



UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS  
PRIMER CLAUSTRO UNIVERSITARIO DE COLOMBIA  
SECCIONAL TUNJA

VIGILADA MINEDUCACIÓN - SNIES 1732

# SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES

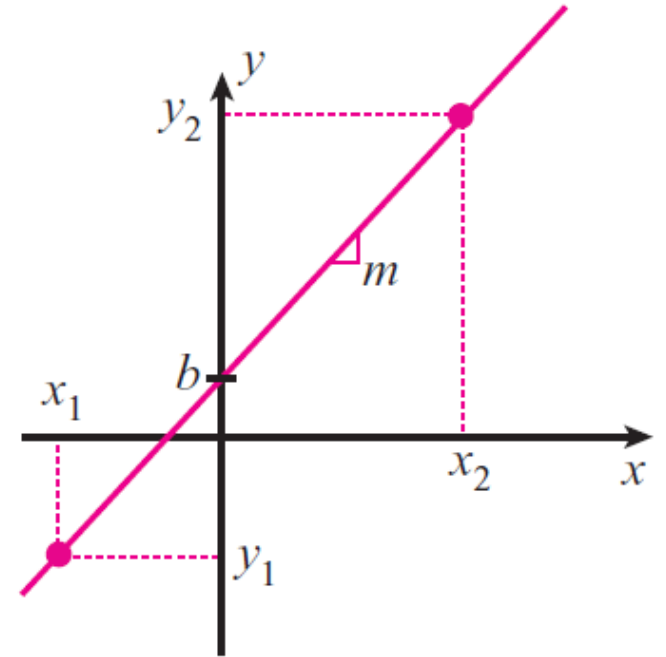




## ECUACIÓN LINEAL

Una ecuación lineal en las variables  $x_1, \dots, x_n$  es una ecuación que puede escribirse en la forma:

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + \dots + a_n x_n = b_1$$



¡Siempre  
hacia lo alto!

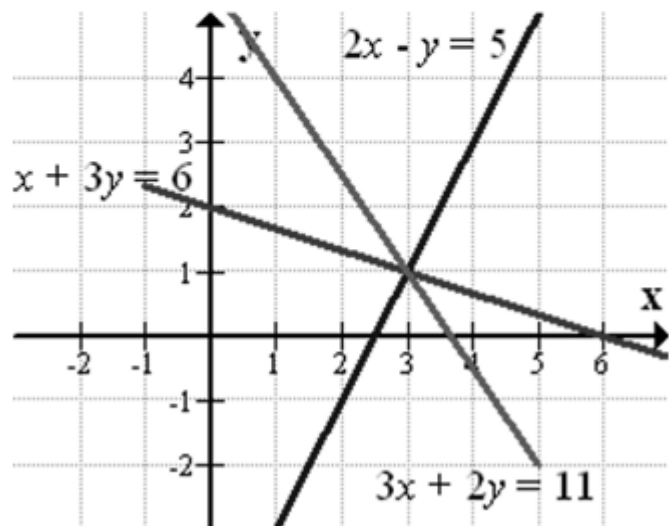


# TIPOS DE SOLUCIÓN

## Única solución

Existe sólo una solución.  
Por ejemplo:

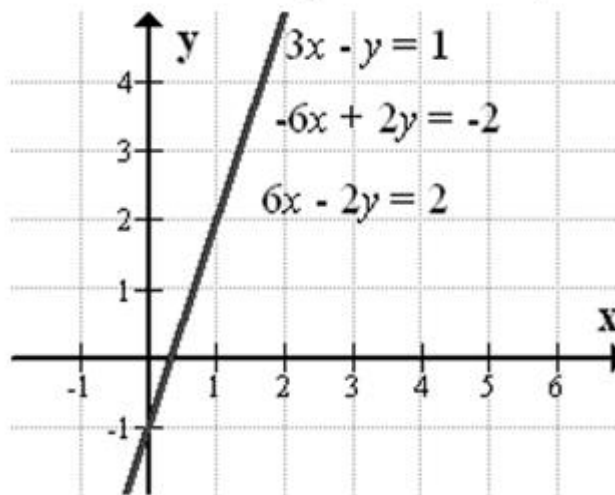
$$\left. \begin{array}{l} x + 3y = 6 \\ 2x - y = 5 \\ 3x + 2y = 11 \end{array} \right\}$$



## Infinitas soluciones

Existe más de una solución.  
Por ejemplo:

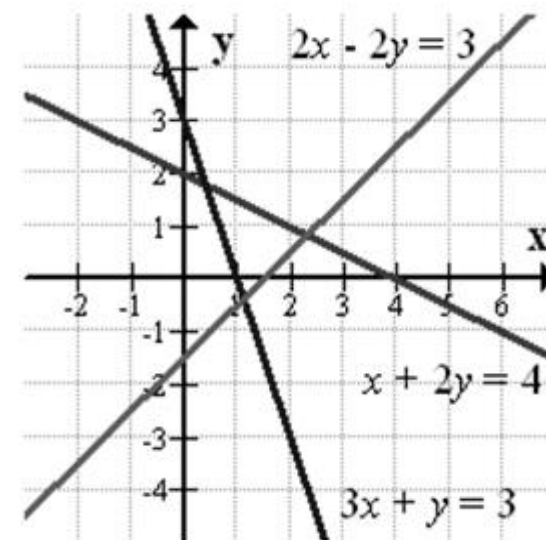
$$\left. \begin{array}{l} 3x - y = 1 \\ -6x + 2y = -2 \\ 6x - 2y = 2 \end{array} \right\}$$



## No tiene solución

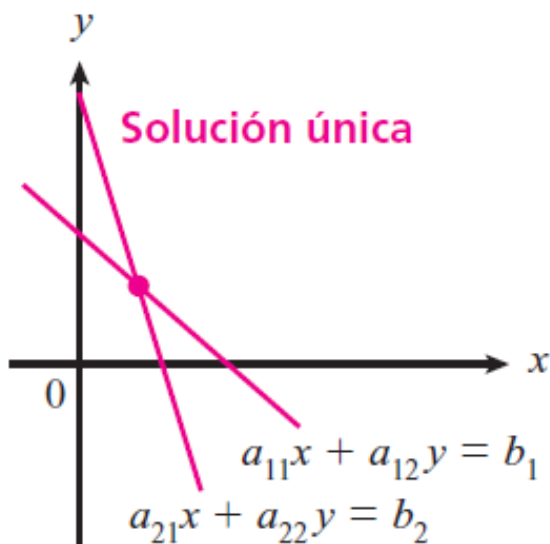
No existe ninguna solución.  
Por ejemplo:

$$\left. \begin{array}{l} 2x - 2y = 3 \\ x + 2y = 4 \\ 3x + y = 3 \end{array} \right\}$$

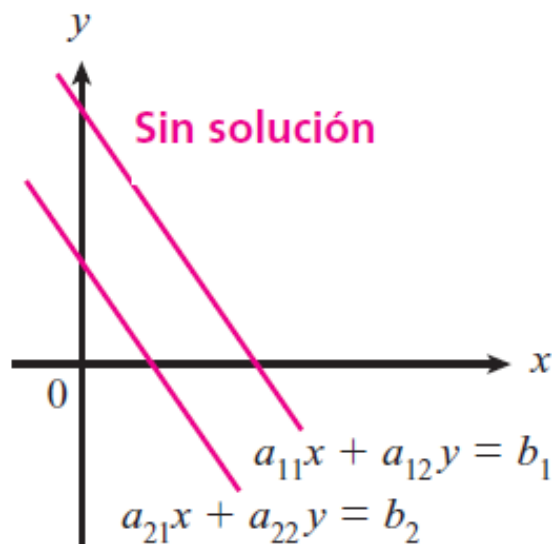




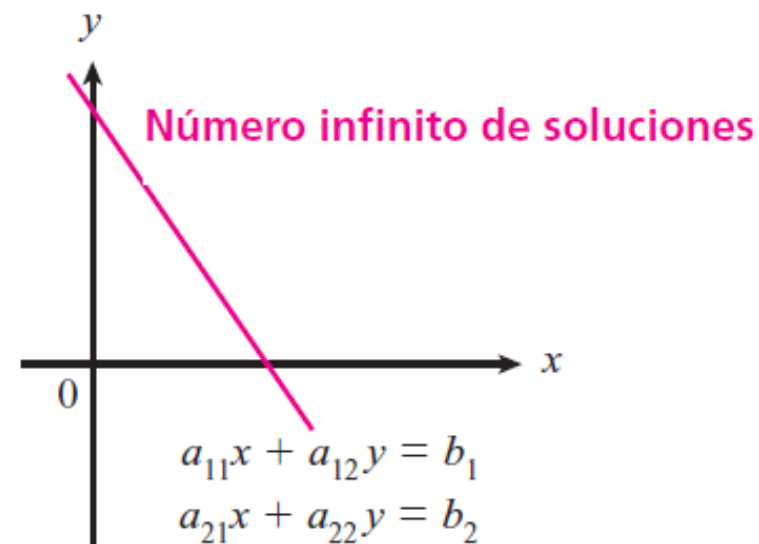
## TIPOS DE SOLUCIÓN



a) Rectas no paralelas;  
un punto de intersección



b) Rectas paralelas; sin  
puntos de intersección



c) Rectas que coinciden; número infinito  
de puntos de intersección

¡Siempre  
hacia lo alto!



## DOS ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS

$$a_{11}x + a_{12}y = b_1$$

$$a_{21}x + a_{22}y = b_2$$





## DOS ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS

EJERCICIO: sistema de 2x2 con una única solución

$$\begin{aligned}3x - 2y &= 4 \\5x + 2y &= 12\end{aligned}$$



## DOS ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS

EJERCICIO: sistema de 2x2 con una única solución

$$3x - 2y = 4$$

$$5x + 2y = 12$$

$$\left( \begin{array}{cc|c} 3 & -2 & 4 \\ 5 & 2 & 12 \end{array} \right) \xrightarrow{R1/3} \left( \begin{array}{cc|c} 1 & -2/3 & 4/3 \\ 5 & 2 & 12 \end{array} \right)$$



## DOS ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS

EJERCICIO: sistema de 2x2 con una única solución

$$3x - 2y = 4$$

$$5x + 2y = 12$$

$$\left( \begin{array}{cc|c} 1 & -2/3 & 4/3 \\ 5 & 2 & 12 \end{array} \right) \xrightarrow{-5F_1 + F_2} \left( \begin{array}{cc|c} 1 & -2/3 & 4/3 \\ 0 & 16/3 & 16/3 \end{array} \right)$$





## DOS ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS

EJERCICIO: sistema de 2x2 con una única solución

$$3x - 2y = 4$$

$$5x + 2y = 12$$

$$\left( \begin{array}{cc|c} 1 & -2/3 & 4/3 \\ 0 & 16/3 & 16/3 \end{array} \right) \xrightarrow{F2/(16/3)} \left( \begin{array}{cc|c} 1 & -2/3 & 4/3 \\ 0 & 1 & 1 \end{array} \right)$$



## DOS ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS

EJERCICIO: sistema de 2x2 con una única solución

$$\begin{aligned} 3x - 2y &= 4 \\ 5x + 2y &= 12 \end{aligned}$$

$$\left( \begin{array}{cc|c} 1 & -2/3 & 4/3 \\ 0 & 1 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{\frac{2}{3}F_2 + F_1} \left( \begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{array} \right) \Rightarrow R+u = \begin{matrix} x=2 \\ y=1 \end{matrix}$$



## DOS ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS

EJERCICIO: sistema de 2x2 con una única solución

$$\begin{array}{r} 3x - 2y = 4 \\ 5x + 2y = 12 \\ \hline 8x = 16 \end{array} \rightarrow \boxed{x = \frac{16}{8} = 2}$$

$$3x - 2y = 4$$

$$6 - 2y = 4$$

$$\rightarrow 2 = 2y$$

$$\boxed{y = 1}$$





## DOS ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS

EJERCICIO: sistema de 2x2 con soluciones infinitas

$$\begin{aligned}x - y &= 7 \\ 2x - 2y &= 14\end{aligned}$$



## DOS ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS

EJERCICIO: sistema de 2x2 con soluciones infinitas

$$x - y = 7$$

$$2x - 2y = 14$$

$$\begin{aligned} \rightarrow -2x + 2y &= -14 \\ 2x - 2y &= 14 \\ \hline \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 8 \\ y &= 1 \end{aligned}$$

$$(8, 1)$$

$$(7, 0)$$



# DOS ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS

EJERCICIO: sistema de 2x2 sin solución

$$\begin{aligned}x - y &= 7 \\ 2x - 2y &= 13\end{aligned}$$

¡Siempre  
hacia lo alto!





## SISTEMA DE M ECUACIONES CON N INCÓGNITAS

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m.$$



# SISTEMA DE M ECUACIONES CON N INCÓGNITAS

## Eliminación gaussiana

- SEL  $\rightarrow$  matriz ampliada (matriz de coeficientes + T.I.)
- Se reduce por filas la matriz de coeficientes a la forma **escalonada** por filas.
- Luego, se despeja el valor de la última incógnita y después se usa la sustitución hacia atrás para las demás incógnitas.

## • Eliminación de Gauss Jordan

- SEL  $\rightarrow$  matriz ampliada (matriz de coeficientes + T.I.)
- Se reduce por filas la matriz de coeficientes a la forma **escalonada reducida** por filas.



## SOLUCIÓN POR ELIMINACIÓN DE GAUSS JORDAN

Encuentre la solución al siguiente sistema:

$$x + 2y + 3z = 6$$

$$2x - 3y + 2z = 14$$

$$3x + y - z = -2.$$





## SOLUCIÓN

Encuentre la solución al siguiente sistema:

$$x + 2y + 3z = 6$$

$$2x - 3y + 2z = 14$$

$$3x + y - z = -2.$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 6 \\ 2 & -3 & 2 & 14 \\ 3 & 1 & -1 & -2 \end{array} \right) \xrightarrow{-2F1 + F2}$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 6 \\ 0 & -7 & -4 & 2 \\ 3 & 1 & -1 & -2 \end{array} \right) \xrightarrow{-3F1 + F3}$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 6 \\ 0 & -7 & -4 & 2 \\ 0 & -5 & -10 & -20 \end{array} \right)$$



## SOLUCIÓN

Encuentre la solución al siguiente sistema:

$$x + 2y + 3z = 6$$

$$2x - 3y + 2z = 14$$

$$3x + y - z = -2.$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 6 \\ 0 & -7 & -4 & 2 \\ 0 & -5 & -10 & -20 \end{array} \right) \xrightarrow{F2/-7}$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 6 \\ 0 & 1 & 4/7 & -2/7 \\ 0 & -5 & -10 & -20 \end{array} \right) \xrightarrow{\begin{array}{l} F2(-2) + F1 \\ F2(5) + F3 \end{array}} \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 13/7 & 46/7 \\ 0 & 1 & 4/7 & -2/7 \\ 0 & 0 & -50/7 & -150/7 \end{array} \right)$$



## SOLUCIÓN

Encuentre la solución al siguiente sistema:

$$x + 2y + 3z = 6$$

$$2x - 3y + 2z = 14$$

$$3x + y - z = -2.$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 13/7 & 46/7 \\ 0 & 1 & 4/7 & -2/7 \\ 0 & 0 & -50/7 & -150/7 \end{array} \right) \xrightarrow{F3 / (-50/7)}$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 13/7 & 46/7 \\ 0 & 1 & 4/7 & -2/7 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array} \right) \xrightarrow{F3 (-13/7) + F1}$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 4/7 & -2/7 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array} \right)$$





## SOLUCIÓN

Encuentre la solución al siguiente sistema:

$$x + 2y + 3z = 6$$

$$2x - 3y + 2z = 14$$

$$3x + y - z = -2.$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 4/7 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array} \right) \xrightarrow{R3(-4/7) + R2}$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array} \right)$$

$$x = 1$$

$$y = -2$$

$$z = 3$$



# SOLUCIÓN POR ELIMINACIÓN DE GAUSS JORDAN

Ejercicios en clase:

$$2x + y - 2z = 10$$

i)  $-6x - 4y - 4z = -2$

$$5x + 4y + 3z = 4$$

¡Siempre  
hacia lo alto!



# SOLUCIÓN POR ELIMINACIÓN DE GAUSS JORDAN

Ejercicios en clase:

$$x + 2y - z = 1$$

$$-x + y + 2z = 3$$

$$x + 5y = 5$$

¡Siempre  
hacia lo alto!





# SOLUCIÓN POR ELIMINACIÓN DE GAUSS JORDAN

Ejercicios en clase:

$$\begin{aligned}x + 2y - z &= 1 \\ -x + y + 2z &= 3 \\ x + 5y &= 5\end{aligned}$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 5 & 0 & 5 \end{array} \right) \xrightarrow{-F_1 + F_3}$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 1 & 4 \end{array} \right) \xrightarrow{F_1 + F_2} \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & 1 & 4 \end{array} \right) \}$$

In finitas soluciones

¡Siempre  
hacia lo alto!





# UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS

PRIMER CLAUSTRO UNIVERSITARIO DE COLOMBIA

---

SECCIONAL TUNJA

---

VIGILADA MINEDUCACIÓN - SNIES 1732

# ¡Siempre hacia lo alto!

[USTATUNJA.EDU.CO](http://USTATUNJA.EDU.CO)



@santotomastunja