



UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS
PRIMER CLAUSTRO UNIVERSITARIO DE COLOMBIA
SECCIONAL TUNJA

VIGILADA MINEDUCACIÓN - SNIES 1732

Taller en clase



Ley de Expansión serie de Taylor

1. Emplee la expansión de la serie de Taylor de cero hasta tercer orden para predecir $f(3)$ si $f(x) = 25x^3 - 6x^2 + 7x - 88$ usando como punto base $x = 2$. Calcule el error relativo porcentual verdadero ε_t para cada aproximación.

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)h + \frac{f''(x_0)h^2}{2!} + \frac{f'''(x_0)h^3}{3!}$$



Ley de Expansión serie de Taylor

1. Emplee la expansión de la serie de Taylor de cero hasta tercer orden para predecir $f(3)$ si $f(x) = 25x^3 - 6x^2 + 7x - 88$ usando como punto base $x = 2$. Calcule el error relativo porcentual verdadero ε_t para cada aproximación.

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)h + \frac{f''(x_0)h^2}{2!} + \frac{f'''(x_0)h^3}{3!}$$

$$f(x_0) = f(2) = 25(2)^3 - 6(2)^2 + 7(2) - 88 = 102$$

$$f'(x_0) = 75x^2 - 12x + 7 = 75(2)^2 - 12(2) + 7 = 283$$

$$f''(x_0) = 150x - 12 = 150(2) - 12 = 288$$

$$f'''(x_0) = 150$$



Ley de Expansión serie de Taylor

1. Emplee la expansión de la serie de Taylor de cero hasta tercer orden para predecir $f(3)$ si $f(x) = 25x^3 - 6x^2 + 7x - 88$ usando como punto base $x = 2$. Calcule el error relativo porcentual verdadero ε_t para cada aproximación.

$$f(x) \approx \underbrace{f(x_0)} + \underbrace{f'(x_0)}_1 h + \frac{f''(x_0)}{2!} h^2 + \frac{f'''(x_0)}{3!} h^3$$
$$f(3) \approx 102 + 283(3-2) + \frac{288(3-2)^2}{2!} + \frac{150(3-2)^3}{3!}$$
$$\approx 554$$



Ley de Expansión serie de Taylor

1. Emplee la expansión de la serie de Taylor de cero hasta tercer orden para predecir $f(3)$ si $f(x) = 25x^3 - 6x^2 + 7x - 88$ usando como punto base $x = 2$. Calcule el error relativo porcentual verdadero ε_t para cada aproximación.

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)h + \frac{f''(x_0)h^2}{2!} + \frac{f'''(x_0)h^3}{3!}$$

Valor verdadero:

$$\begin{aligned} f(3) &= 25(3)^3 - 6(3)^2 + 7(3) - 88 \\ &= 554 \end{aligned}$$



Ley de Expansión serie de Taylor

1. Emplee la expansión de la serie de Taylor de cero hasta tercer orden para predecir $f(3)$ si $f(x) = 25x^3 - 6x^2 + 7x - 88$ usando como punto base $x = 2$. Calcule el error relativo porcentual verdadero ε_t para cada aproximación.

Error:

$$\text{orden 0: } \varepsilon_t = \frac{554 - 102}{554} \times 100 = 81,59\%$$

$$\text{orden 1: } \varepsilon_t = \frac{554 - (102 + 283)}{554} \times 100 = 30,51\%$$

$$\text{orden 2: } \varepsilon_t = \frac{554 - (102 + 283 + 144)}{554} \times 100 = 4,51\%$$

$$\text{orden 3: } \varepsilon_t = 0\%$$



Ley de Expansión serie de Taylor

2. Emplee la expansión de la serie de Taylor de cero hasta tercer orden para predecir $f(2)$ si $f(x) = 15x^3 + 2x^2 + 5x - 50$ usando como punto base $x = 1$. Calcule el error relativo porcentual verdadero ε_t para cada aproximación.

$$f(x_0) = f(1) = 15(1)^3 + 2(1)^2 + 5(1) - 50 = -28$$

$$f'(x_0) = 45x^2 + 4x + 5 = 54$$

$$f''(x_0) = f''(1) = 90x + 4 = 94$$

$$f'''(x_0) = f'''(1) = 90$$



Ley de Expansión serie de Taylor

2. Emplee la expansión de la serie de Taylor de cero hasta tercer orden para predecir $f(2)$ si $f(x) = 15x^3 + 2x^2 + 5x - 50$ usando como punto base $x = 1$. Calcule el error relativo porcentual verdadero ε_t para cada aproximación.

$$\begin{aligned} f(2) &\approx f(x_0) + f'(x_0)h + \frac{f''(x_0)h^2}{2!} + \frac{f'''(x_0)h^3}{3!} \\ &\approx -28 + 54(1) + \frac{94(1)^2}{2!} + \frac{90(1)^3}{3!} \\ &\approx -28 + 54 + 47 + 15 \\ &\approx 88 \end{aligned}$$



Ley de Expansión serie de Taylor

2. Emplee la expansión de la serie de Taylor de cero hasta tercer orden para predecir $f(2)$ si $f(x) = 15x^3 + 2x^2 + 5x - 50$ usando como punto base $x = 1$. Calcule el error relativo porcentual verdadero ε_t para cada aproximación.

$$\text{Valor verdadero} \Rightarrow f(2) = 15(2)^3 + 2(2)^2 + 5(2) - 50 = 88$$

$$\varepsilon_{t1} = \frac{88 - (-28)}{88} \times 100 = 131,82\%$$

$$\varepsilon_{t2} = \frac{88 - (-28 + 54)}{88} \times 100 = 70,45\%$$

$$\varepsilon_{t3} = \frac{88 - (-28 + 54 + 47)}{88} \times 100 = 17,05\%$$



Método de la bisección

3. Usando el método de la bisección, encuentre la raíz más grande para la función $f(x) = \cos(10x) + 5x^2 - 30$.
Inicie las iteraciones con los puntos $x_l=1.5$ y $x_u=3$. Calcule el error relativo porcentual verdadero ε_t y el error aproximado ε_a para cada iteración. Itere hasta que el ε_t sea menor a 0,5%. Haga la comprobación con el método gráfico y muestre el resultado.



Método de la bisección

Usando el método de la bisección, encuentre la raíz más grande para la función $f(x) = \cos(10x) + 5x^2 - 30$

3. Inicie las iteraciones con los puntos $x_l=1.5$ y $x_u=3$. Calcule el error relativo porcentual verdadero ε_t y el error aproximado ε_a para cada iteración. Itere hasta que el ε_t sea menor a 0,5%. Haga la comprobación con el método gráfico y muestre el resultado.

| iteración | punto inicial (xl) | punto medio (xr) | punto final (xu) | f(xl) | f(xr) | f(xu) | ea | et |
|-----------|--------------------|------------------|------------------|--------------|--------------|-------------|-------|------|
| 1 | 1,5 | 2,25 | 3 | -19,50968791 | -5,56080464 | 15,15425145 | | 7,18 |
| 2 | 2,25 | 2,625 | 3 | -5,56080464 | 4,891273187 | 15,15425145 | 14,29 | 8,29 |
| 3 | 2,25 | 2,4375 | 2,625 | -5,56080464 | 0,433421526 | 4,891273187 | 7,69 | 0,56 |
| 4 | 2,25 | 2,34375 | 2,4375 | -5,56080464 | -2,658303635 | 0,433421526 | 4,00 | 3,31 |
| 5 | 2,34375 | 2,390625 | 2,4375 | -2,658303635 | -1,087017906 | 0,433421526 | 1,96 | 1,38 |
| 6 | 2,390625 | 2,4140625 | 2,4375 | -1,087017906 | -0,314591819 | 0,433421526 | 0,97 | 0,41 |
| 7 | | | | | | | | |
| 8 | | | | | | | | |
| 9 | | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | | |



Referencia bibliográfica

Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2007). Métodos numéricos para ingenieros. McGraw-Hill,.

¡Siempre
hacia lo alto!



UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS

PRIMER CLAUSTRO UNIVERSITARIO DE COLOMBIA

SECCIONAL TUNJA

VIGILADA MINEDUCACIÓN - SNIES 1732

¡Siempre hacia lo alto!

USTATUNJA.EDU.CO



@santotomastunja