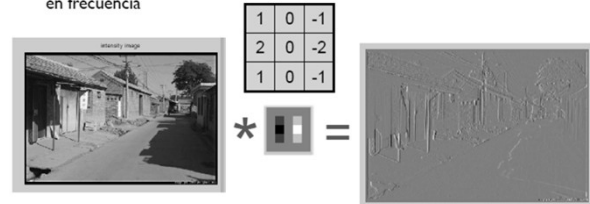


Operadores en Frecuencia

Operadores en frecuencia

- Operadores en frecuencia → Mediante el teorema de la convolución existen una dualidad entre los operadores en el espacio y los operadores en frecuencia



¿Qué es procesamiento de imágenes?

- El procesamiento de imágenes es el proceso computacional mediante el cual se transforma una o mas imágenes de entrada en una imagen de salida, con el fin:

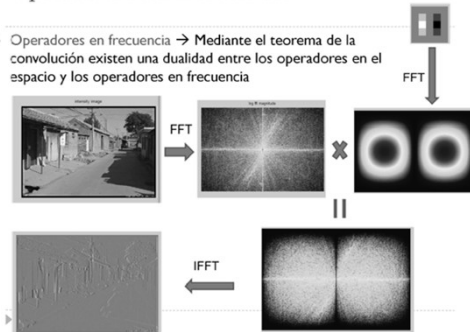
- Mejorar la imagen para su visualización por un ser humano
- Facilitar la interpretación por una computadora

- Transformaciones comunes en PI
- Operadores puntuales
 - Operadores espaciales
 - Operadores en frecuencia
 - Operadores espaciales no lineales
 - Operadores en escala



Operadores en frecuencia

- Operadores en frecuencia → Mediante el teorema de la convolución existen una dualidad entre los operadores en el espacio y los operadores en frecuencia



Operadores en frecuencia

- Operadores en frecuencia
- Remoción de DC
 - Filtro pasa bajo
 - Filtro pasa alto

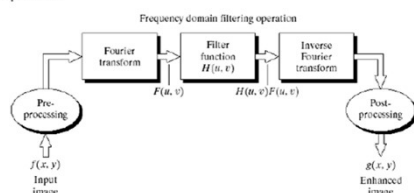


FIGURE 4.5 Basic steps for filtering in the frequency domain.

Operadores en frecuencia

- Operadores en frecuencia → ¿Por qué utilizarlos?

Dominio espacial (u,v)

Dominio de la frecuencia (w)

$$g(u,v) = f(u,v) * h(u,v) \longleftrightarrow G(m,n) = F(m,n)H(m,n)$$

$$g(u,v) = f(u,v)h(u,v) \longleftrightarrow G(m,n) = F(m,n) * H(m,n)$$

- Por lo tanto una operación espacial se relaciona con una en frecuencia

$$g(u,v) = f(u,v) * h(u,v)$$

$$G(m,n) = F(m,n) \times H(m,n)$$

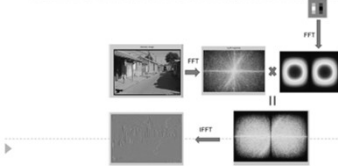
Complejidad computacional

- FFT → $O(N \log(N))$
- Conv → $O(KN^2)$
- $N = \text{\#Píxeles}$
- $K = \text{\#Píxeles ventana}$

Operadores en frecuencia

Operadores en frecuencia → Teorema de convolución

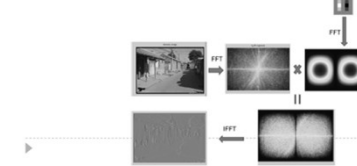
1. Transformar la imagen I al espacio de frecuencias y conservar su parte real e imaginaria
2. Transformar la matriz de filtrado al espacio de frecuencias con el mismo tamaño de la imagen. Conservar su parte real y la parte imaginaria.
3. Multiplicar punto a punto las dos transformadas de Fourier
4. Realizar la conversión inversa del espacio de frecuencia a tiempo



Operadores en frecuencia

Operadores en frecuencia → Cambio de magnitud

1. Transformar la imagen I al espacio de frecuencias y conservar su parte real e imaginaria
2. Crear una máscara de filtrado y aplicar a la magnitud del espectro. Multiplicación punto a punto.
3. Juntar magnitud (manipulada) y fase
4. Realizar la conversión inversa del espacio de frecuencia a tiempo



Operadores en frecuencia

Operadores en frecuencia

- Remoción de DC (Notch Filter)
- Filtro pasa bajo
- Filtro pasa alto

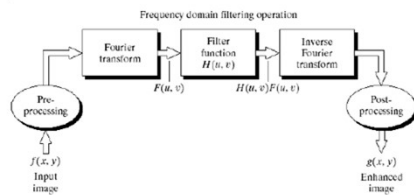
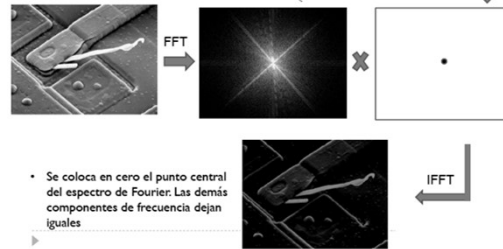


FIGURE 4.5 Basic steps for filtering in the frequency domain.

Operadores en frecuencia

Remoción de DC (Notch filter) → Remueve el valor promedio de la imagen

$$H(u,v) = \begin{cases} 0 & \text{if } (u,v) = (M/2, N/2) \\ 1 & \text{otherwise.} \end{cases}$$



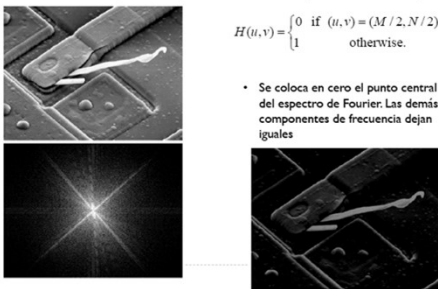
- Se coloca en cero el punto central del espectro de Fourier. Las demás componentes de frecuencia dejan iguales

Operadores en frecuencia

Remoción de DC (Notch filter) → Remueve el valor promedio de la imagen

$$H(u,v) = \begin{cases} 0 & \text{if } (u,v) = (M/2, N/2) \\ 1 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

- Se coloca en cero el punto central del espectro de Fourier. Las demás componentes de frecuencia dejan iguales



Operadores en frecuencia

Operadores en frecuencia

- Remoción de DC (Notch Filter)
- Filtro pasa-bajos
- Filtro pasa-altos

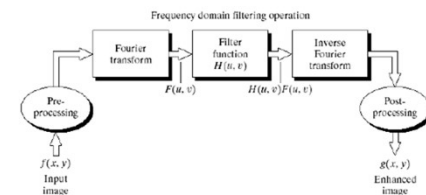
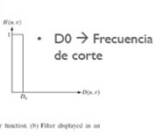
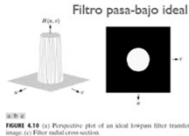
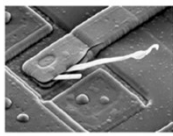


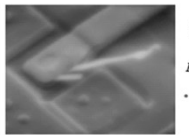
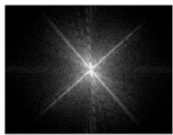
FIGURE 4.5 Basic steps for filtering in the frequency domain.

Operadores en frecuencia

- Filtro pasa-bajo → Atenúa valores altos de frecuencia...Efecto de suavizado



- $D_0 \rightarrow$ Frecuencia de corte



$$H(u,v) = \begin{cases} 1 & \text{if } D(u,v) \leq D_0 \\ 0 & \text{if } D(u,v) > D_0 \end{cases}$$

$$D(u,v) = \left[(u - M/2)^2 + (v - N/2)^2 \right]^{1/2}$$

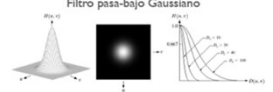
- En un filtro pasa-bajo ideal se eliminan valores altos de frecuencia...mayores a D_0

Operadores en frecuencia

- Filtro pasa-bajo → Atenúa valores altos de frecuencia...Efecto de suavizado

- Ejemplo de filtro paso-bajos Gaussiano

$$H(u,v) = e^{-D^2(u,v)/2D_0^2}$$



Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.

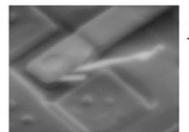
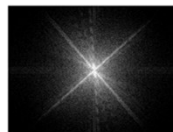
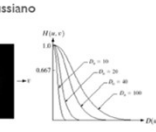
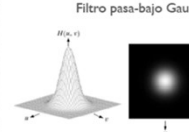
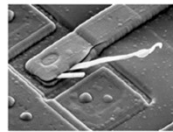
Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.



Operadores en frecuencia

- Filtro pasa-bajo → Atenúa valores altos de frecuencia...Efecto de suavizado

Filtro pasa-bajo Gaussiano



$$H(u,v) = e^{-D^2(u,v)/2D_0^2}$$

- La frecuencia D_0 de corte es aproximada... depende del sigma

Operadores en frecuencia

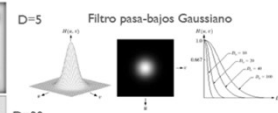
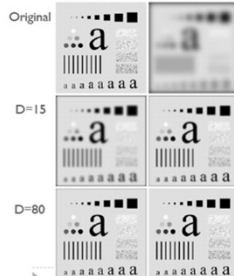
- Filtro pasa-bajo → Atenúa valores altos de frecuencia...Efecto de suavizado

- Ejemplo de filtro paso-bajos Gaussiano → Cambios en la frecuencia de corte



Operadores en frecuencia

- Filtro pasa-bajo → Atenúa valores altos de frecuencia...Efecto de suavizado

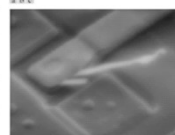
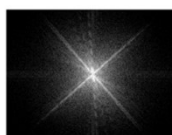
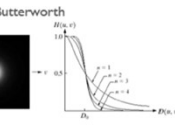
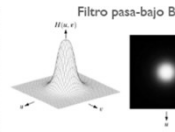
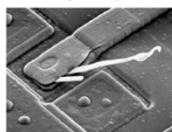


$$H(u,v) = e^{-D^2(u,v)/2D_0^2}$$

- La frecuencia D_0 de corte es aproximada... depende del sigma

¿Qué es procesamiento de imágenes?

- Filtro pasa-bajo → Atenúa valores altos de frecuencia...Efecto de suavizado

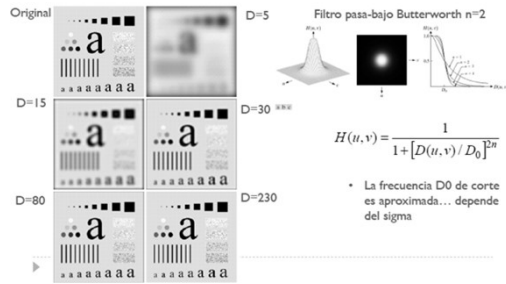


$$H(u,v) = \frac{1}{1 + [D(u,v)/D_0]^{2n}}$$

- La frecuencia D_0 de corte es aproximada... depende del parámetro n

Operadores en frecuencia

- Filtro pasa-bajo → Atenúa valores altos de frecuencia...Efecto de suavizado



Operadores en frecuencia

- Operadores en frecuencia
- Remoción de DC (*Notch Filter*)
 - Filtro pasa-bajos
 - Filtro pasa-altos

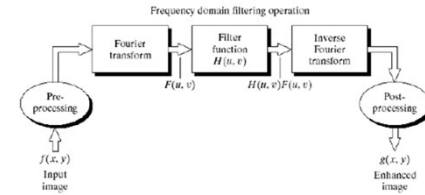
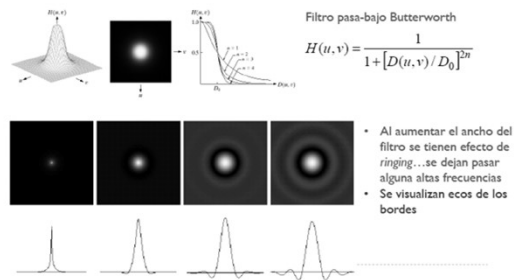


FIGURE 4.5 Basic steps for filtering in the frequency domain.

Operadores en frecuencia

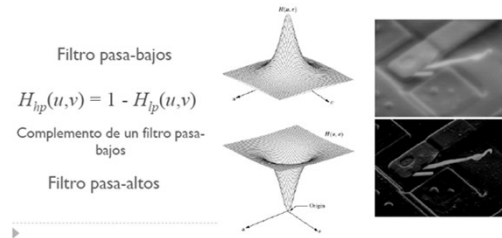
- Filtro pasa-bajo → Atenúa valores altos de frecuencia...Efecto de suavizado



Operadores en frecuencia

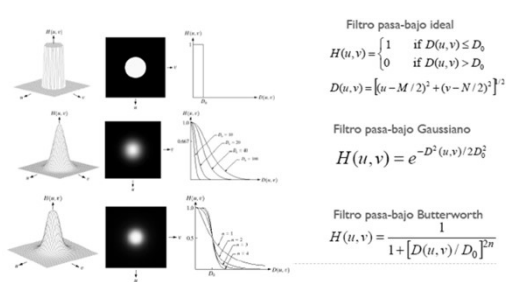
- Filtro pasa-altos → Atenúa valores bajos de frecuencia...Efecto de realce

- En un filtro pasa-altos ideal se eliminan valores bajos de frecuencia...menores a D_0



Operadores en frecuencia

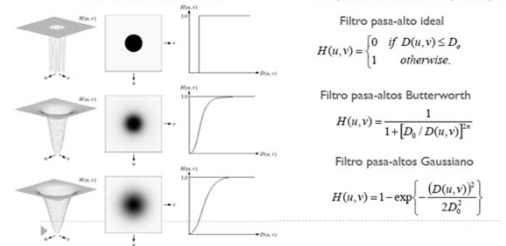
- Filtro pasa-bajo → Atenúa valores altos de frecuencia...Efecto de suavizado



Operadores en frecuencia

- Filtro pasa-altos → Atenúa valores bajos de frecuencia...Efecto de realce

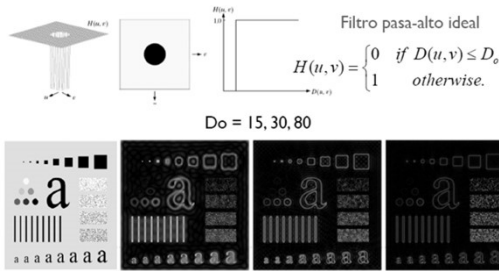
- En un filtro pasa-altos ideal se eliminan valores bajos de frecuencia...menores a D_0



Operadores en frecuencia

► Filtro pasa-altos → Atenúa valores bajos de frecuencia...Efecto de realce

- En un filtro pasa-altos ideal se eliminan valores bajos de frecuencia...menores a D_0



Operadores en frecuencia

► Filtro pasa-altos → Atenúa valores bajos de frecuencia...Efecto de realce

- En un filtro pasa-altos ideal se eliminan valores bajos de frecuencia...menores a D_0

$$H_{hp}(u,v) = 1 - H_{lp}(u,v)$$

Complemento de un filtro pasa-bajos

Filtro pasa-altos ideal

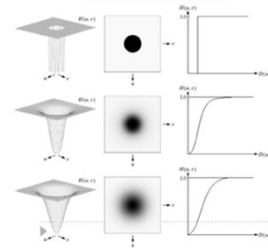
$$H(u,v) = \begin{cases} 0 & \text{if } D(u,v) \leq D_0 \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Filtro pasa-altos Butterworth

$$H(u,v) = \frac{1}{1 + [D_0 / D(u,v)]^{2n}}$$

Filtro pasa-altos Gaussiano

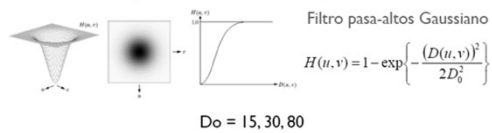
$$H(u,v) = 1 - \exp\left\{-\frac{(D(u,v))^2}{2D_0^2}\right\}$$



Operadores en frecuencia

► Filtro pasa-altos → Atenúa valores bajos de frecuencia...Efecto de realce

- En un filtro pasa-altos ideal se eliminan valores bajos de frecuencia...menores a D_0

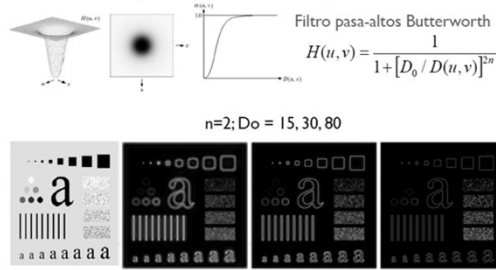


Imágenes Híbridas

Operadores en frecuencia

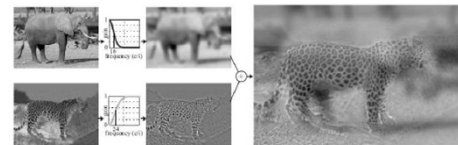
► Filtro pasa-altos → Atenúa valores bajos de frecuencia...Efecto de realce

- En un filtro pasa-altos ideal se eliminan valores bajos de frecuencia...menores a D_0



Imágenes híbridas

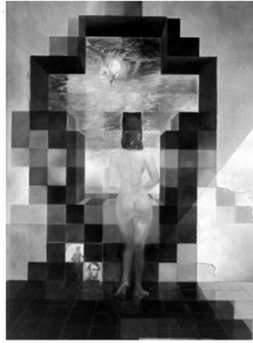
- Oliva et al en 2006 proponen la creación de imágenes híbridas → Una composición de imágenes de baja y alta frecuencia alineadas que al mirarla de cerca o de lejos cambian de apariencia.



• A. Oliva, A. Torralba, P.G. Schyns,
"Hybrid Images," SIGGRAPH 2006
<http://cvcl.mit.edu/hybridimage/>

Imágenes híbridas

- Imágenes Híbridas → Un ejemplo antiguo es la pintura de Dalí en el año 1796.
- Imagen original



Salvador Dalí
"Gala Contemplating the Mediterranean Sea,
which at 30 meters becomes the portrait
of Abraham Lincoln", 1976

Hybrid Images



Imágenes híbridas

- Imágenes Híbridas → Un ejemplo antiguo es la pintura de Dalí en el año 1796.
- Filtro pasa-bajos



Salvador Dalí
"Gala Contemplating the Mediterranean Sea,
which at 30 meters becomes the portrait
of Abraham Lincoln", 1976



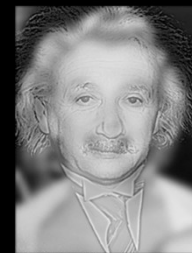
Copyright © 2007, Andre Oliva, MIT

Imágenes híbridas

- Imágenes Híbridas → Un ejemplo antiguo es la pintura de Dalí en el año 1796.
- Filtro pasa-altos



Salvador Dalí
"Gala Contemplating the Mediterranean Sea,
which at 30 meters becomes the portrait
of Abraham Lincoln", 1976



Copyright © 2007, Andre Oliva, MIT

