



UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS  
PRIMER CLAUSTRO UNIVERSITARIO DE COLOMBIA  
SECCIONAL TUNJA

VIGILADA MINEDUCACIÓN - SNIES 1732

# Regresión por mínimos cuadrados





## Regresión

El análisis de regresión abarca un conjunto de métodos estadísticos que usamos siempre y cuando las variables de respuesta y las predictivas sean continuas.

Se aplica cuando se desea predecir valores de la función basados en los valores obtenidos en las observaciones.

Por tanto, el análisis de regresión consiste en ajustar un modelo a los datos, estimando coeficientes a partir de las observaciones, con el fin de predecir valores de la variable de respuesta a partir de una (regresión simple) o más variables (regresión múltiple) predictivas o explicativas.

¡Siempre  
hacia lo alto!



## Regresión con una variable

### REGRESIÓN LINEAL

$$Y = a_0 + a_1X$$

### REGRESIÓN POLINOMIAL

$$Y = a_0 + a_1X + a_2X^2$$

¡Siempre  
hacia lo alto!



# Regresión con una variable

## REGRESIÓN LINEAL

$$y = a_0 + a_1x$$

## REGRESIÓN POLINOMIAL

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2$$

$$S_r = \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2)^2$$

$$s_{y/x} = \sqrt{\frac{S_r}{n - (m + 1)}}$$

$$(n)a_0 + \left(\sum x_i\right)a_1 + \left(\sum x_i^2\right)a_2 = \sum y_i$$

$$\left(\sum x_i\right)a_0 + \left(\sum x_i^2\right)a_1 + \left(\sum x_i^3\right)a_2 = \sum x_i y_i$$

$$\left(\sum x_i^2\right)a_0 + \left(\sum x_i^3\right)a_1 + \left(\sum x_i^4\right)a_2 = \sum x_i^2 y_i$$



# Regresión con una variable

## REGRESIÓN POLINOMIAL

$$\begin{bmatrix} n & \sum_{i=0}^{n-1} x_i & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^2 & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^3 \\ \sum_{i=0}^{n-1} x_i & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^2 & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^3 & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^4 \\ \sum_{i=0}^{n-1} x_i^2 & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^3 & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^4 & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^5 \\ \sum_{i=0}^{n-1} x_i^3 & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^4 & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^5 & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^{n-1} y_i \\ \sum_{i=0}^{n-1} x_i y_i \\ \sum_{i=0}^{n-1} x_i^2 y_i \\ \sum_{i=0}^{n-1} x_i^3 y_i \end{bmatrix}$$



## Regresión polinomial

1. Ajustar a un polinomio de segundo grado los siguientes datos

x	y
0	2,1
1	7,7
2	13,6
3	27,2
4	40,9
5	61,1

¡Siempre  
hacia lo alto!

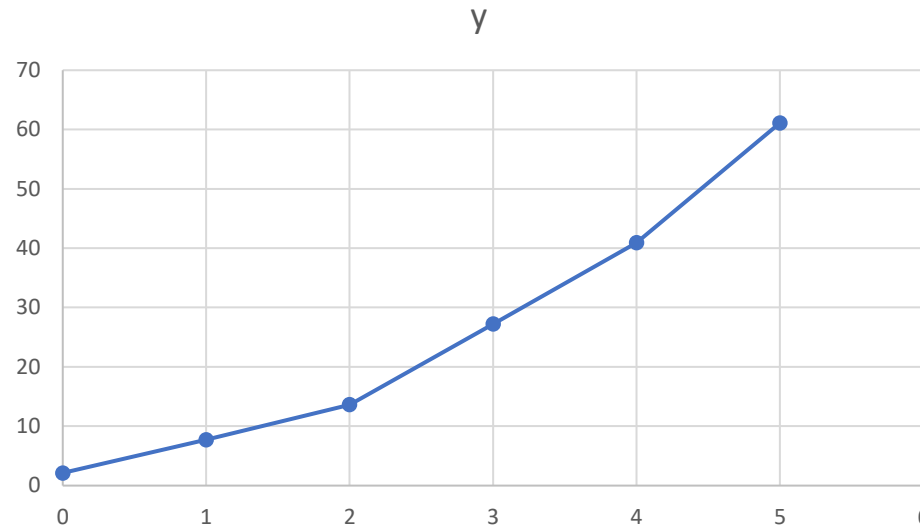




# Regresión polinomial

1. Ajustar a un polinomio de segundo grado los siguientes datos

x	y
0	2,1
1	7,7
2	13,6
3	27,2
4	40,9
5	61,1



$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2$$



# Regresión polinomial

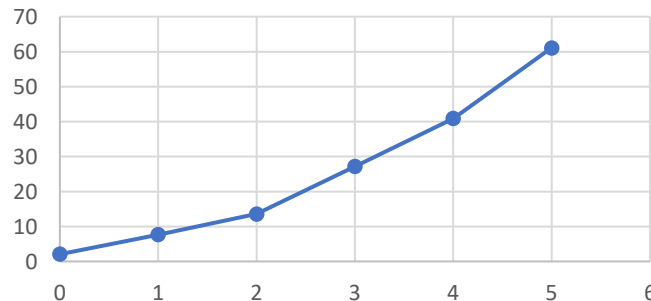
1. Ajustar a un polinomio de segundo grado los siguientes datos

x	y
0	2,1
1	7,7
2	13,6
3	27,2
4	40,9
5	61,1

$$M = 2$$

$$n = 6$$

$$\bar{x} =$$



$$\begin{aligned}(n)a_0 + \left(\sum x_i\right)a_1 + \left(\sum x_i^2\right)a_2 &= \sum y_i \\ \left(\sum x_i\right)a_0 + \left(\sum x_i^2\right)a_1 + \left(\sum x_i^3\right)a_2 &= \sum x_i y_i \\ \left(\sum x_i^2\right)a_0 + \left(\sum x_i^3\right)a_1 + \left(\sum x_i^4\right)a_2 &= \sum x_i^2 y_i\end{aligned}$$

¡Siempre  
hacia lo alto!





# Regresión polinomial

1. Ajustar a un polinomio de segundo grado los siguientes datos

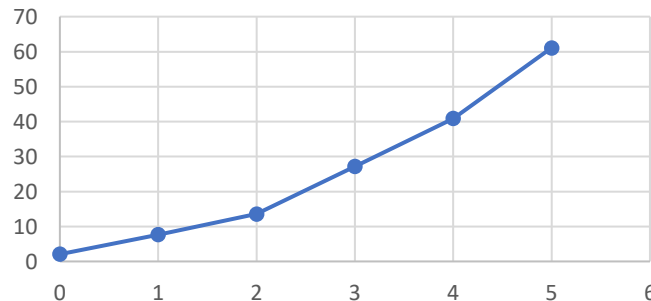
x	y
0	2,1
1	7,7
2	13,6
3	27,2
4	40,9
5	61,1

$$M = 2$$

$$n = 6$$

$$\bar{x} = 2,5$$

$$\bar{y} =$$



$$\begin{aligned}(n)a_0 + \left(\sum x_i\right)a_1 + \left(\sum x_i^2\right)a_2 &= \sum y_i \\ \left(\sum x_i\right)a_0 + \left(\sum x_i^2\right)a_1 + \left(\sum x_i^3\right)a_2 &= \sum x_i y_i \\ \left(\sum x_i^2\right)a_0 + \left(\sum x_i^3\right)a_1 + \left(\sum x_i^4\right)a_2 &= \sum x_i^2 y_i\end{aligned}$$

¡Siempre  
hacia lo alto!



# Regresión polinomial

1. Ajustar a un polinomio de segundo grado los siguientes datos

x	y
0	2,1
1	7,7
2	13,6
3	27,2
4	40,9
5	61,1

$$m=2$$

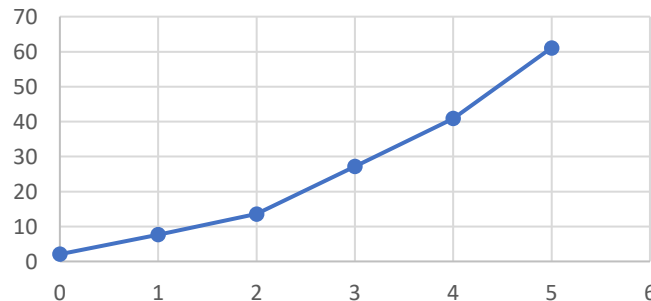
$$n=6$$

$$\bar{x} = 2,5$$

$$\bar{y} = 25,4333$$

$$\sum x_i =$$

$$\sum y_i =$$



$$\begin{aligned}(n)a_0 + \left(\sum x_i\right)a_1 + \left(\sum x_i^2\right)a_2 &= \sum y_i \\ \left(\sum x_i\right)a_0 + \left(\sum x_i^2\right)a_1 + \left(\sum x_i^3\right)a_2 &= \sum x_i y_i \\ \left(\sum x_i^2\right)a_0 + \left(\sum x_i^3\right)a_1 + \left(\sum x_i^4\right)a_2 &= \sum x_i^2 y_i\end{aligned}$$

¡Siempre  
hacia lo alto!

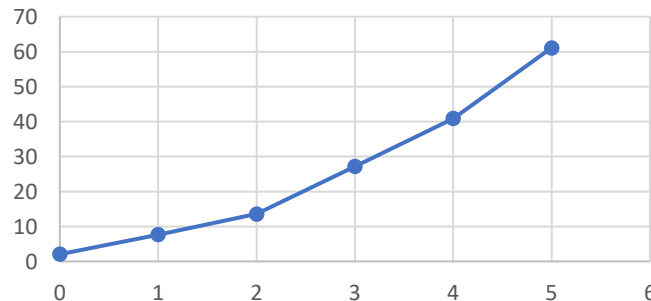


# Regresión polinomial

1. Ajustar a un polinomio de segundo grado los siguientes datos

x	y
0	2,1
1	7,7
2	13,6
3	27,2
4	40,9
5	61,1

y



$$M = 2$$

$$n = 6$$

$$\bar{x} = 2.5$$

$$\bar{y} = 25.4333$$

$$\sum x_i = 15$$

$$\sum y_i = 152.6$$

$$\sum x_i^2 =$$

$$\begin{aligned}(n)a_0 + \left(\sum x_i\right)a_1 + \left(\sum x_i^2\right)a_2 &= \sum y_i \\ \left(\sum x_i\right)a_0 + \left(\sum x_i^2\right)a_1 + \left(\sum x_i^3\right)a_2 &= \sum x_i y_i \\ \left(\sum x_i^2\right)a_0 + \left(\sum x_i^3\right)a_1 + \left(\sum x_i^4\right)a_2 &= \sum x_i^2 y_i\end{aligned}$$

¡Siempre  
hacia lo alto!





# Regresión polinomial

1. Ajustar a un polinomio de segundo grado los siguientes datos

x	y
0	2,1
1	7,7
2	13,6
3	27,2
4	40,9
5	61,1

$$M=2$$

$$n=6$$

$$\bar{x} = 2,5$$

$$\bar{y} = 25,4333$$

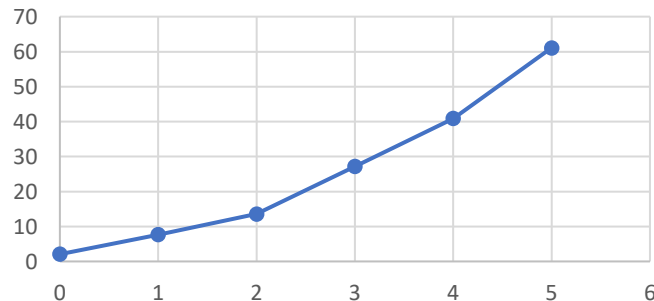
$$\sum x_i = 15$$

$$\sum y_i = 152,6$$

$$\sum x_i^2 = 55$$

$$\sum x_i y_i =$$

$$\sum x_i^2 y_i =$$



$$\begin{aligned}(n)a_0 + \left(\sum x_i\right)a_1 + \left(\sum x_i^2\right)a_2 &= \sum y_i \\ \left(\sum x_i\right)a_0 + \left(\sum x_i^2\right)a_1 + \left(\sum x_i^3\right)a_2 &= \sum x_i y_i \\ \left(\sum x_i^2\right)a_0 + \left(\sum x_i^3\right)a_1 + \left(\sum x_i^4\right)a_2 &= \sum x_i^2 y_i\end{aligned}$$

¡Siempre  
hacia lo alto!



# Regresión polinomial

1. Ajustar a un polinomio de segundo grado los siguientes datos

x	y
0	2,1
1	7,7
2	13,6
3	27,2
4	40,9
5	61,1

$$M=2$$

$$n=6$$

$$\bar{x} = 2,5$$

$$\bar{y} = 25,4333$$

$$\sum x_i = 15$$

$$\sum y_i = 152,6$$

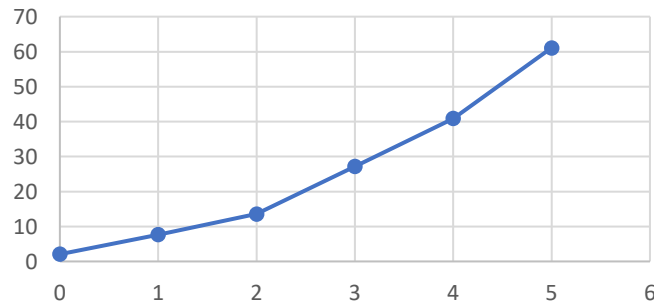
$$\sum x_i^2 = 55$$

$$\sum x_i y_i = 585,6$$

$$\sum x_i^2 y_i = 2488,8$$

$$\sum x_i^3 =$$

$$\sum x_i^4 =$$



$$\begin{aligned}(n)a_0 + \left(\sum x_i\right)a_1 + \left(\sum x_i^2\right)a_2 &= \sum y_i \\ \left(\sum x_i\right)a_0 + \left(\sum x_i^2\right)a_1 + \left(\sum x_i^3\right)a_2 &= \sum x_i y_i \\ \left(\sum x_i^2\right)a_0 + \left(\sum x_i^3\right)a_1 + \left(\sum x_i^4\right)a_2 &= \sum x_i^2 y_i\end{aligned}$$

¡Siempre  
hacia lo alto!

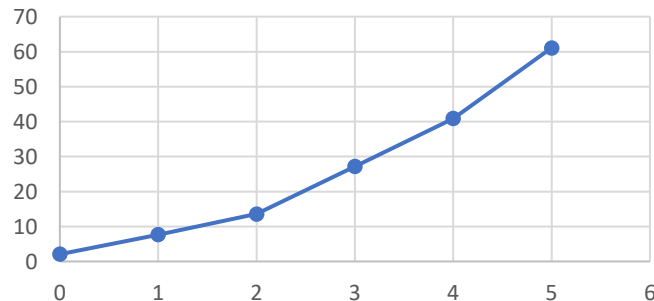


# Regresión polinomial

1. Ajustar a un polinomio de segundo grado los siguientes datos

x	y
0	2,1
1	7,7
2	13,6
3	27,2
4	40,9
5	61,1

y



$$M=2$$

$$n=6$$

$$\bar{x} = 2.5$$

$$\bar{y} = 25,4333$$

$$\sum x_i = 15$$

$$\sum y_i = 152,6$$

$$\sum x_i^2 = 55$$

$$\sum x_i y_i = 585,6$$

$$\sum x_i^2 y_i = 2488,8$$

$$\sum x_i^3 = 225$$

$$\sum x_i^4 = 979$$

$$\begin{aligned}(n)a_0 + \left(\sum x_i\right)a_1 + \left(\sum x_i^2\right)a_2 &= \sum y_i \\ \left(\sum x_i\right)a_0 + \left(\sum x_i^2\right)a_1 + \left(\sum x_i^3\right)a_2 &= \sum x_i y_i \\ \left(\sum x_i^2\right)a_0 + \left(\sum x_i^3\right)a_1 + \left(\sum x_i^4\right)a_2 &= \sum x_i^2 y_i\end{aligned}$$

¡Siempre  
hacia lo alto!



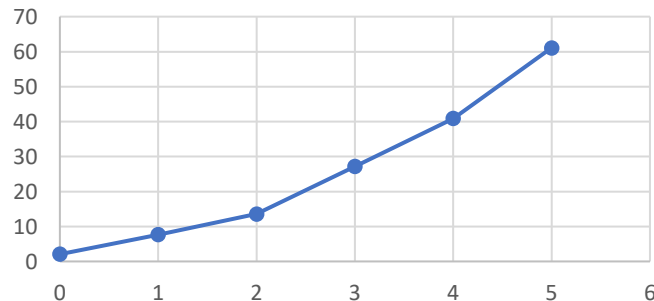


# Regresión polinomial

1. Ajustar a un polinomio de segundo grado los siguientes datos

x	y
0	2,1
1	7,7
2	13,6
3	27,2
4	40,9
5	61,1

y



$$M=2$$

$$n=6$$

$$\bar{x} = 2.5$$

$$\bar{y} = 25,4333$$

$$\sum x_i = 15$$

$$\sum y_i = 152,6$$

$$\sum x_i^2 = 55$$

$$\sum x_i y_i = 585,6$$

$$\sum x_i^2 y_i = 2488,8$$

$$\sum x_i^3 = 225$$

$$\sum x_i^4 = 979$$

x	y	$x_i^2$	$x_i y_i$	$x_i^2 y_i$	$x_i^3$	$x_i^4$
0	2,1	0	0	0	0	0
1	7,7	1	7,7	7,7	1	1
2	13,6	4	27,2	54,4	8	16
3	27,2	9	81,6	244,8	27	81
4	40,9	16	163,6	654,4	64	256
5	61,1	25	305,5	1527,5	125	625
15	152,6	55	585,6	2488,8	225	979





# Regresión polinomial

1. Ajustar a un polinomio de segundo grado los siguientes datos

$$M=2$$

$$n=6$$

$$\bar{x} = 2.5$$

$$\bar{y} = 25,4333$$

$$\sum x_i = 15$$

$$\sum y_i = 152,6$$

$$\sum x_i^2 = 55$$

$$\sum x_i y_i = 585,6$$

$$\sum x_i^2 y_i = 2488,8$$

$$\sum x_i^3 = 225$$

$$\sum x_i^4 = 979$$

$$\begin{bmatrix} n & \sum_{i=0}^{n-1} x_i & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^2 & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^3 \\ \sum_{i=0}^{n-1} x_i & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^2 & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^3 & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^4 \\ \sum_{i=0}^{n-1} x_i^2 & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^3 & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^4 & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^5 \\ \sum_{i=0}^{n-1} x_i^3 & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^4 & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^5 & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^{n-1} y_i \\ \sum_{i=0}^{n-1} x_i y_i \\ \sum_{i=0}^{n-1} x_i^2 y_i \\ \sum_{i=0}^{n-1} x_i^3 y_i \end{bmatrix}$$

6	15	55	152,6	AX=B
15	55	225	585,6	X=A <sup>-1</sup> B
55	225	979	2488,8	

¡Siempre  
hacia lo alto!



# Regresión polinomial

1. Ajustar a un polinomio de segundo grado los siguientes datos

$$M=2$$

$$n=6$$

$$\bar{x} = 2.5$$

$$\bar{y} = 25,4333$$

$$\sum x_i = 15$$

$$\sum y_i = 152,6$$

$$\sum x_i^2 = 55$$

$$\sum x_i y_i = 585,6$$

$$\sum x_i^2 y_i = 2488,8$$

$$\sum x_i^3 = 225$$

$$\sum x_i^4 = 979$$

$$\begin{bmatrix} n & \sum_{i=0}^{n-1} x_i & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^2 & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^3 \\ \sum_{i=0}^{n-1} x_i & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^2 & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^3 & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^4 \\ \sum_{i=0}^{n-1} x_i^2 & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^3 & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^4 & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^5 \\ \sum_{i=0}^{n-1} x_i^3 & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^4 & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^5 & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^{n-1} y_i \\ \sum_{i=0}^{n-1} x_i y_i \\ \sum_{i=0}^{n-1} x_i^2 y_i \\ \sum_{i=0}^{n-1} x_i^3 y_i \end{bmatrix}$$

	6	15	55	152,6	
	15	55	225	585,6	
	55	225	979	2488,8	
a0	=MMULT(MINVERSA(I21:K23);L21:L23)				
a1					
a2					

AX=B

X=A<sup>-1</sup>B







# Regresión polinomial

1. Ajustar a un polinomio de segundo grado los siguientes datos

$$M=2$$

$$n=6$$

$$\bar{x} = 2.5$$

$$\bar{y} = 25,4333$$

$$\sum x_i = 15$$

$$\sum y_i = 152,6$$

$$\sum x_i^2 = 55$$

$$\sum x_i y_i = 585,6$$

$$\sum x_i^2 y_i = 2488,8$$

$$\sum x_i^3 = 225$$

$$\sum x_i^4 = 979$$

$$\begin{bmatrix} n & \sum_{i=0}^{n-1} x_i & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^2 & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^3 \\ \sum_{i=0}^{n-1} x_i & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^2 & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^3 & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^4 \\ \sum_{i=0}^{n-1} x_i^2 & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^3 & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^4 & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^5 \\ \sum_{i=0}^{n-1} x_i^3 & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^4 & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^5 & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^{n-1} y_i \\ \sum_{i=0}^{n-1} x_i y_i \\ \sum_{i=0}^{n-1} x_i^2 y_i \\ \sum_{i=0}^{n-1} x_i^3 y_i \end{bmatrix}$$

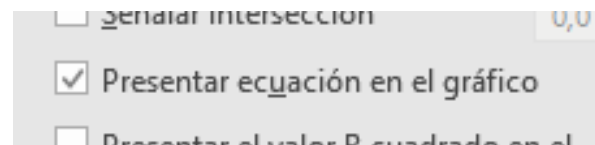
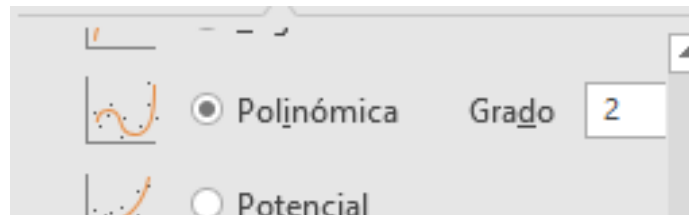
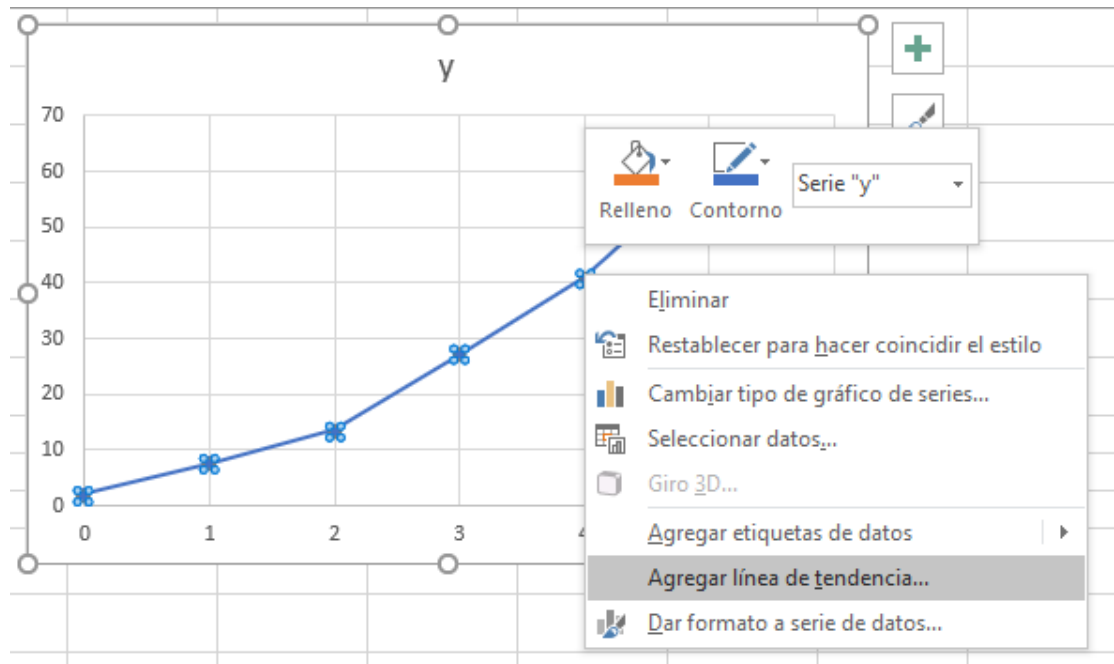
6	15	55	152,6		AX=B
15	55	225	585,6		X=A <sup>-1</sup> B
55	225	979	2488,8		
a0	2,47857143				
a1	2,35928571				
a2	1,86071429				

Siempre  
hacia lo alto!



# Regresión polinomial

1. Ajustar a un polinomio de segundo grado los siguientes datos



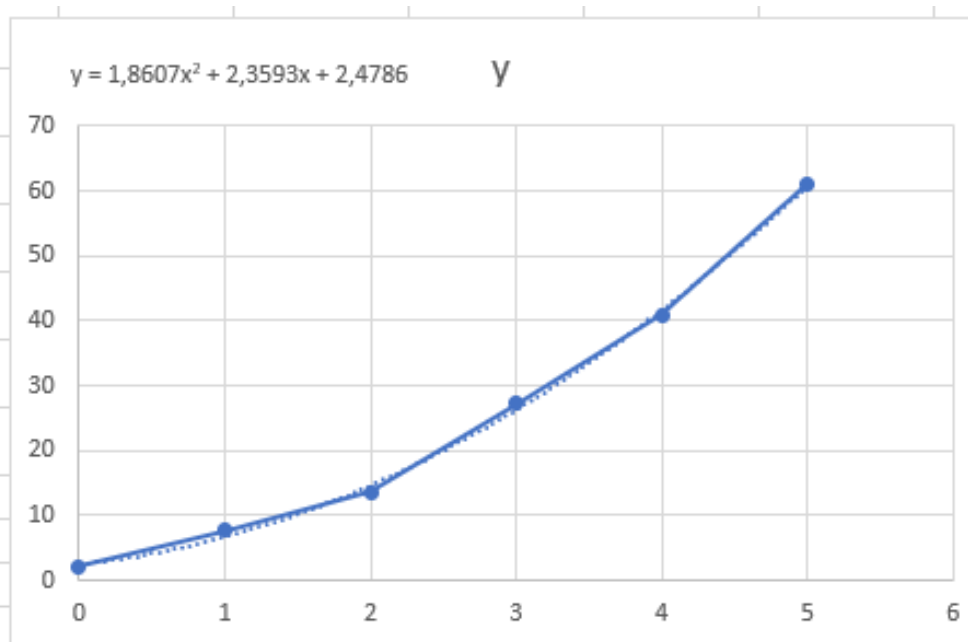
6	15	55	152,6	$AX=B$
15	55	225	585,6	$X=A^{-1}B$
55	225	979	2488,8	
a0	2,47857143			
a1	2,35928571			
a2	1,86071429			

¡Siempre  
hacia lo alto!



# Regresión polinomial

1. Ajustar a un polinomio de segundo grado los siguientes datos



6	15	55	152,6	$AX=B$
15	55	225	585,6	$X=A^{-1}B$
55	225	979	2488,8	
a0	2,47857143			
a1	2,35928571			
a2	1,86071429			

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2$$

$$y = 2,478 + 2,359x + 1,86x^2$$





# Regresión polinomial

1. Ajustar a un polinomio de segundo grado los siguientes datos

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2$$

$$y = 2,478 + 2,359x + 1,86x^2$$

$$s_{y/x} = \sqrt{\frac{S_r}{n - (m + 1)}}$$

$$s_{y/x} = \sqrt{\frac{3,7465}{6 - (2 + 1)}} = 1,175$$

x	y	(yi-mediay)	(yi-mediay) <sup>2</sup>	yi-a0-a1xi-a2x <sup>2</sup>	(yi-a0-a1xi-a2x <sup>2</sup> ) <sup>2</sup>
0	2,1	-23,33333	544,444444	-0,378571429	0,143316327
1	7,7	-17,73333	314,471111	1,001428571	1,002859184
2	13,6	-11,83333	140,027778	-1,04	1,0816
3	27,2	1,766667	3,12111111	0,897142857	0,804865306
4	40,9	15,466667	239,217778	-0,787142857	0,619593878
5	61,1	35,666667	1272,11111	0,307142857	0,094336735
15	152,6	0	2513,393333	-1,77147E-12	3,746571429

St

sr

¡Siempre  
hacia lo alto!



## Regresión polinomial

1. Ajustar a un polinomio de segundo grado los siguientes datos

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2$$

$$S_{y/x} = 1,1175$$

$$y = 2,478 + 2,359x + 1,86x^2$$

$$r^2 = \frac{S_t - S_r}{S_t}$$

$$r^2 = \frac{2513,3933 - 3,7465}{2513,3933} = 0,9985 \rightarrow r = 0,9992$$

x	y	(yi-mediay)	(yi-mediay) <sup>2</sup>	yi-a0-a1xi-a2x <sup>2</sup>	(yi-a0-a1xi-a2x <sup>2</sup> ) <sup>2</sup>
0	2,1	-23,33333	544,444444	-0,378571429	0,143316327
1	7,7	-17,73333	314,471111	1,001428571	1,002859184
2	13,6	-11,83333	140,027778	-1,04	1,0816
3	27,2	1,766667	3,12111111	0,897142857	0,804865306
4	40,9	15,466667	239,217778	-0,787142857	0,619593878
5	61,1	35,666667	1272,11111	0,307142857	0,094336735
15	152,6	0	2513,39333	-1,77147E-12	3,746571429

¡Siempre  
hacia lo alto!



## Regresión polinomial

2. Ajustar a un polinomio de segundo grado los siguientes datos

x	y
1	16,7209
2	17,5592
2,5	14,9204
3	12,8401
4	2,75075
4,5	-3,26496
5	-10,6096

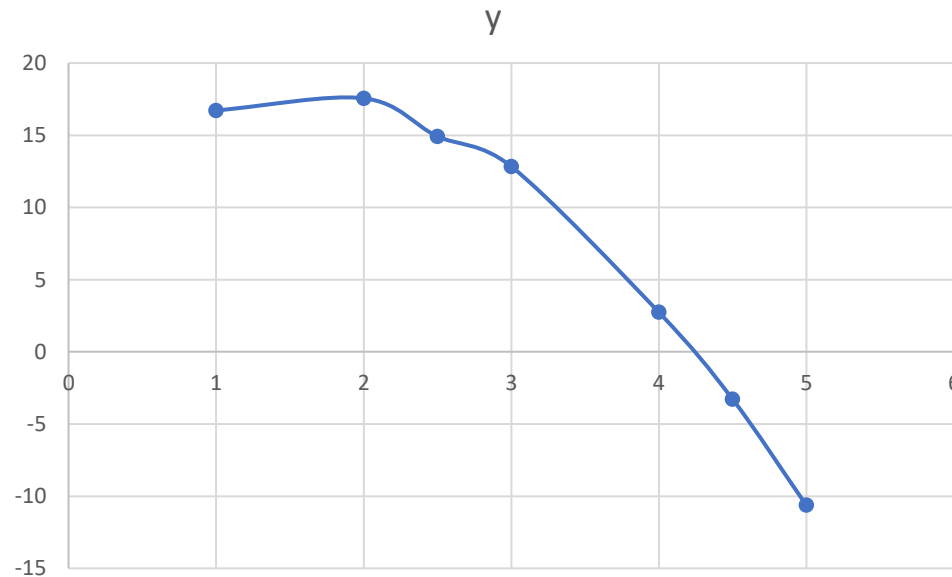




## Regresión polinomial

2. Ajustar a un polinomio de segundo grado los siguientes datos

x	y
1	16,7209
2	17,5592
2,5	14,9204
3	12,8401
4	2,75075
4,5	-3,26496
5	-10,6096







# UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS

PRIMER CLAUSTRO UNIVERSITARIO DE COLOMBIA

---

SECCIONAL TUNJA

---

VIGILADA MINEDUCACIÓN - SNIES 1732

# ¡Siempre hacia lo alto!

[USTATUNJA.EDU.CO](http://USTATUNJA.EDU.CO)



@santotomastunja