

На правах рукописи

Рязанов Даниил Александрович

Бигармонические аттракторы внутренних волн

01.02.05 — Механика жидкости газа и плазмы

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук

Москва – 2021

Работа выполнена в ИСП им. В.П. Иванникова РАН

Научный руководитель: к. ф.-м. н. Сибгатуллин Ильяс Наилевич, старший научный сотрудник, Института океанологии им. П.П. Ширшова РАН

Официальные оппоненты: д. ф.-м. н., Петров Александр Георгиевич, ведущий научный сотрудник Института проблем механики имени А. Ю. Ишлинского РАН.

к. ф.-м. н., доцент, Нуриев Артем Наилевич, научный сотрудник Казанского федерального университета (г. Казань).

Ведущая организация: "Институт механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук филиал Федерального государственного бюджетного учреждения науки Пермского федерального исследовательского центра Уральского отделения Российской академии наук (г. Пермь).

Защита состоится __.__. г. в __:__ часов на заседании диссертационного совета Д 002.024.01, созданного на базе ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 125047, Москва, Миусская пл., д.4

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ИПМ им. М.В. Келдыша РАН <http://keldysh.ru>

Автореферат разослан « ____ » _____ 2021 г.

Учёный секретарь диссертационного совета
к.ф.-м.н.

М.А. Корнилина

Общая характеристика работы

Актуальность работы.

Внутренние волны в непрерывно стратифицированной жидкости могут фокусироваться при отражении от границ наклонных к направлению силы тяжести. Многократное отражение от наклонных поверхностей, которые являются частью рельефа морского дна, ведет к накоплению кинетической энергии и интенсификации движения стратифицированной жидкости. Геометрическая структура, к которой сходятся пучки внутренних волн в результате последовательных отражений от границ была, названа волновым аттрактором. Волновые аттракторы в океанах из-за значительных запасов кинетической энергии должны влиять на необратимое перемешивание стратифицированной жидкости, седиментацию примесей, поведение живых организмов.

Волновые структуры, называемые волновыми аттракторами, в явном виде воспроизводятся на лабораторных установках, но их обнаружение в условиях, приближенных к природным, сопряжено со значительными сложностями. Прежде всего из-за перехода к турбулентному режиму при увеличении амплитуды волн на лучах аттракторов, большого количества источников внешних возмущений (вместо одного при традиционных лабораторных экспериментах), сложной геометрии морского дна и нелинейного профиля солёности. Эти особенности течения в условиях, приближенных к реальным, могут исказить структуру волнового аттрактора, наблюдаемую в лабораторных условиях.

В этой работе рассматривается периодические воздействия на стратифицированную жидкость с двумя частотами, которые соответствуют двум различным конфигурациям волновых аттракторов. Выясняется возможность существования аттракторов при бигармоническом воздействии на стратифицированную жидкость, и варианты взаимодействия внутренних волн, соответствующих различным частотам.

Решение задач моделирования аттракторов внутренних волн в областях со сложной геометрией, в присутствии нескольких источников возмущения различной частоты и амплитуды поможет описать течения,

возникающие в результате многократных отражений внутренних волн от рельефа дна океана. Результаты моделирования позволят дать первичную оценку влияния аттракторов на перемешивание в стратифицированной жидкости, на процессы седиментации различных веществ, на эрозию конструкций и рельефа в областях повышенной интенсивности движения жидкости, на типичное поведение различных форм жизни в условиях сосуществования с аттрактором внутренних волн. Результаты работы представляют собой интерес для приложений в океанологии, экологии, биологии, астрофизики, и вращающихся технических систем, где также возможно возникновение аттракторов инерционных волн.

Цель работы – изучение явления бигармонического аттрактора, которое возникает при воздействии на стратифицированную жидкость двухчастотным волнопродуктором. С этой целью были поставлены следующие **задачи**:

- Определение интервалов частот, при которых возникают аттракторы внутренних волн с одним отражением от границ в вертикальном и горизонтальном направлениях.
- Реализация численных экспериментов с помощью двух подходов: спектрально-элементного и конечно-объемного.
- Разработка новой программы для моделирования аттракторов внутренних волн на основе квазигидродинамического подхода.
- Верификация результатов численного моделирования.
- Описание особенностей волновых режимов при бигармоническом воздействии и значительно отличающихся частотах воздействия и малых амплитудах.
- Описание особенностей волновых режимов при бигармоническом воздействии, близких частотах и малых амплитудах воздействия.
- Описание особенностей нелинейных волновых режимов при бигармоническом воздействии и близких частотах воздействия.
- Сравнение динамики средней кинетической энергии и пульсации кинетической энергии для монохроматического режима и различных бигармонических режимов.

Методы решения поставленных задач

Для решения поставленных задач были использованы методы математического моделирования механики сплошных сред, такие как метод спектральных элементов и метод конечного объема. Для предсказания формы аттрактора внутренних волн использовался метод трассировки лучей. Для анализа данных использовался метод построения частотно-временных диаграмм при помощи быстрого преобразования Фурье.

Научная новизна работы выражается в конкретных результатах:

1. Получены аналитические выражения для границ частотного интервала существования аттракторов внутренних волн с одним отражением в горизонтальном и вертикальном направлениях.

2. Получена геометрия течения, которая возникает в трапециевидном резервуаре, наполненном стратифицированной жидкостью при воздействии на жидкость внешними возмущениями с двумя различными частотами.

3. Проведён анализ результатов моделирования аттрактора внутренних волн при бигармоническом воздействии, полученных с помощью метода спектральных элементов. Для различных комбинаций возмущающих частот построен спектр, частотно-временная диаграмма и зависимость средней кинетической энергии от времени.

4. Реализован квазигидродинамический подход на базе метода конечных объемов. Проведено сопоставление результатов моделирования методом конечных объемов и методом спектральных элементов.

5. Обнаружено качественное отличие в амплитуде пульсаций при возрастании и при убывании амплитуды долговременных биений, возникающих при бигармоническом воздействии с близкими частотами.

Достоверность результатов

Достоверность полученных результатов гарантируется строгой математической постановкой, верификацией и валидацией разработанного алгоритма для решения поставленной задачи.

Практическая значимость

Ранее эксперименты по исследованию бигармонических аттракторов, как численные так и натурные, не проводились. Теоретически, бигармонический аттрактор представляет собой новую устойчивую структуру, которая образуется в стратифицированной жидкости при воздействии на нее периодическим двухчастотным возмущением.

Положения и выводы диссертационного исследования могут быть использованы для подбора параметров волнового аттрактора в лабораторных условиях или при численном моделировании. Среди возможных приложений результатов работы — задачи моделирования аттракторов внутренних волн на сложных геометриях, задачи моделирования течений со сложным спектром частотных воздействий на стратифицированную жидкость. Работа является первым шагом к моделированию течений, возникающих в условиях, приближенных к реальным океаническим, что позволит выяснить форму и вид природных аттракторов внутренних волн. Комбинация методов конечного объёма и квазигидродинамических уравнений позволила добиться существенного улучшения в точности моделирования и дала инструмент к усложнению геометрии расчётной области. Разработанная программа может быть применена не только к задачам моделирования аттрактора, но и к другим задачам гидродинамики.

На защиту выносятся следующие положения

— Найдены аналитические выражения для границ диапазонов частот колебаний волнопродуктора, которые способны порождать аттракторы с одним отражением в горизонтальном и вертикальном направлениях.

— Показано, что при значительном отличии частот внешних воздействий и малых амплитудах воздействий волновой режим представляет собой совокупность независимо существующих волновых аттракторов.

— Показано, что при близких частотах внешних воздействий и малых амплитудах возникает режим с биениями, характерной особенно-

стью которых является малая амплитуда пульсаций на убывающем склоне огибающей.

— Показано, что при близких частотах внешних воздействий и средних амплитудах возникают биения, на одном цикле которых успевает происходить переход к турбулентности через триадные резонансы и последующей реламинаризацией.

— Обнаружено наличие фазового сдвига между биениями на волнопродукторе и биениями средней кинетической энергии во всем объеме.

— Разработана и верифицирована новая программа для моделирования аттракторов внутренних волн и в целом динамики стратифицированных сред.

Личный вклад автора

Исследования, результаты которых выносятся на защиту, были выполнены лично соискателем. Соискатель аналитически нашел диапазон частот внешнего воздействия, при которых образуется аттрактор внутренних волн для рассматриваемой геометрии. Соискатель подобрал параметры эксперимента, провел расчеты и проанализировал полученные данные. Также он принимал непосредственное участие в реализации квазигидродинамического подхода на базе открытого программного комплекса OpenFOAM. Научный руководитель И. Н. Сибгатуллин поставил первоначальную задачу и участвовал в обсуждении результатов.

Апробация работы

Материалы диссертации представлялись на перечисленных далее конференциях, семинарах, как российских так и международных:

— Открытая международная конференция ИСП РАН им. В.П.Иванникова. 5-6 декабря 2019 г, г. Москва Главное здание Российской академии наук (устный доклад).

— Международная конференция «Суперкомпьютерные технологии математического моделирования» (СКТеММ'19), 19-21 июня 2019, г. Москва (устный доклад).

— 13th OpenFOAM Workshop, Shanghai, China, Китай, 24-29 июня 2018 (устный доклад).

— XIII международная конференция «Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность». 25 февраля - 4 марта 2018, Московская область, г. Звенигород (стендовый доклад).

— Открытая конференция ИСП РАН им. В.П. Иванникова. 30 ноября - 1 декабря 2017 г. Москва главное здание Российской академии наук (стендовый доклад).

Публикации

По результатам диссертации опубликовано 12 научных работ, входящих в базы данных и системы цитирования РИНЦ, Scopus, Web of Science, 2 из них входят в Перечень рецензируемых научных изданий, рекомендованных Высшей аттестационной комиссией. Зарегистрирована программа для ЭВМ, доступная по ссылке <https://github.com/unicfdlab/QGDsolver> (дата обращения 28.06.2021). Автор также принимал участие в проекте, связанном с темой диссертации грант РНФ № 19-11-00169.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, обзора литературы, трех глав, заключения и списка литературы. Текст работы содержит 106, 59 рисунков и 6 таблиц. Список литературы включает в себя 90 наименований.

Содержание работы

Работа состоит из **введения**, где обозначены цели и задачи, сформулирована теоретическая значимость, практическая применимость проведенного исследования. Также описаны методы, используемые в работе, обозначен личный вклад автора, перечислены выносимые на защиту положения.

Первая глава посвящена обзору существующих исследований в области аттракторов внутренних волн и стратифицированной жидкости. Обзор литературы содержит в себе историю развития теории внутренних волн и описание основных событий, которые заострили внимание научной общественности на этом явлении. Описаны механизмы возникновения внутренних волн в непрерывно стратифицированной жидкости и их

свойства. Приведена классическая математическая модель описания динамики стратифицированной жидкости, включающая в себя уравнения Навье-Стокса в приближении Буссинеска:

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + (\vec{U} \cdot \nabla) \vec{U} = -\frac{1}{\rho_m} \nabla \hat{p} + \nu \Delta \vec{U} + \vec{f},$$

уравнение переноса соли

$$\frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla \rho_s = \nabla \cdot \frac{\nu}{Sc} (\nabla \rho_s),$$

и уравнение неразрывности

$$\nabla \cdot \vec{U} = 0.$$

Дисперсионное соотношение для плоских волн малой амплитуды для приведенной системы при постоянной частоте плавучести можно записать в виде:

$$\frac{\omega}{N} = \pm \sin \theta.$$

Здесь \vec{U} – вектор скорости с компонентами u_x, u_y ; ν – кинематическая вязкость жидкости; ρ_m – значение плотности на верхней границе; ρ_s – добавка к плотности обусловленная наличием солености; приведенное давление $\hat{p} = p - p_0$, разница между полным и гидростатическим давлением; $\vec{f} = \frac{\Delta \rho_s}{\rho_m} \vec{g}$ – восстанавливающая сила; число Шмидта представляет собой отношение кинематической вязкости и коэффициента диффузии: $Sc = \frac{\nu}{D}$; ω – частота колебаний вонопродуктора, N – частота плавучести, θ – угол распространения внутренних волн.

В этой главе дается определение аттракторов внутренних волн как геометрической области притяжения пучков внутренних волн. Для моделирования фокусировки внутренних волн в лабораторных и численных экспериментах используется трапециевидный резервуар (рис. 1), который заполняется линейно стратифицированной жидкостью. Благодаря свойству фокусировки волновые лучи сходятся к параллелограмму и волновая энергия циркулирует по его сторонам (рис. 2). Физически аттрактор внутренних волн представляет собой зону интенсивного движения жидкости (рис. 3).

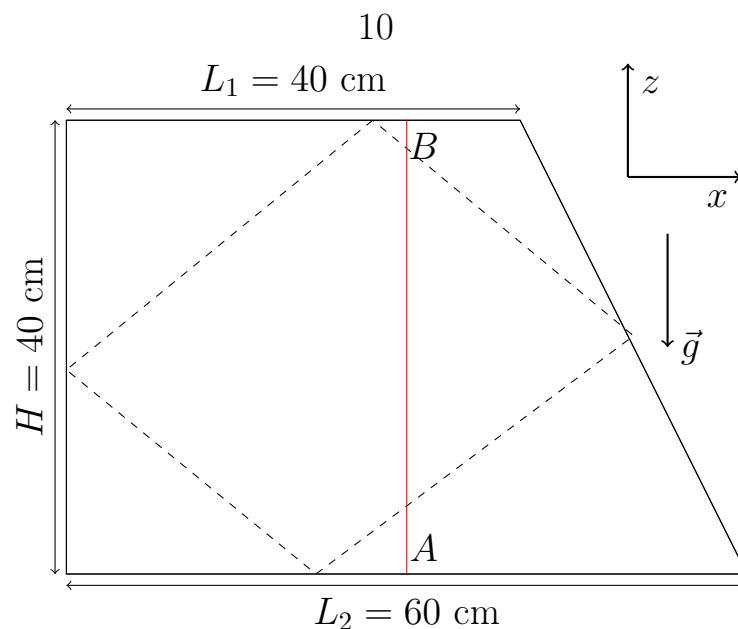


Рис. 1 — Вычислительная область для моделирования аттракторов внутренних волн, красным показана линия пробы, пунктиром показана предполагаемая форма аттрактора

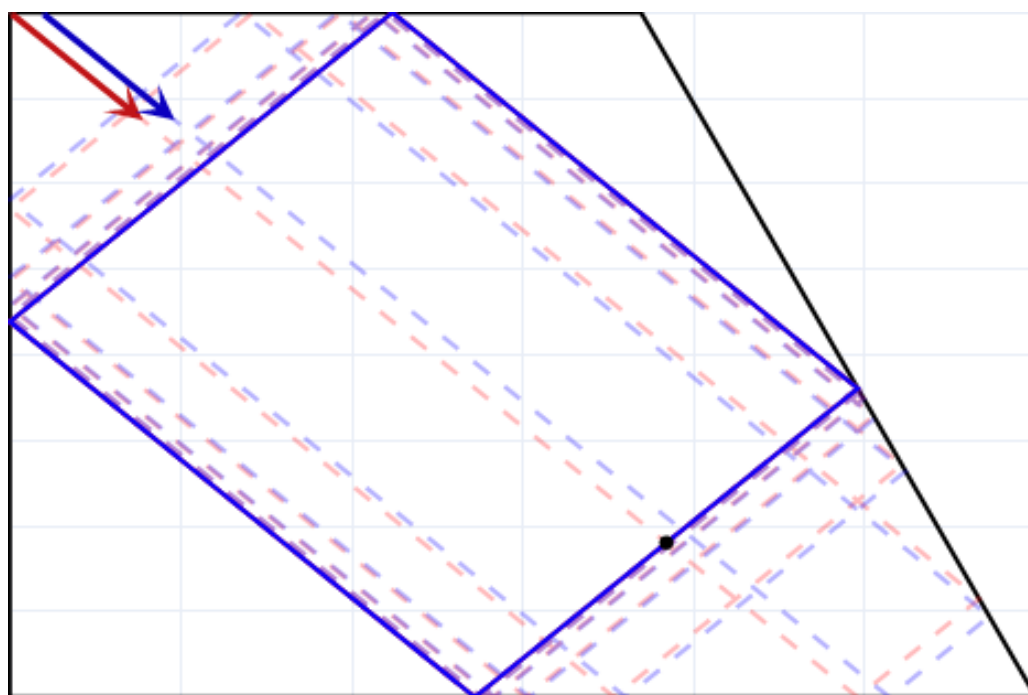


Рис. 2 — Результат многократного отражения двух параллельных лучей внутренних волн

Во **второй главе** приводится обзор методов исследования аттракторов внутренних волн. Прежде всего, это предсказание траекторий групповых скоростей с помощью метода трассировки лучей – простого и мощного инструмента моделирования аттракторов внутренних волн. Его суть заключается в геометрическом вычислении зоны притяжения

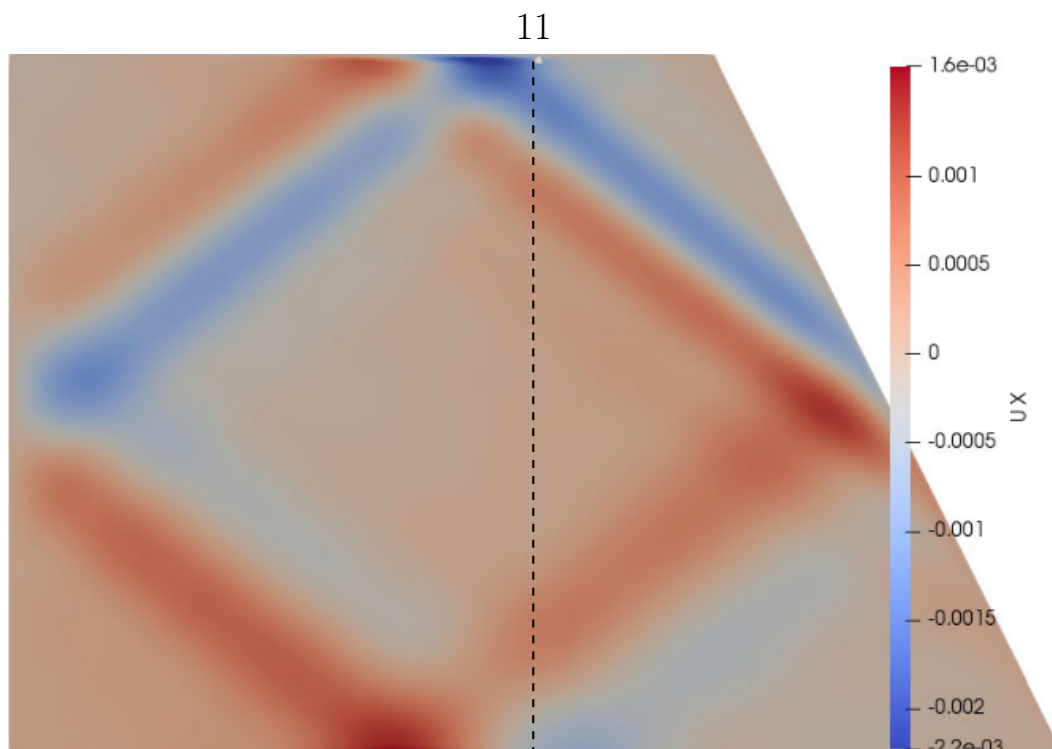


Рис. 3 — Поле горизонтальной компоненты скорости, пунктиром показана линия пробы

волновых лучей после множественных отражений (рис. 2). Метод позволяет предсказывать форму аттрактора внутренних волн, но не позволяет получить значение гидродинамических полей. Такой подход полезен для анализа зависимости геометрии волновых аттракторов от частоты внешних воздействий и расположения наклонных границ.

Раздел с экспериментальными исследованиями посвящён лабораторным установкам и способам получения внутренних волн в лабораторных условиях. Упоминаются коллективы во Франции, Голландии, США и России, которые занимаются проблемами аккумуляции энергии внутренних волн.

В следующем разделе проведен обзор методов численного моделирования аттракторов внутренних волн. Описаны особенности метода спектральных элементов при моделировании аттракторов внутренних волн. Однако, при том, что метод спектральных элементов является мощным инструментом высокого порядка точности, его применение сопряжено со значительными трудностями для моделирования аттракторов внутренних волн в естественных условиях сложной топологии морского дна и при наличии примесей описываемых частицами в воде. Ранее

было показано, что применение этого метода позволяет получить гидродинамические поля давления и скорости, очень близко соответствующее результатам экспериментальных исследований. Прямое численное моделирования с помощью метода спектральных элементов используется в качестве основы для верификации других численных подходов.

Альтернативный подход – метод конечных объемов. Он позволяет проводить численные эксперименты в условиях, приближенных к реальным, включая сложную геометрию морского дна и осаждение примесей. Однако, его реализация на одной из самых популярных платформ OpenFOAM не демонстрирует сеточной сходимости, количественного соответствия экспериментальным данным и расчетам на основе метода спектральных элементов. Стандартные средства популярных инструментов моделирования несжимаемых течений не могут количественно воспроизвести эффекты множественной фокусировки внутренних волн (рис. 4).

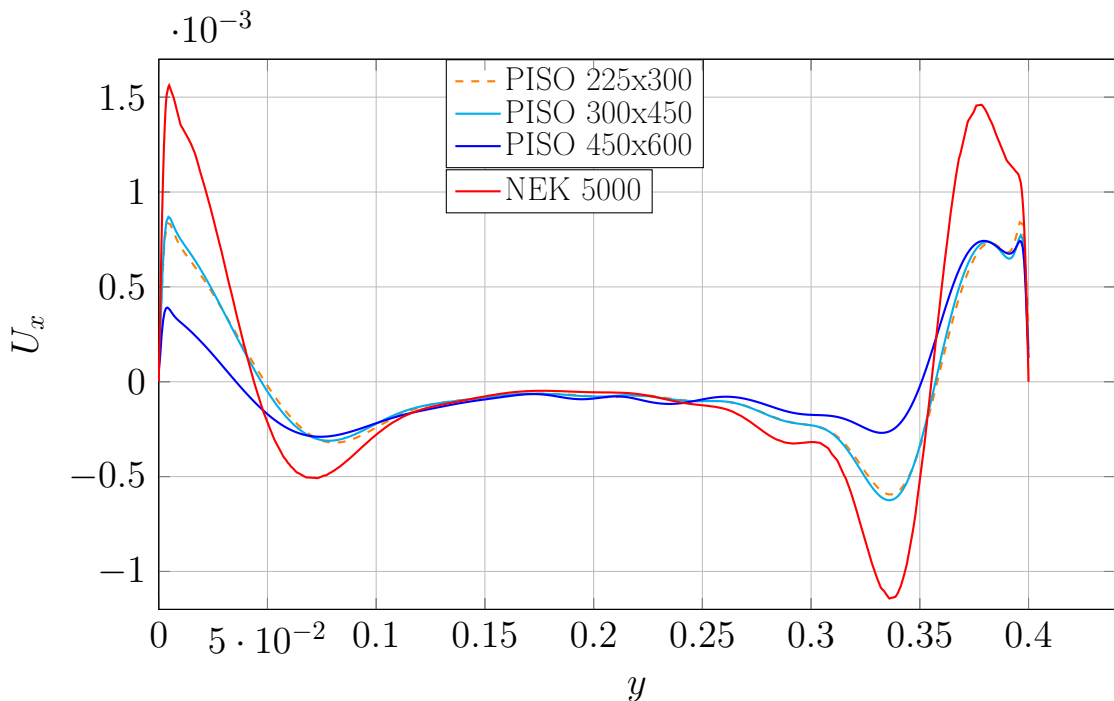


Рис. 4 — Сравнение горизонтальной компоненты скорости, полученной при различных размерах расчетной сетки для алгоритма PISO и при помощи метода спектральных элементов (nek5000). Время = 300 с.

Подход на основе квазигидродинамических уравнений (QHD) представляет из себя простой вычислительный алгоритм, который позво-

лил получить количественное совпадение результатов численного моделирования с результатами, полученными при помощи метода спектральных элементов.

В главе также сказано о реализации квазигидродинамического подхода, верификации разработанного алгоритма и валидации на примере задачи формирования аттрактора внутренних волн, сравниваются результаты работы алгоритма PISO и QHD. Результаты количественно сравнивались с эталонным решением, полученным при помощи метода спектральных элементов, рис. 5.

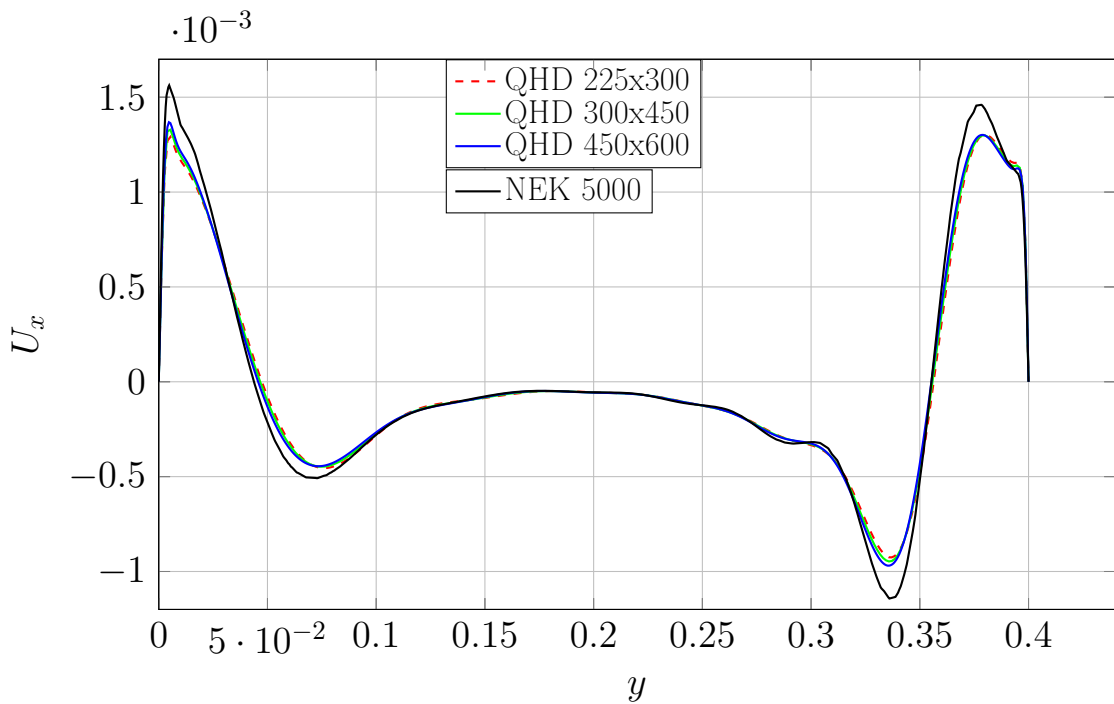


Рис. 5 — Сравнение горизонтальной компоненты скорости, полученной при различных размерах расчетной сетки для алгоритма QHD и при помощи метода спектральных элементов. Время = 300 с.

Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы:

- На верификационной задаче о моделировании стационарного течения в скошенной каверне оба метода ведут себя одинаково адекватно, наблюдается сеточная сходимость численных результатов, что говорит об устойчивости методов на деформированных сетках.

- На задаче о моделировании формирования аттрактора гравитационных внутренних волн QHD алгоритм показывает результаты как ко-

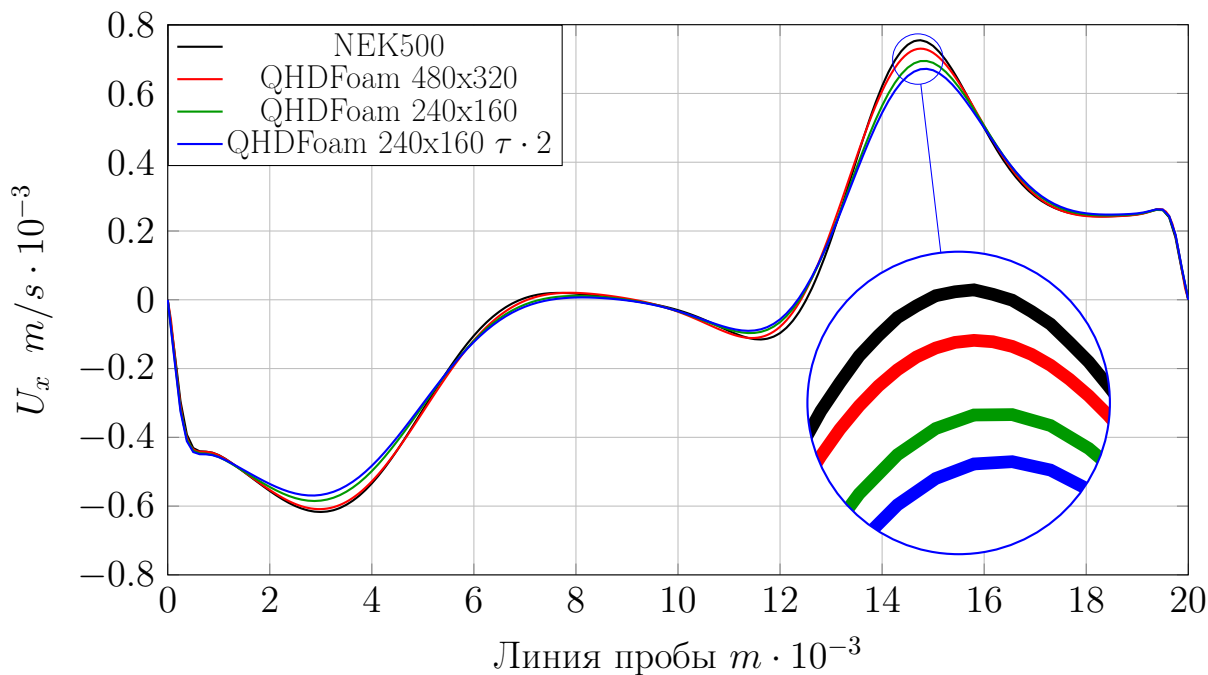


Рис. 6 — Сеточная сходимость результатов моделирования QHD.

личественно, так и качественно воспроизводящие это явление на малых и на больших временах. Алгоритм PISO воспроизводит явление лишь качественно и только на небольших временах.

— QHD алгоритм показывает сеточную сходимость и сходимость по регуляризационному настроечному параметру (рис. 6). PISO алгоритм не демонстрирует сеточной сходимости при сгущении пространственной сетки.

— QHD алгоритм, построенный на базе квазигидродинамических уравнений, не требует дополнительных коррекций вычисленных скоростей и давлений в отличие от алгоритма PISO.

— OpenFOAM реализация квазигидродинамического подхода показала более высокую производительность на многопроцессорной, системе чем реализация алгоритма PISO.

Исходя из вышесказанного можно констатировать преимущества алгоритма QHD при моделировании аттракторов внутренних волн по сравнению со стандартными средствами, ранее реализованными в OpenFOAM на базе алгоритма PISO.

Глава номер три посвящена количественной оценке режимов течения в резервуаре с моно и бигармоническими воздействиями на стра-

тифицированную жидкость. Для определения диапазона параметров с сильной аккумуляцией волновой энергии выполнено подробное исследование генерации аттракторов при монохроматическом возмущении, в результате чего определен частотный диапазон, в котором возникают аттракторы с одним отражением от горизонтальной и вертикальной границ. Для моделирования бигармонического аттрактора внутренних волн используется специальное граничное условие для скорости на левой стенке трапецевидного резервуара:

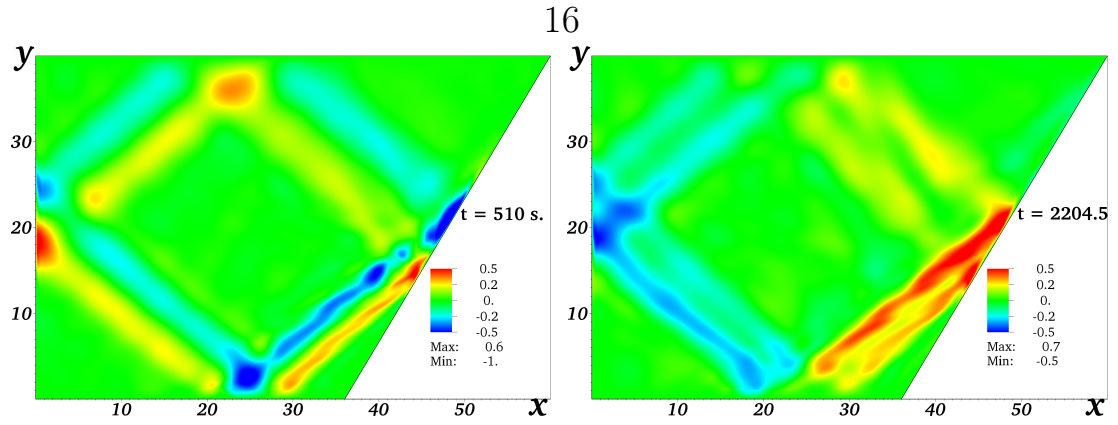
$$U_z = A_1 \cos\left(\frac{\pi z}{L_1}\right) \omega_1 \sin(\omega_1 t) + A_2 \cos\left(\frac{\pi z}{L_1}\right) \omega_2 \sin(\omega_2 t).$$

Нелинейные эффекты течения стратифицированной жидкости в условиях, соответствующих образованию бигармонического аттрактора, усиливаются по мере приближения частот ω_1 и ω_2 друг к другу.

На верхней стенке резервуара задается условие отсутствия вязких касательных напряжений, на остальных границах расчетной области условие прилипания.

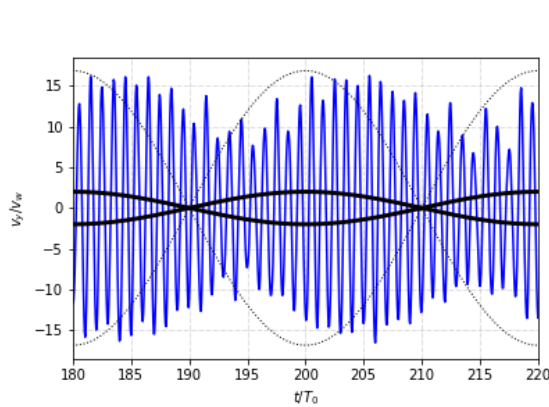
Исследование поведения аттракторов при бигармоническом внешнем воздействии показало, что в линейном случае справедлив принцип суперпозиции: аттракторы, генерируемые каждой из компонент бигармонического возмущения, практически не взаимодействуют друг с другом. В нелинейном случае при бигармоническом внешнем воздействии наблюдается режим биений, сопровождающийся вспышками волновой турбулентности (рис. 7), возникающей вследствие каскада триадных взаимодействий. При этом уровень пульсаций кинетической энергии на фазе роста огибающей амплитуды волнопродуктора, может на порядок превышать уровень, соответствующий спаду амплитуды колебаний волнопродуктора. Нелинейные эффекты становятся все отчетливее по мере приближения частот друг к другу.

Выводы диссертационного исследования сформулированы в **заключении**.

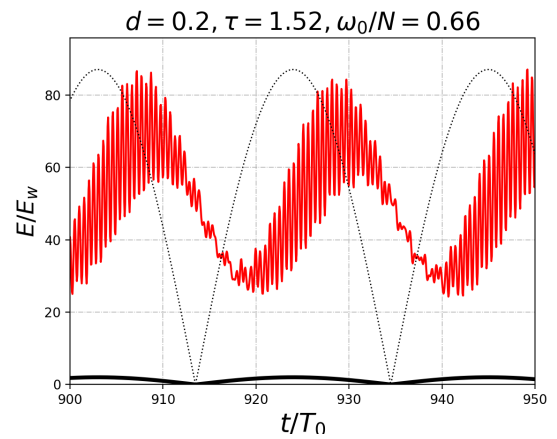


(a) Вертикальная компонента скорости при формировании аттрактора

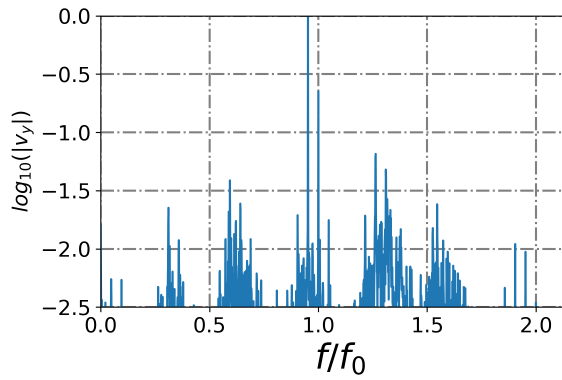
(b) Вертикальная компонента скорости при установлении аттрактора



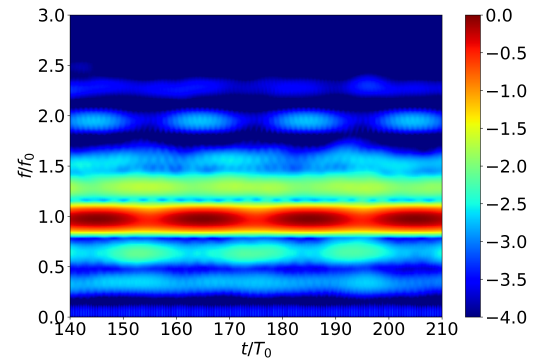
(c) Вертикальная скорость



(d) Кинетическая энергия



(e) Спектр



(f) Частотно-временная диаграмма

Рис. 7 — Анализ течения с двумя близкими частотами волнопродуктора $\omega_1/N = 0.66$, $\omega_2/N = 0.68$. Черной линией на графиках вертикальной скорости и кинетической энергии показана огибающая амплитуды колебаний волнопродуктора.

Публикации автора по теме диссертации

1. Бигармонические аттракторы внутренних гравитационных волн / Д. А. Рязанов, М. И. Провидухина, И. Н. Сибгатуллин, Е. В. Ерманюк // *Механика жидкости и газа* — 2021. — № 3, стр. 90-99.
2. Numerical simulation of three-dimensional wave attractors / I. N. Sibgatullin, E. V. Ermanyuk, K. A. Vatutin, D.A. Ryazanov // *The XXVII workshop of the Council of nonlinear dynamics of the Russian Academy of Sciences*. — 2019. — Vol. 47, no. 1. — P. 112–115.
3. Numerical simulation of internal wave attractors in horizontally elongated domains with sloping boundaries / I. Sibgatullin, X. Xiulin, E. Ermanuyk, D.A. Ryazanov // *GISTAM 2019 5th International Conference on Geographical Information Systems Theory, Applications and Management*. — SCITEPRESS Heraklion, Crete, Greece, 2019. — P. 366–370.
4. Openfoam solver based on regularized hydrodynamic equations for high performance computing / M. V. Shatskiy, D. A. Ryazanov, K. A. Vatutin et al. // *2019 Ivannikov Memorial Workshop (IVMEM)* / Ed. by С. П. Прохоров. — IEEE, 2019.
5. Численное моделирование трехмерных волновых аттракторов / И. Н. Сибгатуллин, Е. В. Ерманюк, К. А. Ватутин, Д. А. Рязанов, С. Сюй // *Океанология*. — 2019. — Т. 47, № 1, стр. 112-115.
6. Openfoam high performance computing solver for simulation of internal wave attractors in stratified flows using regularized hydrodynamic equations / M. Kraposhin, D. Ryazanov, T. Elizarova et al. // *Proceedings of the 2018 Ivannikov ISPRAS Open Conference (ISPRAS, 22-23 Nov. 2018)*. — IEEE Xplore Digital Library. — United States: United States, 2018.
7. Development of openfoam solver for compressible viscous flows simulation using quasi-gas dynamic equations / M. V. Kraposhin, D. A. Ryazanov, E. V. Smirnova et al. // *2017 Ivannikov ISPRAS Open Conference (ISPRAS)*. — Vol. 1. — United States: United States, 2017.
8. Numerical simulation of compressible gas flows using regularized gas dynamic equations solver qgdfoam / M. V. Kraposhin, T. G. Elizarova, M. A. Istomina et al. // *AIP Conference Proceedings 1959, 030013 (2018)*, 2018.
9. Программная реализация квазигидродинамического подхода, номер регистрации в реестре 2018663951, <https://github.com/unicfdlab/QGDSolver>, дата обращения 28.06.2021.