UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS
PRIMER CLAUSTRO UNIVERSITARIO DE COLOMBIA
SECCIONAL TUNJA

VIGILADA MINEDUCACIÓN - SNIES 1732

# Solución de sistemas de ecuaciones No lineales

## MÉTODO DE NEWTON RAPHSON MULTIVARIABLE

- Es un método iterativo.
- Necesita de valores iniciales.
- Usa las derivadas para aproximarse a la solución rápidamente.

# MÉTODO DE NEWTON RAPHSON MULTIVARIABLE

Serie de Taylor de 1er orden:

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + f'(x_i)(x_{i+1} - x_i)$$

## Solución de Sistemas de ENL

### MÉTODO DE NEWTON RAPHSON MULTIVARIABLE

Serie de Taylor de 1er orden:

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + f'(x_i)(x_{i+1} - x_i)$$

Para hallar la solución:

$$f(x_{i+1}) = 0$$

¡Siempre hacia lo alto!

## MÉTODO DE NEWTON RAPHSON MULTIVARIABLE

Serie de Taylor de 1er orden:

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + f'(x_i)(x_{i+1} - x_i)$$

Para hallar la solución:

$$f(x_{i+1}) = 0$$

Igualando:

$$0 = f(x_i) + f'(x_i)(x_{i+1} - x_i)$$

# Solución de Sistemas de ENL

## MÉTODO DE NEWTON RAPHSON MULTIVARIABLE

$$0 = f(x_i) + f'(x_i)(x_{i+1} - x_i)$$

Despejamos $x_{i+1}$:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)} \rightarrow \text{Newton Raphson}$$

¡Siempre hacia lo alto!

## MÉTODO DE NEWTON RAPHSON MULTIVARIABLE

Utiliza el desarrollo de Taylor para aproximar una función derivable en las proximidades de un punto.

Partimos de un sistema de la forma:

$$f_1(x_1 \ \dots \ x_n) = 0$$

$$\vdots$$

$$f_n(x_1 \ \dots \ x_n) = 0$$

Del cual se quiere hallar una solución.

# Solución de Sistemas de ENL

## MÉTODO DE NEWTON RAPHSON MULTIVARIABLE

La fórmula general es:

$$f(x) \approx f(x_0) + J\,(x - x_0)$$

¡Siempre hacia lo alto!

## MÉTODO DE NEWTON RAPHSON MULTIVARIABLE

La fórmula general es:

$$f(x) \approx f(x_0) + J\,(x - x_0)$$

Si $f(x) \approx 0,\ J(x - x_0) \approx -f(x_0)$

## MÉTODO DE NEWTON RAPHSON MULTIVARIABLE

La fórmula general es:

$$f(x) \approx f(x_0) + J\,(x - x_0)$$

Si $f(x) \approx 0, J(x - x_0) \approx -f(x_0)$

$$(x - x_0) \approx -\frac{f(x_0)}{J}$$

## MÉTODO DE NEWTON RAPHSON MULTIVARIABLE

La fórmula general es:

$$f(x) \approx f(x_0) + J\,(x - x_0)$$

Si $f(x) \approx 0, J(x - x_0) \approx -f(x_0)$

$$(x - x_0) \approx -\frac{f(x_0)}{J}$$

$$x \approx x_0 - \frac{f(x_0)}{J}$$

## MÉTODO DE NEWTON RAPHSON MULTIVARIABLE

Matriz Jacobiana: matriz cuadrada de orden nxn, donde n representa el número de ecuaciones y de incógnitas del sistema.

$$J_f = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_m}{\partial x_1} & \frac{\partial f_m}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_m}{\partial x_n} \end{pmatrix}$$

## MÉTODO DE NEWTON RAPHSON MULTIVARIABLE

Ejemplo 1:

$$\begin{cases} f_1(x,y) = (x-1)^2 + (y-3)^2 = 16 \\ f_2(x,y) = 2x - y = 5 \end{cases}$$

$x_0 = 5 \ , \quad y_0 = 4$

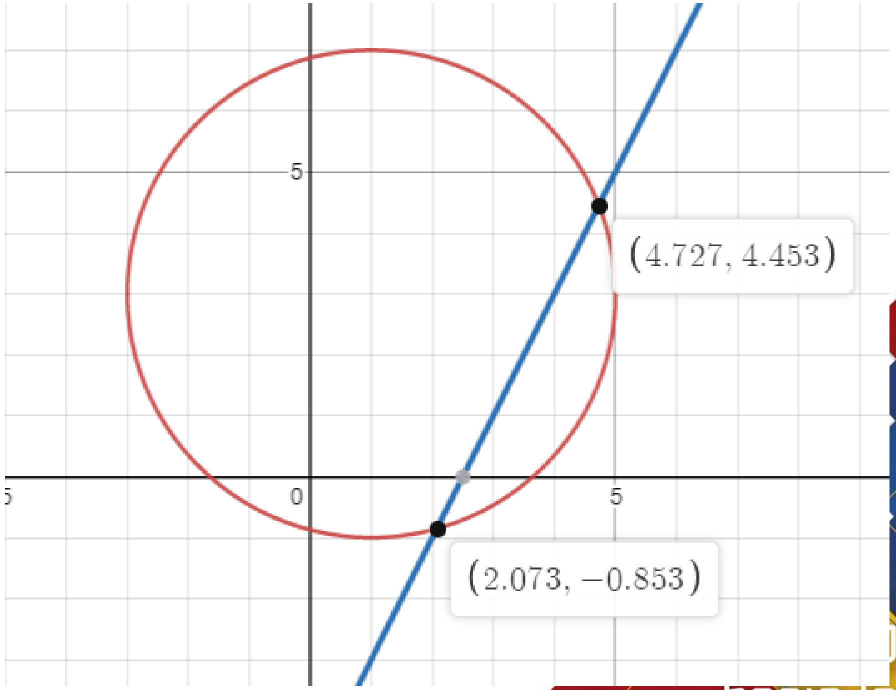
## Solución de Sistemas de ENL

### MÉTODO DE NEWTON RAPHSON MULTIVARIABLE

Ejemplo 1:

$$\begin{cases} f_1(x,y) = (x-1)^2 + (y-3)^2 = 16 \\ f_2(x,y) = 2x - y = 5 \end{cases}$$

$x_0 = 5, \quad y_0 = 4$




¡Siempre hacia lo alto!

## MÉTODO DE NEWTON RAPHSON MULTIVARIABLE

Ejemplo 1:

$$\begin{cases} f_1(x,y) = (x-1)^2 + (y-3)^2 = 16 \\ f_2(x,y) = 2x - y = 5 \end{cases}$$

$x_0 = 5, \quad y_0 = 4$

$$J_f = \begin{bmatrix} \frac{df_1}{dx} & \frac{df_1}{dy} \\ \frac{df_2}{dx} & \frac{df_2}{dy} \end{bmatrix}$$

## MÉTODO DE NEWTON RAPHSON MULTIVARIABLE

Ejemplo 1:

$$\begin{cases} f_1(x,y) = (x-1)^2 + (y-3)^2 = 16 \\ f_2(x,y) = 2x - y = 5 \end{cases}$$

$x_0 = 5$ , $y_0 = 4$

$$J_f = \begin{bmatrix} 2(x-1)(1) & \\ & \end{bmatrix}$$

## MÉTODO DE NEWTON RAPHSON MULTIVARIABLE

Ejemplo 1:

$$\begin{cases} f_1(x,y) = (x-1)^2 + (y-3)^2 = 16 \\ f_2(x,y) = 2x - y = 5 \end{cases}$$

$x_0 = 5, \quad y_0 = 4$

$$J_f = \begin{bmatrix} 2(x-1)(1) & 2(y-3)(1) \\ & \end{bmatrix}$$

## MÉTODO DE NEWTON RAPHSON MULTIVARIABLE

Ejemplo 1:

$$\begin{cases} f_1(x,y) = (x-1)^2 + (y-3)^2 = 16 \\ f_2(x,y) = 2x - y = 5 \end{cases}$$

$x_0 = 5, \quad y_0 = 4$

$$J_f = \begin{bmatrix} 2(x-1)(1) & 2(y-3)(1) \\ 2 & \end{bmatrix}$$

## Solución de Sistemas de ENL

**MÉTODO DE NEWTON RAPHSON MULTIVARIABLE**

Ejemplo 1:

$$\begin{cases} f_1(x,y) = (x-1)^2 + (y-3)^2 = 16 \\ f_2(x,y) = 2x - y = 5 \end{cases}$$

$x_0 = 5, \quad y_0 = 4$

$$J_f = \begin{bmatrix} 2(x-1)(1) & 2(y-3)(1) \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

¡Siempre hacia lo alto!

## MÉTODO DE NEWTON RAPHSON MULTIVARIABLE

Ejemplo 1:

$$\begin{cases} f_1(x,y) = (x-1)^2 + (y-3)^2 = 16 \\ f_2(x,y) = 2x - y = 5 \end{cases}$$

$x_0 = 5, \quad y_0 = 4$

$$J_f = \begin{bmatrix} 2x-2 & 2y-6 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

¡Siempre hacia lo alto!

## MÉTODO DE NEWTON RAPHSON MULTIVARIABLE

Ejemplo 1:

$$\begin{cases} f_1(x,y) = (x-1)^2 + (y-3)^2 = 16 \\ f_2(x,y) = 2x - y = 5 \end{cases}$$

$x_0 = 5 \; , \; y_0 = 4$

$$J_f = \begin{bmatrix} 2x-2 & 2y-6 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

| i | Xi | J(Xi) | | $J(Xi)^{-1}$ | | f(Xi) | J(Xi)-1 * f(Xi) | Ea |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 5 | | | | | | | |
| | 4 | | | | | | | |
| 1 | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |

## MÉTODO DE NEWTON RAPHSON MULTIVARIABLE

Ejemplo 1:

$$x_0 = 5, \quad y_0 = 4$$

$$\begin{cases} f_1(x,y) = (x-1)^2 + (y-3)^2 = 16 \\ f_2(x,y) = 2x - y = 5 \end{cases}$$

$$J_f = \begin{bmatrix} 2x-2 & 2y-6 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

| i | Xi | J(Xi) | | $J(Xi)^{-1}$ | | f(Xi) | J(Xi)-1 * f(Xi) | Ea |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 5 | | | | | | | |
| | 4 | | | | | | | |
| 1 | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |

{=MINVERSA(D25:E26)}

Inversa jacobiano: selecciona la ubicación destino, escribe la fórmula y oprime Ctrl+Shift+Enter

## Solución de Sistemas de ENL

### MÉTODO DE NEWTON RAPHSON MULTIVARIABLE

Ejemplo 1:

$$\begin{cases} f_1(x,y) = (x-1)^2 + (y-3)^2 = 16 \\ f_2(x,y) = 2x - y = 5 \end{cases}$$

$x_0 = 5, \quad y_0 = 4$

$$J_f = \begin{bmatrix} 2x-2 & 2y-6 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

| i | Xi | J(Xi) | | $J(Xi)^{-1}$ | | f(Xi) | J(Xi)-1 * f(Xi) | Ea |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 5 | 8 | 2 | 0,08333333 | 0,16666667 | 1 | 0,25 | |
| | 4 | 2 | -1 | 0,16666667 | -0,66666667 | 1 | -0,5 | |
| 1 | 4,75 | 7,5 | 3 | 0,07407407 | 0,22222222 | 0,3125 | 0,023148148 | 5,26315789 |
| | 4,5 | 2 | -1 | 0,14814815 | -0,55555556 | 0 | 0,046296296 | 11,1111111 |
| 2 | 4,72685185 | 7,4537037 | 2,90740741 | 0,07536636 | 0,21912073 | 0,00267918 | 0,00020192 | 0,48971596 |
| | 4,4537037 | 2 | -1 | 0,15073273 | -0,56175855 | 0 | 0,000403841 | 1,03950104 |
| 3 | 4,72664993 | 7,45329986 | 2,90659973 | 0,07537784 | 0,2190932 | 2,0386E-07 | 1,53665E-08 | 0,00427195 |
| | 4,45329986 | 2 | -1 | 0,15075567 | -0,56181361 | 0 | 3,07329E-08 | 0,00906835 |
| 4 | 4,72664992 | 7,45329983 | 2,90659966 | 0,07537784 | 0,21909319 | 0 | 0 | 3,251E-07 |
| | 4,45329983 | 2 | -1 | 0,15075567 | -0,56181361 | 0 | 0 | 6,9012E-07 |

¡Siempre hacia lo alto!

# Solución de Sistemas de ENL

## MÉTODO DE NEWTON RAPHSON MULTIVARIABLE

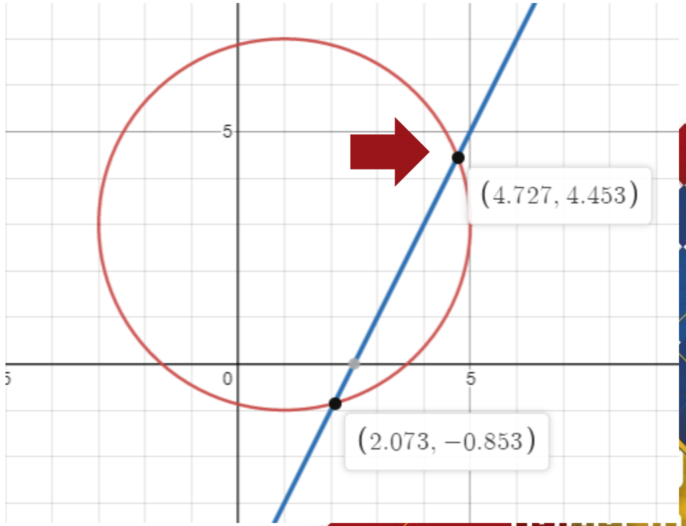
Ejemplo 1:

$$X_0 = 5 \,,\quad y_0 = 4$$

$$\begin{cases} f_1(x,y) = (x-1)^2 + (y-3)^2 = 16 \\ f_2(x,y) = 2x - y = 5 \end{cases}$$

$$J_f = \begin{bmatrix} 2x-2 & 2y-6 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

| i | Xi | J(Xi) | | $J(Xi)^{-1}$ | | f(Xi) | J(Xi)-1 * f(Xi) | Ea |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 5 | 8 | 2 | 0,08333333 | 0,16666667 | 1 | 0,25 | |
| | 4 | 2 | -1 | 0,16666667 | -0,66666667 | 1 | -0,5 | |
| 1 | 4,75 | 7,5 | 3 | 0,07407407 | 0,22222222 | 0,3125 | 0,023148148 | 5,26315789 |
| | 4,5 | 2 | -1 | 0,14814815 | -0,55555556 | 0 | 0,046296296 | 11,1111111 |
| 2 | 4,72685185 | 7,4537037 | 2,90740741 | 0,07536636 | 0,21912073 | 0,00267918 | 0,00020192 | 0,48971596 |
| | 4,4537037 | 2 | -1 | 0,15073273 | -0,56175855 | 0 | 0,000403841 | 1,03950104 |
| 3 | 4,72664993 | 7,45329986 | 2,90659973 | 0,07537784 | 0,2190932 | 2,0386E-07 | 1,53665E-08 | 0,00427195 |
| | 4,45329986 | 2 | -1 | 0,15075567 | -0,56181361 | 0 | 3,07329E-08 | 0,00906835 |
| 4 | 4,72664992 | 7,45329983 | 2,90659966 | 0,07537784 | 0,21909319 | 0 | 0 | 3,251E-07 |
| | 4,45329983 | 2 | -1 | 0,15075567 | -0,56181361 | 0 | 0 | 6,9012E-07 |




Armar la tabla para el otro punto solución

UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS
PRIMER CLAUSTRO UNIVERSITARIO DE COLOMBIA
SECCIONAL TUNJA

VIGILADA MINEDUCACIÓN - SNIES 1732

¡Siempre hacia lo alto!

USTATUNJA.EDU.CO

@santotomastunja