UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS
PRIMER CLAUSTRO UNIVERSITARIO DE COLOMBIA
SECCIONAL TUNJA

VIGILADA MINEDUCACIÓN - SNIES 1732

Regresión por mínimos cuadrados

Regresión lineal por mínimos cuadrados

Ejercicio 2: encontrar una recta que se ajuste a los siguientes datos. Calcule la desviación estándar, el coeficiente de correlación, el error estándar estimado y el coeficiente de determinación.

x	0	2	4	6	9	11	12	15	17	19
y	5	6	7	6	9	8	7	10	12	12

$$a_1 = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2}$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1\bar{x}$$

¡Siempre hacia lo alto!

Regresión lineal por mínimos cuadrados

Ejercicio 2: encontrar una recta que se ajuste a los siguientes datos. Calcule la desviación estándar, el coeficiente de correlación, el error estándar estimado y el coeficiente de determinación.

x	0	2	4	6	9	11	12	15	17	19
y	5	6	7	6	9	8	7	10	12	12

$$a_1 = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2}$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1\bar{x}$$

$n = 10$

¡Siempre hacia lo alto!

Regresión lineal por mínimos cuadrados

Ejercicio 2: encontrar una recta que se ajuste a los siguientes datos. Calcule la desviación estándar, el coeficiente de correlación, el error estándar estimado y el coeficiente de determinación.

$n = 10$

x	y	xiyi	xi^2
0	5	0	0
2	6	12	4
4	7	28	16
6	6	36	36
9	9	81	81
11	8	88	121
12	7	84	144
15	10	150	225
17	12	204	289
19	12	228	361
95	82	911	1277

$$a_1 = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1\bar{x}$$

¡Siempre hacia lo alto!

Regresión lineal por mínimos cuadrados

Ejercicio 2: encontrar una recta que se ajuste a los siguientes datos. Calcule la desviación estándar, el coeficiente de correlación, el error estándar estimado y el coeficiente de determinación.

$n = 10$

x	y	xiyi	xi^2
0	5	0	0
2	6	12	4
4	7	28	16
6	6	36	36
9	9	81	81
11	8	88	121
12	7	84	144
15	10	150	225
17	12	204	289
19	12	228	361
95	82	911	1277

$(\sum x_i)^2 =$

$$a_1 = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1\bar{x}$$

¡Siempre hacia lo alto!

Regresión lineal por mínimos cuadrados

Ejercicio 2: encontrar una recta que se ajuste a los siguientes datos. Calcule la desviación estándar, el coeficiente de correlación, el error estándar estimado y el coeficiente de determinación.

$n = 10$

x	y	xiyi	xi^2
0	5	0	0
2	6	12	4
4	7	28	16
6	6	36	36
9	9	81	81
11	8	88	121
12	7	84	144
15	10	150	225
17	12	204	289
19	12	228	361
95	82	911	1277

$(\sum x_i)^2 = 9025$

$\bar{y} =$

$$a_1 = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1\bar{x}$$

¡Siempre hacia lo alto!

Regresión lineal por mínimos cuadrados

Ejercicio 2: encontrar una recta que se ajuste a los siguientes datos. Calcule la desviación estándar, el coeficiente de correlación, el error estándar estimado y el coeficiente de determinación.

$n = 10$

$$a_1 = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1\bar{x}$$

x	y	xiyi	xi^2
0	5	0	0
2	6	12	4
4	7	28	16
6	6	36	36
9	9	81	81
11	8	88	121
12	7	84	144
15	10	150	225
17	12	204	289
19	12	228	361
95	82	911	1277

$(\sum x_i)^2 = 9025$

$\bar{y} = 8{,}2$

$\bar{x} = 9{,}5$

$$a_1 = \frac{10(911) - (95)(82)}{10(1277) - (9025)} =$$

¡Siempre hacia lo alto!

Regresión lineal por mínimos cuadrados

Ejercicio 2: encontrar una recta que se ajuste a los siguientes datos. Calcule la desviación estándar, el coeficiente de correlación, el error estándar estimado y el coeficiente de determinación.

$$a_1 = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1\bar{x}$$

$n = 10$

x	y	xiyi	xi^2
0	5	0	0
2	6	12	4
4	7	28	16
6	6	36	36
9	9	81	81
11	8	88	121
12	7	84	144
15	10	150	225
17	12	204	289
19	12	228	361
95	82	911	1277

$(\sum x_i)^2 = 9025$

$\bar{y} = 8{,}2$

$\bar{x} = 9{,}5$

$$a_1 = \frac{10(911) - (95)(82)}{10(1277) - (9025)} = \frac{9110 - 7790}{12770 - 9025}$$

¡Siempre hacia lo alto!

Regresión lineal por mínimos cuadrados

Ejercicio 2: encontrar una recta que se ajuste a los siguientes datos. Calcule la desviación estándar, el coeficiente de correlación, el error estándar estimado y el coeficiente de determinación.

$n = 10$

$$a_1 = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1\bar{x}$$

x	y	xiyi	xi^2
0	5	0	0
2	6	12	4
4	7	28	16
6	6	36	36
9	9	81	81
11	8	88	121
12	7	84	144
15	10	150	225
17	12	204	289
19	12	228	361
95	82	911	1277

$(\sum x_i)^2 = 9025$

$\bar{y} = 8{,}2$

$\bar{x} = 9{,}5$

$$a_1 = \frac{10(911) - (95)(82)}{10(1277) - (9025)} = \frac{9110 - 7790}{12770 - 9025}$$

$$a_1 = \frac{1320}{3745} = 0{,}352469$$

$$a_0 = 8{,}2 - 0{,}352469(9{,}5) = 4{,}851544$$

¡Siempre hacia lo alto!

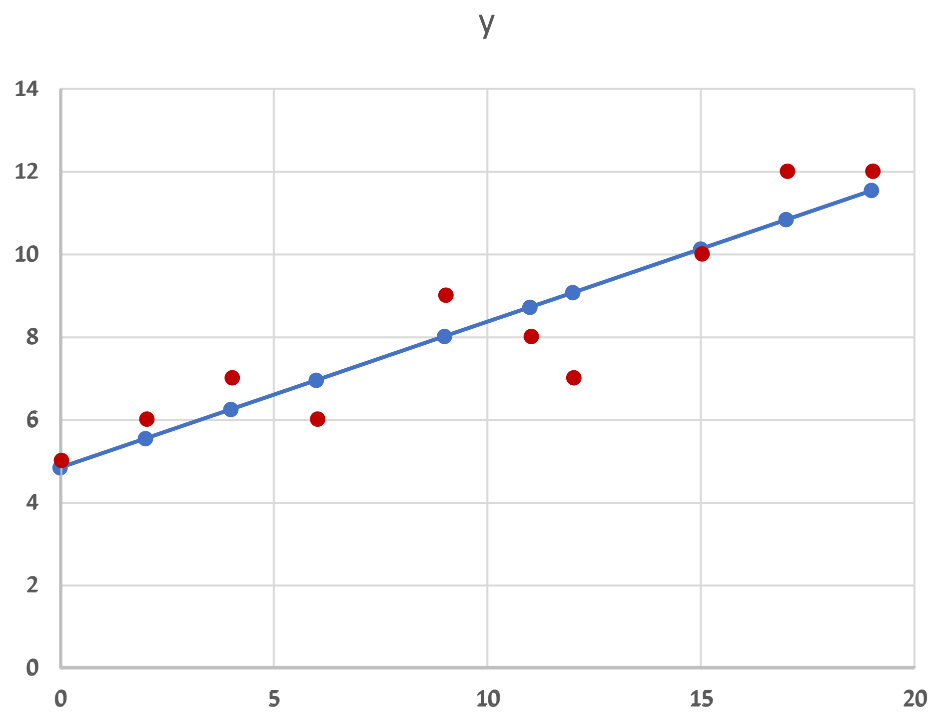
Regresión lineal por mínimos cuadrados

$a_1 = 0{,}352469 \qquad a_0 = 4{,}851544$

Por tanto, la recta que se ajusta a los valores dados es:

$$y = a_0 + a_1 x$$

$$y = 4{,}851544 + 0{,}352469x$$



Regresión lineal por mínimos cuadrados

Ejercicio: medición del error

$$y = 4{,}851544 + 0{,}352469x$$

$$S_r = \sum_{i=1}^{n} e_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_{i,\text{medida}} - y_{i,\text{modelo}})^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - a_0 - a_1 x_i)^2$$

x	y	a0	a1xi	e^2
0	5	4,851544	0	0,022039184
2	6	4,851544	0,704938	0,196708216
4	7	4,851544	1,409876	0,545500416
6	6	4,851544	2,114814	0,933847784
9	9	4,851544	3,172221	0,953034775
11	8	4,851544	3,877159	0,531008062
12	7	4,851544	4,229628	4,331276894
15	10	4,851544	5,287035	0,019204139
17	12	4,851544	5,991973	1,337452929
19	12	4,851544	6,696911	0,203892887
				9,073965287

¡Siempre hacia lo alto!

Regresión lineal por mínimos cuadrados

Ejercicio: desviación estándar, error estándar estimado y coeficiente de correlación

$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{S_r}{n-2}}$$

$$r = \frac{n\sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{\sqrt{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}\sqrt{n\sum y_i^2 - (\sum y_i)^2}}$$

$$s_y = \sqrt{\frac{S_t}{n-1}}$$

$$S_t = \Sigma(y_i - \bar{y})^2$$

x	y	yi-mediay	(yi-mediay)^2
0	5	-3,2	10,24
2	6	-2,2	4,84
4	7	-1,2	1,44
6	6	-2,2	4,84
9	9	0,8	0,64
11	8	-0,2	0,04
12	7	-1,2	1,44
15	10	1,8	3,24
17	12	3,8	14,44
19	12	3,8	14,44
95	82		55,6

$$S_y = \sqrt{\frac{S_t}{n-1}} =$$

¡Siempre hacia lo alto!

Regresión lineal por mínimos cuadrados

Ejercicio: desviación estándar, error estándar estimado y coeficiente de correlación

$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{S_r}{n-2}}$$

$$r = \frac{n\sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{\sqrt{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}\sqrt{n\sum y_i^2 - (\sum y_i)^2}}$$

$$s_y = \sqrt{\frac{S_t}{n-1}}$$

$$S_t = \Sigma(y_i - \bar{y})^2$$

x	y	yi-mediay	(yi-mediay)^2
0	5	-3,2	10,24
2	6	-2,2	4,84
4	7	-1,2	1,44
6	6	-2,2	4,84
9	9	0,8	0,64
11	8	-0,2	0,04
12	7	-1,2	1,44
15	10	1,8	3,24
17	12	3,8	14,44
19	12	3,8	14,44
95	82		55,6

$$S_y = \sqrt{\frac{S_t}{n-1}} = \sqrt{\frac{55{,}6}{9}} = 2{,}485513$$

¡Siempre hacia lo alto!

Regresión lineal por mínimos cuadrados

Ejercicio: desviación estándar, error estándar estimado y coeficiente de correlación

$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{S_r}{n-2}}$$

$$r = \frac{n\sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{\sqrt{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}\sqrt{n\sum y_i^2 - (\sum y_i)^2}}$$

$$s_y = \sqrt{\frac{S_t}{n-1}}$$

$$S_t = \Sigma(y_i - \bar{y})^2$$

x	y	yi-mediay	(yi-mediay)^2
0	5	-3,2	10,24
2	6	-2,2	4,84
4	7	-1,2	1,44
6	6	-2,2	4,84
9	9	0,8	0,64
11	8	-0,2	0,04
12	7	-1,2	1,44
15	10	1,8	3,24
17	12	3,8	14,44
19	12	3,8	14,44
95	82		55,6

$$S_y = \sqrt{\frac{S_t}{n-1}} = \sqrt{\frac{55,6}{9}} = 2,485513$$

$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{S_r}{n-2}} =$$

¡Siempre hacia lo alto!

Regresión lineal por mínimos cuadrados

Ejercicio: desviación estándar, error estándar estimado y coeficiente de correlación

$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{S_r}{n-2}}$$

$$r = \frac{n\sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{\sqrt{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}\sqrt{n\sum y_i^2 - (\sum y_i)^2}}$$

$$s_y = \sqrt{\frac{S_t}{n-1}}$$

$$S_t = \Sigma(y_i - \bar{y})^2$$

x	y	yi-mediay	(yi-mediay)^2
0	5	-3,2	10,24
2	6	-2,2	4,84
4	7	-1,2	1,44
6	6	-2,2	4,84
9	9	0,8	0,64
11	8	-0,2	0,04
12	7	-1,2	1,44
15	10	1,8	3,24
17	12	3,8	14,44
19	12	3,8	14,44
95	82		55,6

$$S_y = \sqrt{\frac{S_t}{n-1}} = \sqrt{\frac{55{,}6}{9}} = 2{,}485513$$

$$S_{y/x} < S_y$$

$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{S_r}{n-2}} = \sqrt{\frac{9{,}073965287}{8}} = 1{,}0650097$$

$$r^2 = \frac{S_t - S_r}{S_t}$$

$$r^2 = \frac{55{,}6 - 9{,}073965287}{55{,}6} = 0{,}836799$$

$$r = 0{,}914767$$

Ajuste = 83,67%

¡Siempre hacia lo alto!

Regresión lineal por mínimos cuadrados

Ejercicio 3: encontrar una recta que se ajuste a los siguientes datos. Calcule la desviación estándar, el coeficiente de correlación, el error estándar estimado y el coeficiente de determinación.

x	6	7	11	15	17	21	23	29	29	37	39
y	29	21	29	14	21	15	7	7	13	0	3

$$a_1 = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2}$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1\bar{x}$$

¡Siempre hacia lo alto!

Regresión lineal por mínimos cuadrados

Ejercicio 3: encontrar una recta que se ajuste a los siguientes datos. Calcule la desviación estándar, el coeficiente de correlación, el error estándar estimado y el coeficiente de determinación. n=11

x	6	7	11	15	17	21	23	29	29	37	39
y	29	21	29	14	21	15	7	7	13	0	3

$$a_1 = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1\bar{x}$$

x	y	xiyi	xi^2
6	29	174	36
7	21	147	49
11	29	319	121
15	14	210	225
17	21	357	289
21	15	315	441
23	7	161	529
29	7	203	841
29	13	377	841
37	0	0	1369
39	3	117	1521
234	159	2380	6262

$(\sum x_i)^2 = 54756$

$\bar{y} = 14{,}45$

$\bar{x} = 21{,}27$

$$a_1 = \frac{11(2380) - 234(159)}{11(6262) - 54756} = -0{,}780546$$

$a_0 = 31{,}052$

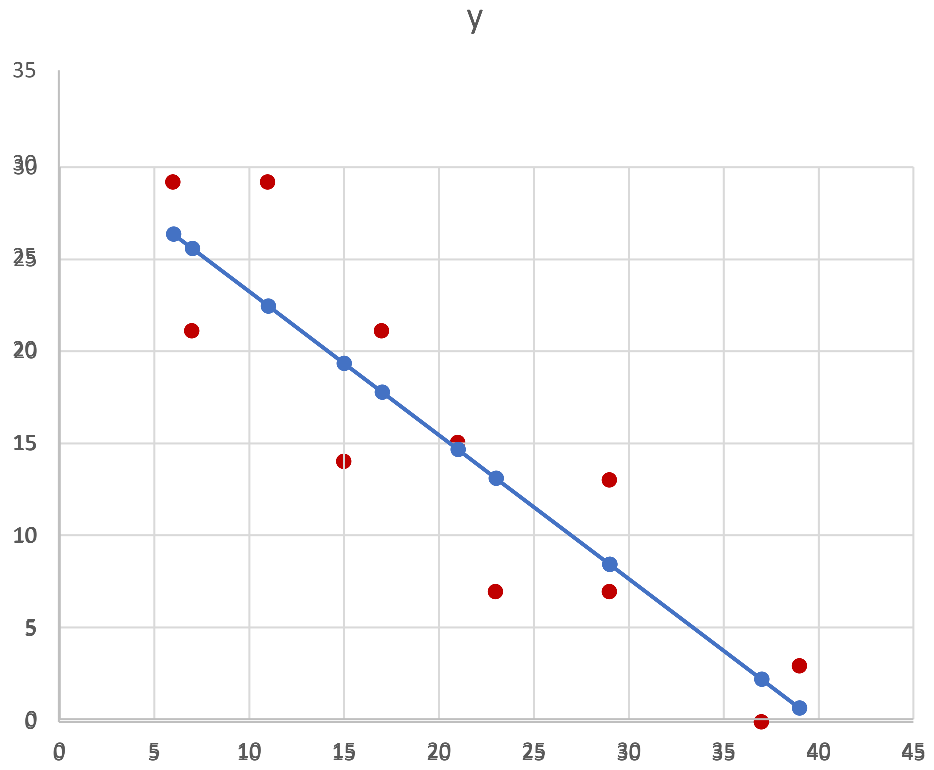
¡Siempre hacia lo alto!

Regresión lineal por mínimos cuadrados

Ejercicio 3: encontrar una recta que se ajuste a los siguientes datos. Calcule la desviación estándar, el coeficiente de correlación, el error estándar estimado y el coeficiente de determinación.

$a_1 = -0{,}780546$ $\qquad a_0 = 31{,}052$

$y = 31{,}052 - 0{,}780546x$



¡Siempre hacia lo alto!

Regresión lineal por mínimos cuadrados

Ejercicio 3: encontrar una recta que se ajuste a los siguientes datos. Calcule la desviación estándar, el coeficiente de correlación, el error estándar estimado y el coeficiente de determinación.

$$S_r = \sum_{i=1}^{n} e_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_{i,\text{medida}} - y_{i,\text{modelo}})^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - a_0 - a_1 x_i)^2$$

x	y	a0	a1xi	e^2
6	29	31,052	-4,683276	6,92361339
7	21	31,052	-5,463822	21,0513774
11	29	31,052	-8,586006	42,6932344
15	14	31,052	-11,70819	28,5563053
17	21	31,052	-13,269282	10,3509035
21	15	31,052	-16,391466	0,11523717
23	7	31,052	-17,952558	37,2031927
29	7	31,052	-22,635834	2,00552614
29	13	31,052	-22,635834	21,0115341
37	0	31,052	-28,880202	4,71670655
39	3	31,052	-30,441294	5,70872582
234	159			
				180,336356

¡Siempre hacia lo alto!

Regresión lineal por mínimos cuadrados

Ejercicio 4: encontrar una recta que se ajuste a los siguientes datos. Calcule la desviación estándar, el coeficiente de correlación, el error estándar estimado y el coeficiente de determinación.

T	0	4	10	15	21	29	36	51	68
Y	66,7	71	76,3	80,6	85,7	92,9	99,4	114	125

$$a_1 = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2}$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1 \bar{x}$$

¡Siempre hacia lo alto!

Regresión lineal por mínimos cuadrados

Ejercicio 5:

Los siguientes datos representan la estatura X(en cms.) y la circunferencia, Y(en cms.) de la cabeza de 10 bebes al momento de nacer

X	47	48	50	50	51	52	52	52	54	50
Y	35	34	33	35	34	36	36	37	38	35

¡Siempre hacia lo alto!

Referencias

Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2007). Métodos numéricos para ingenieros. McGraw-Hill,.

¡Siempre hacia lo alto!

UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS
PRIMER CLAUSTRO UNIVERSITARIO DE COLOMBIA
SECCIONAL TUNJA

VIGILADA MINEDUCACIÓN - SNIES 1732

¡Siempre hacia lo alto!

USTATUNJA.EDU.CO

@santotomastunja