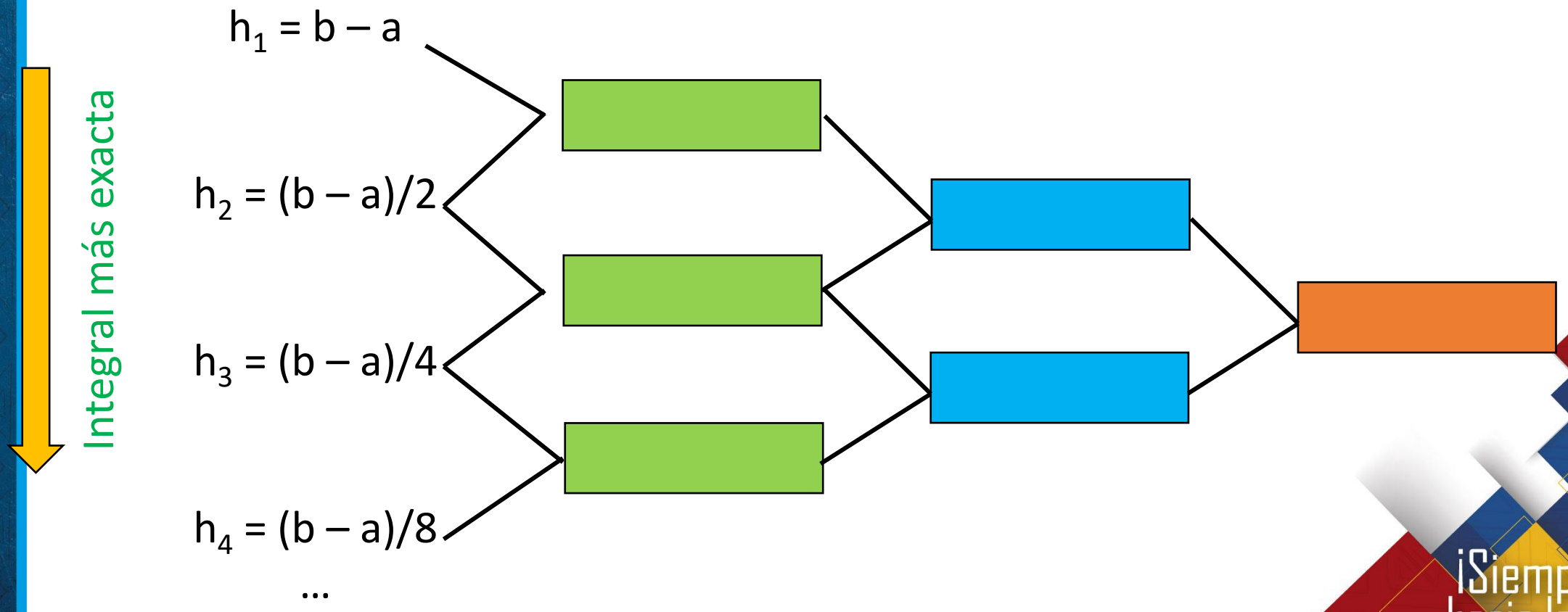
UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS
PRIMER CLAUSTRO UNIVERSITARIO DE COLOMBIA
SECCIONAL TUNJA
VIGILADA MINEDUCACIÓN - SNIES 1732

Diferenciación e integración numéricas

Método de Romberg

Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4 …
Regla del trapecio	$\frac{4}{3}M - \frac{1}{3}N$	$\frac{16}{15}M - \frac{1}{15}N$	$\frac{64}{63}M - \frac{1}{63}N$



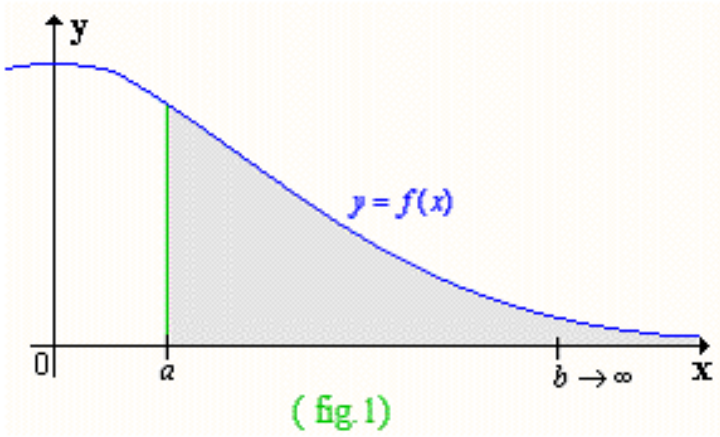
¡Siempre hacia lo alto!

Método de Romberg: ejercicio

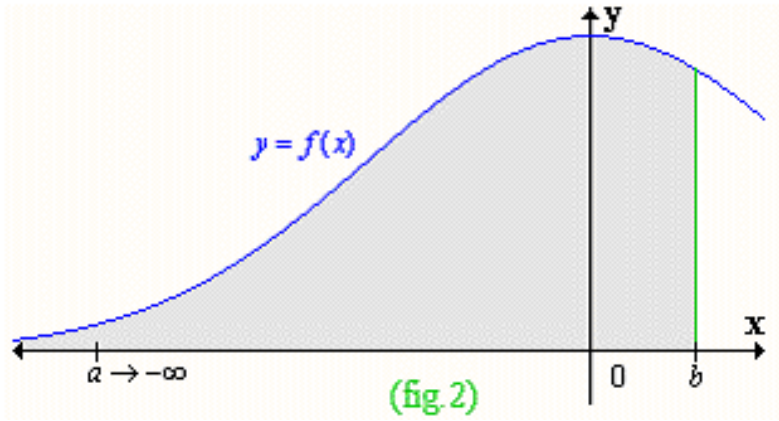
Aproximar la función $\int_{-2}^{4}(1 - x - 4x^3 + 2x^5)dx$ utilizando el método de Romberg con k = 4 y calcule el error

Integrales impropias

Tipo 1: tiene un extremo del intervalo infinito



(fig. 1)



(fig. 2)

Imagen tomada de: https://www.calculo.jcbmat.com/id485.htm

Integrales impropias

Tipo 2: tiene una asíntota o discontinuidad infinita en un intervalo

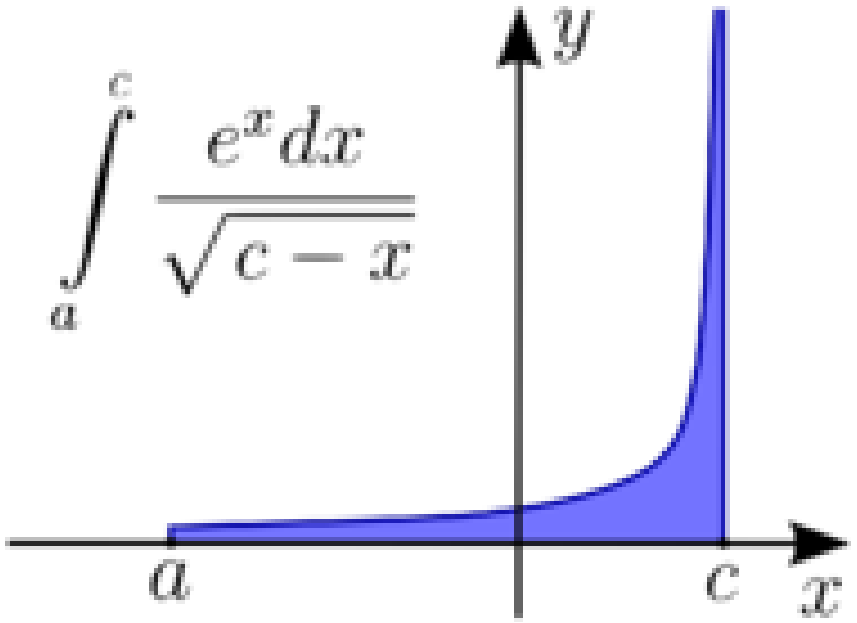
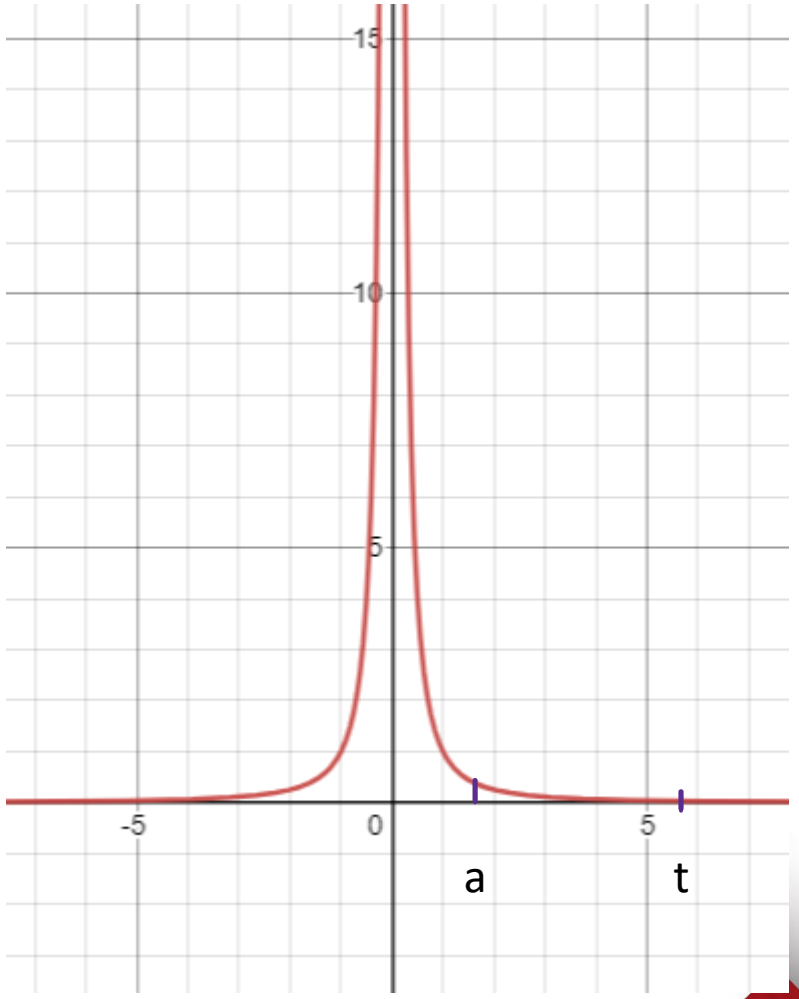


Imagen tomada de:
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Improperintegral1.png

Integrales impropias: ejemplo

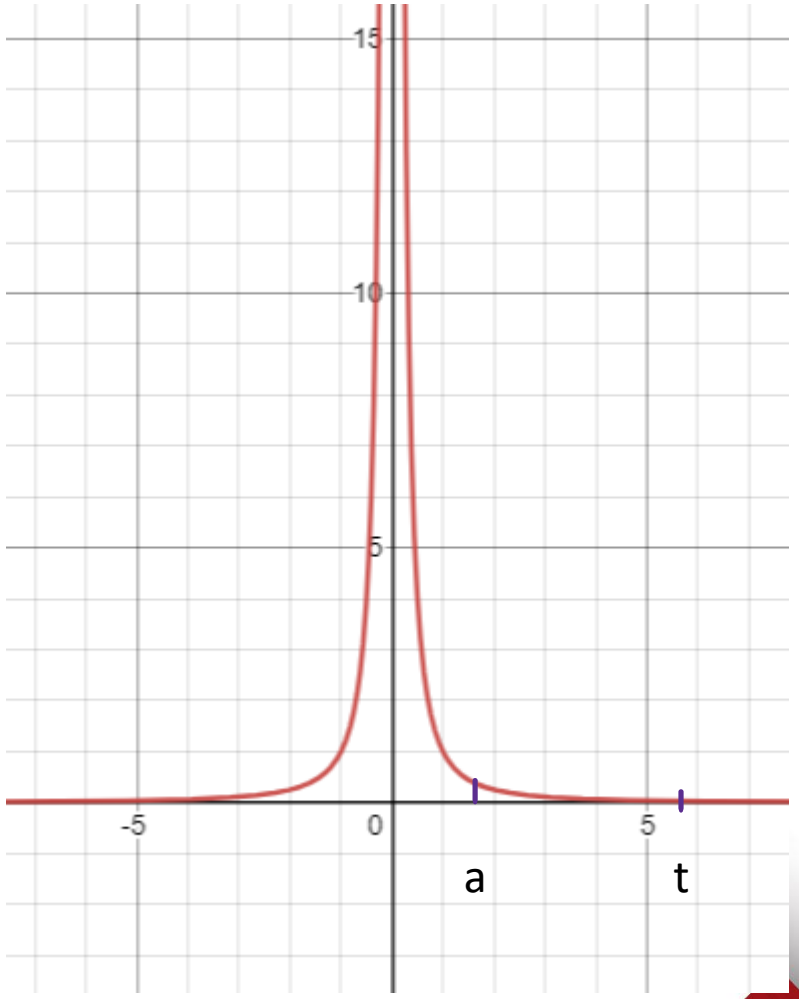
Integrar la función $\int_a^t \frac{1}{x^2}\,dx$



Integrales impropias: ejemplo

Integrar la función $\int_a^t \frac{1}{x^2}\,dx$

$$\int_a^t \frac{1}{x^2}\,dx = \int_a^t x^{-2}\,dx$$

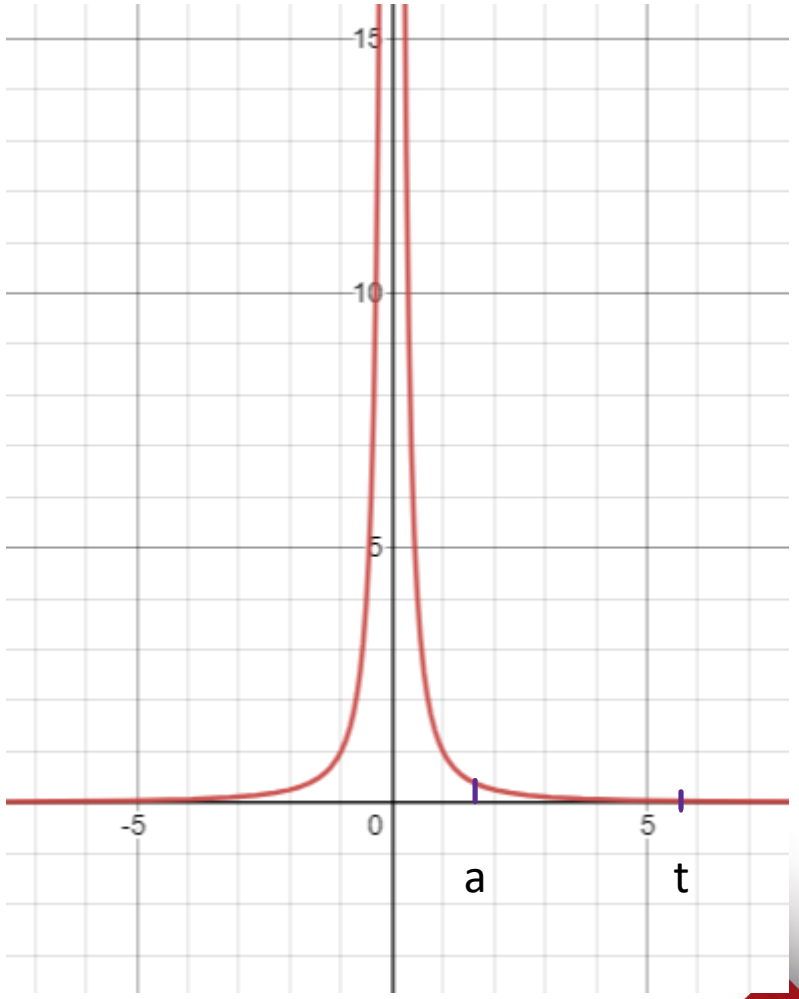


Integrales impropias: ejemplo

Integrar la función $\int_a^t \frac{1}{x^2}\,dx$

$$\int_a^t \frac{1}{x^2}\,dx = \int_a^t x^{-2}\,dx$$

$$= \frac{x^{-1}}{-1}\Big|_a^t$$

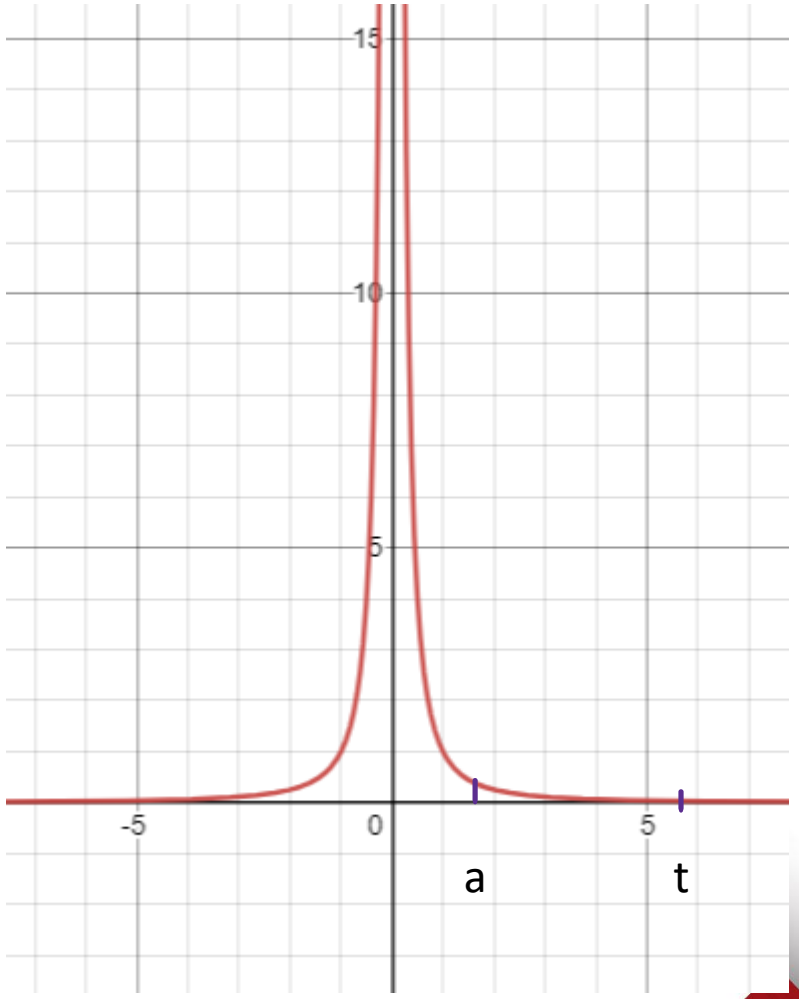


Integrales impropias: ejemplo

Integrar la función $\int_a^t \frac{1}{x^2}\,dx$

$$\int_a^t \frac{1}{x^2}\,dx = \int_a^t x^{-2}\,dx$$

$$= \frac{x^{-1}}{-1}\Big|_a^t = -\frac{1}{x}\Big|_a^t$$



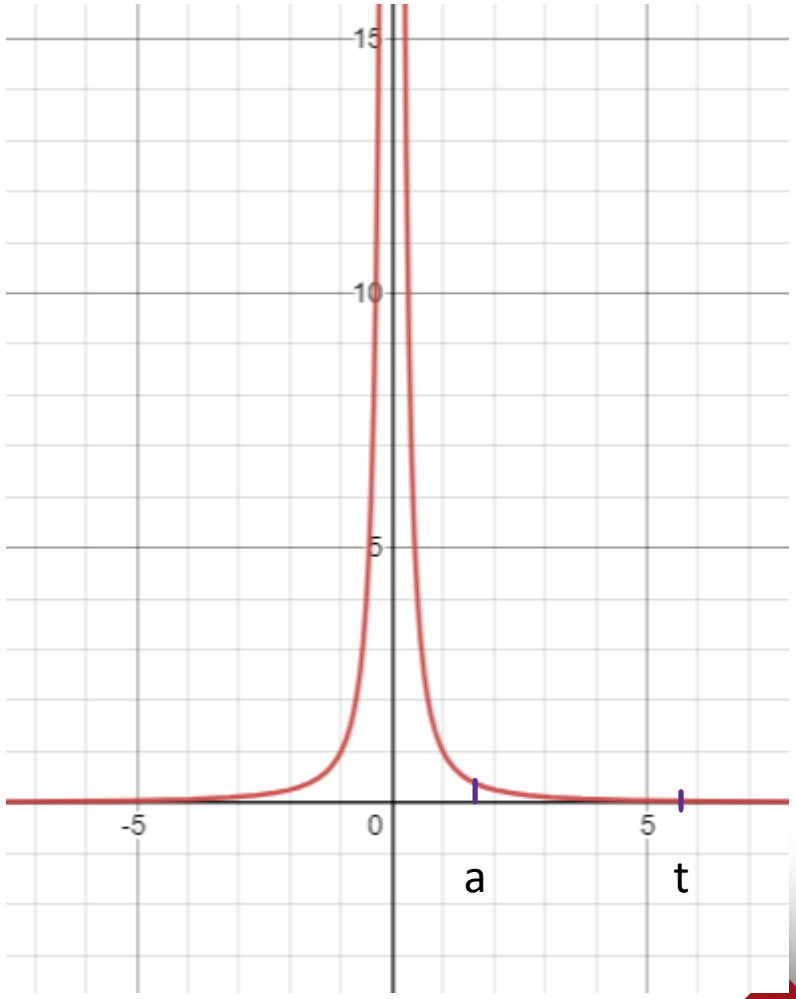
Integrales impropias: ejemplo

Integrar la función $\int_a^t \frac{1}{x^2}\,dx$

$$\int_a^t \frac{1}{x^2}\,dx = \int_a^t x^{-2}\,dx$$

$$= \frac{x^{-1}}{-1}\Big|_a^t = -\frac{1}{x}\Big|_a^t$$

$$= -\frac{1}{t} - \left(-\frac{1}{a}\right) =$$



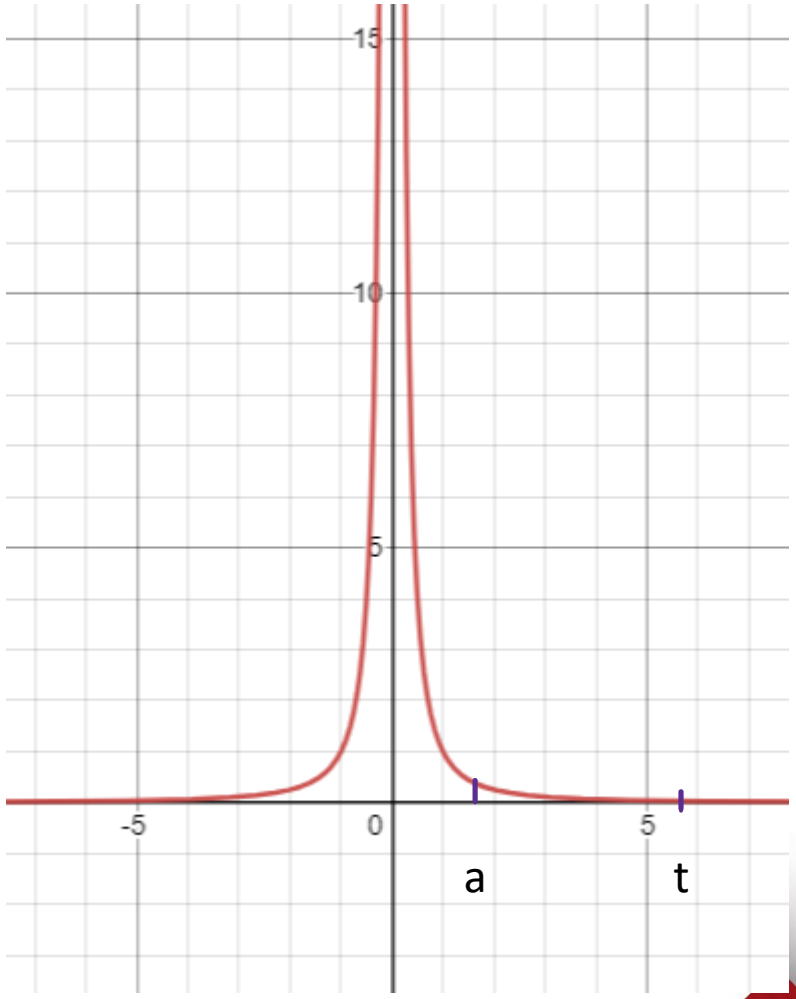
Integrales impropias: ejemplo

Integrar la función $\int_a^t \frac{1}{x^2}\,dx$

$$\int_a^t \frac{1}{x^2}\,dx = \int_a^t x^{-2}\,dx$$

$$= \frac{x^{-1}}{-1}\Big|_a^t = -\frac{1}{x}\Big|_a^t$$

$$= -\frac{1}{t} - \left(-\frac{1}{a}\right) = \frac{1}{a} - \frac{1}{t}$$



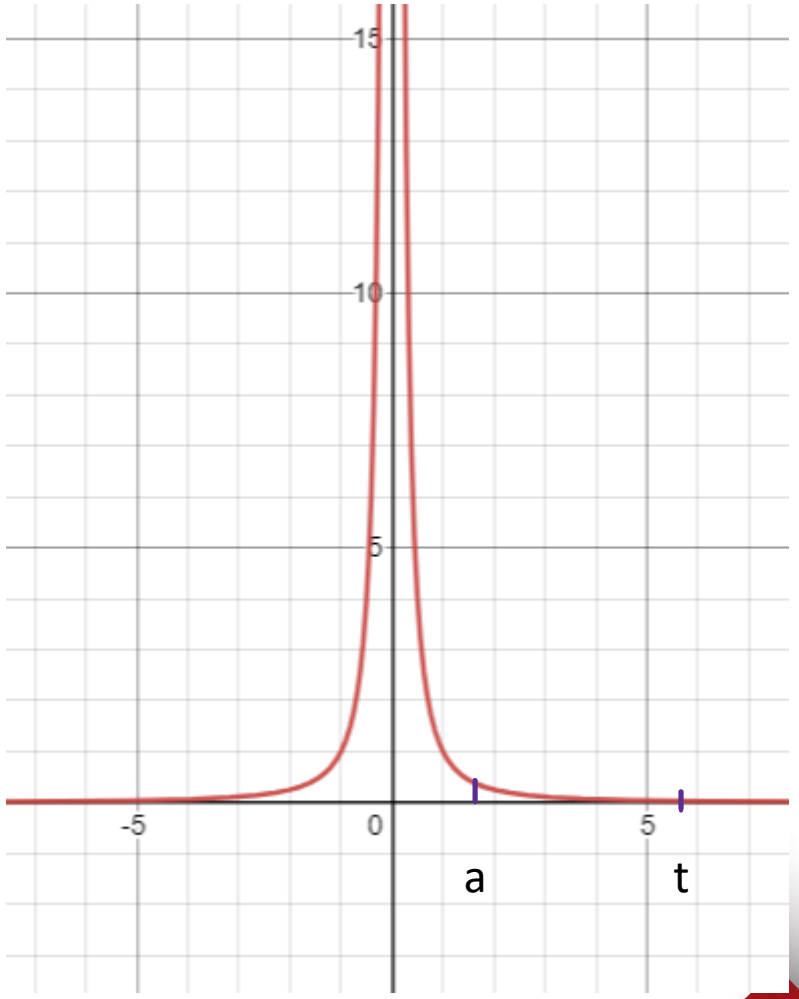
Integrales impropias: ejemplo

Integrar la función $\int_a^t \frac{1}{x^2} dx$

$$= \frac{1}{a} - \frac{1}{t}$$

Si a = 1

$$= 1 - \frac{1}{t}$$



Integrales impropias: ejemplo

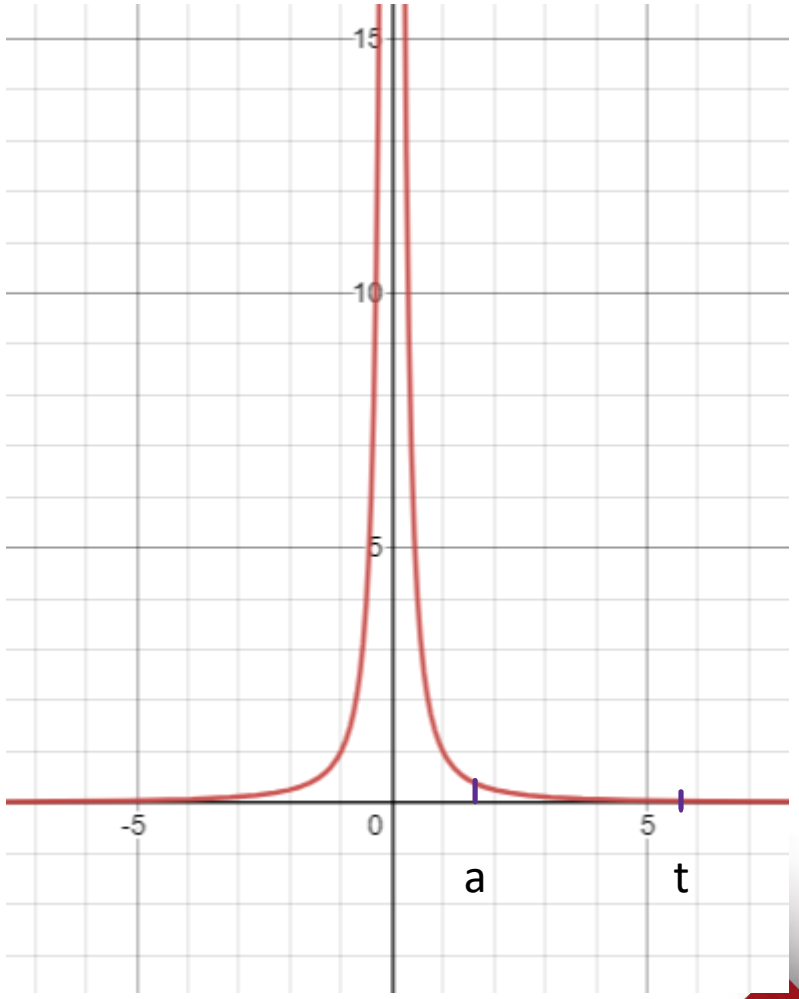
Integrar la función $\int_a^t \frac{1}{x^2} dx$

$$= \frac{1}{a} - \frac{1}{t}$$

Si a = 1 $= 1 - \frac{1}{t}$

Vamos a ir moviendo t hacia la derecha, es decir, t va a tender a infinito

Si t = 2 $= 1 - \frac{1}{2} = 0{,}5$



Integrales impropias: ejemplo

Integrar la función $\int_a^t \frac{1}{x^2} dx$

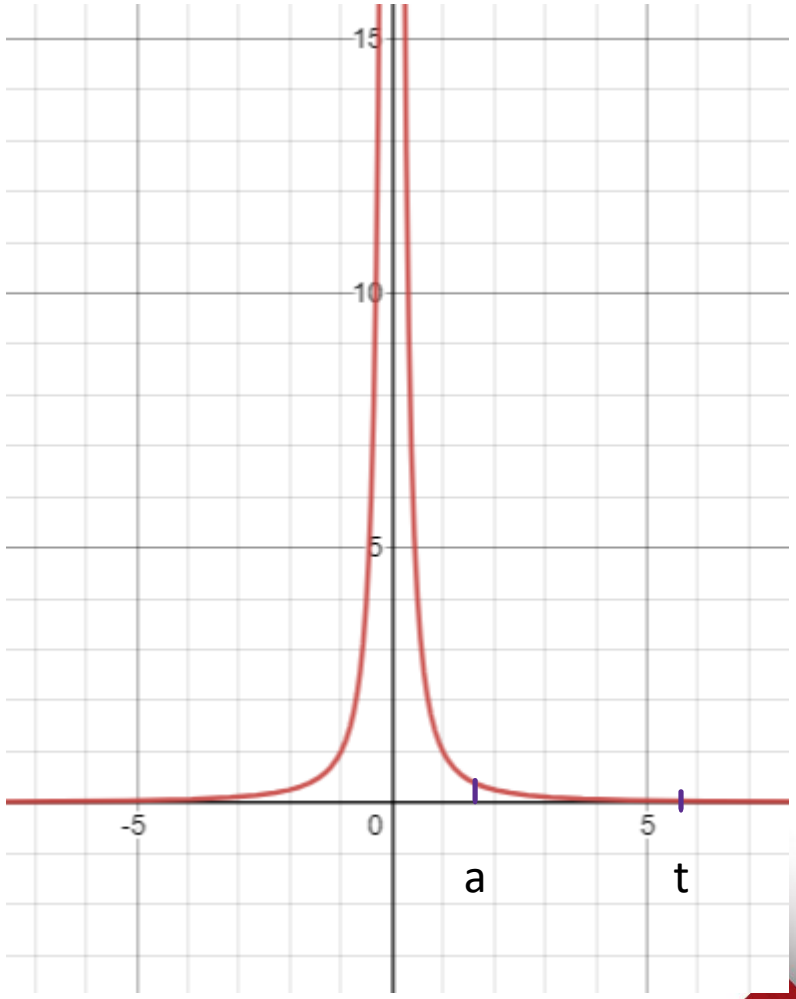
$$= \frac{1}{a} - \frac{1}{t}$$

Si a = 1 $= 1 - \frac{1}{t}$

Vamos a ir moviendo t hacia la derecha, es decir, t va a tender a infinito

Si t = 2 $= 1 - \frac{1}{2} = 0{,}5$

Si t = 3 $= 1 - \frac{1}{3} = 0{,}667$



Integrales impropias: ejemplo

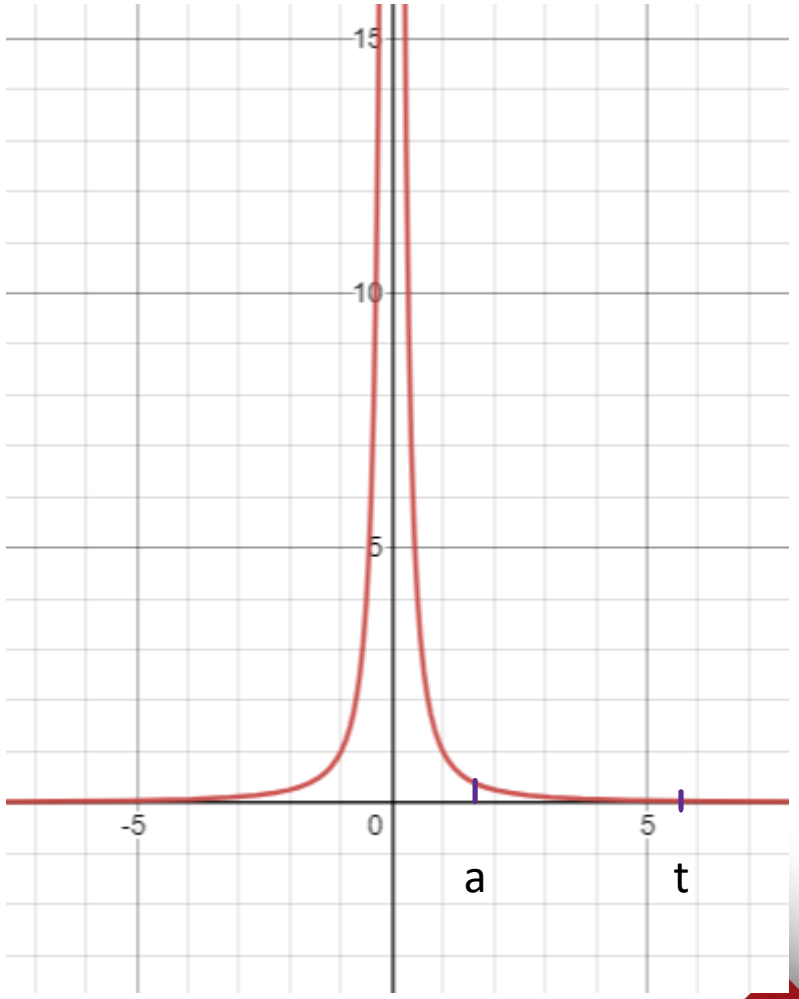
Integrar la función $\int_a^t \frac{1}{x^2} dx$

$$= \frac{1}{a} - \frac{1}{t}$$

Si a = 1 $= 1 - \frac{1}{t}$

Vamos a ir moviendo t hacia la derecha, es decir, t va a tender a infinito

Si t = 10 $= 1 - \frac{1}{10} = 0{,}9$



Integrales impropias: ejemplo

Integrar la función $\int_a^t \frac{1}{x^2} dx$

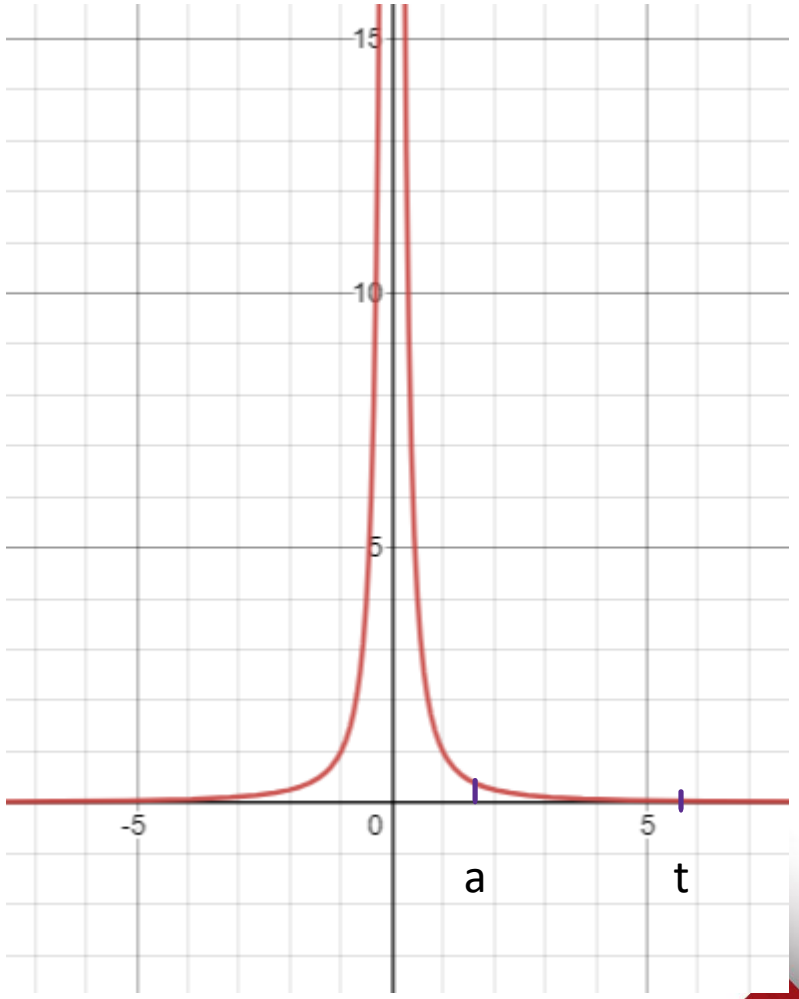
$$= \frac{1}{a} - \frac{1}{t}$$

Si a = 1 $= 1 - \frac{1}{t}$

Vamos a ir moviendo t hacia la derecha, es decir, t va a tender a infinito

Si t = 10 $= 1 - \frac{1}{10} = 0{,}9$

Si t = 100 $= 1 - \frac{1}{100} = 0{,}99$



Integrales impropias: ejemplo

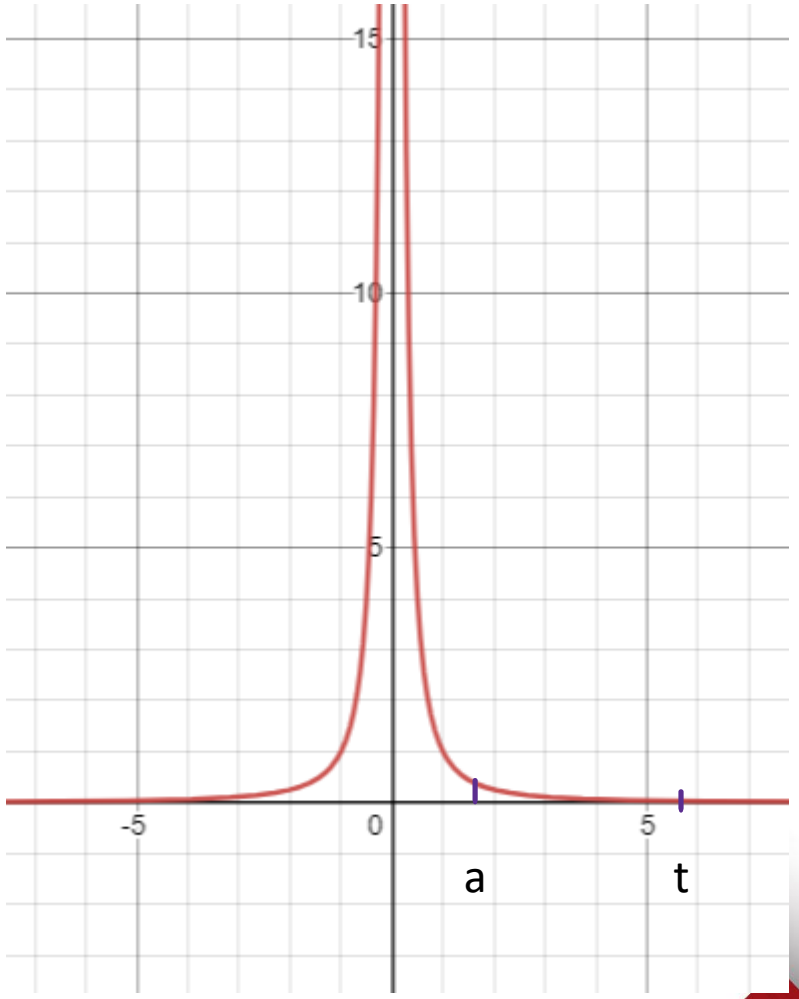
Integrar la función $\int_a^t \frac{1}{x^2} dx$

$= \frac{1}{a} - \frac{1}{t}$

Si a = 1 $= 1 - \frac{1}{t}$

Vamos a ir moviendo t hacia la derecha, es decir, t va a tender a infinito

Si t → ∞ $= 1 - \frac{1}{\infty} =$



Integrales impropias: ejemplo

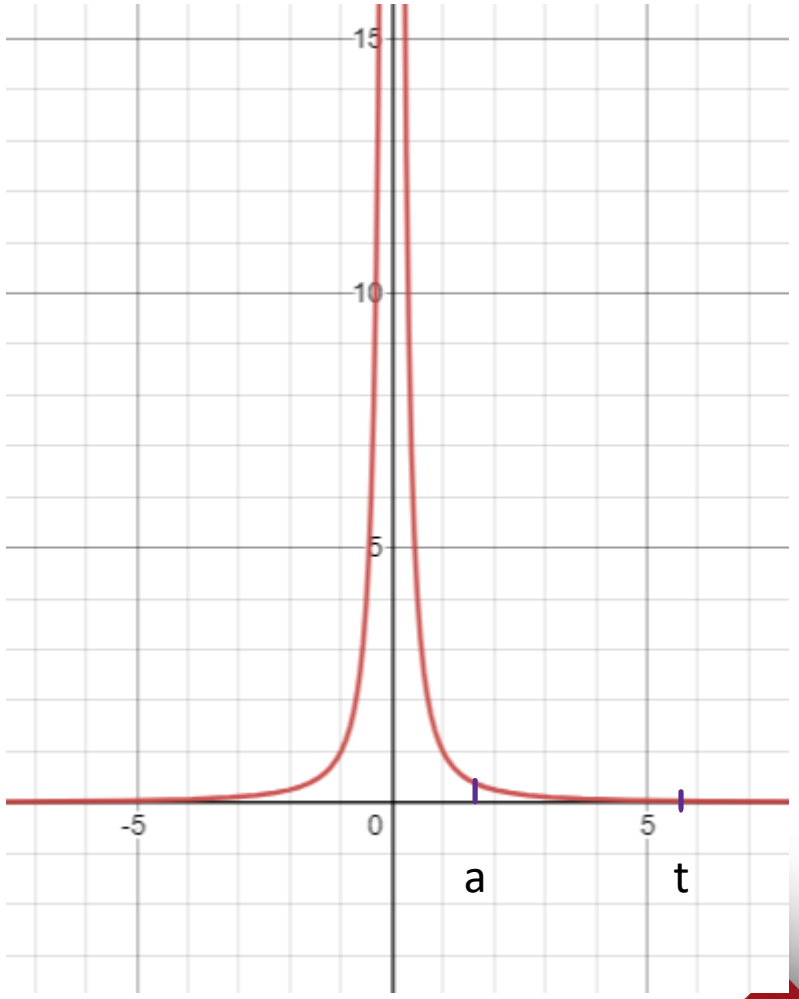
Integrar la función $\int_a^t \frac{1}{x^2} dx$

$$= \frac{1}{a} - \frac{1}{t}$$

Si a = 1 $\quad = 1 - \frac{1}{t}$

Vamos a ir moviendo t hacia la derecha, es decir, t va a tender a infinito

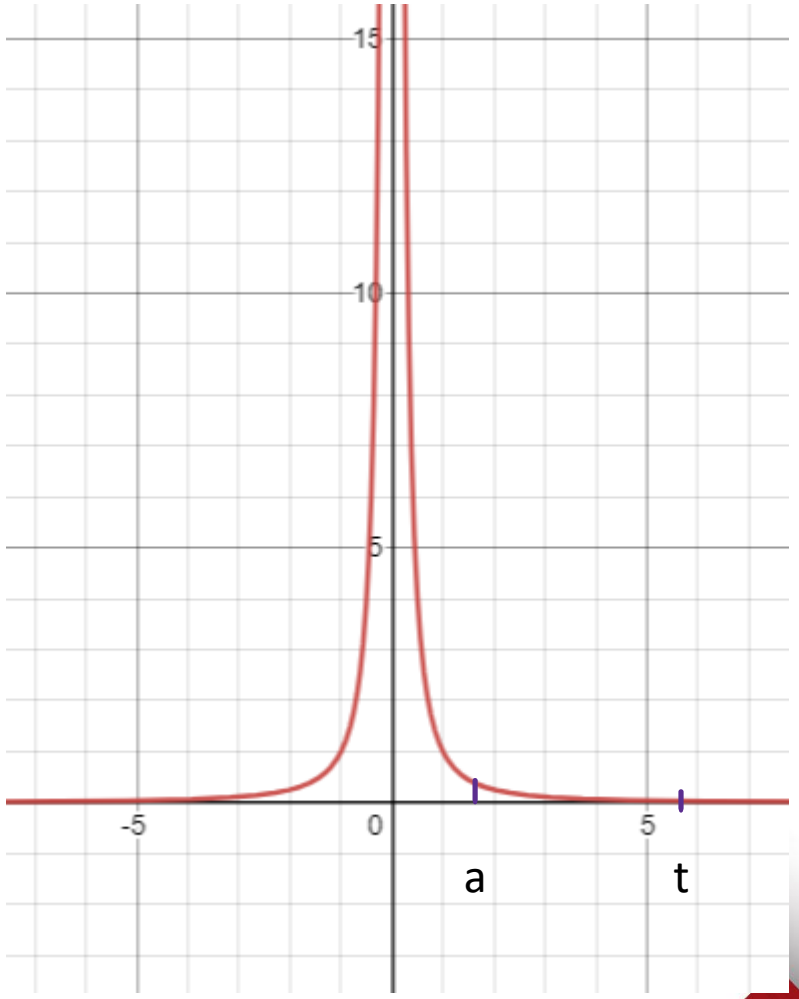
Si t → ∞ $\quad = 1 - \frac{1}{\infty} = 1$



Integrales impropias: ejemplo

Integrar la función $\int_a^t \frac{1}{x^2}\,dx$

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x^2}\,dx = \lim_{t\to\infty} \int_1^t \frac{1}{x^2}\,dx$$



Consulta: buscar un ejemplo de cada uno

- Integrales múltiples
- Derivación numérica método Euler
- Derivación numérica método Runge Kutta

Referencias

Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2007). Métodos numéricos para ingenieros. McGraw-Hill,.

http://ing.unne.edu.ar/computacion/pub/informatica/IN.pdf

UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS

PRIMER CLAUSTRO UNIVERSITARIO DE COLOMBIA

SECCIONAL TUNJA

VIGILADA MINEDUCACIÓN - SNIES 1732

¡Siempre hacia lo alto!

USTATUNJA.EDU.CO

@santotomastunja