UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS
PRIMER CLAUSTRO UNIVERSITARIO DE COLOMBIA
SECCIONAL TUNJA

VIGILADA MINEDUCACIÓN - SNIES 1732

REPASO DE MATRICES

REPASO DE MATRICES

Tabla bidimensional

Matriz A de mxn elementos

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

n = ?

m = ?

a_{ij} = ?

$$A \in \mathbb{R}^{mxn}$$

REPASO DE MATRICES

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ -2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \quad , \qquad A \in \mathbb{R}^{2\times 3}$$

¿Cuántas columnas?
¿Cuántas filas?
¿Cuál elemento está en la posición a_{21}?

TIPOS DE MATRICES

$$C = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Matriz o vector columna (C es de mx1)

$$F = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Matriz o vector fila (F es de 1xn)

$$N = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Matriz nula

TIPOS DE MATRICES

$$D = \begin{pmatrix} \boxed{1} & 2 & 3 \\ 6 & \boxed{5} & 4 \\ -3 & -4 & \boxed{0} \end{pmatrix}$$

Matriz cuadrada

¿Cuál es la diagonal principal?

¿Cuál es la traza? $(A) = a_{11} + a_{22} + a_{33} + \ldots + a_{nn}$

TIPOS DE MATRICES

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \boxed{3} \\ 6 & 5 & 4 \\ -3 & -4 & 0 \end{pmatrix}$$

¿Cuál es la diagonal secundaria?

$$a_{1n}, a_{2,n-1}, a_{3,n-2}, \ldots, a_{n1}$$

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 4 & \frac{1}{3} \\ 0 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & \pi \end{pmatrix}$$

Triangular superior

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 5 & 0 \\ 1 & 3 & 16 & -78 \end{pmatrix}$$

Triangular inferior

TIPOS DE MATRICES

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

Matriz diagonal

$$I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Matriz unidad o identidad

OPERACIONES CON MATRICES

Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & -2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ -2 & -5 & -3 \end{pmatrix}$$

Calcular:

1. A + B
2. A – B

OPERACIONES CON MATRICES

Producto

$$A_{m\times n}\cdot B_{n\times p} = C_{m\times p}$$

Deben ser iguales para que
pueda realizarse el producto de matrices

OPERACIONES CON MATRICES

Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & -1 & 3 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Calcular:

1. A • B
2. B • A

OPERACIONES CON MATRICES

Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & -1 & 3 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$A^t =$

$B^t =$

Si una matriz cuadrada es igual a su transpuesta, entonces se llama simétrica

PROPIEDADES DE LAS OPERACIONES DE MATRICES

Si A, B y C son matrices de tamaño mxn y α y β son escalares, se tiene que:

- $A + \mathbf{0} = A$
- $\mathbf{0} \bullet A = \mathbf{0}$
- $A+B = B+A$
- $(A+B)+C = A+(B+C)$
- $\alpha(A+B) = \alpha A + \alpha B$
- $(\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A$

INVERSA DE UNA MATRIZ 2 x 2

Condiciones:

1. Que la matriz sea cuadrada.
2. Que el determinante sea diferente de cero.

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

INVERSA DE UNA MATRIZ 2 x 2

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 9 \end{pmatrix} \qquad A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

INVERSA DE UNA MATRIZ 2 x 2

$A \bullet A^{-1} = A^{-1} \bullet A = I$

Comprobar este teorema con los datos obtenidos en el siguiente ejercicio. Para ello calcule primero la inversa de la matriz y luego comprueba la igualdad.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

INVERSA DE UNA MATRIZ 2 x 2

Calcule A^{-1}, si existe, usando el método de reducción de Gauss Jordan:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$$

INVERSA DE UNA MATRIZ 2 x 2

Calcule A^{-1}, si existe, usando el método de reducción de Gauss Jordan:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -3 & 1 & 0 \\ -4 & 5 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

INVERSA DE UNA MATRIZ 2 x 2

Calcule A^{-1}, si existe, usando el método de reducción de Gauss Jordan:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{5}{2} & -\frac{3}{2} \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

INVERSA DE UNA MATRIZ 2 x 2

Calcule A^{-1}, si existe, usando el método de reducción de Gauss Jordan:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

INVERSA DE UNA MATRIZ 2 x 2

Calcule A^{-1}, si existe, usando el método de reducción de Gauss Jordan:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 3/2 \\ 1 & -1/2 \end{pmatrix}$$

comprobar $A \cdot A^{-1} = I$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 3/2 \\ 1 & -1/2 \end{pmatrix} =$$

INVERSA DE UNA MATRIZ 2 x 2

Calcule A^{-1}, si existe, usando el método de reducción de Gauss Jordan:

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

INVERSA DE UNA MATRIZ 2 x 2

Calcule A^{-1}, si existe, usando el método de reducción de Gauss Jordan:

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad A^{-1} = \begin{pmatrix} 3/19 & -1/19 \\ -2/19 & 7/19 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 2 & 8 \end{pmatrix} \qquad B^{-1} = \begin{pmatrix} 2/5 & -3/10 \\ -1/10 & 1/5 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \qquad C^{-1} = \begin{pmatrix} -5/9 & 2/3 \\ 4/9 & -1/3 \end{pmatrix}$$

DETERMINANTE DE UNA MATRIZ

El determinante de una matriz cuadrada está dado por un numero real. Solamente se puede calcular el determinante a matrices **cuadradas**.

DETERMINANTE DE UNA MATRIZ 2X2

DETERMINANTE DE UNA MATRIZ

El determinante de una matriz cuadrada está dado por un numero real. Solamente se puede calcular el determinante a matrices **cuadradas**.

DETERMINANTE DE UNA MATRIZ 2X2

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

DETERMINANTE DE UNA MATRIZ

El determinante de una matriz cuadrada está dado por un numero real.
Solamente se puede calcular el determinante a matrices **cuadradas**.

DETERMINANTE DE UNA MATRIZ 2X2

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \qquad \det(A) = a_{11} * a_{22} - a_{12} * a_{21}$$

DETERMINANTE DE UNA MATRIZ 3x3

Hallar el det(A), para la siguiente matriz, mediante la regla de Sarrus

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 2 \\ -1 & 7 & 6 \\ 4 & 1 & -5 \end{pmatrix}$$

DETERMINANTE DE UNA MATRIZ 3x3

Hallar el det(A), para la siguiente matriz, mediante la regla de Sarrus

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 2 \\ -1 & 7 & 6 \\ 4 & 1 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 3 & 6 & 2 \\ -1 & 7 & 6 \\ 4 & 1 & -5 \end{vmatrix}$$

1. Se escribe la matriz en formato de determinante

DETERMINANTE DE UNA MATRIZ 3x3

Hallar el det(A), para la siguiente matriz, mediante la regla de Sarrus

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 2 \\ -1 & 7 & 6 \\ 4 & 1 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 3 & 6 & 2 \\ -1 & 7 & 6 \\ 4 & 1 & -5 \end{vmatrix}$$

$$\begin{matrix} 3 & 6 & 2 \\ -1 & 7 & 6 \end{matrix}$$

2. Se escriben debajo de la matriz las dos primeras filas

DETERMINANTE DE UNA MATRIZ 3x3

Hallar el det(A), para la siguiente matriz, mediante la regla de Sarrus

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 2 \\ -1 & 7 & 6 \\ 4 & 1 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 3 & 6 & 2 \\ -1 & 7 & 6 \\ 4 & 1 & -5 \end{vmatrix}$$

$$\begin{matrix} 3 & 6 & 2 \\ -1 & 7 & 6 \end{matrix}$$

3. Se dibujan las diagonales principales (3 términos)

DETERMINANTE DE UNA MATRIZ 3x3

Hallar el det(A), para la siguiente matriz, mediante la regla de Sarrus

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 2 \\ -1 & 7 & 6 \\ 4 & 1 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 3 & 6 & 2 \\ -1 & 7 & 6 \\ 4 & 1 & -5 \end{vmatrix}$$

$$\begin{matrix} 3 & 6 & 2 \\ -1 & 7 & 6 \end{matrix}$$

4. Se multiplican los términos de cada diagonal y se suman

DETERMINANTE DE UNA MATRIZ 3x3

Hallar el det(A), para la siguiente matriz, mediante la regla de Sarrus

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 2 \\ -1 & 7 & 6 \\ 4 & 1 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 3 & 6 & 2 \\ -1 & 7 & 6 \\ 4 & 1 & -5 \end{vmatrix}$$

$$\begin{matrix} 3 & 6 & 2 \\ -1 & 7 & 6 \end{matrix}$$

4. Se multiplican los términos de cada diagonal y se suman

$$\det(A) = -105 - 2 + 144$$

DETERMINANTE DE UNA MATRIZ 3x3

Hallar el det(A), para la siguiente matriz, mediante la regla de Sarrus

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 2 \\ -1 & 7 & 6 \\ 4 & 1 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 3 & 6 & 2 \\ -1 & 7 & 6 \\ 4 & 1 & -5 \\ 3 & 6 & 2 \\ -1 & 7 & 6 \end{vmatrix}$$

5. Se restan las multiplicaciones de las diagonales secundarias

$$\det(A) = -105 - 2 + 144 - (56 + 18 + 30)$$

DETERMINANTE DE UNA MATRIZ 3x3

Hallar el det(A), para la siguiente matriz, mediante la regla de Sarrus

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 2 \\ -1 & 7 & 6 \\ 4 & 1 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 3 & 6 & 2 \\ -1 & 7 & 6 \\ 4 & 1 & -5 \end{vmatrix}$$

$$\begin{matrix} 3 & 6 & 2 \\ -1 & 7 & 6 \end{matrix}$$

6. Se resuelven los cálculos

$$\det(A) = -105 - 2 + 144 - (56 + 18 + 30)$$

$$= 37 - 104$$

DETERMINANTE DE UNA MATRIZ 3x3

Hallar el det(A), para la siguiente matriz, mediante la regla de Sarrus

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 2 \\ -1 & 7 & 6 \\ 4 & 1 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 3 & 6 & 2 \\ -1 & 7 & 6 \\ 4 & 1 & -5 \\ 3 & 6 & 2 \\ -1 & 7 & 6 \end{vmatrix}$$

6. Se resuelven los cálculos

$$\det(A) = -105 - 2 + 144 - (56 + 18 + 30)$$
$$= 37 - 104 = -67$$

DETERMINANTE DE UNA MATRIZ 3x3

Ejercicio:

Hallar el det(B), para la siguiente matriz, mediante la **regla de Sarrus**

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -4 \\ -1 & 2 & 6 \\ 2 & 1 & 9 \end{pmatrix}$$