

На правах рукописи

Рязанов Даниил Александрович

## **Бигармонические аттракторы внутренних волн**

01.02.05 — Механика жидкости газа и плазмы

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата  
физико-математических наук

Москва – 2021

Работа выполнена в ИСП им. В.П. Иванникова РАН

Научный руководитель: к. ф.-м. н. Сибгатуллин Ильяс Наилевич старший научный сотрудник, института океанологии РАН

Официальные оппоненты: д.т.н., доцент Петров Петр Петрович, профессор кафедры математического обеспечения ЭВМ факультета вычислительной математики и кибернетики Нижегородского государственного университета им. Н.И.Лобачевского (г. Нижний Новгород)

д.т.н., доцент Петров Петр Петрович, профессор кафедры математического обеспечения ЭВМ факультета вычислительной математики и кибернетики Нижегородского государственного университета им. Н.И.Лобачевского (г. Нижний Новгород)

Ведущая организация: Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН (г. Новосибирск)

Защита состоится 26 апреля 2021 г. в 11:00 часов на заседании диссертационного совета Д 002.024.01, созданного на базе ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 125047, Москва, Миусская пл., д.4

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ИПМ им. М.В. Келдыша РАН <http://keldysh.ru>

Автореферат разослан « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2021 г.

Учёный секретарь диссертационного совета  
к.ф.-м.н.

М.Г. Ширококов

## Общая характеристика работы

### Актуальность работы.

Внутренние волны из-за особенностей своего распространения имеют возможность фокусироваться. Многократное отражение от наклонных поверхностей, которые являются частью рельефа морского дна, ведет к накоплению кинетической энергии и интенсификации движения стратифицированной жидкости. Такое явление называется волновым аттрактором. Волновые аттракторы в океанах из-за значительных запасов кинетической энергии должны влиять на необратимое перемешивание стратифицированной жидкости, седиментацию примесей, поведение живых организмов.

Волновые структуры, называемые волновыми аттракторами, в явном виде воспроизводятся на лабораторных установках, но их моделирование в условиях приближенных к природным имеет ряд значительных сложностей. Прежде всего из-за перехода к турбулентному режиму, большого количества источников внешних возмущений (вместо одного при лабораторных условиях), сложной геометрии морского дна и нелинейный профиль солености. Эти особенности течения в условиях приближенных к реальным может исказить четкую структуру волнового аттрактора, наблюдаемую в лабораторных условиях.

В этой работе рассматривается периодическое воздействие на стратифицированную жидкость с двумя частотами, которые соответствуют двум различным конфигурациям волновых аттракторов. Выясняется возможность существования аттракторов при бигармоническом воздействии на стратифицированную жидкость и способы взаимодействия внутренних волн различных частот.

Решение задач моделирования аттракторов внутренних волн в условиях сложных геометриях, порождаемых источниками возмущения различной частоты и амплитуды поможет описать течения, возникающие в результате многократных отражений внутренних волн от рельефа дна океана. Результаты моделирования позволят дать первичную оценку влияния аттракторов на перемешивание в стратифицированной жидкости,

на процессы седиментации различных веществ, на эрозию конструкций и рельефа в областях повышенной интенсивности движения жидкости, на паттерны поведения различных форм жизни в условиях сосуществования с аттрактором внутренних волн. Результаты работы представляют собой интерес для приложений в океанологии, экологии, биологии, астрофизики и вращающихся технических систем.

**Цель работы** – изучение свойств волновых режимов, возникающих при бигармонических воздействиях на стратифицированную жидкость в области с наклонной границей по отношению к силе тяжести. Для этого поставлены следующие **задачи**:

- Изучение интервалов частот внешних воздействий и других параметров, при которых происходит аккумуляция волновой энергии, в частности волновых аттракторов.
- Обзор существующих методов моделирования аттракторов внутренних волн. Выявление их достоинств и недостатков.
- Реализация численных экспериментов с помощью двух подходов: спектрально-элементного и конечно-объемного.
- Разработка новой программы для моделирования аттракторов внутренних волн на основе анализа существующих подходов.
- Верификация результатов численного моделирования.
- Описание особенностей волновых режимов при бигармоническом воздействии и значительно отличающихся частотах воздействия и малых амплитудах.
- Описание особенностей волновых режимов при бигармоническом воздействии, близких частотах воздействия и малых амплитудах.
- Описание особенностей нелинейных волновых режимов при бигармоническом воздействии и близких частотах воздействия.
- Сравнение динамики средней кинетической энергии и пульсации кинетической энергии для монохроматического режима и различных бигармонических режимов.

**Объектом исследования** являются волновые режимы возникающие при двух источниках внешних воздействий на стратифицированную жидкость в трапециевидном резервуаре.

В исследовании использованы **методы:**

- методы численного моделирования конечного объема;
- метод спектральных элементов;
- метод трассировки лучей;
- Фурье анализ полученных результатов, в том числе по скользящему окну;
- разложение по эмпирическим модам;

**Научная новизна работы** выражается в конкретных результатах:

1. Получены аналитические выражения для границ частотного интервала существования аттракторов внутренних волн.
2. Получена геометрия течения, которая возникает в трапециевидном резервуаре, наполненном стратифицированной жидкостью при воздействии на жидкость внешними возмущениями с двумя различными частотами.
3. Проведён анализ результатов моделирования аттрактора внутренних волн при бигармоническом воздействии, полученных с помощью метода спектральных элементов. Для различных комбинаций возмущающих частот построен спектр, частотно-временная диаграмма и зависимость средней кинетической энергии от времени.
4. Реализован квазигидродинамический подход на базе метода конечного элемента. Проведено сопоставление результатов моделирования методов конечных объемов и методом спектральных элементов.

### **Научная и практическая значимость**

Ранее эксперименты по исследованию бигармонических аттракторов, как численные так и натурные, не проводились. Теоретически, бигармонический аттрактор представляет собой новую устойчивую структуру,

которая образуется в стратифицированной жидкости при воздействии на нее периодическим двухчастотным возмущением.

Положения и выводы диссертационного исследования могут быть использованы для подбора параметров волнового аттрактора в лабораторных условиях или при численном моделировании. Среди возможных приложений результатов работы — задачи моделирования аттракторов внутренних волн на сложных геометриях, задачи моделирования течений со сложным спектром частотных воздействий на стратифицированную жидкость. Работа является первым шагом к моделированию течений, возникающих в условиях, приближенных к реальным океаническим, что позволит выяснить форму и вид природных аттракторов внутренних волн. Комбинация методов конечного объёма и квазигидродинамических уравнений позволила добиться существенного улучшения в точности моделирования и дала инструмент к усложнению геометрии расчётной области. Разработанная программа может быть применена не только к задачам моделирования аттрактора, но и к другим задачам гидродинамики с дозвуковыми и трансзвуковыми скоростями.

### **На защиту выносятся следующие положения:**

— Найдены аналитические выражения для границ диапазонов частот колебаний волнопродуктора, которые способны порождать аттракторы.

— Показано, что при значительном отличии частот внешних воздействий и малых амплитудах воздействий волновой режим представляет из себя совокупность независимо существующих волновых аттракторов.

— Показано, что при близких частотах внешних воздействий и малых амплитудах возникает режим с биениями, характерной особенностью которых является малая амплитуда пульсаций на убывающем склоне огибающей.

— Показано, что при близких частотах внешних воздействий и средних амплитудах возникают биения, на одном цикле которых успевает происходить переход к турбулентности через триадные резонансы, и реламинаризация.

— Обнаружено наличие фазового сдвига между биениями на волнопродукторе и биениями средней кинетической энергии во всем объеме.

— Разработана и верифицирована новая программа для моделирования аттракторов внутренних волн и в целом динамики стратифицированных сред.

## **Содержание работы**

Работа состоит из введения где проведен обзор литературы, рассмотрены математические модели для изучения гравитационных и инерционных волн. Также рассматривается линеаризованная теория внутренних гравитационных волн и исследование волновых течений с помощью трассировки лучей.

Раздел с численным моделированием аттракторов внутренних гравитационных волн содержит в себе результаты моделирования аттракторов с помощью метода спектральных элементов и контрольного объема алгоритмами PISO и QHD на базе открытого программного продукта OpenFOAM. Также в этом разделе обусловлен выбор частот для моделирования бигармонических колебаний, приведены результаты моделирования и анализ данных.

Наконец приведен заключительный раздел с основными выводами и список использованных источников.

**Аппробация** работы была проведена на следующих конференциях:

— 2019 Регуляризированные уравнения для моделирования бигармонических аттракторов внутренних волн. (Стендовый) Авторы: Даниил Рязанов, Ильяс Сибгатуллин Открытая конференция ИСП РАН им. В.П.Иванникова, Главное здание Российской академии наук, Москва, Россия, 5-6 декабря 2019.

— 2019 Моделирование бигармонических аттракторов внутренних гравитационных волн в трапецевидном резервуаре. (Устный) Автор: Рязанов Даниил. IV Международная конференция «Суперкомпьютерные

технологии математического моделирования» (СКТеММ'19), г. Москва, Россия, 19-21 июня 2019

— 2018 New OpenFOAM solvers for transonic and incompressible flow simulations. (Устный) Автор: Ryazanov D.A. 13th OpenFOAM Workshop, Address: 800 Dongchuan Road, Minhang District, Shanghai, China, Китай, 24-29 июня 2018.

— 2018 БИГАРМОНИЧЕСКИЕ АТТРАКТОРЫ ВНУТРЕННИХ ВОЛН (Стендовый) Авторы: Рязанов Д.А., Ерманюк Е.В., Сибгатуллин И.Н. XXIII международная конференция «Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность», Московская область, г. Звенигород, Россия, 25 февраля - 4 марта 2018

— 2017 Бигармонические аттракторы внутренних волн (Стендовый) Авторы: Сибгатуллин И.Н., Ерманюк Е.В., Рязанов Д.А. Открытая конференция ИСП РАН им. В.П. Иванникова 2017, Москва, Россия, 30 ноября - 1 декабря 2017

Результаты работы были опубликованы в сборниках тезисов конференций и периодических изданиях, входящих в РИНЦ, scopus и web of science:

— Numerical simulation of three-dimensional wave attractors / I. N. Sibgatullin, E. V. Ermanyuk, K. A. Vatutin, D. A. Ryazanov, Xiulin Xu, // The XXVII workshop of the Council of nonlinear dynamics of the Russian Academy of Sciences. — 2019. — Vol. 47, no. 1. — P. 112–115.

— Numerical simulation of internal wave attractors in horizontally elongated domains with sloping boundaries / I. Sibgatullin, X. Xiulin, E. Ermanuyk et al. // GISTAM 2019 5th International Conference on Geographical Information Systems Theory, Applications and Management. — SCITEPRESS Heraklion, Crete, Greece, 2019. — P. 366–370.

— Openfoam solver based on regularized hydrodynamic equations for high performance computing / M. V. Shatskiy, D. A. Ryazanov, K. A. Vatutin et al. // 2019 Ivannikov Memorial Workshop (IVMEM) / Ed. by С. П. Прохоров. — IEEE, 2019.



— Numerical simulation of compressible gas flows using regularized gas dynamic equations solver qgdfoam / M. V. Kraposhin, T. G. Elizarova, M. A. Istomina et al. // AIP Conference Proceedings 1959, 030013 (2018). — Author(s), 2018.

— Openfoam high performance computing solver for simulation of internal wave attractors in stratified flows using regularized hydrodynamic equations / M. Kraposhin, D. Ryazanov, T. Elizarova et al. // Proceedings of the 2018 Ivannikov ISPRAS Open Conference (ISPRAS, 22-23 Nov. 2018). — IEEE Xplore Digital Library. — United States: United States, 2018.

— Development of openfoam solver for compressible viscous flows simulation using quasi-gas dynamic equations / M. V. Kraposhin, D. A. Ryazanov, E. V. Smirnova et al. // 2017 Ivannikov ISPRAS Open Conference (ISPRAS). — Vol. 1. — United States: United States, 2017.