

Universitat Autònoma de Barcelona

Facultat de Ciències



LLIURAMENT 1

Autora:

Ona Sánchez

1601181

8 de Maig del 2022

Índex

1	Exercici 1	3
2	Exercici 2	6

1 Exercici 1

a) Quin hauria de ser el pla de fabricació del proper mes? Quin seria el benefici?

Per poder solucionar aquest apartat, primer s'ha plantejat el següent problema de programació lineal:

Variables: $x_1 = \#$ llaunes d'anxoves, $x_2 = \#$ llaunes de sardines.

S'ha usat la taula de dades:

	envasat (un./h)	test (un./h)	preu peix	preu llauna	benefici
anxoves	1600	800	0.30	0.11	0.26
sardines	2000	800	0.20	0.08	0.20

L'objectiu és maximitzar el benefici:

$$\max g = \sum_{i=1}^n \text{benefici}_i \cdot x_i = 0.26 \cdot x_1 + 0.20 \cdot x_2 \quad (1)$$

Sota les condicions:

Les màquines d'enllaunar proporcionen 300 hores de funcionament.

Hi ha disponibles 640 hores de test electrònic.

El pressupost de compra és de 56000€ pel peix i de 140000€ per les llaunes.

Que es poden representar amb les restriccions:

$$\begin{aligned} x_i &\geq 0 \\ \sum_{i=1}^n \text{preu_peix}_i \cdot x_i &= 0.30 \cdot x_1 + 0.20 \cdot x_2 \leq 56000 \\ \sum_{i=1}^n \text{preu_llauna}_i \cdot x_i &= 0.11 \cdot x_1 + 0.08 \cdot x_2 \leq 140000 \\ \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\text{envasat}_i} &= \frac{x_1}{1600} + \frac{x_2}{2000} \leq 600 \\ \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\text{test}_i} &= \frac{x_1}{800} + \frac{x_2}{800} \leq 640 \end{aligned}$$

Resolent el sistema usant *glpk*, trobem que el pla de fabricació hauria de ser fabricar 280000 llaunes de sardines i cap d'anxoves.

El benefici seria de 56000€.

S'ha adjuntat l'arxiu *ex1_lliurament1.txt* amb el model d'aquest apartat.

b) L'empresa també vol saber:

b.1) Donaria beneficis incrementar el temps de control? Quins?

No donaria beneficis, ja que per la solució òptima trobada a l'apartat *a* les hores dedicades a control són 350, menor al límit proposat, per lo que augmentar aquest temps límit no tindrà cap efecte sobre els beneficis i la solució òptima serà la mateixa. No es una restricció activa.

S'ha adjuntat l'arxiu *ex1_b1.txt* per comprovar aquest apartat al *glpk*.

b.2) Què passa si incrementem el pressupost de material de llauna?

Al no ser una restricció activa, augmentar el pressupost no afecta a l'hora de trobar la solució òptima del problema, que és la mateixa que a l'apartat *a*, sent també el benefici 56000€.

S'ha adjuntat l'arxiu *ex1_b2.txt* per comprovar aquest apartat al *glpk*.

b.3) Què passa si incrementem el pressupost de peix?

Com més incrementem el pressupost de peix, més incrementen els beneficis aconseguits.

En ser el pressupost 56000€, apartat *a*, l'empresa s'havia de limitar a fer sardines.

Si el pressupost es troba entre 56000 i 102400€, per maximitzar els beneficis cal dedicar-se a la venda únicament de sardines, i els beneficis seran iguals a la quantitat invertida en la compra de peix.

Si el pressupost es troba entre 102400€ i 160000€, la fàbrica ha de produir tant anxoves com sardines, en diferents quantitats i el benefici sera menor a la quantitat invertida en la compra de peixos. Per exemple, per un pressupost de 120000€, la solució òptima es troba en 176000 anxoves i 336000 sardines, sent el benefici de 112960€.

Per un pressupost major a 160000€, s'haurien de fabricar només anxoves, i el benefici obtingut seria menor a la quantitat invertida en la compra de peix. En tenir un màxim d'hores de test, encara que el pressupost sigui major, es faran 512000 llaunes de anxoves i sempre donarà el mateix benefici, 133120€.

Les diverses proves s'han realitzat amb el fitxer *ex1_b3.txt* adjuntat, canviant el valor de la restricció anomenada *totalpeix*.

b.4) Es pot augmentar el temps de les màquines d'enllaunat a un cost de 100€ hora. Seria recomanable fer aquest augment?

No, ja que la única restricció activa és el pressupost de peix, que un cop comprat, només usa 140 de les 600 hores que pot dedicar a envasar. Com ja els sobren hores d'envasar, augmentar el temps a un cost de 100€ la hora només els faria perdre diners per hores que no es faran servir.

Per resoldre aquest apartat s'ha usat l'output de la solució de l'arxiu *ex1_lliurament1.txt*, *ex1_lliurament1 – sol.txt*, mencionat anteriorment.

b.5) Seria recomanable augmentar el temps de test a un cost de 100 € hora?

No, ja que la única restricció activa és el pressupost de peix, és a dir, un cop l'empresa té tot el peix que pot comprar, l'envasa i només utilitza 350 de les 640 hores que pot dedicar a fer els tests. Com ja els sobren hores de test, augmentar el temps de test a un cost de 100€ la hora només els faria perdre diners per hores que no es faran servir.

Per resoldre aquest apartat s'ha usat l'output de la solució de l'arxiu *ex1_lliurament1.txt*, *ex1_lliurament1 – sol.txt*, mencionat anteriorment.

c) Si ajuntem els pressupostos de compra de material de la llauna i de peix podríem tenir més benefici?

Si, ja que en invertir tot el pressupost que tenim en peix, encara ens queda molt pressupost en material de la llauna que no es fa servir (només usem 22400€ de 140000), per tant, es pot esperar que en ajuntar pressupostos, més diners s'inverteixin en comprar peix i per tant el benefici augmenti. En fer el model corresponent i solucionar-lo amb *glpk*, veiem que, tal com s'esperava, el benefici total augmenta desde 56000€ a 126695.38€ (més del doble de benefici).

Per comprovar aquest apartat s'ha usat l'arxiu adjuntat *ex1_c.txt*

2 Exercici 2

a) Planteja un problema de programació lineal que proporcionï el pla per tal de minimitzar el cost total de l'eliminació dels residus de les dues ciutats.

S'han usat dues variables x i y , on x_i representa les tones a transportar de cada ciutat a cada incineradora, i y_i de cada incineradora a cada abocador.

En el nostre cas,

- x_1 : tones a transportar de la ciutat 1 a la incineradora A .
- x_2 : tones a transportar de la ciutat 1 a la incineradora B .
- x_3 : tones a transportar de la ciutat 2 a la incineradora A .
- x_4 : tones a transportar de la ciutat 2 a la incineradora B .
- y_1 : tones a transportar de la incineradora A al abocador N .
- y_2 : tones a transportar de la incineradora A al abocador S .
- y_3 : tones a transportar de la incineradora B al abocador N .
- y_4 : tones a transportar de la incineradora B al abocador S .

On N fa referència al abocador Nord, i S al abocador Sud.

S'han usat les dades:

	residus produïts	dist. a l'incineradora A	dist. a l'incineradora B
ciutat 1	500	30	20
ciutat 2	400	36	42

	capacitat	cost incineració	dist. al abocador Nord	dist. al abocador Sud
incineradora A	500	40	5	8
incineradora B	600	30	9	6

Transportar 1 tona de material 1km costa 3€.

A la incineradora, 1 tona de residus es redueix a 0.2 tones.

L'objectiu és minimitzar el cost total de l'eliminació dels residus, per tant, la nostra funció objectiu és:

$$\min g = \text{cost_transport_incineradores} + \text{cost_incinerador} + \text{cost_transport_abocadors} \quad (2)$$

On:

$$- \text{cost_transport_incineradores} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=A}^Z 3 \cdot \text{dist_incineradora}_{i,j} \cdot x_{i,j} = 90x_{1,A} + 60x_{1,B} + 108x_{2,A} + 126x_{2,B}$$

$$- \text{cost_incinerador} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=A}^Z \text{cost_incinerador}_j \cdot x_{i,j} = 40 \cdot (x_{1,A} + x_{2,A}) + 30 \cdot (x_{1,B} + x_{2,B})$$

$$- \text{cost_transport_abocadors} = \sum_{j=A}^Z \sum_{k=N}^W 3 \cdot \text{dist_abocadors}_{j,k} \cdot y_{j,k} = 15 \cdot y_{A,N} + 27 \cdot y_{A,S} + 24 \cdot y_{B,N} + 18 \cdot y_{B,S}$$

Sota les condicions:

$$x_{i,j}, y_{j,k} \geq 0$$

$$x_{1,A} + x_{1,B} = 500$$

$$x_{2,A} + x_{2,B} = 400$$

$$x_{1,A} + x_{2,A} \leq 500$$

$$x_{1,B} + x_{2,B} \leq 600$$

$$0.2 \cdot (x_{1,A} + x_{2,A}) = y_{A,N} + y_{A,S}$$

$$0.2 \cdot (x_{1,B} + x_{2,B}) = y_{B,N} + y_{B,S}$$

b) Resol el problema en glpk. Digues quin és exactament el pla de transport i quin és el cost total.

De la ciutat 1 a la incineradora A s'han de transportar 0 tones.

De la ciutat 1 a la incineradora B s'han de transportar 500 tones.

De la ciutat 2 a la incineradora A s'han de transportar 400 tones.

De la ciutat 2 a la incineradora B s'han de transportar 0 tones.

De la incineradora A al abocador N s'han de transportar 80 tones.

De la incineradora A al abocador S s'han de transportar 0 tones.

De la incineradora B al abocador N s'han de transportar 0 tones.

De la incineradora B al abocador S s'han de transportar 100 tones.

Cost total: 107200€.

El model es troba a l'arxiu adjuntat *ex2_lliurament1.txt*

c) Suposem que el transport entre les ciutats i les incineradores està limitat a 300 tones per ruta.

c.1) Com hauríem d'organitzar el transport?

De la ciutat 1 a la incineradora A s'han de transportar 200 tones.

De la ciutat 1 a la incineradora B s'han de transportar 300 tones.

De la ciutat 2 a la incineradora A s'han de transportar 300 tones.

De la ciutat 2 a la incineradora B s'han de transportar 100 tones.

De la incineradora A al abocador N s'han de transportar 100 tones.

De la incineradora A al abocador S s'han de transportar 0 tones.

De la incineradora B al abocador N s'han de transportar 0 tones.

De la incineradora B al abocador S s'han de transportar 80 tones.

Cost total: 115940€.

El model es troba a l'arxiu adjuntat *ex2_c.txt*

c.2) Observant el fitxer de solució que es genera amb glpk (opció -o), de quina ruta valdria la pena ampliar-ne la capacitat? quin seria el decreixement del cost per cada tona que s'ampliés?

Amb els marginals veiem que les rutes que ajuden a que es redueixi el cost són les rutes $x_{1,B}$ i $x_{2,A}$, per lo que són les que valdria la pena ampliar la capacitat (cosa que es pot comprovar veient els resultats de l'apartat *a*, en poder tenir més capacitat el cost era de només 107200€).

El decreixement per tona seria de 39.4€, per $x_{1,B}$.

De 8.6€, per $x_{2,A}$.

El fitxer de solució generat s'ha adjuntat amb el nom *ex2_c - sol.txt*

c.3) Si calculem el cost per a aquesta ampliació de capacitat (només en una ruta), quadra amb el que observem al fitxer generat amb l'opció -o? Per què?

Ampliant la capacitat de la ruta $x_{1,B}$, trobem la següent solució:

De la ciutat 1 a la incineradora A s'han de transportar 0 tones.

De la ciutat 1 a la incineradora B s'han de transportar 500 tones.

De la ciutat 2 a la incineradora A s'han de transportar 300 tones.

De la ciutat 2 a la incineradora B s'han de transportar 100 tones.

De la incineradora A al abocador N s'han de transportar 60 tones.

De la incineradora A al abocador S s'han de transportar 0 tones.

De la incineradora B al abocador N s'han de transportar 0 tones.

De la incineradora B al abocador S s'han de transportar 120 tones.

Cost total: 108060€.

Tal com s'esperava, el cost total ha disminuït, sense arribar a ser l'òptim que havíem trobat a l'apartat *a*, ja que encara tenim la restricció de capacitat a la ruta $x_{2,A}$.

El que observem és que, efectivament, el decreixement del cost quadra amb el que observem al fitxer generat amb l'opció *-o*, ja que el canvi que hem fet ha sigut passar 200 tones de la ruta $x_{1,A}$ a la ruta $x_{1,B}$. El decreixement que esperavem tenir en el cost, per tant, era: $200 \cdot 39.4 = 7880$ €. Fent la diferència entre el cost total de l'apartat *c.1* i el cost total amb l'ampliació de capacitat, veiem que, efectivament: $115940 - 108060 = 7880$ €.

El model utilitzat està adjuntat al fitxer *ex2_c3.txt* (al fitxer, les variables *x* representen les rutes entre ciutats i incineradores amb límit de capacitat 300 tones, les variables *y* les rutes entre incineradores i abocadors i la variable *z* representa la ruta anteriorment definida com $x_{1,B}$, que no té límit de capacitat). En no haver-hi límit de capacitat només en una de les rutes entre ciutat i incineradores, el model s'ha plantejat sense fer ús de paràmetres.

d) Què passaria si poséssim les incineradores a les ciutats? Cal tenir en compte que les ciutats estan a una distància de 30 km entre elles i que aleshores les distàncies de les incineradores als abocadors serien

	dist. al abocador Nord A	dist. al abocador Sud
incineradora A	35	38
incineradora B	51	48

Calcula quina seria la reducció de cost total de transport.

Assumint que la incineradora A es troba dins de la ciutat 1 i la incineradora B es troba dins de la ciutat 2 la taula de distàncies entre ciutats i incineradores quedaria de la següent manera:

	dist. a l'incineradora A	dist. a l'incineradora B
ciutat 1	0	30
ciutat 2	30	0

I arribaríem a la solució:

De la ciutat 1 a la incineradora A s'han de transportar 500 tones.

De la ciutat 1 a la incineradora B s'han de transportar 0 tones.

De la ciutat 2 a la incineradora A s'han de transportar 0 tones.

De la ciutat 2 a la incineradora B s'han de transportar 400 tones.

De la incineradora A al abocador N s'han de transportar 100 tones.

De la incineradora A al abocador S s'han de transportar 0 tones.

De la incineradora B al abocador N s'han de transportar 0 tones.

De la incineradora B al abocador S s'han de transportar 80 tones.

Cost total: 54020€

La reducció de cost entre l'apartat a i el d és: $107200 - 54020 = 53180€$

L'arxiu usat ha sigut *ex2_d.txt*.