

VIGILADA MINEDUCACIÓN - SNIES 1732

TEORÍA DE LA DUALIDAD



Coeficientes de la función objetivo (Vector de costes)

Tabla simplex primal:

	Cj	1000000	500000	2500000	0	0	0	
Cb	Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	S3	Solución
0	S1	100	80	0	1	0	0	200
,0	S2	90	50	100	0	1	0	250
0	S3 \	30	100	40	0	0	1	180
	Z	-1000000	-500000	-2500000	0	0	0	0

Coeficientes de las restricciones

Vector de costes reducidos

Coeficientes de las Vector solución

variables en el vector de costes





El simplex dual se puede usar cuando luego de llevar a la forma estándar un problema de PL NO se dispone de una solución básica factible inicial para dar inicio a las iteraciones del algoritmo.





El simplex dual se puede usar cuando luego de llevar a la forma estándar un problema de PL NO se dispone de una solución básica factible inicial para dar inicio a las iteraciones del algoritmo.

Condición de Factibilidad: la variable saliente es la variable básica con el valor más negativo (se rompe el empate arbitrariamente). Si todas las variables básicas son no negativas, el proceso termina.

Condición de Optimalidad: la variable entrante es la variable no básica asociada con la razón más pequeña, si se trata de una minimización, o con el valor absoluto más pequeños de las razones, si se trata de una maximización. Las razones se determinan dividiendo los coeficientes del primer miembro del funcional Z, entre los correspondientes coeficientes negativos en la ecuación asociada a la variable saliente. Si todos los denominadores son ceros o positivos, no existe solución factible.





Ejemplo:

Min
$$Z = 160X_1 + 120X_2 + 280X_3$$

 $2X_1 + X_2 + 4X_3 \ge 1$
 $2X_1 + 2X_2 + 2X_3 \ge 3/2$
 $X_1, X_2, X_3 \ge 0$





Ejemplo:

Min
$$Z = 160X_1 + 120X_2 + 280X_3$$

 $2X_1 + X_2 + 4X_3 \ge 1$
 $2X_1 + 2X_2 + 2X_3 \ge 3/2$
 $X_1, X_2, X_3 \ge 0$

Forma estándar:

Min Z =
$$160X_1 + 120X_2 + 280X_3$$

 $2X_1 + X_2 + 4X_3 - S_1 = 1$
 $2X_1 + 2X_2 + 2X_3 - S_2 = 3/2$
 $X_1, X_2, X_3, S_1, S_2 \ge 0$





Ejemplo:

Min
$$Z = 160X_1 + 120X_2 + 280X_3$$

 $2X_1 + X_2 + 4X_3 \ge 1$

$$2X_1 + 2X_2 + 2X_3 \ge 3/2$$

$$X_1, X_2, X_3 \ge 0$$

Forma estándar:

Min Z =
$$160X_1 + 120X_2 + 280X_3$$

 $2X_1 + X_2 + 4X_3 - S_1 = 1$
 $2X_1 + 2X_2 + 2X_3 - S_2 = 3/2$
 $X_1, X_2, X_3, S_1, S_2 \ge 0$

Cj	160	120	280	0	0	
Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	Solución
S1	2	1	4	-1	0	1
S2	2	2	2	0	-1	3/2
Z	-160	-120	-280	0	0	0





Ejemplo:

Min
$$Z = 160X_1 + 120X_2 + 280X_3$$

 $2X_1 + X_2 + 4X_3 \ge 1$
 $2X_1 + 2X_2 + 2X_3 \ge 3/2$

$$X_1, X_2, X_3 \ge 0$$

Forma estándar:

Min Z =
$$160X_1 + 120X_2 + 280X_3$$

 $2X_1 + X_2 + 4X_3 - S_1 = 1$
 $2X_1 + 2X_2 + 2X_3 - S_2 = 3/2$
 $X_1, X_2, X_3, S_1, S_2 \ge 0$

Cj	160	120	280	0	0	
Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	Solución
S1	2	1	4	-1	0	1
S2	2	2	2	0	-1	3/2
Z	-160	-120	-280	0	0	0

Para iniciar el método simplex se requiere que los coeficientes de las variables básicas sean mayores o iguales a cero (solución básica factible inicial)





Ejemplo:

Min
$$Z = 160X_1 + 120X_2 + 280X_3$$

 $2X_1 + X_2 + 4X_3 \ge 1$
 $2X_1 + 2X_2 + 2X_3 \ge 3/2$

$$X_1, X_2, X_3 \ge 0$$

Forma estándar:

Min Z =
$$160X_1 + 120X_2 + 280X_3$$

 $2X_1 + X_2 + 4X_3 - S_1 = 1$
 $2X_1 + 2X_2 + 2X_3 - S_2 = 3/2$
 $X_1, X_2, X_3, S_1, S_2 \ge 0$

Cj	160	120	280	0	0	
Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	Solución
S1	2	1	4	(-1)	0	1
S2	2	2	2	0	(-1)	3/2
Z	-160	-120	-280	0	0	0

Para iniciar el método simplex se requiere que los coeficientes de las variables básicas sean mayores o iguales a cero (solución básica factible inicial)





Cj	160	120	280	0	0	
Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	Solución
S1	-2	-1	-4	1	0	-1
S2	-2	-2	-2	0	1	-3/2
Z	-160	-120	-280	0	0	0

Para solucionarlo se multiplica toda la fila por menos 1

Acá se obtiene una solución básica INFACTIBLE (puesto las variables básicas S1 y S2 tienen una solución inicial negativa, no cumpliendo con la condición de no negatividad), pero en el DUAL será factible.





Cj	160	120	280	0	0	
Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	Solución
S1	-2	-1	-4	1	0	-1
S2	-2	-2	-2	0	1	-3/2
Z	-160	-120	-280	0	0	0

 Seleccionar la solución básica MÁS NEGATIVA





Cj	160	120	280	0	0	
Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	Solución
S1	-2	-1	-4	1	0	-1
S2	-2	-2	-2	0	1	-3/2
Z	-160	-120	-280	0	0	0

 Seleccionar la solución básica MÁS NEGATIVA.





Cj	160	120	280	0	0	
Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	Solución
S1	-2	-1	-4	1	0	-1
S2	-2	-2	-2	0	1	-3/2
Z	-160	-120	-280	0	0	0

- Seleccionar la solución básica MÁS NEGATIVA.
- 2. Se escoge el cociente más pequeño entre el Z y la fila pivote de las variables NO básicas menores a cero.





Cj	160	120	280	0	0	
Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	Solución
S1	-2	-1	-4	1	0	-1
S2	-2	-2	-2	0	1	-3/2
Z	-160	-120	-280	0	0	0

$$-\frac{160}{-2}$$
 $-\frac{120}{-2}$ $-\frac{280}{-2}$

- 1. Seleccionar la solución básica MÁS NEGATIVA.
- 2. Se escoge el cociente más pequeño entre el Z y la fila pivote de las variables NO básicas menores a cero.





Cj	160	120	280	0	0	
Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	Solución
S1	-2	-1	-4	1	0	-1
S2	-2	-2	-2	0	1	-3/2
Z	-160	-120	-280	0	0	0

80

- Seleccionar la solución básica MÁS NEGATIVA.
- 2. Se escoge el cociente más pequeño entre el Z y la fila pivote de las variables NO básicas menores a cero.





Cj	160	120	280	0	0	
Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	Solución
S1	-2	-1	-4	1	0	-1
S2	-2	-2	-2	0	1	-3/2
Z	-160	-120	-280	0	0	0





Cj	160	120	280	0	0	
Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	Solución
S1	-2	-1	-4	1	0	-1
S2	-2	-2	-2	0	1	-3/2
Z	-160	-120	-280	0	0	0

3. Se hacen las reducciones para dejar el pivote en 1 y los demás elementos de la columna en cero.

Cj	160	120	280	0	0	
Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	Solución
S1	-2	-1	-4	1	0	-1
X2	1	1	1	0	-1/2	3/4
Z	-160	-120	-280	0	0	0

R2/-2





Cj	160	120	280	0	0	
Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	Solución
S1	-2	-1	-4	1	0	-1
X2	1	1	1	0	-1/2	3/4
Z	-160	-120	-280	0	0	0

Cj	160	120	280	0	0	
Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	Solución
S1	-1	0	-3	1	-1/2	-1/4
X2	1	1	1	0	-1/2	3/4
Z	-160	-120	-280	0	0	0





Cj	160	120	280	0	0	
Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	Solución
S1	-1	0	-3	1	-1/2	-1/4
X2	1	1	1	0	-1/2	3/4
Z	-160	-120	-280	0	0	0

Cj	160	120	280	0	0	
Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	Solución
S1	-1	0	-3	1	-1/2	-1/4
X2	1	1	1	0	-1/2	3/4
Z	-40	0	-160	0	-60	90







Cj	160	120	280	0	0	
Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	Solución
S1	-1	0	-3	1	-1/2	-1/4
X2	1	1	1	0	-1/2	3/4
Z	-40	0	-160	0	-60	90

La variable básica S1 tiene una solución negativa, por tanto es necesario iterar de nuevo.





Cj	160	120	280	0	0	
Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	Solución
S1	-1	0	-3	1	-1/2	-1/4
X2	1	1	1	0	-1/2	3/4
Z	-40	0	-160	0	-60	90

 Seleccionar la solución básica MÁS NEGATIVA.





Cj	160	120	280	0	0	
Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	Solución
S1	-1	0	-3	1	-1/2	-1/4
X2	1	1	1	0	-1/2	3/4
Z	-40	0	-160	0	-60	90

- Seleccionar la solución básica MÁS NEGATIVA.
- 2. Se escoge el cociente más pequeño entre el Z y la fila pivote de las variables NO básicas menores a cero.





Cj	160	120	280	0	0	
Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	Solución
S1	-1	0	-3	1	-1/2	-1/4
X2	1	1	1	0	-1/2	3/4
Z	-40	0	-160	0	-60	90

$$\frac{-60}{-1/2}$$

- Seleccionar la solución básica MÁS NEGATIVA.
- 2. Se escoge el cociente más pequeño entre el Z y la fila pivote de las variables NO básicas menores a cero.





Cj	160	120	280	0	0	
Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	Solución
S1	-1	0	-3	1	-1/2	-1/4
X2	1	1	1	0	-1/2	3/4
Z	-40	0	-160	0	-60	90

$$-\frac{160}{-3} \qquad \frac{-6}{-1/2}$$

- Seleccionar la solución básica MÁS NEGATIVA.
- 2. Se escoge el cociente más pequeño entre el Z y la fila pivote de las variables NO básicas menores a cero.





Cj	160	120	280	0	0	
Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	Solución
S1	-1	0	-3	1	-1/2	-1/4
X2	1	1	1	0	-1/2	3/4
Z	-40	0	-160	0	-60	90





Cj	160	120	280	0	0	
Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	Solución
S1	-1	0	-3	1	-1/2	-1/4
X2	1	1	1	0	-1/2	3/4
Z	-40	0	-160	0	-60	90

Cj	160	120	280	0	0	
Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	Solución
X1	1	0	3	-1	1/2	1/4
X2	1	1	1	0	-1/2	3/4
Z	-40	0	-160	0	-60	90





Cj	160	120	280	0	0	
Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	Solución
X1	1	0	3	-1	1/2	1/4
X2	1	1	1	0	-1/2	3/4
Z	-40	0	-160	0	-60	90

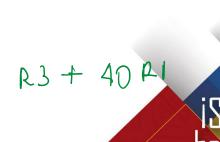
Cj	160	120	280	0	0	
Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	Solución
X1	1	0	3	-1	1/2	1/4
X2	0	1	-2	1	-1	1/2
Z	-40	0	-160	0	-60	90





Cj	160	120	280	0	0	
Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	Solución
X1	1	0	3	-1	1/2	1/4
X2	0	1	-2	1	-1	1/2
Z	-40	0	-160	0	-60	90

Cj	160	120	280	0	0	
Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	Solución
X1	1	0	3	-1	1/2	1/4
X2	0	1	-2	1	-1	1/2
Z	0	0	-40	-40	-40	100





Cj	160	120	280	0	0	
Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	Solución
X1	1	0	3	-1	1/2	1/4
X2	0	1	-2	1	-1	1/2
Z	0	0	-40	-40	-40	100

Ya las variables básicas X1 y X2 cumplen con valores de solución no negativos.





Ejemplo 2:

Min
$$Z = 4X_1 + 12X_2 + 18X_3$$

 $X_1 + 3X_3 \ge 3$
 $2X_2 + 2X_3 \ge 5$
 $X_1, X_2, X_3 \ge 0$





Ejemplo 2:

Min
$$Z = 4X_1 + 12X_2 + 18X_3$$

 $X_1 + 3X_3 \ge 3$
 $2X_2 + 2X_3 \ge 5$
 $X_1, X_2, X_3 \ge 0$

Forma estándar:

Min
$$Z = 4X_1 + 12X_2 + 18X_3$$

 $X_1 + 3X_3 - S_1 = 3$
 $2X_2 + 2X_3 - S_2 = 5$
 $X_1, X_2, X_3, S_1, S_2 \ge 0$





Ejemplo 2:

Min
$$Z = 4X_1 + 12X_2 + 18X_3$$

 $X_1 + 3X_3 \ge 3$
 $2X_2 + 2X_3 \ge 5$
 $X_1, X_2, X_3 \ge 0$



Min
$$Z = 4X_1 + 12X_2 + 18X_3$$

 $X_1 + 3X_3 - S_1 = 3$
 $2X_2 + 2X_3 - S_2 = 5$
 $X_1, X_2, X_3, S_1, S_2 \ge 0$

Cj	4	12	18	0	0	
Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	Solución
S1	1	0	3	-1	0	3
S2	0	2	2	0	-1	5
Z	-4	-12	-18	0	0	0





Cj	4	12	18	0	0	
Variables básicas	X1	X2	X3	S1	S2	Solución
S 1	-1	0	-3	1	0	-3
S2	0	-2	-2	0	1	-5
Z	-4	-12	-18	0	0	0

$$-\frac{12}{-2}$$
 $\frac{-18}{-2}$





Cj	4	12	18	0	0	
Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	Solución
S1	-1	0	-3	1	0	-3
S2	0	-2	-2	0	1	-5
Z	-4	-12	-18	0	0	0

$$-\frac{12}{-2}$$
 $\frac{-18}{-2}$

)





Cj	4	12	18	0	0	
Variables básicas	X1	X2	X3	S1	S2	Solución
S1	-1	0	-3	1	0	-3
S2	0	-2	-2	0	1	-5
Z	-4	-12	-18	0	0	0

Cj	4	12	18	0	0	
Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	Solución
S1	-1	0	-3	1	0	-3
X2	0	1	1	0	-1/2	5/2
Z	-4	-12	-18	0	0	0

P2/-2





Cj	4	12	18	0	0	
Variables básicas	X1	X2	X3	S1	S2	Solución
S1	-1	0	-3	1	0	-3
X2	0	1	1	0	-1/2	5/2
Z	-4	-12	-18	0	0	0

Cj	4	12	18	0	0	
Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	Solución
S1	-1	0	-3	1	0	-3
X2	0	1	1	0	-1/2	5/2
Z	-4	0	-6	0	-6	30

R3+12R2





Cj	4	12	18	0	0	
Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	Solución
S1	-1	0	-3	1	0	-3
X2	0	1	1	0	-1/2	5/2
Z	-4	0	-6	0	-6	30





Cj	4	12	18	0	0	
Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	Solución
S1	-1	0	-3	1	0	-3
X2	0	1	1	0	-1/2	5/2
Z	-4	0	-6	0	-6	30





Cj	4	12	18	0	0	
Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	Solución
Х3	-1	0	-3	1	0	-3
X2	0	1	1	0	-1/2	5/2
Z	-4	0	-6	0	-6	30

Cj	4	12	18	0	0	
Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	Solución
Х3	1/3	0	1	-1/3	0	1
X2	0	1	1	0	-1/2	5/2
Z	-4	0	-6	0	-6	30

QI/-3





Cj	4	12	18	0	0	
Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	Solución
Х3	1/3	0	1	-1/3	0	1
X2	0	1	1	0	-1/2	5/2
Z	-4	0	-6	0	-6	30

Cj	4	12	18	0	0	
Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	Solución
Х3	1/3	0	1	-1/3	0	1
X2	-1/3	1	0	1/3	-1/2	3/2
Z	-4	0	-6	0	-6	30

R2-RP





Cj	4	12	18	0	0	
Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	Solución
Х3	1/3	0	1	-1/3	0	1
X2	-1/3	1	0	1/3	-1/2	3/2
Z	-4	0	-6	0	-6	30

Cj	4	12	18	0	0	
Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	Solución
Х3	1/3	0	1	-1/3	0	1
X2	-1/3	1	0	1/3	-1/2	3/2
Z	-2	0	0	-2	-6	36

R3+6R1





Cj	4	12	18	0	0	
Variables básicas	X1	X2	Х3	S1	S2	Solución
Х3	1/3	0	1	-1/3	0	1
X2	-1/3	1	0	1/3	-1/2	3/2
Z	-2	0	0	-2	-6	36





Ejemplo 3:

Min
$$z = 20x_1 + 28x_2$$

 $4x_1 + 3x_2 \ge 1$
 $9x_2 \ge 1$
 $x_1, x_2 \ge 0$





Ejemplo 3:

Min
$$z = 20x_1 + 28x_2$$

 $4x_1 + 3x_2 \ge 1$
 $9x_2 \ge 1$
 $x_1, x_2 \ge 0$

Forma estándar:

Min
$$Z = 20x_1 + 28x_2$$

 $4x_1 + 3x_2 - S_1 = 1$
 $9x_2 - S_2 = 1$
 $X_1, X_2, S_1, S_2 \ge 0$





Ejemplo 3:

Min
$$z = 20x_1 + 28x_2$$

 $4x_1 + 3x_2 \ge 1$
 $9x_2 \ge 1$
 $x_1, x_2 \ge 0$



Min
$$Z = 20x_1 + 28x_2$$

 $4x_1 + 3x_2 - S_1 = 1$
 $9x_2 - S_2 = 1$
 $X_1, X_2, S_1, S_2 \ge 0$

Cj	20	28	0	0	
Variables básicas	X1	X2	S1	S2	Solución
S1	4	3	-1	0	1
S2	0	9	0	-1	1
Z	-20	-28	0	0	0





Cj	20	28	0	0	
Variables básicas	X1	X2	S1	S2	Solución
S1	-4	-3	1	0	-1
S2	0	-9	0	1	-1
Z	-20	-28	0	0	0

$$\frac{-20}{-4}$$
 $\frac{-28}{-3}$





Cj	20	28	0	0	
Variables básicas	X1	X2	S1	S2	Solución
S1	-4	-3	1	0	-1
S2	0	-9	0	1	-1
Z	-20	-28	0	0	0

$$\frac{-20}{-4}$$
 $\frac{-28}{-3}$







Cj	20	28	0	0	
Variables básicas	X1	X2	S1	S2	Solución
X1	-4	-3	1	0	-1
S2	0	-9	0	1	-1
Z	-20	-28	0	0	0

Cj	20	28	0	0	
Variables básicas	X1	X2	S1	S2	Solución
X1	1	3/4	-1/4	0	1/4
S2	0	-9	0	1	-1
Z	-20	-28	0	0	0

R1/- K





Cj	20	28	0	0	
Variables básicas	X1	X2	S1	S2	Solución
X1	1	3/4	-1/4	0	1/4
S2	0	-9	0	1	-1
Z	-20	-28	0	0	0

Cj	20	28	0	0	
Variables básicas	X1	X2	S1	S2	Solución
X1	1	3/4	-1/4	0	1/4
S2	0	-9	0	1	-1
Z	0	-13	-5	0	5

R3 + 20R1





Cj	20	28	0	0	
Variables básicas	X1	X2	S 1	S2	Solución
X1	1	3/4	-1/4	0	1/4
X2	0	-9	0	1	-1
Z	0	-13	-5	0	5

Cj	20	28	0	0	
Variables básicas	X1	X2	S1	S2	Solución
X1	1	3/4	-1/4	0	1/4
X2	0	1	0	-1/9	1/9
Z	0	-13	-5	0	5

R2/-9





Cj	20	28	0	0	
Variables básicas	X1	X2	S1	S2	Solución
X1	1	3/4	-1/4	0	1/4
X2	0	1	0	-1/9	1/9
Z	0	-13	-5	0	5

Cj	20	28	0	0	
Variables básicas	X1	X2	S1	S2	Solución
X1	1	0	-1/4	1/12	1/6
X2	0	1	0	-1/9	1/9
Z	0	-13	-5	0	5

R1-3/4 R2





Cj	20	28	0	0	
Variables básicas	X1	X2	S1	S2	Solución
X1	1	0	-1/4	1/12	1/6
X2	0	1	0	-1/9	1/9
Z	0	-13	-5	0	5

Cj	20	28	0	0	
Variables básicas	X1	X2	S1	S2	Solución
X1	1	0	-1/4	1/12	1/6
X2	0	1	0	-1/9	1/9
Z	0	0	-5	-13/9	58/9

R3+13R2





Cj	20	28	0	0	
Variables básicas	X1	X2	S1	S2	Solución
X1	1	0	-1/4	1/12	1/6
X2	0	1	0	-1/9	1/9
Z	0	0	-5	-13/9	58/9





Ejercicio 4:

Min
$$z = x_1 + 2x_2$$

 $0.1x_1 + 0.1x_2 \ge 1$
 $0.5x_1 + 2x_2 \ge 10$
 x_1 , $x_2 \ge 0$





Ejercicio 5:

Min z =
$$10x_1 + 30x_2$$

 $x_1 + 5x_2 \ge 15$
 $5x_1 + x_2 \ge 15$
 $x_1, x_2 \ge 0$





UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS PRIMER CLAUSTRO UNIVERSITARIO DE COLOMBIA

SECCIONAL

VIGILADA MINEDUCACIÓN - SNIES 1732

iSiempre_{Ito!}







