UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS
PRIMER CLAUSTRO UNIVERSITARIO DE COLOMBIA
SECCIONAL TUNJA

VIGILADA MINEDUCACIÓN - SNIES 1732

Diferenciación e integración numéricas

Diferenciación e integración numéricas

Dentro de la profesión de ingenieros, nos enfrentamos a sistemas y procesos cambiantes. Una herramienta muy importante es el cálculo.

¡Siempre hacia lo alto!

Diferenciación e integración numéricas

Dentro de la profesión de ingenieros, nos enfrentamos a sistemas y procesos cambiantes. Una herramienta muy importante es el cálculo.

Dos conceptos muy importantes en el cálculo son la diferenciación y la integración.

Diferenciación e integración numéricas

Dentro de la profesión de ingenieros, nos enfrentamos a sistemas y procesos cambiantes. Una herramienta muy importante es el cálculo.

Dos conceptos muy importantes en el cálculo son la diferenciación y la integración.

Diferenciar hace referencia a percibir la diferencia entre.
Por su parte en matemáticas, la derivada es útil para identificar la razón de cambio de una variable dependiente con respecto a una independiente.

Diferenciación e integración numéricas

Dentro de la profesión de ingenieros, nos enfrentamos a sistemas y procesos cambiantes. Una herramienta muy importante es el cálculo.

Dos conceptos muy importantes en el cálculo son la diferenciación y la integración.

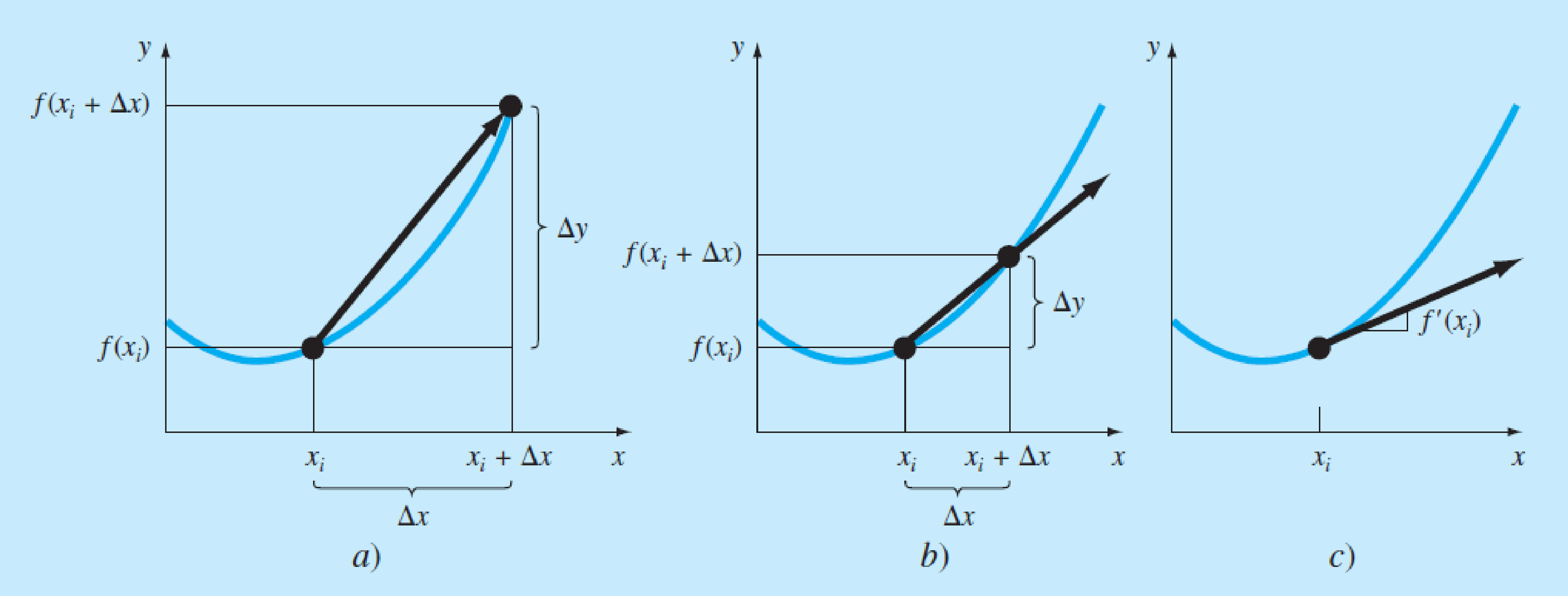
Diferenciar hace referencia a percibir la diferencia entre.
Por su parte en matemáticas, la derivada es útil para identificar la razón de cambio de una variable dependiente con respecto a una independiente.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_i + \Delta x) - f(x_i)}{\Delta x}$$

Diferenciación e integración numéricas

Si la variable independiente x se aproxima a cero, el cociente de las diferencias se convierte en una derivada.

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_i + \Delta x) - f(x_i)}{\Delta x}$$



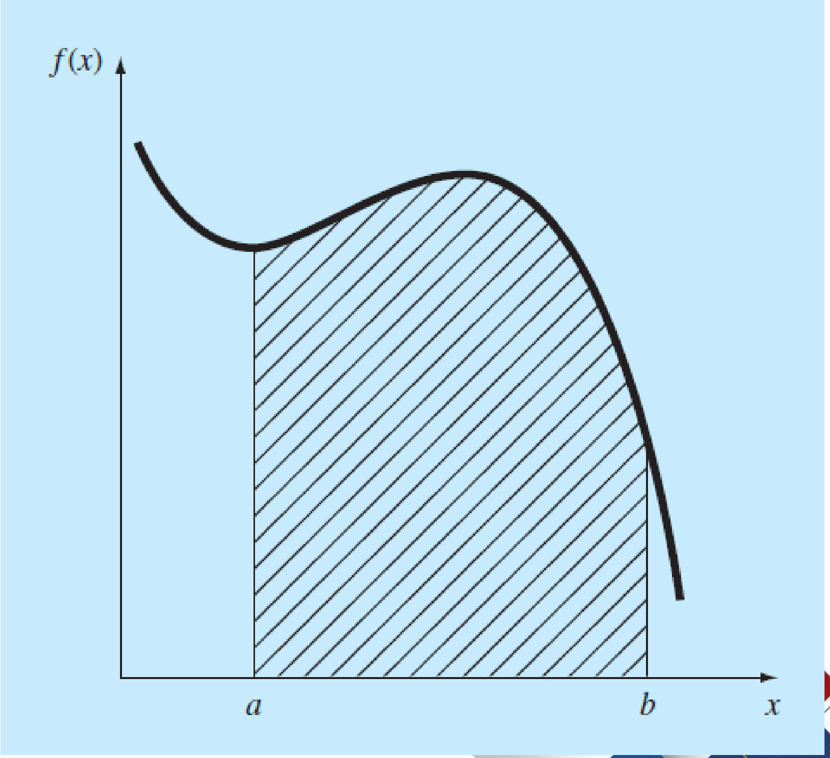
En conclusión, la derivada es la pendiente de la recta tangente a la curva en X_i.

Tomado de Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2007). Métodos numéricos para ingenieros. McGraw-Hill,.

Diferenciación e integración numéricas

El proceso inverso a derivar es integrar, el cual hace referencia a "juntar las partes de un todo, unir, indicar la cantidad total".

$$I = \int_a^b f(x)\, dx$$



Cuando las funciones están sobre el eje de las x, la integral corresponde al área bajo la curva.

El símbolo representa una S estilizada, sugiriendo que la integración se asocia a una suma.

Tomado de Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2007). Métodos numéricos para ingenieros. McGraw-Hill,.

Diferenciación e integración numéricas

Ejemplo:

Si se tiene una función y(t) que hace referencia a la posición de un objeto en función del tiempo, al derivar la función obtenemos su velocidad:

$$v(t) = \frac{d}{dt} y(t)$$

Tomado de Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2007). Métodos numéricos para ingenieros. McGraw-Hill,.

Diferenciación e integración numéricas

Ejemplo:

Si se tiene una función y(t) que hace referencia a la posición de un objeto en función del tiempo, al derivar la función obtenemos su velocidad:

$$v(t) = \frac{d}{dt} y(t)$$

Si se tiene la velocidad como función, entonces la integración dará como resultado la posición

$$y(t) = \int_0^t v(t)\, dt$$

Tomado de Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2007). Métodos numéricos para ingenieros. McGraw-Hill,.

Fórmulas de integración de Newton-Cotes

Estas fórmulas son tipos de integración numéricas muy comunes.

El proceso de aplicación consiste en reemplazar una función compleja o datos tabulados por un polinomio de aproximación que sea fácil de integrar.

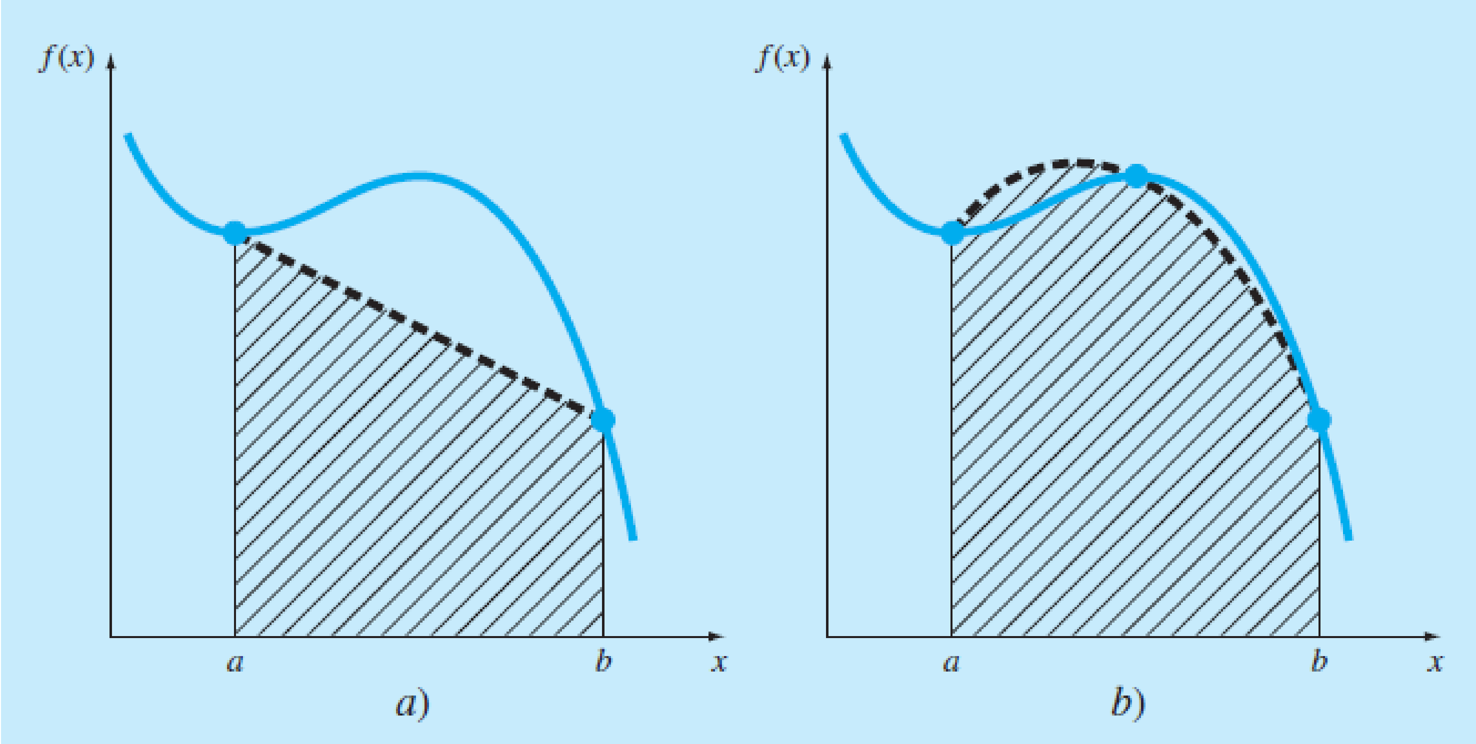
$$I = \int_a^b f(x)\, dx \cong \int_a^b f_n(x)\, dx$$

Donde $f_n(x)$ es un polinomio de la forma

$$f_n(x) = a_0 + a_1 x + \cdots + a_{n-1} x^{n-1} + a_n x^n$$

Tomado de Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2007). Métodos numéricos para ingenieros. McGraw-Hill,.

Fórmulas de integración de Newton-Cotes

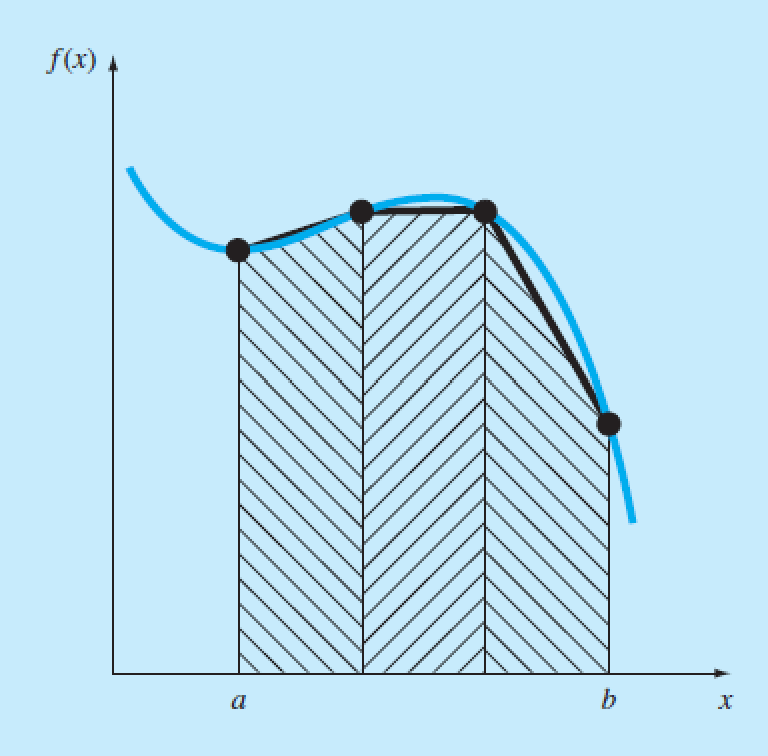


Tomado de Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2007). Métodos numéricos para ingenieros. McGraw-Hill,.

¡Siempre hacia lo alto!

Fórmulas de integración de Newton-Cotes

Por su parte, la integral se puede aproximar si se emplea un conjunto de polinomios que se aplican por partes, con segmentos de longitud constantes.



Tomado de Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2007). Métodos numéricos para ingenieros. McGraw-Hill,.

¡Siempre hacia lo alto!

Fórmulas de integración de Newton-Cotes

Formas de las formas de Newton – Cotes:

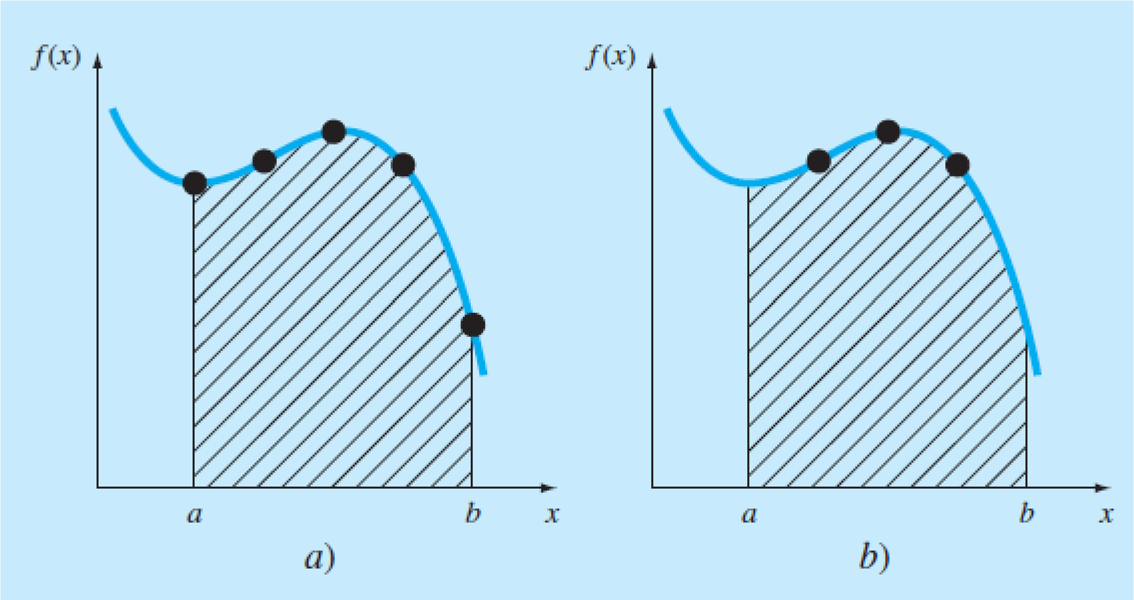
- Cerradas: se conocen los datos de inicio y final de las límites de la integración.
- Abiertas: tienen límites de integración que van más allá del intervalo de datos.

Tomado de Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2007). Métodos numéricos para ingenieros. McGraw-Hill,.

Fórmulas de integración de Newton-Cotes

Formas de las formas de Newton – Cotes:

- Cerradas: se conocen los datos de inicio y final de las límites de la integración. (a)
- Abiertas: tienen límites de integración que van más allá del intervalo de datos. (b)



Tomado de Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2007). Métodos numéricos para ingenieros. McGraw-Hill,.

REGLA DEL TRAPECIO

Es una fórmula cerrada de integración de Newton-Cotes. Hace referencia a un polinomio de primer grado.

$$I = \int_a^b f(x)\, dx \cong \int_a^b f_1(x)\, dx$$

Tomado de Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2007). Métodos numéricos para ingenieros. McGraw-Hill,.

¡Siempre hacia lo alto!

REGLA DEL TRAPECIO

Es una fórmula cerrada de integración de Newton-Cotes. Hace referencia a un polinomio de primer grado.

$$I = \int_a^b f(x)\,dx \cong \int_a^b f_1(x)\,dx$$

En el método de Newton para aproximar una función, usábamos:

$$f_1(x) = f(a) + \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(x - a)$$

Tomado de Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2007). Métodos numéricos para ingenieros. McGraw-Hill,.

REGLA DEL TRAPECIO

Para obtener el área bajo la curva de esta línea recta, se hace una aproximación de la integral entre a y b.

$$I = \int_a^b \left[f(a) + \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(x - a) \right] dx$$

Se obtiene:

$$I = (b - a)\frac{f(a) + f(b)}{2}$$

Llamada **Regla del trapecio**

Tomado de Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2007). Métodos numéricos para ingenieros. McGraw-Hill,.

Referencias

Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2007). Métodos numéricos para ingenieros. McGraw-Hill,.