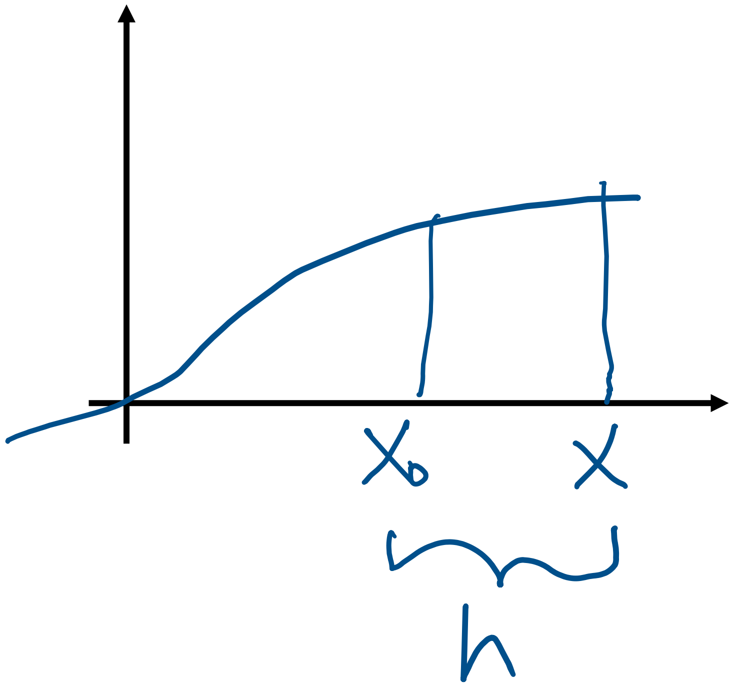
UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS
PRIMER CLAUSTRO UNIVERSITARIO DE COLOMBIA
SECCIONAL TUNJA

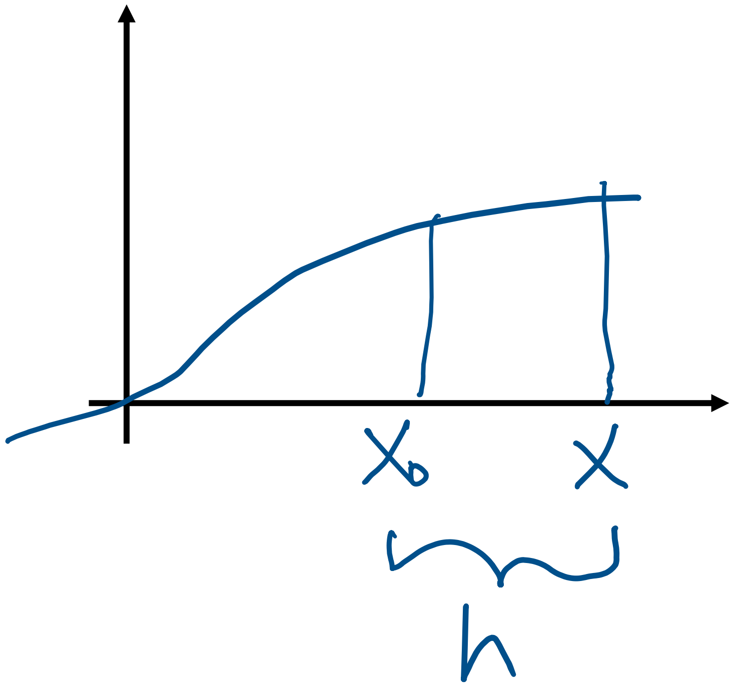
SERIE DE EXPANSIÓN DE TAYLOR

SERIE DE EXPANSIÓN DE TAYLOR



$$f(x) \cong f(x_0) + f'(x_0)h + \frac{f''(x_0)}{2!}h^2 + \frac{f'''(x_0)}{3!}h^3 + \ldots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}h^n$$

SERIE DE EXPANSIÓN DE TAYLOR



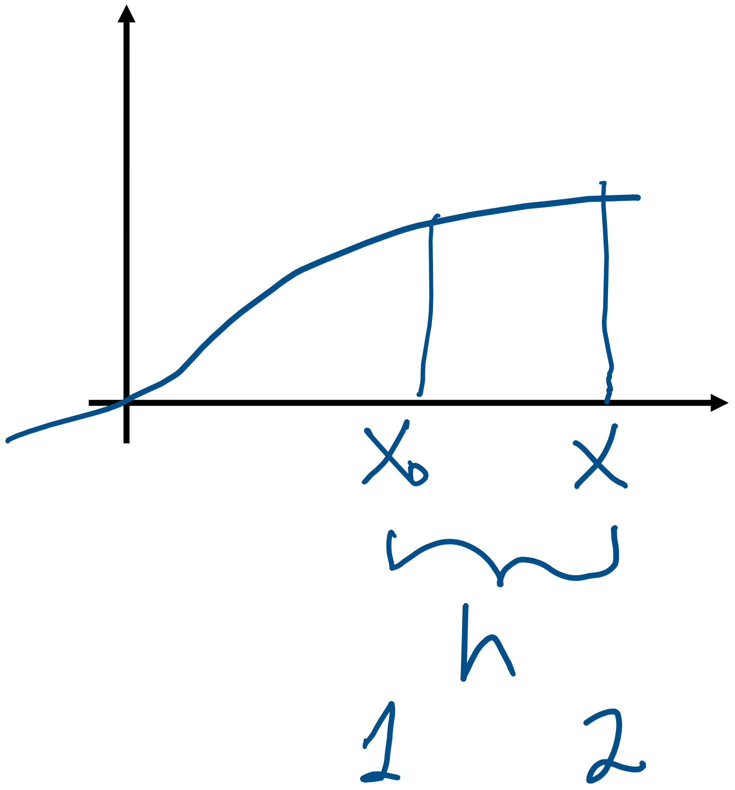
$$f(x) \cong f(x_0) + f'(x_0)h + \frac{f''(x_0)}{2!}h^2 + \frac{f'''(x_0)}{3!}h^3 + \ldots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}h^n$$

$$f(x) = 4x^3 - 2x + 5$$

$$h = 1; x_0 = 1$$

¡Siempre hacia lo alto!

SERIE DE EXPANSIÓN DE TAYLOR

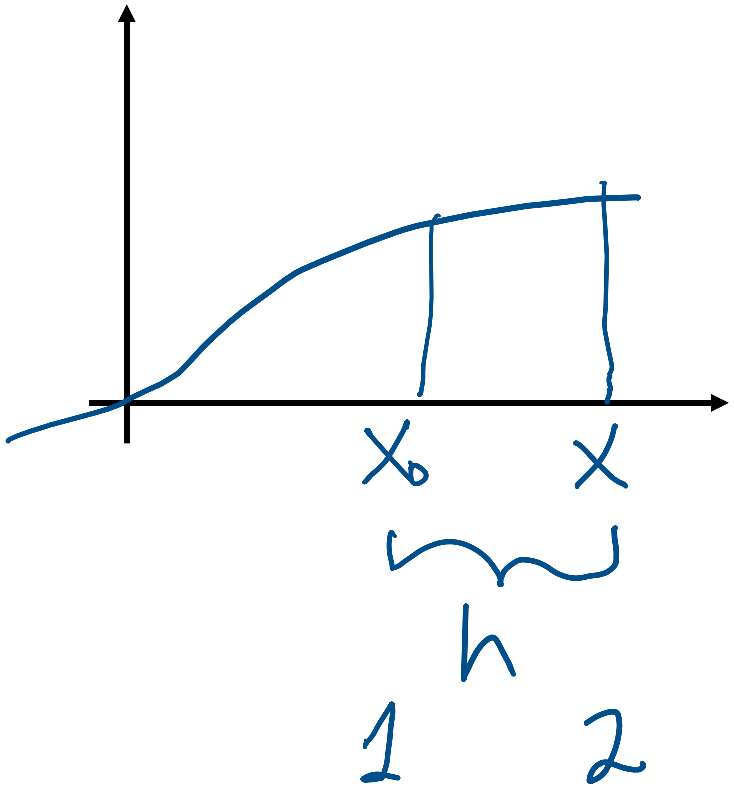


$$f(x) \cong f(x_0) + f'(x_0)h + \frac{f''(x_0)}{2!}h^2 + \frac{f'''(x_0)}{3!}h^3 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}h^n$$

$$f(x) = 4x^3 - 2x + 5$$

$$h = 1; x_0 = 1$$

SERIE DE EXPANSIÓN DE TAYLOR



$$f(x) \cong f(x_0) + f'(x_0)h + \frac{f''(x_0)}{2!}h^2 + \frac{f'''(x_0)}{3!}h^3 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}h^n$$

$$f(x) = 4x^3 - 2x + 5$$

$$h = 1; x_0 = 1$$

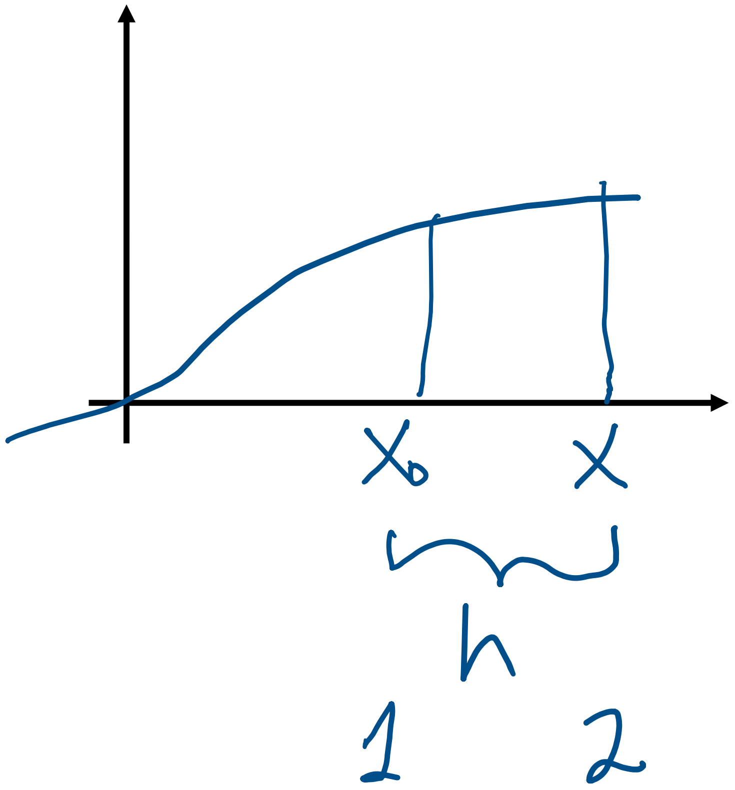
$$f'(x) = 12x^2 - 2$$

$$f''(x) = 24x$$

$$f'''(x) = 24$$

¡Siempre hacia lo alto!

SERIE DE EXPANSIÓN DE TAYLOR



$$f(x) \cong f(x_0) + f'(x_0)h + \frac{f''(x_0)}{2!}h^2 + \frac{f'''(x_0)}{3!}h^3 + \ldots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}h^n$$

$$f(x) = 4x^3 - 2x + 5$$

$$h = 1; x_0 = 1$$

$$f'(x) = 12x^2 - 2 \qquad f'(1) = 12 - 2 = 10$$

$$f''(x) = 24x \qquad f''(1) = 24$$

$$f'''(x) = 24 \qquad f'''(1) = 24$$

$$f(2) = 7 + 10 + \frac{24}{2!} + \frac{24}{3!} = 33$$

SERIE DE EXPANSIÓN DE TAYLOR

$$f(2) = 7 + 10 + \frac{24}{2!} + \frac{24}{3!} = 33$$

1) $\varepsilon_t =$

SERIE DE EXPANSIÓN DE TAYLOR

$$f(2) = 7 + 10 + \frac{24}{2!} + \frac{24}{3!} = 33$$

1) $\varepsilon_t = \frac{33-7}{33} * 100 =$

SERIE DE EXPANSIÓN DE TAYLOR

$$f(2) = 7 + 10 + \frac{24}{2!} + \frac{24}{3!} = 33$$

1) $\varepsilon_t = \dfrac{33-7}{33} * 100 = 78.78\ \%$

2) $\varepsilon_t = \dfrac{33-17}{33} * 100 =$

SERIE DE EXPANSIÓN DE TAYLOR

$$f(2) = 7 + 10 + \frac{24}{2!} + \frac{24}{3!} = 33$$

1) $\varepsilon_t = \frac{33-7}{33} * 100 = 78.78\ \%$

2) $\varepsilon_t = \frac{33-17}{33} * 100 = 48.48\ \%$

SERIE DE EXPANSIÓN DE TAYLOR

$$f(2) = 7 + 10 + \frac{24}{2!} + \frac{24}{3!} = 33$$

1) $\varepsilon_t = \frac{33-7}{33} * 100 = 78.78\ \%$

2) $\varepsilon_t = \frac{33-17}{33} * 100 = 48.48\ \%$

3) $\varepsilon_t = \frac{33-29}{33} * 100 = 12.12\ \%$

¡Siempre hacia lo alto!

SERIE DE EXPANSIÓN DE TAYLOR

$$f(2) = 7 + 10 + \frac{24}{2!} + \frac{24}{3!} = 33$$

1. $\varepsilon_t = 78.78\%$
2. $\varepsilon_t = 48.48\%$ $\longrightarrow \varepsilon_a =$
3. $\varepsilon_t = 12.12\%$

¡Siempre hacia lo alto!

SERIE DE EXPANSIÓN DE TAYLOR

$$f(2) = 7 + 10 + \frac{24}{2!} + \frac{24}{3!} = 33$$

① $\varepsilon_t = 78.78\%$

② $\varepsilon_t = 48.48\%$

③ $\varepsilon_t = 12.12\%$

$\longrightarrow \varepsilon_a = \frac{17 - 7}{17} * 100 =$

¡Siempre hacia lo alto!

SERIE DE EXPANSIÓN DE TAYLOR

$$f(2) = 7 + 10 + \frac{24}{2!} + \frac{24}{3!} = 33$$

1. $\varepsilon_t = 78.78\%$
2. $\varepsilon_t = 48.48\%$
3. $\varepsilon_t = 12.12\%$

$\longrightarrow \varepsilon_a = \frac{17 - 7}{17} * 100 = 58{,}82\%$

¡Siempre hacia lo alto!

SERIE DE EXPANSIÓN DE TAYLOR

$$f(2) = 7 + 10 + \frac{24}{2!} + \frac{24}{3!} = 33$$

1 $\varepsilon_t = 78.78\%$

2 $\varepsilon_t = 48.48\%$ $\longrightarrow$ $\varepsilon_a = \frac{17 - 7}{17} * 100 = 58{,}82\%$

3 $\varepsilon_t = 12.12\%$

$\varepsilon_a = \frac{29 - 17}{29} * 100 = 41{,}37\%$

¡Siempre hacia lo alto!

SERIE DE EXPANSIÓN DE TAYLOR

$$f(2) = 7 + 10 + \frac{24}{2!} + \frac{24}{3!} = 33$$

(1) $\varepsilon_t = 78.78\%$

(2) $\varepsilon_t = 48.48\%$ $\longrightarrow \varepsilon_a = \frac{17-7}{17} * 100 = 58,82\%$

(3) $\varepsilon_t = 12.12\%$

$$\varepsilon_a = \frac{29-17}{29} * 100 = 41,37\%$$

$$\varepsilon_a = \frac{33-29}{33} * 100 = 12,12\%$$

¡Siempre hacia lo alto!

SERIE DE EXPANSIÓN DE TAYLOR

EJERCICIO

Utilice expansiones de la serie de Taylor con n desde 0 hasta 6 para aproximar $f(x) = \cos x$ en $x_{i+1} = \pi/3$ con base en el valor de $f(x)$ y sus derivadas en $x_i = \pi/4$. h?

¡Siempre hacia lo alto!

SERIE DE EXPANSIÓN DE TAYLOR

EJERCICIO

Utilice expansiones de la serie de Taylor con n desde 0 hasta 6 para aproximar $f(x) = \cos x$ en $x_{i+1} = \pi/3$ con base en el valor de $f(x)$ y sus derivadas en $x_i = \pi/4$. Observe que esto significa que $h = \pi/3 - \pi/4 =$

¡Siempre hacia lo alto!

SERIE DE EXPANSIÓN DE TAYLOR

EJERCICIO

Utilice expansiones de la serie de Taylor con n desde 0 hasta 6 para aproximar $f(x) = \cos x$ en $x_{i+1} = \pi/3$ con base en el valor de $f(x)$ y sus derivadas en $x_i = \pi/4$. Observe que esto significa que $h = \pi/3 - \pi/4 = \pi/12$.

¡Siempre hacia lo alto!

SERIE DE EXPANSIÓN DE TAYLOR

EJERCICIO

Utilice expansiones de la serie de Taylor con n desde 0 hasta 6 para aproximar $f(x) = \cos x$ en $x_{i+1} = \pi/3$ con base en el valor de $f(x)$ y sus derivadas en $x_i = \pi/4$. Observe que esto significa que $h = \pi/3 - \pi/4 = \pi/12$.

$$f(\pi/3) = \cos(\pi/3)$$

SERIE DE EXPANSIÓN DE TAYLOR

EJERCICIO

Utilice expansiones de la serie de Taylor con n desde 0 hasta 6 para aproximar $f(x) = \cos x$ en $x_{i+1} = \pi/3$ con base en el valor de $f(x)$ y sus derivadas en $x_i = \pi/4$. Observe que esto significa que $h = \pi/3 - \pi/4 = \pi/12$.

$$f(\pi/3) = \cos(\pi/3) = 0.5$$

Aproximación de orden cero $\Rightarrow$

$$f(x_{i+1}) \approx f(x_i) = \cos(\pi/4) =$$

¡Siempre hacia lo alto!

SERIE DE EXPANSIÓN DE TAYLOR

EJERCICIO

Utilice expansiones de la serie de Taylor con n desde 0 hasta 6 para aproximar $f(x) = \cos x$ en $x_{i+1} = \pi/3$ con base en el valor de $f(x)$ y sus derivadas en $x_i = \pi/4$. Observe que esto significa que $h = \pi/3 - \pi/4 = \pi/12$.

$$f(\pi/3) = \cos(\pi/3) = 0.5$$

Aproximación de orden cero $\Rightarrow$

$$f(x_{i+1}) \simeq f(x_i) = \cos(\pi/4) = \sqrt{2}/2$$

$$= 0.70710678$$

$$\varepsilon_t = ?$$

¡Siempre hacia lo alto!

SERIE DE EXPANSIÓN DE TAYLOR

EJERCICIO

Utilice expansiones de la serie de Taylor con *n* desde 0 hasta 6 para aproximar $f(x) = \cos x$ en $x_{i+1} = \pi/3$ con base en el valor de $f(x)$ y sus derivadas en $x_i = \pi/4$. Observe que esto significa que $h = \pi/3 - \pi/4 = \pi/12$.

$f(x_{i+1}) = 0.5 \quad y \quad f(x_i) = 0.707106 7812$

$$\varepsilon_t = \frac{0.5 - 0.7071067812}{0.5} * 100 =$$

¡Siempre hacia lo alto!

SERIE DE EXPANSIÓN DE TAYLOR

EJERCICIO

Utilice expansiones de la serie de Taylor con n desde 0 hasta 6 para aproximar $f(x) = \cos x$ en $x_{i+1} = \pi/3$ con base en el valor de $f(x)$ y sus derivadas en $x_i = \pi/4$. Observe que esto significa que $h = \pi/3 - \pi/4 = \pi/12$.

$f(x_{i+1}) = 0.5$ y $f(x_i) = 0.707106781 2$

$$\varepsilon_t = \frac{0.5 - 0.7071067812}{0.5} * 100 = -41.42\%$$

¡Siempre hacia lo alto!

SERIE DE EXPANSIÓN DE TAYLOR

EJERCICIO

Utilice expansiones de la serie de Taylor con n desde 0 hasta 6 para aproximar $f(x) = \cos x$ en $x_{i+1} = \pi/3$ con base en el valor de $f(x)$ y sus derivadas en $x_i = \pi/4$. Observe que esto significa que $h = \pi/3 - \pi/4 = \pi/12$.

$$f(x) \cong f(x_0) + f'(x_0)h + \frac{f''(x_0)}{2!}h^2 + \frac{f'''(x_0)}{3!}h^3 + \ldots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}h^n$$

$f(x_{i+1}) = 0.5$

$f'(x_i) =$

SERIE DE EXPANSIÓN DE TAYLOR

EJERCICIO

Utilice expansiones de la serie de Taylor con *n* desde 0 hasta 6 para aproximar $f(x) = \cos x$ en $x_{i+1} = \pi/3$ con base en el valor de $f(x)$ y sus derivadas en $x_i = \pi/4$. Observe que esto significa que $h = \pi/3 - \pi/4 = \pi/12$.

$$f(x) \cong f(x_0) + f'(x_0)h + \frac{f''(x_0)}{2!}h^2 + \frac{f'''(x_0)}{3!}h^3 + \ldots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}h^n$$

$f(x_{i+1}) = 0.5$

$f'(x_i) = -\mathrm{sen}(x_i)$

Aproximación de 1er orden:

$f(x_{i+1}) \approx 0.70716 - \mathrm{sen}(\pi/4)(\pi/12)$

$\approx$

¡Siempre hacia lo alto!

SERIE DE EXPANSIÓN DE TAYLOR

EJERCICIO

Utilice expansiones de la serie de Taylor con *n* desde 0 hasta 6 para aproximar $f(x) = \cos x$ en $x_{i+1} = \pi/3$ con base en el valor de $f(x)$ y sus derivadas en $x_i = \pi/4$. Observe que esto significa que $h = \pi/3 - \pi/4 = \pi/12$.

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)h + \frac{f''(x_0)}{2!}h^2 + \frac{f'''(x_0)}{3!}h^3 + \ldots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}h^n$$

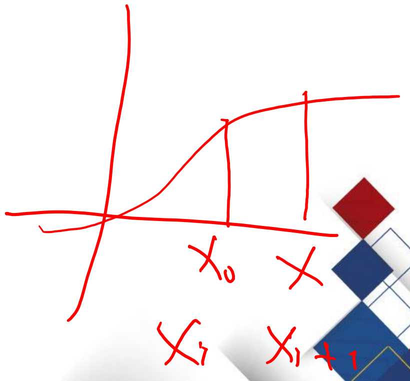
$f(x_{i+1}) = 0.5$

$f'(x_i) = -\text{sen}(x_i)$

Aproximación de 1er orden:

$f(x_{i+1}) \approx 0.70716 - \text{sen}(\pi/4)(\pi/12)$

≈ 0.521986659



¡Siempre hacia lo alto!

SERIE DE EXPANSIÓN DE TAYLOR

EJERCICIO

Utilice expansiones de la serie de Taylor con *n* desde 0 hasta 6 para aproximar $f(x) = \cos x$ en $x_{i+1} = \pi/3$ con base en el valor de $f(x)$ y sus derivadas en $x_i = \pi/4$. Observe que esto significa que $h = \pi/3 - \pi/4 = \pi/12$.

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)h + \frac{f''(x_0)}{2!}h^2 + \frac{f'''(x_0)}{3!}h^3 + \ldots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}h^n$$

$f(x_{i+1}) = 0.5$

$f'(x_i) = -\text{sen}(x_i)$

$\varepsilon_t = -4.4\%$

Aproximación de 1er orden:

$f(x_{i+1}) \approx 0.70716 - \text{sen}(\pi/4)(\pi/12)$

≈ 0.52198659

¡Siempre hacia lo alto!

SERIE DE EXPANSIÓN DE TAYLOR

Nota: la tercera columna indica que es la función aproximada $f(x_{i+1})$, pero los polinomios se evalúan en $f(x_i)$

Orden n	$f^{(n)}(x)$	$f(\pi/4)$	ε_t
0	cosx	0.707106781	-41.1
1	-senx	0.521986659	-4.4
2	-cosx	0.497754492	0.449
3	senx	0.499869147	2.62×10^{-2}
4	cosx	0.500007551	-1.51×10^{-3}
5	-senx	0.500000304	-6.08×10^{-5}
6	-cosx	0.499999988	2.4×10^{-6}

¡Siempre hacia lo alto!

EJERCICIO

Hallar el polinomio de Taylor de orden 3, para aproximar la función $f(x) = \sqrt{x}$ en el punto $x_{i+1} = 4$, con base en el valor de $f(x)$ y sus derivadas en $x_i = 3$.

$$f(x_{i+1}) \cong f(x_i) + f'(x_i)h + \frac{f''(x_i)h^2}{2!} + \frac{f'''(x_i)h^3}{3!}$$

¡Siempre hacia lo alto!

UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS
PRIMER CLAUSTRO UNIVERSITARIO DE COLOMBIA
SECCIONAL TUNJA

VIGILADA MINEDUCACIÓN - SNIES 1732

¡Siempre hacia lo alto!

USTATUNJA.EDU.CO

@santotomastunja