Домашнее задание 4

Михаил Воронов

7 декабря 2019 г.

1.

Итак, посмотрим, какие вероятности у нас имеются:

- $P(\Delta) = 0,174$
- $P(\text{Я}|\Delta) = 0,035$
- $P(\Delta|\text{Я}) = 0,701$
- $P(\text{П}|\text{Я}) = 0,001$
- $P(\text{ОН}|\Delta\text{ЯП}) = 1$

1.1.

Найти: $P(\Delta|\text{Я}|\Delta)$

Вероятность появления пробела равна $0,174$, верояность, что после него будет *я* равна $0,035$, вероятность, что после *я* будет пробел равна $0,701$. Соответственно, нам нужна ситуация, когда все три условия выполняются, то есть:

$$0,174 \times 0,035 \times 0,701 = 0,00426909$$

На всякий случай, сверим наш результат с поиском по корпусу. Слово *я* в NOM.SG, с маленькой буквы, перед и после пробела в корпусе объёмом 288727494 (НКРЯ) встречается 1051117 раз. То есть вероятность встретить такое слово будет ≈ 0.00364052, что совпадает с нашим результатом с точностью до третьего знака после запятой.

Итак ответ: $0,00426909$.

1.2.

В общем, ситуация такая же, только символов больше:

$$P(\Delta\text{ЯПОН}) = P(\Delta) \times P(\text{Я}|\Delta) \times P(\text{П}|\text{Я}) \times P(\text{ОН}|\Delta\text{ОН}) = \\ = 0,174 \times 0,035 \times 0,001 \times 1 = 0.00000609$$

Здесь результаты с корпусом расходятся: ≈ 0.00005890.
Ответ: 0.00000609

2.

Вероятность таракана: $0,2$. Значит, вероятность того, что таракан не попадётся ни разу за n дней будет равна $(1-0,2)^n = 0,8^n$. Итак, вероятность того, что за n дней попадётся таракан равна $1-0,8^n$. Мы знаем, что это всё должно быть не меньше $0,9$, то есть:

$$1-0,8^n \geqslant 0,9$$

$$0,8^n \leqslant 0,1$$

Итак, чтобы найти результат, нам нужно посчитать такой логарифм: $\log_{0,8} 0,1 \approx 10.32$. Значит, вероятность на десятом дне будет $< 0,9$, а на одиннадцатом больше.

Ответ: 11.

3.

Первый ковбой выберет чужое лассо с вероятность $\frac{2}{3}$, второму останется выбрать из двух, то есть $\frac{1}{2}$, остаётся одно лассо, то есть третий возьмёт чужое лассо в любом случае. Итак:

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

4.

У нас есть 15 семинаров и 8 потенциальных докладчиков. Попробуем разобраться, что может случиться на каждом из семинаров:

- докладчиком будет сестра, $P = \frac{3}{8}$
- докладчиком будет дядя Ваня, $P = \frac{1}{2}$
- докладчиком будет руководитель, $P = \frac{1}{8}$

Сколько всего способов выбрать 15 человек?

$$15! = 1307674368000$$

Сколько способов выбрать 5 человек из пятнадцати?

$$C_{15}^5 = \frac{15!}{5!10!} = 3003$$

А как выбрать 5, если мы знаем, что вероятность попасться на сестру равна $\frac{3}{8}$? Надо домножить на эту вероятность, то есть нам подходит только $\frac{3}{8}$ способов выбрать 5 человек.

Теперь остаётся проделать то же с остальными, и получится так:

$$\frac{15!}{5!10!} \times \frac{15!}{8!7!} \times \frac{15!}{2!13!} \times \frac{3}{8} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{8} = 47555906.8359375$$

Осталось поделить на общее количество комбинаций:

$$\frac{47555906.8359375}{1307674368000} \approx 0.00003637$$

5.

- A – подготовленный студент **не** знает ответ
- B – ответ правильный

Из условия:

- $P(A) = \frac{1}{10}$
- $P(\overline{A}) = \frac{9}{10}$
- $P(B|A) = \frac{1}{6}$
- $P(B|\overline{A}) = 1$

$$P(B) = P(B|A)P(A) + P(B|\overline{A})P(\overline{A}) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{10} + 1 \times \frac{9}{10} = \frac{55}{60}$$

$$P(A|B) = \frac{\frac{1}{6} \times \frac{1}{10}}{\frac{55}{60}} = \frac{1}{55}$$

6.

- B – капибара действительно больна
- BB – тест показал, что капибара больна
- Z – капибара здорова

Из условия:

- $P(BB|B) = 0,7$
- $P(BB|Z) = 0,3$
- $P(B) = 0,02$
- $P(Z) = 0,98$
- $P(B|BB) = ?$

  Посчитаем:

  $$P(BB) = 0,7 \times 0,02 + 0,3 \times 0,98 = 0,308$$

  Дальше по формуле Байеса:

  $$P(B|BB) = \frac{P(BB|B)P(B)}{P(BB)} = \frac{0,7 \times 0,02}{0,308} = 0,0(45)$$

7.

Для вынесения решения нужно два голоса из трёх, то есть достаточно, чтобы двое присяжных вынесли одинаковое решение. Рассмотрим все ситуации, когда получается правильное решение:

- $0,3 \times 0,9 \times 0,5 = 0,135$
- $0,7 \times 0,1 \times 0,5 = 0,035$
- $0,7 \times 0,9 \times 0,5 = 0,315$
- $0,7 \times 0,9 \times 0,5 = 0,315$

Так как любая из этих ситуаций является достаточной для принятия правильного решения, вероятности следует сложить, итоговая вероятность принятия верного решения будет равна $0,8$.

В случае, когда третий будет копировать первого, останется только две ситуации, когда будет принято правильное решение: если все примут правильное решение и если второй ошибётся. Так как мы знаем, что, если первый проголосует правильно, то и третий тоже, вероятность у третьего всегда будет один. То есть:

- $0,7 \times 0,9 \times 1 = 0,63$
- $0,7 \times 0,1 \times 1 = 0.07$

Сумма: $0,7$.

Итак, результат изменится на одну десятую, если третий начнёт копировать председателя.