践教学环节；实验的目的不仅仅是验证理论知识，更重要的是通过上机实验，加强学生的实验手段与实践技能，掌握应用 MATLAB 语言求解问题的方法，培养学生分析问题、解决问题、应用知识的能力和创新精神，全面提高学生的综合素质。

上机实验共 8 学时。主要实验内容是基于理论课所学知识对课后典型习题进行 MATLAB 求解，基本掌握常见数学问题的求解方法与命令调用，更深入地认识和了解 MATLAB 语言强大的计算功能。

上机实验最终以书面报告的形式提交，并作为期末成绩考核内容的一部分。

### 二、 实验内容（8 学时）

#### 实验准备：

安装 MATLAB 软件，应用 demo 命令了解主要功能，参考 help 命令内容，熟悉基本功能。

#### 第一部分 MATLAB 语言编程、科学绘图与基本数学问题求解（4 学时）

主要内容：掌握 MATLAB 语言编程基础、科学绘图方法、微积分问题、线性代数问题等基本数学问题的求解与应用。

##### 1、用 MATLAB 语句输入矩阵 $A$ 和 $B$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1+4j & 2+3j & 3+2j & 4+1j \\ 4+1j & 3+2j & 2+3j & 1+4j \\ 2+3j & 3+2j & 4+1j & 1+4j \\ 3+2j & 2+3j & 4+1j & 1+4j \end{bmatrix}$$

前面给出的是  $4 \times 4$  矩阵，如果给出  $A(5,6) = 5$  命令将得出什么结果？

2、假设已知矩阵  $A$ ，试给出相应的 MATLAB 命令，将其全部偶数行提取出来，赋给  $B$  矩阵，用  $A = \text{magic}(8)$  命令生成  $A$  矩阵，用上述命令检验一下结果是不是正确。

3、用数值方法可以求出  $S = \sum_{i=0}^{63} 2^i = 1 + 2 + 4 + 8 + \cdots + 2^{62} + 2^{63}$ ，试不采用循环的形式求出和式的

数值解。由于数值方法是采用 double 形式进行计算的，难以保证有效位数字，所以结果不一定精确。试采用运算的方法求该和式的精确值。

4、选择合适的步距绘制出下面的图形。

(1)  $\sin(1/t)$ ，其中  $t \in (-1, 1)$ ； (2)  $\sin(\tan t) - \tan(\sin t)$ ，其中  $t \in (-\pi, \pi)$ 。

5、试绘制出二元函数  $z = f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{(1-x)^2 + y^2}} + \frac{1}{\sqrt{(1+x)^2 + y^2}}$  的三维图和三视图。

6、试求出如下极限。

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} (3^x + 9^x)^{\frac{1}{x}}; \quad (2) \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{xy}{\sqrt{xy+1}-1}; \quad (3) \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{1 - \cos(x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2)e^{x^2 + y^2}}.$$

7、已知参数方程  $\begin{cases} x = \ln \cos t \\ y = \cos t - t \sin t \end{cases}$ ，试求出  $\frac{dy}{dx}$  和  $\frac{d^2y}{dx^2} \Big|_{t=\pi/3}$ 。

8、假设  $f(x, y) = \int_0^{xy} e^{-t^2} dt$ ，试求  $\frac{x}{y} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ 。

9、试求出下面的极限。

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{2^2 - 1} + \frac{1}{4^2 - 1} + \frac{1}{6^2 - 1} + \cdots + \frac{1}{(2n)^2 - 1} \right];$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} n \left( \frac{1}{n^2 + \pi} + \frac{1}{n^2 + 2\pi} + \frac{1}{n^2 + 3\pi} + \cdots + \frac{1}{n^2 + n\pi} \right).$$

10、试求出以下的曲线积分。

$$(1) \int_l (x^2 + y^2) ds, \quad l \text{ 为曲线 } x = a(\cos t + t \sin t), \quad y = a(\sin t - t \cos t),$$

$$(0 \leq t \leq 2\pi).$$

$$(2) \int_l (yx^3 + e^y) dx + (xy^3 + xe^y - 2y) dy, \quad \text{其中 } l \text{ 为 } a^2 x^2 + b^2 y^2 = c^2 \text{ 正向上半椭圆}.$$

11、试求出 Vandermonde 矩阵  $A = \begin{bmatrix} \mathbf{a}^4 & \mathbf{a}^3 & \mathbf{a}^2 & \mathbf{a} & 1 \\ \mathbf{b}^4 & \mathbf{b}^3 & \mathbf{b}^2 & \mathbf{b} & 1 \\ \mathbf{c}^4 & \mathbf{c}^3 & \mathbf{c}^2 & \mathbf{c} & 1 \\ \mathbf{d}^4 & \mathbf{d}^3 & \mathbf{d}^2 & \mathbf{d} & 1 \\ \mathbf{e}^4 & \mathbf{e}^3 & \mathbf{e}^2 & \mathbf{e} & 1 \end{bmatrix}$  的行列式，并以最简的形式显示

结果。

12、试对矩阵  $A = \begin{bmatrix} -2 & 0.5 & -0.5 & 0.5 \\ 0 & -1.5 & 0.5 & -0.5 \\ 2 & 0.5 & -4.5 & 0.5 \\ 2 & 1 & -2 & -2 \end{bmatrix}$  进行 Jordan 变换，并得出变换矩阵。

13、试用数值方法和解析方法求取下面的 Sylvester 方程，并验证得出的结果。

$$\begin{bmatrix} 3 & -6 & -4 & 0 & 5 \\ 1 & 4 & 2 & -2 & 4 \\ -6 & 3 & -6 & 7 & 3 \\ -13 & 10 & 0 & -11 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 3 & 4 \end{bmatrix} X + X \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -2 & -9 & 2 \\ -2 & -1 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 4 & 1 & 2 \\ 5 & -6 & 1 \\ 6 & -4 & -4 \\ -6 & 6 & -3 \end{bmatrix}$$

14、假设已知矩阵  $A$  如下，试求出  $e^{At}$ ， $\sin At$ ， $e^{At} \sin(A^2 e^{At} t)$ 。

$$A = \begin{bmatrix} -4.5 & 0 & 0.5 & -1.5 \\ -0.5 & -4 & 0.5 & -0.5 \\ 1.5 & 1 & -2.5 & 1.5 \\ 0 & -1 & -1 & -3 \end{bmatrix}$$

## 第二部分 数学问题求解与数据处理（4 学时）

主要内容：掌握代数方程与最优化问题、微分方程问题、数据处理问题的 MATLAB 求解方法。

15、对下列的函数  $f(t)$  进行 Laplace 变换。

$$(1) f_a(t) = \frac{\sin \alpha t}{t}; (2) f_b(t) = t^5 \sin \alpha t; (3) f_c(t) = t^8 \cos \alpha t。$$

16、对下面的  $F(s)$  式进行 Laplace 反变换。

$$(1) F_a(s) = \frac{1}{\sqrt{s^2}(s^2 - a^2)(s + b)}; (2) F_b(s) = \sqrt{s - a} - \sqrt{s - b}; (3) F_c(s) = \ln \frac{s - a}{s - b}。$$

17、试求出下面函数的 Fourier 变换，对得出的结果再进行 Fourier 反变换，观察是否能得出原来函数。

$$(1) f(x) = x^2(3\pi - 2|x|), 0 \leq x \leq 2\pi; (2) f(t) = t^2(t - 2\pi)^2, 0 \leq t \leq 2\pi。$$

18、请将下述时域序列函数  $f(kT)$  进行 Z 变换，并对结果进行反变换检验。

$$(1) f_a(kT) = \cos(kaT); (2) f_b(kT) = (kT)^2 e^{-akT}; (3) f_c(kT) = \frac{1}{a}(akT - 1 + e^{-akT})。$$

19、用数值求解函数求解下述一元和二元方程的根，并对得出的结果进行检验。

$$(1) f(x) = e^{-(x+1)^2 + \pi/2} \sin(5x+2); (2) f(x, y) = (x^2 + y^2 + xy)e^{-x^2 - y^2 - xy}。$$

20、试求出使得  $\int_0^1 (e^x - cx)^2 dx$  取得极小值的  $c$  值。

21、试求解下面的非线性规划问题。

$$\min e^{x_1} (4x_1^2 + 2x_2^2 + 4x_1x_2 + 2x_2 + 1)$$

$$\mathbf{x} \quad \text{s.t.} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 0 \\ -x_1 x_2 + x_1 + x_2 \geq 1.5 \\ x_1 x_2 \geq -10 \\ -10 \leq x_1, x_2 \leq 10 \end{cases}$$

22、 求解下面的整数线性规划问题。

$$\max (592x_1 + 381x_2 + 273x_3 + 55x_4 + 48x_5 + 37x_6 + 23x_7)$$

$$\mathbf{x} \quad \text{s.t.} \quad \begin{cases} x \geq 0 \\ 3534x_1 + 2356x_2 + 1767x_3 + 589x_4 + 528x_5 + 451x_6 + 304x_7 \leq 119567 \end{cases}$$

23、 试求出微分方程  $\ddot{y}(x) - (2 - \frac{1}{x})\dot{y}(x) + (1 - \frac{1}{x})y(x) = x^2 e^{-5x}$  的解析解通解，并求出满足边界条件  $y(1) = \pi, y(\pi) = 1$  的解析解。

24、 试求出下面微分方程的通解。

$$(1) \quad \ddot{x}(t) + 2t\dot{x}(t) + t^2 x(t) = t + 1; \quad (2) \quad \dot{y}(x) + 2xy(x) = xe^{-x^2}.$$

25、 考虑著名的 Rössler 化学反应方程组  $\begin{cases} \dot{x} = -y - z \\ \dot{y} = x + ay \\ \dot{z} = b + (x - c)z \end{cases}$ ，选定  $a = b = 0.2$ ， $c = 5.7$ ，且

$x_1(0) = x_2(0) = x_3(0)$ ，绘制仿真结果的三维相轨迹，并得出其在  $x$ - $y$  平面上的投影。在实际求解中建议将  $a, b, c$  作为附加参数，同样的方程若设  $a = 0.2$ ， $b = 0.5$ ， $c = 10$  时，绘制出状态变量的二维图和三维图。

26、 试选择状态变量，将下面的非线性微分方程组转换成一阶显式微分方程组，并用 MATLAB 对其求解，绘制出解的相平面或相空间曲线。

$$\begin{cases} \ddot{x} = -x - y - (3\dot{x})^2 + (\dot{y})^3 + 6\ddot{y} + 2t \\ y^{(3)} = -\ddot{y} - \dot{x} - e^{-x} - t \\ x(1) = 2, \dot{x}(1) = 4 \\ y(1) = -2, \dot{y}(1) = 7, \ddot{y}(1) = 6 \end{cases}$$

27、 考虑简单的线性微分方程  $y^{(4)} + 5y^{(3)} + 6\ddot{y} + 4\dot{y} + 2y = e^{-3t} + e^{-5t} \sin(4t + \pi/3)$ ，且方程的初值为  $y(0) = 1$ ， $\dot{y}(0) = \ddot{y}(0) = 1/2$ ， $y^{(3)}(0) = 0.2$ ，试用 Simulink 搭建起系统的仿真模型，并绘制出仿真结果曲线。

28、 用  $y(t) = t^2 e^{-5t} \sin t$  生成一组较稀疏的数据，并用一维数据插值的方法对给出的数据进行曲线拟合，并将结果与理论曲线相比较。