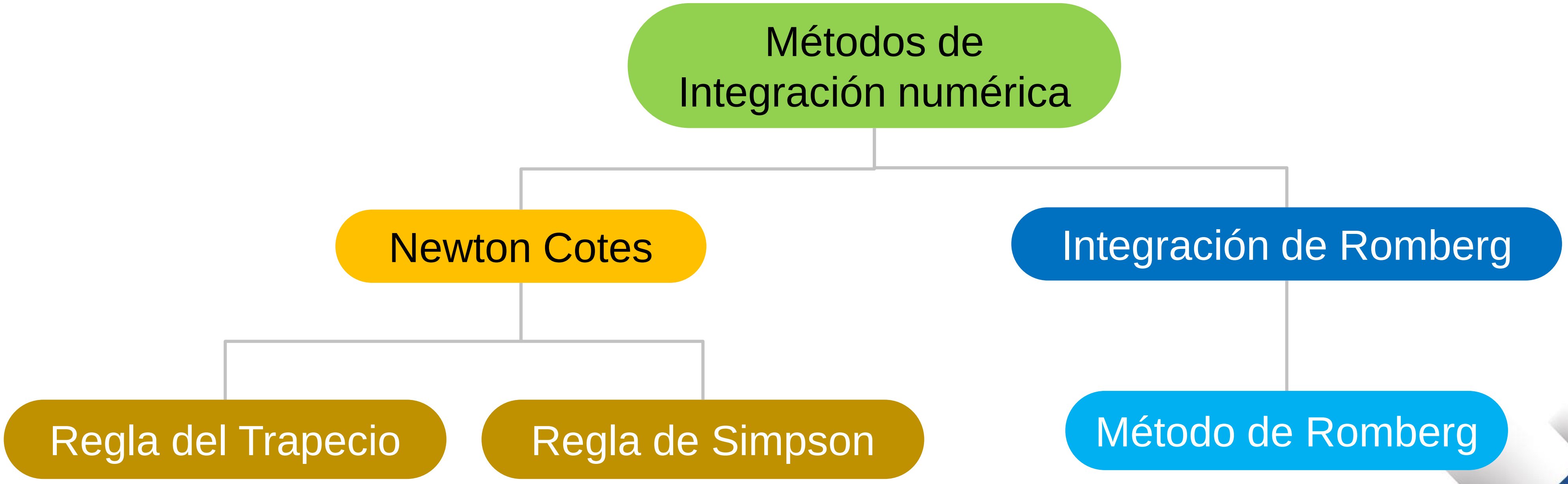
UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS
PRIMER CLAUSTRO UNIVERSITARIO DE COLOMBIA
SECCIONAL TUNJA

VIGILADA MINEDUCACIÓN - SNIES 1732

Diferenciación e integración numéricas

Método de Romberg

La integración de Romberg es una técnica diseñada para obtener integrales numéricas de funciones de manera eficiente. Este método se basa en aplicaciones sucesivas de la regla del trapecio y en la extrapolación de Richardson.



¡Siempre hacia lo alto!

Método de Romberg

Fórmula del trapecio simple (cuando el número de segmentos es 1):

$$\int_{a}^{b} f(x) \cong \frac{h}{2}\left[f(a) + f(b)\right]$$

Donde h = b - a

¡Siempre hacia lo alto!

Método de Romberg

Fórmula del trapecio simple (cuando el número de segmentos es 1):

$$\int_a^b f(x) \cong \frac{h}{2}\left[f(a)+f(b)\right]$$

Donde h = b – a.

Fórmula del trapecio compuesto o múltiple (cuando la cantidad de segmentos es mayor o igual a 2):

$$\int_a^b f(x) \cong \frac{\Delta x}{2}\left[f(x_0)+f(x_n)+2\sum_{n=1}^{n-1} f(x_i)\right]$$

Donde Δx = (b-a)/n

¡Siempre hacia lo alto!

Método de Romberg

Extrapolación de Richardson:

Combina dos aproximaciones de integración numérica, para obtener un tercer valor más exacto. Es una técnica de corrección del error para mejorar los resultados de la integración numérica

¡Siempre hacia lo alto!

Método de Romberg

Extrapolación de Richardson:

Combina dos aproximaciones de integración numérica, para obtener un tercer valor más exacto. Es una técnica de corrección del error para mejorar los resultados de la integración numérica.

Para entender el método de Romberg, es conveniente pensar que se trabaja en niveles de aproximación. En un primer nivel, es cuando aplicamos la regla del Trapecio, y para poder usar la fórmula anterior, debemos de duplicar cada vez el número de subintervalos: así, podemos comenzar con un subintervalo, luego con dos, cuatro, ocho, etc., hasta donde se desee.

¡Siempre hacia lo alto!

Método de Romberg

Posteriormente, pasamos al segundo nivel de aproximación, que es donde se usa la fórmula anterior, tomando las parejas contiguas de aproximación del nivel anterior, y que corresponden cuando

$$h_2 = \frac{h_1}{2}.$$

Después pasamos al tercer nivel de aproximación, pero aquí cambia la fórmula de Romberg, y así sucesivamente hasta el último nivel, que se alcanza cuando solo contamos con una pareja del nivel anterior.

El número de niveles de aproximación que se alcanzan, depende de las aproximaciones que se hicieron en el nivel 1. En general, si en el primer nivel, iniciamos con n aproximaciones, entonces alcanzaremos a llegar hasta el nivel de aproximación n+1.

¡Siempre hacia lo alto!

Método de Romberg

Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4 …
Regla del trapecio	$\frac{4}{3}M - \frac{1}{3}N$	$\frac{16}{15}M - \frac{1}{15}N$	$\frac{64}{63}M - \frac{1}{63}N$

Integral más exacta

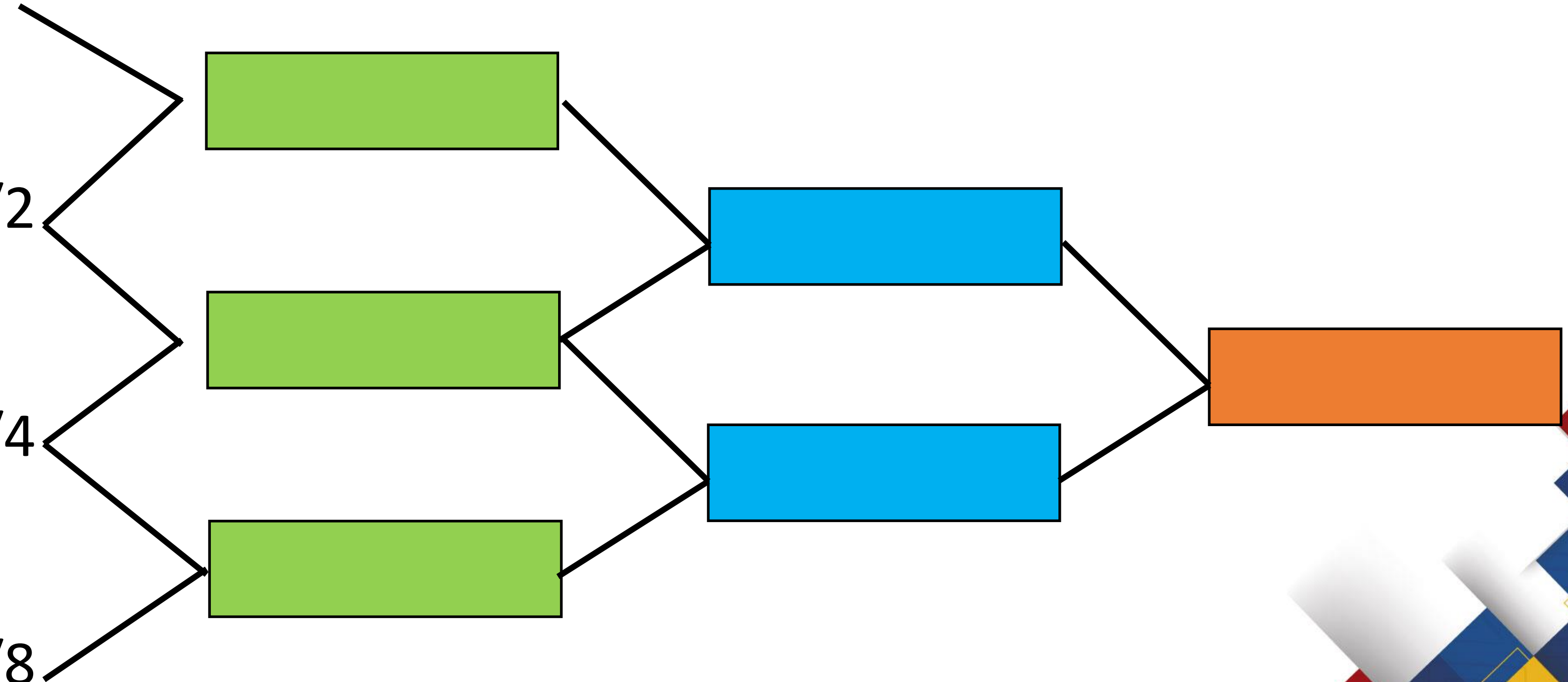
$h_1 = b - a$

$h_2 = (b - a)/2$

$h_3 = (b - a)/4$

$h_4 = (b - a)/8$

…



¡Siempre hacia lo alto!

Método de Romberg

Fórmula de Romberg para cada nivel:

$$I_{j,k} = \frac{4^{k-1} \cdot I_{j+1,\,k-1} - I_{j,k-1}}{4^{k-1} - 1}$$

$k =$ Nivel de integración

$j =$ Sirve para distinguir de las aproximaciones

¡Siempre hacia lo alto!

Método de Romberg: ejemplo

Aproximar la función $\int_{-3}^{3} \ln(4x^2 + 4)\, dx$ utilizando el método de Romberg con k = 4

¡Siempre hacia lo alto!

Método de Romberg: ejemplo

Aproximar la función $\int_{-3}^{3} \ln(4x^2 + 4)\, dx$ utilizando el método de Romberg con k = 4

		Nivel 1			
j	n	Regla del trapecio			
1	1				
2	2				
3	4				
4	8				

¡Siempre hacia lo alto!

Método de Romberg: ejemplo

Aproximar la función $\int_{-3}^{3} \ln(4x^2 + 4)\,dx$ utilizando el método de Romberg con k = 4

		Nivel 1			
j	n	Regla del trapecio			
1	1	22,13327672			
2	2	15,22552145			
3	4	15,3076088			
4	8	15,18530152			

Nota: la cantidad de j es igual a la cantidad de k. Por otro lado, la n se va duplicando cada vez

Para n = 1:

$$\int_a^b f(x) \cong \frac{h}{2}\left[f(a) + f(b)\right]$$

a	-3
b	3

f(a)	3,68887945
f(b)	3,68887945

h = b - a

¡Siempre hacia lo alto!

Método de Romberg: ejemplo

Aproximar la función $\int_{-3}^{3} \ln(4x^2+4)\,dx$ utilizando el método de Romberg con k = 4

		Nivel 1			
j	n	Regla del trapecio			
1	1	22,13327672			
2	2	15,22552145			
3	4	15,3076088			
4	8	15,18530152			

Para n = 2:

$$\int_a^b f(x) \cong \frac{\Delta x}{2}\left[f(x_0)+f(x_n)+2\sum_{n=1}^{n-1} f(x_i)\right]$$

Donde Δx = (b-a)/n

n	x	f(x)	delta X
0	-3	3,68887945	3
1	0	1,38629436	
2	3	3,68887945	

¡Siempre hacia lo alto!

Método de Romberg: ejemplo

Aproximar la función $\int_{-3}^{3} \ln(4x^2 + 4)\, dx$ utilizando el método de Romberg con k = 4

		Nivel 1			
j	n	Regla del trapecio			
1	1	22,13327672			
2	2	15,22552145			
3	4	15,3076088			
4	8	15,18530152			

Para n = 4:

$$\int_a^b f(x) \cong \frac{\Delta x}{2}\left[f(x_0) + f(x_n) + 2\sum_{n=1}^{n-1} f(x_i)\right]$$

Donde Δx = (b-a)/n

n	x	f(x)	delta X
0	-3	3,68887945	1,5
1	-1,5	2,56494936	
2	0	1,38629436	
3	1,5	2,56494936	
4	3	3,68887945	

¡Siempre hacia lo alto!

Método de Romberg: ejemplo

Aproximar la función $\int_{-3}^{3} \ln(4x^2 + 4)\, dx$ utilizando el método de Romberg con k = 4

		Nivel 1			
j	n	Regla del trapecio			
1	1	22,13327672			
2	2	15,22552145			
3	4	15,3076088			
4	8	15,18530152			

Para n = 8:

$$\int_a^b f(x) \cong \frac{\Delta x}{2}\left[f(x_0) + f(x_n) + 2\sum_{n=1}^{n-1} f(x_i)\right]$$

Donde Δx = (b-a)/n

n	x	f(x)	delta X
0	-3	3,68887945	0,75
1	-2,25	3,18841662	
2	-1,5	2,56494936	
3	-0,75	1,83258146	
4	0	1,38629436	
5	0,75	1,83258146	
6	1,5	2,56494936	
7	2,25	3,18841662	
8	3	3,68887945	

Siempre hacia lo alto!

Método de Romberg: ejemplo

Aproximar la función $\int_{-3}^{3} \ln(4x^2 + 4)\, dx$ utilizando el método de Romberg con k = 4

		Nivel 1			
j	n	Regla del trapecio			
1	1	22,13327672			
2	2	15,22552145			
3	4	15,3076088			
4	8	15,18530152			

Para aplicar la fórmula de Romberg debemos tener en cuenta que **k** corresponderá a las columnas y **j** a los renglones o filas

$$I_{j,k} = \frac{4^{k-1} \cdot I_{j+1,\,k-1} - I_{j,k-1}}{4^{k-1} - 1}$$

¡Siempre hacia lo alto!

Método de Romberg: ejemplo

Aproximar la función $\int_{-3}^{3} \ln(4x^2 + 4)\, dx$ utilizando el método de Romberg con k = 4

		Nivel 1 (k=1)				
j	n	I	Regla del trapecio			
1	1	I_{11}	22,13327672			
2	2	I_{21}	15,22552145			
3	4	I_{31}	15,3076088			
4	8	I_{41}	15,18530152			

Para aplicar la fórmula de Romberg debemos tener en cuenta que **k** corresponderá a las columnas y **j** a los renglones o filas

$$I_{j,k} = \frac{4^{k-1} \cdot I_{j+1,\, k-1} - I_{j,k-1}}{4^{k-1} - 1}$$

¡Siempre hacia lo alto!

Método de Romberg: ejemplo

Aproximar la función $\int_{-3}^{3} \ln(4x^2+4)\,dx$ utilizando el método de Romberg con k = 4

		Nivel 1 (k=1)		Nivel 2 (k=2)		
j	n	I	Regla del trapecio	Re		
1	1	I_{11}	22,13327672			
2	2	I_{21}	15,22552145			
3	4	I_{31}	15,3076088			
4	8	I_{41}	15,18530152			

$$I_{12} = \frac{4^{2-1} * I_{1+1,2-1} - I_{1,2-1}}{4^{2-1} - 1}$$

Para aplicar la fórmula de Romberg debemos tener en cuenta que **k** corresponderá a las columnas y **j** a los renglones o filas

$$I_{j,k} = \frac{4^{k-1} \cdot I_{j+1,\,k-1} - I_{j,k-1}}{4^{k-1} - 1}$$

¡Siempre hacia lo alto!

Método de Romberg: ejemplo

Aproximar la función $\int_{-3}^{3} \ln(4x^2+4)\,dx$ utilizando el método de Romberg con k = 4

		Nivel 1 (k=1)		Nivel 2 (k=2)		
j	n	I	Regla del trapecio	Re		
1	1	I_{11}	22,13327672			
2	2	I_{21}	15,22552145			
3	4	I_{31}	15,3076088			
4	8	I_{41}	15,18530152			

$$I_{12} = \frac{4^1 * I_{2,1} - I_{1,1}}{4^1 - 1}$$

Para aplicar la fórmula de Romberg debemos tener en cuenta que **k** corresponderá a las columnas y **j** a los renglones o filas

$$I_{j,k} = \frac{4^{k-1} \cdot I_{j+1,\,k-1} - I_{j,k-1}}{4^{k-1} - 1}$$

¡Siempre hacia lo alto!

Método de Romberg: ejemplo

Aproximar la función $\int_{-3}^{3} \ln(4x^2 + 4)\, dx$ utilizando el método de Romberg con k = 4

		Nivel 1 (k=1)		Nivel 2 (k=2)		
j	n	I	Regla del trapecio	Re		
1	1	I_{11}	22,13327672			
2	2	I_{21}	15,22552145			
3	4	I_{31}	15,3076088			
4	8	I_{41}	15,18530152			

$$I_{12} = \frac{4 * 15{,}22552145 - 22{,}13327672}{3}$$

Para aplicar la fórmula de Romberg debemos tener en cuenta que **k** corresponderá a las columnas y **j** a los renglones o filas

$$I_{j,k} = \frac{4^{k-1} \cdot I_{j+1,\, k-1} - I_{j,k-1}}{4^{k-1} - 1}$$

¡Siempre hacia lo alto!

Método de Romberg: ejemplo

Aproximar la función $\int_{-3}^{3} \ln(4x^2 + 4)\, dx$ utilizando el método de Romberg con k = 4

		Nivel 1 (k=1)		Nivel 2 (k=2)		
j	n	I	Regla del trapecio	Regla de Romberg		
1	1	I_{11}	22,13327672	I_{12} = 12,92293635		
2	2	I_{21}	15,22552145			
3	4	I_{31}	15,3076088			
4	8	I_{41}	15,18530152			

Para aplicar la fórmula de Romberg debemos tener en cuenta que **k** corresponderá a las columnas y **j** a los renglones o filas

$$I_{j,k} = \frac{4^{k-1} \cdot I_{j+1,\, k-1} - I_{j,k-1}}{4^{k-1} - 1}$$

¡Siempre hacia lo alto!

Método de Romberg: ejemplo

Aproximar la función $\int_{-3}^{3} \ln(4x^2+4)\,dx$ utilizando el método de Romberg con k = 4

		Nivel 1 (k=1)		Nivel 2 (k=2)		
j	n	I	Regla del trapecio	Regla de Romberg		
1	1	I_{11}	22,13327672	$I_{12} = 12{,}92293635$		
2	2	I_{21}	15,22552145	$I_{22} = \dfrac{4^{2-1} * I_{2+1,2-1} - I_{2,2-1}}{4^{2-1}-1}$		
3	4	I_{31}	15,3076088			
4	8	I_{41}	15,18530152			

Para aplicar la fórmula de Romberg debemos tener en cuenta que **k** corresponderá a las columnas y **j** a los renglones o filas

$$I_{j,k} = \frac{4^{k-1} \cdot I_{j+1,\,k-1} - I_{j,k-1}}{4^{k-1} - 1}$$

¡Siempre hacia lo alto!

Método de Romberg: ejemplo

Aproximar la función $\int_{-3}^{3} \ln(4x^2 + 4)\, dx$ utilizando el método de Romberg con k = 4

		Nivel 1 (k=1)		Nivel 2 (k=2)		
j	n	I	Regla del trapecio	Regla de Romberg		
1	1	I_{11}	22,13327672	$I_{12} = 12{,}92293635$		
2	2	I_{21}	15,22552145	$I_{22} = \frac{4^1 * I_{3,1} - I_{2,1}}{4^1 - 1}$		
3	4	I_{31}	15,3076088			
4	8	I_{41}	15,18530152			

Para aplicar la fórmula de Romberg debemos tener en cuenta que **k** corresponderá a las columnas y **j** a los renglones o filas

$$I_{j,k} = \frac{4^{k-1} \cdot I_{j+1,\, k-1} - I_{j,k-1}}{4^{k-1} - 1}$$

¡Siempre hacia lo alto!

Método de Romberg: ejemplo

Aproximar la función $\int_{-3}^{3} \ln(4x^2 + 4)\, dx$ utilizando el método de Romberg con k = 4

		Nivel 1 (k=1)		Nivel 2 (k=2)		
j	n	I	Regla del trapecio	Regla de Romberg		
1	1	I_{11}	22,13327672	$I_{12} = 12{,}92293635$		
2	2	I_{21}	15,22552145	$I_{22} = \dfrac{4 * 15{,}3076088 - 15{,}22552145}{3}$		
3	4	I_{31}	15,3076088			
4	8	I_{41}	15,18530152			

Para aplicar la fórmula de Romberg debemos tener en cuenta que **k** corresponderá a las columnas y **j** a los renglones o filas

$$I_{j,k} = \frac{4^{k-1} \cdot I_{j+1,\, k-1} - I_{j,k-1}}{4^{k-1} - 1}$$

¡Siempre hacia lo alto!

Método de Romberg: ejemplo

Aproximar la función $\int_{-3}^{3} \ln(4x^2 + 4)\, dx$ utilizando el método de Romberg con k = 4

		Nivel 1 (k=1)		Nivel 2 (k=2)		
j	n	I	Regla del trapecio	Regla de Romberg		
1	1	I_{11}	22,13327672	$I_{12} = 12{,}92293635$		
2	2	I_{21}	15,22552145	$I_{22} = 15{,}33497125$		
3	4	I_{31}	15,3076088			
4	8	I_{41}	15,18530152			

Para aplicar la fórmula de Romberg debemos tener en cuenta que **k** corresponderá a las columnas y **j** a los renglones o filas

$$I_{j,k} = \frac{4^{k-1} \cdot I_{j+1,\,k-1} - I_{j,k-1}}{4^{k-1} - 1}$$

¡Siempre hacia lo alto!

Método de Romberg: ejemplo

Aproximar la función $\int_{-3}^{3} \ln(4x^2 + 4)\, dx$ utilizando el método de Romberg con k = 4

		Nivel 1 (k=1)		Nivel 2 (k=2)		
j	n	I	Regla del trapecio	Regla de Romberg		
1	1	I_{11}	22,13327672	$I_{12} = 12{,}92293635$		
2	2	I_{21}	15,22552145	$I_{22} = 15{,}33497125$		
3	4	I_{31}	15,3076088	$I_{32} = \frac{4^{2-1} * I_{3+1,2-1} - I_{3,2-1}}{4^{2-1} - 1}$		
4	8	I_{41}	15,18530152			

Para aplicar la fórmula de Romberg debemos tener en cuenta que **k** corresponderá a las columnas y **j** a los renglones o filas

$$I_{j,k} = \frac{4^{k-1} \cdot I_{j+1,\, k-1} - I_{j,k-1}}{4^{k-1} - 1}$$

¡Siempre hacia lo alto!

Método de Romberg: ejemplo

Aproximar la función $\int_{-3}^{3} \ln(4x^2+4)\,dx$ utilizando el método de Romberg con k = 4

		Nivel 1 (k=1)		Nivel 2 (k=2)		
j	n	I	Regla del trapecio	Regla de Romberg		
1	1	I_{11}	22,13327672	$I_{12} = 12{,}92293635$		
2	2	I_{21}	15,22552145	$I_{22} = 15{,}33497125$		
3	4	I_{31}	15,3076088	$I_{32} = \dfrac{4^1 * I_{4,1} - I_{3,1}}{4^1 - 1}$		
4	8	I_{41}	15,18530152			

Para aplicar la fórmula de Romberg debemos tener en cuenta que **k** corresponderá a las columnas y **j** a los renglones o filas

$$I_{j,k} = \frac{4^{k-1} \cdot I_{j+1,\,k-1} - I_{j,k-1}}{4^{k-1} - 1}$$

¡Siempre hacia lo alto!

Método de Romberg: ejemplo

Aproximar la función $\int_{-3}^{3} \ln(4x^2 + 4)\, dx$ utilizando el método de Romberg con k = 4

		Nivel 1 (k=1)		Nivel 2 (k=2)		
j	n	I	Regla del trapecio	Regla de Romberg		
1	1	I_{11}	22,13327672	$I_{12} = 12{,}92293635$		
2	2	I_{21}	15,22552145	$I_{22} = 15{,}33497125$		
3	4	I_{31}	15,3076088	$I_{32} = 15{,}14453243$		
4	8	I_{41}	15,18530152			

Para aplicar la fórmula de Romberg debemos tener en cuenta que **k** corresponderá a las columnas y **j** a los renglones o filas

$$I_{j,k} = \frac{4^{k-1} \cdot I_{j+1,\, k-1} - I_{j,k-1}}{4^{k-1} - 1}$$

¡Siempre hacia lo alto!

Método de Romberg: ejemplo

Aproximar la función $\int_{-3}^{3} \ln(4x^2+4)\,dx$ utilizando el método de Romberg con k = 4

		Nivel 1 (k=1)		Nivel 2 (k=2)	Nivel 3 (k=3)	
j	n	I	Regla del trapecio	Regla de Romberg		
1	1	I_{11}	22,13327672	$I_{12} = 12{,}92293635$	$I_{13} = \frac{4^{3-1} * I_{1+1,3-1} - I_{1,3-1}}{4^{3-1}-1}$	
2	2	I_{21}	15,22552145	$I_{22} = 15{,}33497125$		
3	4	I_{31}	15,3076088	$I_{32} = 15{,}14453243$		
4	8	I_{41}	15,18530152			

Para aplicar la fórmula de Romberg debemos tener en cuenta que **k** corresponderá a las columnas y **j** a los renglones o filas

$$I_{j,k} = \frac{4^{k-1} \cdot I_{j+1,\,k-1} - I_{j,k-1}}{4^{k-1} - 1}$$

¡Siempre hacia lo alto!

Método de Romberg: ejemplo

Aproximar la función $\int_{-3}^{3} \ln(4x^2+4)\,dx$ utilizando el método de Romberg con k = 4

		Nivel 1 (k=1)		Nivel 2 (k=2)	Nivel 3 (k=3)	
j	n	I	Regla del trapecio	Regla de Romberg		
1	1	I_{11}	22,13327672	$I_{12} = 12{,}92293635$	$I_{13} = \dfrac{4^2 * I_{2,2} - I_{1,2}}{4^2-1}$	
2	2	I_{21}	15,22552145	$I_{22} = 15{,}33497125$		
3	4	I_{31}	15,3076088	$I_{32} = 15{,}14453243$		
4	8	I_{41}	15,18530152			

Para aplicar la fórmula de Romberg debemos tener en cuenta que **k** corresponderá a las columnas y **j** a los renglones o filas

$$I_{j,k} = \frac{4^{k-1} \cdot I_{j+1,\,k-1} - I_{j,k-1}}{4^{k-1} - 1}$$

¡Siempre hacia lo alto!

Método de Romberg: ejemplo

Aproximar la función $\int_{-3}^{3} \ln(4x^2 + 4)\, dx$ utilizando el método de Romberg con k = 4

		Nivel 1 (k=1)		Nivel 2 (k=2)	Nivel 3 (k=3)	
j	n	I	Regla del trapecio	Regla de Romberg		
1	1	I_{11}	22,13327672	$I_{12} = 12{,}92293635$	$I_{13} = \frac{16 * 15{,}33497125 - 12{,}92293635}{15}$	
2	2	I_{21}	15,22552145	$I_{22} = 15{,}33497125$		
3	4	I_{31}	15,3076088	$I_{32} = 15{,}14453243$		
4	8	I_{41}	15,18530152			

Para aplicar la fórmula de Romberg debemos tener en cuenta que **k** corresponderá a las columnas y **j** a los renglones o filas

$$I_{j,k} = \frac{4^{k-1} \cdot I_{j+1,\,k-1} - I_{j,k-1}}{4^{k-1} - 1}$$

¡Siempre hacia lo alto!

Método de Romberg: ejemplo

Aproximar la función $\int_{-3}^{3} \ln(4x^2 + 4)\, dx$ utilizando el método de Romberg con k = 4

		Nivel 1 (k=1)		Nivel 2 (k=2)	Nivel 3 (k=3)	
j	n	I	Regla del trapecio	Regla de Romberg	Regla de Romberg	
1	1	I_{11}	22,13327672	I_{12} = 12,92293635	I_{13} = 15,49577357	
2	2	I_{21}	15,22552145	I_{22} = 15,33497125		
3	4	I_{31}	15,3076088	I_{32} = 15,14453243		
4	8	I_{41}	15,18530152			

Para aplicar la fórmula de Romberg debemos tener en cuenta que **k** corresponderá a las columnas y **j** a los renglones o filas

$$I_{j,k} = \frac{4^{k-1} \cdot I_{j+1,\, k-1} - I_{j,k-1}}{4^{k-1} - 1}$$

¡Siempre hacia lo alto!

Método de Romberg: ejemplo

Aproximar la función $\int_{-3}^{3} \ln(4x^2+4)\,dx$ utilizando el método de Romberg con k = 4

		Nivel 1 (k=1)		Nivel 2 (k=2)	Nivel 3 (k=3)	
j	n	I	Regla del trapecio	Regla de Romberg	Regla de Romberg	
1	1	I_{11}	22,13327672	$I_{12} = 12{,}92293635$	$I_{13} = 15{,}49577357$	
2	2	I_{21}	15,22552145	$I_{22} = 15{,}33497125$	$I_{23} = 15{,}13183651$	
3	4	I_{31}	15,3076088	$I_{32} = 15{,}14453243$		
4	8	I_{41}	15,18530152			

Para aplicar la fórmula de Romberg debemos tener en cuenta que **k** corresponderá a las columnas y **j** a los renglones o filas

$$I_{j,k} = \frac{4^{k-1} \cdot I_{j+1,\,k-1} - I_{j,k-1}}{4^{k-1} - 1}$$

¡Siempre hacia lo alto!

Método de Romberg: ejemplo

Aproximar la función $\int_{-3}^{3} \ln(4x^2 + 4)\, dx$ utilizando el método de Romberg con k = 4

		Nivel 1 (k=1)		Nivel 2 (k=2)	Nivel 3 (k=3)	Nivel 4 (k=4)
j	n	I	Regla del trapecio	Regla de Romberg	Regla de Romberg	Regla de Romberg
1	1	I_{11}	22,13327672	$I_{12} = 12{,}92293635$	$I_{13} = 15{,}49577357$	$I_{14} = 15{,}12605973$
2	2	I_{21}	15,22552145	$I_{22} = 15{,}33497125$	$I_{23} = 15{,}13183651$	
3	4	I_{31}	15,3076088	$I_{32} = 15{,}14453243$		
4	8	I_{41}	15,18530152			

El valor exacto de esta integral es: **15,1294**

¿Cuánto es el error?

¡Siempre hacia lo alto!

Método de Romberg: ejemplo

Aproximar la función $\int_{-3}^{3} \ln(4x^2+4)\,dx$ utilizando el método de Romberg con k = 4

		Nivel 1 (k=1)		Nivel 2 (k=2)	Nivel 3 (k=3)	Nivel 4 (k=4)
j	n	I	Regla del trapecio	Regla de Romberg	Regla de Romberg	Regla de Romberg
1	1	I_{11}	22,13327672	$I_{12} = 12,92293635$	$I_{13} = 15,49577357$	$I_{14} = 15,12605973$
2	2	I_{21}	15,22552145	$I_{22} = 15,33497125$	$I_{23} = 15,13183651$	
3	4	I_{31}	15,3076088	$I_{32} = 15,14453243$		
4	8	I_{41}	15,18530152			

El valor exacto de esta integral es: **15,1294**

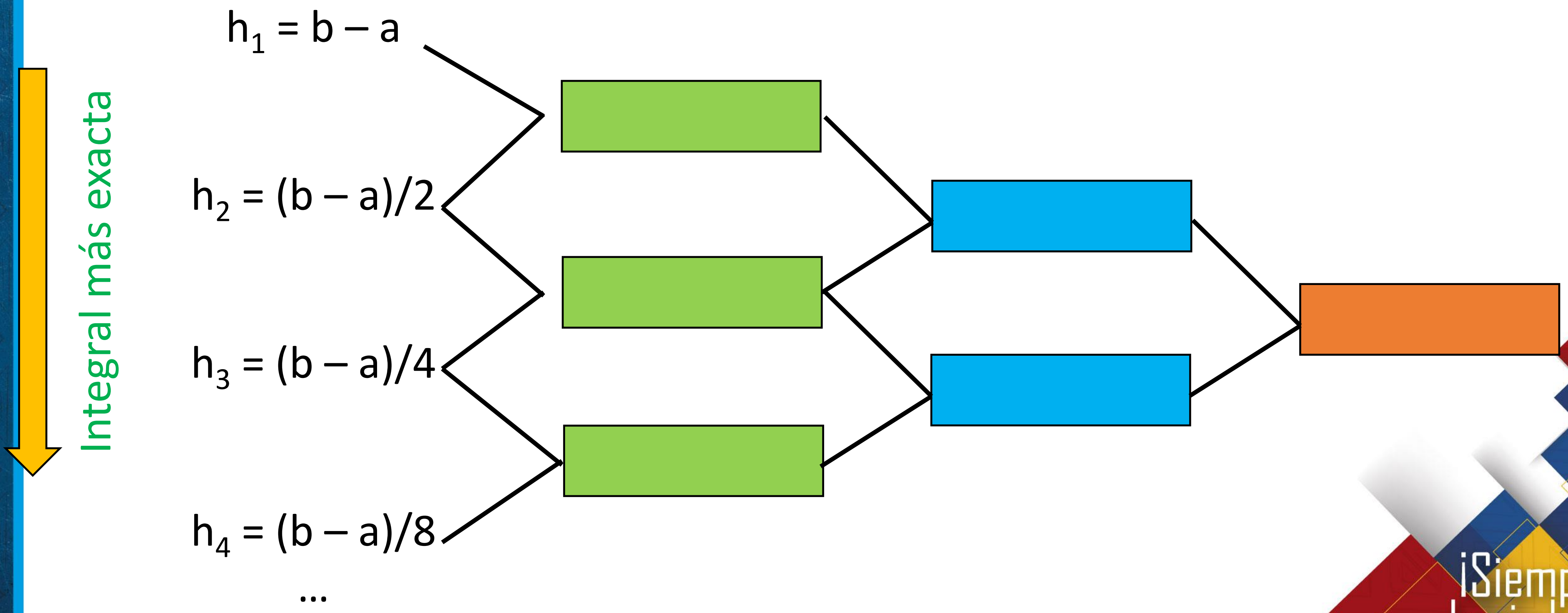
¿Cuánto es el error?

Et=0,0218 %

¡Siempre hacia lo alto!

Método de Romberg

Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4 …
Regla del trapecio	$\frac{4}{3}M - \frac{1}{3}N$	$\frac{16}{15}M - \frac{1}{15}N$	$\frac{64}{63}M - \frac{1}{63}N$



¡Siempre hacia lo alto!

Referencias

Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2007). Métodos numéricos para ingenieros. McGraw-Hill,.

http://ing.unne.edu.ar/computacion/pub/informatica/IN.pdf

¡Siempre hacia lo alto!

UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS

PRIMER CLAUSTRO UNIVERSITARIO DE COLOMBIA

SECCIONAL TUNJA

VIGILADA MINEDUCACIÓN - SNIES 1732

¡Siempre hacia lo alto!

USTATUNJA.EDU.CO

@santotomastunja