UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS
PRIMER CLAUSTRO UNIVERSITARIO DE COLOMBIA
SECCIONAL TUNJA

VIGILADA MINEDUCACIÓN - SNIES 1732

Diferenciación e integración numéricas

Consulta: buscar un ejemplo de cada uno

- Integrales múltiples
- Derivación numérica método Euler
- Derivación numérica método Runge Kutta

Integrales múltiples

$$\int_{-1}^{1}\int_{0}^{2}(x^2 - 2y^2 + xy^3)dx\,dy$$

¡Siempre hacia lo alto!

Integrales múltiples

$$\int_{-1}^{1}\int_{0}^{2}(x^2 - 2y^2 + xy^3)\,dx\,dy$$

$$\int_{-1}^{1}\left[\frac{x^3}{3} - 2y^2x + \frac{x^2}{2}y^3\right]_0^2 dy$$

¡Siempre hacia lo alto!

Integrales múltiples

$$\int_{-1}^{1}\int_{0}^{2}(x^2 - 2y^2 + xy^3)\,dx\,dy$$

$$\int_{-1}^{1}\left[\frac{x^3}{3} - 2y^2x + \frac{x^2}{2}y^3\right]_0^2 dy \quad = \int_{-1}^{1}\frac{2^3}{3} - 2y^2(2) + \frac{(2)^2}{2}y^3 \quad dy$$

Integrales múltiples

$$\int_{-1}^{1}\int_{0}^{2}(x^2 - 2y^2 + xy^3)dx\,dy$$

$$\int_{-1}^{1}\left[\frac{x^3}{3} - 2y^2x + \frac{x^2}{2}y^3\right]_0^2 dy \quad = \int_{-1}^{1}\frac{2^3}{3} - 2y^2(2) + \frac{(2)^2}{2}y^3 \quad dy$$

$$= \int_{-1}^{1}\left(\frac{8}{3} - 4y^2 + 2y^3\right)dy$$

¡Siempre hacia lo alto!

Integrales múltiples

$$\int_{-1}^{1}\int_{0}^{2}(x^2 - 2y^2 + xy^3)dx\,dy$$

$$\int_{-1}^{1}\left[\frac{x^3}{3} - 2y^2x + \frac{x^2}{2}y^3\right]_0^2 dy \quad = \int_{-1}^{1}\frac{2^3}{3} - 2y^2(2) + \frac{(2)^2}{2}y^3 \quad dy$$

$$= \int_{-1}^{1}\left(\frac{8}{3} - 4y^2 + 2y^3\right)dy \quad = \left[\frac{8}{3}y - \frac{4y^3}{3} + \frac{2y^4}{4}\right]_{-1}^{1}$$

¡Siempre hacia lo alto!

Integrales múltiples

$$\int_{-1}^{1}\int_{0}^{2}(x^2 - 2y^2 + xy^3)dx\,dy$$

$$\int_{-1}^{1}\left[\frac{x^3}{3} - 2y^2x + \frac{x^2}{2}y^3\right]_0^2 dy \quad = \int_{-1}^{1}\frac{2^3}{3} - 2y^2(2) + \frac{(2)^2}{2}y^3 \quad dy$$

$$= \int_{-1}^{1}\left(\frac{8}{3} - 4y^2 + 2y^3\right)dy \quad = \left[\frac{8}{3}y - \frac{4y^3}{3} + \frac{2y^4}{4}\right]_{-1}^{1}$$

$$= \frac{8}{3} - \frac{4}{3} + \frac{1}{2} - \left(-\frac{8}{3} + \frac{4}{3} + \frac{1}{2}\right)$$

Integrales múltiples

$$\int_{-1}^{1}\int_{0}^{2}(x^2 - 2y^2 + xy^3)\,dx\,dy$$

$$\int_{-1}^{1}\left[\frac{x^3}{3} - 2y^2x + \frac{x^2}{2}y^3\right]_0^2 dy \quad = \int_{-1}^{1}\frac{2^3}{3} - 2y^2(2) + \frac{(2)^2}{2}y^3 \quad dy$$

$$= \int_{-1}^{1}\left(\frac{8}{3} - 4y^2 + 2y^3\right)dy \quad = \left[\frac{8}{3}y - \frac{4y^3}{3} + \frac{2y^4}{4}\right]_{-1}^{1}$$

$$= \frac{8}{3} - \frac{4}{3} + \frac{1}{2} - \left(-\frac{8}{3} + \frac{4}{3} + \frac{1}{2}\right) \quad = \frac{4}{3} + \cancel{\frac{1}{2}} + \frac{4}{3} - \cancel{\frac{1}{2}} = \frac{8}{3}$$

Integrales múltiples

$$\int_{-1}^{1}\int_{0}^{2}(x^2 - 2y^2 + xy^3)\,dx\,dy$$

$$\int_{-1}^{1}\left[\frac{x^3}{3} - 2y^2x + \frac{x^2}{2}y^3\right]_0^2 dy \quad = \int_{-1}^{1}\frac{2^3}{3} - 2y^2(2) + \frac{(2)^2}{2}y^3 \quad dy$$

$$= \int_{-1}^{1}\left(\frac{8}{3} - 4y^2 + 2y^3\right)dy \quad = \left[\frac{8}{3}y - 4\frac{y^3}{3} + \frac{2y^4}{4}\right]_{-1}^{1}$$

$$= \frac{8}{3} - \frac{4}{3} + \frac{1}{2} - \left(-\frac{8}{3} + \frac{4}{3} + \frac{1}{2}\right) \quad = \frac{4}{3} + \cancel{\frac{1}{2}} + \frac{4}{3} - \cancel{\frac{1}{2}} = \frac{8}{3} = 2{,}667$$

¡Siempre hacia lo alto!

Derivación numérica: Método Euler

El método de Euler consiste en encontrar iterativamente la solución de una ecuación diferencial de primer orden y valores iniciales conocidos para un rango de valores. Partiendo de un valor inicial x0 y avanzando con un paso h, se pueden obtener los valores de la solución de la siguiente manera:

$$Y_{n+1} = Y_n + h * f(X_n, Y_n) \qquad X_{n+1} = X_n + h$$

Donde Y es solución de la ecuación diferencial y f es la ecuación diferencial en función de las variables independientes.

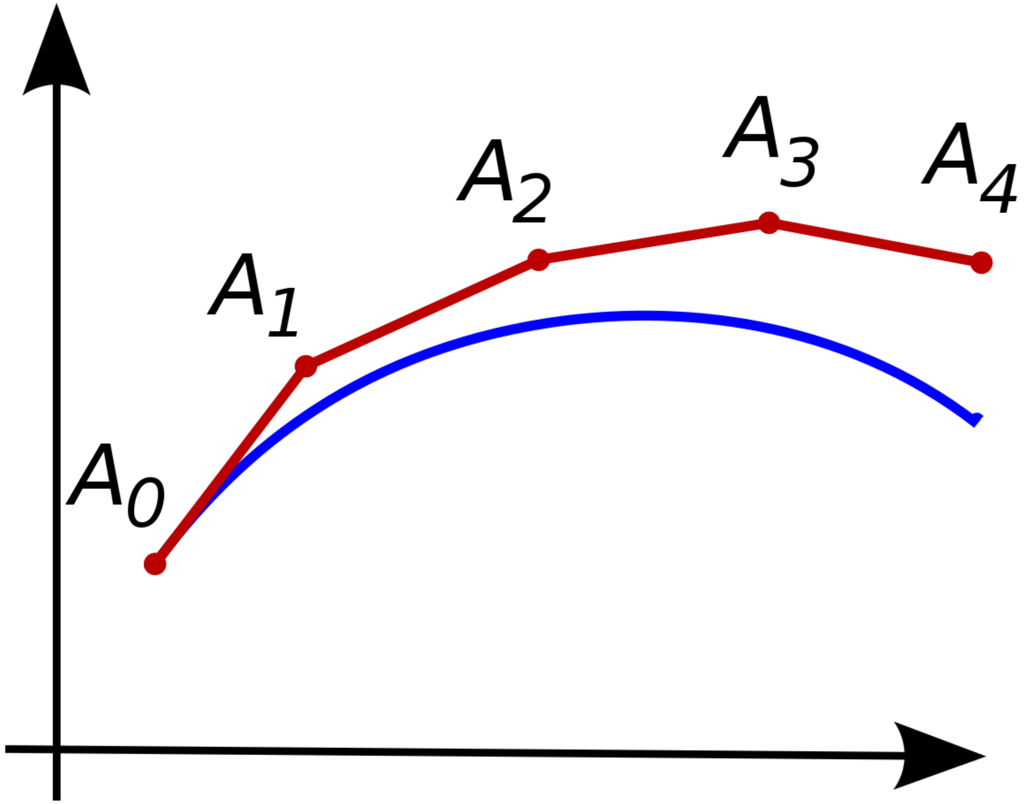
xf = Última iteración de la condición a encontrar y(xf) = ?

$$h = \frac{x_f - x_n}{n}$$

¡Siempre hacia lo alto!

Derivación numérica: Método Euler

En la gráfica, la curva desconocida está en azul, y su aproximación en rojo.



Derivación numérica: Método Euler

Use el método de Euler con h=0,25 para obtener una aproximación de y(2) para la solución de $y' = \frac{\sqrt{y}}{2x+1}$ donde y(0) = 4

¡Siempre hacia lo alto!

Derivación numérica: Método Euler

Use el método de Euler con h=0,25 para obtener una aproximación de $\boxed{y(2)}$ para la solución de $y' = \frac{\sqrt{y}}{2x+1}$ donde y(0) = 4

Xf = 2

¡Siempre hacia lo alto!

Derivación numérica: Método Euler

Use el método de Euler con h=0,25 para obtener una aproximación de y(2) para la solución de $y' = \frac{\sqrt{y}}{2x+1}$ donde $\boxed{y(0) = 4}$

Xf = 2

Xn = 0

Yn = 4

¡Siempre hacia lo alto!

Derivación numérica: Método Euler

Use el método de Euler con h=0,25 para obtener una aproximación de y(2) para la solución de $y' = \frac{\sqrt{y}}{2x+1}$ donde y(0) = 4

Xf = 2

Xn = 0

Yn = 4

H = 0,25

n	xn	yn	yn+1
0	0	4	

$$h = \frac{x_f - x_n}{n}$$

$$Y_{n+1} = Y_n + h * f(X_n, Y_n)$$

$$X_{n+1} = X_n + h$$

Derivación numérica: Método Euler

Use el método de Euler con h=0,25 para obtener una aproximación de y(2) para la solución de $y' = \frac{\sqrt{y}}{2x+1}$ donde y(0) = 4

Xf = 2

Xn = 0
Yn = 4

H = 0,25

n	xn	yn	yn+1
0	0	4	4,5

$$h = \frac{x_f - x_n}{n}$$

$$Y_{n+1} = Y_n + h * f(X_n, Y_n)$$

$$X_{n+1} = X_n + h$$

Derivación numérica: Método Euler

Use el método de Euler con h=0,25 para obtener una aproximación de y(2) para la solución de $y' = \frac{\sqrt{y}}{2x+1}$ donde y(0) = 4

Xf = 2

Xn = 0

Yn = 4

H = 0,25

n	xn	yn	yn+1
0	0	4	4,5
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			

$$h = \frac{x_f - x_n}{n}$$

$$Y_{n+1} = Y_n + h * f(X_n, Y_n)$$

$$X_{n+1} = X_n + h$$

Derivación numérica: Método Euler

Use el método de Euler con h=0,25 para obtener una aproximación de y(2) para la solución de $y' = \frac{\sqrt{y}}{2x+1}$ donde y(0) = 4

Xf = 2

Xn = 0

Yn = 4

H = 0,25

n	xn	yn	yn+1
0	0	4	4,5
1	0,25		
2	0,5		
3	0,75		
4	1		
5	1,25		
6	1,5		
7	1,75		
8	2		
9	2,25		

$$h = \frac{x_f - x_n}{n}$$

$$Y_{n+1} = Y_n + h * f(X_n, Y_n)$$

$$X_{n+1} = X_n + \mathbf{h}$$

¡Orientados hacia lo alto!

Derivación numérica: Método Euler

Use el método de Euler con h=0,25 para obtener una aproximación de y(2) para la solución de $y' = \frac{\sqrt{y}}{2x+1}$ donde y(0) = 4

Xf = 2

Xn = 0

Yn = 4

H = 0,25

n	xn	yn	yn+1
0	0	4	4,5
1	0,25	4,5	4,85355339
2	0,5		
3	0,75		
4	1		
5	1,25		
6	1,5		
7	1,75		
8	2		
9	2,25		

$$Y_{n+1} = Y_n + h * f(X_n, Y_n)$$

$$h = \frac{x_f - x_n}{n}$$

$$X_{n+1} = X_n + h$$

¡... hacia lo alto!

Derivación numérica: Método Euler

Use el método de Euler con h=0,25 para obtener una aproximación de y(2) para la solución de $y' = \frac{\sqrt{y}}{2x+1}$ donde y(0) = 4

n	xn	yn	yn+1
0	0	4	4,5
1	0,25	4,5	4,85355339
2	0,5	4,85355339	5,12893816
3	0,75	5,12893816	5,35540975
4	1	5,35540975	5,54825774
5	1,25	5,54825774	5,71650588
6	1,5	5,71650588	5,86593848
7	1,75	5,86593848	6,00049236
8	2	6,00049236	6,12297188
9	2,25	6,12297188	6,23544751

Xf = 2

Xn = 0

Yn = 4

H = 0,25

$$Y_{n+1} = Y_n + h * f(X_n, Y_n)$$

$$h = \frac{x_f - x_n}{n}$$

$$X_{n+1} = X_n + h$$

¡Directo hacia lo alto!

Referencias

Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2007). Métodos numéricos para ingenieros. McGraw-Hill,.

http://ing.unne.edu.ar/computacion/pub/informatica/IN.pdf

¡Siempre hacia lo alto!

UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS

PRIMER CLAUSTRO UNIVERSITARIO DE COLOMBIA

SECCIONAL TUNJA

VIGILADA MINEDUCACIÓN - SNIES 1732

¡Siempre hacia lo alto!

USTATUNJA.EDU.CO

@santotomastunja