

Домашнее задание 4

Михаил Воронов

7 декабря 2019 г.

I.

Итак, посмотрим, какие вероятности у нас имеются:

- $P(\Delta) = 0,174$
- $P(\text{Я}|\Delta) = 0,035$
- $P(\Delta|\text{Я}) = 0,701$
- $P(\Pi|\text{Я}) = 0,001$
- $P(\text{ОН}|\Delta\text{Я}\Pi) = 1$

I.1.

Найти: $P(\Delta|\text{Я}|\Delta)$

Вероятность появления пробела равна 0,174, вероятность, что после него будет *я* равна 0,035, вероятность, что после *я* будет пробел равна 0,701. Соответственно, нам нужна ситуация, когда все три условия выполняются, то есть:

$$0,174 \times 0,035 \times 0,701 = 0,00426909$$

На всякий случай, сверим наш результат с поиском по корпусу. Слово *я* в NOM.SG, с маленькой буквы, перед и после пробела в корпусе объемом 288727494 (НКРЯ) встречается 1051117 раз. То есть вероятность встретить такое слово будет ≈ 0.00364052 , что совпадает с нашим результатом с точностью до третьего знака после запятой.

Итак ответ: 0,00426909.

I.2.

В общем, ситуация такая же, только символов больше:

$$\begin{aligned} P(\Delta\text{Я}\Pi\text{ОН}) &= P(\Delta) \times P(\text{Я}|\Delta) \times P(\Pi|\text{Я}) \times P(\text{ОН}|\Delta\text{ОН}) = \\ &= 0,174 \times 0,035 \times 0,001 \times 1 = 0.00000609 \end{aligned}$$

Здесь результаты с корпусом расходятся: ≈ 0.00005890 .

Ответ: 0.00000609

2.

Вероятность таракана: 0,2. Значит, вероятность того, что таракан не попадётся ни разу за n дней будет равна $(1 - 0,2)^n = 0,8^n$. Итак, вероятность того, что за n дней попадётся таракан равна $1 - 0,8^n$. Мы знаем, что это всё должно быть не меньше 0,9, то есть:

$$1 - 0,8^n \geq 0,9$$

$$0,8^n \leq 0,1$$

Итак, чтобы найти результат, нам нужно посчитать такой логарифм: $\log_{0,8} 0,1 \approx 10.32$. Значит, вероятность на десятом дне будет $< 0,9$, а на одиннадцатом больше.

Ответ: 11.

3.

Первый ковбой выберет чужое лasso с вероятностью $\frac{2}{3}$, второму останется выбрать из двух, то есть $\frac{1}{2}$, остаётся одно лasso, то есть третий возьмёт чужое лasso в любом случае. Итак:

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

4.

У нас есть 15 семинаров и 8 потенциальных докладчиков. Попробуем разобраться, что может случиться на каждом из семинаров:

- докладчиком будет сестра, $P = \frac{3}{8}$
- докладчиком будет дядя Ваня, $P = \frac{1}{2}$
- докладчиком будет руководитель, $P = \frac{1}{8}$

Представим, что происходящее – это серия экспериментов с тремя исходами, чтобы посчитать биномиальное распределение. Время вспомнить формулу вероятности, так как у нас не два исхода, а три, то мы не сможем использовать формулу Бернулли. Хорошо бы её обобщить, чтобы она выглядела как-то так:

$$P = x \times p_1^{k_1} p_2^{k_2} p_3^{k_3}$$

Осталось придумать, чему здесь будет равен x . В формуле бернулли первый коэффициент показывает, сколькими способами можно выбрать события (k) из n экспериментов. В случае формулы, у нас есть события успеха и провала, у нас событий больше. Значит, нам надо сначала выбрать первые k событий. Дальше дней станет меньше, поэтому нам нужно будет выбрать вторые k событий из $n - k_1$ экспериментов, и так далее. То есть:

$$x = C_n^{k_1} C_{n-k_1}^{k_2} \dots$$

Подставим наши данные:

$$P = \frac{15!}{5!8!2!} \left(\frac{3}{8}\right)^5 \left(\frac{1}{2}\right)^8 \left(\frac{1}{8}\right)^2 \approx 0.061165$$

5.

- A – подготовленный студент **не** знает ответ
- B – ответ правильный

Из условия:

- $P(A) = \frac{1}{10}$
- $P(\bar{A}) = \frac{9}{10}$
- $P(B|A) = \frac{1}{6}$
- $P(B|\bar{A}) = 1$

$$P(B) = P(B|A)P(A) + P(B|\bar{A})P(\bar{A}) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{10} + 1 \times \frac{9}{10} = \frac{55}{60}$$

$$P(A|B) = \frac{\frac{1}{6} \times \frac{1}{10}}{\frac{55}{60}} = \frac{1}{55}$$

6.

- B – капибара действительно больна
- BB – тест показал, что капибара больна
- Z – капибара здорова

Из условия:

- $P(BB|B) = 0,7$
- $P(BB|Z) = 0,3$
- $P(B) = 0,02$
- $P(Z) = 0,98$
- $P(B|BB) = ?$

Посчитаем:

$$P(BB) = 0,7 \times 0,02 + 0,3 \times 0,98 = 0,308$$

Дальше по формуле Байеса:

$$P(B|BB) = \frac{P(BB|B)P(B)}{P(BB)} = \frac{0,7 \times 0,02}{0,308} = 0,0(45)$$

7.

Для вынесения решения нужно два голоса из трёх, то есть достаточно, чтобы двое присяжных вынесли одинаковое решение. Рассмотрим все ситуации, когда получается правильное решение:

- $0,3 \times 0,9 \times 0,5 = 0,135$
- $0,7 \times 0,1 \times 0,5 = 0,035$
- $0,7 \times 0,9 \times 0,5 = 0,315$
- $0,7 \times 0,9 \times 0,5 = 0,315$

Так как любая из этих ситуаций является достаточной для принятия правильного решения, вероятности следует сложить, итоговая вероятность принятия верного решения будет равна 0,8.

В случае, когда третий будет копировать первого, останется только две ситуации, когда будет принято правильное решение: если все примут правильное решение и если второй ошибётся. Так как мы знаем, что, если первый проголосует правильно, то и третий тоже, вероятность у третьего всегда будет один. То есть:

- $0,7 \times 0,9 \times 1 = 0,63$
- $0,7 \times 0,1 \times 1 = 0,07$

Сумма: 0,7.

Итак, результат изменится на одну десятую, если третий начнёт копировать председателя.