



UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS
PRIMER CLAUSTRO UNIVERSITARIO DE COLOMBIA

SECCIONAL TUNJA

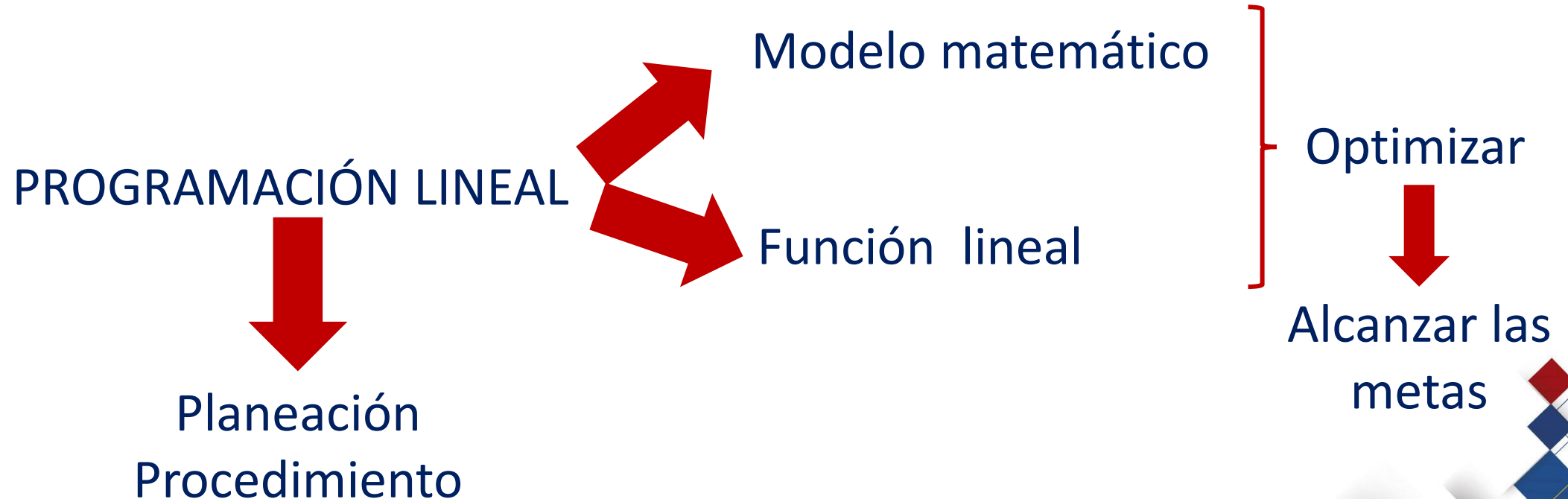
VIGILADA MINEDUCACIÓN - SNIES 1732

PROGRAMACIÓN LINEAL



PROGRAMACIÓN LINEAL

La programación lineal utiliza un modelo matemático para describir un problema.



¡Siempre
hacia lo alto!



PROGRAMACIÓN LINEAL

Dentro del planteamiento que se realiza se establecen:

- Función objetivo.
- Restricciones.

La programación lineal entonces se relaciona con maximizar o minimizar una función objetivo lineal en muchas variables, limitadas a restricciones de igualdad o desigualdad lineal.

Todas las variables de decisión, tanto en la función objetivo como en las restricciones tienen grado 1.

¡Siempre
hacia lo alto!



PROGRAMACIÓN LINEAL

Para resolver estos problemas existen algoritmos, dentro de los que se destaca el llamado **Método Simplex**. Este método se basa en álgebra matricial para calcular los valores óptimos de las variables de decisión.

Sin embargo, vamos a iniciar por un método más sencillo (aplicable solo a sistemas con dos incógnitas) que es el **método gráfico**.



PROGRAMACIÓN LINEAL

- Solución factible: donde todas las restricciones se satisfacen.
- Solución no factible: donde al menos una restricción no se satisface.
- Región factible: unión de todas las soluciones factibles.
- Solución óptima: solución factible que brinda el valor más favorable de la función objetivo.

¡Siempre
hacia lo alto!



PROGRAMACIÓN LINEAL

SUPUESTOS

1. Posee una función objetivo y unas restricciones:

$$\text{Maximizar } Z = 3X_1 + 5X_2$$

Sujeta a:

$$X_1 \leq 4$$

$$2X_2 \leq 12$$

$$3X_1 + 2X_2 \leq 18$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

¡Siempre
hacia lo alto!



PROGRAMACIÓN LINEAL

SUPUESTOS

2. Proporcionalidad:

Todas las variables del modelo son lineales.

¡Siempre
hacia lo alto!



PROGRAMACIÓN LINEAL

SUPUESTOS

2. Proporcionalidad:

Todas las variables del modelo son lineales.

3. Aditividad:

No pueden haber productos cruzados (multiplicación de dos o más variables)

¡Siempre
hacia lo alto!



PROGRAMACIÓN LINEAL

SUPUESTOS

2. Proporcionalidad:

Todas las variables del modelo son lineales.

3. Aditividad:

No pueden haber productos cruzados (multiplicación de dos o más variables)

4. Divisibilidad:

Las variables pueden tomar valores fraccionarios o con decimales.

¡Siempre
hacia lo alto!



PROGRAMACIÓN LINEAL

SUPUESTOS

2. Proporcionalidad:

Todas las variables del modelo son lineales.

3. Aditividad:

No pueden haber productos cruzados (multiplicación de dos o más variables)

4. Divisibilidad:

Las variables pueden tomar valores fraccionarios o con decimales.

5. Certidumbre:

Los coeficientes del lado izquierdo y los valores del lado derecho deben ser valores conocidos.

¡Siempre
hacia lo alto!



PROGRAMACIÓN LINEAL

SUPUESTOS

2. Proporcionalidad:

Todas las variables del modelo son lineales.

3. Aditividad:

No pueden haber productos cruzados (multiplicación de dos o más variables)

4. Divisibilidad:

Las variables pueden tomar valores fraccionarios o con decimales.

5. Certidumbre:

Los coeficientes del lado izquierdo y los valores del lado derecho deben ser valores conocidos.

6. No negatividad

¡Siempre
hacia lo alto!



PROGRAMACIÓN LINEAL

EJEMPLO:

Una granja avícola tiene 2 sucursales:

- En la sucursal A se producen cada día 50 huevos tamaño Jumbo, 150 huevos tamaño extra o AAA y 250 huevos de tamaño AA.
- La sucursal B produce cada día 100 huevos de cada tamaño.

La granja requiere al menos 4000 unidades de huevos totales de tamaño Jumbo, 8000 unidades totales de huevos AAA y 10000 unidades totales de huevos AA.

Se sabe que el costo diario de la operación es de cada sucursal es \$80000, desarrollar un modelo de optimización para las sucursales de la granja.



PROGRAMACIÓN LINEAL

1. Entender el problema: identificar variables, lo que se busca como objetivo y organizar la información.

¡Siempre
hacia lo alto!



PROGRAMACIÓN LINEAL

1. Entender el problema: identificar variables, lo que se busca como objetivo y organizar la información.

Tamaño	Jumbo	AAA	AA	Costo operación
Sucursal A				
Sucursal B				
Requerimiento				

Una granja avícola tiene 2 sucursales:

- En la sucursal A se producen cada día 50 huevos tamaño Jumbo, 150 huevos tamaño extra o AAA y 250 huevos de tamaño AA.
- La sucursal B produce cada día 100 huevos de cada tamaño.

La granja requiere al menos 4000 unidades de huevos totales de tamaño Jumbo, 8000 unidades totales de huevos AAA y 10000 unidades totales de huevos AA.

Se sabe que el costo diario de la operación es de cada sucursal es \$80000, desarrollar un modelo de optimización para las sucursales de la granja.





PROGRAMACIÓN LINEAL

1. Entender el problema: identificar variables, lo que se busca como objetivo y organizar la información.

Tamaño	Jumbo	AAA	AA	Costo operación
Sucursal A	50	150	250	\$80000 /día
Sucursal B	100	100	100	\$80000 / día
Requerimiento	4000	8000	10000	

Una granja avícola tiene 2 sucursales:

- En la sucursal A se producen cada día 50 huevos tamaño Jumbo, 150 huevos tamaño extra o AAA y 250 huevos de tamaño AA.
- La sucursal B produce cada día 100 huevos de cada tamaño.

La granja requiere al menos 4000 unidades de huevos totales de tamaño Jumbo, 8000 unidades totales de huevos AAA y 10000 unidades totales de huevos AA.

Se sabe que el costo diario de la operación es de cada sucursal es \$80000, desarrollar un modelo de optimización para las sucursales de la granja.





PROGRAMACIÓN LINEAL

Tamaño	Jumbo	AAA	AA	Costo operación
Sucursal A	50	150	250	\$80000 /día
Sucursal B	100	100	100	\$80000 / día
Requerimiento	4000	8000	10000	

2. Identificar el objetivo de la optimización:

¡Siempre
hacia lo alto!



PROGRAMACIÓN LINEAL

Tamaño	Jumbo	AAA	AA	Costo operación
Sucursal A	50	150	250	\$80000 /día
Sucursal B	100	100	100	\$80000 / día
Requerimiento	4000	8000	10000	

2. Identificar el objetivo de la optimización: minimizar o maximizar ¿QUÉ?

¡Siempre
hacia lo alto!



PROGRAMACIÓN LINEAL

Tamaño	Jumbo	AAA	AA	Costo operación
Sucursal A	50	150	250	\$80000 /día
Sucursal B	100	100	100	\$80000 / día
Requerimiento	4000	8000	10000	

2. Identificar el objetivo de la optimización: minimizar o maximizar ¿QUÉ?

Minimizar costo

¡Siempre
hacia lo alto!



PROGRAMACIÓN LINEAL

Tamaño	Jumbo	AAA	AA	Costo operación
Sucursal A	50	150	250	\$80000 /día
Sucursal B	100	100	100	\$80000 / día
Requerimiento	4000	8000	10000	

Objetivo: Minimizar costo

3. Identificar las variables de decisión

- Se buscan las variables que podemos controlar o modificar para alcanzar la meta (objetivo).

¡Siempre
hacia lo alto!



PROGRAMACIÓN LINEAL

Tamaño	Jumbo	AAA	AA	Costo operación
Sucursal A	50	150	250	\$80000 / día
Sucursal B	100	100	100	\$80000 / día
Requerimiento	4000	8000	10000	

Objetivo: Minimizar costo

3. Identificar las variables de decisión

- Se buscan las variables que podemos controlar o modificar para alcanzar la meta (objetivo).

⇒ días

¡Siempre
hacia lo alto!



PROGRAMACIÓN LINEAL

Tamaño	Jumbo	AAA	AA	Costo operación
Sucursal A	50	150	250	\$80000 /día
Sucursal B	100	100	100	\$80000 / día
Requerimiento	4000	8000	10000	

Objetivo: Minimizar costo

Variable de decisión: días

4. Expresar la función objetivo:

¡Siempre
hacia lo alto!



PROGRAMACIÓN LINEAL

Tamaño	Jumbo	AAA	AA	Costo operación
Sucursal A	50	150	250	\$80000 /día
Sucursal B	100	100	100	\$80000 / día
Requerimiento	4000	8000	10000	

Objetivo: Minimizar costo

Variable de decisión: días

4. Expresar la función objetivo:

A = cantidad días que opera la granja A
B = cantidad días que opera la granja B

¡Siempre
hacia lo alto!



PROGRAMACIÓN LINEAL

Tamaño	Jumbo	AAA	AA	Costo operación
Sucursal A	50	150	250	\$80000 /día
Sucursal B	100	100	100	\$80000 / día
Requerimiento	4000	8000	10000	

Objetivo: Minimizar costo

Variable de decisión: días

4. Expresar la función objetivo:

A = cantidad días que opera la granja A
B = cantidad días que opera la granja B

$$\text{Min Costo Total} = 80000A + 80000B$$

¡Siempre
hacia lo alto!



PROGRAMACIÓN LINEAL

Tamaño	Jumbo	AAA	AA	Costo operación
Sucursal A	50	150	250	\$80000 /día
Sucursal B	100	100	100	\$80000 / día
Requerimiento	4000	8000	10000	

Objetivo: Minimizar costo
Variable de decisión: días

A = cantidad de días que opera la granja A
B = cantidad de días que opera la granja B
 $\text{Min CostoTotal} = 80000A + 80000B$

5. Representar las restricciones

¡Siempre
hacia lo alto!



PROGRAMACIÓN LINEAL

Tamaño	Jumbo	AAA	AA	Costo operación
Sucursal A	50	150	250	\$80000 /día
Sucursal B	100	100	100	\$80000 / día
Requerimiento	4000	8000	10000	

Objetivo: Minimizar costo
Variable de decisión: días

A = cantidad de días que opera la granja A
B = cantidad de días que opera la granja B
 $\text{Min CostoTotal} = 80000A + 80000B$

5. Representar las restricciones

1. Huevos Jumbo deben ser 4000 unidades
2. Huevos AAA deben ser 8000 unidades
3. Huevos AA deben ser 10000 unidades

¡Siempre
hacia lo alto!



PROGRAMACIÓN LINEAL

Tamaño	Jumbo	AAA	AA	Costo operación
Sucursal A	50	150	250	\$80000 /día
Sucursal B	100	100	100	\$80000 / día
Requerimiento	4000	8000	10000	

Objetivo: Minimizar costo

Variable de decisión: días

A = cantidad de días que opera la granja A

B = cantidad de días que opera la granja B

Min CostoTotal = $80000A + 80000B$

6. Expresar las restricciones en forma matemática

¡Siempre
hacia lo alto!



PROGRAMACIÓN LINEAL

Tamaño	Jumbo	AAA	AA	Costo operación
Sucursal A	50	150	250	\$80000 /día
Sucursal B	100	100	100	\$80000 / día
Requerimiento	4000	8000	10000	

Objetivo: Minimizar costo
Variable de decisión: días

A = cantidad de días que opera la granja A
B = cantidad de días que opera la granja B
 $\text{Min CostoTotal} = 80000A + 80000B$

6. Expresar las restricciones en forma matemática

La granja requiere al menos 4000 unidades de huevos totales de tamaño Jumbo, 8000 unidades totales de huevos AAA y 10000 unidades totales de huevos AA.

¡Siempre
hacia lo alto!



PROGRAMACIÓN LINEAL

Tamaño	Jumbo	AAA	AA	Costo operación
Sucursal A	50	150	250	\$80000 /día
Sucursal B	100	100	100	\$80000 / día
Requerimiento	4000	8000	10000	

Objetivo: Minimizar costo
Variable de decisión: días

A = cantidad de días que opera la granja A
B = cantidad de días que opera la granja B
Min CostoTotal = 80000A + 80000B

6. Expresar las restricciones en forma matemática

$$\begin{aligned}50A + 100B &\geq 4000 \\150A + 100B &\geq 8000 \\250A + 100B &\geq 10000\end{aligned}$$

¡Siempre
hacia lo alto!



PROGRAMACIÓN LINEAL

Tamaño	Jumbo	AAA	AA	Costo operación
Sucursal A	50	150	250	\$80000 /día
Sucursal B	100	100	100	\$80000 / día
Requerimiento	4000	8000	10000	

Objetivo: Minimizar costo
Variable de decisión: días

A = cantidad de días que opera la granja A
B = cantidad de días que opera la granja B
 $\text{Min CostoTotal} = 80000A + 80000B$

7 Escribir el modelo en forma estándar

¡Siempre
hacia lo alto!



PROGRAMACIÓN LINEAL

Tamaño	Jumbo	AAA	AA	Costo operación
Sucursal A	50	150	250	\$80000 /día
Sucursal B	100	100	100	\$80000 / día
Requerimiento	4000	8000	10000	

Objetivo: Minimizar costo
Variable de decisión: días

A = cantidad de días que opera la granja A
B = cantidad de días que opera la granja B
Min CostoTotal = $80000A + 80000B$

7 Escribir el modelo en forma estándar

$$\begin{aligned}\text{Min CostoT} &= 80000A + 80000B \\ 50A + 100B &\geq 4000 \\ 150A + 100B &\geq 8000 \\ 250A + 100B &\geq 10000 \\ A, B &\geq 0\end{aligned}$$

¡Siempre
hacia lo alto!



PROGRAMACIÓN LINEAL

$$\begin{aligned}\text{Min Costo } T &= 80000A + 80000B \\ 50A + 100B &\geq 4000 \\ 150A + 100B &\geq 8000 \\ 250A + 100B &\geq 10000 \\ A, B &\geq 0\end{aligned}$$

1. Se escoge la región sombreada que cubra todas las restricciones (REGIÓN FACTIBLE).
2. Se escogen los puntos (vértices) que bordean la región factible.



¡Siempre
hacia lo alto!



PROGRAMACIÓN LINEAL



$$\begin{aligned}\text{Min Cost } T &= 80000A + 80000B \\ 50A + 100B &\geq 4000 \\ 150A + 100B &\geq 8000 \\ 250A + 100B &\geq 10000 \\ A, B &\geq 0\end{aligned}$$

3. Se toman los puntos escogidos y se evalúa la función objetivo.

A	B	Función objetivo
0	100	8000000
20	50	5600000
40	20	4800000
80	0	6400000

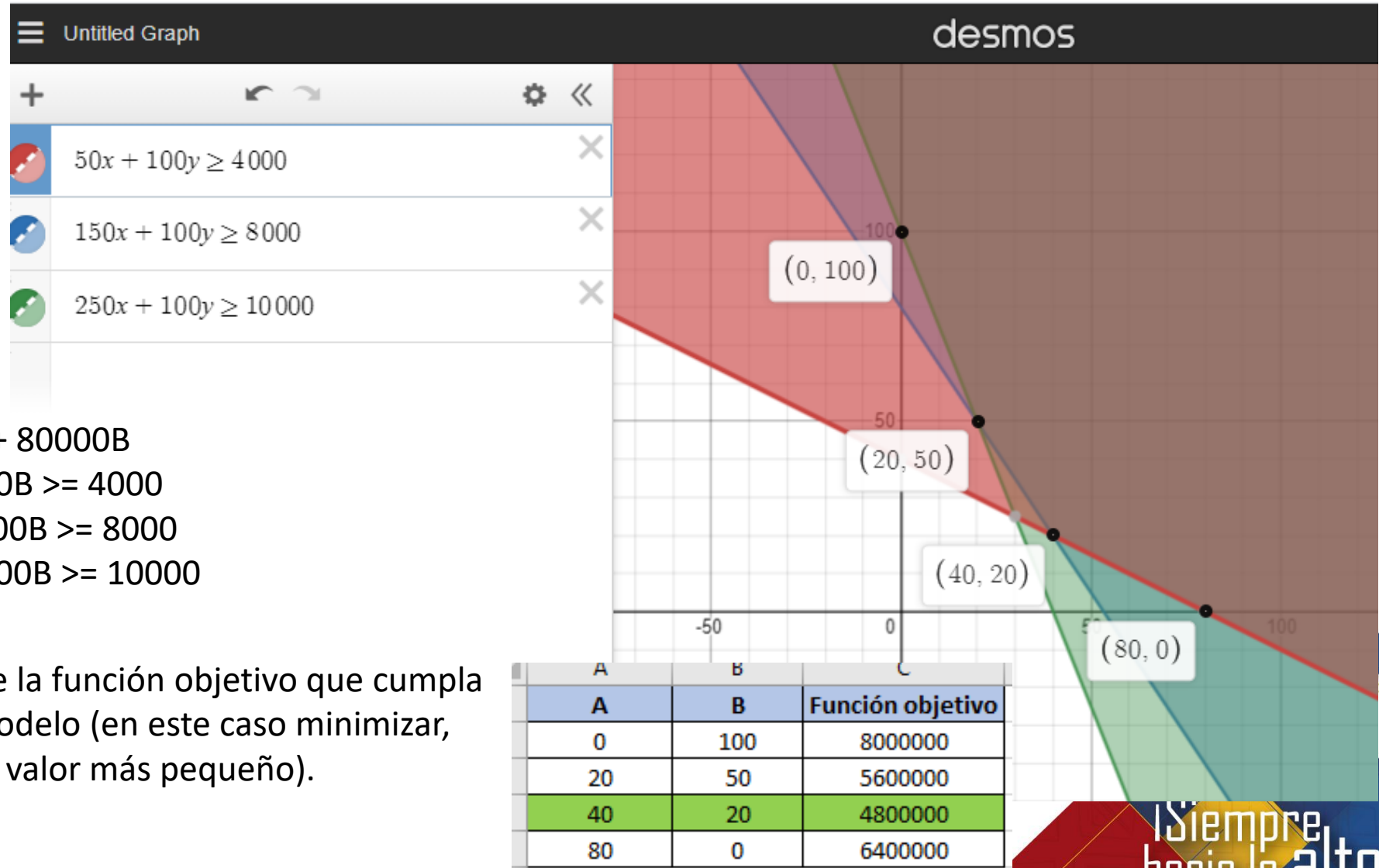
¡Siempre
hacia lo alto!



PROGRAMACIÓN LINEAL

$$\begin{aligned}\text{Min Costo } T &= 80000A + 80000B \\ 50A + 100B &\geq 4000 \\ 150A + 100B &\geq 8000 \\ 250A + 100B &\geq 10000 \\ A, B &\geq 0\end{aligned}$$

4. Se escoge el valor de la función objetivo que cumpla con el propósito del modelo (en este caso minimizar, por tanto, se escoge el valor más pequeño).

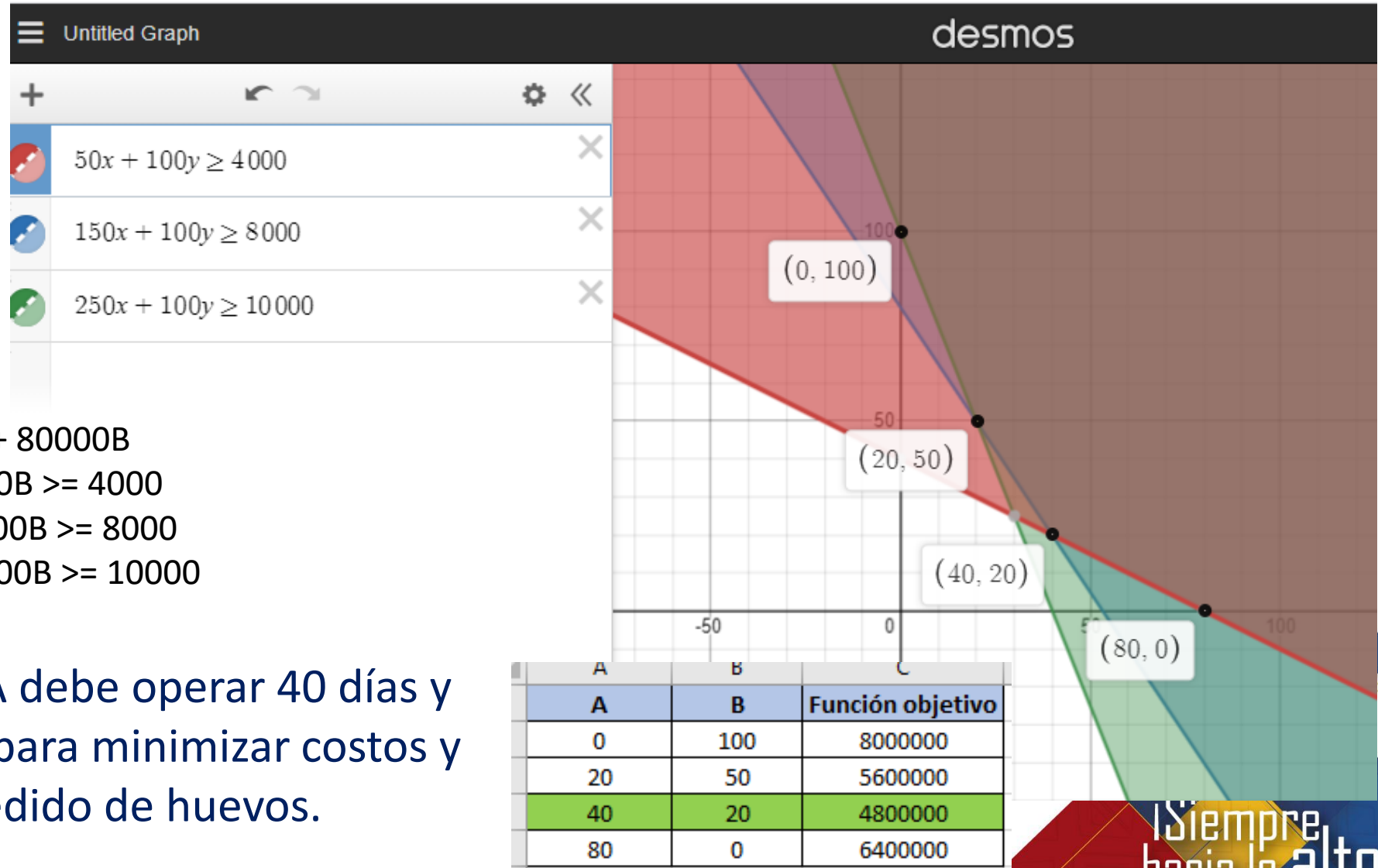




PROGRAMACIÓN LINEAL

$$\begin{aligned}\text{Min CostoT} &= 80000A + 80000B \\ 50A + 100B &\geq 4000 \\ 150A + 100B &\geq 8000 \\ 250A + 100B &\geq 10000 \\ A, B &\geq 0\end{aligned}$$

Rta: La sucursal A debe operar 40 días y la sucursal B 20, para minimizar costos y cumplir con el pedido de huevos.





PROGRAMACIÓN LINEAL

1.

Ejercicio:

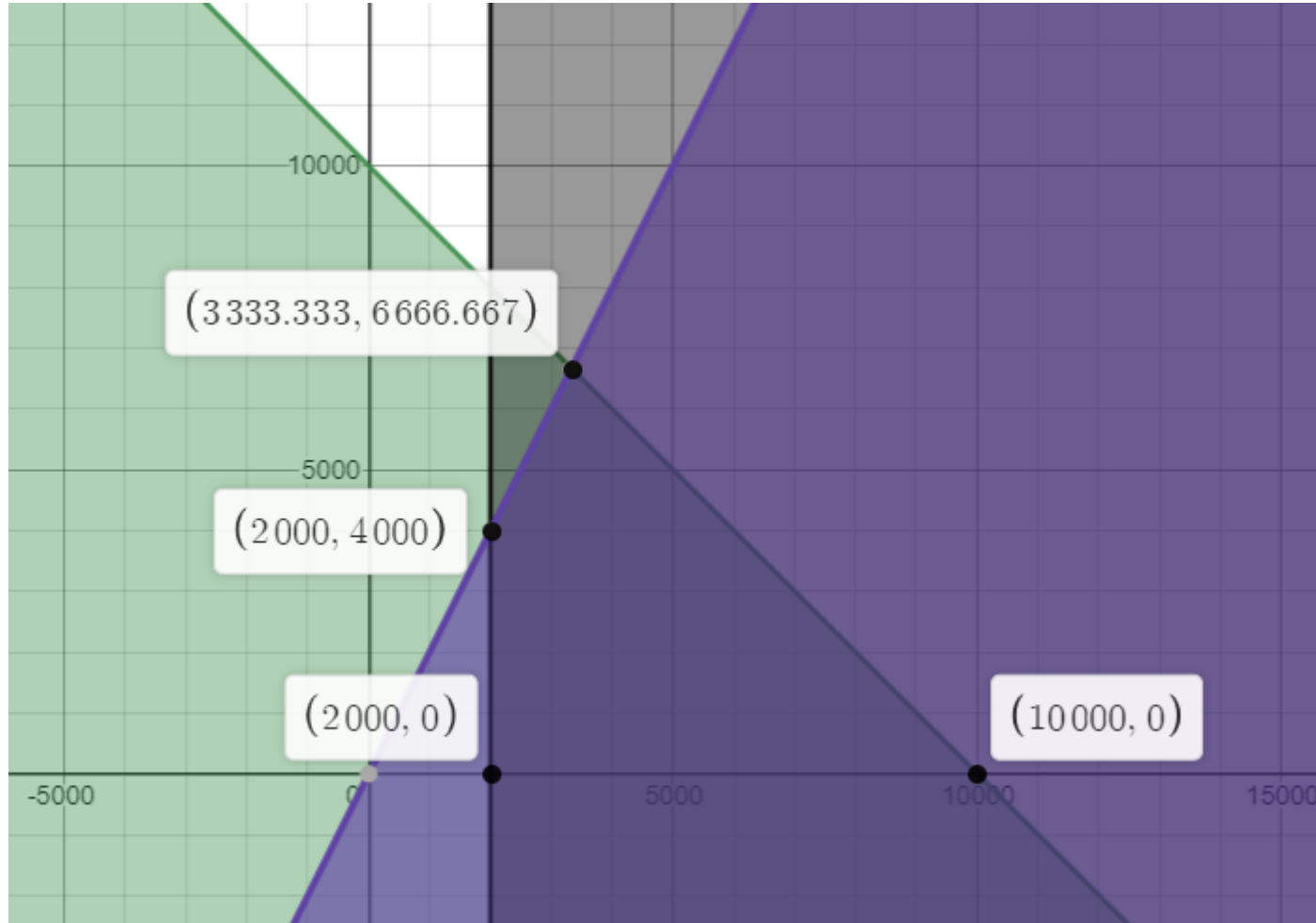
Un inversionista que tiene un presupuesto de US\$10.000 está considerando 2 alternativas de inversión para el próximo año. La alternativa A tiene un retorno de un 10% anual y la alternativa B un retorno de un 15% anual. La desviación estándar de los retornos anuales (como indicador del riesgo de la inversión) según información histórica para la alternativa A y B han sido un 3% y 6%, respectivamente. El inversionista desea que su inversión total considere una desviación estándar máxima de un 5%. Asimismo ha establecido que al menos desea invertir US\$2.000 en la alternativa A. Formule y resuelva gráficamente un modelo de Programación Lineal que permita maximizar los retornos del inversionista satisfaciendo las condiciones impuestas.

¡Siempre
hacia lo alto!



PROGRAMACIÓN LINEAL

1.



¡Siempre
hacia lo alto!



UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS

PRIMER CLAUSTRO UNIVERSITARIO DE COLOMBIA

SECCIONAL TUNJA

VIGILADA MINEDUCACIÓN - SNIES 1732

¡Siempre hacia lo alto!

USTATUNJA.EDU.CO



@santotomastunja