UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS
PRIMER CLAUSTRO UNIVERSITARIO DE COLOMBIA
SECCIONAL TUNJA
VIGILADA MINEDUCACIÓN - SNIES 1732

Regresión por mínimos cuadrados

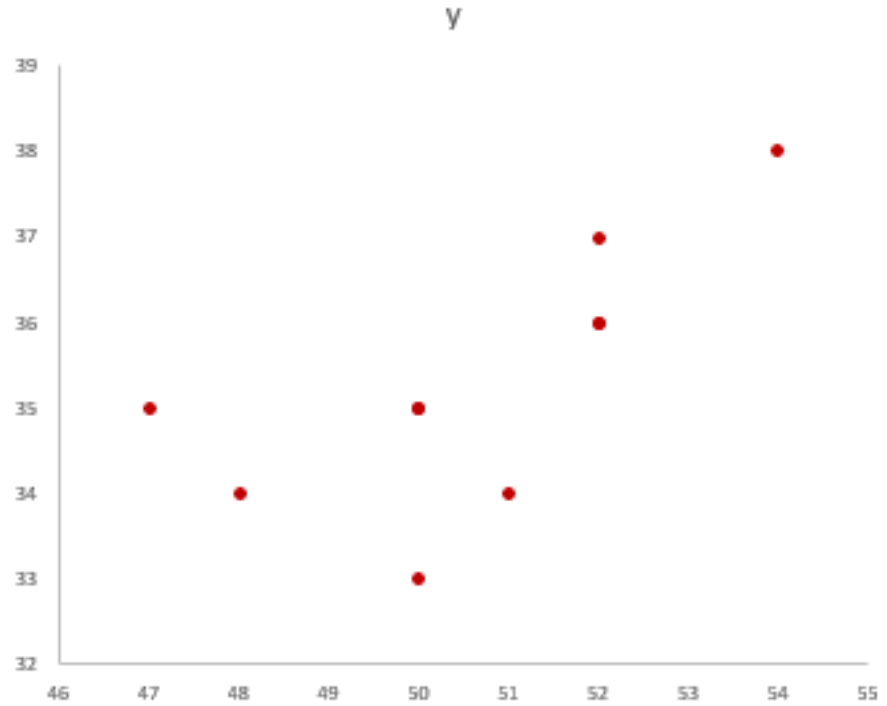
Regresión

x	y
47	35
48	34
50	33
50	35
50	35
51	34
52	36
52	36
52	37
54	38

Graficar este conjunto de datos. ¿Qué forma tiene?

Regresión exponencial

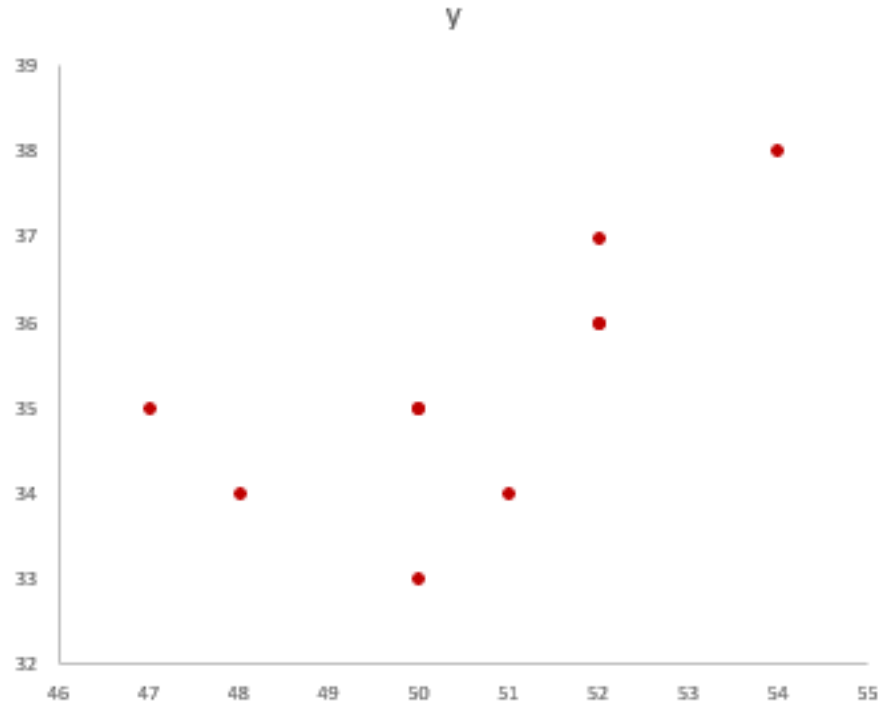
x	y
47	35
48	34
50	33
50	35
50	35
51	34
52	36
52	36
52	37
54	38



$$y = e^{a+bx}$$

Regresión exponencial

x	y
47	35
48	34
50	33
50	35
50	35
51	34
52	36
52	36
52	37
54	38

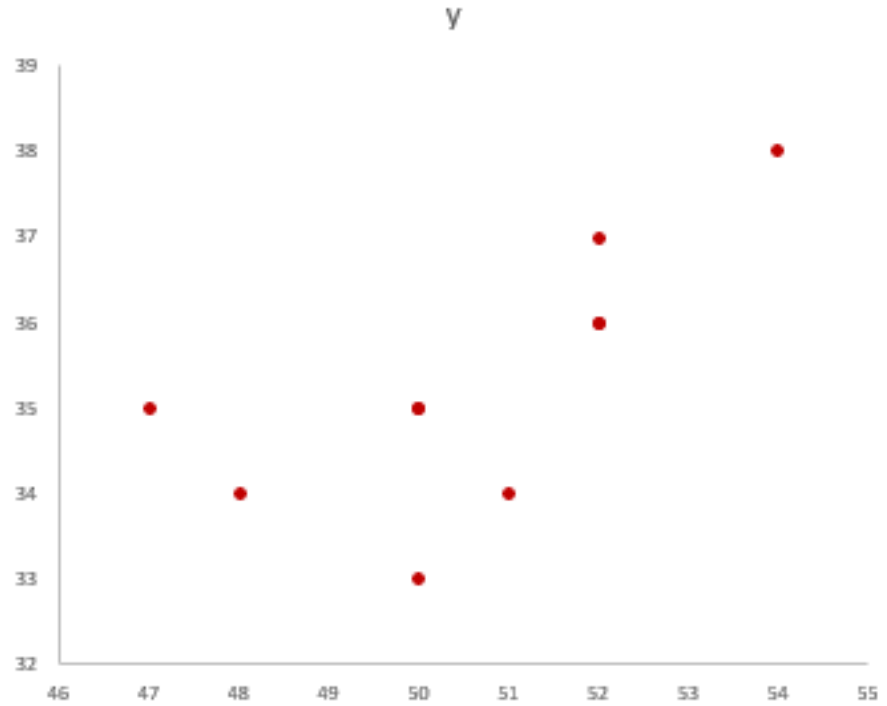


$$y = e^{a+bx}$$

$$\ln y = \ln\left(e^{a+bx}\right)$$

Regresión exponencial

x	y
47	35
48	34
50	33
50	35
50	35
51	34
52	36
52	36
52	37
54	38



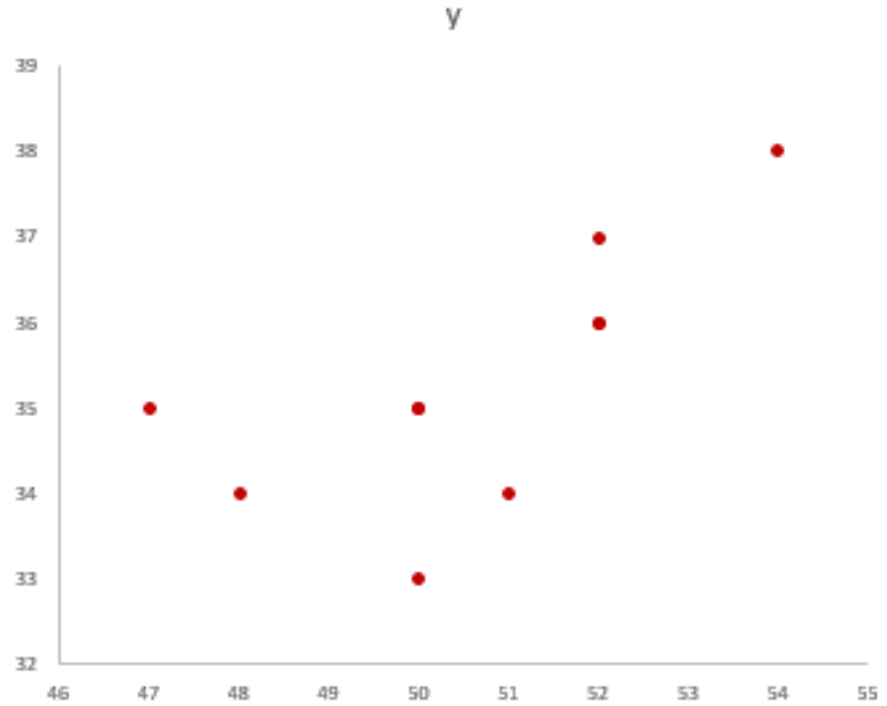
$$y = e^{a+bx}$$

$$\ln y = \ln(e^{a+bx})$$

$$\ln y = a + bx$$

Regresión exponencial

x	y
47	35
48	34
50	33
50	35
50	35
51	34
52	36
52	36
52	37
54	38



x	lny
47	3,55535
48	3,52636
50	3,49651
50	3,55535
50	3,55535
51	3,52636
52	3,58352
52	3,58352
52	3,61092
54	3,63759
506	35,6308

$$y = e^{a+bx}$$

$$\ln y = \ln(e^{a+bx})$$

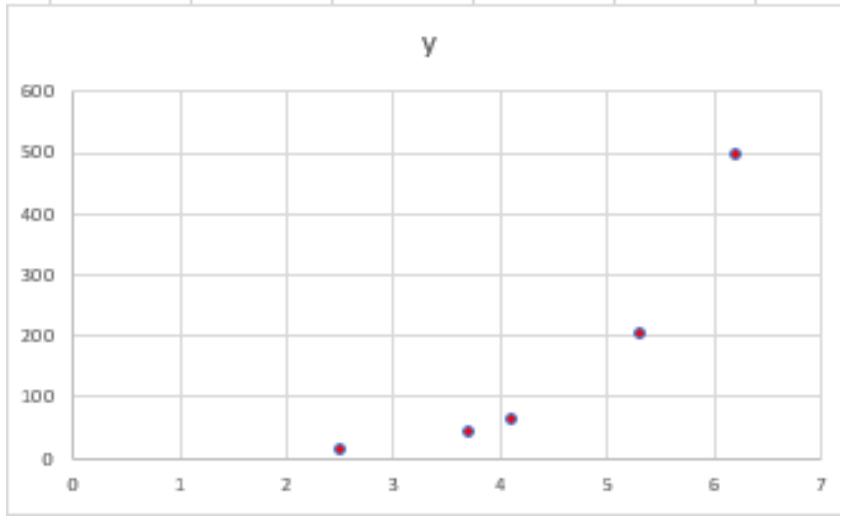
$$\ln y = a + bx$$

¡Siempre hacia lo alto!

Regresión exponencial

Ejercicio 6: Ajuste con regresión exponencial, de la forma $y=ae^{bx}$

x	y
2,5	15,9
3,7	44,5
4,1	65,6
5,3	206,5
6,2	498,7
21,8	831,2



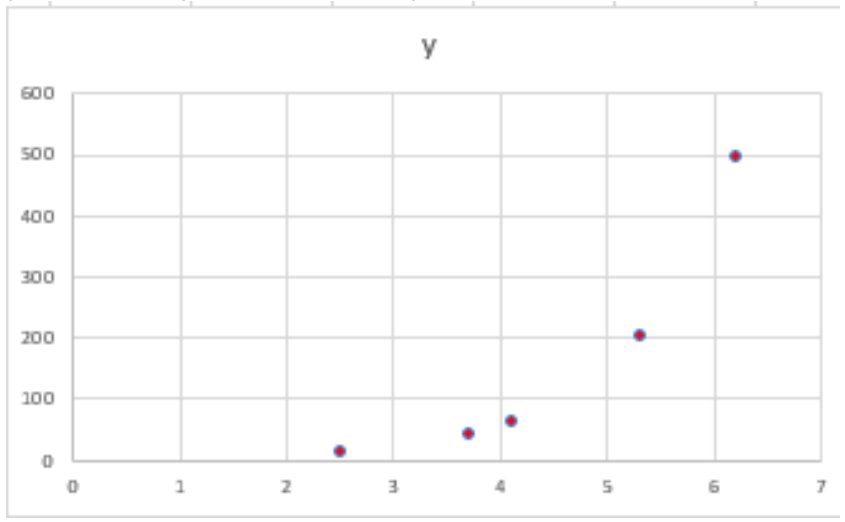
Regresión exponencial

Ejercicio 6: Ajuste con regresión exponencial, de la forma $y=ae^{bx}$

x	y
2,5	15,9
3,7	44,5
4,1	65,6
5,3	206,5
6,2	498,7
21,8	831,2

$a \rightarrow a_0$

$b \rightarrow a_1$



Regresión exponencial

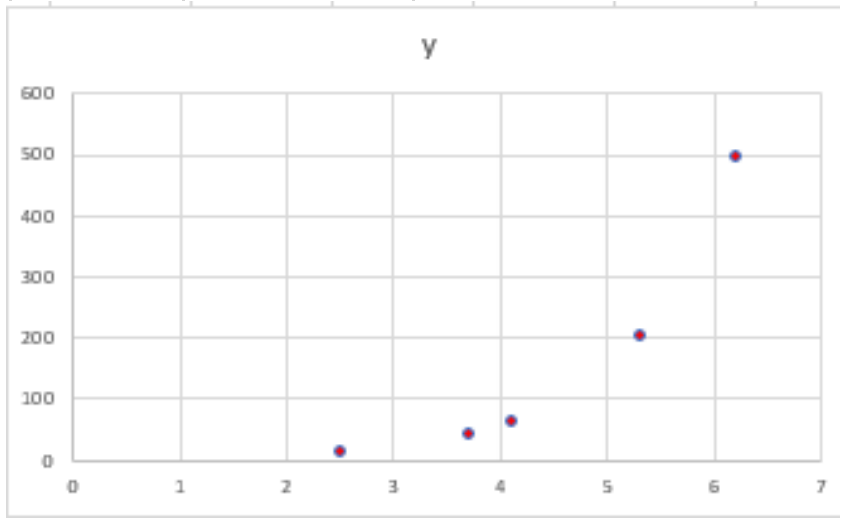
Ejercicio 6: Ajuste con regresión exponencial, de la forma $y=ae^{bx}$

x	y
2,5	15,9
3,7	44,5
4,1	65,6
5,3	206,5
6,2	498,7
21,8	831,2

$a \rightarrow a_0$

$b \rightarrow a_1$

$$\ln y = \ln(a_0 e^{a_1 x})$$

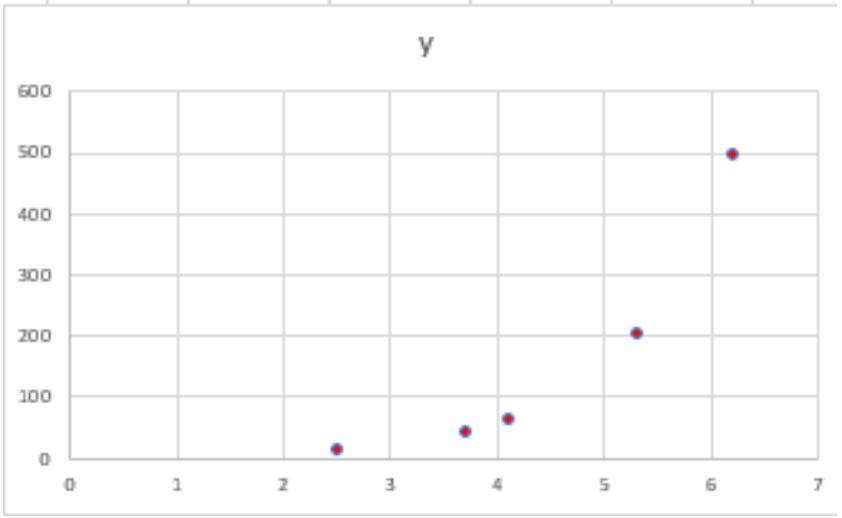


¡Siempre hacia lo alto!

Regresión exponencial

Ejercicio 6: Ajuste con regresión exponencial, de la forma $y=ae^{bx}$

x	y
2,5	15,9
3,7	44,5
4,1	65,6
5,3	206,5
6,2	498,7
21,8	831,2



$a \rightarrow a_0$

$b \rightarrow a_1$

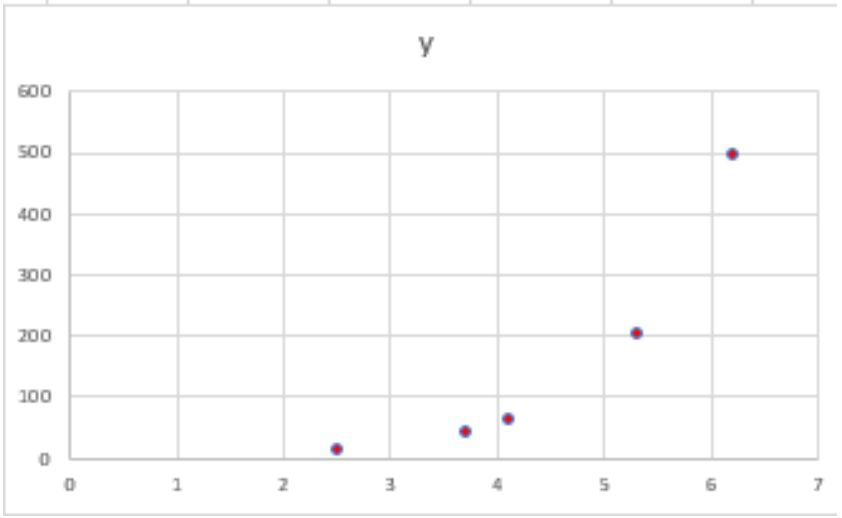
$$\ln y = \ln(a_0 e^{a_1 x})$$

$$\ln y = \ln(a_0) + \ln(e^{a_1 x})$$

Regresión exponencial

Ejercicio 6: Ajuste con regresión exponencial, de la forma $y=ae^{bx}$

x	y
2,5	15,9
3,7	44,5
4,1	65,6
5,3	206,5
6,2	498,7
21,8	831,2



$a \rightarrow a_0$

$b \rightarrow a_1$

$$\ln y = \ln(a_0 e^{a_1 x})$$

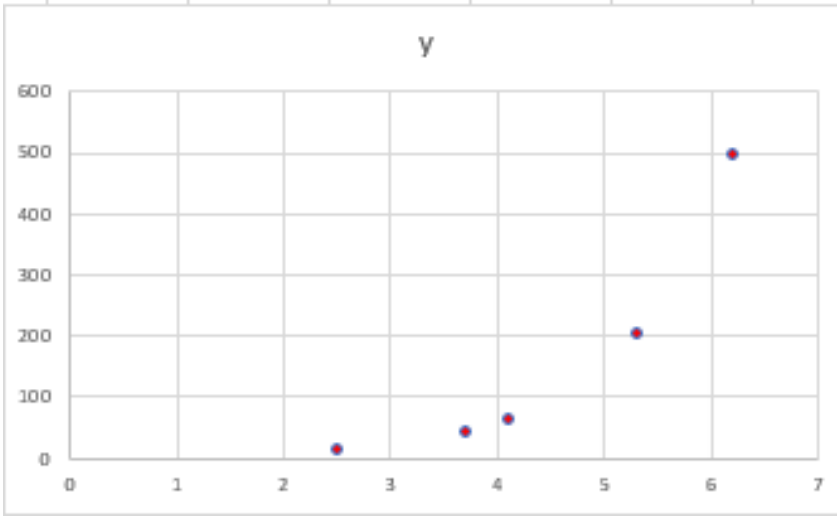
$$\ln y = \ln(a_0) + \ln(e^{a_1 x})$$

$$\ln y = \ln(a_0) + a_1 x$$

Regresión exponencial

Ejercicio 6: Ajuste con regresión exponencial, de la forma $y=ae^{bx}$

x	y
2,5	15,9
3,7	44,5
4,1	65,6
5,3	206,5
6,2	498,7
21,8	831,2



$a \rightarrow a_0$

$b \rightarrow a_1$

$$\ln y = \ln(a_0 e^{a_1 x})$$

$$\ln y = \ln(a_0) + \ln(e^{a_1 x})$$

$$\ln y = \underbrace{\ln(a_0)}_{a_0'} + a_1 x$$

¡Siempre hacia lo alto!

Regresión exponencial

$\ln y = \underbrace{\ln(a_0)}_{a_0'} + a_1 x$

Ejercicio 6: Ajuste con regresión exponencial, de la forma $y=ae^{bx}$

x	y	ln y	xi*ln(yi)	xi^2
2,5	15,9	2,76632	6,9158	6,25
3,7	44,5	3,79549	14,0433	13,69
4,1	65,6	4,18358	17,1527	16,81
5,3	206,5	5,3303	28,2506	28,09
6,2	498,7	6,212	38,5144	38,44
21,8	831,2	22,2877	104,877	103,28

$$a_1 = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1\bar{x}$$

$(\sum x_i)^2 =$

$\bar{y} =$

$\bar{x} =$

¡Siempre hacia lo alto!

Regresión exponencial

$\ln y = \underbrace{\ln(a_0)}_{a_0'} + a_1 x$

Ejercicio 6: Ajuste con regresión exponencial, de la forma $y=ae^{bx}$

x		ln y	xi*ln(yi)	xi^2
2,5		2,76632	6,9158	6,25
3,7		3,79549	14,0433	13,69
4,1		4,18358	17,1527	16,81
5,3		5,3303	28,2506	28,09
6,2		6,212	38,5144	38,44
21,8		22,2877	104,877	103,28

$$a_1 = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1 \bar{x}$$

$(\sum x_i)^2 = 475{,}24$

$\overline{\ln(y)} =$

$\bar{x} =$

Regresión exponencial

$\ln y = \underbrace{\ln(a_0)}_{a_0'} + a_1 x$

Ejercicio 6: Ajuste con regresión exponencial, de la forma $y=ae^{bx}$

x		ln y	xi*ln(yi)	xi^2
2,5		2,76632	6,9158	6,25
3,7		3,79549	14,0433	13,69
4,1		4,18358	17,1527	16,81
5,3		5,3303	28,2506	28,09
6,2		6,212	38,5144	38,44
21,8		22,2877	104,877	103,28

$$a_1 = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1 \bar{x}$$

$(\sum x_i)^2 = 475{,}24$

$\overline{\ln(y)} = 4{,}45754$

$\bar{x} =$

Regresión exponencial

$\ln y = \underbrace{\ln(a_0)}_{a_0'} + a_1 x$

Ejercicio 6: Ajuste con regresión exponencial, de la forma $y=ae^{bx}$

x		ln y	xi*ln(yi)	xi^2
2,5		2,76632	6,9158	6,25
3,7		3,79549	14,0433	13,69
4,1		4,18358	17,1527	16,81
5,3		5,3303	28,2506	28,09
6,2		6,212	38,5144	38,44
21,8		22,2877	104,877	103,28

$$a_1 = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1 \bar{x}$$

$(\sum x_i)^2 = 475{,}24$

$\overline{\ln(y)} = 4{,}45754$

$\bar{x} = 4{,}36$

Regresión exponencial

$\ln y = \underbrace{\ln(a_0)}_{a_0'} + a_1 x$

Ejercicio 6: Ajuste con regresión exponencial, de la forma $y=ae^{bx}$

x		ln y	xi*ln(yi)	xi^2
2,5		2,76632	6,9158	6,25
3,7		3,79549	14,0433	13,69
4,1		4,18358	17,1527	16,81
5,3		5,3303	28,2506	28,09
6,2		6,212	38,5144	38,44
21,8		22,2877	104,877	103,28

$$a_1 = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1\bar{x}$$

$(\sum x_i)^2 = 475{,}24$

$\overline{\ln(y)} = 4{,}45754$

$\bar{x} = 4{,}36$

$$a_1 = \frac{5(104{,}877) - (21{,}8)(22{,}2877)}{5(103{,}28) - (475{,}24)} = \frac{524{,}385 - 485{,}87186}{516{,}4 - 475{,}24}$$

$$a_1 = \frac{38{,}51314}{41{,}16} = 0{,}9356934$$

Regresión exponencial

$$\ln y = \underbrace{\ln(a_0)}_{a_0'} + a_1 x$$

Ejercicio 6: Ajuste con regresión exponencial, de la forma $y=ae^{bx}$

x		ln y	xi*ln(yi)	xi^2
2,5		2,76632	6,9158	6,25
3,7		3,79549	14,0433	13,69
4,1		4,18358	17,1527	16,81
5,3		5,3303	28,2506	28,09
6,2		6,212	38,5144	38,44
21,8		22,2877	104,877	103,28

$$a_1 = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1\bar{x}$$

$(\sum x_i)^2 = 475{,}24$

$\overline{\ln(y)} = 4{,}45754$

$\bar{x} = 4{,}36$

$$a_1 = \frac{5(104{,}877) - (21{,}8)(22{,}2877)}{5(103{,}28) - (475{,}24)} = \frac{524{,}385 - 485{,}87186}{516{,}4 - 475{,}24}$$

$$a_1 = \frac{38{,}51314}{41{,}16} = 0{,}9356934$$

$a_0' = 4{,}45754 - 0{,}9356934(4{,}36)$

$a_0' = 0{,}3779168$

Regresión exponencial

$\ln y = \underbrace{\ln(a_0)}_{a_0'} + a_1 x$

Ejercicio 6: Ajuste con regresión exponencial, de la forma $y=ae^{bx}$

x		ln y	xi*ln(yi)	xi^2
2,5		2,76632	6,9158	6,25
3,7		3,79549	14,0433	13,69
4,1		4,18358	17,1527	16,81
5,3		5,3303	28,2506	28,09
6,2		6,212	38,5144	38,44
21,8		22,2877	104,877	103,28

$$a_1 = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1 \bar{x}$$

$a_1 = 0{,}9356934$

$a_0' = 0{,}3779168 \rightarrow \ln(a_0) \Rightarrow a_0 = e^{0{,}3779168}$

¡Siempre hacia lo alto!

Regresión exponencial

$$\ln y = \underbrace{\ln(a_0)}_{a_0'} + a_1 x$$

Ejercicio 6: Ajuste con regresión exponencial, de la forma $y=ae^{bx}$

x		ln y	xi*ln(yi)	xi^2
2,5		2,76632	6,9158	6,25
3,7		3,79549	14,0433	13,69
4,1		4,18358	17,1527	16,81
5,3		5,3303	28,2506	28,09
6,2		6,212	38,5144	38,44
21,8		22,2877	104,877	103,28

$$a_1 = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1 \bar{x}$$

$a_1 = 0{,}9356934$

$a_0' = 0{,}3779168 \rightarrow \ln(a_0) \Rightarrow a_0 = e^{0{,}3779168} = 1{,}459241$

Regresión exponencial

$\ln y = \underbrace{\ln(a_0)}_{a_0'} + a_1 x$

Ejercicio 6: Ajuste con regresión exponencial, de la forma $y=ae^{bx}$

x		ln y	xi*ln(yi)	xi^2
2,5		2,76632	6,9158	6,25
3,7		3,79549	14,0433	13,69
4,1		4,18358	17,1527	16,81
5,3		5,3303	28,2506	28,09
6,2		6,212	38,5144	38,44
21,8		22,2877	104,877	103,28

$$a_1 = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1 \bar{x}$$

$a_1 = 0{,}9356934$

$a_0' = 0{,}378000984 \rightarrow \ln(a_0) \Rightarrow a_0 = e^{0{,}378000984} = 1{,}459364379$

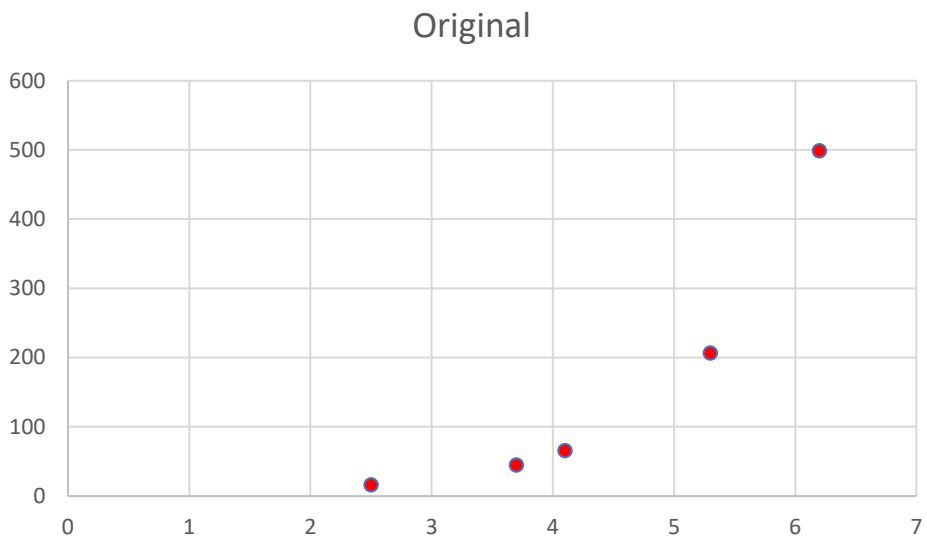
$y = 1{,}459364379 * e^{0{,}9356934x}$

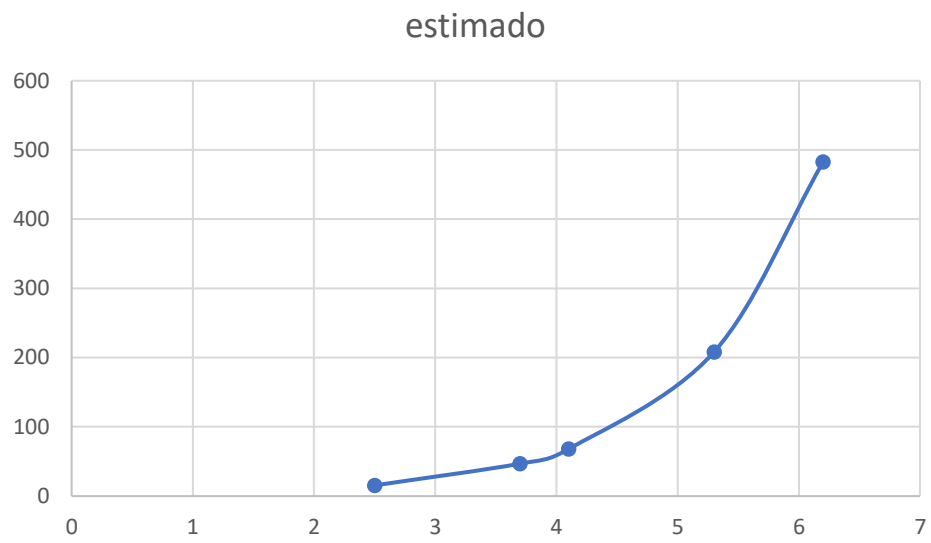
¡Siempre hacia lo alto!

Regresión exponencial

$$\ln y = \underbrace{\ln(a_0)}_{a_0'} + a_1 x$$

Ejercicio 6: Ajuste con regresión exponencial, de la forma $y=ae^{bx}$





¡Siempre hacia lo alto!

Regresión exponencial

$$\ln y = \underbrace{\ln(a_0)}_{a_0'} + a_1 x$$

Ejercicio 6: Ajuste con regresión exponencial, de la forma $y=ae^{bx}$

$$S_r = \sum_{i=1}^{n} e_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_{i,\text{medida}} - y_{i,\text{modelo}})^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - a_0 - a_1 x_i)^2$$

x	y	ln y	ln(a0)	a1xi	e^2	
2,5	15,9	2,76632	0,378000984	2,339183968	0,002414165	
3,7	44,5	3,79549	0,378000984	3,461992273	0,001980612	
4,1	65,6	4,18358	0,378000984	3,836261708	0,000941692	
5,3	206,5	5,3303	0,378000984	4,959070012	4,58408E-05	
6,2	498,7	6,212	0,378000984	5,801176241	0,001077644	
21,8	831,2	22,2877			0,006459954	Sr

Regresión exponencial

$$\ln y = \underbrace{\ln(a_0)}_{a_0'} + a_1 x$$

Ejercicio 6: Ajuste con regresión exponencial, de la forma $y=ae^{bx}$

21,8	831,2	22,2877			0,006459954 Sr

x	y	ln y	ln(yi)-media(lny)	$(\ln(yi)-media(lny))^2$
2,5	15,9	2,76632	-1,691218715	2,860220741
3,7	44,5	3,79549	-0,662048635	0,438308395
4,1	65,6	4,18358	-0,273962128	0,075055248
5,3	206,5	5,3303	0,872762589	0,761714536
6,2	498,7	6,212	1,754466889	3,078154064
21,8	831,2	22,2877	0	7,213452982

$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{S_r}{n-2}} \qquad r^2 = \frac{S_t - S_r}{S_t} \qquad s_y = \sqrt{\frac{S_t}{n-1}} \qquad S_t = \Sigma(y_i - \bar{y})^2$$

St	7,213453			r2	0,999104
				r	0,999552
Sy	1,342894	Sy/x menor que Sy			
Sy/x	0,046404	Buen ajuste			

Regresión exponencial

Ejercicio 7: Ajuste con regresión exponencial, de la forma $y=ae^{bx}$

x	y
1	99
2	95
5	85
15	55
25	30
30	24
35	20
40	15