

# 基于FIR滤波器的离散预校正系统

公安部第三研究所 王海燕 殷俊 潘显萌

【摘要】D/A转换器在数模转换过程中会产生较严重的频谱失真，在实际上很难实现模拟信号的理想重建。本文将D/A转换器等效为一零阶保持电路，提出在一零阶保持电路后面加入一种基于FIR滤波器的离散预校正系统，能较好地解决频谱失真问题。

【关键词】数模转换；频谱失真；FIR滤波器；预校正

A discrete pre-correction system based on FIR filter

WANG Haiyan, YIN Jun, PAN Xianmeng

(The Third Research Institute Of Ministry Of Public Security, Shanghai 201204)

**Abstract:** The D/A converter produces a serious distortion of the spectrum in process of digital analog conversion, in fact, it is difficult to achieve the ideal reconstruction of analog signals. In this paper, the D/A converter is equal to a zero-order hold circuit and a discrete pre-correction system based on FIR filter is proposed to add to the zero-order hold circuit to solve the problem of spectrum distortion.

**Keywords:** D/A converter; spectrum distortion; FIR filter; pre-correction

## 1 引言

数模转换器，又称D/A转换器，是把数字量转变成模拟量。在转换过程中，会产生较严重的频谱失真<sup>[1]</sup>。考虑D/A转换器可以等效为一零阶保持电路<sup>[2]</sup>，后面级联一个重建滤波器，在理想状态下，可以进行模拟信号的恢复。但是，该重建滤波器实际上很难实现。

离散系数的有限脉冲(FIR)滤波器能够快速实现，该滤波器的设计是个活跃的研究领域，取得了较好发展。本文提出在零阶保持电路之前加进一个基于FIR滤波器的离散预校正系统，来解决数模转换的频谱失真问题。

## 2 离散预校正系统的数学模型

考虑一个满足采样定理的离散信号 $x[n]$ ，通过一个理想滤波器 $H(j\omega)$ 后可以精确恢复。理想滤波器在现实中不存在，因此一般考虑 $x[n]$ 先通过一个零阶保持系统 $H_o(j\omega)$ ，再通过一个连续时间系统 $H_r(j\omega)$ 。 $H_o(j\omega)$ 与 $H_r(j\omega)$ 级联后应等价为一个理想滤波器 $H(j\omega)$ 。转换过程如图1所示。

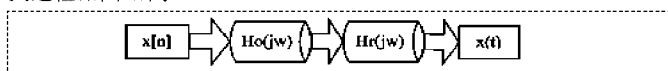


图1 连续预校正系统结构

其中，零阶保持系统的频率响应为：

$$H_o(j\omega) = T \frac{\sin(\omega T/2)}{\omega T/2}$$

连续时间系统 $H_r(j\omega)$ 的频率响应为：

$$H_r(j\omega) = \frac{1}{T} \frac{\omega T/2}{\sin(\omega T/2)}, |\omega| < \omega_c$$

第二级连续时间系统 $H_r(j\omega)$ 的添加是必须的。假设只用零阶保持系统 $H_o(j\omega)$ 来进行对信号的恢复，只有当 $X(e^{j\omega})$ 非常靠近纵坐标时，通过零阶保持电路时产生的频谱失真才比较小，当 $X(e^{j\omega})$ 远离纵坐标时，失真将会越来越明显。采用内插的方法，可以使 $x[n]$ 的频谱收缩，从而减小失真<sup>[3]</sup>，但是内插后对系统的处理速度要求将大为提高，在现实中其成本与工艺要求也将大大提高。

在零阶保持系统 $H_o(j\omega)$ 后面加一个 $H_r(j\omega)$ ，使 $H_o(j\omega)$ 与 $H_r(j\omega)$ 级联后等效为一个理想滤波器，因此信号可得到精确恢复。

由于连续时间系统 $H_r(j\omega)$ 是非因果系统<sup>[4]</sup>，并且频率响应两边有上翘，在实际设计中几乎无法实现。将 $H_r(j\omega)$ 提前作离散化处理，让信号先通过离散数字系统 $H_r(e^{j\omega})$ 然后再通过零阶保持系统 $H_o(j\omega)$ ，转换过程如图2所示。

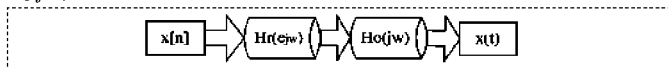


图2 离散预校正系统结构

级联后的系统仍然等效为一个理想滤波器。

## 3 离散数字滤波器 $H_r(e^{j\omega})$ 的设计

### 3.1 FIR滤波器

具有有限时宽的冲激响应的滤波器称为FIR滤波器。因果FIR滤

波器总是稳定的<sup>[5]</sup>，非因果FIR滤波器引入有效的延时，也能成为因果滤波器。

FIR滤波器设计的频率采样设计法是指从频域出发，对理想的频率响应 $H(e^{j\omega})$ 加以等间隔采样：

$$H(e^{j\omega}) \Big|_{\omega = \frac{2\pi k}{N}} = H(k)$$

然后以此 $H(k)$ 作为实际FIR滤波器的频率特性的采样值 $H(k)$ ，由 $H(k)$ 通过离散时间快速傅立叶反变换求出有限长序列 $h[n]$ 为：

$$h[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} H(k) e^{j2\pi kn/N}, n=0, 1, \dots, N-1$$

利用 $N$ 个频域采样值 $H(k)$ 可求出FIR滤波器的系统函数 $H(e^{j\omega})$ ：

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{N-1} h[n] e^{-j\omega n}$$

本系统基于FIR滤波器的频率采样，设计离散系统数字滤波器 $H_r(e^{j\omega})$ 。

### 3.2 离散数字滤波器 $h_r[n]$

系统的连续系统频率响应的模为（以下分析中暂时忽略1/T的增益）：

$$H_r(j\omega) = \frac{\omega T/2}{\sin(\omega T/2)}, |\omega| < \omega_c$$

根据采样序列与原信号的关系有：

$$H_r(e^{j\omega}) = H_r(j\frac{\omega}{T}) = \frac{\omega/2}{\sin(\omega/2)}$$

对 $H_r(e^{j\omega})$ 进行等间隔采样，得：

$$H_r(m) = H_r(e^{j\omega}) \Big|_{\omega = \frac{2\pi m}{N}} = \frac{\pi m/N}{\sin(\pi m/N)}$$

假设是对 $H_r(e^{j\omega})$ 在一个周期内采样 $(2M+1)$ 个点，可得：

$$h_r[n] = \frac{1}{2M+1} \sum_{m=0}^{2M} H_r(m) e^{j\frac{2\pi mn}{2M+1}}$$

若假设采样点很多，即 $2M \gg 1$ ，利用 $H_r(e^{j\omega})$ 的周期性，可得：

$$h_r[n] = \frac{1}{2M} \sum_{m=-M}^M \frac{\pi m/2M}{\sin(\pi m/2M)} e^{j\frac{2\pi mn}{2M}}$$

当 $m=0$ 时， $h_r[n]$ 化简为：

$$h_r[n] = \frac{1}{M} \left[ \frac{1}{2} + \sum_{m=1}^M \frac{\pi m/2M}{\sin(\pi m/2M)} \cos(\frac{2\pi mn}{2M}) \right]$$

将 $h_r[n]$ 进行离散信号傅立叶变换，并利用 $H(e^{j\omega}) = H(j\frac{\omega}{T})$ 关系，可得连续频率变量的滤波器频响函数如下：

$$H_r(j\omega) = H_r(e^{j\omega T}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h_r[n] e^{-j\omega n T} \approx \sum_{n=-M}^M h_r[n] e^{-j\omega n T}$$

当 $N$ 足够大时， $H_r(j\omega)$ 可简化为：

$$H_r(j\omega) = h(0) + 2 \sum_{n=1}^M h_r[n] \cos \omega n T$$

$h_r[n]$ 是非因果系统，但是根据FIR滤波器的特点<sup>[6]</sup>，由于 $h_r[n]$ 两边都趋向于零，只需将 $h_r[n]$ 信号截取一段然后作适当的平移即可将系统改为因果系统，这样处理后对冲激信号的频谱幅值是无影响的，仅是在相位上有一个线性叠加。延时后得到的是一个有恒定群延时的因果滤波器<sup>[7]</sup>。

实践证明，当 $M$ 取得比较小时，效果不理想，这里取 $M=1024$ 进行仿真。

图3是利用公式 $H_r(j\omega) = h(0) + 2 \sum_{n=1}^M h_r[n] \cos \omega n T$ 画出的离散数字系统的频率响应图。

图4是利用公式 $H_c(j\omega) = \frac{\omega T/2}{\sin(\omega T/2)}$ 画出的连续时间系统的频率响应图。

将此图与此连续时间信号被离散化处理之后 $H_c(j\omega)$ 得出的波形图在 $0 \sim \frac{\omega_s}{2}$ 上进行比较,可以看出,两条曲线是比较吻合的,在 $\frac{\omega_s}{2}$ 处有一定误差,但差距不大。

将 $H_c(j\omega)$ 与 $H_c(j\omega)$ 级联(即相乘)得出的就是理想滤波器, $H(j\omega)$ 幅值如图5所示。

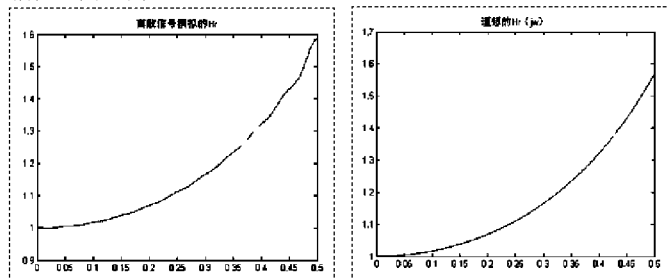


图3  $H_c(j\omega)$  频谱图 ( $0 \sim \frac{\omega_s}{2}$ )

图4  $H_c(j\omega)$  频谱图 ( $0 \sim \frac{\omega_s}{2}$ )

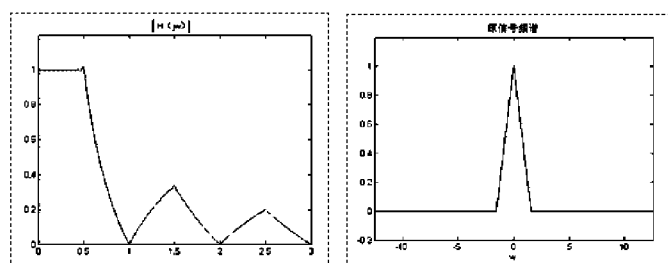


图5  $H(j\omega)$  频谱图 ( $0 \sim \frac{\omega_s}{2}$ )

图6 输入信号 $x(\omega)$

从图5中可以看出,在 $0 \sim \frac{\omega_s}{2}$ 范围内滤波器增益已经接近1(最大值1.018),这个结果是令人满意的,可以近似看作为理想滤波器了。

#### 4 信号重建实验

为检验实际校正的结果,设计输入信号频谱 $x(\omega) = 1 - \frac{2}{\pi}|\omega|$ ,是有限长的三角形,振幅为1,频谱非零值在 $-\frac{\pi}{2}$ 到 $\frac{\pi}{2}$ 之间,如图6所示。

以采样周期 $T=1$ (满足采样定理)对信号时域进离散化,此离散信号的频谱是周期的三角波,因 $\omega_s = \frac{2\pi}{T} = 2\pi$ ,因此每个三角波峰值对应的频率值为 $2n\pi$ 。

利用离散预校正滤波器原理设计截止频率为 $\pi$ 的滤波器,波形如图7所示。

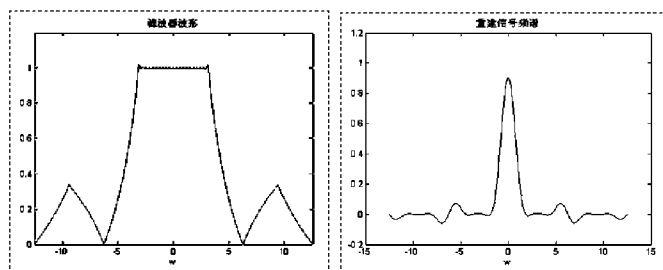


图7 离散预校正系统(截止频率 $\pi$ )

图8 重建输入信号

将采样信号的频谱与滤波器的频谱相乘得重建输入信号的频谱如图8所示。

将图8重建信号与图7原信号的频谱比较,通过系统作用后的频谱与原信号的频谱已比较接近,将图8所示的频谱再作傅立叶反变换即可得重建信号的波形了。

#### 5 结束语

本文基于FIR滤波器,提出一种数模转换中的离散预处理系统设计方法,进行仿真实验证明,该方法可以较好的重建信号,解决频谱失真问题。当然,还可以在此系统中加入内插、抽取过程,以更精确地重建信号。

#### 参考文献

- [1]Barkin D B,Lin A C Y,Su D K,et al.A CMOS oversampling bandpass cascaded D/A converter with digital FIR and current-mode semi-digital filtering[J].IEEE Journal of Solid-State Circuits,2004,39(4):585-593.
- [2]Paik H W,Glablander T W.FIR compensation filter for the zero order hold D/A converter using the frequency sampling method[C].//Circuits and Systems,1994. Proceedings of the, Midwest Symposium on,1994:1006-1009 vol.2.
- [3]H·古斯塔夫松,I·克莱松,S·诺尔德霍尔姆.用线性卷积和因果滤波进行频谱减除以降低信号噪声:CN,CN 1311891 A[P].2001.
- [4]Wang O J,Houlis P,Sreeram V,et al. Optimal model reduction of non-causal systems via least squares frequency fitting[J].Iet Control Theory & Applications,2007,1(4):968-974.
- [5]Dolecek G J.Demo program for Frequency Sampling FIR filter design method[C].//IEEE Frontiers in Education Conference,2010:T1F-1-T1F-5.
- [6]李亚奇.基于时分复用的CSD编码FIR数字滤波器设计[D].天津大学,2006.
- [7]苗江静,谭博学,徐秀美.8阶贝塞尔低通滤波器精确设计及应用[J].电子技术应用,2012(7):68-71.

#### 作者简介:

王海燕(1988—),女,硕士,公安部第三研究所研究实习员,主要研究方向:网络安全。

殷俊(1990—),男,硕士,公安部第三研究所研究实习员,主要研究方向:网络侦查技术。

潘显萌(1973—),男,硕士,公安部第三研究所助理研究员,主要研究方向:网络与通信技术。

(上接第62页)

定要时刻谨记地面监护人员的职责,切不可掉以轻心,否则将会有危险发生,后果不堪设想!进行验电时一定要保持与线路的安全距离。

#### 6.4 一定要留几块铜板做接地用

在做杆塔油漆防腐蚀工作时,一定要留几块铜板做接地用。第二个方案就是在三相接地点上接上一块相应的金属板做接地用。接地铜板接在刷油漆的金属器具上,否则会使接地线失去保护作用。拆挂地线时,由于500KV的导线太粗,自身重量太大,即使导线的表面是绝缘的,但是它的承受电压能力不大,一旦有较大的感应电压作用于导线上,如果工作人员不小心将软塑铜线和绝缘操作杆一起握在手里,就等于操作杆失去绝缘功能。所以在拆挂地线时,操作工人一定要保持自己的身体和导线之间有一个安全距离。这是必须要坚守的原则,也是保命必不可少的安全措施。

#### 6.5 挂钩必须牢牢抓紧导线

导线上有绝缘杆存在时,挂钩必须牢牢抓紧导线!!!一旦有感

应电通过线路或者有事故发生时,就会有相当一部分电流进入工作地点,给正在工作的检修人员带来触电危险,甚至危及生命。如果挂钩抓不紧导线,一旦有突袭电流,就会造成检修工人的触电灼伤,间或是接地铜板严重松弹出,砸伤地面监护人员或其他工作人员。

#### 7 结束语

总而言之,在今天电力事业大踏步前进的良好发展前景下,高标准严要求完成500KV超高压线路的维护检修工作已经成了大势所趋。技术的良好运用,不仅有助于提升本公司在整个电力系统中的重要地位,还能促进现代化电力建设的蓬勃发展,同时促进国民经济各行各业共同繁荣。我们全局上下戮力同心,共同进步,在保护发展现有线路基础上大力发展1000KV特高压线路的电力体系建设,逐步加速吉林省的电力工程建设,从而促进我国经济的全面发展。