UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS
PRIMER CLAUSTRO UNIVERSITARIO DE COLOMBIA
SECCIONAL TUNJA

VIGILADA MINEDUCACIÓN - SNIES 1732

Diferenciación e integración numéricas

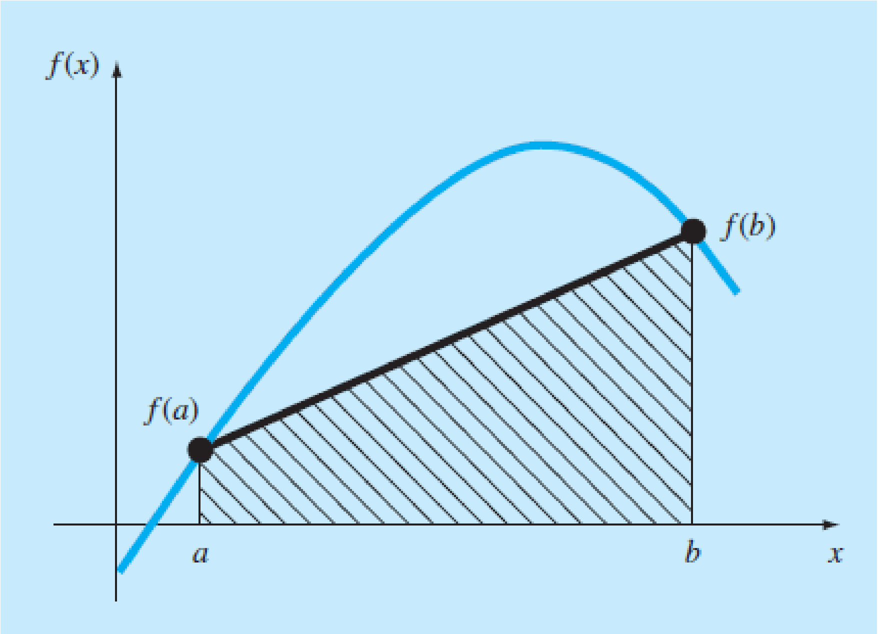
Método de integración del trapecio

Es un método numérico que sirve para determinar el área bajo la curva.

Método de integración del trapecio

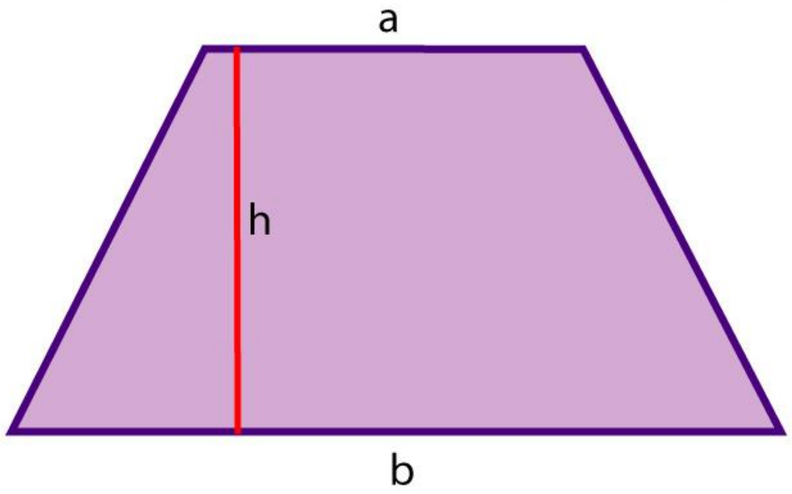
Es un método numérico que sirve para determinar el área bajo la curva.

Geométricamente, la regla del trapecio es equivalente a aproximar el área del trapecio bajo la línea recta que une *f*(*a*) y *f*(*b*).



Método de integración del trapecio

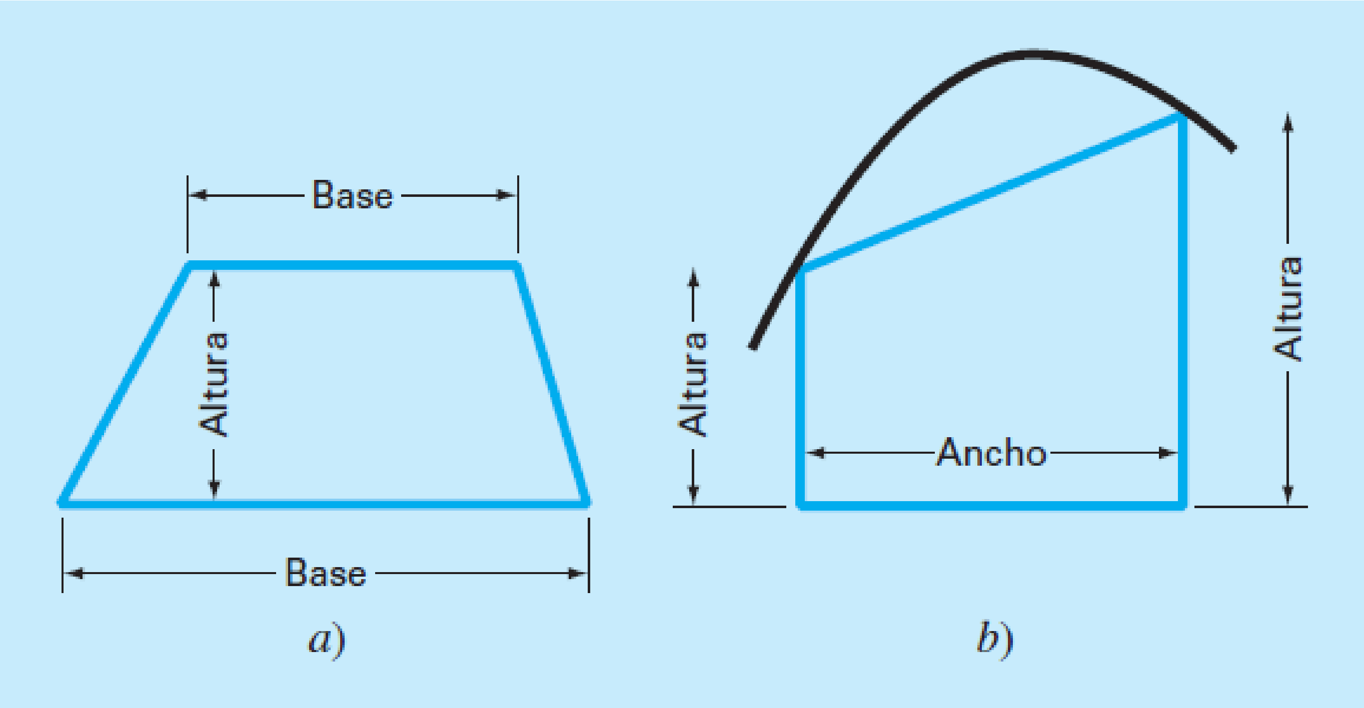
Área de un trapecio



$$\acute{a}rea = \frac{(a+b)}{2} * h$$

Método de integración del trapecio

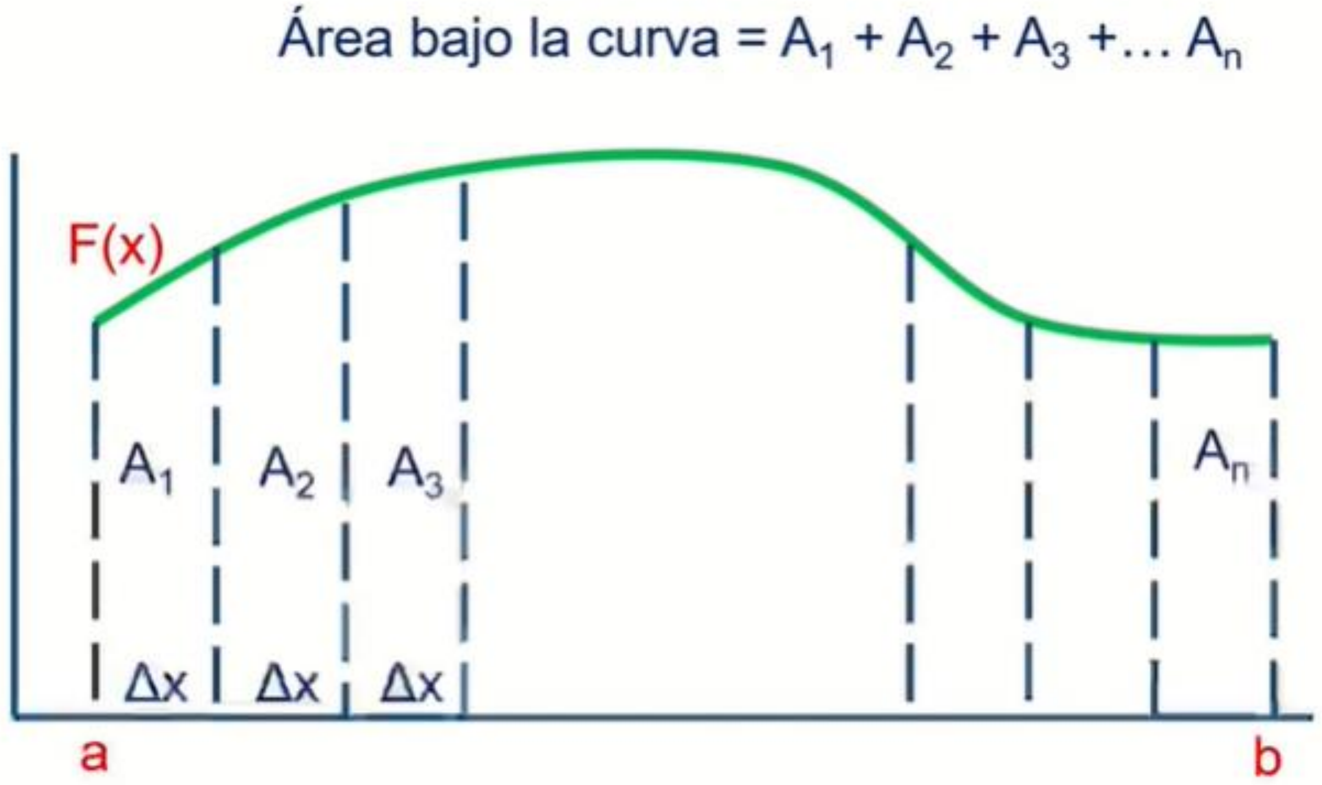
Para aplicar la regla del trapecio, tener en cuenta que el trapecio se encuentra recostado sobre un lado



¡Siempre hacia lo alto!

Método de integración del trapecio

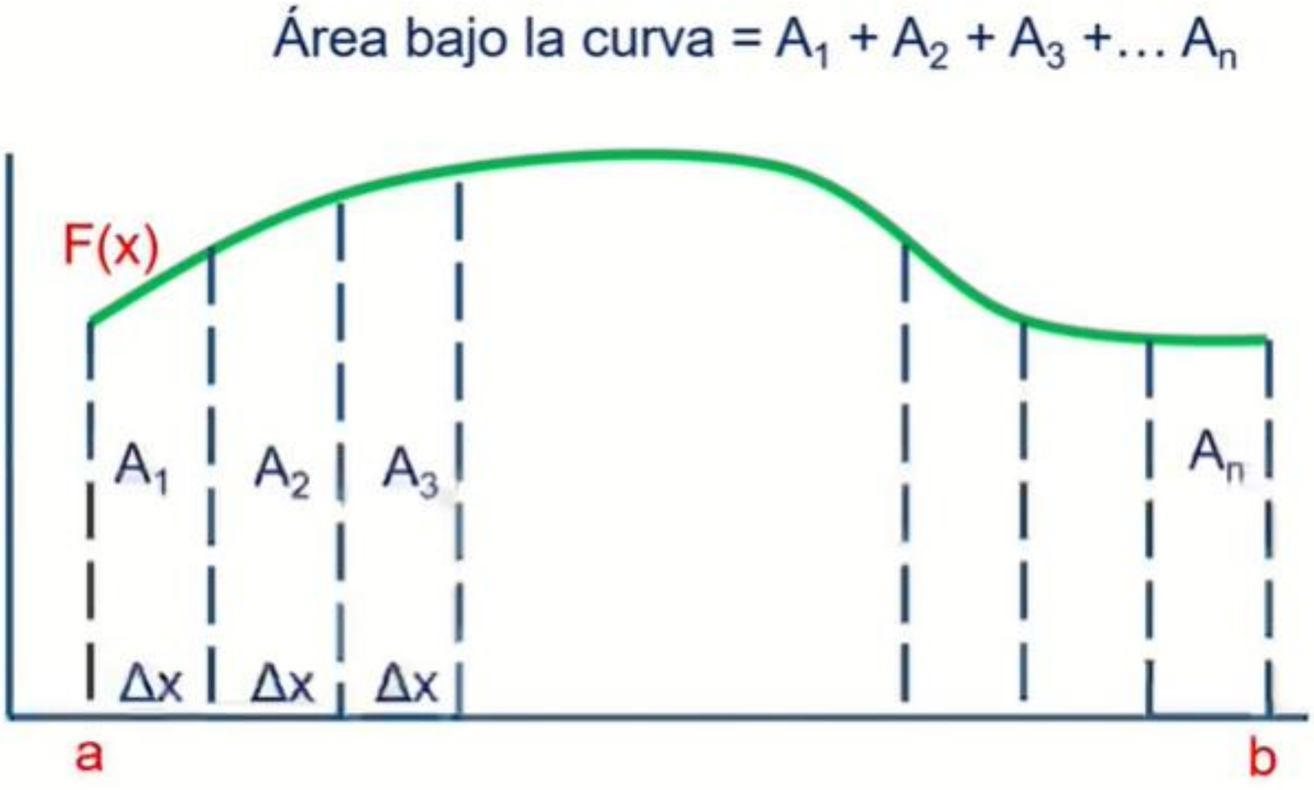
Se puede dividir el área en secciones de igual ancho:



Tomada de: https://www.youtube.com/watch?v=KU-xNpRgos4

Método de integración del trapecio

Se puede dividir el área en secciones de igual ancho:



$$A = \frac{(F1 + F2)}{2} * \Delta x$$

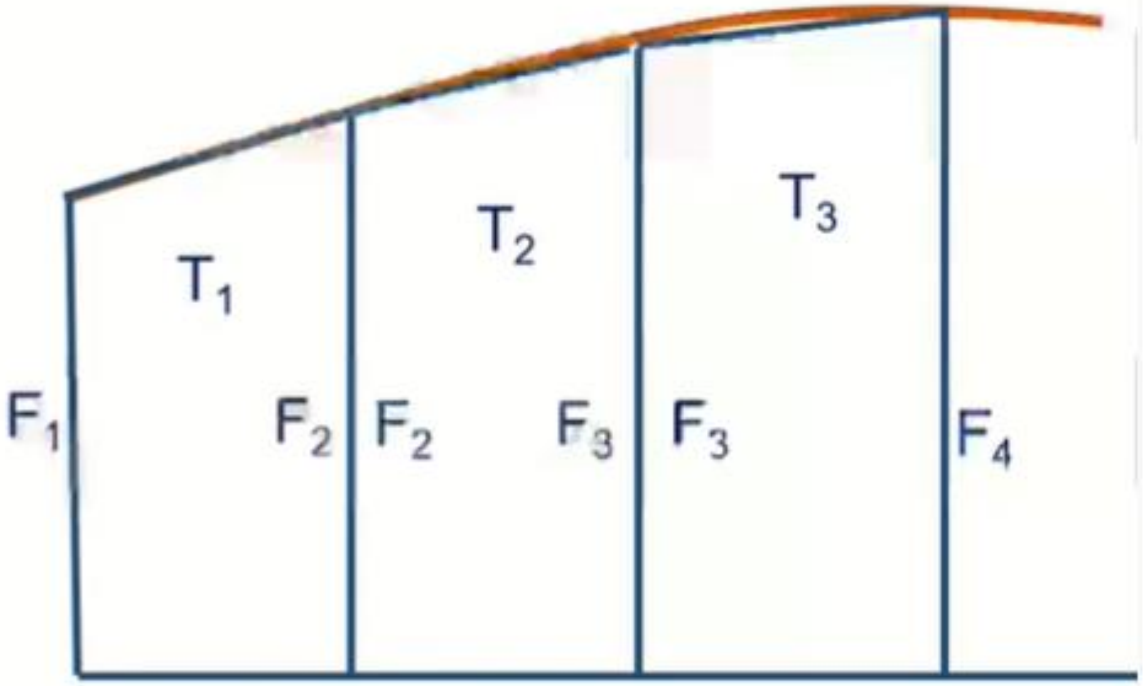
Tomada de: https://www.youtube.com/watch?v=KU-xNpRgos4

Método de integración del trapecio

$$A_1 = \frac{\Delta x}{2}\left(F_1 + F_2\right)$$

$$A_2 = \frac{\Delta x}{2}\left(F_2 + F_3\right)$$

$$A_3 = \frac{\Delta x}{2}\left(F_3 + F_4\right)$$



Tomada de: https://www.youtube.com/watch?v=KU-xNpRgos4

Método de integración del trapecio

$$A = \frac{\Delta x}{2}\left[f(x_0) + f(x_n) + 2\sum_{n=1}^{n-1} f(x_i)\right]$$

¡Siempre hacia lo alto!

Método de integración del trapecio

$$A = \frac{\Delta x}{2}\left[f(x_0) + f(x_n) + 2\sum_{n=1}^{n-1} f(x_i)\right]$$

Donde, $\Delta x = \frac{b-a}{n}$, $x_i = a + n\Delta x$

Método de integración del trapecio

$$A = \frac{\Delta x}{2}\left[f(x_0) + f(x_n) + 2\sum_{n=1}^{n-1} f(x_i)\right]$$

Donde, $\Delta x = \frac{b-a}{n}$, $x_i = a + n\Delta x$

a y b son los límites del intervalo y n es el número de trapecios que se define. Entre más grande sea n (Δ es más pequeño) se obtendrá mayor precisión.

¡Siempre hacia lo alto!

Método de integración del trapecio

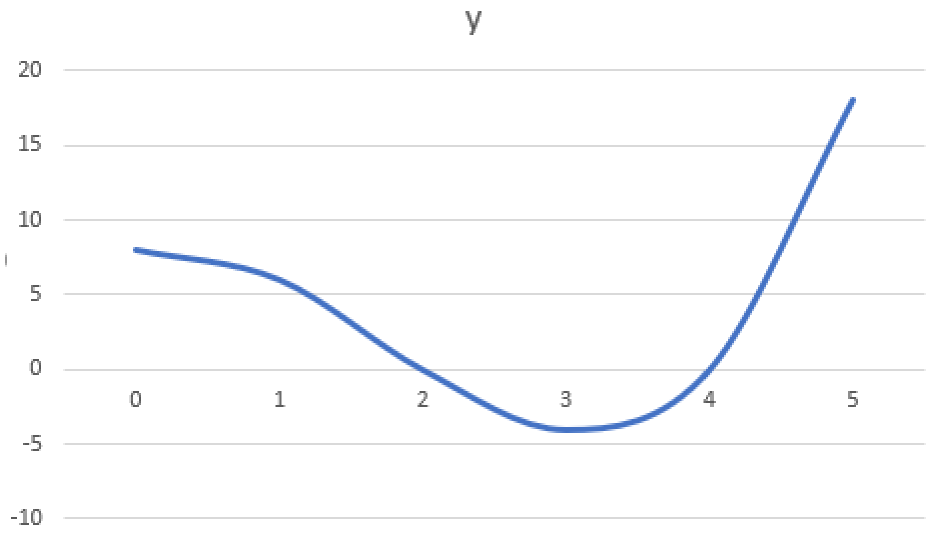
Ejemplo: evaluar la siguiente integral

$$\int_{0}^{5} (x^3 - 5x^2 + 2x + 8)dx$$

Método de integración del trapecio

Ejemplo: evaluar la siguiente integral

$$\int_{0}^{5} (x^3 - 5x^2 + 2x + 8)dx$$

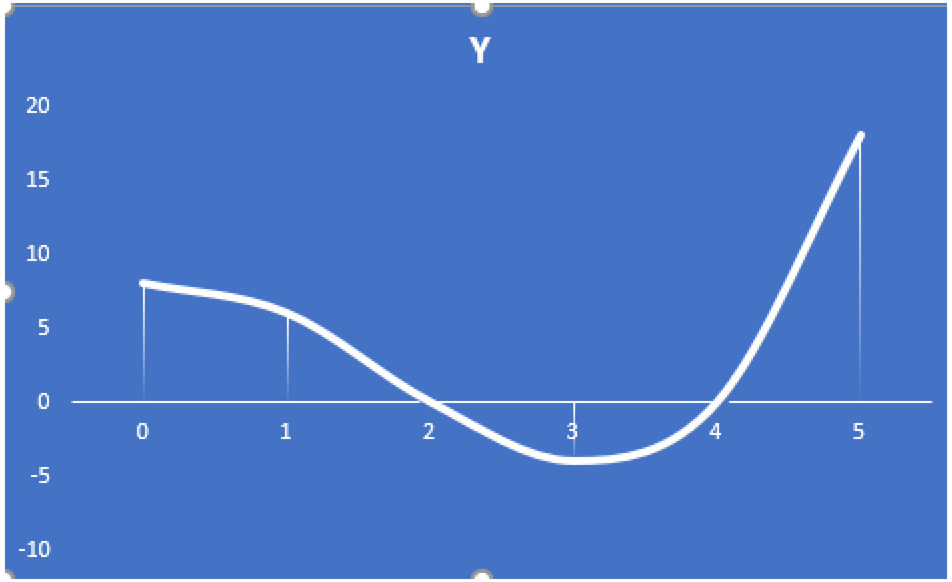


¡Siempre hacia lo alto!

Método de integración del trapecio

Ejemplo: evaluar la siguiente integral

$$\int_{0}^{5} (x^3 - 5x^2 + 2x + 8)dx$$



Área bajo la curva

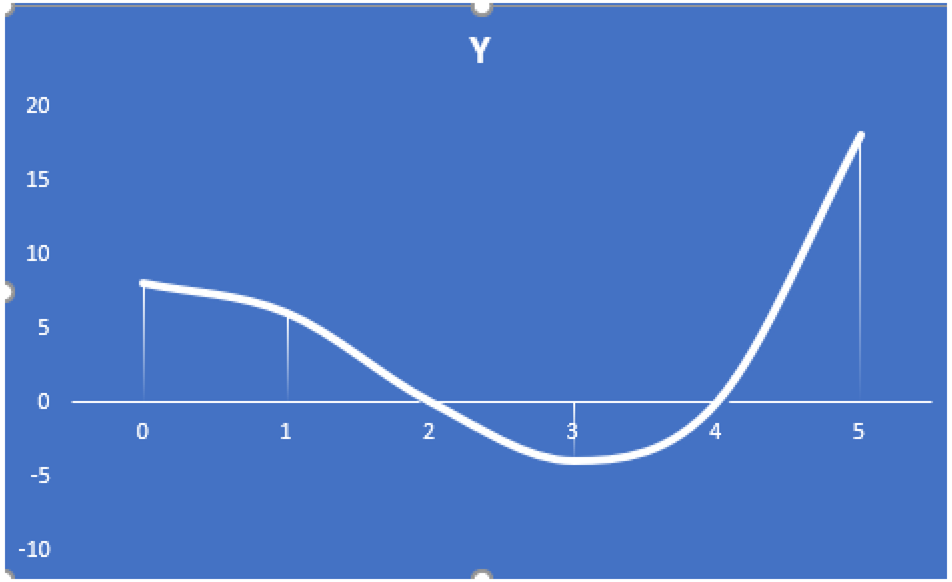
$$\Delta x = \frac{b-a}{n} =$$

¡Siempre hacia lo alto!

Método de integración del trapecio

Ejemplo: evaluar la siguiente integral

$$\int_{0}^{5} (x^3 - 5x^2 + 2x + 8)dx$$



Área bajo la curva

$$\Delta x = \frac{b-a}{n} = \frac{5-0}{10}$$

n se escoge según criterio

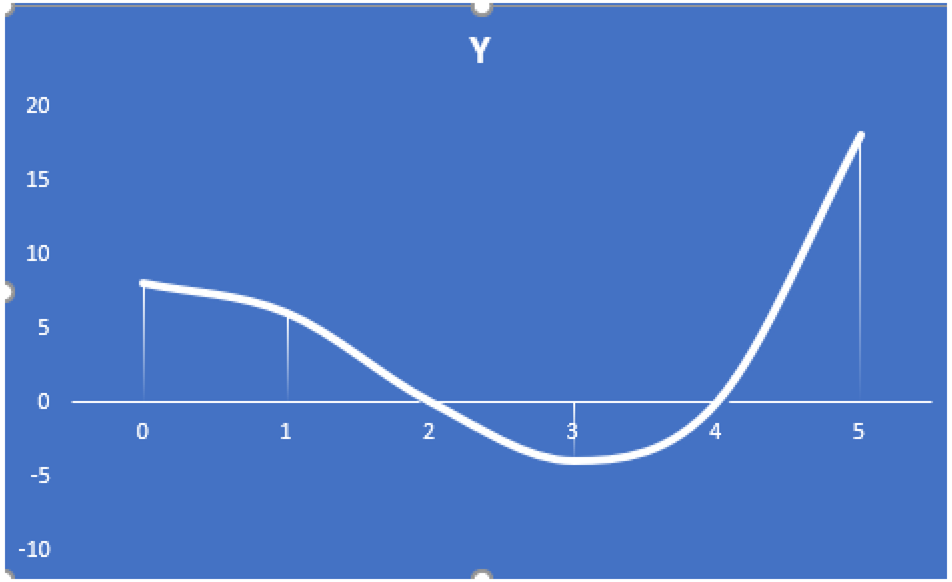
Δx = 0,5

Método de integración del trapecio

Ejemplo: evaluar la siguiente integral

$$\int_0^5 (x^3 - 5x^2 + 2x + 8)dx$$

$\Delta x = 0,5$



Área bajo la curva

$$x_i = a + n\Delta x$$

n	xi
0	0
1	0,5
2	1
3	1,5
4	2
5	2,5
6	3
7	3,5
8	4
9	4,5
10	5

¡Siempre hacia lo alto!

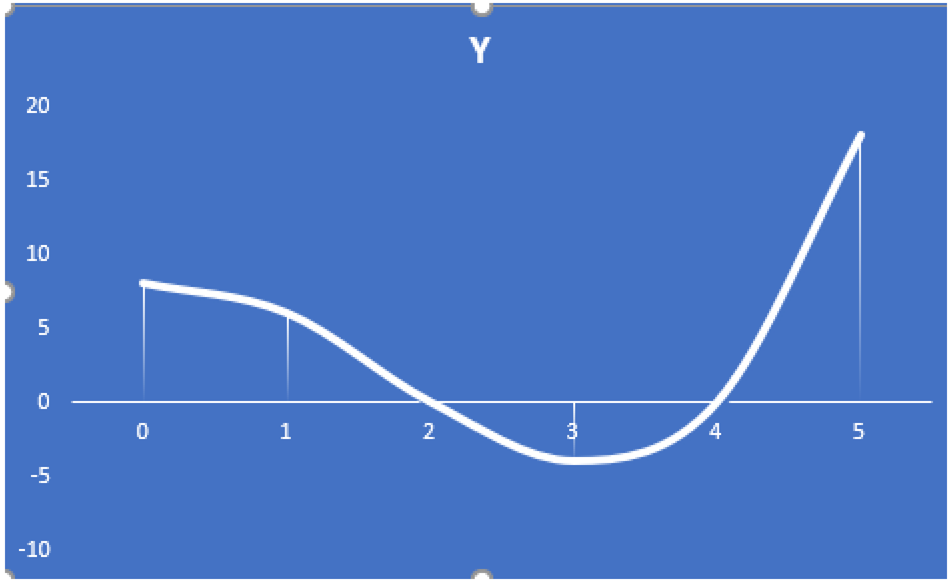
Método de integración del trapecio

Ejemplo: evaluar la siguiente integral

$$\int_0^5 (x^3 - 5x^2 + 2x + 8)dx$$

$\Delta x = 0,5$

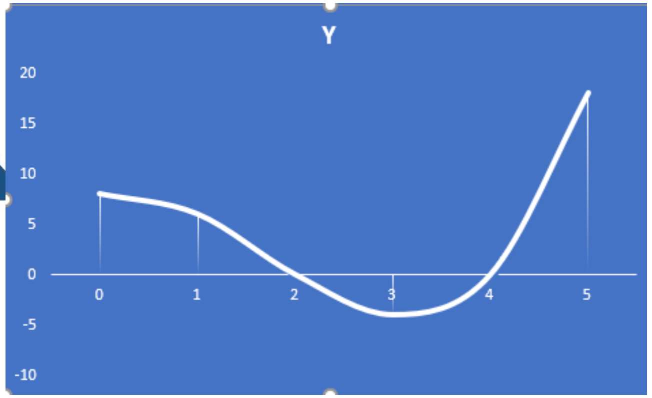
$$x_i = a + n\Delta x$$



Área bajo la curva

n	xi	f(xi)
0	0	8
1	0,5	7,875
2	1	6
3	1,5	3,125
4	2	0
5	2,5	-2,625
6	3	-4
7	3,5	-3,375
8	4	0
9	4,5	6,875
10	5	18

Método de integración del trapecio



Ejemplo: evaluar la siguiente integral

$$\int_0^5 (x^3 - 5x^2 + 2x + 8)dx$$

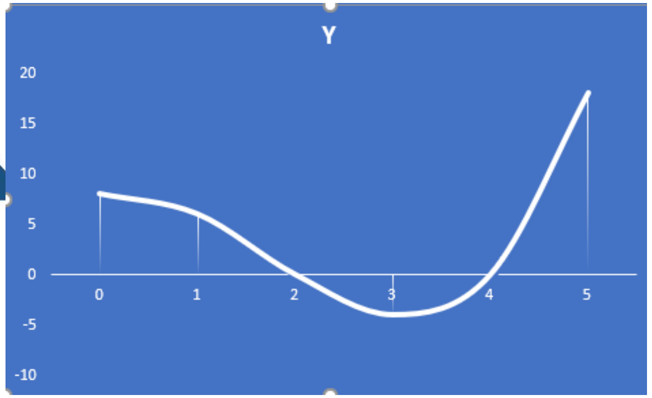
$\Delta x = 0,5$

$$A = \frac{\Delta x}{2}\left[f(x_0) + f(x_n) + 2\sum_{n=1}^{n-1} f(x_i)\right]$$

n	xi	f(xi)
0	0	8
1	0,5	7,875
2	1	6
3	1,5	3,125
4	2	0
5	2,5	-2,625
6	3	-4
7	3,5	-3,375
8	4	0
9	4,5	6,875
10	5	18

¡Siempre a lo alto!

Método de integración del trapecio



Ejemplo: evaluar la siguiente integral

$$\int_0^5 (x^3 - 5x^2 + 2x + 8)dx$$

$\Delta x = 0{,}5$

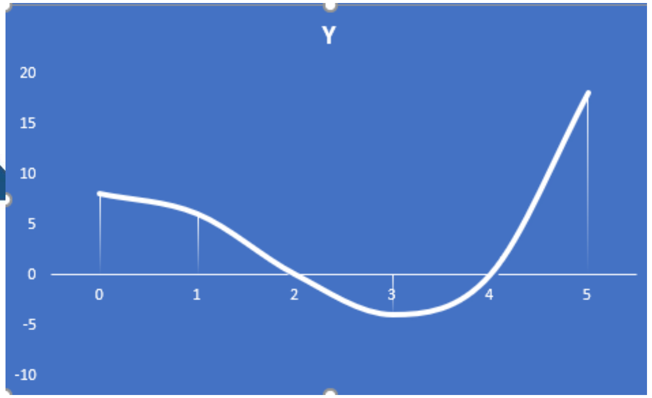
$$A = \frac{\Delta x}{2}\left[f(x_0) + f(x_n) + 2\sum_{n=1}^{n-1} f(x_i)\right]$$

$$A = \frac{0{,}5}{2}\left[8 + 18 + 2(13{,}875)\right]$$

n	xi	f(xi)
0	0	8
1	0,5	7,875
2	1	6
3	1,5	3,125
4	2	0
5	2,5	-2,625
6	3	-4
7	3,5	-3,375
8	4	0
9	4,5	6,875
10	5	18

¡Siempre a lo alto!

Método de integración del trapecio



Ejemplo: evaluar la siguiente integral

$$\int_{0}^{5} (x^3 - 5x^2 + 2x + 8)dx$$

$\Delta x = 0,5$

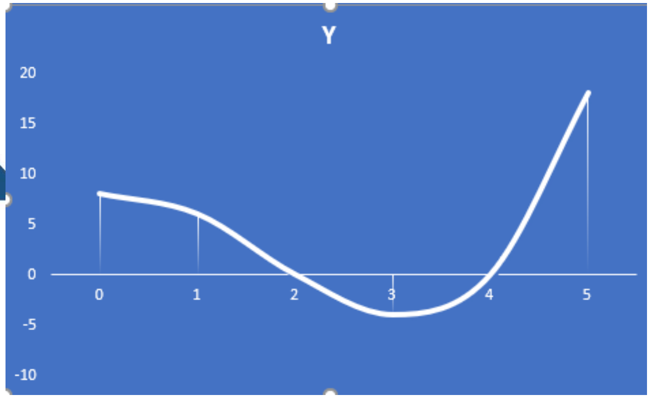
$$A = \frac{\Delta x}{2}\left[f(x_0) + f(x_n) + 2\sum_{n=1}^{n-1} f(x_i)\right]$$

n	xi	f(xi)
0	0	8
1	0,5	7,875
2	1	6
3	1,5	3,125
4	2	0
5	2,5	-2,625
6	3	-4
7	3,5	-3,375
8	4	0
9	4,5	6,875
10	5	18

$$A = \frac{0,5}{2}\left[8 + 18 + 2(13,875)\right]$$

$$= 13,4375 \ u^2$$

Método de integración del trapecio



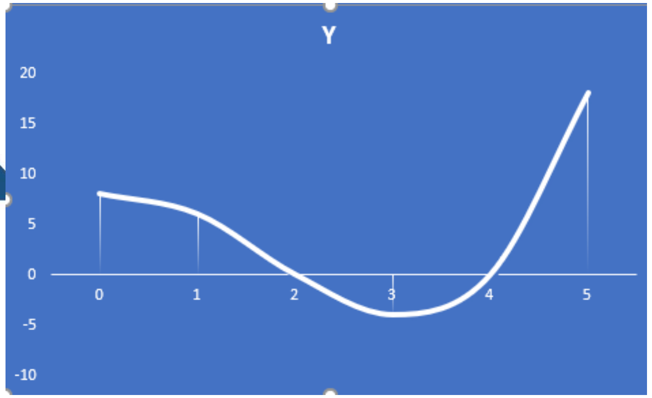
Ejemplo: evaluar la siguiente integral

$$\int_{0}^{5} (x^3 - 5x^2 + 2x + 8)dx$$

$$\int_0^5 x^3\,dx - \int_0^5 5x^2\,dx + \int_0^5 2x\,dx + \int_0^5 8\,dx$$

¡Siempre hacia lo alto!

Método de integración del trapecio



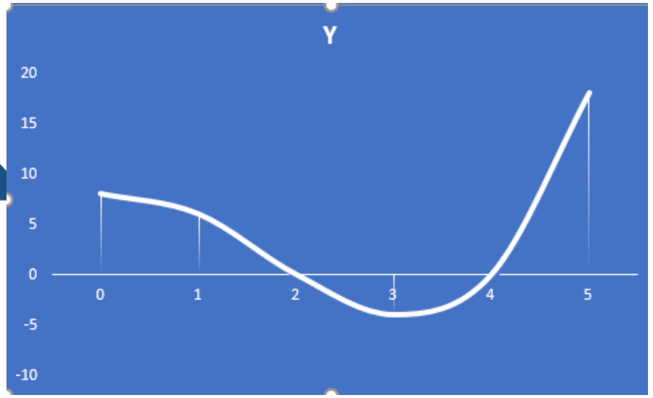
Ejemplo: evaluar la siguiente integral

$$\int_0^5 (x^3 - 5x^2 + 2x + 8)dx$$

$$\int_0^5 x^3\,dx - \int_0^5 5x^2\,dx + \int_0^5 2x\,dx + \int_0^5 8\,dx$$

$$= \left.\frac{x^{3+1}}{3+1}\right]_0^5 - 5\left.\frac{x^{2+1}}{2+1}\right]_0^5 + \left.\frac{2x^2}{2}\right]_0^5 + 8x\Big]_0^5$$

Método de integración del trapecio



Ejemplo: evaluar la siguiente integral

$$\int_0^5 (x^3 - 5x^2 + 2x + 8)dx$$

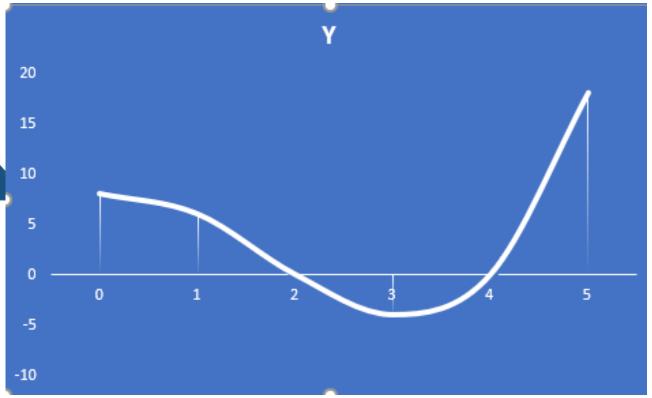
$$\int_0^5 x^3\,dx - \int_0^5 5x^2\,dx + \int_0^5 2x\,dx + \int_0^5 8\,dx$$

$$= \frac{x^{3+1}}{3+1}\Big]_0^5 - 5\,\frac{x^{2+1}}{2+1}\Big]_0^5 + \frac{2x^2}{2}\Big]_0^5 + 8x\Big]_0^5$$

$$= \frac{x^4}{4} - \frac{5x^3}{3} + x^2 + 8x\Big]_0^5$$

¡Siempre hacia lo alto!

Método de integración del trapecio



Ejemplo: evaluar la siguiente integral

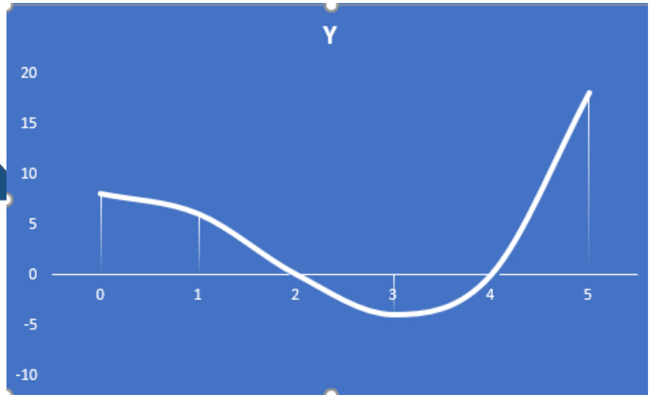
$$\int_0^5 (x^3 - 5x^2 + 2x + 8)dx$$

$$\int_0^5 x^3 dx - \int_0^5 5x^2 dx + \int_0^5 2x\, dx + \int_0^5 8\, dx$$

$$= \left.\frac{x^{3+1}}{3+1}\right]_0^5 - \left.5\frac{x^{2+1}}{2+1}\right]_0^5 + \left.\frac{2x^2}{2}\right]_0^5 + \left.8x\right]_0^5$$

$$= \left.\frac{x^4}{4} - \frac{5x^3}{3} + x^2 + 8x\right]_0^5 = \frac{5^4}{4} - \frac{5(5)^3}{3} + (5)^2 + 8(5) - \left[\frac{0^4}{4} - \frac{5(0)^3}{3} + (0)^2 + 8(0)\right]$$

Método de integración del trapecio



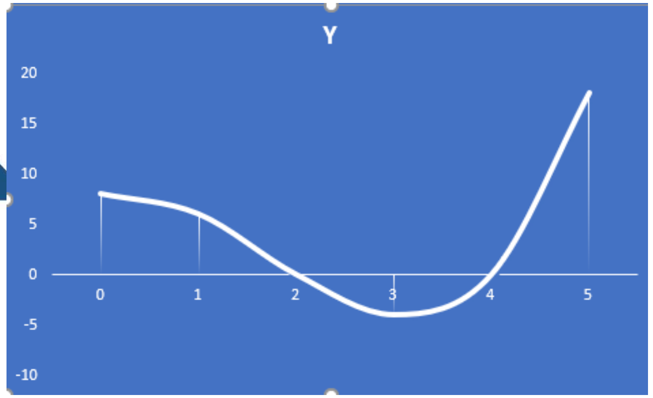
Ejemplo: evaluar la siguiente integral

$$\int_0^5 (x^3 - 5x^2 + 2x + 8)dx$$

$A = 12,9166$

$A_{calculada} = 13,4375 \ u^2$

Método de integración del trapecio



Ejemplo: evaluar la siguiente integral

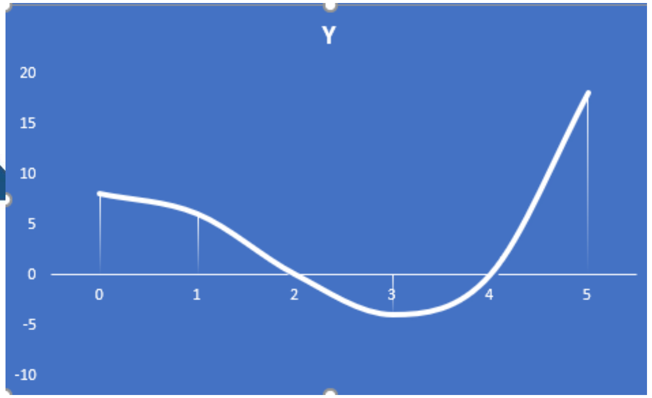
$$\int_{0}^{5} (x^3 - 5x^2 + 2x + 8)dx$$

$A = 12,9166$

$A_{calculada} = 13,4375 \; U^2$

Hacer el proceso usando n = 20

Método de integración del trapecio



Ejemplo: evaluar la siguiente integral

$$\int_{0}^{5} (x^3 - 5x^2 + 2x + 8)dx$$

$A = 12,9166$

$A_{calculada} = 13,4375\ u^2$

Hacer el proceso usando n = 20

$\Delta x = 0,25$

$A = 13,04$

$\Sigma = 39,18$

Referencias

Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2007). Métodos numéricos para ingenieros. McGraw-Hill,.

UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS
PRIMER CLAUSTRO UNIVERSITARIO DE COLOMBIA
SECCIONAL TUNJA

VIGILADA MINEDUCACIÓN - SNIES 1732

¡Siempre hacia lo alto!

USTATUNJA.EDU.CO

@santotomastunja