UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS
PRIMER CLAUSTRO UNIVERSITARIO DE COLOMBIA
SECCIONAL TUNJA

VIGILADA MINEDUCACIÓN - SNIES 1732

Interpolación polinomial

Interpolación

Cuando se busca estimar valores intermedios a partir de datos definidos por los puntos medidos, se suele aplicar el método denominado interpolación polinomial.

Interpolación

Cuando se busca estimar valores intermedios a partir de datos definidos por los puntos medidos, se suele aplicar el método denominado interpolación polinomial.

La fórmula general de un polinomio de grado n es:

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n$$

¡Siempre hacia lo alto!

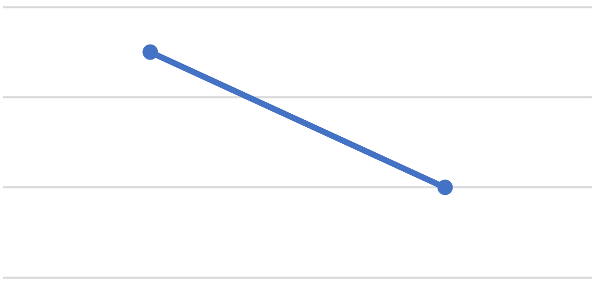
Interpolación

Cuando se busca estimar valores intermedios a partir de datos definidos por los puntos medidos, se suele aplicar el método denominado interpolación polinomial.

La fórmula general de un polinomio de grado n es:

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n$$

Si se tienen n + 1 puntos, solo un polinomio de grado n que pase por todos los puntos. En la imagen solo un polinomio de grado 1 une los dos puntos dados.



Interpolación polinomial

La interpolación polinomial se basa en encontrar un polinomio de n-ésimo grado que se ajuste a n+1 puntos. A través de esa fórmula hallada, se pueden determinar valores intermedios.

Existen varios métodos para lograrlo, uno de ellos es el de Interpolación polinomial de Newton.

Interpolación polinomial

INTERPOLACIÓN LINEAL:

Unir dos puntos con una línea recta representa la forma más sencilla de interpolación y se conoce como interpolación lineal.

El proceso consiste en aplicar el concepto de triángulos semejantes.

$$\frac{f_1(x)-f(x_0)}{x-x_0}=\frac{f(x_1)-f(x_0)}{x_1-x_0}$$

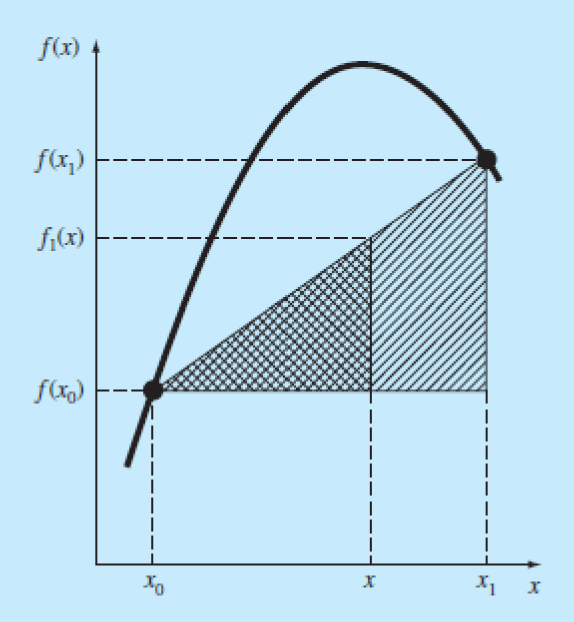


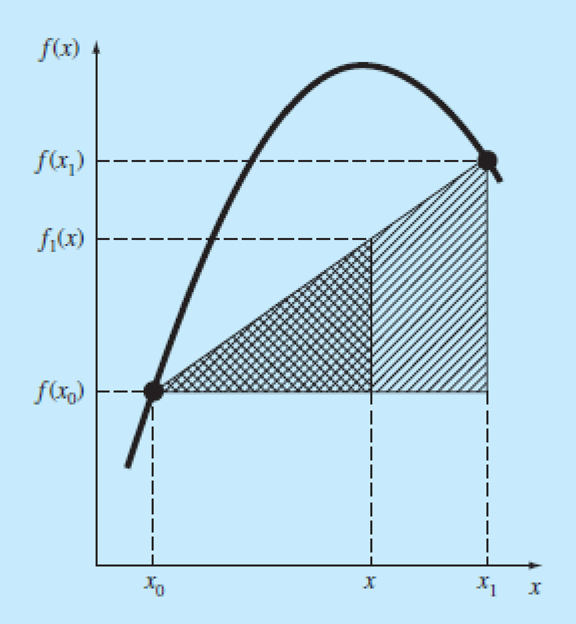
Imagen tomada de: Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2007). Métodos numéricos para ingenieros. McGraw-Hill,.

Interpolación polinomial

INTERPOLACIÓN LINEAL:

Unir dos puntos con una línea recta representa la forma más sencilla de interpolación y se conoce como interpolación lineal.

El proceso consiste en aplicar el concepto de triángulos semejantes.



$$\frac{f_1(x)-f(x_0)}{x-x_0}=\frac{f(x_1)-f(x_0)}{x_1-x_0}$$

$$f_1(x)=f(x_0)+\frac{f(x_1)-f(x_0)}{x_1-x_0}(x-x_0)$$

Imagen tomada de: Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2007). Métodos numéricos para ingenieros. McGraw-Hill,.

Interpolación lineal

Ejercicio:

Estime el logaritmo natural de 2 mediante interpolación lineal. Primero, realice el cálculo por interpolación entre ln 1 = 0 y ln 6 = 1.791759. Después, repita el procedimiento, pero use un intervalo menor de ln 1 a ln 4 (1.386294). Observe que el valor verdadero de ln 2 es 0.6931472.

Interpolación lineal

Ejercicio:

Estime el logaritmo natural de 2 mediante interpolación lineal. Primero, realice el cálculo por interpolación entre ln 1 = 0 y ln 6 = 1.791759. Después, repita el procedimiento, pero use un intervalo menor de ln 1 a ln 4 (1.386294). Observe que el valor verdadero de ln 2 es 0.6931472.

$x_0 = 1$

$x_1 = 6$

$$f_1(x) = f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0)$$

Interpolación lineal

Ejercicio:

Estime el logaritmo natural de 2 mediante interpolación lineal. Primero, realice el cálculo por interpolación entre ln 1 = 0 y ln 6 = 1.791759. Después, repita el procedimiento, pero use un intervalo menor de ln 1 a ln 4 (1.386294). Observe que el valor verdadero de ln 2 es 0.6931472.

$x_0 = 1$

$x_1 = 6$

$$f_1(2) = f(1) + \frac{f(6) - f(1)}{6-1}(2-1)$$

$$= 0 + \frac{1.791759 - 0}{5}(1)$$

$$f_1(x) = f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0)$$

Interpolación lineal

Ejercicio:

Estime el logaritmo natural de 2 mediante interpolación lineal. Primero, realice el cálculo por interpolación entre ln 1 = 0 y ln 6 = 1.791759. Después, repita el procedimiento, pero use un intervalo menor de ln 1 a ln 4 (1.386294). Observe que el valor verdadero de ln 2 es 0.6931472.

$x_0 = 1$

$x_1 = 6$

$$f_1(2) = f(1) + \frac{f(6) - f(1)}{6-1}(2-1)$$

$$= 0 + \frac{1.791759 - 0}{5}(1)$$

$$= 0{,}3583518$$

$$f_1(x) = f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0)$$

Interpolación lineal

Ejercicio:

Estime el logaritmo natural de 2 mediante interpolación lineal. Primero, realice el cálculo por interpolación entre ln 1 = 0 y ln 6 = 1.791759. Después, repita el procedimiento, pero use un intervalo menor de ln 1 a ln 4 (1.386294). Observe que el valor verdadero de ln 2 es 0.6931472.

$x_0 = 1$

$x_1 = 6$

$$f_1(2) = f(1) + \frac{f(6) - f(1)}{6 - 1}(2 - 1)$$

$$= 0 + \frac{1.791759 - 0}{5}(1)$$

$$= 0{,}3583518$$

$\varepsilon = 48{,}3\%$

$$f_1(x) = f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0)$$

Interpolación lineal

Ejercicio:

Estime el logaritmo natural de 2 mediante interpolación lineal. Primero, realice el cálculo por interpolación entre ln 1 = 0 y ln 6 = 1.791759. Después, repita el procedimiento, pero use un intervalo menor de ln 1 a ln 4 (1.386294). Observe que el valor verdadero de ln 2 es 0.6931472.

$x_0 = 1$

$x_1 = 4$

$$f_1(x) = f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0)$$

Interpolación lineal

Ejercicio:

Estime el logaritmo natural de 2 mediante interpolación lineal. Primero, realice el cálculo por interpolación entre ln 1 = 0 y ln 6 = 1.791759. Después, repita el procedimiento, pero use un intervalo menor de ln 1 a ln 4 (1.386294). Observe que el valor verdadero de ln 2 es 0.6931472.

$x_0 = 1$

$x_1 = 4$

$$f_1(x) = f(1) + \frac{f(4) - f(1)}{4-1}(2-1)$$

$$= 0 + \frac{1{,}386294 - 0}{3}(1)$$

$$= 0{,}462098$$

$\varepsilon = ?$

$$f_1(x) = f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0)$$

Interpolación lineal

Ejercicio:

Estime el logaritmo natural de 2 mediante interpolación lineal. Primero, realice el cálculo por interpolación entre ln 1 = 0 y ln 6 = 1.791759. Después, repita el procedimiento, pero use un intervalo menor de ln 1 a ln 4 (1.386294). Observe que el valor verdadero de ln 2 es 0.6931472.

$x_0 = 1$

$x_1 = 4$

$$f_1(x) = f(1) + \frac{f(4) - f(1)}{4-1}(2-1)$$

$$= 0 + \frac{1{,}386294 - 0}{3}(1)$$

$$= 0{,}462098$$

$\varepsilon = 33{,}3\ \%$

$$f_1(x) = f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0)$$

Interpolación polinomial

INTERPOLACIÓN LINEAL:

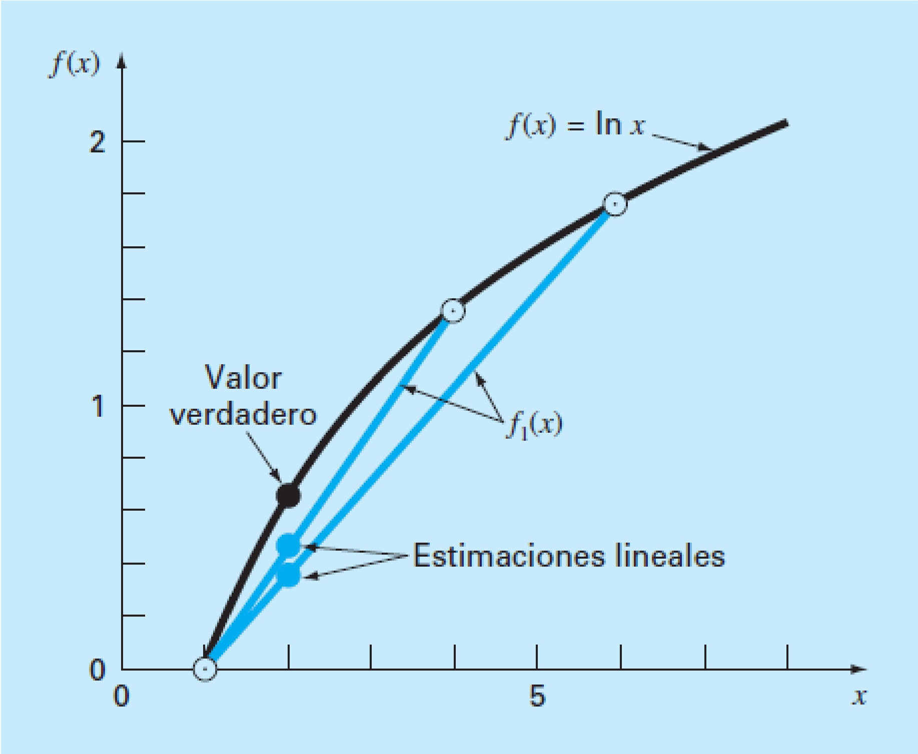


Imagen tomada de: Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2007). Métodos numéricos para ingenieros. McGraw-Hill,.

Interpolación lineal

Ejercicio. Estime el logaritmo de 10 por medio de interpolación lineal

a) Interpole entre $\log 8 = 0.9030900$ y $\log 12 = 1.0791812$.

b) Interpole entre $\log 9 = 0.9542425$ y $\log 11 = 1.0413927$.

Para cada una de las interpolaciones calcule el error relativo porcentual con base en el valor verdadero.

Interpolación lineal

Ejercicio. Estime el logaritmo de 10 por medio de interpolación lineal

$x_0 = 8$

$x_1 = 12$

a) Interpole entre $\log 8 = 0.9030900$ y $\log 12 = 1.0791812$.

b) Interpole entre $\log 9 = 0.9542425$ y $\log 11 = 1.0413927$.

Para cada una de las interpolaciones calcule el error relativo porcentual con base en el valor verdadero.

$$f_1(x) = f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0)$$

Interpolación lineal

Ejercicio. Estime el logaritmo de 10 por medio de interpolación lineal

$x_0 = 8$

$x_1 = 12$

a) Interpole entre log 8 = 0.9030900 y log 12 = 1.0791812.

b) Interpole entre log 9 = 0.9542425 y log 11 = 1.0413927. Para cada una de las interpolaciones calcule el error relativo porcentual con base en el valor verdadero.

$$f_1(10) = f(8) + \frac{f(12) - f(8)}{12 - 8}(10 - 8)$$

$$= 0.90309 + \frac{1.0791812 - 0.9039}{4}(2)$$

$$= 0,9907306$$

$$f_1(x) = f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0)$$

Interpolación lineal

Ejercicio. Estime el logaritmo de 10 por medio de interpolación lineal

$x_0 = 8$

$x_1 = 12$

a) Interpole entre log 8 = 0.9030900 y log 12 = 1.0791812.

b) Interpole entre log 9 = 0.9542425 y log 11 = 1.0413927.
Para cada una de las interpolaciones calcule el error relativo porcentual con base en el valor verdadero.

$$f_1(10) = f(8) + \frac{f(12) - f(8)}{12 - 8}(10 - 8)$$

$$= 0.90309 + \frac{1.0791812 - 0.9039}{4}(2)$$

$$= 0,9907306$$

$\varepsilon = 0,92\ \%$

$$f_1(x) = f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0)$$

Interpolación lineal

Ejercicio. Estime el logaritmo de 10 por medio de interpolación lineal

a) Interpole entre log 8 = 0.9030900 y log 12 = 1.0791812.

b) Interpole entre log 9 = 0.9542425 y log 11 = 1.0413927.
Para cada una de las interpolaciones calcule el error relativo porcentual con base en el valor verdadero.

$X_0 = 9$

$X_1 = 11$

b)

$$f_1(x) = f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0)$$

Interpolación lineal

Ejercicio. Estime el logaritmo de 10 por medio de interpolación lineal

a) Interpole entre log 8 = 0.9030900 y log 12 = 1.0791812.

b) Interpole entre log 9 = 0.9542425 y log 11 = 1.0413927. Para cada una de las interpolaciones calcule el error relativo porcentual con base en el valor verdadero.

$X_0 = 9$

$X_1 = 11$

b) $f_1(10) = f(9) + \frac{f(11) - f(9)}{11 - 9}(10 - 9)$

$= 0.9542425 + \frac{1{,}0413927 - 0{,}9542425}{11 - 9}(10 - 9)$

$= 0{,}9978176$

$$f_1(x) = f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0)$$

Interpolación lineal

Ejercicio. Estime el logaritmo de 10 por medio de interpolación lineal

a) Interpole entre log 8 = 0.9030900 y log 12 = 1.0791812.

b) Interpole entre log 9 = 0.9542425 y log 11 = 1.0413927. Para cada una de las interpolaciones calcule el error relativo porcentual con base en el valor verdadero.

$X_0 = 9$

$X_1 = 11$

b) $$f_1(10) = f(9) + \frac{f(11) - f(9)}{11 - 9}(10 - 9)$$

$$= 0.9542425 + \frac{1{,}0413927 - 0{,}9542425}{11 - 9}(10 - 9)$$

$$= 0{,}9978176$$

$\varepsilon = 0{,}2182\%$

$$f_1(x) = f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0)$$

Referencias

Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2007). Métodos numéricos para ingenieros. McGraw-Hill,.